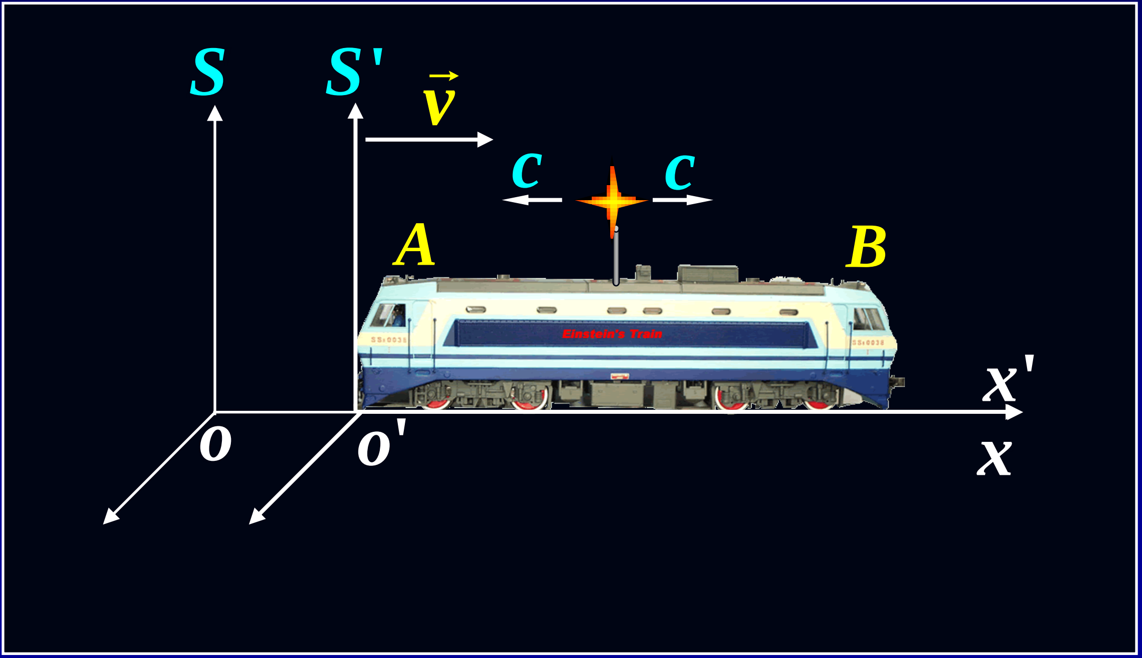
§ 14.4 狭义相对论的时空观

三、狭义相对论的时空观

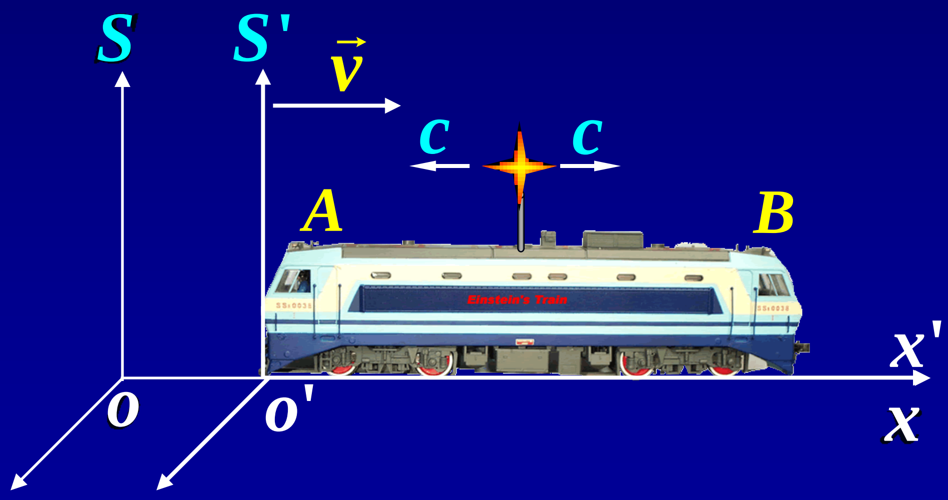
1.同时的相对性

在洛伦兹变换下，一个惯性参照系内同时发生的两个事件，在另外一个惯性参照系内可能不同时。



S'中的观察者：接收器A、B距光源相同的距离，根据光速不变原理，接收器A、B同时接受到光信号.

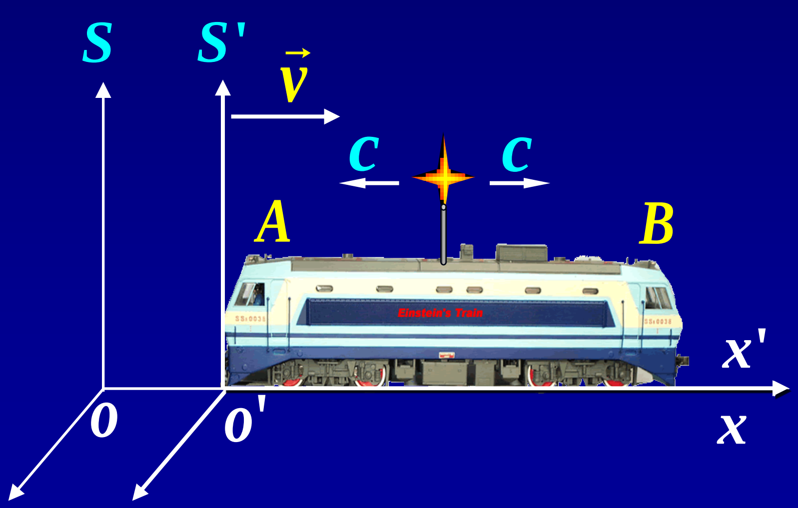
$$t'_A = t'_B = \frac{l_o}{2c} \qquad \Delta t' = 0$$



S′中的观察者：接收器*A*、*B*距光源相同的距离，根据光速不变原理，接收器*A*、*B*同时接受到光信号.

