12元 6

南京邮电大学 2013/2014 学年第二学期

《数字信号处理》 期末试卷

本试卷共 4 页； 考试时间 100 分钟；

专业______ 班级______ 学号______ 姓名______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

得分

一、填空题（20 分）

1、要使实信号采样后能够不失真还原，采样频率必须大于信号最高频率的 __2__ 倍。

2、已知 $DTFT[x(n)]=X(e^{j\omega})$，$x(n\pm n_0)$ 的 DTFT 是 __$e^{\pm j\omega n_0}X(e^{j\omega})$__。

3、Parseval定理 $\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|X(e^{j\omega})|^2d\omega$ 的物理含义是 __时域中对能量求能量与频域中求能量是一致的__

4、两序列长度分别为 L_1 和 L_2，用循环卷积（circular convolution）正确计算两个序列卷积结果，循环卷积的点数N至少为 __L_1+L_2-1__ 。

5、LTI系统 $H(z)=\frac{a}{1-bz^{-1}}$ 为因果稳定系统的必要条件为 __$b<1$ 且 $|z|>b$__。

6、IIR DF 设计时，模拟低通原型到数字低通原型的映射即 S 平面到 Z 平面的映射常用的方法是 __脉冲响应不变法__ 和 __双线性不变法__，其中 __脉冲响应不变法__ 不会产生畸变。

7、设计线性相位 FIR 数字滤波器，h(n) 需满足 __奇__ 对称或者 __偶__ 对称。

$H(z)=\frac{10.4}{1+2.7z^{-1}}$

二、判断题（10 分）

得分

非线性

1、某系统差分方程为 y(n)=5x(n+3)+5，该系统是线性时不变系统。　　（ ╳ ）

IIR系统 H(z)不能存在有 z 平面上有极点

2、FIR 滤波器极点全部在原点（永远稳定），无稳定性问题。　　（ √ ）

3、某系统的差分方程为 $y(n)=10.4x(n)-2.7y(n-1)$，该系统是非递归系统。　　（ ╳ ）

IIR系统总是稳定 因为系统内部不存在对输出结果的反馈

4、因果系统的 z 变换收敛域区间为 z 平面单位圆内。　　（ √ ）

5、一个数字滤波器如果其幅度谱在 π 处为零，那么该滤波器不能是高通滤波器和带阻滤波器。　　（ √ ）

三、简答题（共 20 分）

得分

1、（10 分）试写出 DTFT 与 ZT、DFT 与 DTFT 及 DFT 与 ZT 之间的关系。

答：DTFT—ZT：采样序列单位圆上的Z变换就等于该采样序列的DTFT

DFT—DTFT：DFT就是对DTFT的采样结果，其采样间隔为 $\omega_N=\frac{2\pi}{N}$

即 $X(k)=X(e^{jk\omega_N})\Big|_{\omega_N=\frac{2\pi}{N}}$

DFT—ZT：X(k)是Z变换在单位圆上的等距离采样值

2、（10 分）线性时不变系统的单位脉冲响应为 h(n)长度为 M，输入信号 x(n)长度为 N，写出用快速卷积的方法求输出序列 y(n)的过程。

答：

① 求 $H(k)=DFT[h(n)]$，M+N-1点

② 求 $X(k)=DFT[x(n)]$，M+N-1点

③ 计算 $Y(k)=H(k)\cdot X(k)$

④ 求 $y(n)=IDFT[Y(k)]$，M+N-1点

得分

四、分析题（共 10 分）

1、（10分）以下是系统的单位脉冲响应表达式。试分析写出这些系统的因果性，稳定性。

（1） $\delta(n-1)$ （2） $2^n u(-n)$

解：(1) 当 $n=1$ 时 $\delta(n-1)=1$

当 $n<0$ 时 $h(n)=\delta(n-1)\equiv 0$

∴ 因果

又 $\sum_{n=0}^{\infty}|h(n)|=1<\infty$

∴ 稳定

(2) 当 $n<0$ 时 $u(-n)=1$

即 $h(n)=2^n\neq 0$

∴ 非因果

又 $\lim_{n\to\infty}\frac{h(n-1)}{h(n)}=\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n-1}}{2^n}=\frac{1}{2}<1$

∴ 稳定

得分

五、计算题（共 20 分）

1、（15分）已知序列 $a(n)$ 为｛2,3,4｝，序列 $b(n)$ 为｛3,2,1｝，

求：（1）求线性卷积 $a(n)*b(n)$ 值；

（2）分别求3点、5点的循环卷积 $a(n)\otimes b(n)$；

（3）比较并解释（2）的结果。

解：

解(1)

```
       2 3 4
 1 2 3        6
   1 2 3      13
     1 2 3    20
       1 2    11
         1    4
```

