# § 15.4 氢原子的玻尔模型

# 及四个量子数

# 一 近代氢原子观的回顾

## 1 氢原子光谱的实验规律

1885 年瑞士数学家巴耳末发现氢原子光谱可见光部分的规律:

$$\lambda = 365.46 \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \text{nm}$$

——巴尔末波长公式

n=3，4，5….


氢原子光谱的巴耳末系

# 一 近代氢原子观的回顾

## 1　氢原子光谱的实验规律

1885 年瑞士数学家巴耳末发现氢原子光谱可见光部分的规律:

$$\lambda = 365.46\frac{n^2}{n^2-2^2}\,\text{nm}$$

——巴尔末波长公式

n=3，4，5….

1890 年瑞典物理学家里德伯给出氢原子光谱公式

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$n_f = 1,2,3,4,\cdots,$$

$$n_i = n_f+1, n_f+2, n_f+3,\cdots$$

$$R = 1.097\times10^7\,\text{m}^{-1}$$

——里德伯常数

| 氢原子光谱公式 $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2})$ | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 莱曼系 | $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2})$ | $n = 2,3,\cdots$ | 1916 | 紫 外 |
| 巴耳末系 | $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2})$ | $n = 3,4,\cdots$ | 1885 | 可见光 |
| 帕 邢 系 | $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2})$ | $n = 4,5,\cdots$ | 1908 | 红 外 |
| 布拉开系 | $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2})$ | $n = 5,6,\cdots$ | 1922 | 红 外 |
| 普丰德系 | $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2})$ | $n = 6,7,\cdots$ | 1924 | 红 外 |
| 汉弗莱系 | $\sigma = \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2})$ | $n = 7,8,\cdots$ | 1953 | 红 外 |

## 2 卢瑟福的原子有核模型

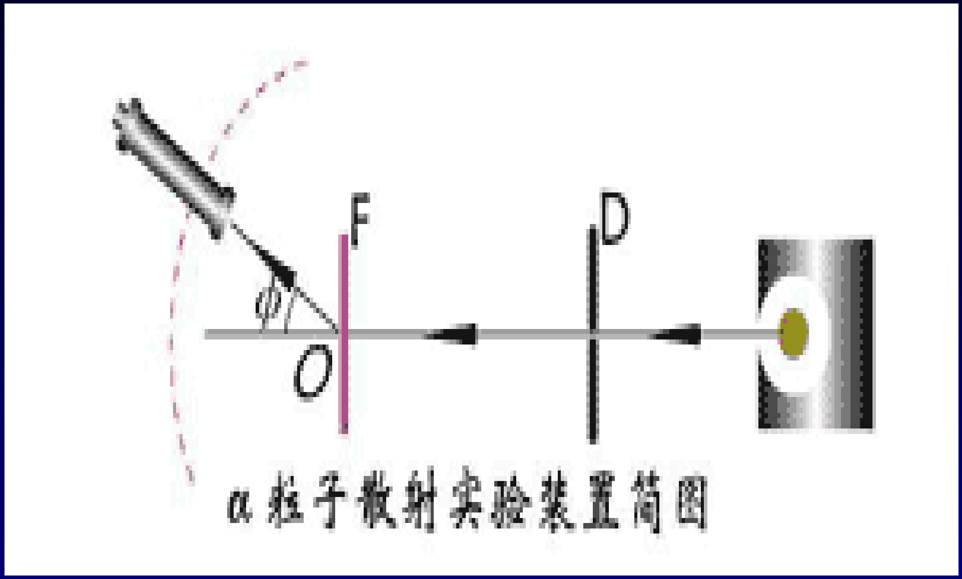
- 1897年， J.J.汤姆孙发现电子.
- 1903年，汤姆孙提出原子的“葡萄干蛋糕模型”.