$$t'_A = t'_B = \frac{l_o}{2c} \qquad \Delta t' = 0$$

同时



S中的观察者：由于光速不变，*A*面向光源运动，*B*背离光源运动，因此A先接收到光信号。

$$t_A = \frac{\frac{1}{2}l - vt_A}{c}, \quad t_A = \frac{l}{2(c+v)}$$

B背离光源运动，接收器B后接收到光信号。

$$t_A = \frac{\frac{1}{2}l + vt_B}{c}, \quad t_B = \frac{l}{2(c-v)}$$

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{l}{2}\left(\frac{1}{c-v} - \frac{1}{c+v}\right)$$

$$\Delta t = \frac{\gamma^2 l v}{c^2} > 0$$

不同时

结论：“异地”同时性与具体参照系有关，

即具有相对意义。

同样可证明：“同地”同时性与参照系的选择

无关，具有绝对意义。

试用洛沦兹变换证明该结论。

证明： 设两事件的坐标分别为

$$A:\begin{cases} S':(x_1',\ t_1') \\ S\ :(x_1,\ \ t_1) \end{cases} \quad B:\begin{cases} S':(x_2',\ t_2') \\ S\ :(x_2,\ \ t_2) \end{cases} \quad \text{则：} \begin{cases} t_1=\gamma(t_1'+vx_1'/c^2) \\ t_2=\gamma(t_2'+vx_2'/c^2) \end{cases}$$

$$\Delta t=t_2-t_1=\gamma[(t_2'-t_1')+v(x_2'-x_1')/c^2]=\gamma(\Delta t'+v\Delta x'/c^2)$$

若在 S'系

- 异地同时：$\Delta x'\neq 0,\ \Delta t'=0 \ \Rightarrow\ \Delta t\neq 0$

  即在S系不同时。

- 同地同时：$\Delta x'=0,\ \Delta t'=0 \ \Rightarrow\ \Delta t=0$

  即在S系亦同时。

结论：“异地”同时性与具体参照系有关，

即具有相对意义。

同样可证明：“同地”同时性与参照系的选择

无关，具有绝对意义。

常用的空间间隔、时间间隔的变换:

$$\begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - v\Delta x/c^2) \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t') \\ \Delta t = \gamma(\Delta t' + v\Delta x'/c^2) \end{cases}$$

2.时间膨胀

在不同的惯性参照系中，同时是相对的，两事件发生的时间间隔同样也与参照系有关。

实验：固定在小车上的光脉冲装置发射和接受光脉冲的时间间隔的测量。

S系中观测者测得光脉冲的发射与接收时间间隔:

$$\Delta t' = \frac{2d}{c}$$

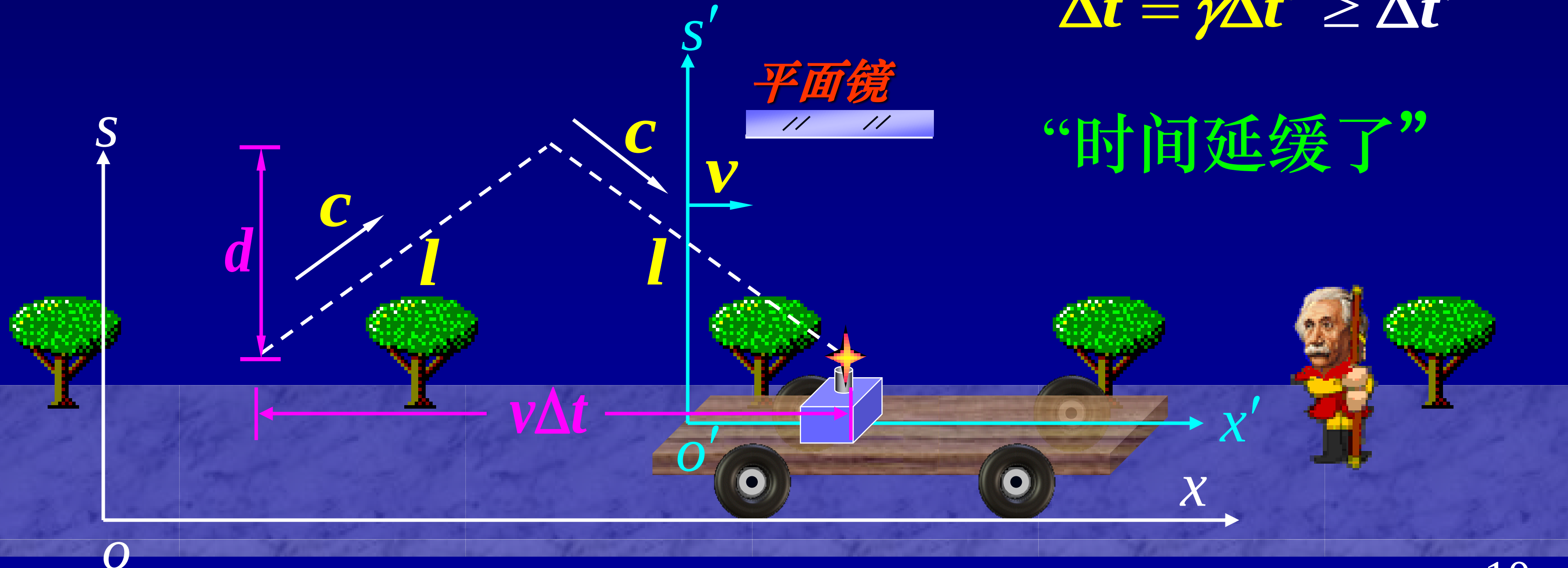
S系中观测者测得的时间间隔:

$$\Delta t=\frac{2l}{c}=\frac{2}{c}\sqrt{d^{2}+(\frac{v\Delta t}{2})^{2}}\longrightarrow\Delta t=\frac{2d}{c}\bigg/\sqrt{1-v^{2}/c^{2}}$$

$$=\gamma\frac{2d}{c}$$

$$\Delta t=\gamma\Delta t'\geq\Delta t'$$

“时间延缓了”



用洛沦兹变换式也能得到该式：

光脉冲的发射与接受：
$$\begin{cases} S'\text{系}: \Delta t' \neq 0,\ \Delta x' = 0\,(\text{同地}) \\ S\text{系}: \Delta t \neq 0,\ \Delta x \neq 0\,(\text{异地}) \end{cases}$$

$$\Delta t = \gamma\,(\Delta t' + v\Delta x'/c^2) \longrightarrow \boxed{\Delta t = \gamma\,\Delta t'}$$

