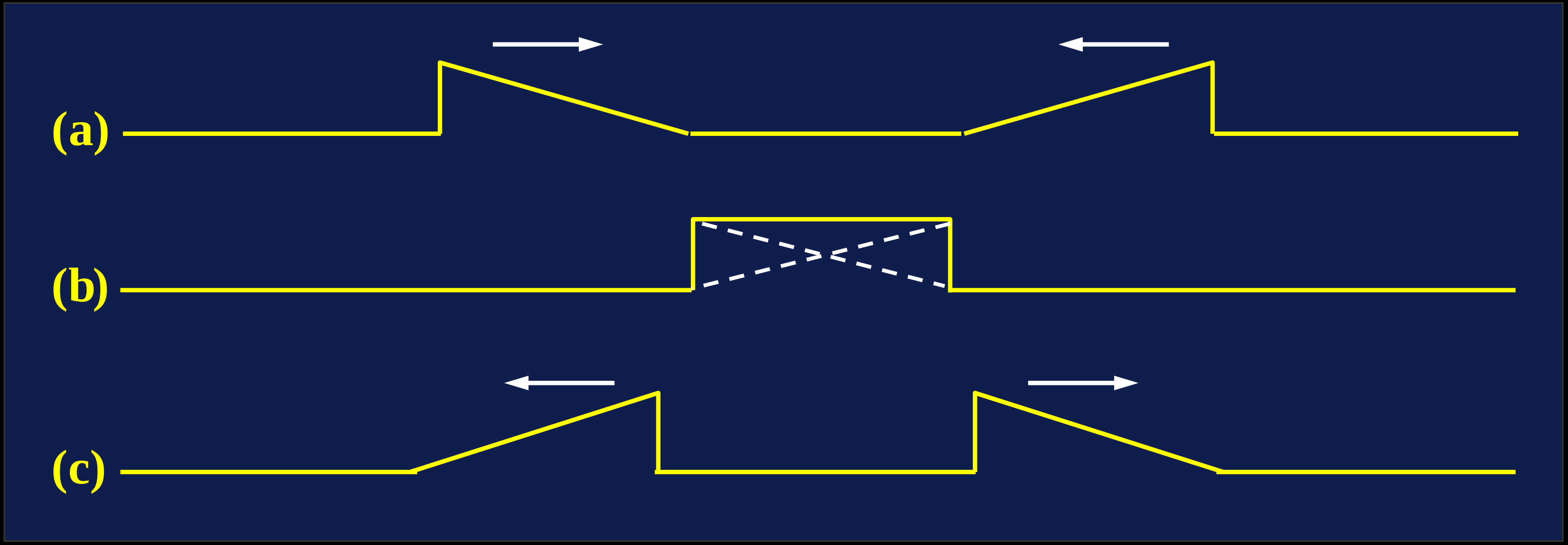
§ 2.5　波的的叠加与干涉

一、波的迭加与独立性传播原理

1. 波的传播具有**独立性**：相遇后各列波原有特性不变。

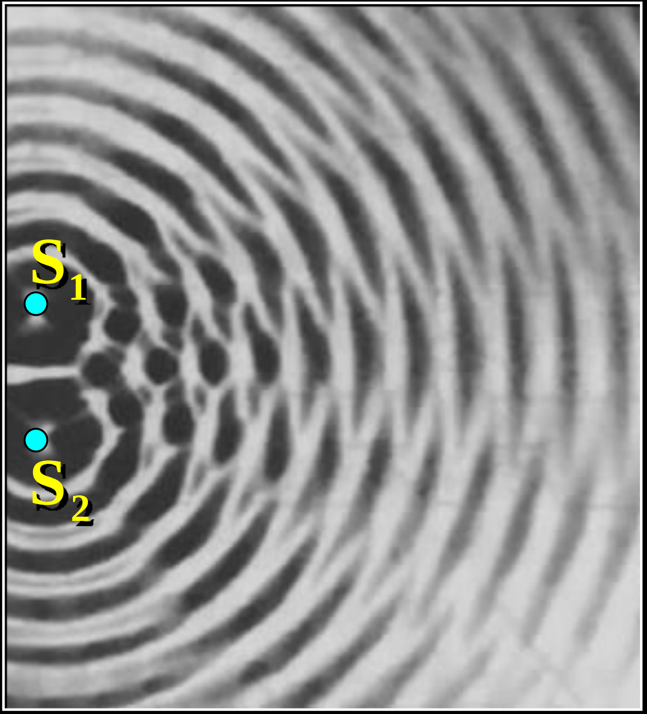
2. 在相遇空间中的任一点的振动为各列波在该点分别引起的**振动位移矢量和**：$\vec{y}(x,t)=\sum_i \vec{y}_i(x,t)$



