



Universidad Carlos III  
Curso Heurística y optimización  
Curso 2022-23

## Práctica 1

Fecha: 28/10/2022

GRUPO: 80 NIA: 100451183 / 100451253

Alumnos: Joaquín García Pozo / Andrés Rodríguez García

Github: <https://github.com/100451183/p1-451183-451253>

# Índice

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Repositorio Github</b>                      | <b>3</b>  |
| <b>2. Introducción</b>                            | <b>3</b>  |
| <b>3. Descripción de los modelos</b>              | <b>4</b>  |
| 3.1 Parte 1                                       | 4         |
| Modelización del problema                         | 4         |
| 3.2 Parte 2                                       | 7         |
| Modelización del problema                         | 8         |
| <b>4. Análisis de los resultados.</b>             | <b>11</b> |
| 4.1 Parte 1                                       | 11        |
| Análisis de resultados y complejidad del problema | 11        |
| Problemas alternativos                            | 11        |
| Solver  | 12        |
| 4.2 Parte 2                                       | 13        |
| Análisis de resultados y complejidad del problema | 13        |
| <b>5. Conclusiones</b>                            | <b>13</b> |
| 5.1 Ventajas y desventajas                        | 13        |

# 1. Repositorio Github

El repositorio donde se encuentra la práctica se localiza mediante la siguiente url (especificada en la portada de la memoria)

<https://github.com/100451183/p1-451183-451253>

## 2. Introducción

El presente informe detalla la resolución de un problema de optimización propuesto en el enunciado de la práctica. El trabajo se compone de tres partes. La primera parte trata sobre un problema de generación de rutas de autobuses escolares. A este enunciado se especifican una serie de restricciones.

Para la primera parte se modela el problema de programación lineal a mano, incluyendo las variables, la función objetivo y las restricciones necesarias para la resolución del problema. A continuación se han introducido estos datos en una hoja de cálculo para resolver el problema mediante la aplicación de la herramienta solver, un solucionador de problemas matemáticos. En este caso calcula el mínimo coste que producen los autobuses en el momento de realizar las rutas.

Para la segunda parte, se han añadido más datos, y por consiguiente más restricciones al problema. Primero se ha modelado el problema como en la parte 1. La segunda parte se ha resuelto utilizando el lenguaje MathProg y GKLp.

Por último se realizan una serie de conclusiones para analizar los resultados obtenidos y describir las soluciones, a la vez que se comentan las ventajas y desventajas de los lenguajes y herramientas utilizadas

## 3. Descripción de los modelos

A continuación se especifican los modelos para la parte 1 y 2. Esto incluye la modelización matemática para ambas partes, incluyendo la función objetivo, las variables y las restricciones

### 3.1 Parte 1

El modelo básico muestra un grafo con cinco vértices. Los vértices representan destinos de los autobuses, y las aristas son los caminos por donde puede pasar. Estas aristas tienen asociado un coste, el cual representa la distancia en kilómetros entre los destinos. Para realizar las rutas, está permitido utilizar un máximo de 3 autobuses, los cuales salen del aparcamiento. El aparcamiento está conectado con las 3 paradas disponibles. Las paradas

están conectadas entre sí y se conectan también con el colegio, destino final de todas las rutas. Para este caso, se deben recoger a 30 alumnos y llevarlos al destino. En el siguiente apartado se explica con más detalle el modelo matemático realizado para este problema.

## Modelización del problema

### Variables de decisión:

Matriz de destinos  $A_{m \times n}$ : esta matriz binaria representa por dónde pasan los autobuses. El valor del elemento es 0 si no pasa y 1 si pasa por el vértice.

$$A_{m \times n} \text{ siendo } m = n = 5; A_{m,n} \in \{0, 1\} \forall m, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

Los valores que pueden tomar  $m$  y  $n$  son los siguientes: 0 es el aparcamiento, 1 es la primera parada, 2 es la segunda parada, 3 es la tercera parada y 4 es el colegio.