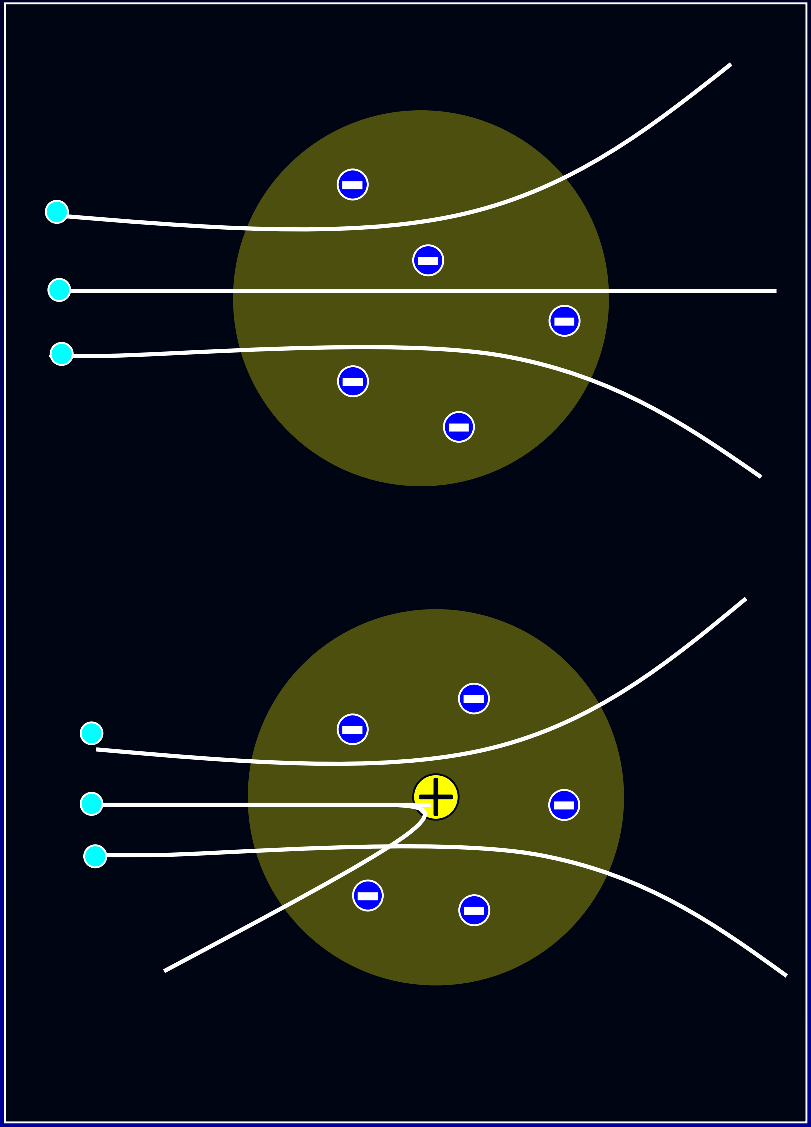
原子中的正电荷和原子的质量均匀地分布在半径为 $10^{-10}\,\mathrm{m}$ 的球体范围内，电子浸于其中.

Jospeh John Thomson
1857～1940

英国物理学家, 电子的发现者。
1884年任英国皇家学会会员
1911～1913年任英国皇家学会副会长
1915～1920年任会长
1918年起担任三一学院院长

# 2 卢瑟福的原子有核模型

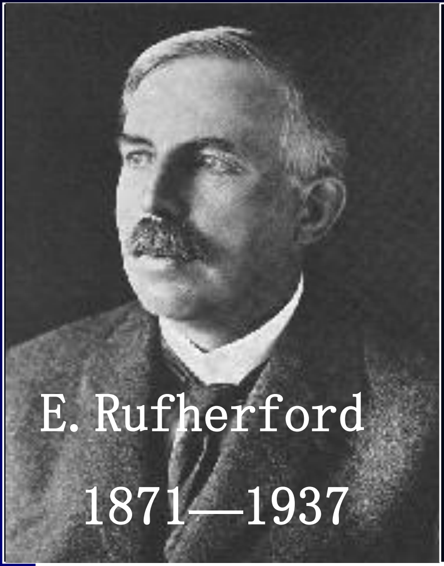


原子的中心有一带正电的原子核，它几乎集中了原子的全部质量，电子围绕这个核旋转，核的尺寸与整个原子相比是很小的.