二、波的干涉现象及其规律

相干条件:

1. 频率相同
2. 振动方向相同
3. 位相差恒定。



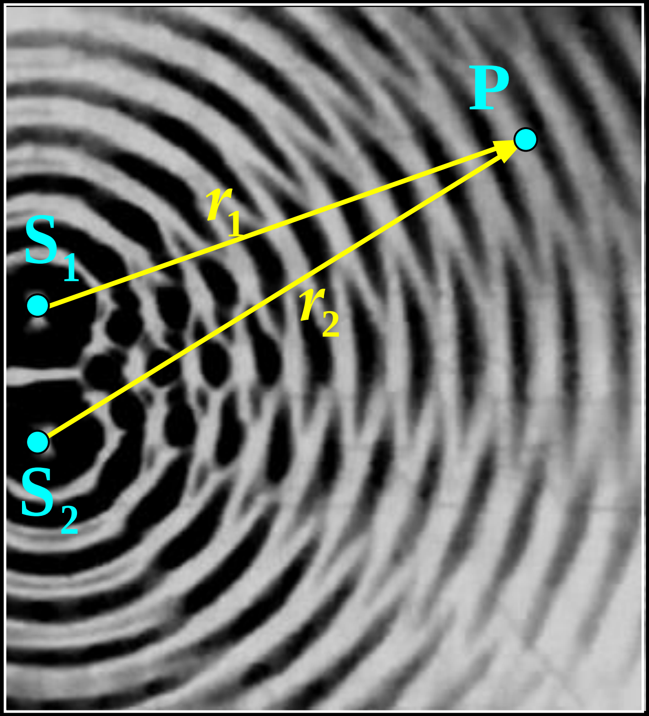
满足相干条件的波源/波

称为 相干波源/相干波。

设：两相干波源S_1、S_2的振动方程分别为

$$y_{S1} = A_{10}\cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$y_{S2} = A_{20}\cos(\omega t + \varphi_2)$$



在P点引起的振动：

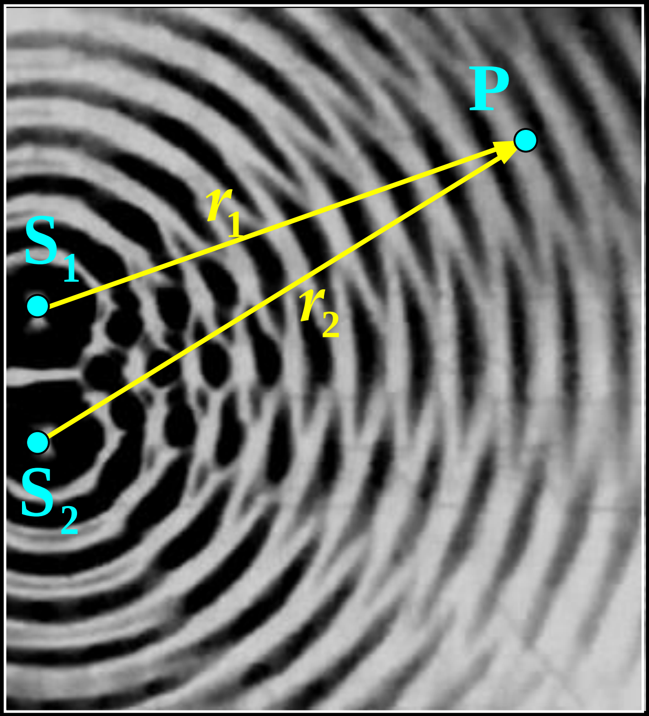
$$y_{1P} = A_1\cos(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda} r_1)$$

$$y_{2P} = A_2\cos(\omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi}{\lambda} r_2)$$

相干波源S_1、S_2的振动方向相同：

$$y_P = y_{1P} + y_{2P} = A\cos(\omega t + \varphi)$$

其中：$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\phi}$



在P点引起的振动：

$$y_{1P} = A_1\cos(\omega t + \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}r_1)$$

