



# 《现代控制理论》MOOC课程

## 5.6 利用状态观测器实现状态反馈的系统

## 一. 利用状态观测器的状态反馈系统的构成

设受控系统的状态空间表达式为： $\dot{x} = Ax + Bu$ ,  $x(0) = x_0, t \geq 0$   
 $y = Cx$

状态观测器为：

$$\dot{\hat{x}} = (A - GC)\hat{x} + Gy + Bu, \quad \hat{x}(0) = \hat{x}_0$$

反馈控制规律为： $u = -K\hat{x} + v$

则整个系统的状态空间表达式为：

$$\dot{x} = Ax - BK\hat{x} + Bv$$

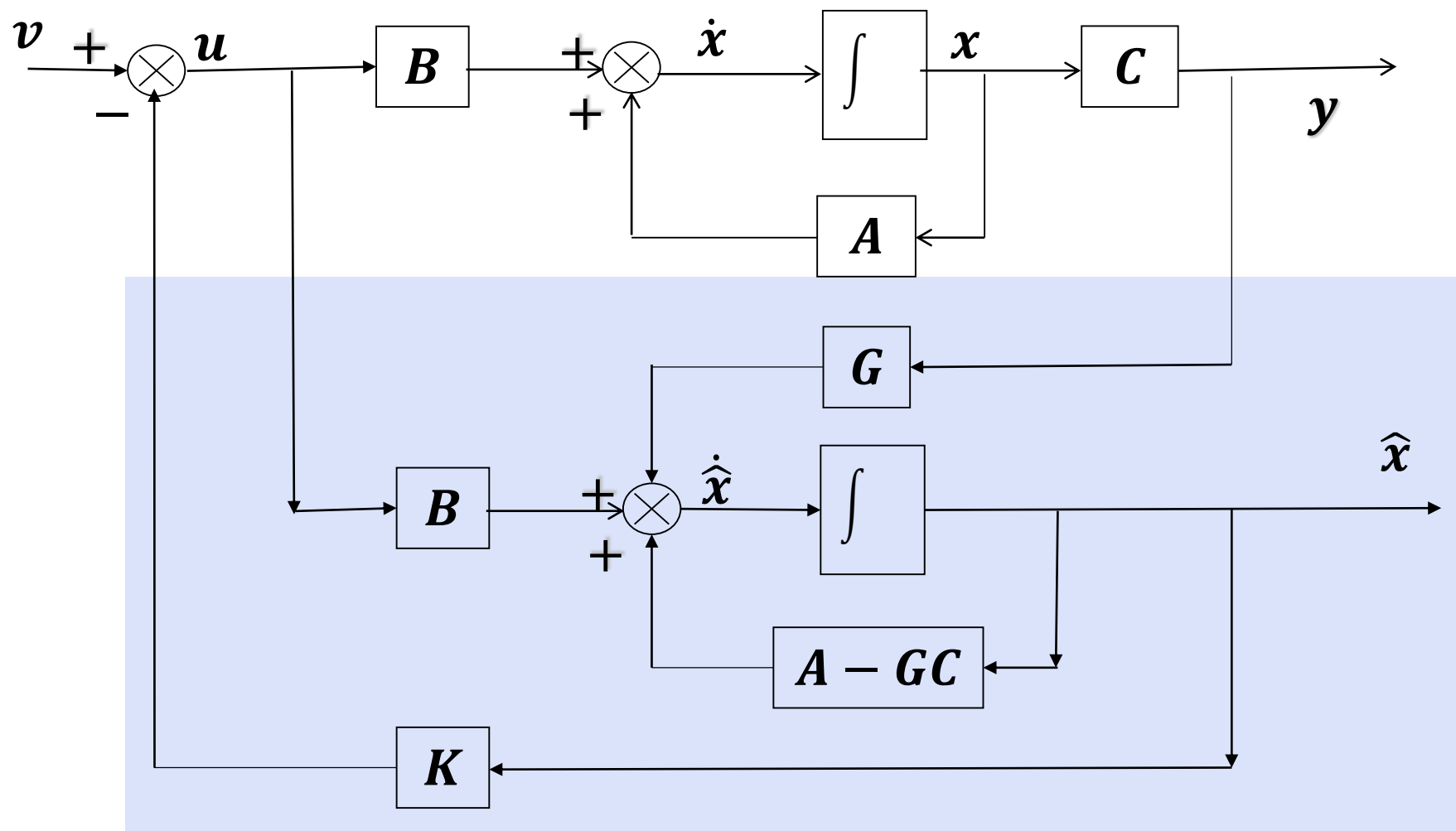
$$\dot{\hat{x}} = GCx + (A - GC - BK)\hat{x} + Bv$$

$$y = Cx$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ GC & A - GC - BK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} v$$

$$y = [C \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

这是一个 $2n$ 维系统；



利用状态观测器的状态反馈系统

## 二. 利用状态观测器的状态反馈系统的基本特性

1. 引入状态观测器后，提高了状态反馈系统的维数。

$$\dim(\Sigma) = \dim(\Sigma_0) + \dim(\Sigma_{OB})$$

系统的维数等于受控制系统的维数与观测器维数之和。

2. 包含观测器的状态反馈系统的特征值集合具有分离性。即

引入线性变换  $\tilde{x} = x - \hat{x}$  可得: 
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\tilde{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - GC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v$$

$$y = Cx$$

而线性变换不改变系统的特征值

$$\det(\lambda I - \bar{A}) = \det[\lambda I - (A - BK)] \det[\lambda I - (A - GC)]$$

## 二. 利用状态观测器的状态反馈系统的基本特性

3. 作为上一个性质的推论：状态观测器的引入不影响状态反馈矩阵 $K$ 所配置的系统特征值；状态反馈的引入也不影响已设计好的状态观测器的特征值；
4. 状态观测器的引入不改变原状态反馈系统的传递函数；

$$W_k(\lambda) = W_{kG}(\lambda) = C[\lambda I - (A - BK)]^{-1}B$$

注意传递函数在非奇异线性变换下保持不变。

5. 状态观测器反馈与直接状态反馈设计的等效性；

## 第五章 小结

- 对于综合问题首先是建立可综合的条件，其次才是构造综合的算法。
- 极点配置是最基本的综合问题。极点配置可综合的充要条件是系统完全能控，最简洁的综合算法是基于标准型的算法。
- 系统镇定问题只是极点配置问题的一个特例。
- 解耦控制在工程中有着广泛的需求，但是积分型解耦控制器意义只在于理论分析。
- 状态观测器对于实现状态反馈有重要意义。实现状态观测器的充分条件是系统完全能观。利用降维观测器的状态反馈系统的性能要优于利用全维状态观测器的状态反馈系统。状态观测器增益矩阵与状态反馈矩阵的设计是可分离的。