——卢瑟福的原子行星模型

## 2 卢瑟福的原子有核模型




英国物理学家

1907年，任曼彻斯特大学物理学教授。

1908年因对放射化学的研究荣获诺贝尔化学奖。

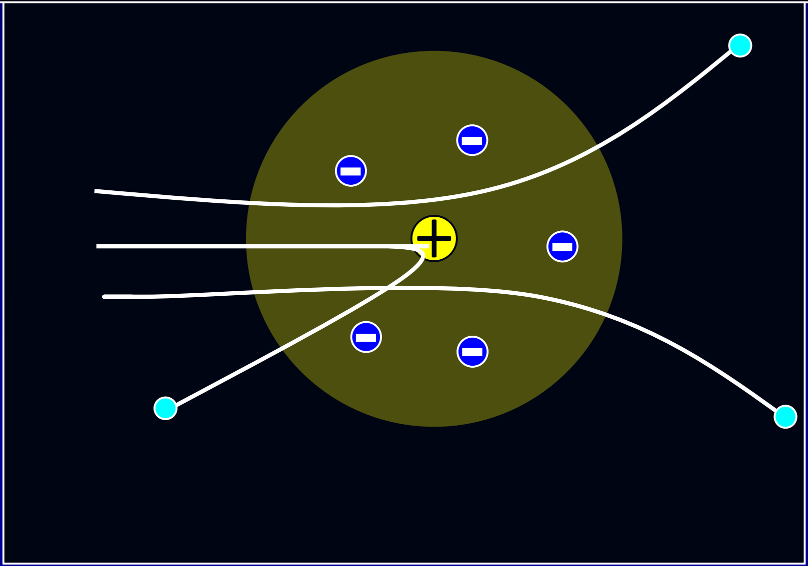
1919年任剑桥大学教授，并任卡文迪许实验室主任。

1931年英王授予他勋爵的桂冠。

1937年10月19日逝世。

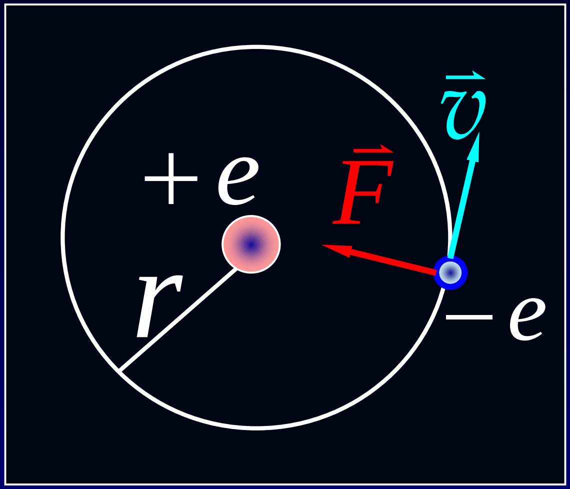
原子的中心有一带正电的原子核，它几乎集中了原子的全部质量，电子围绕这个核旋转，核的尺寸与整个原子相比是很小的.

——卢瑟福的原子行星模型

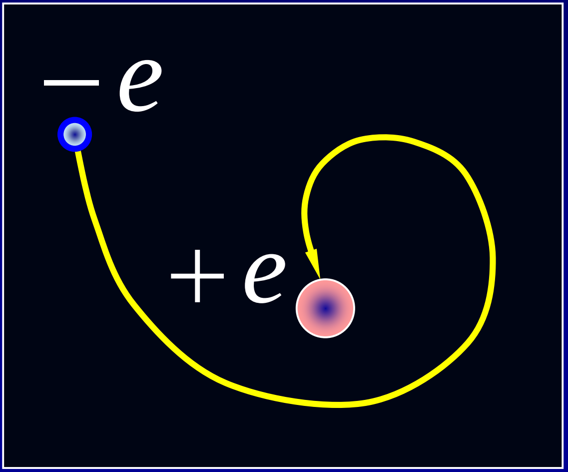


# 二　氢原子的玻尔理论

## 1　经典有核模型的困难




◇ 原子不断向外辐射能量，能量逐渐减小，电子旋转的频率也逐渐改变，发射光谱应是连续谱；




◇ 由于原子总能量减小，电子将逐渐的接近原子核而后相遇，原子不稳定.

