1 下列選項哪些為真？________

(A)一個無理數的平方一定是有理數

(B)設 a、b 為實數，若 $a+3\sqrt{2}=3+b\sqrt{2}$，則 $a=3$ 且 $b=3$

(C)若 $a<b$，則 $\dfrac{3a+2b}{5}<\dfrac{4a+3b}{7}$ 必定成立

(D)已知數線上三點 $A(a)$、$B(b)$、$C(c)$，若 A 與 B、C 的距離分別為 2 和 1，則 $|b-c|=1$

(E) $\sqrt{6}+\sqrt{3}<2+\sqrt{5}$

解

2 設 a、b 為有理數，若 $x=\sqrt{2}-1$，則 $\dfrac{x^3-8}{x-2}+\dfrac{2x^2-8}{x+2}=a+b\sqrt{2}$，則數對 $(a,b)=$ ____________。

解

3 下列有關循環小數的敘述中，請選出正確的選項。________

(A) $0.\overline{7}+0.\overline{3}=0.\overline{6}+0.\overline{4}$　(B) $0.\overline{72}+0.\overline{28}=1.\overline{1}$　(C) $0.\overline{7}+0.\overline{3}=1$

(D) $0.\overline{5}+0.\overline{5}=1.\overline{1}$　(E) $0.\overline{49}=0.5$

解

4 下列哪些數值是有理數？__________

(A) $0.1\overline{3}$　(B) $3+\sqrt{2}$　(C) 0　(D) $\dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{12}}$　(E) π

解

5 已知 $\sqrt{16+\sqrt{252}}$ 的整數部分為 a，小數部分為 b，試求 $2a+b-\dfrac{3}{b}=$_____。

解

6 數線上 P、Q 兩點在 A、B 之間，設 P 點坐標為 0，Q 點坐標為 14，且 $\overline{AP}：\overline{PB}=1：3$，$\overline{AQ}：\overline{QB}=3：2$，則 A 點坐標為________。

㊣解

7 設 a、b 為正實數且 $2a+3b=12$，則 ab 的最大值為______，此時 a、b 之值為________________。

㊣解

8 若不等式 $|ax+1|\geq b$ 之解為 $x\geq 3$ 或 $x\leq -2$，則數對 $(a,b)=$____________。

㊣解

9 已知 $0<x<1$，若 $\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}+2}+\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}-2}=4$，則 $x=$______。

㊣解

10 解不等式 $|x|+2|x-1|<4$。_______________

㊣解

1 ⑴已知 $2^x=3$，則 $8^x+(\frac{1}{4})^{-x-1}=$______ ⑵已知 $2^x+2^{-x}=3$，則 $4^x+4^{-x}=$ ______。

解

2 求：⑴ $(\frac{16}{81})^{-0.25}+5^{\frac{3}{2}}\times(\frac{4}{5})^{\frac{3}{2}}=$______ ⑵ $5^2\times10^{-2\log5}+10^{1+\log7.1}=$______。

解

3 設 $a=\sqrt[3]{10}$。關於 a^5 的範圍，試選出正確的選項。______

(A) $25\le a^5<30$ (B) $30\le a^5<35$ (C) $35\le a^5<40$ (D) $40\le a^5<45$ (E) $45\le a^5<50$

解

4 有 128 公克的放射性物質，其半衰期為 20 分鐘，試求 1.5 小時後此放射性物質剩下 ________ 公克。

解

5 已知 $a=3\times10^{-7}$，$b=8\times10^{-9}$，$a-b=k\times10^n$，其中 $0<k<10$，且 n 是整數，則數對 $(k,n)=$ ______________。

解

6 已知 a、b 是實數且 $a-3b+6=0$，則 $2^a+\dfrac{1}{8^b}$ 的最小值為______。

解

7 若 $x=1\underbrace{000\cdots0}_{8\text{ 個}}1$，則 x^3 為______位整數。

解

8 聲音的強度 I 是以每平方公尺多少瓦特（$\mathrm{W/m^2}$）來衡量，量度聲音大小的單位是分貝 $d(I)=10\log\dfrac{I}{I_0}$，其中 I_0 是一個固定值。已知輕音樂 40 分貝，搖滾樂 80 分貝，則搖滾樂聲音強度為輕音樂聲音強度的______倍。

解

9 設 E 為地震強度 r 時，所釋放出的能量，其中 E 和 r 的關係為 $\log E=11.8+1.5r$，若地震強度增加 1，其釋放出的能量是原來 k 倍，則 $k=$______。

解

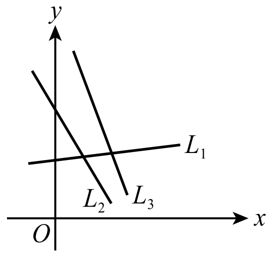
10 ⑴若 $n<\log 5432100<n+1$ 且 n 為整數，則 $n=$______。

⑵已知 $\log 3\approx 0.4771$，若 $\log x\approx -3.5229$，則 $x\approx$______。

解

1 如右圖，三直線 L_1、L_2、L_3 的斜率分別為 m_1、m_2、m_3，則下列選項何者正確？______

(A) $m_1<m_2<m_3$　(B) $m_2<m_3<m_1$　(C) $m_3<m_2<m_1$
(D) $m_2<m_1<m_3$　(E) $m_1<m_3<m_2$



解

2 設 $A(k,k-2)$、$B(3k-1,-2)$ 為坐標平面上兩點：

⑴若 $\overline{AB}$ 的斜率為 -1，則 $k=$______　⑵若 $\overline{AB}$ 的斜率不存在，則 $k=$______。

解

3 ΔABC 中，$A(1,5)$、$B(3,3)$、$C(-2,2)$，則：

⑴ $\overline{AB}$ 的垂直平分線方程式為______　⑵點 C 到 $\overleftrightarrow{AB}$ 的距離為______。

解

4 已知 a 為整數，在坐標平面上有 $A(1,0)$、$B(6,0)$、$C(2,a)$、$D(0,2)$ 四個點。欲使直線 L：$\frac{x}{7}+\frac{y}{5}=1$ 通過四邊形 $ABCD$ 所圍的區域（包括邊界），a 至少為______。

解

5 坐標平面上兩平行直線 L_1、L_2 的斜率均為 $-\frac{11}{2}$，若 L_1 的 x 截距比 L_2 多 6，則 L_1 的 y 截距比 L_2 多______。

解

6 坐標平面上有三條直線 L、L_1、L_2，其中 L 為水平線，L_1 和 L_2 的斜率分別為 2、-1，已知 L 被 L_1、L_2 所截出線段長為 15，則 L、L_1 和 L_2 所圍成的三角形面積為________。

