《现代控制理论》MOOC课程

第五章　线性定常系统的综合

- 线性反馈控制系统综合的基本概念
- 极点配置问题
- 系统镇定问题
- 系统解耦问题
- 状态观测器
- 利用状态观测器实现状态反馈的系统

一. 系统的综合

给定系统的状态空间表达式:

$$\dot{x} = Ax + Bu\,,\quad x(0) = \mathbf{0},\quad t \geq 0$$
$$y = Cx$$

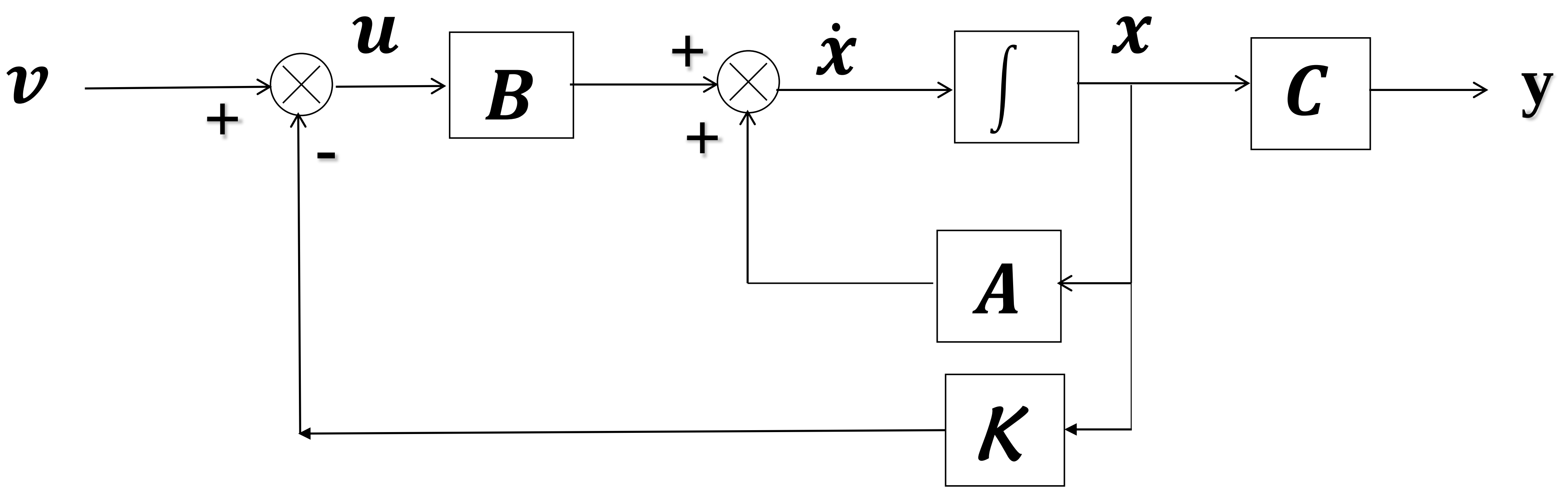
寻找一个控制u, 使得在其作用下系统的性能指标满足所期望的要求。

二. 状态反馈控制和输出反馈控制

1. 状态反馈

若系统的控制可表示为系统状态的一个线性向量函数，即 $u = -Kx + v$ 则称为状态反馈控制。其中v 为参考输入。

- 状态反馈系统的结构为：



- 状态反馈系统的状态方程

原系统的状态方程为：

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

引入状态反馈$u = -Kx + v$后，系统的状态方程为：

$$\dot{x} = (A - BK)x + Bv$$

- 系统的性能主要由系统矩阵决定的，通过合理的选择状态反馈矩阵，就可改变系统矩阵以使系统的性能满足期望的要求。

- 状态反馈系统的传递函数：

原开环系统的传递函数为：

$$W_0(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

引入状态反馈$u = -Kx + v$后，系统的闭环传递函数为：

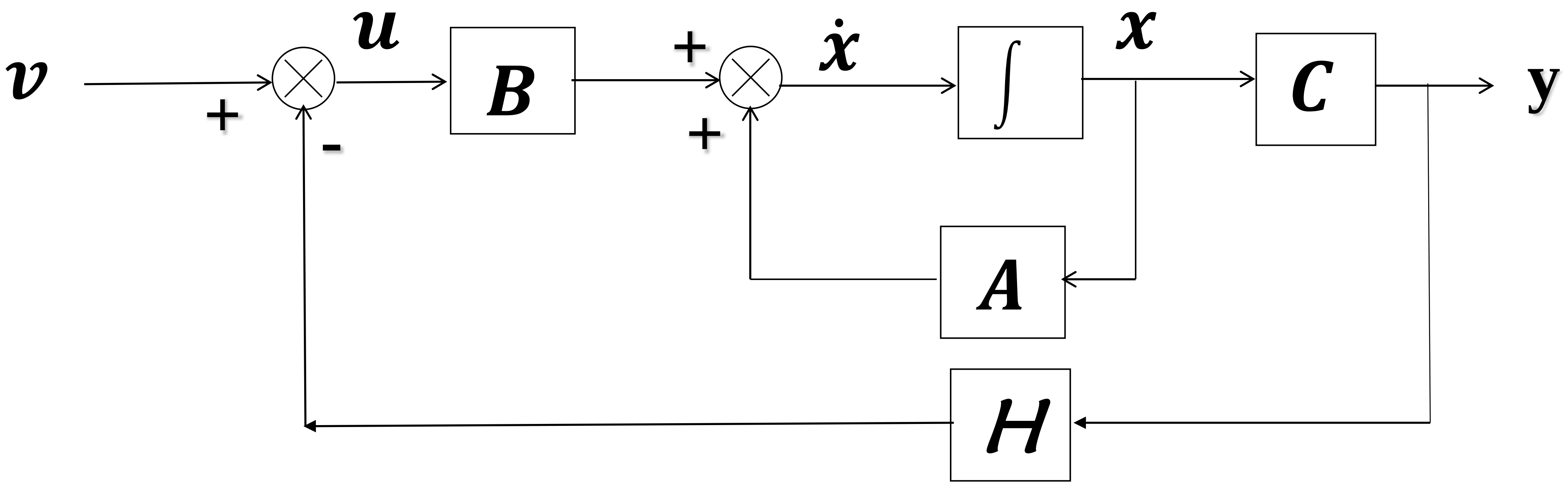
$$W_K(s) = C(sI - A + BK)^{-1}B$$

系统的性能主要由系统闭环传递函数的极点确定，通过合理的选择状态反馈矩阵，就可改变系统传递函数的极点，以使系统的性能满足期望的要求。

2. 输出反馈

若系统的控制可表示为系统输出的一个线性向量函数，即 $u = -Hy + v$ 则称为输出反馈控制。其中v为参考输入。

- 输出反馈系统的结构为：



➢ 输出反馈系统的状态方程

原系统的状态方程为：

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