$a(n)*b(n)=\{6,13,20,11,4\}$

或

```
a(n)   2   3   4
b(n)   3   2   1
-----------------
       2   3   4
   4   6   8
6  9  12
-----------------
6  13  20  11  4
```

即 $a(n)*b(n)=\{6,13,20,11,4\}$

(2) 3点：$a(n)\circledast b(n)=\{17,17,20\}$

5点：$a(n)\otimes b(n)=\{6,13,20,11,4\}$

(3) 当周期 $L<N_1+N_2-1=5$ 时，那么 $y(n)=a(n)*b(n)$ 的周期延拓必然有一部分非零序列值要交叠起来从而出现混叠现象，只有当 $L\geq N_1+N_2-1=5$，才没有混叠现象。

（所以要使循环卷积等于线性卷积而不产生混叠的必要条件是 $L\geq N_1+N_2-1$）

3

得分

六、设计题（共 20 分）

1、（20 分） 某二阶模拟低通原型滤波器的传递函数是

$$H_a(s)=\frac{9}{\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)^2+\sqrt{3}\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)+3}$$

其 3dB 截止频率是 $f_c = 500Hz$。(1) 双线性法设计一个数字低通； 截止频率同上，采样频率是 3000Hz；(2) 用直接Ⅱ型结构实现之。

解：(1) $f_s = 3000Hz$

$f_c = 500Hz$

$\omega_c = 2\pi f_c/f_s$

$= \frac{\pi}{3}$

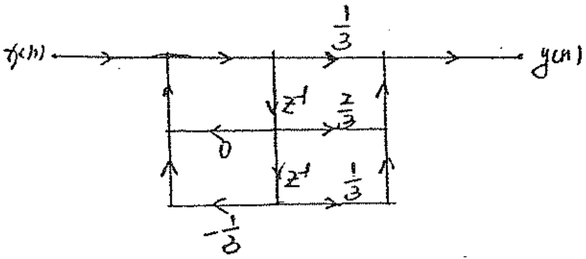
$\Omega_c = \frac{2}{T}\tan(\frac{\omega_c}{2})$

$= \frac{2\sqrt{3}}{3T}$

$H(z) = H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$

$= \frac{9}{(\sqrt{3}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})^2+\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})+3} = \frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{3+z^{-2}}$

$= \frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}z^{-1}+\frac{1}{3}z^{-2}}{1+\frac{1}{3}z^{-2}}$



自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装 订 线 内 不 要 答 题

南京邮电大学 2012/2013 学年第 二 学期

《数字信号处理 》期末试卷

院(系)________ 班级________ 学号________ 姓名________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总 分
得分	17.		2.								

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

得 分

一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

1、抽样频率为 f_s 的数字系统中，时域数字序列 $x(n)$ 的序号 n 代表的样值实际位置为 $nT=n/f_s$ n/fs；$x(n)$ 的 N 点 DFT $X(k)$ 中，序号 k 代表的样值实际位置为 ~~Nfs~~ $\frac{2\pi}{N}k$. $w_k=\frac{2\pi k}{N}=2\pi\frac{f}{f_s}$

2、满足采样定理的时域采样信号的恢复有两种方法：一种是低通滤波，另一种是内插，它是 采样值 对 内插函数 的加权求和。$x_a(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x_a(nT)\frac{\sin\frac{\pi}{T}(t-nT)}{\frac{\pi}{T}(t-nT)}$

3、描述线性时不变离散时间系统的三种方法是 差分方程，线性卷积，单位脉冲响应。

4、脉冲响应不变法将 s 平面虚轴上的模拟角频率 πf_s 映射到 z 平面单位圆上的数字角频率 π；$w=\Omega T$ 双线性变换法将 s 平面虚轴上的模拟角频率 ∞ 映射到 z 平面单位圆上的数字角频率 π；从频率看，双线性变换是一种 非线性 变换。$\Omega=\frac{2}{T}\tan\frac{w}{2}$

5、基二 FFT 中对输入或输出序列要进行重新排列。现有按时间抽取的 8 点 FFT，若原时域序号为0、1、2、3、4、5、6、7，那么重新排序后时域序号为 0，4，2，6，1，5，3，7。频域序号为 0,1,2,3,4,5,6,7；