Matriz de flujo  $B_{m \times n}$ : esta matriz representa el número de alumnos que lleva el autobús desde que empieza el problema. Realiza un recuento de los alumnos y se encarga de que los alumnos lleguen al destino y se cumplan las condiciones del problema. Por ejemplo, si un autobús va de la parada  $m$  a la parada  $n$ , el valor de ésta posición en la matriz de flujo sería los alumnos que ya llevaba anteriormente más los que esperaban en la parada  $n$ . Más adelante se especifican las restricciones que aplica al ejercicio.

$$B_{m \times n} \text{ siendo } m = n = 5; B_{m,n} \in \mathbb{N} \forall m, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

El rango de valores que puede tomar para las filas y columnas son los mismos que en la matriz anterior, de 0 a 4, significando lo mismo.

### Constantes:

Matriz de costes  $C_{m \times n}$ : esta matriz representa los costes que hay asignados en las aristas. Estos no varían, por lo que se añaden al problema como constante. En esta matriz, los caminos que son inaccesibles se han marcado con un valor extremadamente alto para que no se pueda considerar como solución. No están permitidos bucles ni tampoco ir del colegio al aparcamiento y viceversa, por lo que ha estos valores se inicializan a 1000000.

$$C_{m \times n} \text{ siendo } m = n = 5; C_{m,n} \in \mathbb{N} \forall m, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$\begin{pmatrix} 1000000 & 8 & 10 & 10 & 1000000 \\ 8 & 1000000 & 3 & 7 & 6 \\ 10 & 3 & 1000000 & 5 & 7 \\ 10 & 7 & 5 & 1000000 & 4 \\ 1000000 & 6 & 7 & 4 & 1000000 \end{pmatrix}$$

Matriz de personas  $P_{m \times n}$ : la matriz de personas indica el número de personas que están en cada parada. En el caso del colegio y el aparcamiento no tienen alumnos ya que no son paradas, por lo que los valores de la matriz para esas posiciones son de 0.

$$P_{m \times n} \text{ siendo } m = 5, n = 1; P_{m,n} \in \mathbb{N} \forall m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Coste del kilometraje: el coste por kilómetro es de 5€.

Coste por autobús: el coste por autobús es de 120€.

### **Función objetivo:**

El objetivo de este problema es minimizar el coste del transporte escolar. Esto supone reducir el número de rutas que salen del aparcamiento, e intentar que el número de alumnos por autobús sea el mayor posible. Teniendo en cuenta las variables y las constantes del problema, es posible extraer la siguiente fórmula matemática que expresa el objetivo.

$$\text{mín } z = 120 \sum_{n=0}^4 A_{0n} + 5 \sum_{m=0}^4 \sum_{n=0}^4 A_{mn} C_{mn}$$

La función objetivo es la suma de la cantidad de autobuses que salen del aparcamiento (fila 0 de la matriz de destinos A) por el coste fijo del autobús más los kilómetros recorridos en total por el coste fijo por kilómetro. La matriz de destinos indica por dónde se ha pasado, y por tanto, se multiplica cada elemento por la matriz de costes, marcando así la suma de la distancia recorrida por todas las rutas. Por último, este resultado se multiplica por el coste del kilómetro.

### **Restricciones:**

Las restricciones del problema se van a definir a continuación. Algunas de estas restricciones vienen definidas en el enunciado del problema, y otras han sido añadidas para poder acotar el problema y resolverlo de la manera más óptima.

#### 1. A cada parada llega una única ruta

Aplicando la restricción a la modelización del problema, esta restricción se indica en las columnas de la matriz de destinos. El sumatorio de los elementos de cada fila de las paradas tiene que ser igual a 1, debido a que solo se puede pasar por una parada cada vez.

$$\sum_{m=1}^3 A_{m,n} = 1 \forall n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

2. De cada parada sale una única ruta

De manera similar a la restricción anterior, se comprueban las salidas de las paradas.

$$\sum_{n=1}^3 A_{m,n} = 1 \quad \forall m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

