

## 第九章 信号分析和频域测量

第1页

### 9.1.1 信号分析和信号频谱的概念

#### ◆ 信号的定义及种类

信号的概念广泛出现于各领域中。这里所说的均指**电信号**，一般可表示为一个或多个变量的函数。按照信号随时间变化的特点，可分为

- 确定信号与随机信号
- 连续时间信号与离散时间信号
- 周期信号与非周期信号

其它分类如：奇信号与偶信号，调制信号与载波信号，能量有限信号与功率有限信号 .....

第2页

### 频谱分析的基本概念

- ◆ 广义上，**信号频谱**是指组成信号的全部频率分量的总集；狭义上，一般的频谱测量中常将随频率变化的**幅度谱**称为频谱。
- ◆ **频谱测量**：在频域内测量信号的各频率分量，以获得信号的多种参数。频谱测量的基础是**付里叶变换**。
- ◆ **频谱的两种基本类型**
  - **离散频谱**（线状谱），各条谱线分别代表某个频率分量的幅度，每两条谱线之间的间隔相等
  - **连续频谱**，可视为谱线间隔无穷小，如**非周期信号**和各种随机噪声的频谱

第3页

### 9.1.2 周期信号的频谱

#### 周期信号的付氏变换

一个周期为 **$T$** 的信号 **$f(t)$** 可以用复指数级数展开表

示为：

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

其中

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}, c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$c_n$ 称为周期信号 **$f(t)$** 的付氏级数系数，或 **$f(t)$** 的**频谱系数**。付氏级数明确地表现了信号的频域特性。

对应的周期信号付氏变换式为：

频谱密度函数  
简称频谱

$$F(j\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(\omega - n\omega_0)$$

第4页

### 周期信号的频谱特性

- ◆ 频谱密度由无穷个**冲激函数**组成，位于谐波频率 **$n\omega_0$** 处冲激函数的强度是第 **$n$** 个付氏级数系数的 **$2\pi$** 倍。
- ◆ **离散性**：频谱是**离散的**，由无穷多个冲激函数组成；
- ◆ **谐波性**：谱线只在**基波频率的整数倍上**出现，即谱线代表的是基波及其高次谐波分量的幅度或相位信息；
- ◆ **收敛性**：各次谐波的**幅度**随着谐波次数的增大而逐渐减小。

第5页

### 脉冲宽度和频带宽度

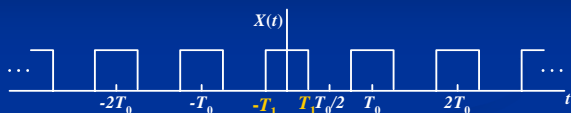
周期信号的脉冲宽度和频带宽度是两个不同的概念。有效频带宽度与脉冲宽度成反比。

- ◆ **脉冲宽度**是**时域**概念，指在一个周期内脉冲波形的两个零点之间的时间间隔；
- ◆ **频带宽度**（带宽）是**频域**概念，通常规定：在周期信号频谱中，从零频率到需要考虑的最高次谐波频率之间的频段即为该信号的有效占有带宽，亦称频带宽度。实际应用中，常把零频到频谱包络线第一个零点间的频段作为频带带宽。

第6页

## 脉冲宽度和频带宽度 (续1)

- 脉冲宽度与频带宽度对周期信号频谱的影响



连续方波信号的波形如上图所示，它在一个周期内的时域表达式为

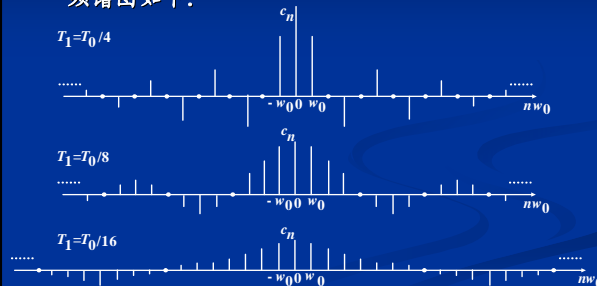
$$x(t) = \begin{cases} 1 & |t| < T_1 \\ 0 & T_1 < |t| < T_0/2 \end{cases}$$

其中  $T_0$  为方波的周期，脉冲宽度为  $2T_1$ 。

第7页

## 脉冲宽度和频带宽度 (续2)

- 在  $T_1 = T_0/4$ 、 $T_1 = T_0/8$ 、 $T_1 = T_0/16$  情况下的方波频谱图如下：



第8页

可见：当方波的周期  $T_0$  固定不变时，频域中各条谱线之间的间隔  $\omega_0$  也是固定的。随着  $T_1$ （即脉冲宽度）的减小，谱线从集中分布在纵轴附近渐渐变得向两边“拉开”，即频带宽度逐渐增大，而且幅度逐渐变低。

第9页

## 重复周期变化对频谱的影响

仍考虑上述周期方波的例子：保持脉冲宽度  $2T_1$  不变，随着周期  $T_0$  的增加，谱线间隔  $\omega_0$  将减小，频谱的包络线被越来越密集的频率间隔取样； $T_0$  趋于无穷大，原来的连续方波就近似为一个矩形单脉冲，频谱也相应趋近于连续的取样函数。