6、IIR 系统的级联型结构其系统函数为各子系统系统函数之 积，这种结构便于准确地实现滤波器的 ~~系统~~ 零极点

7、$H(z)$ 收敛域 $|z|<a$，则对应序列是起点位置在 零点左右 的 左 边序列。

8、窗口函数的 大小 及 形状 的选择是窗口设计法的关键。

9、利用 DFT 对连续信号进行频谱分析，在将信号截短的过程中会出现频谱 泄漏。

10、IIR 数字滤波器的零输入极限环振荡是由于 ~~有限字长运算~~ 舍入 产生的。引入非线性环节

5

得 分

二、判断题（对的写"√"，错的写"×"，每小题2分，共10分）

1、具有递归结构的系统一定是IIR系统。 （×）

2、可以采用对有限长序列补零的方法提高DFT的频率分辨率。 （×）

3、某系统的$h(n)=\{3,6,6,3\}, 0\leq n\leq 3$，该系统不能用来设计低通和带通滤波器。（×）

4、矩形窗截断产生的肩峰，增加了通带内的波动并减少了阻带内的衰减。 （√）

5、理论上，数字滤波器的极点位置与滤波器结构无关，因此极点位置灵敏度也与滤波器结构无关。 （×）

得 分

三、简答题（10分）

1、利用模拟滤波器设计数字滤波器，s平面虚轴和s左半平面分别映射到z平面的什么位置？（4分） 单位圆 单位圆内

答：

2、在实际的数字信号处理系统中，抽样器前和D/A变换器后都有一个模拟低通滤波器，请分别说明这两个滤波器有何作用？截止频率各为多少？（6分）

答： 抗混叠 $f_s/2$

去掉高于$f_s/2$频率

得 分

四、计算分析题（10分）

已知某线性时不变系统的单位脉冲响应为 $h(n)=a^n u(n)$，$0<|a|<1$，输入序列为 $x(n)=b^n u(n)$，$0<|b|<1$，

（1） 请用 z 域关系式计算该系统的输出序列 $y(n)$；

（2） 请分析该系统的因果稳定性。

解：

(1) $y(n)=x(n)*h(n)$，$X(z)=\frac{1}{1-bz^{-1}}$ $|z|>b$，$H(z)=\frac{1}{1-az^{-1}}$ $|z|>a$

$Y(z)=X(z)\cdot H(z)$

$$=\frac{1}{1-bz^{-1}}\cdot\frac{1}{1-az^{-1}}=\frac{A}{1-bz^{-1}}+\frac{B}{1-az^{-1}} \quad |z|>\max[b,a]$$

$A=\frac{-b}{a-b}$，$B=\frac{a}{a-b}$

$$\therefore Y(z)=\frac{-b}{a-b}\cdot\frac{1}{1-bz^{-1}}+\frac{a}{a-b}\cdot\frac{1}{1-az^{-1}} \quad |z|>\max[b,a]$$

$$\therefore y(n)=\frac{-b}{a-b}b^n u(n)+\frac{a}{a-b}a^n u(n)$$

$$=\frac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a-b}u(n)$$

(2) 因果系统

因 $H(z)$ 的 ROC 包含单位圆，所以稳定系统

7

得分

五、计算及画图题（15 分）

某二阶归一化模拟低通原型滤波器的系统函数为 $H_a(S)=\dfrac{1}{S^2+\sqrt{3}S+3}$，请用双线性变换法设计一个对应的数字低通滤波器，采样频率为6000 Hz（f_s），3dB截止频率为1000Hz（f_c）。试求数字低通滤波器的系统函数$H(z)$，并用直接II型结构实现之。

解： $f_s=6000Hz$， $f_c=1000Hz$

(1) $w_c=2\pi\dfrac{f_c}{f_s}=\dfrac{\pi}{3}$

(2) 预畸 $\Omega_c=\dfrac{2}{T}tg\dfrac{w_c}{2}=\dfrac{2}{T}tg\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{2}{\sqrt{3}T}$

(3) $H_a(s)=\dfrac{1}{(s/\Omega_c)^2+\sqrt{3}(s/\Omega_c)+3}$

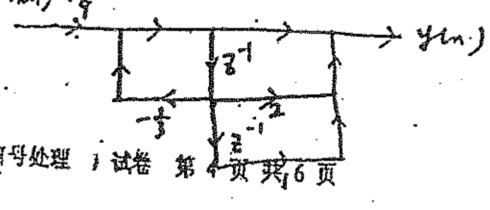
$=\dfrac{1}{\left(s/\frac{2}{\sqrt{3}T}\right)^2+\sqrt{3}\left(s/\frac{2}{\sqrt{3}T}\right)+3}$

(4) $H(z)=H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$

$=\dfrac{1}{3\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^2+3\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)+3}$

