《现代控制理论》MOOC课程

1.2 状态空间表达式的建立

二. 从系统的机理出发建立状态空间表达式

状态变量的选取

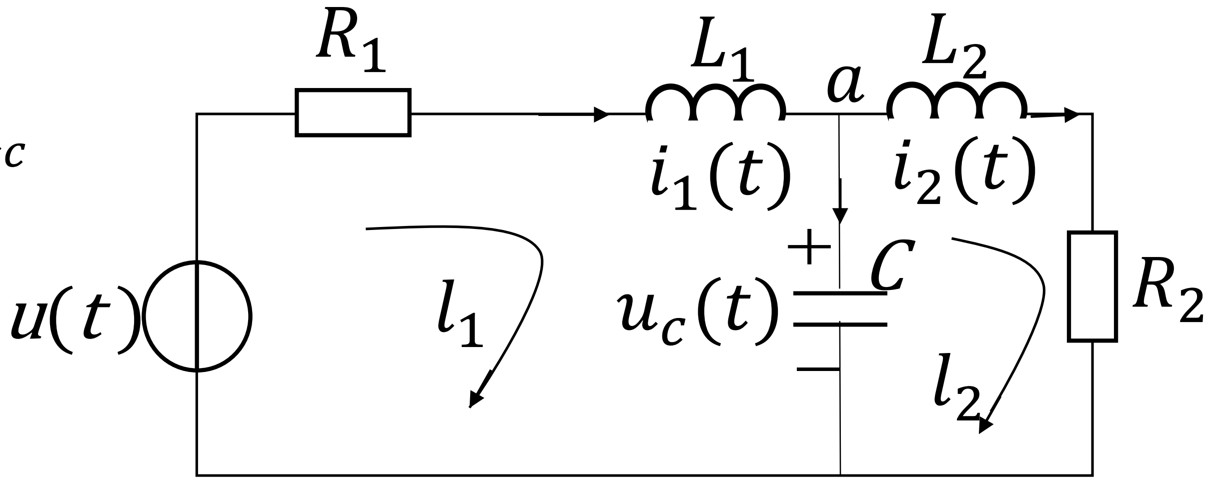
对于实际物理系统，状态变量的个数等于系统中独立储能元件的个数，因此在列写状态方程时可对每一个独立储能元件指定一个变量作为状态变量。

基本方法

根据具体的控制系统，应用其物理规律，列写出描述系统动态过程的一阶微分方程组，写成矩阵的形式，即得到系统的状态方程。

二. 从系统的机理出发建立状态空间表达式

例1：有电路如下图所示。列写以电压$u(t)$为输入量，以电阻R_2上的电压作为输出的状态空间表达式。



解：

1. 选取状态变量 $x_1 = i_1$ $x_2 = i_2$ $x_3 = u_c$

2. 建立状态方程

由基尔霍夫电压定理

回路1： $u - R_1 x_1 - L_1 \dot{x}_1 - x_3 = 0$

回路2： $x_3 - L_2 \dot{x}_2 - R_2 x_2 = 0$

由基尔霍夫电流定理

节点a： $x_1 - x_2 - C\dot{x}_3 = 0$

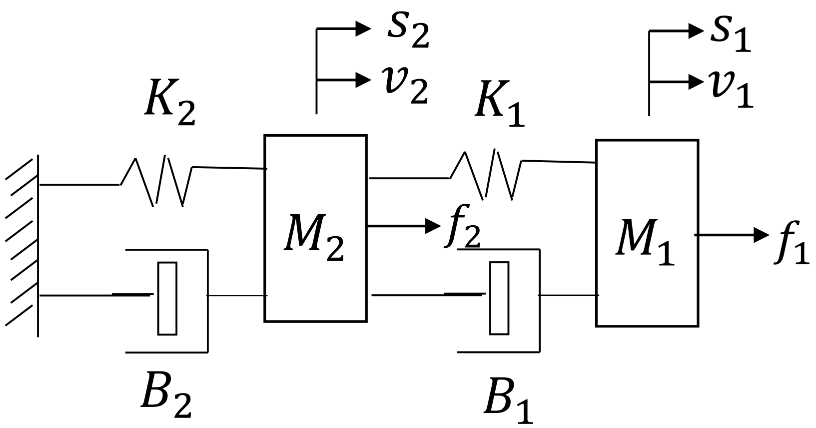
状态空间表达式：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = R_2 x_2$$

二. 从系统的机理出发建立状态空间表达式

例2：有机械系统如下图所示，M_1 和 M_2 分别受外力 f_1 和 f_2 的作用。求以 M_1 和 M_2 的运动速度为输出的状态空间表达式。



解：1. 选取状态变量

$x_1 = s_1$　　$x_3 = v_1 = y_1$

$x_2 = s_2$　　$x_4 = v_2 = y_2$

2.建立状态方程

对于M1：$f_1 - K_1(x_1 - x_2) - B_1(x_3 - x_4) = M_1\dot{x}_3$

对于M2：$f_2 + K_1(x_1 - x_2) + B_1(x_3 - x_4) - K_2x_2 - B_2x_4 = M_2\dot{x}_4$

$\dot{x}_2 = x_4$　　$\dot{x}_1 = x_3$

输出方程：$y_1 = x_3$

$y_2 = x_4$

二. 从系统的机理出发建立状态空间表达式

状态空间表达式：

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -\frac{K_1}{M_1} & \frac{K_1}{M_1} & -\frac{B_1}{M_1} & \frac{B_1}{M_1}\\ \frac{K_1}{M_2} & -\frac{K_1+K_2}{M_2} & \frac{B_1}{M_2} & -\frac{B_1+B_2}{M_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ \frac{1}{M_1} & 0\\ 0 & \frac{1}{M_1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}$$