可见，时域内的重复周期与频域内谱线的间隔成反比：周期越大，谱线越密集。当时域内的波形向非周期信号渐变时，频域内的离散谱线会逐渐演变成连续频谱。

第10页

## 信号的能量谱

能量谱表述信号的能量随着频率而变化的情况。

信号  $f(t)$  的能量密度谱，简称能量谱或能量谱，表示单位频带内所含能量。任何带宽内的信号能量均与能量谱曲线下相应的面积成正比。

由帕斯瓦尔定理可知，信号经过付氏变换之后能量保持不变。即令

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} |F(j\omega)|^2, \text{ 因此得到: } E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) d\omega$$

第11页

## 信号的功率谱

信号  $f(t)$  的功率定义为：  $P(\omega) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$

当  $P(\omega)$  有限时， $f(t)$  为功率有限信号，简称功率信号。

由帕斯瓦尔公式得  $P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|F(j\omega)|^2}{T} d\omega$ ，令

$$S_p(\omega) = \frac{1}{\pi} \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{|F(j\omega)|^2}{T}, \text{ 则有 } P(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_p(\omega) d\omega$$

功率密度谱，简称功率谱，表示单位频带内的功率

第12页

### 9.1.3 非周期信号的频谱

#### ➤非周期信号的付氏变换

付氏级数表示仅限于周期信号。如果把非周期信号视为周期无穷大的周期信号，则非周期信号可通过付氏变换表示在频域中。

一个时域非周期信号的付氏变换定义为：

频谱  $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$

其反变换或逆变换为：

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

第13页

### 非周期信号的频谱特性

- ◆ 频谱密度函数 $F(j\omega)$ 是 $\omega$ 的连续函数，即非周期信号的频谱是连续的。
- ◆ 当 $f(t)$ 为实函数时，有 $F(j\omega) = F^*(-j\omega)$ 。且频谱的实部 $R(\omega)$ 是偶函数、虚部 $X(\omega)$ 是奇函数；
- ◆ 当 $f(t)$ 为虚函数时，有 $F(j\omega) = -F^*(-j\omega)$ 。且 $R(\omega)$ 是奇函数、 $X(\omega)$ 是偶函数；
- ◆ 无论 $f(t)$ 为实函数或虚函数，幅度谱 $|F(j\omega)|$ 关于纵轴对称，相位谱 $\angle F(j\omega)$ 关于原点对称。

第14页

### 9.1.4 离散时域信号的频谱

#### ➤离散时域信号的付氏变换（DFT）

又称为序列的付氏变换：以 $e^{j\omega n}$ 作为完备正交函数集，对给定序列做正交展开，很多特性与连续信号的付氏变换相似。

一个非周期离散时间序列的付氏变换定义为：

频谱  $F(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f[n]e^{-j\omega n}$

其反变换为：

$$f[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(e^{j\omega})e^{j\omega n} d\omega$$

第15页

### 离散时域信号的频谱特性

- ◆ 离散付氏变换的频谱 $F(e^{j\omega})$ 是 $\omega$ 的周期函数，周期为 $2\pi$ ，即离散时间序列的频谱是周期性的。
- ◆ 如果离散时间序列是周期性的，在频域内的频谱一定是离散的，反之亦然；
- ◆ 若离散时间序列是非周期的，在频域内的频谱一定是连续的，反之亦然。



第16页

### 9.1.5 快速付氏变换

➤快速付氏变换（FFT）：实现离散付氏变换、进行时-频域分析的一种极迅速有效的算法。

➤FFT算法经过仔细选择和重新排列中间计算结果，完成计算的速度比离散付氏变换有明显提高，因而在数字式频谱仪等仪器中得到广泛应用。

➤最常见的FFT算法：基2的时间抽取法，即蝶形算法。若频谱分析的记录长度为 $N$ （ $N$ 常取2的幂次），进行离散付氏变换所需的计算次数约为 $N^2$ ，蝶形算法需要的次数为 $N \log_2 N$ 。

第17页

### 9.1.6 信号的频谱分析技术

频谱分析以付里叶分析为理论基础，可对不同频段的信号进行线性或非线性分析。

➤信号频谱分析的内容：

- ✓ 对信号本身的频率特性分析，如对幅度谱、相位谱、能量谱、功率谱等进行测量，从而获得信号不同频率处的幅度、相位、功率等信息；
- ✓ 对线性系统非线性失真的测量，如测量噪声、失真度、调制度等。

第18页

## 频谱分析仪的基本原理

频谱分析仪是使用不同方法在频域内对信号的电压、功率、频率等参数进行测量并显示的仪器。一般有FFT分析（实时分析）法、非实时分析法两种实现方法。

➤FFT分析法：在特定时段中对时域数字信号进行FFT变换，得到频域信息并获取相对于频率的幅度、相位信息。可充分利用数字技术和计算机技术，非常适于非周期信号和持续时间很短的瞬态信号的频谱测量。

第19页

## 频谱分析仪的基本原理（续）

### ➤非实时分析法

在任意瞬间只有一个频率成分能被测量，无法得到相位信息。适用于连续信号和周期信号的频谱测量。

✓扫频式分析：使分析滤波器的频率响应在频率轴上扫描。

✓差频式分析（外差式分析）：利用超外差接收机的原理，将频率可变的扫频信号与被分析信号进行差频，再对所得的固定频率信号进行测量分析，由此依次获得被测信号不同频率成分的幅度信息。这是频谱仪最常采用的方法。