$=\dfrac{1}{9}\cdot\dfrac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}$

直接II型（3分）：



自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

6

得分

六、证明题（10分）

若某有限长序列满足关系 $x(n)=x(N-n)$，试证明其 DFT 满足 $X(k)=X(N-k)$。 (略)

证：

得分

七、设计题（15分）

用窗口法设计一个线性相位的低通FIR滤波器，截止频率为 f_c，采样频率为 $8f_c$；采用窗口大小为9的矩形窗，求设计出的滤波器的 $h(n)$。

提示：$h_d(n)=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}H_d\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n}d\omega=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\omega_c}^{\omega_c}e^{-j\omega\alpha}e^{j\omega n}d\omega=\dfrac{\sin(\omega_c(n-\alpha))}{\pi(n-\alpha)}$

解：

$$\alpha=\frac{N-1}{2}=4,\quad w_c=2\pi\frac{f_c}{f_s}=\frac{\pi}{4}$$

$$hd(4)=\lim_{n\to4}\frac{\sin w_c(n-4)}{\pi(n-4)}=\frac{w_c}{\pi}\lim_{n\to4}\frac{\sin w_c(n-4)}{w_c(n-4)}=\frac{w_c}{\pi}=\frac{1}{4}$$

$$hd(3)=\frac{-\sin\frac{\pi}{4}}{-\pi}=\frac{\sqrt{2}}{2\pi}=hd(5)$$

$$hd(2)=\frac{-\sin\frac{\pi}{2}}{-2\pi}=\frac{1}{2\pi}=hd(6)$$

$$hd(1)=\frac{-\sin\frac{3\pi}{4}}{-3\pi}=\frac{\sqrt{2}}{2\pi}=hd(7)$$

$$hd(0)=\frac{-\sin\pi}{-4\pi}=0=hd(8)$$

$$\therefore hd(n)=\left\{\cdots,0,\frac{\sqrt{2}}{2\pi},\frac{1}{2\pi},\frac{\sqrt{2}}{2\pi},\frac{1}{4},\frac{\sqrt{2}}{2\pi},\frac{1}{2\pi},\frac{\sqrt{2}}{2\pi},0,\cdots\right\}$$

$$\therefore h(n)=\left\{0,\frac{\sqrt{2}}{2\pi},\frac{1}{2\pi},\frac{\sqrt{2}}{2\pi},\frac{1}{4},\frac{\sqrt{2}}{2\pi},\frac{1}{2\pi},\frac{\sqrt{2}}{2\pi},0\right\}$$

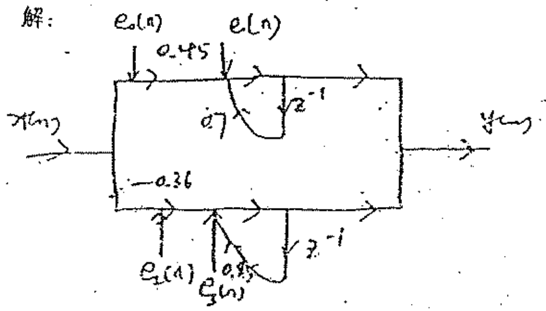
9

得 分

八、计算题（10分）

一个二阶IIR滤波器，其传递函数为 $H(z)=\dfrac{0.45}{1-0.7z^{-1}}+\dfrac{-0.36}{1-0.85z^{-1}}$，试求用并联型结构实现时定点舍入运算的有限字长效应造成的输出噪声方差 σ_f^2。

解：



$e_0(n)$、$e_1(n)$ 只通过网络 $H_1(z)=\dfrac{1}{1-0.7z^{-1}}$

$e_2(n)$，$e_3(n)$ 只通过网络 $H_2(z)=\dfrac{1}{1-0.85z^{-1}}$

$$\sigma_f^2=2\sigma_e^2\,\frac{1}{2\pi j}\oint_c\frac{H_1(z)H_1(z^{-1})}{z}dz+2\sigma_e^2\,\frac{1}{2\pi j}\oint_c\frac{H_2(z)H_2(z^{-1})}{z}dz$$

$$=2\sigma_e^2\left\{\mathrm{Res}\left[\frac{H_1(z)H_1(z^{-1})}{z},0.7\right]+\mathrm{Res}\left[\frac{H_2(z)H_2(z^{-1})}{z},0.85\right]\right\}$$

$$=2\sigma_e^2\left(\frac{1}{\cancel{(1-0.7z^{-1})}(1-0.7z)\cancel{z}}\times\cancel{(z-0.7)}\Big|_{z=0.7}+\frac{1}{\cancel{(1-0.85z^{-1})}(1-0.85z)\cancel{z}}\times\cancel{(z-0.85)}\Big|_{z=0.85}\right)$$