解

7 已知三條直線 L_1：$4x+y=1$，L_2：$x-y=0$，L_3：$2x-my=3$，若 L_1 關於 L_2 的對稱直線為 L_4 且 L_4 和 L_3 垂直，則 $m=$________。

解

8 在 $4x-y\leq 7$，$3x-4y\geq -11$，$y\geq 1$ 的條件下所圍成區域的面積為________。

解

9 已知 $P(k+2,1)$ 與 $Q(-2,5)$ 在直線 L：$2x-3y+3=0$ 的同側，則 k 的範圍為________。

解

10 若坐標平面上，原點投影到直線 L，其投影點坐標為 $(3,4)$，則該直線與兩坐標軸圍成的三角形面積為________。

解

1 坐標平面上，圓 $C:(x-1)^2+(y+2)^2=5$，則下列選項哪些正確？________

(A)圖形對稱於 $x=1$　(B)圖形對稱於 $y=-2$　(C)圖形和 x 軸交兩點

(D)原點在圓的內部　(E)圖形周長為 $\sqrt{5}\pi$

解

2 設圓 $C: x^2+y^2-2x+4y+a=0$ 之半徑為 5 且圓心在直線 $L: y=bx+2$ 上，則 $a=$ ________，$b=$ ________。

解

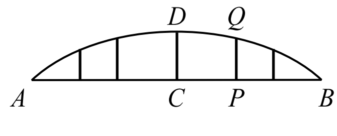
3 直線 $L: y=mx-3$ 與圓 $C:(x-2)^2+(y-3)^2=20$ 交於兩點，則 m 的範圍為 ________________。

解

4 已知 A 點是直角 ΔABC 的直角頂點且 $A(2a,2)$、$B(-4,a)$、$C(2a+2,2)$，則 ΔABC 外接圓方程式為________________。

解

5 一圓弧形拱橋（如右圖），共有五根垂直於橋面的支柱，已知拱橋的寬度 $\overline{AB}=30$ 公尺，正中央支柱高度 $\overline{CD}=5$ 公尺，試求距離中央支柱 7 公尺遠（即 $\overline{CP}=7$ 公尺）的支柱 $\overline{PQ}$ 之高度為______公尺。



解

6 已知直線 L：$3x-4y+15=0$，圓 C：$x^2+y^2=16$，圓 C 上有_____個點與 L 的距離為 1。

解

7 半徑為 $\sqrt{10}$ 的圓與直線 $x-3y=1$ 相切於 $(4,1)$ 且圓心在 $x-3y\geq 1$ 的半平面上，則此圓的圓心坐標為__________。

解

8 直線 $x+y+2=0$ 分別與 x 軸、y 軸交於 A、B 兩點，P 點在圓 C：$(x-2)^2+y^2=2$ 上，則 ΔABP 的最大面積為何？______

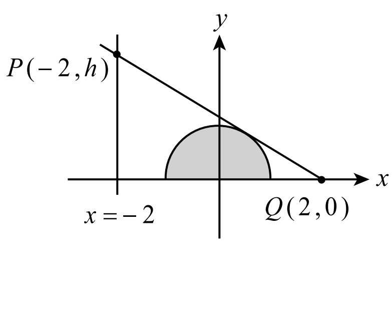
(A) $3\sqrt{2}$　(B) 6　(C) $6\sqrt{2}$　(D) 12　(E) $12\sqrt{2}$

解

9 圓 C 為以 $A(0,3)$、$B(4,1)$ 為直徑兩端點的圓，$P(3,4)$ 在圓 C 上，求過 P 對圓 C 所作的切線方程式為_______________。

解

10 如右圖，$P(-2,h)$ 為一光源（其中 $h>0$），$x^2+y^2=1$（$y\geq 0$）為一半圓形障礙物，光線要照到 $Q(2,0)$，則 h 之最小值為________。



解

1 多項式 $f(x)$ 除以 $x+3$ 的商式為 $g(x)$，餘式為 r，則下列哪些敘述正確？______

(A) $f(x)$ 除以 $10x+30$ 的餘式為 r
(B) $f(x)$ 除以 $10x+30$ 的商式為 $g(x)$
(C) $2f(x)$ 除以 $x+3$ 的商式為 $2g(x)$
(D) $2f(x)$ 除以 $x+3$ 的餘式為 r
(E) $xf(x)$ 除以 $x+3$ 的商式為 $xg(x)$

解

2 多項式 $f(x)$ 除以 x^4-1 的餘式為 $2x^3+x^2+x$，則 $f(x)$ 除以 x^2+1 的餘式為______。

解

3 若多項式 $f(x)=2x^3+ax^2+9x-2$ 除以 x^2+2x+3，餘式為 $x+b$，則 $a-b=$______。

解

4 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為 -2，則下列哪些選項一定**不是** $f(x)$ 除以 $2x^2-7x+3$ 的餘式？______

(A) $x+1$ (B) $x-5$ (C) $x-1$ (D) $-2x+4$ (E) $2x-7$

解

5 已知 $f(x)+g(x)=5x^3+7x^2-4x+3$，若 $g(x)$ 除以 x^2-x-2 的餘式為 $3x+1$，求 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為______。

解

6 ⑴求以 $x+1$ 除 $3x^{18}-7x^{12}+5x^{3}-x+3$ 的餘式為______。

⑵設 $f(x)=x^{5}-4x^{4}-72x^{3}-56x^{2}+15x+7$，則 $f(11)=$______。

㊙解

7 若多項式 $f(x)$ 除以 $(x-2)(x-3)$ 的餘式為 $12x-16$，且多項式 $f(x)$ 有 $x-1$ 的因式，則 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式為________。

解

8 若 $f(x)$ 為三次多項式，以 $x-1$ 除，餘式為 a，以 $x-2$ 除其商式，得餘式為 3，再以 $x-3$ 除第二次之商式，得餘式為 4，且 $2f(2)=f(3)$，則 $a=$_____。

解

9 多項式 $f(x)=ax^{3}+bx^{2}+cx+d$，有 $x-2$、$x-3$ 的因式且 $f(-1)=-48$，$f(5)=48$，則 $f(8)=$_______。

解

10 設 $f(x)=x^{3}-4x^{2}+7x+1=a(x-2)^{3}+b(x-2)^{2}+c(x-2)+d$，求：

⑴ $a-b+c-d=$______。

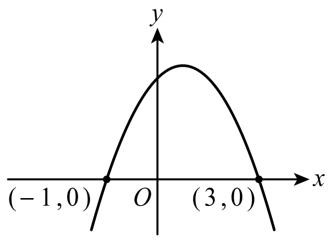
⑵ $f(1.99)$ 的近似值為_______。（四捨五入到小數點後第二位）

解

1 二次函數 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的圖形如右，則下列選項哪些正確？＿＿＿＿＿