3. El número de rutas no puede superar el número de autobuses disponibles.

Esta restricción se comprueba sumando los elementos de la fila 0 de la matriz de destinos, ya que indica cuántos autobuses han salido del aparcamiento. Se comprueba que sea menor o igual que 3.

$$\sum_{n=1}^3 A_{0,n} \leq 3 \quad \forall m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

4. Todas las rutas salen del parking y llegan al colegio.

Esta restricción especifica que la fila de la matriz destino del aparcamiento sea igual a la columna del colegio, en esta matriz, ya que indica que los autobuses han llegado al colegio.

$$\sum_{n=1}^3 (A_{0,n} - A_{n,4}) = 0$$

5. El flujo de alumnos desde la localización X hasta la localización Y no puede superar la capacidad del autobús en caso de que haya una ruta que va de X a Y.

Se ha realizado para modelar esta restricción una matriz de flujo que controle la cantidad de alumnos que se movilizan durante el problema. Lleva el acumulado de estos (cantidad de alumnos en el autobús) hasta el colegio.

$$\sum_{m=0}^4 B_{m,n} \leq 20 \quad \forall n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

6. El flujo de alumnos que sale de una parada debe ser exactamente el flujo de alumnos que entra en esa parada más el número de alumnos que esperan en ella.

La cantidad de alumnos que sale de una parada debe ser igual a la cantidad que entra menos los que están en la parada. B es la matriz de flujo y P es la cantidad de alumnos esperando en una parada.

$$\sum_{m=0}^4 (B_{n,m} - (B_{m,n} + A_{n,m} * P_m)) = 0 \quad \forall n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

7. El número de alumnos que llegan al colegio tiene que ser 30.

$$\sum_{m=0}^4 B_{m,4} = 30$$

8. Tienen que salir autobuses de la parada (mínimo 1).

$$\sum_{n=1}^3 A_{0,n} \geq 1 \quad \forall m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

9. No se puede volver a visitar una parada (bucles).

De una parada 1 se puede ir a otra parada 2, pero de parada 2 no se puede volver a 1.

$$A_{m,n} + A_{n,m} \leq 1 \quad \forall n, m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

10. El número de salidas tiene que ser el número de entradas.

Con esto se comprueba que ninguna parada es el punto origen de una ruta.

$$\sum_{n=1}^3 A_{m,n} - \sum_{m=1}^3 A_{m,n} = 0 \quad \forall m, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

11. Del colegio no se pueden recoger alumnos a otras paradas.

La fila del colegio de la matriz de flujo tiene que ser 0.

$$\sum_{n=1}^3 B_{m,n} = 0 \quad \forall m, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

12. Del aparcamiento a la parada solo se recogen alumnos que hay en ésta.

Se calcula el número de alumnos que hay desde el aparcamiento a las paradas. Esto tiene que ser igual a los alumnos que esperan en la parada.

$$B_{0,n} - A_{n,m} * P_m = 0 \quad \forall n \in \{1, 2, 3\}, m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

13. No se va del parking al colegio directamente.

$$B_{0,4} = 0$$

14. Para cada pareja (salida, destino), su valor en la matriz de flujo debe ser menor que 0, en caso de que no se realice ese camino, o menor de 69 (un número suficientemente alto), en caso contrario.

$$B_{m,n} \leq A_{m,n} * 69 \quad \forall n \in \{1, 2, 3\}, m \in \{1, 2, 3, 4\}$$

15. Además, su valor en la matriz de flujo, tiene que ser mayor que su valor en la matriz de destinos.

$$B_{m,n} \geq A_{m,n} \quad \forall n \in \{1, 2, 3\}, m \in \{1, 2, 3, 4\}$$

## 3.2 Parte 2

El segundo problema es similar al primero. Ahora, solo puede haber 4 alumnos por parada y el total de alumnos es de 8. Se han añadido dos nuevas funcionalidades. Cada alumno tiene asignadas las paradas a las que puede ir. Es decir, si un alumno no tiene asignado la parada S2, no podrá esperar en ella. Además, dos alumnos entre sí pueden ser hermanos. En el caso en que esto suceda, estos dos alumnos deben ir estrictamente a la misma parada.