第20页

## 频谱分析仪的分类

- ◆按分析处理方法分类：模拟式频谱仪、数字式频谱仪、模拟/数字混合式频谱仪；
- ◆按基本工作原理分类：扫描式频谱仪、非扫描式频谱仪；
- ◆按处理的实时性分类：实时频谱仪、非实时频谱仪；
- ◆按频率轴刻度分类：恒带宽分析式频谱仪、恒百分比带宽分析式频谱仪；
- ◆按输入通道数目分类：单通道、多通道频谱仪；
- ◆按工作频段分类：高频、射频、低频等频谱仪。

第21页

## 频谱分析仪的分类（续1）

### ◆模拟式频谱仪与数字式频谱仪

模拟式频谱仪：以扫描式为基础构成，采用滤波器或混频器将被分析信号中各频率分量逐一分离。所有早期的频谱仪几乎都属于模拟滤波式或超外差结构，并被沿用至今

数字式频谱仪：非扫描式，以数字滤波器或FFT变换为基础构成。精度高、性能灵活，但受到数字系统工作频率的限制。目前单纯的数字式频谱仪一般用于低频段的实时分析，尚达不到宽频带高精度频谱分析

第22页

## 频谱分析仪的分类（续2）

### ◆实时频谱仪和非实时频谱仪

实时分析应达到的速度与被分析信号的带宽及所要求的频率分辨率有关。一般认为，实时分析是指在长度为 $T$ 的时段内，完成频率分辨率达到 $1/T$ 的谱分析；或者待分析信号的带宽小于仪器能够同时分析的最大带宽。

在一定频率范围数据分析速度与数据采集速度相匹配，不发生积压现象，这样的分析就是实时的；如果待分析的信号带宽超过这个频率范围，则是非实时分析。

第23页

## 9.2 扫描式频谱仪

- ◆ 9.2.1 滤波式频谱分析技术
- ◆ 9.2.2 外差式频谱仪
- ◆ 9.2.3 外差式频谱仪的主要性能指标

第24页



## 9.2.1 滤波式频谱分析技术

### 滤波式频谱分析仪原理及分类

基本原理：先用带通滤波器选出待分析信号，然后用检波器将该频率分量变为直流信号，再送到显示器将直流信号的幅度显示出来。为显示输入信号的各种频率分量，带通滤波器的中心频率是多个或可变的。

- ✓ 档级滤波式频谱仪
- ✓ 并行滤波式频谱仪
- ✓ 扫频滤波式频谱仪
- ✓ 数字滤波式频谱仪

第25页



### 档级滤波式频谱仪

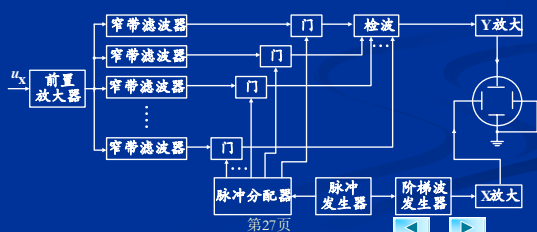
也叫顺序滤波频谱仪，由多个通带互相衔接的带通滤波器和共用检波器构成。用多个频率固定且相邻的窄带带通滤波器阵列来区分被测信号的各种频率成分，因此得以全面记录被测信号。

第26页



### 档级滤波式频谱仪

这种方法简单易行，但在频带较宽或较高频段的情况下需要大量滤波器，仪器体积过大；由于通带窄，分辨力和灵敏度都不是很高。一般用于低频段的音频测试等场合。

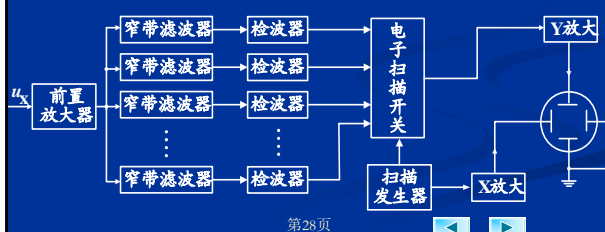


第27页



### 并行滤波式频谱仪

与档级滤波式的区别在于每个滤波器之后都有各自的检波器，无需电子开关切换及检波建立时间，因此速度快，能够满足实时分析的需要。但是可显示的频谱分量数目取决于滤波器的数目，所以需要大量的滤波器。



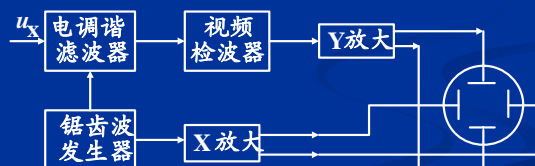
第28页



### 扫频滤波式频谱仪

实质是一个中心频率在整个宽带频率范围内可调谐的窄带滤波器。当它的谐振频率改变时，滤波器就分离出特定的频率分量。

扫频滤波式频谱仪与档级滤波式一样，是一种非实时频谱测量。结构简单，价格低廉。缺点是电调谐滤波器损耗大、调谐范围窄、频率特性不均匀、分辨率差，目前这种方法只适用于窄带频谱分析。