(A) $abc>0$　(B) $b^2-4ac>0$　(C) $a-b+c>0$

(D) $f(2)-f(0)=0$　(E) $2a+b=0$



解

2 已知二次函數 $y=f(x)$ 的圖形通過點 $(1,6)$、$(3,2)$、$(-1,2)$，且與 x 軸交於 A、B 兩點，則 $\overline{AB}=$＿＿＿＿＿。

解

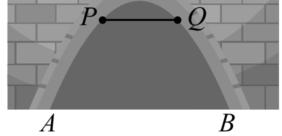
3 將 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形向左平移 2 單位，再向上平移 1 單位，得到新圖形為 $y=7x^2+51x+64$，則 $a+b+c$ 之值為＿＿＿＿。

解

4 設 $f(x)=ax^2+4ax-b$，其中 $a>0$，$-3\le x\le 1$，且最大值為 11，最小值為 -7，則數對 $(a,b)=$＿＿＿＿＿＿。

解

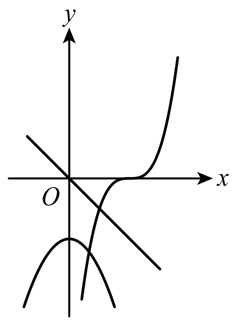
5 如右圖，一拋物線形的隧道，地面 $\overline{AB}$ 寬 10 公尺，最高點離地面 6 公尺，今想在離地面 5 公尺高的地方架一個與地面平行的鐵架 $\overline{PQ}$，則鐵架 $\overline{PQ}$ 為＿＿＿＿＿公尺。



解

6 右圖為三個函數圖形 $y=a_1x$，$y=a_2x^2+k$，$y=a_3(x+h)^3$，則下列選項哪些正確？________

(A) $a_1>0$　(B) $a_2>0$　(C) $a_3>0$　(D) $k>0$　(E) $h<0$

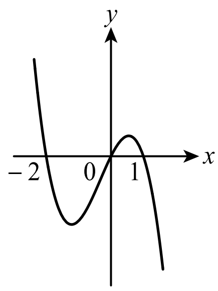


解

7 右圖為三次函數 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的部分圖形且與 x 軸的交點為 $x=0,1,-2$，下列選項哪些正確？________

(A) $a>0$　(B) $b>0$　(C) $c>0$

(D) $d>0$　(E) $a+b+c+d=0$

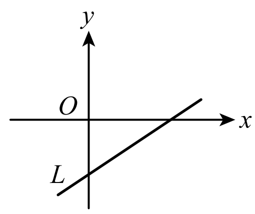


解

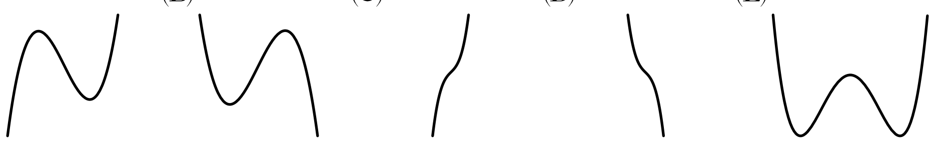
8 若 $f(x)=ax^3-3ax^2+2x-2$ 的對稱中心為 $(h,-2)$，則 $f(3)=$ ______。

解

9 已知一次函數 $y=ax+b$ 的圖形如右，下列哪一個選項的圖形最接近三次函數 $y=ax^3+bx$ 的圖形？______



(A)　(B)　(C)　(D)　(E)



解

10 $f(x)=x^3-2x$ 在 $x=1$ 附近的圖形會近似於下列哪一個一次函數？______

(A) $-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$　(B) $\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$　(C) $x-2$　(D) $2x-3$　(E) $3x-4$

解

多項不等式

1 下列選項何者正確？______

(A)若 $x>5$，則 $(x-5)(x+1)>0$ (B)若 $(x-5)(x+1)>0$，則 $x>5$

(C)不等式 $x^2-4x+4>0$ 的解為所有實數 (D)不等式 $x^2+2x+1\leq 0$ 的解為無解

(E)不等式 $ax>5a$ 的解為 $x>5$

解

2 設 a、b 為實數，$ax^2+bx-2>0$ 之解為 $\frac{1}{3}<x<2$，則不等式 $2x^2+bx-a<0$ 的解為______。

解

3 $f(x)=kx^2+(k+1)x+k-1$ 恆為負，則 k 的範圍為______。

解

4 設 x、y 為任意實數，則下列何者恆為正數？______

(A) x^2-2x+1 (B) x^2+x+1 (C) $-x^2+3x-5$

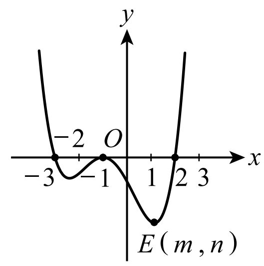
(D) x^2+y^2 (E) $x^2+y^2+x+y+1$

解

5 $(x^2+1)(25x+100)^2\leq(3x-1)(25x+100)^2$ 之解為______。

解

6 右圖為四次多項式 $y=f(x)$ 之圖形，此圖形與 x 軸的三個交點 A、B、C 之 x 坐標依次為 -3、-1、2，且最低點為 $E(m,n)$，則下列敘述哪些正確？＿＿＿＿



(A) $x=-3$、-1、2 是方程式 $f(x)=0$ 的根

(B)方程式 $f(x)=100$ 沒有實數解

(C)方程式 $f(x)=x$ 有兩個實數解

(D)不等式 $f(x)<0$ 的解為 $-3<x<2$

(E)函數 $f(x)$ 的最小值為 n

解

7 若 n 為正整數，且 $(x-4)(x-\sqrt{n})<0$ 恰有一個整數解，則 n 共有＿＿＿種可能的值。

解

8 已知 a 為實數，$(x^2+ax+16)(x+3)(x-1)\le 0$ 的解為 $-3\le x\le 1$，則 a 的範圍為＿＿＿＿＿。

解

9 多項式 $f(x)=2x^4+3x^3+ax^2+bx-3$ 有 $(2x-1)$ 和 $(x+3)$ 的因式，則不等式 $f(x)<0$ 的解為＿＿＿＿＿。