引入输出反馈$u = -Hy + v$后，系统的状态方程为：

$$\dot{x} = (A - BHC)x + Bv$$

通过合理的选择输出反馈矩阵，就可改变系统矩阵，以使系统的性能满足期望的要求。

➢ 输出反馈系统的传递函数：

原开环系统的传递函数为：

$$W_0(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

引入输出反馈$u = -Hy + v$后，系统的闭环传递函数为：

$$W_K(s) = C(sI - A + BHC)^{-1}B$$

3. 状态反馈与输出反馈的比较

- 系统的输出通常只是系统状态的部分信息，所以输出反馈仅相当于部分状态反馈。

- 如果输出反馈阵H存在，则满足同样要求的状态反馈矩阵K一定存在，只需取$K=HC$

- 如果状态反馈阵K存在，则满足同样要求的输出反馈矩阵H不一定存在，因为由$K=HC$，通常解不出H。

三. 闭环系统的能控与能观性

定理1: 状态反馈不改变系统的能控性，但可能改变系统的能观性。

证明： **能控性不变的证明思路：** 计算引入状态反馈前后，系统的能控性秩判别矩阵。用数学归纳法证明秩不变。

有可能改变能观性的证明思路： 用特列说明状态反馈矩阵不同，能观性秩判别矩阵的秩不同。

定理2: 输出反馈不改变系统的能控性与能观性。

证明： **能控性不变的证明思路：** 任一输出反馈总存在等效的状态反馈，而状态反馈不改变系统的能控性，故输出反馈也不改变系统的能控性。

能观性不变的证明思路： 计算引入输出反馈前后，系统的能观性秩判别矩阵。用数学归纳法证明秩不变。

四. 系统的性能指标

1. 以一组期望的闭环系统极点为性能指标，相应的综合问题称为**极点配置**问题。

2. 以系统渐近稳定为性能指标，相应的综合问题称为**镇定**问题。

3. 以使一个多输入多输出系统实现“一个输入只控制一个输出”作为性能指标，相应的综合问题称为**解耦**问题。

4. 以使系统的输出无静差地跟踪一个外部信号作为性能指标，相应的综合问题称为**跟踪**问题。

五. 研究综合问题的基本思路

1. 第一建立可综合的条件，即对于给定的受控系统和期望的性能指标，确定相应控制存在所应满足的条件。

2. 第二建立起相应的，用以综合控制规律的算法。