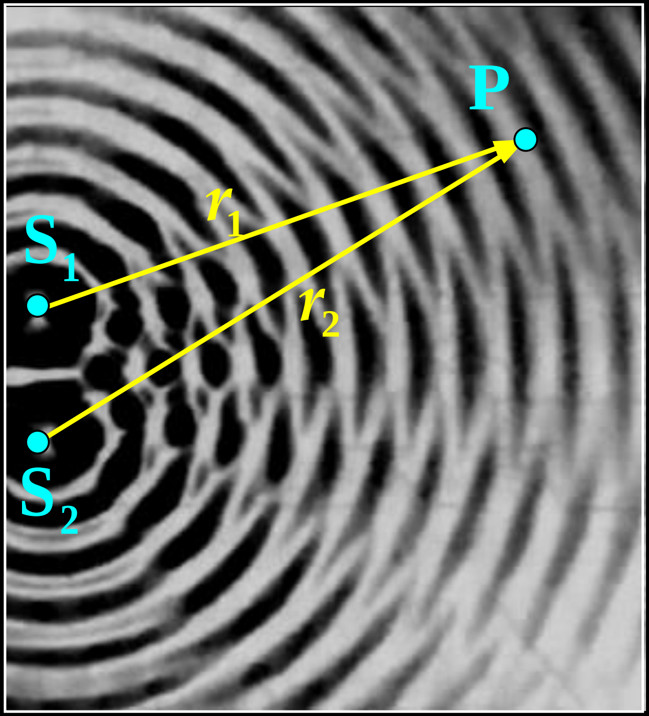
$$y_{2P} = A_2\cos(\omega t + \varphi_2 - \frac{2\pi}{\lambda}r_2)$$

相干波源S_1、S_2的振动方向相同：

$$y_P = y_{1P} + y_{2P} = A\cos(\omega t + \varphi)$$

其中：$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\phi}$

$$\boxed{\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)}$$



$A = A(r_2 - r_1)$ 而：$I \propto A^2$

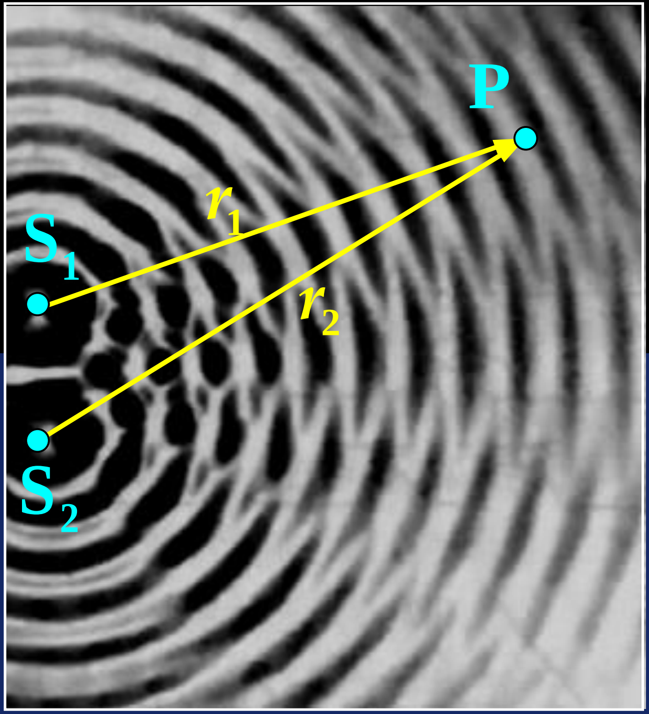
即：各点A不同，波强I稳定分布！（干涉特点）

当 $\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \pm 2k\pi$ 时：$(k = 0,1,2,\cdots)$

$A = A_1 + A_2 = A_{max}$ 干涉加强

当 $\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

$$\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

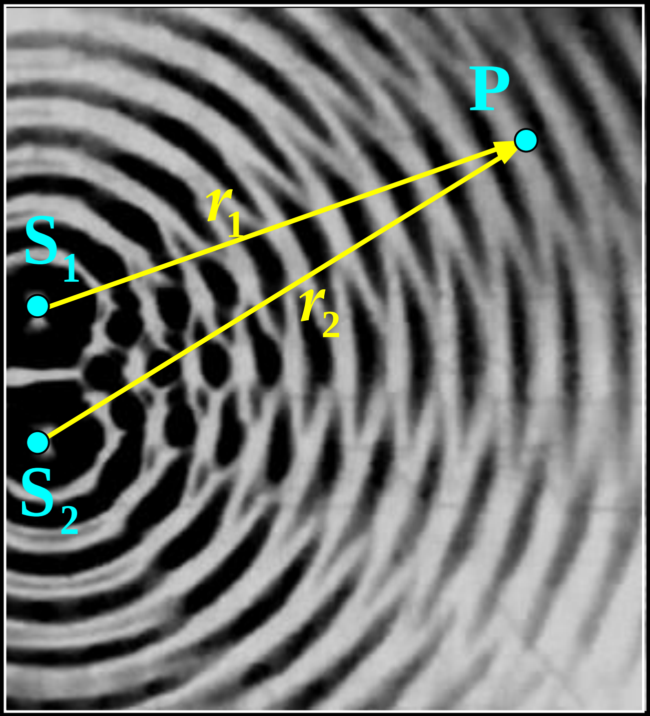


$A = A(r_2 - r_1)$ 而：$I \propto A^2$

即：各点 A 不同，但波强 I 稳定分布！（干涉特点）

当 $\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\pm 2k\pi$ 时：$(k=0,1,2,\cdots)$

