



# 《现代控制理论》MOOC课程

## 第一章 控制系统的状态空间表达式

状态空间变量及状态空间表达式

状态空间表达式的建立

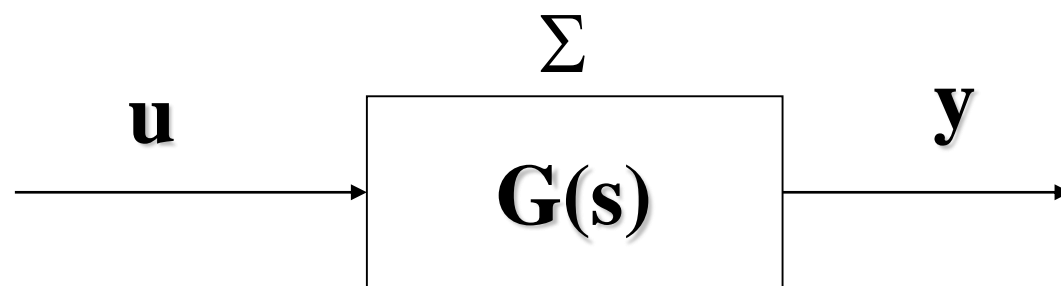
状态向量的线性变换

从状态空间表达式求传递函数

组合系统的状态空间表达式

离散系统、时变系统和非线性系统的状态空间表达式

➤ 经典控制理论：      数学模型： 传递函数       $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$



### 传递函数的定义

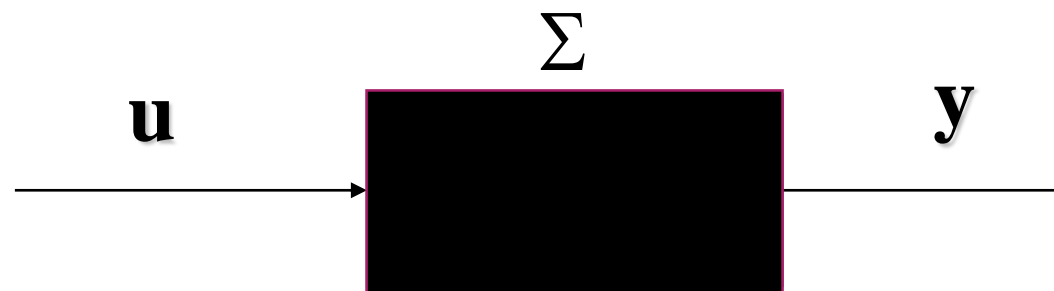
线性定常系统的传递函数是指在初始状态为零的条件下，系统输出变量的拉氏变换与输入变量的拉氏变换之比。

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

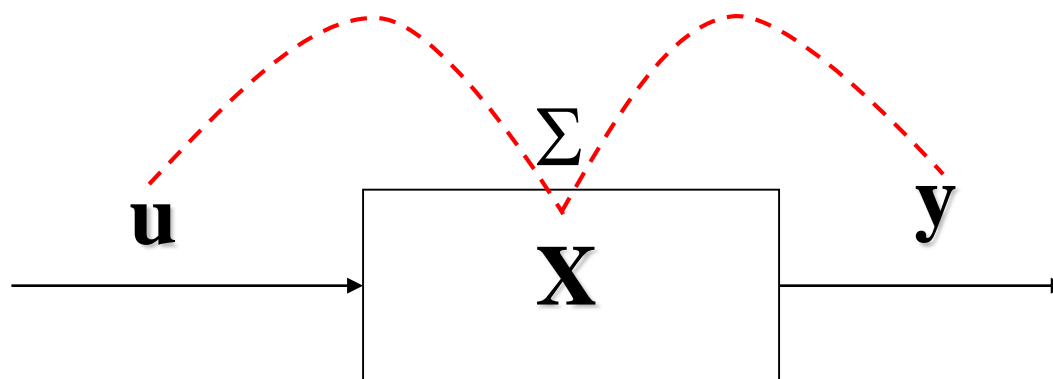
➤ 经典控制理论:

数学模型: 传递函数

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$



➤ 现代控制理论:



数学模型: 状态空间表达式



# 《现代控制理论》MOOC课程

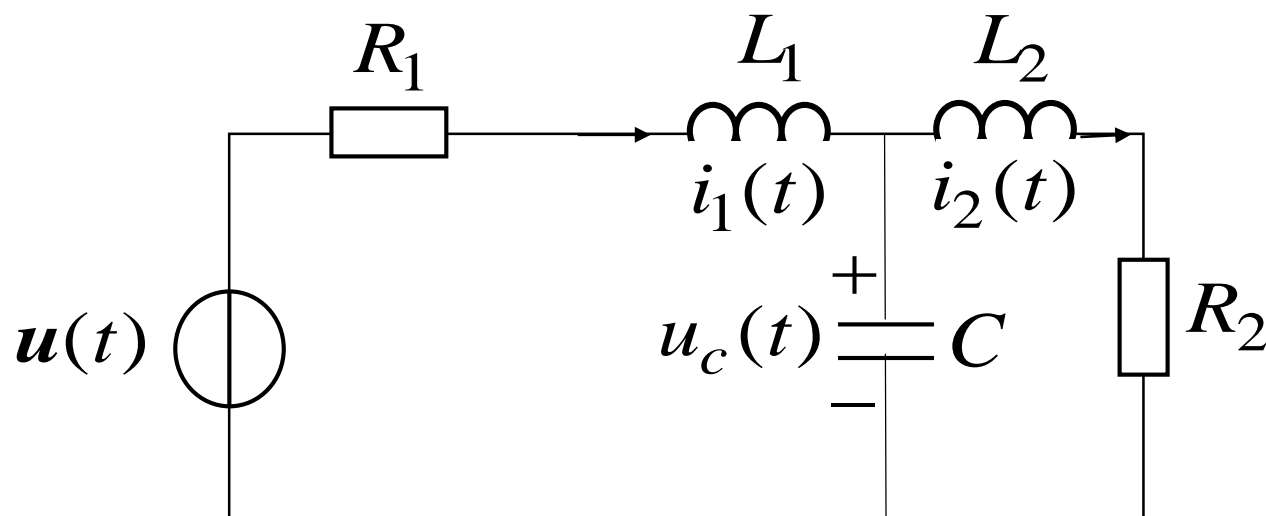
## 1.1 状态空间变量及状态空间表达式

## 一. 状态变量

足以完全表征系统运动状态的最少个数的一组变量，称为**状态变量**。

完全  
表征

只要给定状态变量的初值 $x(t_0)$ 以及 $t \geq t_0$ 时刻的输入 $u(t)$ ，就能够完全确定系统在任何 $t \geq t_0$ 时间的动态行为。



已知:

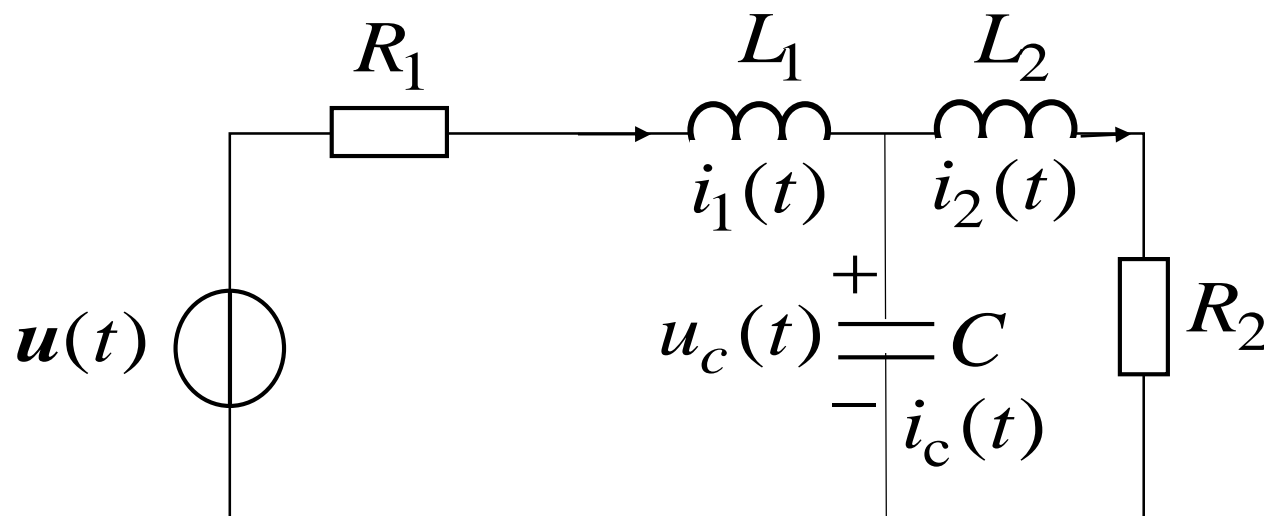
$$i_1(t_0), i_2(t_0), u_c(t_0)$$

$$u(t)$$

## 一. 状态变量

## 最小性

体现在减少变量个数就不能够完全表征系统的动态行为，  
而增加变量的个数则是完全表征系统动态行为所不需要的。

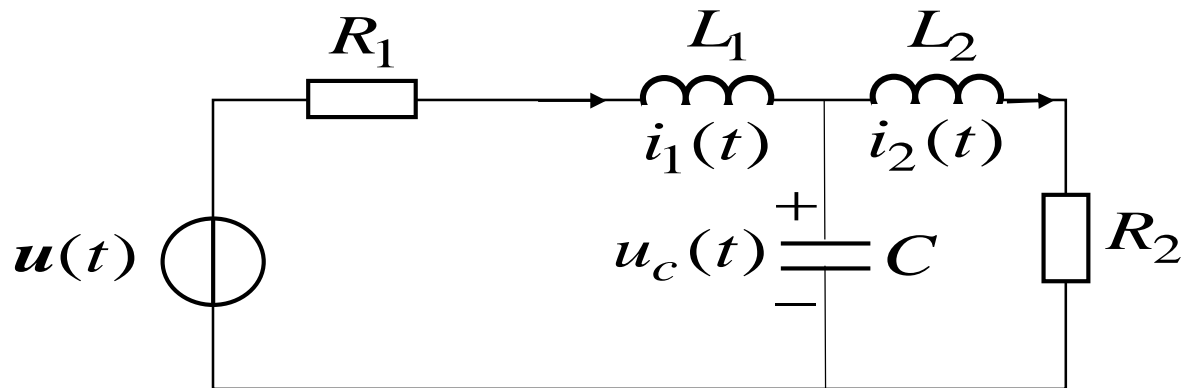


$$i_1(t), i_2(t), u_c(t)$$

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt}$$

## 关于状态变量的几点说明

- 状态变量是相互独立的。
- 对于一个实际的物理系统,状态变量个数等于系统中独立储能元件的个数。
- 对同一个动态系统, 状态变量的选取不是唯一的, 但状态变量的个数是唯一确定的, 不能多, 也不能少。



