

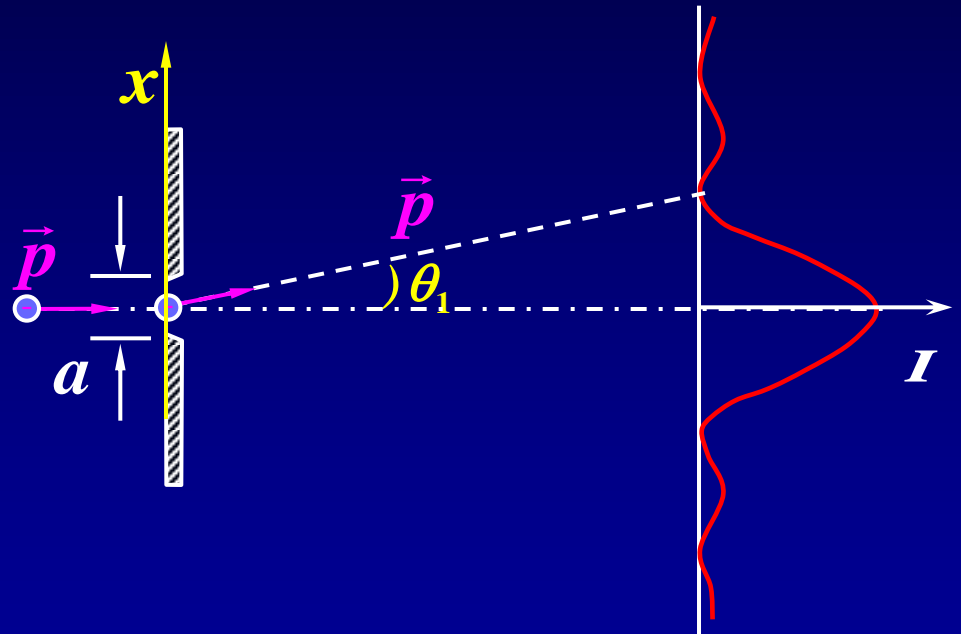
# § 15.7 不确定关系

以电子束的单缝衍射为例。

设：电子入射前，其物质波波长为  $\lambda$ ，则  $p = \frac{h}{\lambda}$

缝宽  $a \downarrow \longrightarrow \theta_1 \uparrow$

即：电子在通过狭缝前的空间位置被限制得越小，其之后的运动方向也越无法准确确定，但大部分电子落在衍射区域的中央主极大内。



在**中央明纹**内，电子在  $x$  方向上的动量变动范围：

$$0 \leq p_x \leq p \cdot \sin \theta_1$$

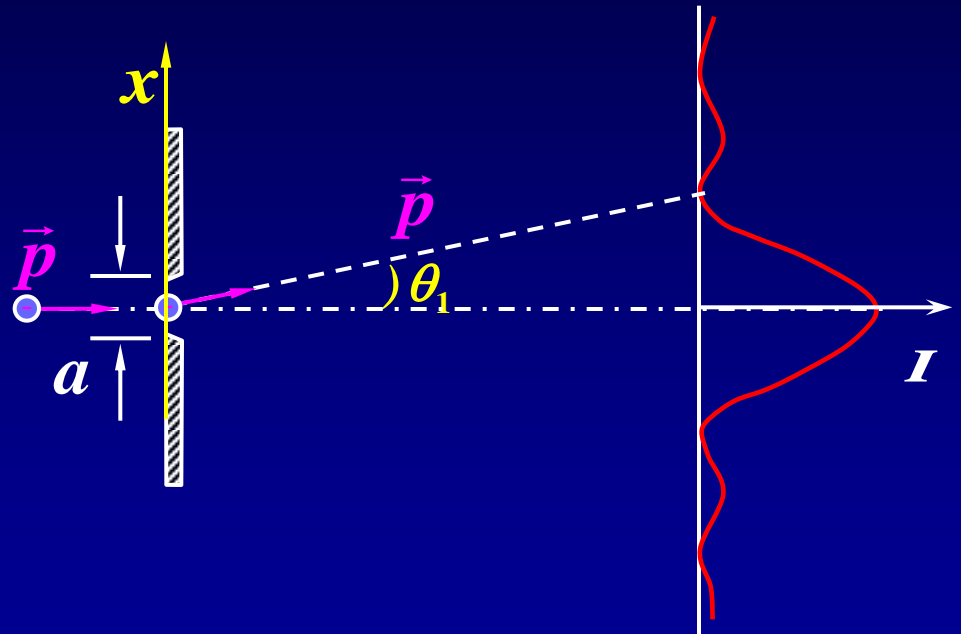
$$\begin{aligned} \therefore \Delta p_x &= |p \cdot \sin \theta_1 - 0| \\ &= p \cdot \sin \theta_1 \end{aligned}$$