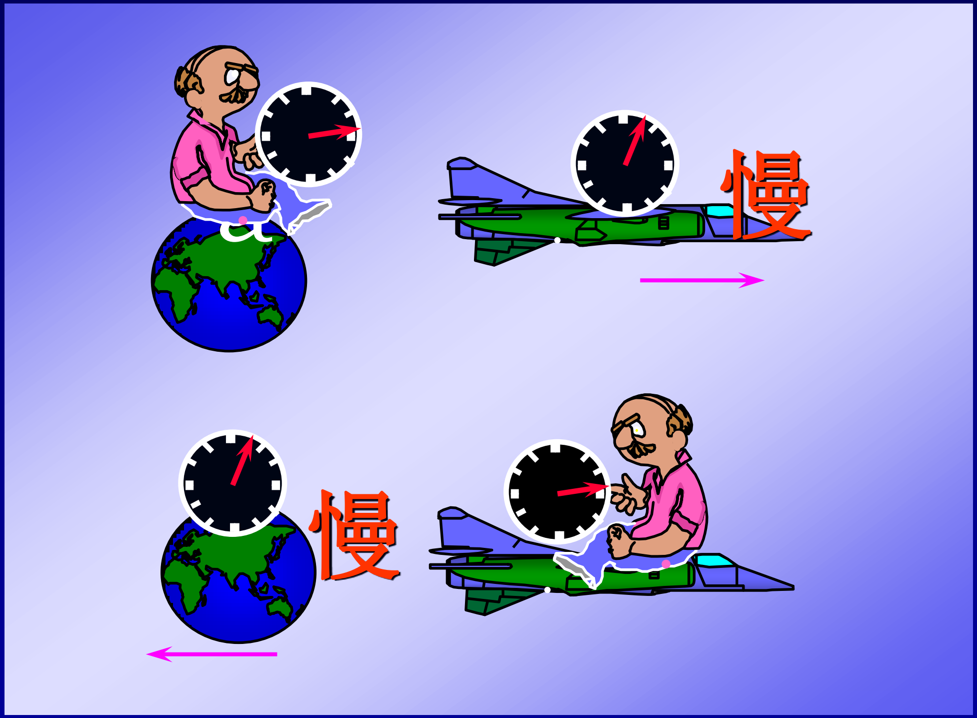
令：$\Delta t' = \tau$， τ 称为固有时，则 $\underline{\Delta t = \gamma\,\tau \geq \tau}$

明确几点

1. 分清固有时 τ ，即为同一地点相继发生两物理事件的时间间隔。

2. 运动的时钟走得慢，静止的时钟相对走的快，即**固有时**最短。这并非计时的时钟本身发生了什么变化，而是表明狭义相对论中，时间的测量是相对的。

3. **时间膨胀**效应是相对的，*S*系测*S'*系中的时钟变慢，反之*S'*系测*S*系中的时钟也变慢。



4. 对低速运动物体，相对论效应可忽略：

$$v << c, \quad \gamma \approx 1,$$

$$\Delta t = \gamma\tau \approx \tau$$

例： μ 介子在实验室中的寿命为2.15×10 $^{-6}$s，进入大气后 μ 介子衰变：

$$\mu^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \nu + \bar{\nu}$$

速度为0.998c，从高空到地面约 10Km，问：μ 介子能否到达地面。

解：以地面为参照系 μ 介子寿命延长。

用经典时空观 μ 介子所走路程：$y = 0.998\,c \times \tau_0$

$$y = 0.998 \times 3 \times 10^{8} \times 2.15 \times 10^{-6} = 644(\mathrm{m}) < 10\,Km$$

经典理论认为：还没到达地面，就已经衰变了。

但实际探测仪器不仅在地面，甚至在地下 3km 深的矿井中也测到了 μ 介子。

用相对论时空观 μ 介子所走路程:

由 $\Delta t = \gamma \Delta t_0$ 可知，地面 S 系观测 μ 介子寿命为:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{2.15\times 10^{-6}}{\sqrt{1-(0.998c/c)^2}} = 34.0\times 10^{-6}\,\mathrm{s}$$

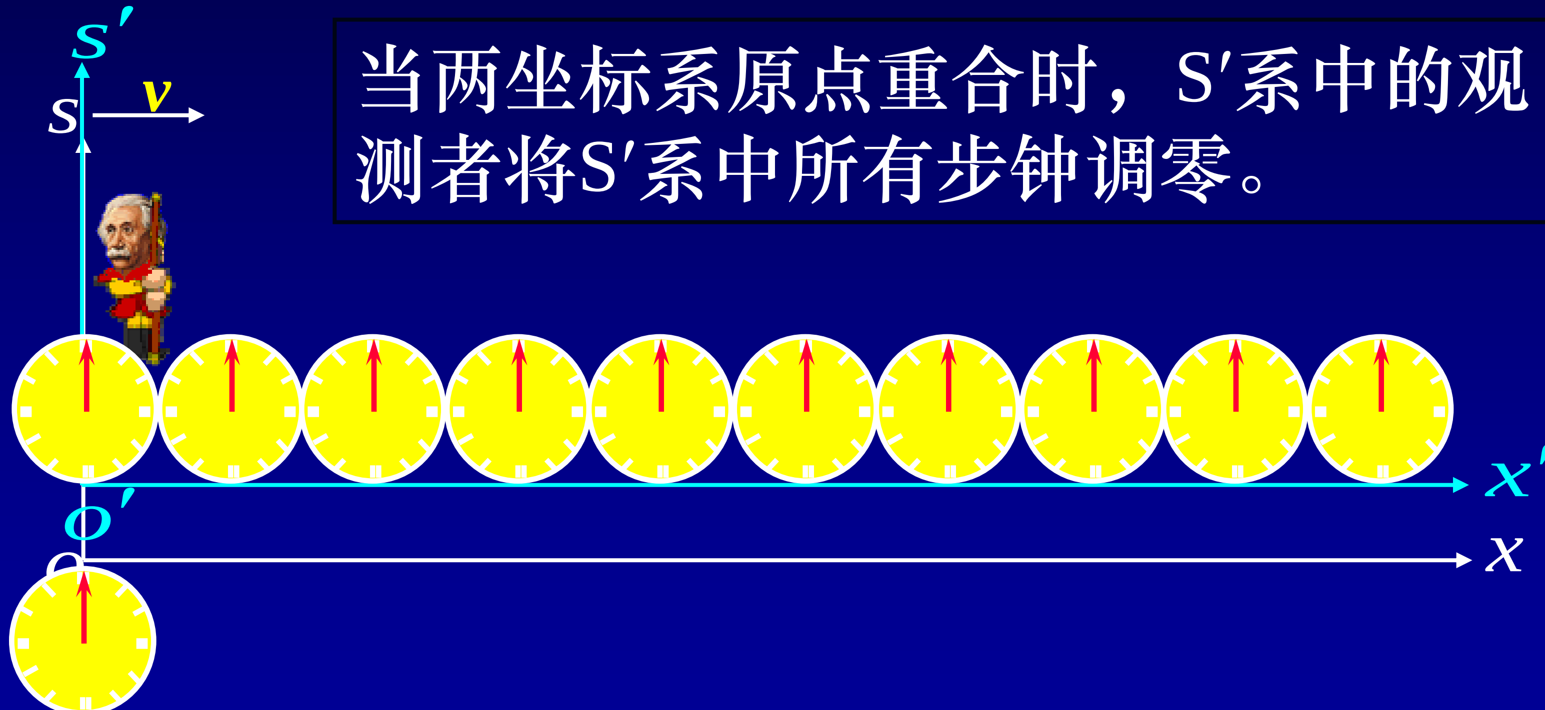
地面 S 系观测 μ 介子运动距离为:

$$y = \tau \times 0.998c = 34\times 10^{-6}\times 0.998\times 3\times 10^{8} = 10190\ (\mathrm{m})$$

