《现代控制理论》MOOC课程

1.5 离散时间系统、 时变系统和非线性系统的状态空间表达式

1.5 离散时间系统、 时变系统和非线性系统的状态空间表达式

一. 时间离散系统

离散系统的状态空间表达式可用差分方程组表示为

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}(k+1) &= \boldsymbol{G}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{H}\boldsymbol{u}(k) \\
\boldsymbol{y}(k) &= \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(k)
\end{aligned}
$$

二. 线性时变系统

线性时变系统的状态空间表达式为：

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= A(t)\,x + A(t)\boldsymbol{u} \\
y &= C(t)x + D(t)\boldsymbol{u}
\end{aligned}
$$

其系数矩阵的元素中至少有一个元素是时间t的函数；

三. 非线性系统

1.非线性时变系统的状态空间表达式

$$\dot{x}=f(x,u,t)$$
$$y=g(x,u,t)$$

式中，f，g为函数向量；

2.非线性定常系统的状态空间表达式

当非线性系统的状态方程中不显含时间t时，则称为非线性定常系统

$$\dot{x}=f(x,u)$$
$$y=g(x,u)$$

3.非线性系统的线性化

设 x_0，u_0 是非线性系统 $\begin{aligned}\dot{x}&=f(x,u)\\ y&=g(x,u)\end{aligned}$

的一个平衡状态， 即 $f(x_0,u_0)=0$，$y_0=g(x_0,u_0)$。

若只考虑x_0，u_0，y_0附近小范围的行为，则可将非线性系统取一次近似而予以线性化。

将非线性函数f、g在 x_0，u_0 附近作泰勒级数展开，并忽略高次项，仅保留一次项：

$$f(x,u)=f(x_0,u_0)+\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,u_0}\delta x+\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{x_0,u_0}\delta u$$

$$\mathrm{g}(x,u)=\mathrm{g}(x_0,u_0)+\left.\frac{\partial \mathrm{g}}{\partial x}\right|_{x_0,u_0}\delta x+\left.\frac{\partial \mathrm{g}}{\partial u}\right|_{x_0,u_0}\delta u$$

则非线性系统的一次线性化方程可表示为：

$$\delta\dot{x} = \dot{x} - \dot{x}_0 = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,u_0} \delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{x_0,u_0} \delta u$$

$$\delta y = y - y_0 = \left.\frac{\partial g}{\partial x}\right|_{x_0,u_0} \delta x + \left.\frac{\partial g}{\partial u}\right|_{x_0,u_0} \delta u$$

将微增量 δx, δu, δy 用符号 $\tilde{x}$, $\tilde{u}$, $\tilde{y}$ 表示，线性化状态方程就表示为：

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u}$$
$$\tilde{y} = C\tilde{x} + D\tilde{u}$$

其中， $A = \left.\dfrac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,u_0}$， $B = \left.\dfrac{\partial f}{\partial u}\right|_{x_0,u_0}$， $C = \left.\dfrac{\partial g}{\partial x}\right|_{x_0,u_0}$， $D = \left.\dfrac{\partial g}{\partial u}\right|_{x_0,u_0}$

第一章 小结

- 状态变量、状态空间、状态空间表达式的定义
- 建立系统状态空间表达式的方法，特别是状态变量选取的方法；
- 状态空间表达式非奇异线性变换的方法；
- 由状态空间表达式导出传递函数矩阵的方法；
- 组合系统状态空间表达式的建立方法；
- 离散系统、非线性系统状态空间的基本形式；