考虑到其他衍射级次：

$$\Delta p_x \geq p \cdot \sin \theta_1$$

而  $a \cdot \sin \theta_1 = 2 \times \lambda / 2 = \lambda$

$$\sin \theta_1 = \lambda / a$$



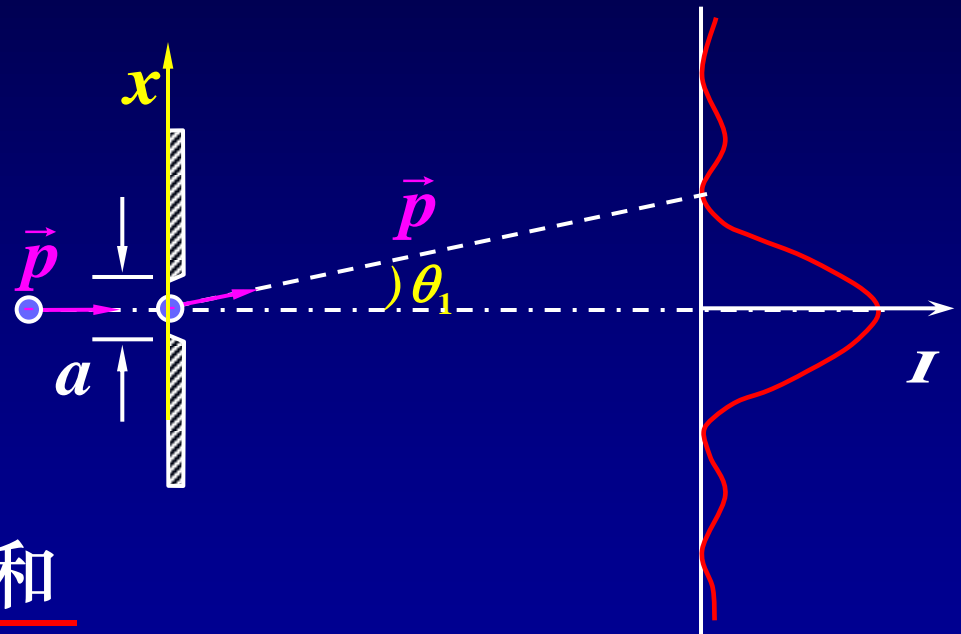
$$\Delta p_x \geq p \cdot \sin \theta_1 = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{a} = \frac{h}{a}$$

到达屏上的电子在衍射前的位置范围： $\Delta x = a$ ， 则：

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$

$\Delta x$ :  $x$ 方向位置不确定量

$\Delta p_x$ :  $x$ 方向动量不确定量



即：沿 $x$ 方向粒子的坐标和  
动量不可能同时准确测量。

一般情况下: 
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x \cdot \Delta p_x \geq h \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \geq h \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \geq h \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{( 不确定关系 )} \\ \text{( 海森伯测不准关系 )} \end{array}$$



海森伯(W.K.Heisenberg, 1901-1976)  
德国理论物理学家，为量子力学的创立做出了贡献，1927年提出了不确定关系。1932年获诺贝尔物理学奖。



[www.nobel.se/physics](http://www.nobel.se/physics)