### Modelización del problema

#### Variables de decisión:

La matriz de destinos y la matriz de flujos se mantienen como en el ejercicio anterior.

Matriz de Alumnos Pmxn: Esta matriz binaria representa si un alumno espera o no en una parada en concreto. Es decir, si el alumno A1 espera en la parada S2, este valor de la matriz será 1, y el resto de valores para la fila A1 será 0.

$P_{m \times n}$  siendo  $m = 8, n = 5$ ;  $P_{m,n} \in \{0, 1\} \forall m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

El rango de valores que puede tomar  $m$  (1-8) representa los alumnos, siendo 1 el alumno A1 y así sucesivamente. Para  $n$  (0-4) representan las paradas como en las matrices de destinos y flujos.

### Constantes:

La matriz de costes se mantiene como en el ejercicio anterior. Se ha eliminado la matriz de personas ya que ahora es una variable que depende de los valores de la matriz de alumnos.

Matriz de asignaciones  $AS_{m \times n}$ : Esta matriz binaria se mete como parámetro al problema. Representa si un alumno está o no asignado a una parada.

$AS_{m \times n}$  siendo  $m = 8, n = 5$ ;  $AS_{m,n} \in \{0, 1\} \forall m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Para el ejemplo descrito en el enunciado, la matriz de asignaciones sería de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matriz de hermanos  $H_{m \times n}$ : Esta matriz binaria simétrica representa si dos alumnos son hermanos entre sí. Al igual que la anterior, se introduce en el problema como parámetro.

$H_{m \times n}$  siendo  $m = n = 8$ ;  $H_{m,n} \in \{0, 1\} \forall m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

En caso en que A4 y A5 sean hermanos, la matriz tomaría el valor siguiente:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

El coste del kilometraje y el coste del autobús se mantienen como en el ejercicio anterior.



**Función objetivo:**

La función objetivo se mantiene igual que en ejercicio anterior.

$$\min z = 120 \sum_{n=0}^4 A_{0n} + 5 \sum_{m=0}^4 \sum_{n=0}^4 A_{mn} C_{mn}$$

**Restricciones:**

A continuación se van a definir las restricciones del problema. Para mayor simplicidad en la memoria, vamos a partir del hecho de que todas las restricciones del ejercicio anterior se aplican a este ejercicio a excepción de los siguientes cambios:

Se han eliminado las restricciones 6 y 12. Como el número de alumnos que espera en una parada ahora es variable, las restricciones incumplían la linealidad del problema.

Se modifica la restricción 5 ya que ahora el mínimo por autobús es de 4 personas.

$$\sum_{m=0}^4 B_{m,n} \leq 4 \quad \forall n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

Se modifica la restricción 7. Ahora deben llegar 8 alumnos al colegio.

$$\sum_{m=0}^4 B_{m,4} = 8$$

A continuación se definen las nuevas restricciones implementadas. Como ya hay 13 restricciones, empezamos a numerar a partir del 14.

14. Debe haber 8 personas esperando.

Se calcula la suma de las columnas de la matriz P.

$$\sum_{n=0}^4 \sum_{m=1}^8 P_{mn} = 8$$

15. Máximo 4 personas por parada.

$$\sum_{m=1}^8 P_{mn} \leq 4 \quad \forall n \in \{1, 2, 3\}$$

*Estas restricciones (16, 17, 18) sustituyen a la restricción 12:*

16. El flujo del parking a la primera parada debe ser menor o igual que las personas que esperan en ella.

$$B_{0n} \leq \sum_{m=1}^8 P_{mn} \quad \forall n \in \{0, 1, 2, 3\}$$

17. Si la ruta del parking a la parada existe, el flujo no puede ser menor que las personas que esperaban en la parada.

$$B_{0n} * 10 + A_{0n} - \sum_{m=1}^8 P_{mn} \leq 10 \forall n \in \{0, 1, 2, 3\}$$