所以，完全能够到达地面。

讨论

1. S'系的观测者对S系观测者所得到的**时间膨胀**结论如何解释?

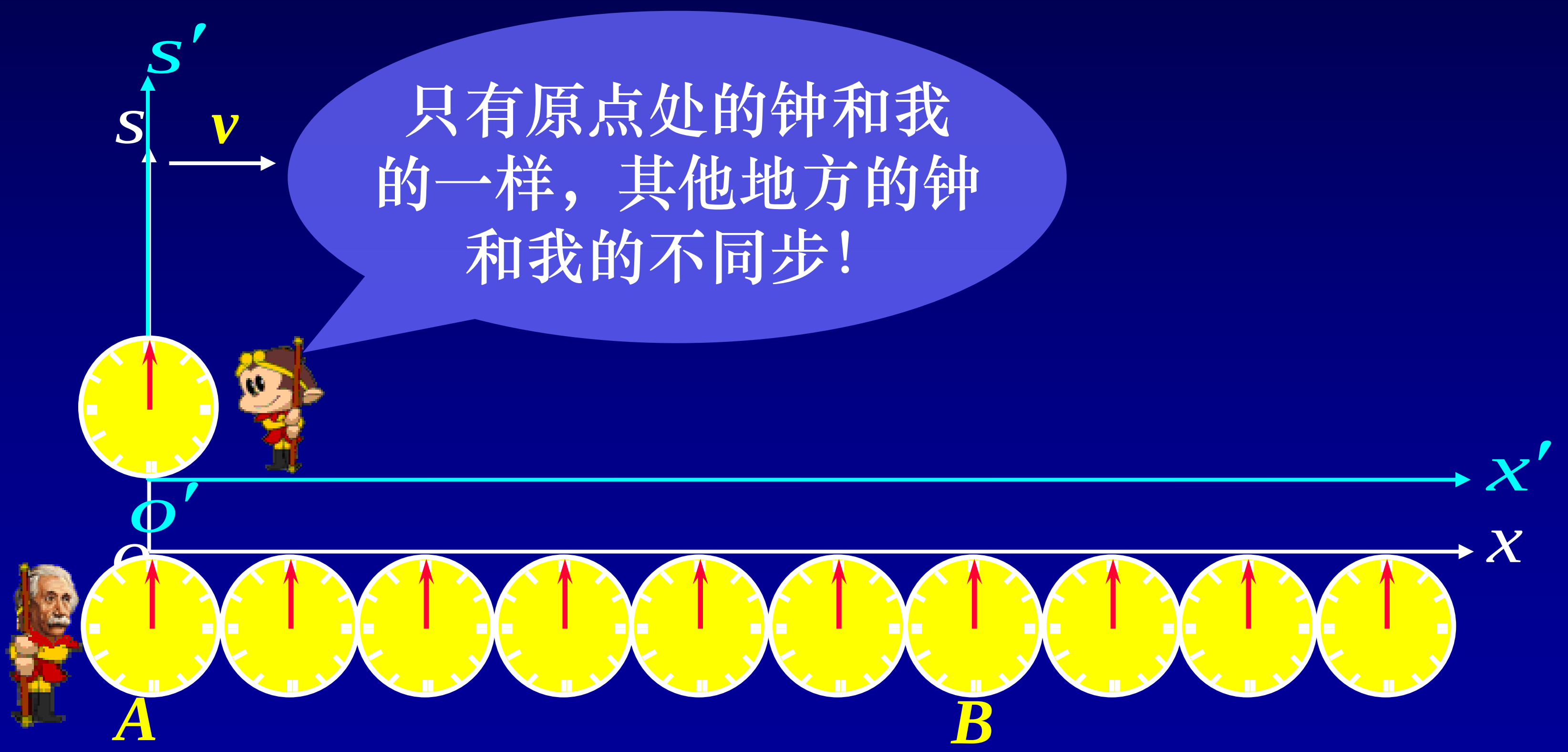


当两坐标系原点重合时，S′系中的观测者将S′系中所有步钟调零。

S系：A、B两步钟同时调到零，即$\Delta t = t_A - t_B = 0$。

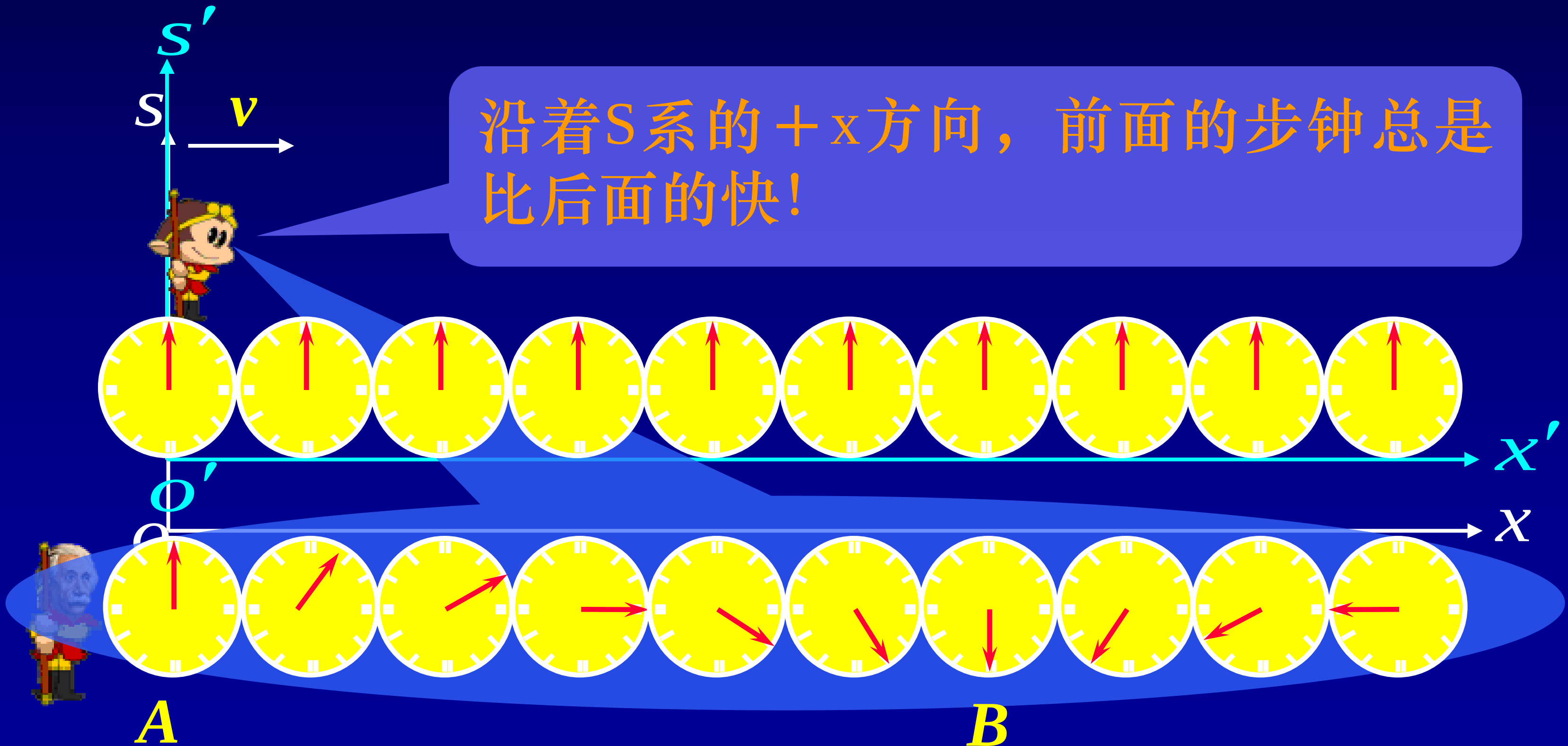
S′系：A、B两步钟调到零的时间间隔为

$$\Delta t' = t'_B - t'_A = \gamma(\Delta t - v\Delta x / c^2) = -\gamma v\Delta x / c^2 \quad \text{而} \ \Delta x = x_B - x_A > 0$$