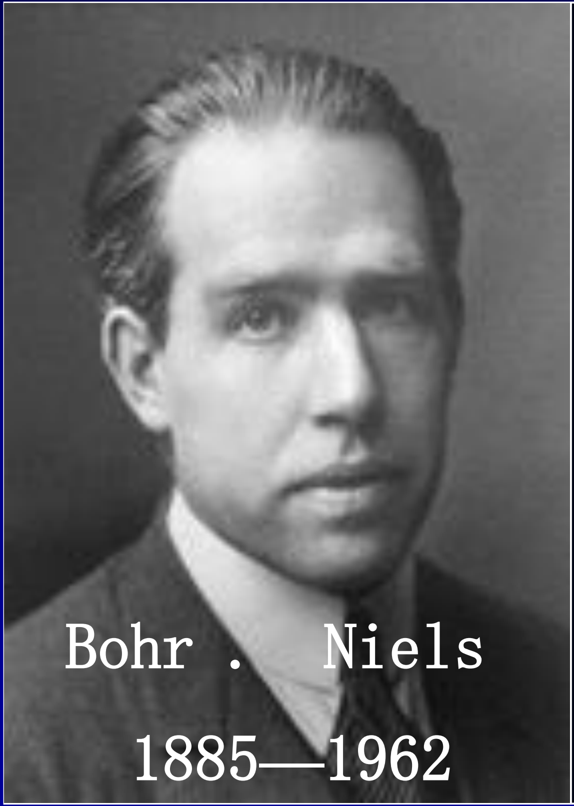
## 2　玻尔的氢原子理论

**1913年玻尔在卢瑟福的原子结构模型的基础上，将量子化概念应用于原子系统，提出三条假设：**

**(1) 定态假设**

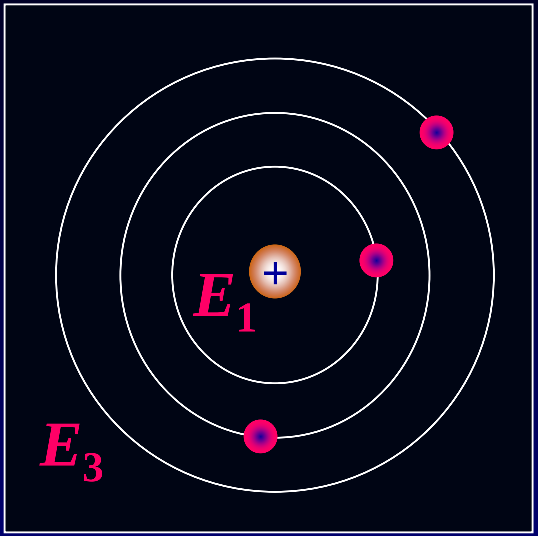
**(2) 频率条件**

**(3) 量子化条件**




1885年出生在丹麦的首都哥本哈根。
1911年他在哥本哈根大学获得博士学位。
1917当选丹麦科学院院士
1922年因对光谱和原子结构的研究获诺贝尔物理学奖.
1920年在玻尔筹划下创立的哥本哈根大学理论物理研究所，在创立量子力学的过程中，成为世界原子物理研究中心。其担任所长40余年。

## 2　玻尔的氢原子理论

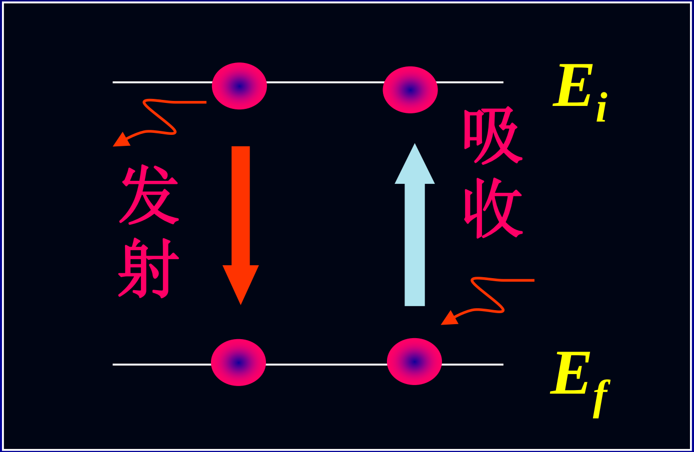



### (1) 定态假设

电子在原子中可以在一些特定的圆轨道上运动而不辐射电磁波，这时，原子处于稳定状态，简称定态.

