Solucion Parcial II.

1. La Señal recibida es

$$x(t) = A_1 m(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$$

Con $\theta_0 = 0$

$$x(t) = A_1 m(t) \cos(2\pi f_0 t)$$

En frecuencia usando $M(f)$ para FT de $m(t)$, multiplicamos por $\cos(2\pi f_0 t)$ desplaza el espectro:

$$x(f) = \mathcal{F}\{A_1 m(t) \cos(2\pi f_0 t)\} = \frac{A_1}{2} M(f - f_0) + \frac{A_1}{2} M(f + f_0)$$

Las dos formas laterales (bandas) tienen forma: $\frac{A_1}{2} \cdot M$

- Salida del mezclador (multiplicación por la portadora del D).

el LO que se utiliza en la figura es $\cos(2\pi f_0 t + \theta_0)$ con $\theta_0 = 0$ se multiplica $x(t)$ por $\cos(2\pi f_0 t)$:

$$y(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t) = A_1 m(t) \cos^2(2\pi f_0 t).$$

Usando $\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$:

$$y(t) = A_1 m(t) \frac{1 + \cos(4\pi f_0 t)}{2}$$

$$= \frac{A_1}{2} m(t) + \frac{A_1}{2} m(t) \cos(4\pi f_0 t)$$

Ahora la transformada cada termino:

- Primer termino (baja frecuencia): (baseband)

$$\mathcal{F}\left\{\frac{A_1}{2} m(t)\right\} = \frac{A_1}{2} M(f).$$

- Segundo termino (alta frecuencia, banda centrada en $\pm 2f_0$) (usar desplazamiento por coseno)

$$\mathcal{F}\left\{\frac{A_1}{2} m(t) \cos(2\pi \cdot 2 f_0 t)\right\} = \frac{A_1}{2} \cdot \frac{1}{2} [M(f - 2f_0) + M(f + 2f_0)]$$

$$= \frac{A_1}{4} M(f - 2f_0) + \frac{A_1}{4} M(f + 2f_0)$$

Por lo tanto la señal en frecuencia despues del mezclador es:

$$Y(f) = \frac{A_1}{2} M(f) + \frac{A_1}{4} M(f-2f_0) + \frac{A_1}{4} M(f+2f_0)$$

- Despues del filtro Pasa-bajas (LPF)

ancho de banda $\geq B_m$ pero menor que $2f_0 - f_m \Rightarrow f_0 >> B_m$

$$Y_{LPF}(f) = \frac{A_1}{2} M(f) \Rightarrow Y_{LPF}(t) = \frac{A_1}{2} m(t)$$

- Bloque escalado (ganancia)

La figura muestra un bloque de amplitud por $\frac{2}{A_1}$, entonces:

$$Y_{salida}(t) = \frac{2}{A_1} \cdot \frac{A_1}{2} m(t) = m(t)$$

② El sistema masa resorte y amortiguador se puede modelar a partir de la conservacion de fuerzas.

$$F_S(t) + F_F(t) + F_I(t) = F_E(t).$$

donde $F_S(t) = ky(t)$, $F_F(t) = \frac{c\,dy(t)}{dt}$, y $F_I(t) = \frac{m\,d^2y(t)}{dt^2}$

Tenemos: $m\frac{d^2y(t)}{dt^2} + c\frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = F_E(t) = x(t)$

Aplicamos la transformada de Laplace:

$\mathcal{L}\left\{\frac{d^n x(t)}{dt}\right\} = S^n X(s)$ tenemos que:

$$ms^2Y(s) + Cs\,Y(s) + kY(s) = X(s)$$

y:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + K}$$

Ahora para el circuito electrico

$$V_i(s) = (Ls\,I_1(s) + I_1(s) - I_2(s))\,1/cs.$$

$$(I_2(s) - I_1(s))\,1/cs + I_2(s)\,R = 0$$

$$V_o(s) = RI_2(s).$$

Despejamos $I_1(s)$ respecto a $I_2(s)$:

$$\frac{1}{cs}I_2(s) - \frac{1}{cs}I_1(s) + I_2(s)\,R = 0$$

$$* \quad I_1(s) = I_2(s)(1 + CRS)$$

Se reemplaza respecto a la primera ecuacion

$$V_i(s) = Ls\,I_2(s)(1+CRS) + (I_2(s)(1+CRS) - I_2(s))\,1/cs$$

$$V_i(s) = Ls\,I_2(s) + CRLs^2 I_2(s) + I_2(s)\,1/cs + I_2\,CSR$$
$$- I_2(s)\,1/cs.$$

$$V_1(s) = I_2(s)\,(CRLs^2 + Ls + R)$$

$$\frac{I_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{CRLs^2 + Ls + R}$$

$$\frac{RI_2(s)}{V_1(s)} = \frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \frac{R}{CRLs^2 + Ls + R}$$

$$* \quad Hs \quad \frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{CLs^2 + L/R\,s + 1}$$