第29页



第30页

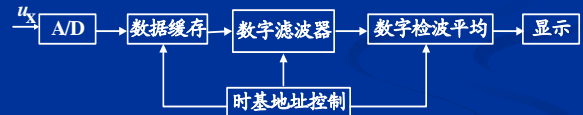


## 数字滤波式频谱仪

数字滤波式频谱仪在现代频谱分析仪中占有重要地位。数字滤波器的形状因子较小，因而提高了频谱仪的频率分辨率；具有数字信号处理的高精度、高稳定性、可重复性和可编程性等普遍优点。

第31页

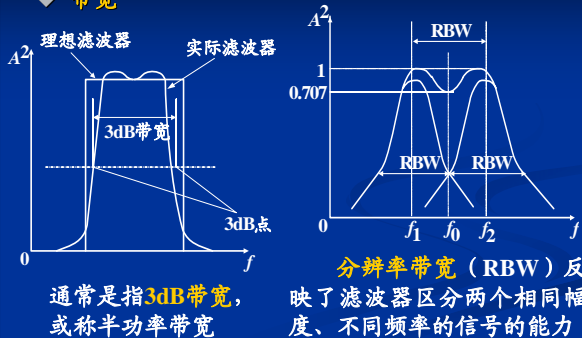
用单个数字滤波器代替多个模拟滤波器。



第32页

## 带通滤波器的性能指标

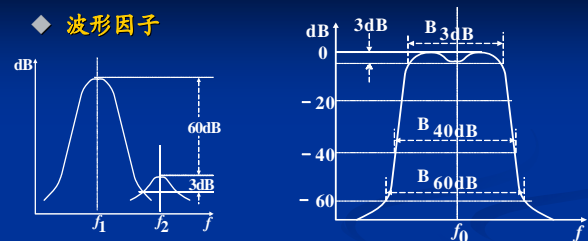
### ◆ 带宽



第33页

## 带通滤波器的性能指标 (续1)

### ◆ 波形因子



第34页

## 带通滤波器的性能指标 (续3)

### ◆ 滤波器响应时间 (建立时间)

信号从加到滤波器输入端到获得稳定输出所需的时间。通常用达到稳幅幅度的90%所需的时间  $T_R$  来表述，它与绝对带宽B成反比:  $T_R \propto 1/B$ 。

宽带滤波器的响应时间短，测量速度快；窄带滤波器建立时间较长，但频率分辨率更高、信噪比好。响应时间限制了频谱仪的扫描分析速度，影响实时频谱分析的实现。

第35页

## 9.2.2 外差式频谱仪

- 外差式频谱仪的组成
- 输入通道
- 中频信号预处理
- 检波器
- 视频滤波器
- 踪迹处理
- 参数之间的相互关系

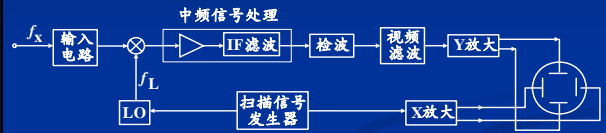
第36页

外差式频谱仪的频率变换原理与超外差式收音机相同：利用无线电接收机中普遍使用的自动调谐方式，通过改变扫频本振的频率来捕获待测信号的不同频率分量。也称扫频外差式频谱仪。扫频外差式方案是实施频谱分析的传统途径，在高频段占据优势地位。

第37页

## 外差式频谱仪的组成

主要包括输入通道、混频电路、中频处理电路、检波和视频滤波等部分。



外差式频谱分析仪频率范围宽、灵敏度高、频率分辨率可变，是目前频谱仪中数量最大的一种。由于被分析的频谱依次被顺序采样，因而不能进行实时分析。这种分析仪只能提供幅度谱，不能提供相位谱。

第38页

## 输入通道

输入通道也称前端，主要由输入衰减、低噪声放大、低通滤波及混频等几部分组成，功能上相当于一台宽频段、窄带宽的外差式自动选频接收机。用于控制加到仪器后续部分的信号电平，并对输入信号取差频以获得固定的中频。

➢ 输入衰减：一方面避免因信号电平过高而引起的失真，同时起到阻抗匹配的功能，尽可能降低源负载与混频器之间的失配误差

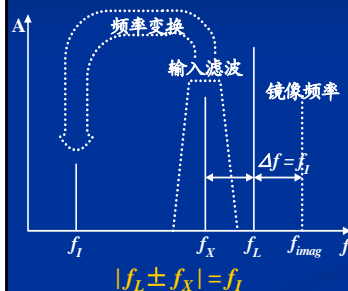
➢ 低噪声放大：对输入电平进行调整，保证混频器输入电平满足一定的幅度要求，获得较佳混频效果

第39页

## 输入通道（续1）

### ◆ 外差式频率变换原理

$$f_x = f_L - f_i \text{ 或 } f_x = f_L + f_i$$

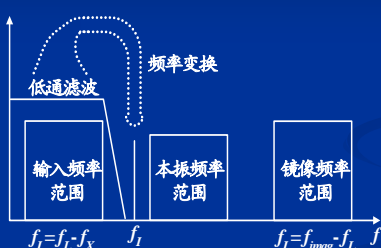


如果输入频率的范围大于  $2f_i$ ，将与镜频在本振处交叠。通常的频谱仪输入频率非常宽，一般的抑制镜频滤波器难以实现调谐。解决办法是选择高中频，本振频率也相应提高