### (2) 频率条件

$$\boxed{h\nu = E_i - E_f}$$

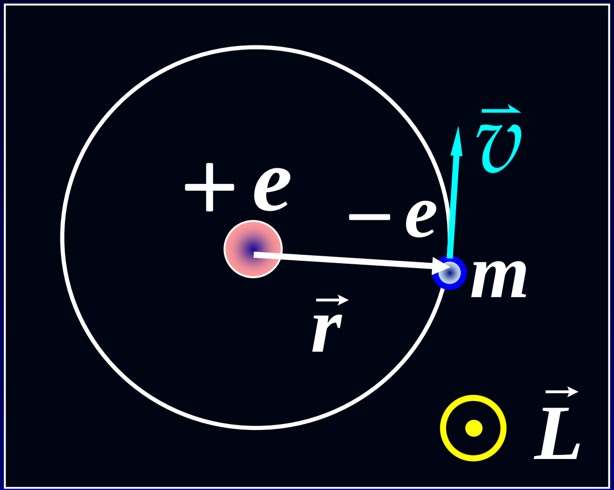


## 2　玻尔的氢原子理论

### (3) 量子化条件

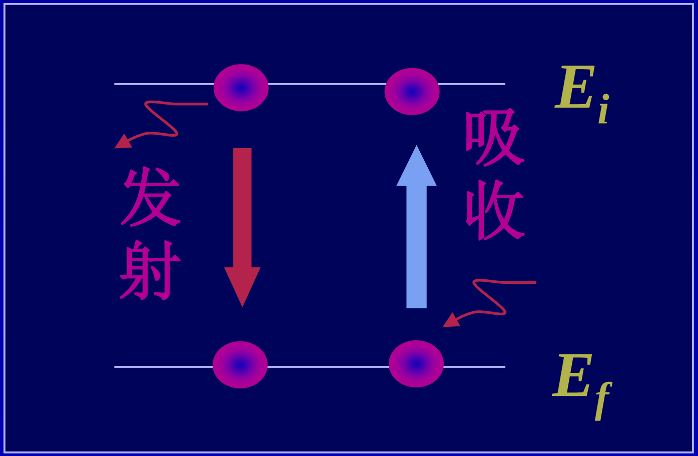
$$\boxed{L = m v r = n\frac{h}{2\pi}}$$

$n = 1, 2, 3, \cdots$　　量子数

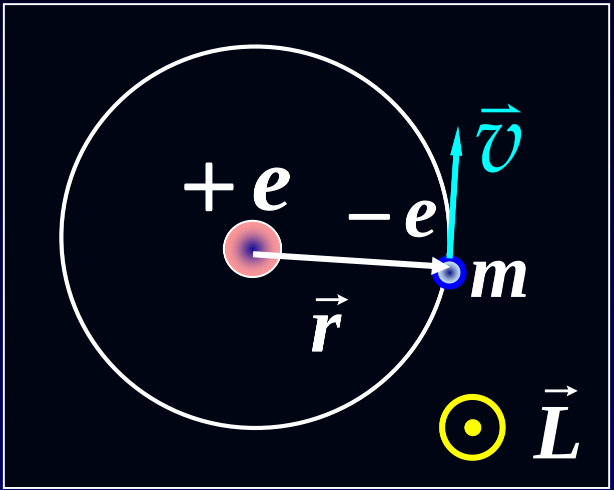



### (2) 频率条件

$$\boxed{h\nu = E_i - E_f}$$



### (3) 量子化条件




$$\boxed{L = mvr = n\frac{h}{2\pi}}$$

$n = 1, 2, 3, \cdots$　　主量子数

## 3　氢原子轨道半径和能量的计算

### (1) 轨道半径

经典力学： $$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = m\frac{v_n^2}{r_n}$$