$A=A_1+A_2=A_{max}$ 干涉加强



当 $\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$

$=\pm(2k+1)\pi$ 时：

$A=\left|A_1-A_2\right|=A_{min}$ 干涉减弱

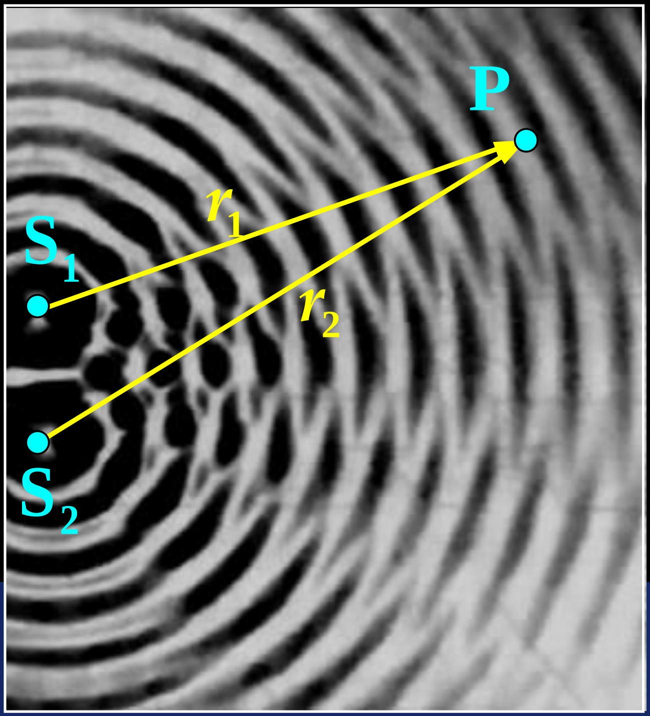
波程差：$\Delta r=r_2-r_1 \longrightarrow \Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r$

若相干波源同位相，即：$\varphi_1 = \varphi_2$ ，则：

☺ 当 $\Delta r = r_2 - r_1 = \pm 2k \cdot \dfrac{\lambda}{2}$ 时：

$$A = A_1 + A_2 = A_{max}$$

干涉加强



$A = |A_1 - A_2| = A_{min}$ **干涉减弱**

波程差： $\Delta r = r_2 - r_1 \longrightarrow \Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta r$

若相干波源同位相，即：$\varphi_1=\varphi_2$，则：

☻ 当 $\Delta r=r_2-r_1=\pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2}$ 时：