第40页

## 输入通道（续2）

### ◆ 抑制镜频的高中频解决方案



镜频范围远在输入频率范围之上，两者不会交叠；中频频率越高，镜频距本振越远，可避免因交叠而带来的滤波器实现问题。因此用固定调谐的低通滤波器在混频之前滤去镜频即可

第41页

## 输入通道（续3）

### ◆ 多级混频



高中频很难实现窄带通滤波和性能良好的检波，需要进行多级变频（混频）处理。第一混频实现高中频频率变换，再由第二、三级甚至第四级混频将固定的中频逐渐降低。

第42页

## 中频信号预处理

中频信号预处理主要是在被检测之前完成对固定中频信号的**自动增益放大**、**分辨率滤波**等处理。中频滤波器的带宽通常可程控，以提供不同的**频率分辨率**。

◆ **中频信号幅度调节**：由自动增益电路完成。末级混频的增益必须能够以小步进精密调节，以保持**后续电路中的最大信号电平固定**而不受前端的影响。

◆ **中频滤波器**：用于减小噪声带宽、分辨各频率分量。频谱仪的分辨率带宽由最后一个中频滤波器的带宽决定。数字滤波器选择性较好、没有漂移，能够实现极稳定的窄分辨率带宽。

第43页



## 检波器

在模拟式频谱仪中，采用检波器来**产生与中频交流信号的电平成正比的直流电平**，以获取待测信号的幅度信息。常用**包络检波器**。

最简单的包络检波器由一个二极管和一个并联RC电路串接而成。只要恰当地选择检波器的R、C值，就可获得合适的时间常数以确保检波器跟随中频信号的包络变化而变化。**频率扫描速度的快慢也会对检波输出产生影响**，扫速太快会使检波器来不及响应。

第44页



## 视频滤波器

视频滤波器用于对显示结果进行平滑或平均，以**减小噪声对信号幅度的影响**。

◆ **基本原理**：视频滤波器实质是低通滤波器，它决定了驱动显示器垂直方向的视频电路带宽。当视频滤波器的截止频率小于分辨率带宽时，视频系统跟不上中频信号包络的快速变化，因此使信号的起伏被“平滑”掉。

◆ **应用**：主要应用于噪声测量，特别是在分辨率带宽（RBW）较大时。减小视频滤波器的带宽（VBW）将削弱或平滑噪声峰-峰值的变化，当VBW/RBW < 0.01时，平滑效果非常明显。

第45页



## 踪迹处理

频谱仪进行一次扫描所得的频谱图的迹线即“**踪迹**”（Trace），也有“扫迹”、“轨迹”、“轨迹线”等不同译法。

◆ **标记（Marker）**：踪迹上特定的幅度点或频率点借助标记功能可以非常方便、直观地实现多种功能，如找**最大/最小值**、**测量相对幅度或频率**等，并有助于改善相对测量精度、减小读数误差。

◆ **踪迹平均处理**：为了平滑图像、降低噪声，对同一输入信号**多次扫描所得的踪迹**进行的处理。踪迹平均的基本算法是将来自多个踪迹的相同频点上的数据**一一进行加权平均**，形成一个平滑踪迹。

第46页



## 踪迹处理（续1）

### ◆ 两种踪迹平均

➢ **线性加权踪迹平均**：即算术平均，采用相同的加权系数，是一种最便捷的数据加权计算。

$$A_{avg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i$$

其中： $n$ ——加权因子，即进行平均的踪迹数目

$A_{avg}$ ——平均后的踪迹值

$S_i$ ——未经平均的各次踪迹的测量值， $i = 1, 2, \dots, n$

第47页



## 踪迹处理（续2）

➢ **指数加权踪迹平均**：也称扫描平均、视频平均，是在每个扫描点上采用**指数加权**的方法得到新的平均踪迹。指数加权的原理是**最新（最近）的踪迹样本或记录的权最重**，先前踪迹的样本或记录的权依序呈指数减小。计算式如下：

$$\begin{aligned} A_{avg} &= \beta S_n + \beta(1-\beta) S_{n-1} + \beta(1-\beta)^2 S_{n-2} + \dots + \beta(1-\beta)^{n-1} S_1 \\ &= \beta S_n + (1-\beta) \{ \beta S_{n-1} + \beta(1-\beta) S_{n-2} + \dots + \beta(1-\beta)^{n-2} S_1 \} \\ A_{avg} &= \beta S_n + (1-\beta) \times A_{n-1} \quad \text{令 } \frac{1}{n} = \beta \quad \frac{1}{n} S_n + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \times A_{n-1} \end{aligned}$$