量子化条件：$mv_n r_n = n\dfrac{h}{2\pi}$ $\Rightarrow v_n = \dfrac{nh}{2\pi m r_n}$

$$\boxed{r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 = r_1 n^2}$$

$(n = 1, 2, 3, \cdots)$

## 3 氢原子轨道半径和能量的计算

### (1) 轨道半径

经典力学：$\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = m\dfrac{v_n^2}{r_n}$

量子化条件：$mv_n r_n = n\dfrac{h}{2\pi} \Rightarrow v_n = \dfrac{nh}{2\pi m r_n}$

$$\boxed{r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 = r_1 n^2} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

$n = 1 \quad r_1 = \dfrac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 5.29 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}$

—— 玻尔半径

(2) 能量

第 $n$ 轨道电子总能量：$E_n = \dfrac{1}{2} m v_n^2 - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$

$$\boxed{E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}}$$

——氢原子能级公式

基态能量 $(n=1)$　$E_1 = -\dfrac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13.6\,\mathrm{eV}$

$n=1$　$r_1 = \dfrac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = 5.29\times10^{-11}\ \mathrm{m}$

—— 玻尔半径

(2) 能量

第 $n$ 轨道电子总能量：$E_n = \dfrac{1}{2}m\upsilon_n^2 - \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$

$$\boxed{E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}}$$

——氢原子能级公式

基态能量 $(n=1)$ $E_1 = -\dfrac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -13.6\,\mathrm{eV}$

激发态能量 $(n>1)$ $E_n = E_1 / n^2$

## 4 玻尔理论对氢原子光谱的解释

$$\boxed{h\nu = E_i - E_f}$$

波数： $\sigma = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{\nu}{c}$

——玻尔频率条件

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right), \quad n_i > n_f$$

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.097\times 10^7\,\mathrm{m}^{-1} \approx R$$ （里德伯常数）