18. El flujo, si la ruta del parking a la parada existe, debe ser menor que 69 (número suficientemente alto).

$$B_{0n} \leq A_{0n} * 69 \forall n \in \{0, 1, 2, 3\}$$

*Estas restricciones (19, 20) sustituyen a la restricción 6:*

19. Si existe la ruta entre dos paradas, los que salen de la segunda parada tienen que ser los que salieron de la primera más los que esperaban en la segunda.

$$A_{kn} * 10 + \sum_{m=1}^8 P_{mn} + \sum_{m=0}^4 B_{mn} - B_{kn} \leq 10 \forall n, k \in \{1, 2, 3\}$$

20. Los alumnos que llegan al colegio desde una parada tienen que ser menor o igual que los que salieron de esa parada.

$$B_{n4} \leq \sum_{m=0}^4 B_{mn} \forall n \in \{1, 2, 3\}$$

21. Los alumnos solo pueden ir a paradas que tienen asignadas.

$$\sum_{n=1}^3 P_{mn} * AS_{mn} = 1 \forall m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

22. Cada alumno debe ir a la misma parada que su hermano@.

$$(P_{mk} - P_{nk}) * H_{mn} = 0 \forall m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} k \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

## 4. Análisis de los resultados.

A continuación se van a analizar los resultados obtenidos en cada uno de los problemas.

### 4.1 Parte 1

Análisis de resultados y complejidad del problema

Tras ejecutar la herramienta solver para el problema planteado en el enunciado obtenemos un valor de la función objetivo de 400. La variable destinos nos muestra el camino óptimo para minimizar la función. En este caso podemos observar que se están realizando dos rutas.

La primera sale del parking y va a la parada “S1” recogiendo a 15 alumnos. Después este mismo autobús pasa por la parada “S2” recogiendo a otros 5 alumnos. Como el autobús ha llegado a su límite de personas no puede ir por otras paradas por lo que se va al colegio llevando a 20 alumnos. La segunda ruta únicamente va a la parada “S3” recogiendo a 10 alumnos y de ahí al colegio.

Analizando ambas matrices sabemos que se están cumpliendo las restricciones tanto de los caminos a seguir como del flujo de alumnos entre paradas.

Para modelizar este problema se han definido 2 variables, aunque la matriz de flujo realmente depende de los caminos que se efectúen. Se han definido también dos constantes (costes entre paradas y personas esperando) y 15 restricciones en total.

## Problemas alternativos

Se ha probado a cambiar las características al problema. Ahora, los 10 alumnos de “S3” se han juntado con los 5 alumnos de “S2” en esta parada. La función objetivo ha disminuido en muy poca cantidad.

También se ha probado a disminuir la cantidad de alumnos que deben llegar al colegio. Todos ellos pueden estar en una única parada por lo que la función objetivo disminuye de forma muy significativa. Sin embargo, no es un caso realista el hecho de que solo haya alumnos en una parada.

Teniendo en cuenta lo anterior, se ha llegado a la conclusión de que la capacidad del autobús restringe mucho el problema. Planteando el ejercicio tal y como se cuenta en el enunciado pero aumentando la capacidad del autobús a 30 personas obtenemos un valor de la función objetivo de 220.

## Solver

A continuación se escribirán las celdas introducidas en la herramienta Solver.

| Fórmula  | Solver  |
|--|---|
| Función objetivo: $\min z = 120 \sum_{n=0}^4 A_{0n} + 5 \sum_{m=0}^4 \sum_{n=0}^4 A_{mn} C_{mn}$ | \$B\$2  |
| Variables de decisión  | \$R\$6:\$V\$10; \$Y\$6:\$AC\$10<br>\$R\$6:\$V\$10 = binario<br>\$Y\$6:\$AC\$10 = entero |