解

10 設二次函數 $f(x)=x^2+ax+b$，若 $f(x)<0$ 的解為 $k<x<k+4$，$f(x)<12$ 的解為 $2k+1<x<k+6$，則 $k=$＿＿＿，$f(x)$ 的最小值為＿＿＿。

解

1 一等差數列 $\langle a_n \rangle$，$a_2 = 3$，$a_{29} = -51$，若 $b_n = 2^{a_n}$，則下列選項哪些正確？＿＿＿＿＿

(A) $a_1 = 1$ (B)公差為 -2

(C) $a_1 + a_2 + \cdots + a_{29} + a_{30} = -720$ (D) $\langle b_n \rangle$ 是等比數列

(E) $b_{15} < b_{20}$

㊦解

2 (1)求等差級數 $2 + 5 + \cdots + 65 + 68 =$ ＿＿＿＿。

(2)求等比級數 $4 - 8 + 16 - 32 + \cdots + 1024 =$ ＿＿＿＿。

㊦解

3 若 a_1、a_2、a_3、⋯和 b_1、b_2、b_3、⋯皆為等差數列，且 $a_1 = 25$，$b_1 = 75$，$a_{100} + b_{100} = 100$，則數列 $a_1 + b_1$、$a_2 + b_2$、⋯的前 100 項的和為＿＿＿＿。

㊦解

4 已知 S_n 為等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和，且 $a_3 + a_8 > 0$，$S_9 < 0$，則 $S_1, S_2, \cdots, S_9$ 中最小的為 S_k，求 $k =$ ＿＿＿。

㊦解

5 設 $\langle b_n \rangle$ 是由正數所組成的等比數列且 $b_5 \times b_6 = 9$，若 $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \cdots \cdot b_{10} = 3^k$，則 $k =$ ＿＿＿＿。

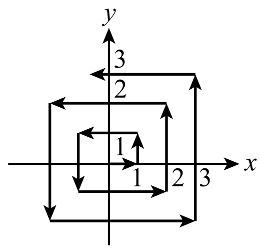
㊦解

6 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 = 1$，$a_{n+1} = 2a_n$，令 $S_n = {a_1}^2 - {a_2}^2 + {a_3}^2 - {a_4}^2 + \cdots + {a_{2n-1}}^2 - {a_{2n}}^2$，求 S_n 等於下列哪一個選項？＿＿＿

(A) $\frac{1}{3}(2^n - 1)$ (B) $\frac{1}{3}(1 - 2^n)$ (C) $\frac{1}{5}(1 - 2^{2n})$ (D) $\frac{1}{5}(1 - 2^{4n})$ (E) $\frac{1}{3}(1 - 2^{4n})$

㊦解

7 一隻螞蟻在坐標平面上由原點出發，沿右圖所示路線前進，則此螞蟻到達坐標為 $(50,50)$ 之點時，共走了________單位長。



解

8 已知數列 $\langle a_n\rangle$ 的首項 $a_1=\dfrac{1}{3}$，$a_n=\dfrac{2a_{n-1}}{a_{n-1}+1}$，$n\geq 2$，則：(1) $a_4=$______ (2)推測一般項 $a_n=$________________。

解

9 如右圖，其邊長依序為 1、2、3 的五邊形，第 n 個圖上的 1 單位的線段數為 a_n，則：

(1) $a_n-a_{n-1}=$________ (2) $a_{30}=$________。

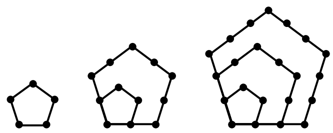
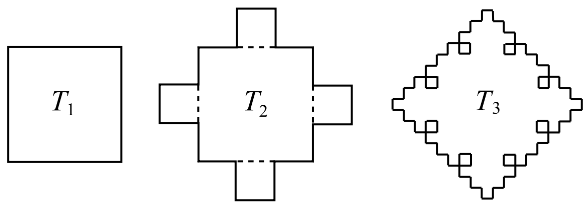


圖1 圖2 圖3

解

10 設 T_1、T_2、T_3、…為一群多邊形，其作法如下：T_1 為邊長等於 1 之正方形；以 T_n 每一邊中間三分之一的線段為一邊，向外作正方形，然後將該三分之一線段抹去，所得的多邊形為 T_{n+1}，$n=1$、2、…（如右圖所示）。令 a_n 表 T_n 的面積，請計算 $a_4=$________。



4邊 20邊 100邊

解

1 9 個數字 2、3、4、5、6、7、8、9、10 的全距為_____，算術平均數 μ 為_____，中位數 Me 為_____，四分位距 IQR 為_____，標準差 σ 為________。

㊁

2 有一組資料 x、6、14、6、9、8、6，其算術平均數為 a，中位數為 b，眾數為 c，若 $6 < x \le 8$，且 a、b、c 三數為公差為正數的等差數列，則 $x =$_____。

㊁

3 下列哪些條件可保證所有數據的值都一樣大？________

(A)算術平均數為 0　(B)全距為 0　(C)中位數為 0
(D)標準差為 0　(E)四分位距為 0

㊁

4 老王開設一家公司，連續四年成長率依序為 62%、28%、25%、－20%，則此公司平均成長率為________。

㊁

5 有 10 個數值，已知 $x_1 + x_2 + \cdots + x_{10} = 150$，$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{10}^2 = 2500$，試求算術平均數 $\mu =$______，標準差 $\sigma =$_____。

㊁

6 高一某班數學段考成績算術平均數為 48 分，標準差為 6 分，老師決定將成績以 $y=ax+b$ 的方式加分（$a>0$，x 為原始分數）將成績提高到平均分數 60 分，標準差 8 分。學生小穎調整後分數剛好 100 分，則小穎的原始分數為______分。

解

7 有五組資料分別如下：

A：1、2、3、4、5；B：-1、-2、-3、-4、-5；

C：2014、2015、2016、2017、2018；D：3、3、3、3、3；E：1、1、3、5、5

這五組數據標準差依序為 σ_1、σ_2、σ_3、σ_4、σ_5，試比較 σ_1、σ_2、σ_3、σ_4、σ_5 的大小關係為____________。

解

8 數值 1、2、2、3、3、3、4、4、4、4、5、5、5、5、5、⋯、$\underbrace{30、30、\cdots、30}_{\text{共 30 個}}$，則：