状态变量1:  $i_1(t), i_2(t), u_c(t)$

状态变量2:  $i_1(t), i_2(t), i_c(t)$



## 二. 状态向量

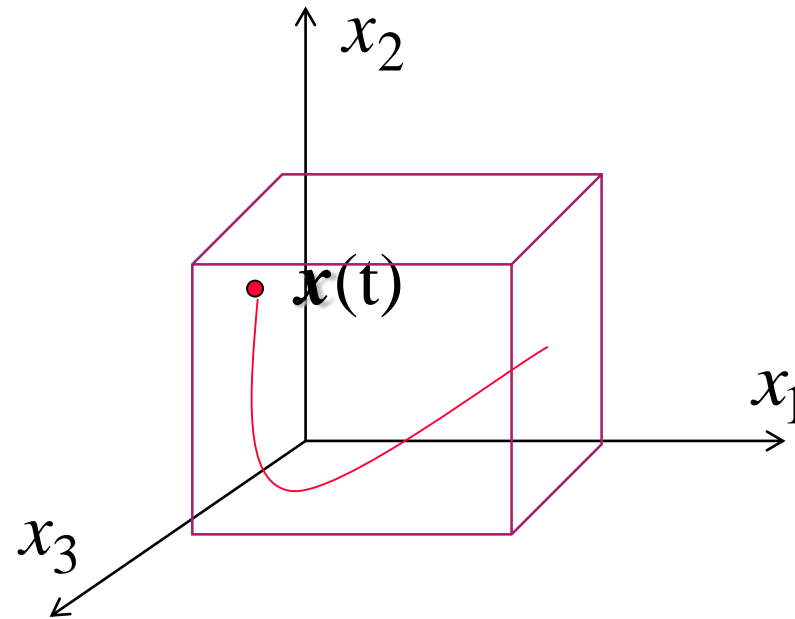
由系统状态变量构成的向量，称为系统的**状态向量**。

若一个系统有 $n$ 个状态变量 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ ，把这 $n$ 个状态变量作为分量所构成的向量就称为系统的状态向量。

$$x = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad x = [x_1(t) \ x_2(t) \cdots x_n(t)]$$

## 三. 状态空间

以状态向量的每一个分量 $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ 为坐标轴所构成的空间,称为**状态空间**。