激发态能量 $(n>1)$ $E_n = E_1 / n^2$

## 4 玻尔理论对氢原子光谱的解释

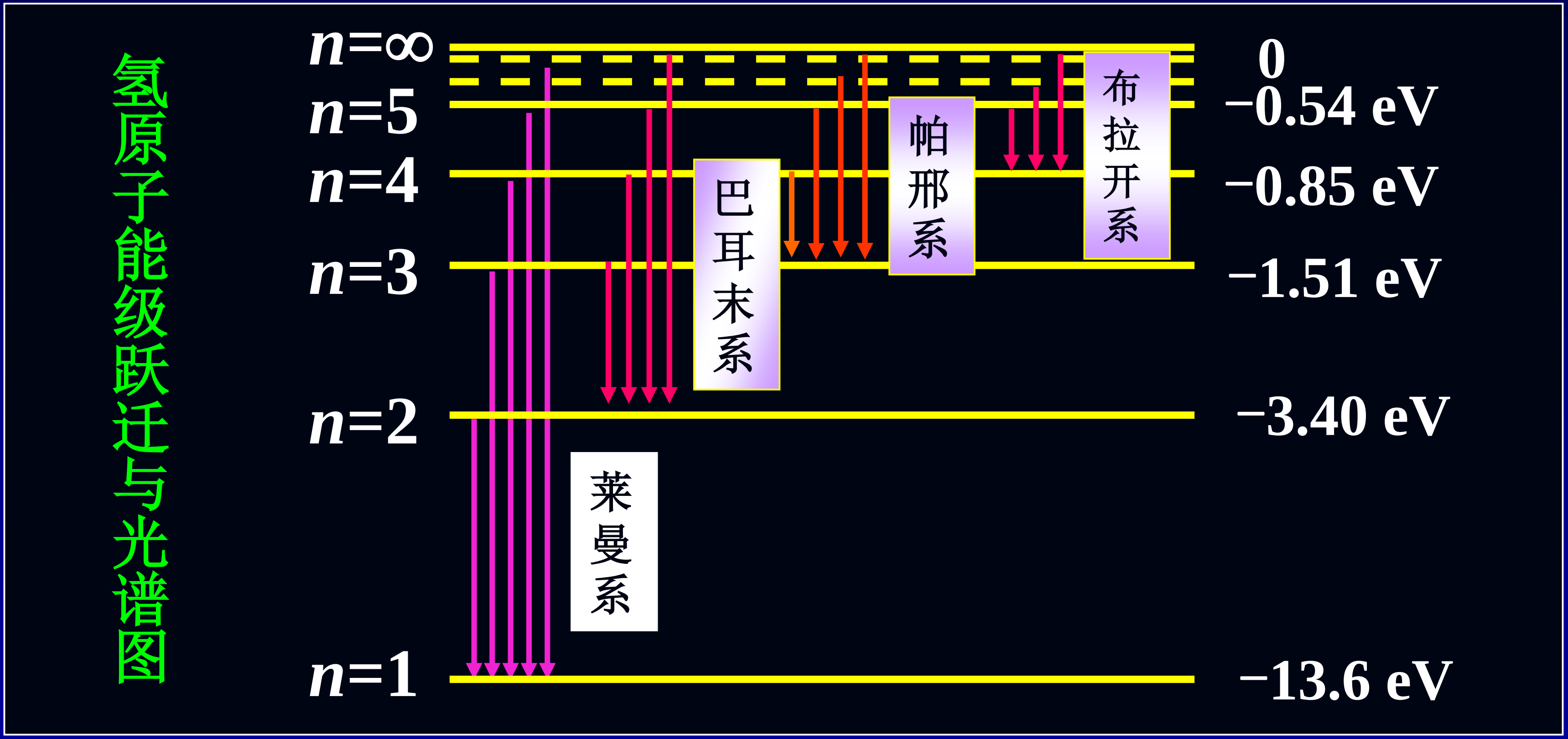
$$\boxed{h\nu = E_i - E_f}$$

——玻尔频率条件

波数： $\sigma = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{\nu}{c}$

$$\sigma=\frac{1}{\lambda}=\frac{\nu}{c}=\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^3c}\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right),\quad n_i>n_f$$

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^3c}=1.097\times10^7\,\mathrm{m}^{-1}\approx R$$（里德伯常数）



$$\sigma=\frac{1}{\lambda}=\frac{\nu}{c}=\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^3c}\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right),\quad n_i>n_f$$

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^3c}=1.097\times10^7\,\mathrm{m}^{-1}\approx R$$（里德伯常数）

## 三　氢原子玻尔理论的意义和困难

### 1　意义

(1) 正确地指出原子能级的存在(原子能量量子化).

(2) 正确地指出定态和角动量量子化的概念.

(3) 正确地解释了氢原子及类氢离子光谱规律.

## 2 缺陷

(1) 无法解释比氢原子更复杂的原子.

(2) 微观粒子的运动视为有确定的轨道.

# 三 氢原子玻尔理论的意义和困难

## 1 意义

(1) 正确地指出原子能级的存在(原子能量量子化).

(2) 正确地指出定态和角动量量子化的概念.

(3) 正确地解释了氢原子及类氢离子光谱规律.

## 2 缺陷

(1) 无法解释比氢原子更复杂的原子.

(2) 微观粒子的运动视为有确定的轨道.

(3) 对谱线的强度、宽度、偏振等一系列问题无法处理.

(4) 半经典半量子理论, 既把微观粒子看成是遵守经典力学的质点，同时，又赋予它们量子化的特征.

# 四　氢原子的四个量子数

(1) 能量量子化和主量子数n.

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}$$

（　n=1,2,3….　）

(2) 角动量量子化和角量子数l.

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\frac{h}{2\pi}$$

l=0,1,2,3….(n-1)

## 四 氢原子的四个量子数

(3) 空间量子化和磁量子数.

$$L_z = m_l \frac{h}{2\pi} \qquad m_l = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \pm l$$

(4) 自旋量子数.

$$S_z = m_z \frac{h}{2\pi} \qquad m_z = \pm \frac{1}{2}$$