⑴算術平均數為______ ⑵第 20 百分位數為______。

解

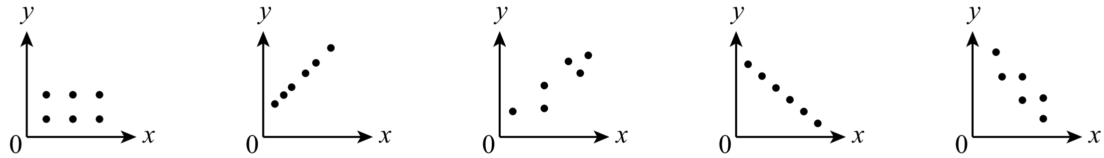
9 有一組數據共 100 個數值，其中含有 60、75、42 這三個數，若標準化後 60 變成 -0.1，75 變成 0.4，則 42 會變成________。

解

10 某集合內有 5 個正整數的元素，其平均值為 5，中位數為 5，且只有 8 為眾數，則這五個數的標準差 σ 為______。（求至小數點後第一位，第二位四捨五入）

解

1 下面五個散布圖，x 與 y 的相關係數由左到右依次為 a、b、c、d、e，則下列哪些選項正確？＿＿＿＿



(A) $a < e$　(B) $b = d$　(C) $a < c$　(D) $e < c$　(E) $b > e$

解

2 將 n 筆 (x_i, y_i) 的資料繪製成散布圖，已知其相關係數為 r，則下列敘述何者正確？＿＿＿＿

(A)若所有的點都落在 $y=\frac{1}{2}x-10$ 的直線上，則 $r=\frac{1}{2}$

(B)當 $r=1$ 時，散布圖上的點必在同一直線上

(C)當 $r=-1$ 時，散布圖上的點必在斜率為 -1 的直線上

(D)當 $r=-1$ 時，表示 x、y 無關

(E)當 $r=0$ 時，散布圖為水平線或鉛直線

解

3 右表有 5 筆數據，應去掉哪一筆後，其相關係數會變最大？＿＿＿＿

x	1	2	3	4	5
y	5	6	9	7	9

(A) $(1, 5)$　(B) $(2, 6)$　(C) $(3, 9)$

(D) $(4, 7)$　(E) $(5, 9)$

解

4 數對 (X, Y) 的 n 筆資料為 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_n, y_n)$，$\mu_x$ 與 μ_y 分別為 X 與 Y 的算術平均數，若 $\mu_x=3$，$\mu_y=3.7$，且 X 與 Y 為正相關，則下列何者可能是 Y 對 X 的迴歸直線？＿＿＿＿

(A) $y=0.4x+2$　(B) $y=-3x+12.7$　(C) $y=-0.3x+2.8$

(D) $y=2x-2.3$　(E) $y=x+0.4$

解

5 有一組資料 (x, y)，已知平均數 $\mu_x=5$，$\mu_y=2$，標準差 $\sigma_x=4$，$\sigma_y=8$ 且 y 對 x 的迴歸直線通過點 $(2, 6)$，試求 x 與 y 的相關係數為＿＿＿＿。

解

6 泡麵公司打算推出新產品，先把現有各種產品的售價及其銷售量（千箱）列表如右，以售價為 x 值，銷售量為 y 值，試求：

售價（元）	20	22	24	26	28
銷售量（千箱）	12	13	11	9	10

⑴相關係數 r 為________ ⑵ y 對 x 的迴歸直線方程式為________________。

⑶若售價訂為 25 元，可預測銷售量為________千箱。

解

7 有一組資料 (x,y)，已知平均數 $\mu_x=20$，標準差 $\sigma_x=2$，相關係數 $r=-0.5$，且 y 對 x 的迴歸直線為 $y=-2x+10$，則下列選項哪些正確？________

(A)標準差 $\sigma_y=4$

(B)平均數 $\mu_y=-30$

(C)已知 $x=-10$，則 y 值必為 30

(D)若 $x'=\frac{1}{20}x+20$，則 $\sigma_{x'}=\frac{1}{10}$

(E)相關係數 $r(\frac{1}{20}x+20,y)=-0.5$

解

8 有一組資料 (X,Y)，已知算術平均數分別為 $\mu_x=2$，$\mu_y=3$，標準差分別為 $\sigma_x=1$，$\sigma_y=2$，相關係數 $r(X,Y)=0.8$，設 $A=-3X+2$，$B=3Y-1$，則：

⑴ $\mu_A=$________ ⑵ $\sigma_B=$______ ⑶ A 與 B 的相關係數為________

⑷ B 對 A 的迴歸直線方程式為________________。

解

9 設 x、y 的數據如右表所示，已知算術平均數 $\mu_x=3$，$\mu_y=8$，x、y 的標準差皆為 $\sqrt{2}$，x、y 的相關係數為 0.9。若增加一筆數據 $(5,8)$，則下列哪些選項中六筆數據的統計量比原來的五筆數據時較大？________

x	1	2	3	4	5
y	6	7	9	8	10

(A) x 的算術平均數　(B) y 的算術平均數　(C) x 的標準差

(D) y 的標準差　(E) x、y 的相關係數

解

10 五筆標準化資料如右：$(1.5,-0.5)$、$(0.5,0)$、$(0,1.5)$、$(-0.5,0.5)$、$(-1.5,-1.5)$，求：⑴相關係數為________ ⑵迴歸直線為__________ ⑶若原始數據的 $\mu_x=10$，$\mu_y=20$，$\sigma_x=5$，$\sigma_y=3$，則原始數據的迴歸直線為________________。

解

邏輯、集合與基本計數原理

1 下列選項哪些正確？＿＿＿＿＿

(A) $3 \geq 3$

(B)若 $(x-1)^2+(y-2)^2=0$，則 $x=1$ 且 $y=2$

(C)若 $x^2-3x+2=0$，則 $x=1$

(D)「$x=1$ 且 $y=2$」的否定敘述為「$y \neq 2$ 且 $x \neq 1$」

(E)「投擲硬幣三次至少出現一次正面」的否定敘述為「投擲硬幣三次都沒出現正面」

解

2 設 x、y 是實數，$x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ 是 $x^2+y^2 \geq 4$ 的＿＿＿。

(A)充分非必要條件　(B)必要非充分條件　(C)充要條件　(D)非充分也非必要條件

解

3 已知集合 $A=\{x \mid x>-2，x \in R\}$，且 $A \cup B=A$，則集合 B 可為下列何者？＿＿＿＿＿

(A) $\{x \mid |x|>1\}$　(B) $\{x \mid x^2>4\}$　(C) $\{-1,0,1,2,3,\cdots\cdots\}$

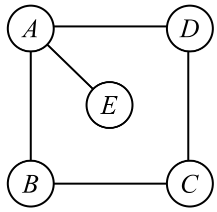
(D) $\{x \mid x=2^t，t \in R\}$　(E) $\{x \mid x=t^2-2，t \in R\}$