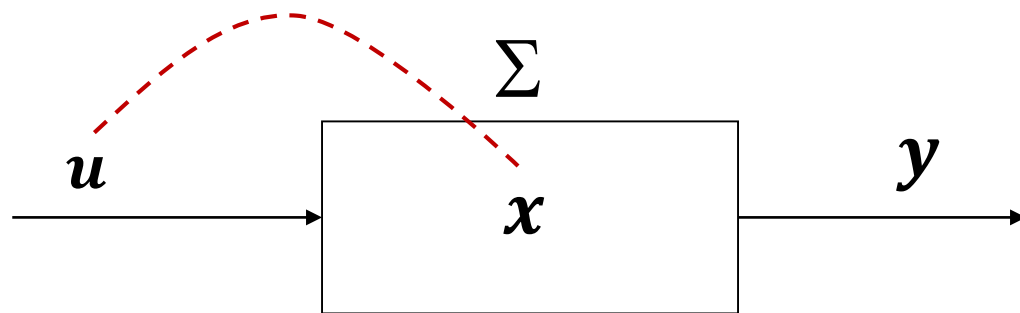


- 系统任一时刻的状态均可表示为状态空间中的一个点。
- 系统状态随时间变化的过程, 在状态空间中描绘出一条轨迹, 称为**状态轨迹**。

## 四. 状态方程

由系统状态变量构成的描述系统动态过程的一阶微分方程组，称为系统的**状态方程**。

➤ 状态方程用于描述系统输入引起系统状态变化的动态过程。

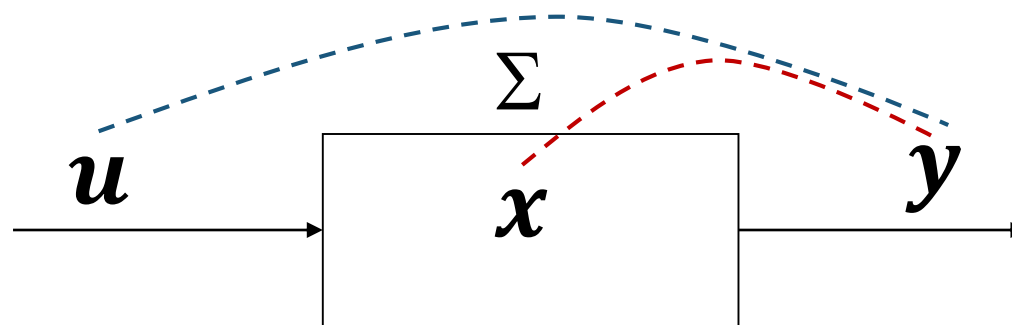


➤ 状态方程的一般形式为： $\dot{x} = Ax + Bu$

## 五. 输出方程

在指定系统输出 $y$ 的情况下，输出 $y$ 向量与状态向量 $x$ 及系统输入 $u$ 向量的函数关系式，称为系统的**输出方程**。

➤ 系统的状态和输入决定了系统输出的变化。



➤ 系统输出方程的一般形式为： $y = Cx + Du$

## 六. 状态空间表达式

状态方程和输出方程总加起来，构成对一个系统的完整动态描述，称为系统的  
**状态空间表达式。**

对于 $n$ 个状态变量、 $r$ 个输入、 $m$ 个输出的动态系统，状态空间表达式的一般形式为：

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

$A \in R^{n \times n}$ ，表征了系统内部状态的联系，称为系统矩阵；

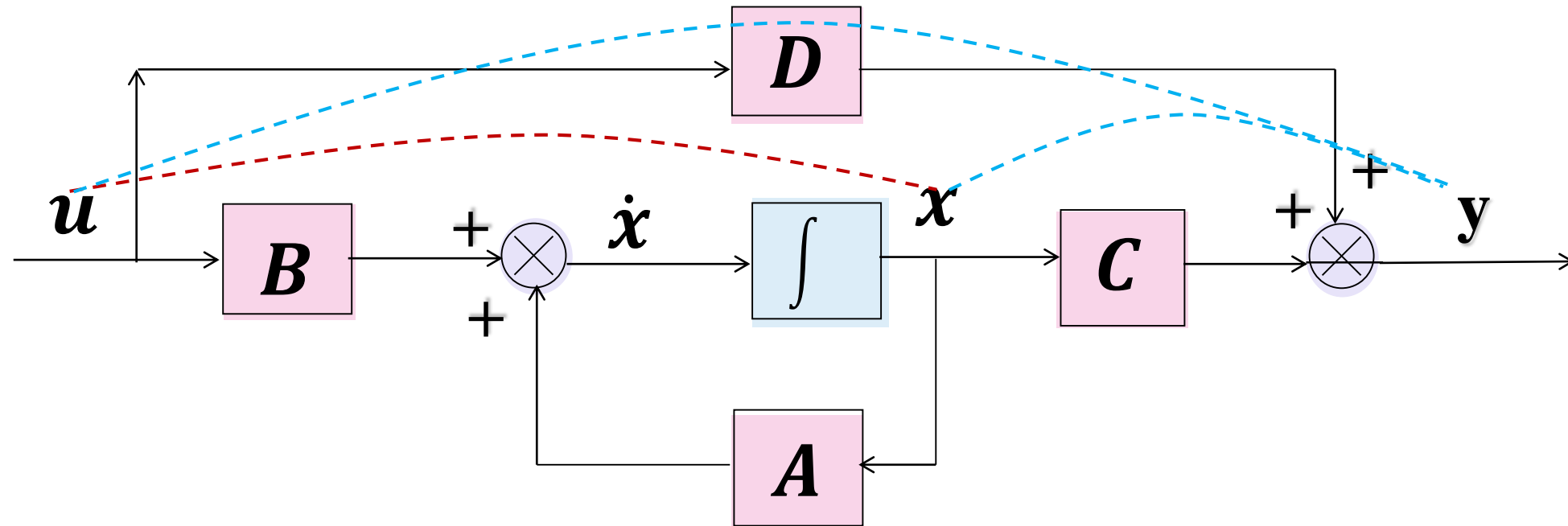
$B \in R^{n \times r}$ ，表征了输入对状态的作用，称为控制矩阵；

$C \in R^{m \times n}$ ，表征了输出与状态变量的关系，称为输出矩阵；

$D \in R^{m \times r}$ ，表征了输出与输入的关系，称为直接传输矩阵；

## 关于状态空间表达式的几点说明

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$



- 状态空间表达式可以用系统方框图描述；
- 输入引起系统状态的变化，而状态和输入则决定了输出的变化；
- 状态空间表达式的方框图，只含有比例、积分、加法三类基本环节；
- 在输出方程中，若无特殊声明，均不考虑输入向量的直接传输，即令 $D=0$ ；

### 小结

- 状态变量、状态向量、状态空间、状态轨迹、状态空间表达式的定义；
- 状态变量是相互独立的，从数学上来看是线性无关的。
- 对同一个动态系统，状态变量的个数是唯一确定的，但是状态向量的选取可以有无穷多种；
- 对于一个实际的物理系统，状态变量个数等于系统中独立储能元件的个数。
- 状态空间表达式的方框图，只含有比例、积分、加法三类基本环节；