|   |                                    |
|---|------------------------------------|
| 1. $\sum_{m=1}^3 A_{m,n} = 1 \forall n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$   | \$B\$6:\$B\$8 <= \$D\$6:\$D\$8     |
| 2. $\sum_{n=1}^3 A_{m,n} = 1 \forall m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$   | \$B\$11:\$B\$13 <= \$D\$11:\$D\$13 |
| 3. $\sum_{n=1}^3 A_{0,n} \leq 3 \forall m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  | \$B\$16 <= \$D\$16                 |
| 4. $\sum_{n=1}^3 (A_{0,n} - A_{n,4}) = 0$   | \$B\$19 = \$D\$19                  |
| 5. $\sum_{m=0}^4 B_{m,n} \leq 20 \forall n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$   | \$B\$22:\$B\$24 <= \$D\$22:\$D\$24 |
| 6. $\sum_{m=0}^4 (B_{n,m} - (B_{m,n} + A_{n,m} * P_m)) = 0 \forall n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$   | \$B\$27:\$B\$29 = \$D\$27:\$D\$29  |
| 7. $\sum_{m=0}^4 B_{m,4} = 30$  | \$B\$32 = \$D\$32                  |
| 8. $\sum_{n=1}^3 A_{0,n} \geq 1 \forall m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  | \$B\$35 >= \$D\$35                 |
| 9. $A_{m,n} + A_{n,m} \leq 1 \forall n, m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  | \$B\$38:\$B\$47 <= \$D\$38:\$D\$47 |
| 10. $\sum_{n=1}^3 A_{m,n} - \sum_{m=1}^3 A_{m,n} = 0 \forall m, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  | \$B\$50:\$B\$52 = \$D\$50:\$D\$52  |
| 11. $\sum_{n=1}^3 B_{m,n} = 0 \forall m, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$   | \$B\$55 = \$D\$55                  |
| 12. $B_{0,n} - A_{n,m} * P_m = 0 \forall n \in \{1, 2, 3\}, m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  | \$B\$58:\$B\$60 = \$D\$58:\$D\$60  |
| 13. $B_{0,4} = 0$   | \$B\$86 = \$D\$86                  |
| 14. $B_{m,n} \leq A_{m,n} * 69 \forall n \in \{1, 2, 3\}, m \in \{1, 2, 3, 4\}$<br>15. $B_{m,n} \geq A_{m,n} \forall n \in \{1, 2, 3\}, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ | \$B\$63:\$B\$83 <= \$D\$63:\$D\$83 |

## 4.2 Parte 2

Análisis de resultados y complejidad del problema

Hemos ejecutado el segundo problema en GLPK con las características descritas en el ejemplo del enunciado. A1, A2 y A3 solo pueden ir a la parada "S1". A4 y A5 pueden ir a cualquier parada y A6, A7, y A8 solo pueden ir a la parada "S3". Suponiendo que nadie tiene hermanos, obtenemos un valor de la función objetivo de 380. Este mismo valor lo obtenemos para un problema general donde todos los alumnos pueden ir a cualquier parada y nadie tiene hermanos ya que la solución es establecer a cuatro alumnos en "S1" y otros cuatro en "S3" empleando dos autobuses.

Para este problema se ha añadido una nueva variable. Cuenta con tres constantes las cuales dos de ellas se meten al problema como parámetros. Finalmente, el número de restricciones ha aumentado respecto al primer problema siendo este de 22 restricciones en total.

## 5. Conclusiones

### 5.1 Ventajas y desventajas

En cuanto a las ventajas de trabajar con LibreOffice, cabe destacar que el trabajo resulta mucho más visual. En todo momento se puede ver de una mejor forma el valor de cada variable. Sin embargo, a la hora de modelizar el problema, resulta más sencillo hacerlo en GLPK ya que permite generalizar más las restricciones.

### 5.2 Conclusiones personales

Resulta interesante cómo se pueden resolver problemas complejos con herramientas de este tipo. Gracias a esta práctica se han adquirido conocimientos para modelizar de forma correcta problemas de programación lineal.

Personalmente nos ha parecido una práctica un tanto complicada, sobre todo a la hora de cuadrar el flujo de alumnos entre paradas, problema que nos ha supuesto numerosas horas. Sin embargo, se ha podido sacar adelante sobre todo gracias a la documentación y los ejemplos aportados por el profesorado.