解

4 學生共 50 人，自由報名參加國文、數學、理化的學科競賽。已知考國文的有 35 人，考數學的有 25 人，考理化的有 33 人，考國文與數學的有 17 人，考數學與理化的有 15 人，考理化與國文的有 22 人，考國文、數學、理化三科的有 9 人。試問，考一科的有＿＿＿人，考兩科的有＿＿＿人，沒有參加考試的有＿＿＿人。

解

5 如右圖，有 5 個圓圈，圓圈與圓圈之間有連線，現用三種不同顏色將每個圓圈塗一種顏色，但連接的兩個圓圈不可以塗同一種顏色，則有＿＿＿種不同的塗法。



解

6 用 0、1、2、3、4 排成一個數字相異的五位數，這些五位數中，百位數字是 3 的偶數有______個。

㊁

7 我國的機車牌照為六位的字母與數字，原本前三位為英文字母，後三位為 0 ～ 9 的數字且個位數不為 4，如 $\boxed{UKX-571}$。經過十幾年後號碼不敷使用，因此又設計出前三位為 0 ～ 9 的數字且個位數不為 4，末三位為英文字母如 $\boxed{425-NQG}$。請問在這些條件之下，我國的機車牌照共可發出多少面？______

(A) $26\times25\times24\times900$ 面
(B) $26\times26\times26\times1000$ 面
(C) $26\times26\times26\times900$ 面
(D) $26\times26\times26\times900\times2$ 面
(E) $(26\times26\times26\times900)^2$ 面

㊁

8 在一場職業保齡球初賽後，前五名依次為甲、乙、丙、丁、戊，再進入總決賽。第一場由排名第 5 的人挑戰排名第 4 的人，輸的人確定得第五名，贏的人再挑戰排名第 3 的人；輸的人確定得第四名，贏的人再挑戰排名第 2 的人；輸的人確定得第三名，贏的人再與排名第 1 的人爭奪冠亞軍。則總決賽比完後，可能產生______種不同的排名方式。

㊁

9 小豪衣櫥裡有不同的上衣、褲子、鞋子，款式如右表，為了美觀，穿 T 恤、休閒服時不搭西裝褲，穿西裝褲時不搭運動鞋與休閒鞋，請問小豪可搭出______種不同的造型。

上衣	T 恤、休閒服、襯衫各一件
褲子	牛仔褲、休閒褲、西裝褲各一條
鞋子	運動鞋、休閒鞋、皮鞋各一雙

㊁

10 一隻青蛙在 a、b、c、d、e、f 等六個相異點上跳動，每次跳動的降落點異於起跳點，若此青蛙從 a 點開始起跳，跳四次後仍回到 a 點，則跳法數為______種。

㊁

第 12 回 各種排列問題

1 下列敘述哪些正確？＿＿＿＿＿

(A)甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人排成一列，甲、乙相鄰的排法有 $2!\times6!$ 種

(B)甲、乙、丙、丁、戊、己 6 人排成一列，甲一定在乙的左方排法有 $\frac{6!}{2!}$ 種（甲、乙可相鄰也可分開）

(C)將 a、a、b、c、d、e 排成一列，排法有 $\frac{6!}{2!}$ 種

(D) 4 本相同的書及 2 本不同的字典分給 6 人，每人 1 本有 $\frac{6!}{2!}$ 種分法

(E) 6 本不同的書任意分給甲、乙兩人的方法有 6^2 種

解

2 五男五女排一列而坐，若男女相間而坐，則其坐法共有幾種？＿＿＿＿

(A) $5!$ 種　(B) $5!\times2!$ 種　(C) $5!\times5!$ 種　(D) $5!\times4!$ 種　(E) $5!\times5!\times2!$ 種

解

3 右表有六種餐點，小豪每天中午隨機選購一種餐點而且連續六天都不能相同：(1)若小豪第 1 天點飯，第 3 天點粥，則這六天選購餐點的方法有＿＿＿＿種　(2)若小豪不連續兩天吃飯，也不連續兩天吃麵，則這六天選購餐點的方法有＿＿＿＿種。

類型	餐　　點
飯	雞腿飯、排骨飯
水餃	高麗菜水餃
麵	榨菜肉絲麵、鍋燒麵
粥	皮蛋瘦肉粥

解

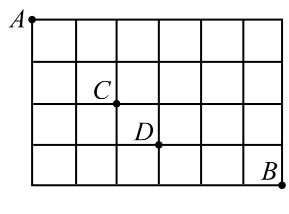
4 有甲、乙、丙、⋯，共 n 人，若任選出含有甲在內的 5 個人排成一列，共有 25200 種排法，則 $n=$＿＿＿＿。