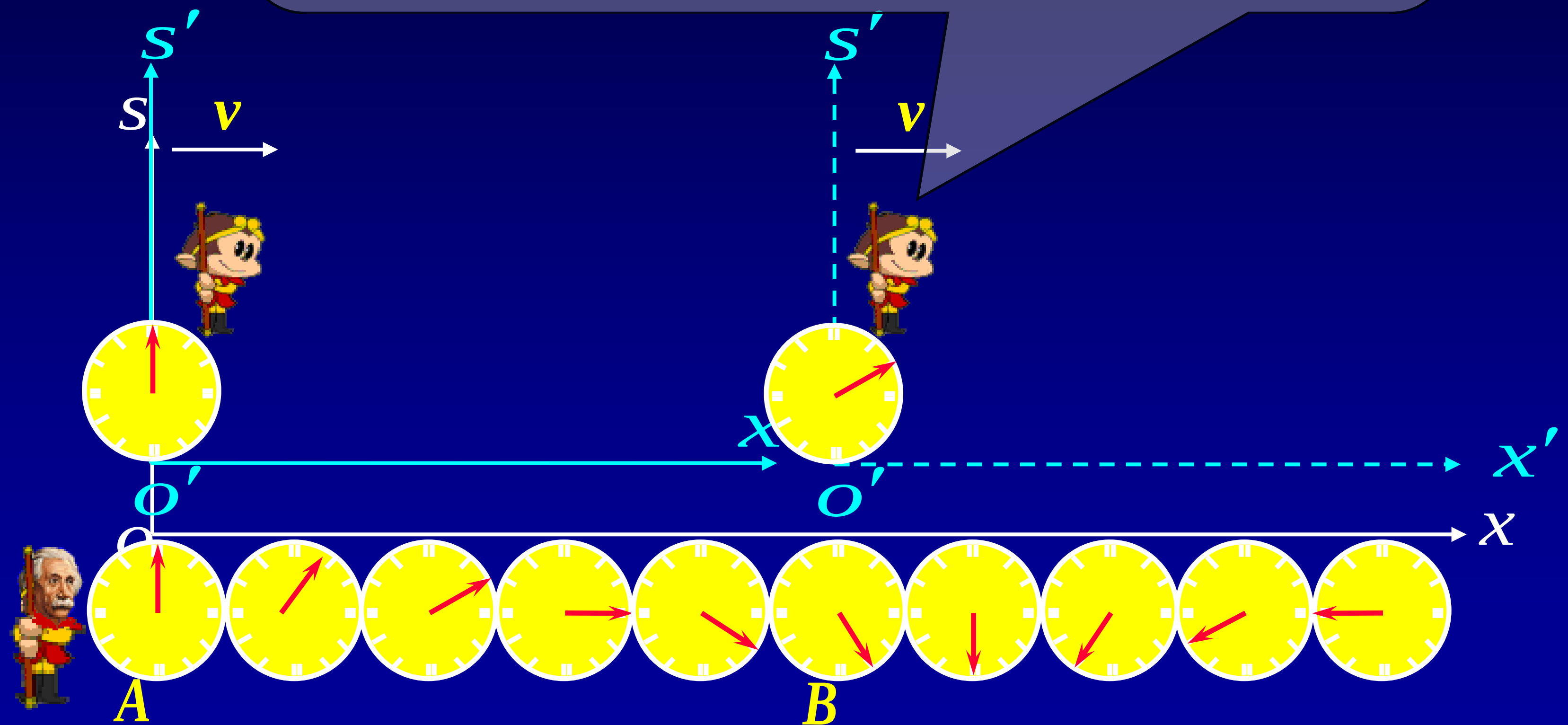


即： S'系观测认为 $\Delta t' = t'_B - t'_A = -\gamma v \Delta x / c^2 < 0$

$t'_B < t'_A$ 意味着B先于A调零！



S系的钟比我快，当然S系观测者得出我的时间间隔变缓的结论！



2. 在*S*参照系中的观测者认为S'系两个同地点发生的两个事件时间间隔变大，即意味地面观测者认为运动的宇航员的动作变得迟缓，心律变慢，年轻了；反之，宇航员也认为地面的人变得年轻了，真的这样？（宇航员和地面上的观测者是孪生兄弟，哥哥在飞船上，弟弟留在地球上）

——————“双生子佯缪”