其中 $n$ ——加权平均因子，即已完成扫描的踪迹数

$A_{avg}$ ——平均之后的踪迹值

$S_n$ ——未经平均的当前踪迹的测量值

$A_{n-1}$ ——前一次扫描的平均踪迹值

第48页





### 9.2.3 外差式频谱仪的主要性能指标

#### 频率指标

- 输入频率范围
- 频率扫描宽度
- 频率分辨率
- 频率精度
- 扫描时间
- 相位噪声/频谱纯度

#### 幅度指标

- 幅度测量精度
- 动态范围
- 灵敏度/噪声电平
- 本振直通/直流响应
- 本底噪声
- 1dB压缩点和最大输入电平

第49页

### 9.3 付里叶分析仪

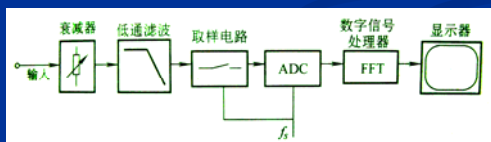
付里叶分析仪将输入信号数字化，再对时域数字信息进行FFT变换以获得频域表征，属于数字式频谱仪。由于采用微处理器或专用集成电路，速度明显超过传统的模拟式扫描频谱仪，能进行实时分析；但它同时受A/D转换器件的指标限制，通常带宽是有限的，工作频段较低。

第50页

### 9.3.1 FFT分析仪原理

#### ➤ FFT分析仪原理及组成

输入信号首先经过可变衰减器以提供不同的幅度测量范围，然后经低通滤波器除去仪器频率范围之外的高频分量。接下来对信号进行时域波形的采样和量化，转变为数字信息。最后由微处理器利用FFT计算波形的频谱，并将结果显示出来。



第51页

### FFT分析仪的特点

#### ▪ FFT的基本特性

FFT是一种面向记录的算法。将 $N$ 个采样点作为时间记录输入，得到 $N$ 个节点的频谱输出，输出记录的复数值同时包含幅度、相位信息。各节点之间的频率间隔 $f_{\text{step}}$ 由时间记录长度 $N$ 和采样频率 $f_s$ 决定： $f_{\text{step}} = f_s / N$ ，第 $n$ 个节点对应的频率值为 $f_n = f_s \times n / N$ 。

FFT形成的频谱相对于折叠频率 $f_f$  ( $f_f = f_s / 2$ ) 对称，因此输出频率的前半部分是多余的，只需保留 $(N/2) + 1$ 个有效节点，对应于频率从0到 $f_s / 2$ ，故FFT的输出频率范围为 $0 \sim f_s / 2$ ，类似于低通滤波。

第52页

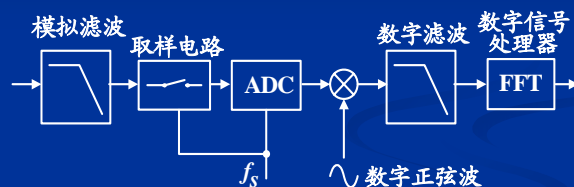
### FFT分析仪的特点（续1）

#### ▪ FFT分析仪中的数字混频

FFT实质上是基带变换，对窄带带通信号有所限制。通过数字混频可实现频谱仪分析频带的选择：借助混频器将ADC的输出与数字正弦波在时域中相乘，则在频域内可实现频谱搬移。如果将正弦波频率选择为ADC输出的中频带限信号的下截止频率，混频后恰好将中频带限信号向下搬移到了基带。

第53页

### FFT分析仪原理框图



第54页

## FFT分析仪的特点（续2）

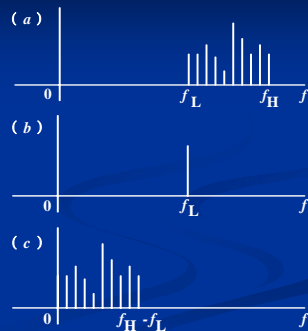
### ■ 分析频带的搬移

a: ADC之后待测中频信号的频谱;

b: 数字正弦波的频谱

c: 数字混频器输出频谱

可见, 原来的中频带限信号被搬移到了基带, 因此这个过程也叫**数字下变频(DDC)**。



第55页



## FFT分析仪的特点（续3）

### ■ 降数据率抽取与抗混叠滤波

要提高FFT分析仪的频谱分辨率, 可采取降低采样速率 $f_s$ , 或增加FFT分析点数的措施。过低的 $f_s$ 会引起频谱混叠、减小分析带宽, 还会导致信噪比下降; FFT的分析点数也不能无限增大, 因为过大的数据量使数字信号处理器的负担过重, 过长的计算时间也会影响显示刷新速度。

**解决方案:** 在不改变 $f_s$ 和 $N$ 的前提下对数字信号进行抽取, 以此降低数据率。同时还需对抽取后的数据进行滤波, 以免频谱混叠。使用数字滤波器可以同时实现抽取和滤波, 其抽取因子及滤波参数可编程。

第56页



## FFT分析仪的特点（续4）

### ■ 频谱泄漏及其处理

FFT在原理上是采用有限长的时间记录进行付氏变换, 并在总体上不断重复以代表对无限长实际序列的积分。然而在重复波形时, 某些波形的形状和相位可能会有瞬变, 这种情况下的频谱图中会看到谱线的频率范围变宽, 这就是**频谱泄漏**。