解

5 如右圖，棋盤形街道有縱街 7 條、橫街 5 條，由角落 A 走到對角 B，取捷徑走法，則：(1)共有＿＿＿＿種走法。

(2)經過 C 也經過 D，有＿＿＿＿種走法。

(3)不經過 C 且不經過 D，有＿＿＿＿種走法。



解

6 小明上樓梯時一步跨一階或一步跨兩階，但不會連續兩步都跨兩階，若小明爬 9 階樓梯，則他上樓的方法共有______種。

㊰

7 0、4、4、9、9、9 任取 5 個，共可排成______種不同的五位數。（0 不可在首位）

㊰

8 三位數的正整數中，恰有兩位數字相同，另一位數字相異者，共有______個。

㊰

9 ⑴ 6 個不同的球放入 2 個不同的箱子，每箱至少一球的方法有______種。

⑵ 6 個人搭乘 2 部計程車，每車至多載客 4 人，則不同載法有______種。

㊰

10 五棟舊房子排成一列進行外牆磁磚翻新，已知外牆磁磚顏色有象牙白、粉彩、鐵灰、褐黃四種選擇，則：

⑴五棟房子外牆磁磚恰用兩種顏色時，共有______種選擇。

⑵規定相鄰的房子不可同色，且四種顏色磁磚必須全用時，有______種選擇。

㊰

對話式第1-2冊　第13回　組合與二項式定理

1 下列哪些選項的值可用 C^5_3 來表示？______

(A) 5 人任選 3 人為一組的方法數

(B) $aaabb$ 五個字母的排列數

(C)將 $aaaabbb$ 排成一列，且三個 b 完全不相鄰的排法數

(D)從 1、2、3、4、5 五個數字中，取相異三數由小而大排列的方法數

(E) $(a+b)^5$ 展開式中 a^3b^2 的係數

解

2 從 6 名男人、5 名女人中選 4 人，其中至少 2 名為男人、1 名為女人，共有______種選法。

解

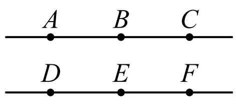
3 從甲、乙、丙、…，共 9 人中選出 4 人：

⑴甲、乙至少有一人被選上參加社團，有______種選法。

⑵若此 4 人必須在座談會上依被選上的順序發言，已知甲、乙都被選上且他們中間恰好間隔 1 人，則共有______種不同的發言順序。

解

4 設右圖中，A、B、C 三點共線，D、E、F 三點共線，利用這六點中的 3 個點作頂點所形成的三角形共有多少個？______



(A) 9 個　(B) 14 個　(C) 16 個　(D) 18 個　(E) 20 個

解

5 7 間不同的辦公室分給 8 個人使用，其中 2 人共用一間辦公室，其他 6 人一人一間辦公室，求辦公室共有______種使用方法。

解

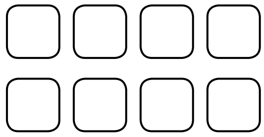
6 將甲、乙、丙、丁、戊共 5 人，分配到 A、B、C、D 共 4 所學校：

⑴若每校至少一人，則有______種分配方法。

⑵若每校至少一人，且甲不去 A 校，則有______種分配方法。

解

7 將 1、2、3、4、5、6、7、8 共 8 個數排成兩列，如右圖：



⑴每一直行上方的數大於下方的數有______種填法。

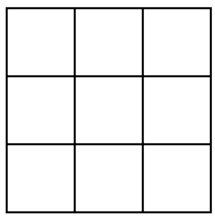
⑵每一直行的數字和皆相等有______種填法。

解

8 在 $(2x-\frac{1}{x^2})^8$ 展開式中，x^2 項的係數為______。

解

9 在右圖 9 個小正方格子中每一格填入○或×，方法數為______。（多選）



(A) 9^2 種　　(B) 2^9 種

(C) C^9_2 種　　(D) $C^9_0+C^9_1+C^9_2+C^9_3+\cdots+C^9_9$ 種

(E) P^9_2 種

解

10 ⑴ 40^{25} 除以 13 的餘數為______。

⑵求 $(0.99)^6$ 之近似值至小數點以下第二位為______。

解

第 14 回　古典機率與期望值

1 重複投擲一個硬幣 12 次，下列敘述哪些正確？________

(A)可能出現 12 次反面

(B)恰出現 6 次正面的機率為 $\frac{1}{2}$

(C)出現 4 次正面的機率等於出現 8 次正面的機率

(D)恰出現 7 次正面的機率最大

解

2 1、2、3、4、5 全取排成一列，則此五位數：

(1)能被 5 整除的機率為 ________　(2)能被 4 整除的機率為 ________。

解

3 (1)甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛共 8 人隨機排成一列，則甲、乙、丙三人完全分離的機率為 ________。

(2) 1 ～ 8 共 8 個正整數，任選三個數，三個數中任兩個皆不連號的機率為 ________。

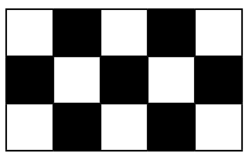
解

4 袋中有三白球（編號 1 到 3）、五紅球（編號 1 到 5）、六黑球（編號 1 到 6）。今由袋中取出兩球，若機會均等，則此兩球：

(1)同色的機率為 ________　(2)同號的機率為 ________。

解

5 如右圖，有一個黑白相間的棋盤方格，今由此方格任選出兩白一黑，則此三格沒有完全在同一列的機率為 ________。



解

6 P_1 為丟 2 個公正硬幣時，恰出現 1 個正面的機率，P_2 為擲 2 個均勻骰子，恰出現 1 個偶數點的機率，P_3 為丟 4 個公正硬幣時，恰出現 2 個正面的機率。下列選項何者為真？______

(A) $P_1 = P_2 = P_3$ (B) $P_1 = P_2 > P_3$ (C) $P_1 = P_3 < P_2$ (D) $P_1 = P_3 > P_2$ (E) $P_3 > P_2 > P_1$

㊣解

7 擲一均勻骰子三次，設三次中至少出現一次 3 點的事件為 A，至少出現一次 5 點的事件為 B，則：⑴ $P(A \cap B) =$ ______ ⑵ $P(A \cup B) =$ ______。

㊣解

8 若事件 A 發生的機率為 $\frac{1}{2}$，事件 B 發生的機率為 $\frac{2}{3}$，若 P 表事件 A 與事件 B 皆發生的機率，則 P 值的範圍為 ______。

㊣解

9 某次數學測驗共有 25 題單一選擇題，每題都有五個選項，每答對一題可得 4 分，答錯倒扣 1 分，某生確定其中 16 題可答對；有 6 題他確定五個選項中有兩個選項不正確，因此這 6 題他就從剩下的選項中分別猜選一個；另外 3 題只好亂猜，則他這次測驗得分之期望值為______分。（計算到整數為止，小數點以後四捨五入）

㊣解

10 編號由 0000 號到 9999 號共 10000 張的彩券，其中獎方式如右表，則一張彩券在開獎前，它的平均價值為______元。

㊣解

特獎	2183
	同期彩券四位數號碼與上列號碼相同者獎金十萬元
頭獎	3069 0307 7692 0106
	同期彩券四位數號碼與上列號碼相同者獎金二萬元
二獎	同期彩券末三位數號碼與頭獎號碼末三位相同者獎金五千元

對話式第1-2冊　第15回　廣義角的三角比

1 下列選項哪些為真？__________

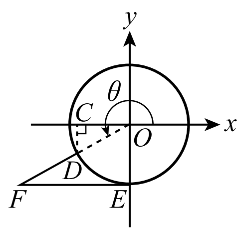
(A) $\sin 46^\circ < \cos 46^\circ$　(B) $\tan 50^\circ > \tan 40^\circ$　(C) $\tan 50^\circ < \dfrac{1}{\cos 50^\circ}$

(D) $\sin 225^\circ < \cos 225^\circ$　(E) $\cos 104^\circ > \tan 104^\circ$

解

2 如右圖，θ 是一方向角，$\overline{CD} \perp x$ 軸，$\overline{EF}$ 是單位圓的切線，則：

(1) $\overline{CD} =$__________　(2) $\overline{EF} =$__________。（用 $\sin\theta$ 或 $\cos\theta$ 表示）



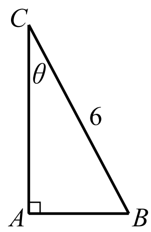
解

3 化簡：(1) $\cos^2 60^\circ + \tan^2 45^\circ + \sin^2 31^\circ + \sin^2 59^\circ =$______。