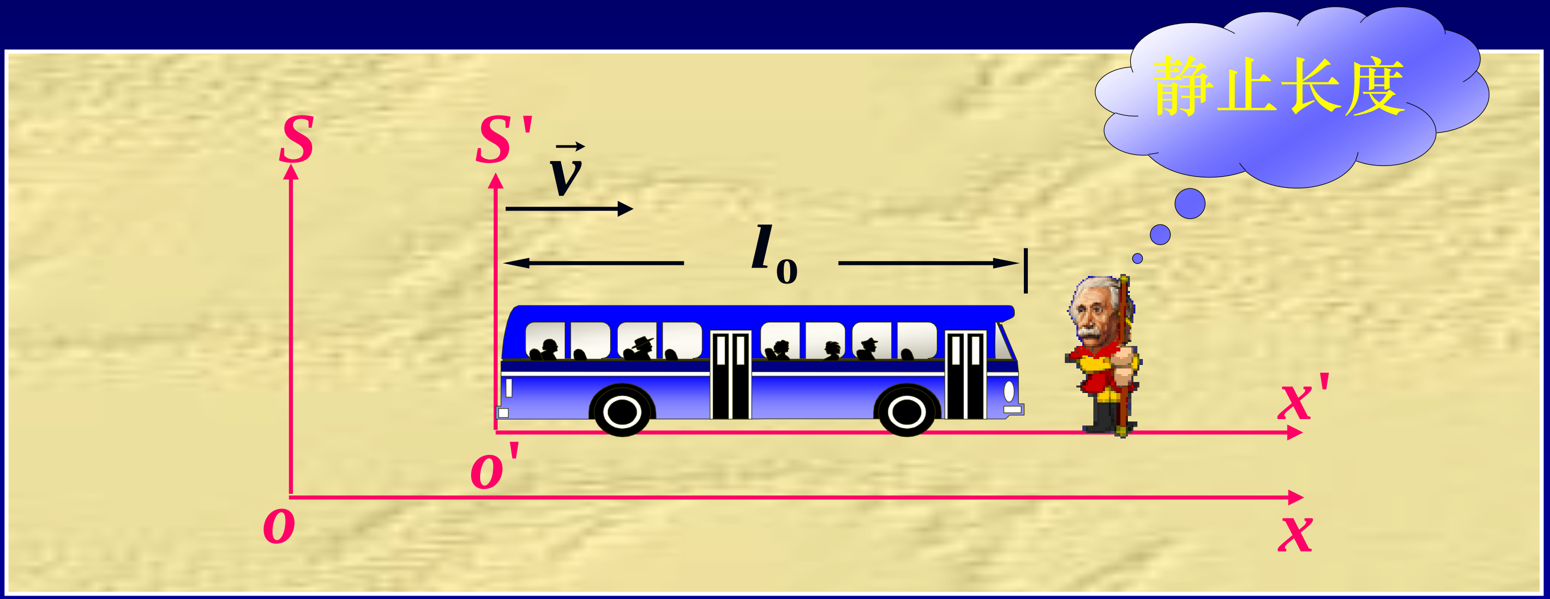
▲哥哥变得比弟弟年轻了！

▲铯原子钟实验

3.长度收缩

在不同的惯性参照系内，对长度的测量也是相对的。

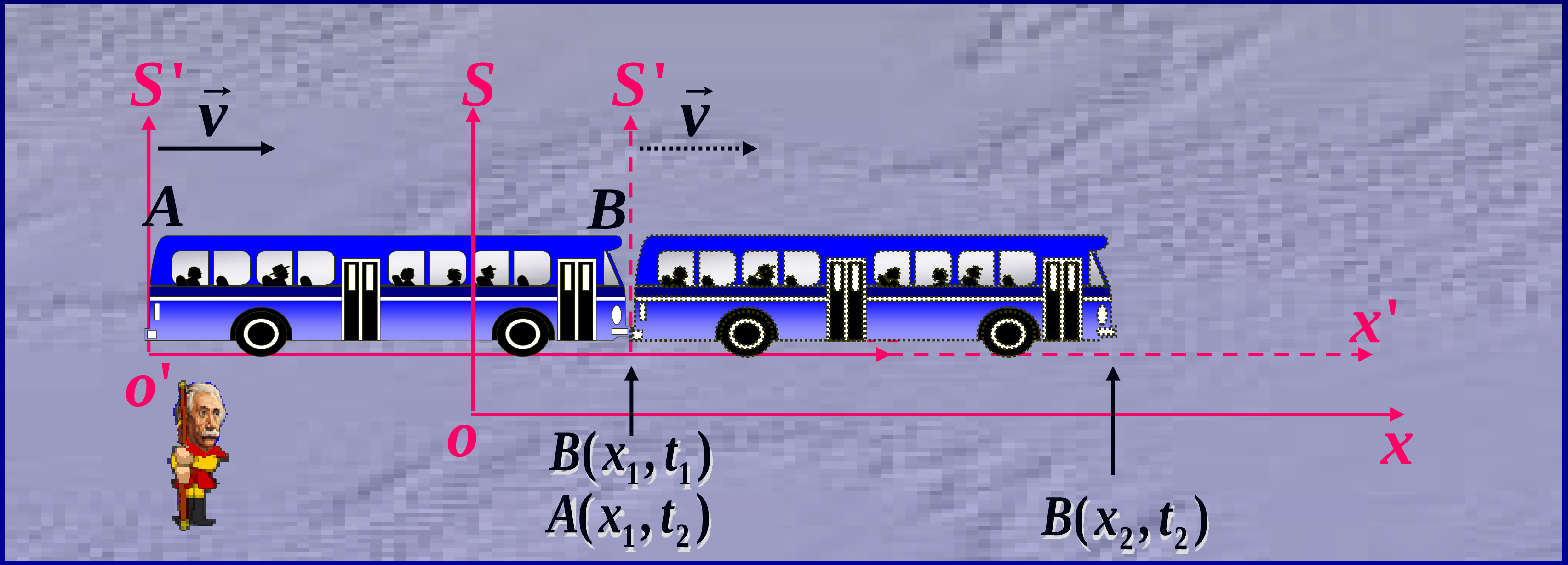
在相对车辆静止的S'参照系中，测得车厢的长度被称为物体的静止长度或固有长度或原长，记为l_o。



S中的观测者测得：t_1时刻车头B经过x_1点；t_2时刻车尾A经过x_1点时，同时车头B经过x_2点。则

S系中测量长度： $l = x_2 - x_1 = v\Delta t$

S'中：t_1'时刻x_1点经过车头B； t_2'时刻x_1点经过车尾A.