常用解决办法是**使用窗函数与时间记录相乘**, 即强迫波形在有限长度的时间记录之外变为零, 于是波形不再有瞬变现象。

第57页



## FFT分析仪的性能指标

FFT分析仪的信号先在时、频域两个方向上离散化, 再对离散序列中 $N$ 个采样数据(记录)进行分析, 所得频谱与周期信号理论上的线谱具有不同的意义, 因此需要不同的评价指标。

### ➢ 频率特性

■ **频率范围:** 由采样频率 $f_s$ 决定。为防止频谱混叠, 一般采用**过采样**:  $f_s > 2.56 f_{\max}$ , 其中 $f_{\max}$ 为待分析信号的最高频率。最高 $f_s$ 由ADC的性能决定。

■ **频率分辨率:** 采样频率一定时, FFT的点数越多, 频率分辨率越高。频率分辨率 $\Delta f$ 、采样频率 $f_s$ 和分析点数 $N$ 三者之间的关系为  $\Delta f = f_s / N$ 。

第58页



## FFT分析仪的性能指标（续1）

### ➢ 幅度特性

■ **动态范围:** 取决于ADC的位数、数字数据运算的字长或精度。

■ **灵敏度:** 取决于**本底噪声**, 主要由前置放大器噪声决定。

■ **幅度读数精度:** 幅度谱线的误差来源包括计算处理误差、频谱混叠误差、频谱泄漏误差以及每次单个记录分析所含的统计误差等。其中统计误差与信号处理方法、谱估计方法、统计平均方法及次数有关, 往往需要在改变设置和**多次分析**之后才能获得较好结果。

第59页



## FFT分析仪的性能指标（续2）

### ➢ 分析速度

主要取决于 $N$ 点FFT的运算时间、平均运行时间及结果处理时间, **实时**频谱分析的频率上限可由FFT的速度推算而得。若是实信号的功率谱计算, 则速度可以提高一倍。

### ➢ 其他特性

可选的窗函数种类; 数据触发方式; 显示方式; 结果存储、输入/输出功能等。

第60页



### 9.3.2 FFT分析仪的实现

#### ► FFT分析的硬件实现

可选方案：专用集成电路ASIC、现场可编程门阵列FPGA、DSP  
选择准则：可编程性、集成度、开发周期、性能、功耗

	可编程性	集成度	开发周期	性能	功耗
ASIC	低	较低	短	最佳	中
FPGA	较高	高	最长	两者相当	低
DSP	最高	高	较长		高

第61页



### FFT的硬件实现（续）

#### ◆ 选用哪种方案实现频谱分析？

**ASIC**：提供有限的可编程性和集成水平，通常可为某项固定功能提供最佳解决方案；

**FPGA**：可为高度并行或涉及线性处理的高速信号处理提供最佳解决方案，如数字滤波器等的设计；

**DSP**：可为复杂决策分析等功能提供最佳可编程解决方案，如FFT这样具有顺序特性的信号处理。

**结论**：鉴于频谱分析通常需要较高的可编程性，因此使用DSP实现FFT，而使用FPGA实现数字滤波、抽取等其他数字信号处理。

第62页



### FFT的软件实现

#### ► 基2的时间抽取DFT算法（蝶形算法）基本原理

对任何一个2的整数次幂 $N = 2^M$ ，总可以通过 $M$ 次分解成为2点DFT计算。 $M$ 次分解构成了从时域信号 $x[n]$ 到对应的频域信号 $X(k)$ 的 $M$ 级迭代运算，每级均由 $N/2$ 个蝶形运算组成。计算方程如下：

$$\begin{cases} X_{m+1}(p) = X_m(p) + W_N^k X_m(q) \\ X_{m+1}(q) = X_m(p) - W_N^k X_m(q) \end{cases}$$

#### ► 基2的 $N$ 点FFT计算步骤

将输入数据做位倒序→进行蝶形运算→计算 $x[n]$ 的频谱：

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{-nk} \rightarrow \text{由频谱求平方得功率谱}$$

第63页



### 9.3.3 FFT分析仪与外差式频谱分析仪

► **FFT分析仪比外差式频谱仪测量速度快**。外差式频谱仪的测量速度受限于分辨率带宽，在较低频段区分紧邻的谱线需要很窄的RBW，因此导致扫描时间可能会长到无法忍受。而FFT分析仪的速度仅取决于量化和FFT计算所需的时间，在相等的频率分辨率下，FFT分析仪较外差式频谱仪快得多。

► 由于FFT分析仪需使用高速ADC进行过采样，可分析的频率范围受限于A/D器件的速度，因而在频率覆盖范围上FFT分析仪不及外差式频谱仪。

第64页



### FFT分析仪与外差式频谱分析仪（续）

现代频谱仪将外差式扫描频谱分析技术与FFT数字信号处理技术相结合，兼有两种技术的优点：前端仍采用传统的外差式结构，而在中频处理部分采用数字结构，中频信号由ADC量化，FFT则由通用微处理器或专用数字逻辑实现。这种方案充分利用了外差式频谱仪的频率范围和FFT优秀的频率分辨率，使得在很高的频率上进行极窄带宽的频谱分析成为可能，整机性能大大提高。