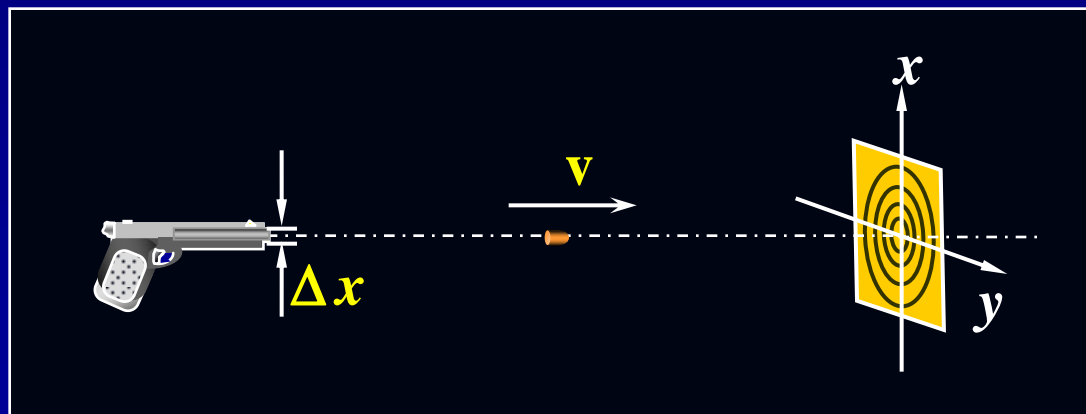
**例** 子弹: 0.01kg, 口径0.5cm, 估算子弹的横向速度。

**解**  $\Delta x = 0.5\text{cm}$  ,  $\Delta p_x = m\Delta v_x$  ,  $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \geq \frac{h}{m} , \quad \text{取等号估算:}$$

$$\Delta v_x = \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{0.01 \times 0.5 \times 10^{-2}} \approx 1.33 \times 10^{-29} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

该不确定量与子弹的线速度相比可忽略。



**例** 电视机显像管中电子加速电压为9kV，电子枪口径为0.1mm，求从电子枪射出后电子的横向速度。

**解**  $\Delta x = 0.1\text{mm} = 1 \times 10^{-4}\text{m}$  ,  $m_0 = 9.11 \times 10^{-31}\text{kg}$

$$\Delta p_x \cdot \Delta v_x \geq h \longrightarrow \Delta v_x = \frac{h}{m \Delta x} \approx 7.86 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

从电子枪射出的电子的动能：

$$E_k = eU = 1.6 \times 10^{-19} \times 9000 = 1.44 \times 10^{-15} (\text{J})$$

$$\therefore E_k \approx \frac{1}{2} m_0 v^2 = 1.44 \times 10^{-15} \longrightarrow v = 5.62 \times 10^7 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$\Delta v_x \ll v$  对电视机图象没什么影响。

同样 可通过不确定关系估算原子中电子速度不确定量:

$$\Delta x = 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

$$\Delta v_x = \frac{h}{m \Delta x} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.11 \times 10^{-31} \times 10^{-10}} \approx 7.86 \times 10^6 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

与电子的热运动速度相当。

即：原子内部电子的波动性非常明显，描述其运动时，必须抛弃经典力学的轨道概念，量子力学上用电子云图来描述其力学规律。



能量不确定关系:  $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$

例 设原子某激发态的平均寿命  $\tau \sim 10^{-8}\text{s}$ , 求能级的不确定量。

解  $\Delta t = \tau = 10^{-8}\text{s} \longrightarrow \Delta E \sim \frac{h}{\tau} = 6.63 \times 10^{-26}(\text{J})$

$$\Delta E \approx 3.32 \times 10^{-7}(\text{eV})$$

原子光谱:  $h\nu = E_2 - E_1 \longrightarrow \nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$

即 原子的能级总是有一定的宽度, 原子光谱谱线也必有一定的宽度, 自然界没有绝对纯的单色光!

**J粒子发现** 1974年，美籍华人丁肇中与另一组科学家，在美国布鲁克海文国家实验室和斯坦福大学高能加速器上发现静质量很大的新粒子，称作J粒子，1976年诺贝尔物理学奖。



J粒子在短时间内很快衰变为更小的粒子，能量不确定度为  $0.063\text{MeV}$ ，用能量不确定关系估计寿命：

$$\Delta t \geq \frac{h}{\Delta E} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{6.3 \times 10^4 \times 1.6 \times 10^{-19}} \approx 6.6 \times 10^{-20} \text{s}$$

## 注意

- ☺ 对于宏观物体，常数 $h$ 是个极小的量，其数量级为 $10^{-34}$ ，因此

$$\Delta p_x \Delta x \geq h \sim 0$$

表明宏观物体的空间坐标和动量可**同时精确测量**。

- ☺ 对微观**物理量不能同时精确测量**这种局限性是由物质的本性决定的，是粒子波粒二象性的必然结果，与测量的方法、测量仪器的精度无关。
- ☺ 不确定关系一般只用于数量级的估计。