则有：$l_o = v\Delta t'$

前面的结论：$l = v\Delta t$

$$\left.\begin{array}{l} l_o = v\Delta t' \\ l = v\Delta t \end{array}\right\} \longrightarrow l = \frac{\Delta t}{\Delta t'} l_0$$

由于S系中，B、A分别经过x_1这两个事件发生在同一地点，故$\Delta t = t_2 - t_1 = \tau$为固有时。

$$\Delta t' = \frac{\tau}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

S系中测得的长度为：$\boxed{l = l_0\sqrt{1-v^2/c^2} \le \text{固有长度} l_0}$

结论： 在与被测物体相对静止的参照系内测得的物体长度称作**原长**。在与被测物体相对运动的参照系内，物体的长度总是小于物体的原长。

S系中测得的长度为：$\boxed{l = l_0\sqrt{1-v^2/c^2} \le \text{固有长度} l_0}$

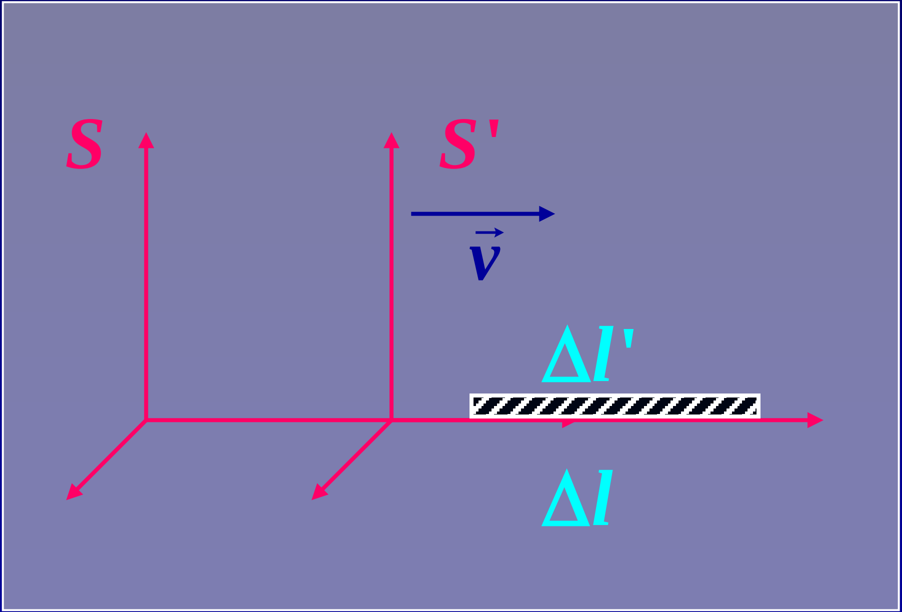
用洛沦兹变换式可得长度收缩

如图，棒静止于 S'系中，其测得的长度$\Delta l'$为棒的固有长度l_0。 在相对棒运动的参照系中，同时测量棒两端点的坐标($\Delta t=0$)可得棒的长度。

由洛伦兹变换:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\Delta l' = \frac{\Delta l}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$



$$\Delta l=\Delta l'\sqrt{1-v^2/c^2} \qquad 或 \qquad l=l_o\sqrt{1-v^2/c^2}$$

即：在运动参照系中测得的长度比原长短，运动的尺缩短了。在狭义相对论中，物体长度的测量与参照系相关，不是绝对量。

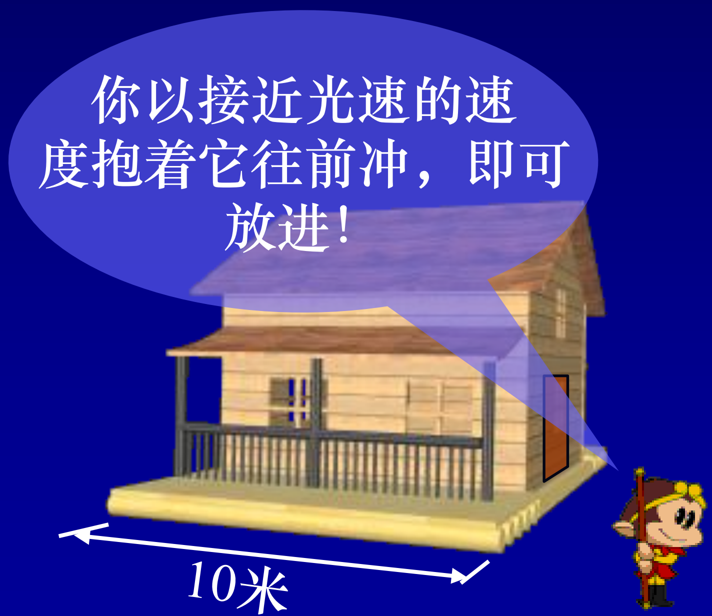
例 屋子的水平长度为10米，现将一根长为11米的木头水平放入其中，怎么办?

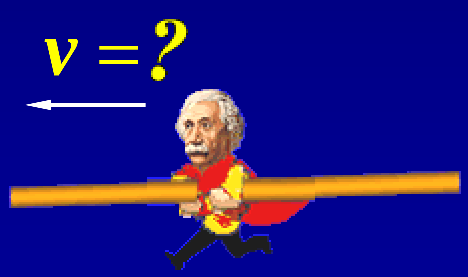
$$\Delta l = \Delta l'\sqrt{1-v^2/c^2} \quad 或 \quad l = l_o\sqrt{1-u^2/c^2}$$

棒的原长$l_0 = 11$米。现在要让棒缩至10米，则

$$10 = 11\times\sqrt{1-v^2/c^2} \longrightarrow v \approx 0.42c$$

▲能放进吗?

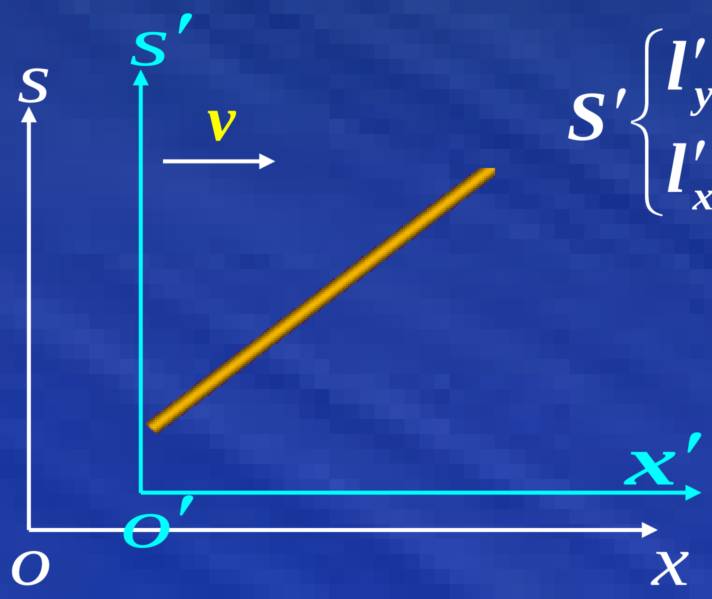




注意

①. 对运动的物体，其长度收缩只出现在运动方向。

例　棒原长1米，以$\sqrt{3}c/2$沿水平方向运动。若在相对于棒静止的参照系中测得棒与水平的夹角为45°，则在地面参照系中，棒长多少?