第65页



- ◆ 扫描式频谱分析仪
- ◆ 滤波式、外差式
- ◆ FFT分析仪

第66页



## 9.5 谐波失真度测量

- ◆ 9.5.1 谐波失真度的定义
- ◆ 9.5.2 谐波失真度的测量方法
- ◆ 9.5.3 失真度测试仪简介

第67页

### 9.5.1 谐波失真度的定义

线性电路意味着频域中的输出信号应具有与输入信号相同的频率，而由输入信号所产生的任何其他频率都被视为是非线性失真。

非线性失真亦称谐波失真，简称失真。一定频率的信号通过网络后往往会产生新的频率分量，这种现象被称为该网络的非线性失真；一个信号的实际波形与理想波形有差异，这种差异被称为信号的非线性失真。

第68页

### 失真模型

产生失真的器件大都是线性器件，只表现出轻微的非线性。这种失真可用幂级数来模拟：

$$V_{out} = k_0 + k_1 V_{in} + k_2 V_{in}^2 + k_3 V_{in}^3 + \cdots + k_n V_{in}^n$$

其中 $k_0$ ：系统输出直流分量； $k_1$ ：电路增益； $k_2$ 及以上的其余系数：电路的非线性特性。如果电路是完全线性的，则除 $k_1$ 之外的所有系数均应为0。

由于对渐变形式的非线性， $k_n$ 的大小随 $n$ 增大而迅速变小，只有二次、三次效应起决定作用。故可忽略上式中 $k_3$ 以后的各项，因而得到简化失真模型：

$$V_{out} = k_0 + k_1 V_{in} + k_2 V_{in}^2 + k_3 V_{in}^3$$

第69页

### 失真度定义

失真度被定义为全部谐波能量与基波能量之比的平方根值。对于纯电阻负载，则定义为全部谐波电压（或电流）有效值与基波电压（或电流）有效值之比的平方根。失真度 $D_0$ 以百分比（%）或分贝（dB）为单位，亦称失真系数。

$$D_0 = \frac{\sqrt{\sum_{m=2}^M u_m^2}}{u_1} \times 100\%$$

其中 $u_1$ 、 $u_2$ 、……、 $u_m$ 分别表示基频及其各次谐波的均方根值。

第70页

### 9.5.2 谐波失真度的测量方法

谐波失真度的测量方法有很多，例如：

- **谐波分析法**——用频谱仪分别将信号基波和各次谐波的幅值一一测出，然后按定义计算，属于间接测量法；
- **基波抑制法**——又称静态法，对被测器件输入单音正弦信号，并通过基波抑制网络进行直接测量；
- **白噪声法**——又称动态法，利用白噪声作为测试信号，测出被测器件在通带内的各频率分量因交调而产生的谐波。

第71页

### 基波抑制法

由于基波难以单独测量，当失真度较小时，上述失真定义式可近似为：

$$D = \frac{\sqrt{\sum_{m=2}^M u_m^2}}{\sqrt{\sum_{m=1}^M u_m^2}} \times 100\%$$

按照近似式测量失真度，所得的是谐波电压总有效值与被测信号总有效值之比。近似的条件：当失真度小于10%时，可用近似失真度测量值 $D$ 代替定义值 $D_0$ ，否则需对 $D$ 值进行换算或修正。换算公式为：

$$D_0 = \frac{D}{\sqrt{1-D^2}}$$

第72页



### 基波抑制法（续）

按照近似式进行基波抑制法测量谐波失真度的电路如下图。基波抑制网络实质上是一个陷波滤波器，专门用于滤掉基波信号而使其余谐波分量通过。



第73页

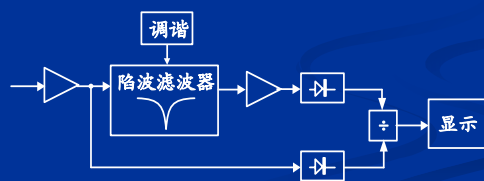
1. 开关S先打到1处，测出被测信号的电压总有效值。适当调节输入电平使电压表指示为某一规定的基准电平值，该值完全对应于失真度大小，也就是使近似式中的分母为1——这个过程称为“校准”；
2. 开关打到2处，调整基波抑制网络使电压表指示最小，表明此时电路对基波的衰减量最大。由于基波已被抑制，此时测出的是被测信号的谐波电压总有效值。由于电压表已经过校准，故当前指示值就是D值。

第74页

### 9.5.3 失真度测试仪简介

#### 失真度仪组成原理

测量失真度或失真系数的仪器即失真度仪，它们大多工作于200KHz以内的频带。下图所示为一种采用基波抑制法测量失真度的测试仪简化框图。



第75页

### 失真度仪组成原理（续）

被测信号经过幅度调节之后，一面被送到可调谐的陷波滤波器中滤掉基波，再进入检波器获得谐波有效值电压；同时通过旁路直接进入检波器，获得信号中所有频率成分的总有效值电压。两个代表不同电压值的信号通过除法器进行计算，最后显示出失真测量值D。

事实上，许多电路的非线性还会产生噪声及电源纹波带来的其他成分，因此上图所示的失真度仪所测的结果包含了总谐波加噪声失真，定义式为

$$D + N = \frac{\sqrt{\sum_{m=2}^M u_m^2 + u_N^2}}{\sqrt{\sum_{m=1}^M u_m^2 + u_N^2}}$$