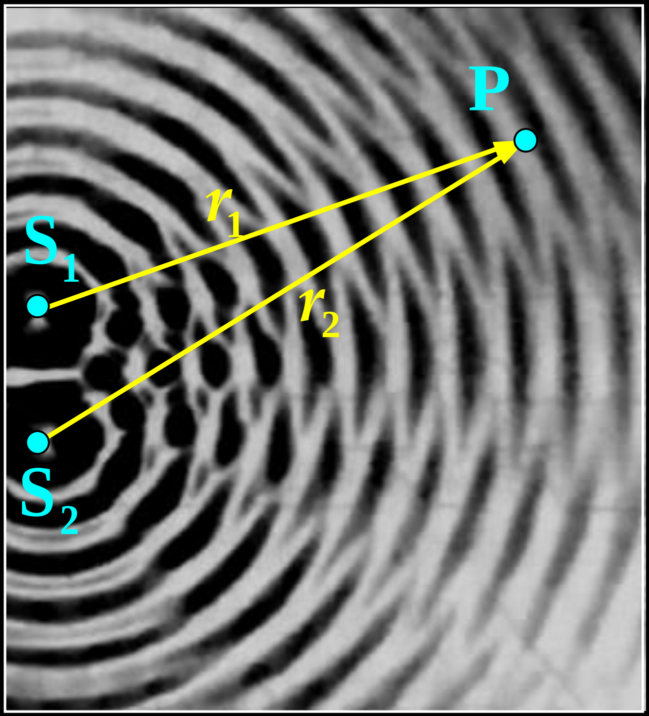
$$A=A_1+A_2=A_{max}$$

干涉加强

☻ 当 $\Delta r=\pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2}$ 时：

$$A=\left|A_1-A_2\right|=A_{min}$$

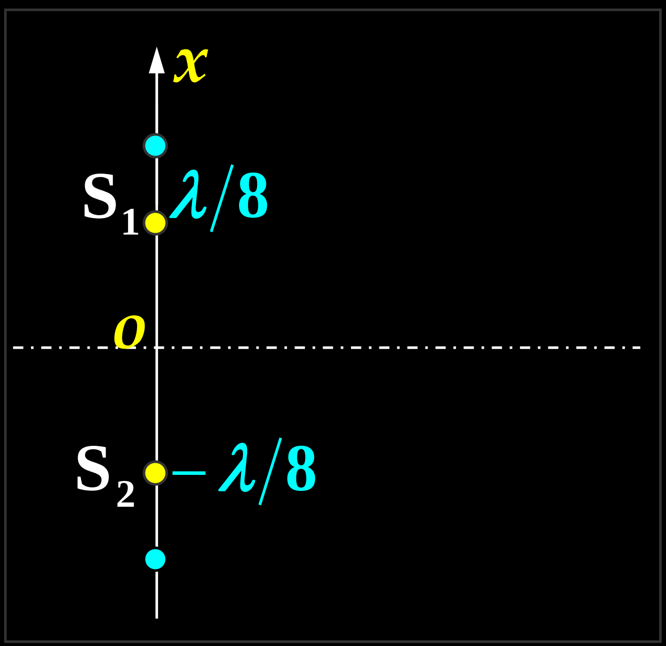
干涉减弱



例 已知相干波源相距 $\lambda/4$，S_1超前S_2相位 $\pi/2$，求S_1、S_2连线外侧及中垂线上的干涉结果。

解 $\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=-\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$

若 $x>\dfrac{\lambda}{8}$，则：$r_2-r_1=\dfrac{\lambda}{4}$， $\Delta\phi=-\pi$ 干涉减弱



若 $x<-\dfrac{\lambda}{8}$，则： $r_2-r_1=-\dfrac{\lambda}{4}$

当 $\Delta r=\pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2}$ 时：

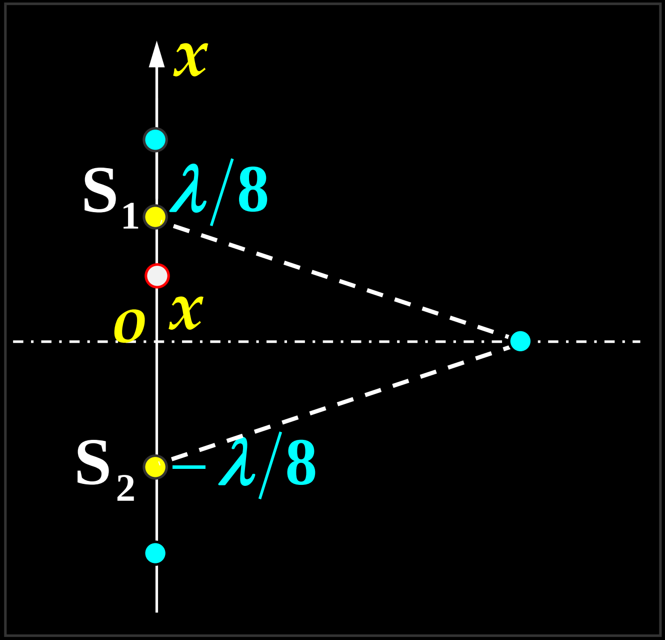
$$A=|A_1-A_2|=A_{min}$$

干涉减弱

例 已知相干波源相距 $\lambda/4$，S_1超前S_2相位 $\pi/2$，求S_1、S_2连线外侧及中垂线上的干涉结果。

解 $\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=-\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$

若 $x>\dfrac{\lambda}{8}$，则：$r_2-r_1=\dfrac{\lambda}{4}$，　$\Delta\phi=-\pi$　干涉减弱



若 $x<-\dfrac{\lambda}{8}$，则：　$r_2-r_1=-\dfrac{\lambda}{4}$

$\Delta\phi=0$　干涉加强

中垂线上：$r_2-r_1=0$　$\Delta\phi=-\dfrac{\pi}{2}$

介于加强与减弱之间。*(the end)*

归纳:

1. 波的叠加与独立传播原理:

2. 相干条件: 同频率、同振动方向及恒定位相差。

3. 干涉加强与干涉减弱条件:

$$\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \begin{cases} \pm 2k\pi \\ \\ \pm (2k+1)\pi \end{cases}$$

(The end)