$$S'\begin{cases} l'_y = l_0 \sin 45^\circ \\ l'_x = l_0 \cos 45^\circ \end{cases} \qquad S\begin{cases} l_y = l'_y \\ l_x = l'_x\sqrt{1-v^2/c^2} \end{cases}$$

$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} = \sqrt{l_0^2 + (l'_x v/c)^2}$$

$$l \approx 0.79\,(\mathrm{m})$$

②. 同一物体速度不同，测量的长度不同。物体静止时长度测量值最大。

③. 低速空间相对论效应可忽略。

$$v << c \text{ ，} \qquad l = l_o\sqrt{1-v^2/c^2} \approx l_0$$

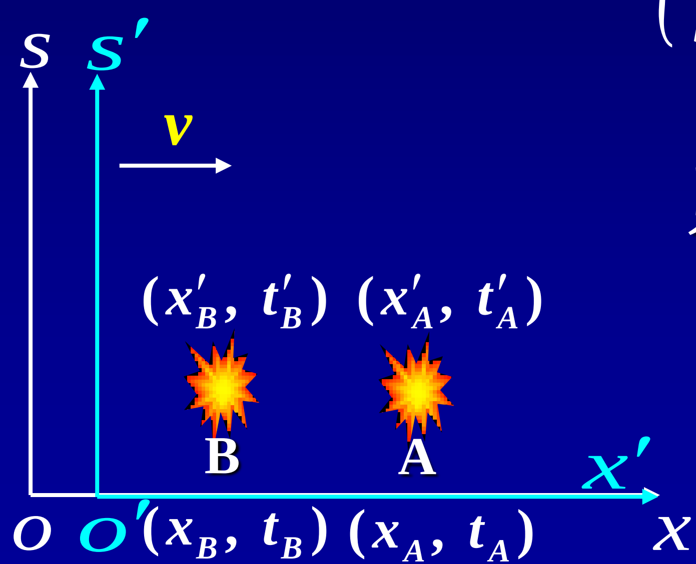
④. 长度收缩是相对的，*S*系看*S'*系中的物体收缩，反之，*S'*系看*S*系中的物体也收缩。

4. 时序的相对性

在狭义相对论时空中，同时不再是绝对的，在不同的运动参照系中，观察者会得出不同的结论。

设：S′中相继发生两个事件A和B，A先于B发生。

$$A\begin{cases} S':(x'_A,\ t'_A) \\ S\ :(x_A,\ t_A) \end{cases} \qquad B\begin{cases} S':(x'_B,\ t'_B) \\ S\ :(x_B,\ t_B) \end{cases}$$



则：$\Delta t' = t'_B - t'_A > 0,\quad \Delta x' = x'_B - x'_A < 0$

$$\boxed{t = \gamma(t' + vx'/c^2)}$$

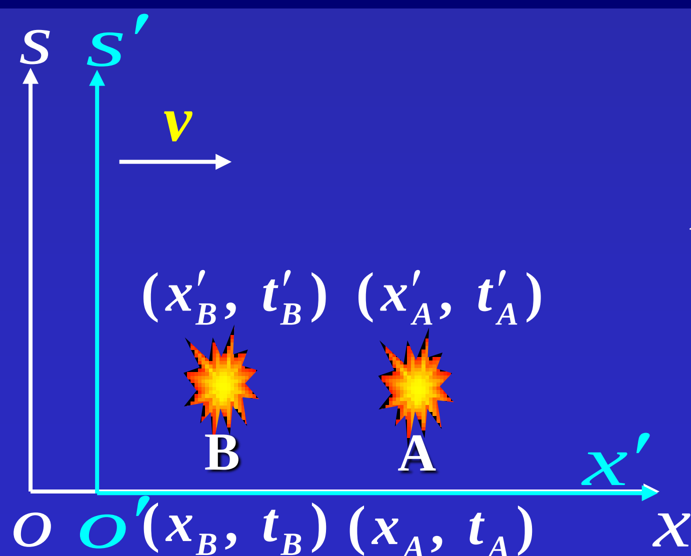
$$\begin{cases} t_A = \gamma(t'_A + v x'_A / c^2) \\ t_B = \gamma(t'_B + v x'_B / c^2) \end{cases} \longrightarrow \Delta t = \gamma(\Delta t' + v \Delta x' / c^2)$$

$$\Delta t = \gamma(\Delta t' - v|\Delta x'| / c^2)$$

若 Δt 与 $\Delta t'$ 同号，则S系中A、B发生的次序与 S' 同；

若 Δt 与 $\Delta t'$ 反号，则S系中A、B发生的次序与 S' 反，

这种情况称为“时序颠倒”。



则：$\Delta t' = t'_B - t'_A > 0, \quad \Delta x' = x'_B - x'_A < 0$

$$\boxed{t = \gamma(t' + v x' / c^2)}$$

但有因果关系的两事件发生的时序不会颠倒，即因果律对任何惯性参照系都是不变的，这也是惯性系等价原理的必然结果。

$$\Delta t = \gamma(\Delta t' - v|\Delta x'|/c^2)$$

证明：设事件A为因，事件B为果。

因果事件联系或传递速度≤光速 c，则：$\left|\frac{\Delta x'}{\Delta t'}\right| \le c$

$$\Delta t = \gamma(\Delta t' - v|\Delta x'|/c^2) = \gamma\Delta t'\left(1 - \frac{v}{c^2}\left|\frac{\Delta x'}{\Delta t'}\right|\right)$$

$$v\left|\frac{\Delta x'}{\Delta t'}\right| \le c\cdot c \longrightarrow 1 - \frac{v}{c^2}\left|\frac{\Delta x'}{\Delta t'}\right| \ge 0$$

所以，Δt 与 $\Delta t'$ 总是同号。

即在洛伦兹变换下的狭义相对论时空中，不同惯性参照系中对时间、长度测量的相对性，并不改变事件的因果关系，因果关系是绝对的。

(The end)