(2) $\cos 120^\circ \sin(-330^\circ) + \cos 330^\circ \tan 750^\circ =$______。

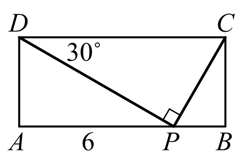
解

4 如右圖，直角 ΔABC 中，$\angle A = 90^\circ$，$\angle C = \theta$，$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{5}{4}$，且 $\overline{BC} = 6$，則 ΔABC 面積為______。



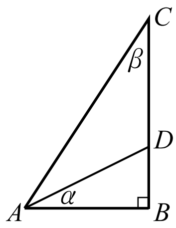
解

5 長方形 $ABCD$ 如右圖，P 點在 $\overline{AB}$ 上，已知 $\overline{AP} = 6$，$\angle DPC = 90^\circ$，$\angle CDP = 30^\circ$，則長方形 $ABCD$ 的面積為__________。



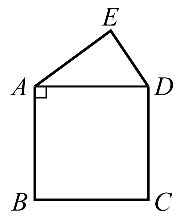
解

6 如右圖，ΔABC 中，$\angle B=90^\circ$，$\overline{AB}=2$，$\overline{BD}=1$，$\alpha=\beta$，則 $\overline{CD}=$______。



解

7 如右圖，若 $ABCD$ 為正方形且邊長為 5，$\overline{AE}=4$，$\angle EAB=\theta$，則 E 點到 $\overline{AD}$ 的距離為何？______



(A) $4\sin\theta$　(B) $-4\sin\theta$　(C) $4\cos\theta$　(D) $-4\cos\theta$　(E) $4\tan\theta$

解

8 有向角的始邊為 x 軸正向，終邊上一點 $P(x,-5)$ 且 $\cos\theta=\dfrac{3}{5}$，則 $x=$______，$\sin\theta=$______，$\sin(\theta-90^\circ)=$______。

解

9 設 θ 滿足 $4\sin^2\theta+8\cos\theta+1=0$，又 $\tan\theta>0$，且 A 點的極坐標為 $[4,\theta]$，求 A 點的直角坐標為______。

解

10 設 $\sin\theta$ 與 $\cos\theta$ 為方程式 $3x^2-4x+k=0$ 之兩根，則：

(1) $\sin\theta+\cos\theta=$______　(2) $k=$______　(3) $\sin^3\theta+\cos^3\theta=$______。

解

1 ΔABC 中，$\overline{CA}=8$，$\overline{CB}=7$，$\angle C=120^\circ$，則下列哪些選項正確？＿＿＿＿＿

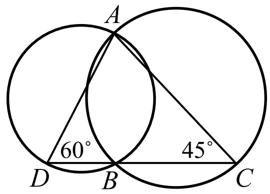
(A) ΔABC 面積 $=14\sqrt{3}$　(B) $\overline{AB}=13$

(C)外接圓半徑 $R>10$　(D)內切圓半徑 $r<2$

(E)若 M 為 $\overline{AB}$ 中點，則 $\overline{AB}$ 邊上的中線 $\overline{CM}>4$

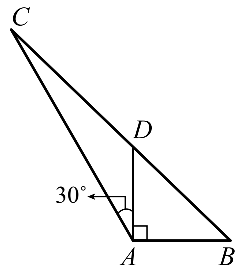
解

2 如右圖，大小兩圓相交於 A、B 兩點，且 $\angle ACD=45^\circ$，$\angle ADC=60^\circ$，則大圓與小圓的面積比為＿＿＿＿。



解

3 如右圖，ΔABC 中，已知 $\overline{DA}\perp\overline{AB}$，$\angle CAD=30^\circ$，$\overline{AB}=2$，$\overline{AC}=5$，則 $\overline{AD}=$＿＿＿＿。



解

4 關於 ΔABC 三個內角的敘述，下列哪些選項的敘述正確？＿＿＿＿＿

(A)可找到 ΔABC 使得 $\sin A：\sin B：\sin C=2：3：5$ 成立

(B)若 $\sin A：\sin B：\sin C=3：4：5$，則 $\angle C=90^\circ$

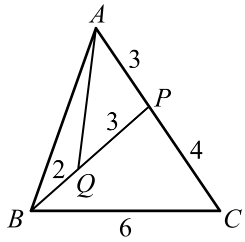
(C)若 $\cos^2 A+\cos^2 B=1+\cos^2 C$，則 $\cos C=0$

(D)若 $\angle A<\angle B$，則 $\sin A<\sin B$

(E)若 $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，則 $\angle A=60^\circ$

解

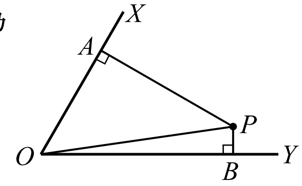
5 ΔABC，已知 $\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=7$，若 $P\in\overline{AC}$ 且 $Q\in\overline{BP}$，$\overline{AP}=3$，$\overline{PQ}=3$，$\overline{BQ}=2$，如右圖，請求出 $\overline{AQ}=$ ______ 。



解

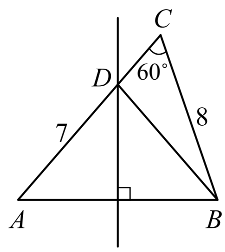
6 如右圖，$\angle XOY=60^\circ$，P 到 $\overline{OY}$ 的距離為 2，P 到 $\overline{OX}$ 的距離為 11，則：

(1) $\angle APB=$ ________ (2) $\overline{AB}=$ ________ (3) $\overline{OP}=$ ______ 。



解

7 在 ΔABC 中，$\overline{AB}$ 的垂直平分線交 $\overline{AC}$ 於 D，若 $\angle C=60^\circ$，$\overline{AD}=7$，$\overline{BC}=8$，則 ΔABC 面積為 ________________ 。（兩解）



解

8 坐標平面上，已知兩直線 L_1：$y=x$ 與 L_2：$y=-\sqrt{3}x$，若直線 L_1 和 L_2 的銳夾角為 θ，則 $\tan 2\theta=$ ________ 。

解

9 化簡：(1) $\sin^{-1}(-\dfrac{\sqrt{3}}{2})+\cos^{-1}(-\dfrac{1}{2})+\tan^{-1}(-1)=$ ______ (2) $\sin^{-1}\dfrac{3}{7}+\cos^{-1}\dfrac{3}{7}=$ ______ 。

解

10 某人於山頂 P 俯視地面上 A 地與 B 地，其俯角分別為 30°、45°，若從山頂 P 測得兩地的視角（即 $\angle APB$）為 135° 且 $\overline{AB}=400$ 公尺，則山高為 ________ 公尺。

解