《现代控制理论》MOOC课程

1.2 状态空间表达式的建立

三. 依据传递函数或高阶微分方程建立状态空间表达式

控制系统的外部描述

描述控制系统的外部特征，即描述系统的输入、输出关系。

控制系统的内部描述

不仅可以描述系统的输入输出关系，而且还能够揭示出系统内部各变量的关联关系。

外部描述 ⟷ 内部描述

三. 依据传递函数或高阶微分方程建立状态空间表达式

实现问题 由输入输出描述确定状态空间描述的问题称为**实现问题**。

即若对于单输入、单输出的线性定常系统，已知描述系统动态过程的微分方程为：

$$y^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+\cdots+a_1y^{(1)}+a_0y=b_mu^{(m)}+b_{m-1}u^{(m-1)}+\cdots+b_1u^{(1)}+b_0u$$

或传递函数：

$$W(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0}\qquad m\le n$$

求出状态空间表达式：

$$\dot{x}=\boldsymbol{A}x+bu$$

$$y=\boldsymbol{C}x+du$$

三. 依据传递函数或高阶微分方程建立状态空间表达式

关于实现问题的说明

- 实现存在的条件：$m \leq n$

解释说明

$$Y(s)=G(s)U(s)=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}U(s)$$

当$m<n$，输入输出之间不存在比例关系，D=0。

当$m=n$，$Y(s)=\frac{b_n s^n+b_{n-1}s^{n-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}U(s)=\frac{\bar{b}_{n-1}s^{n-1}+\cdots+\bar{b}_1 s+\bar{b}_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}U(s)+b_n U(s)$

输入输出之间存在比例关系，$D=b_n$。

当$m>n$，假定m=n+1：

$$Y(s)=\frac{b_{n+1}s^{n+1}+b_n s^n+\cdots+b_1 s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}U(s)=\frac{\hat{b}_{n-1}s^{n-1}+\cdots+\hat{b}_1 s+\hat{b}_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}U(s)+\bar{b}_n U(s)+b_{n+1}sU(s)$$

输入输出之间存在微分关系。若要表述这一关系,则输出方程为：

$$y=Cx+Du+E\dot{u}$$

三. 依据传递函数或高阶微分方程建立状态空间表达式

关于实现问题的说明

- 实现存在的条件： $m \leq n$

  当 $m < n$ 时，直接传输矩阵D=0；

  当m>n，输出将含有输入信号的直接微分项。这在实际系统中是不允许的，状态空间表达式也无法表示。

- 实现的非唯一性；

  会有无穷多个状态空间表达式，实现给定的输入输出关系。

- 没有零极点对消的传递函数的实现称为最小实现。

  因为没有零、极点对消的传递函，求得的状态空间表达式的阶数是最小的。