$$=2\sigma_e^2\left(\frac{1}{1-0.7^2}+\frac{1}{1-0.85^2}\right)$$

$$=2\sigma_e^2(1.9608+6.6667)=17.25\sigma_e^2=1.44q^2$$

$$\sigma_e^2=\frac{q^2}{12}$$

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

南京邮电大学 2012/2013 学年第一学期

数字信号处理　　期末试卷

院(系)____________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

得分

一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

1、数字频率 ω 是模拟频率对 采样频率 的归一化，数字频率 π 对应的模拟频率是 $\frac{f_s}{2}$。

2、$W_N^{N/2}=$ -1，$W_N^0=$ 1。

3、基2FFT利用 W 因子的 周期 性和 对称 性将DFT运算尽量分解为小点数DFT运算。

4、从循环卷积与周期卷积的关系来看，循环卷积是将两个长度相同的有限长序列进行周期延拓，然后 翻转、取主值序列 的结果。

5、脉冲响应不变法中 ω 与 Ω 的关系式为 $\Omega=\frac{\omega}{T}$，双线性变换法中 ω 与 Ω 的关系式为 $\Omega=\frac{2}{T}\tan\frac{\omega}{2}$ 脉冲响应不变法将 s 平面虚轴上的模拟角频率 $\frac{\pi}{T}$ 映射到 z 平面单位圆上的数字角频率 π，双线性变换法将 s 平面虚轴上的模拟角频率 $\frac{\pi}{2}$ 无穷大(不是一) 映射到 z 平面单位圆上的数字角频率 π。

6、用矩形窗设计线性相位 FIR 低通滤波器，当 $\omega=\omega_c-\frac{2\pi}{N}$ 时，$H(\omega)$ 为最大值，频响出现正肩峰（设矩形窗长为 N，理想低通截止频率为 ω_c），矩形窗长增加不会改变肩峰的相对值，这种现象称为 吉布斯 效应。

7、IIR 系统的并联型结构其系统函数为各子系统系统函数之 和，这种结构便于准

确地实现滤波器的 相位。

8、为了不产生重叠失真，脉冲响应不变法只能用于设计 低通 和 带通 系统。

9、实现数字信号处理系统时共有三种因量化引起的误差因素：输入信号量化误差、滤波器系数量化误差和数字运算过程中的有限字长效应。

得 分

二、判断题（对的写"√"，错的写"×"，每小题2分，共10分）

1、FFT是DTFT的快速算法。 （ × ）

2、采样频率也就是折叠频率。 $\frac{f_s}{2}$ （ × ）

3、正弦序列不一定是周期序列。 （ √ ）

4、用窗口法设计FIR滤波器，若窗的形状不变，窗长N增加，则减小了设计所得滤波器的过渡带宽。 （ √ ）

5、提高DFT分辨率的一个方法是在原序列的末端填补一些零值。 （ × ）
只和有效长度有关

得 分

三、简答题（10分）

1、两线性时不变系统，单位脉冲响应分别为 $h_1(n), h_2(n)$，系统函数分别为 $H_1(z), H_2(z)$，试用 $h_1(n), h_2(n)$ 及 $H_1(z), H_2(z)$ 分别写出以下等效系统的 $h(n)$ 和 $H(z)$（4分）

（1）两系统级联　（2）两系统并联

(1) $H_1(z)\cdot H_2(z)$ (2) $H_1(z)+H_2(z)$

$h_1(n)*h_2(n)$ $h_1(z)+h_2(z)$

2、试写出 h(n) 偶奇对称、N 奇数时，线性相位 FIR 滤波器的相位函数表达式，并指明它适合设计低通、高通、带通、带阻滤波器中的哪种滤波器。（6分）

N奇数，为I型FIR，低通 高通 带通 带阻

偶对称 $\phi(\omega)=-\alpha\omega=-\frac{N-1}{2}\omega$，N为奇，为I型FIR，所以都适合设计

奇对称 $\phi(\omega)=-\alpha\omega-\frac{\pi}{2}=-\frac{N-1}{2}\omega-\frac{\pi}{2}$，N为奇，为III型FIR，带通

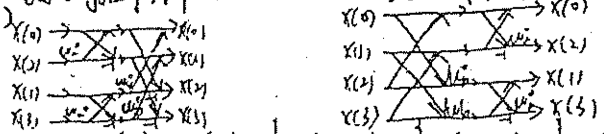
偶，为IV型FIR，高通 带通

得 分

四、画图题（15 分）

1、试画出 4 点按时间抽取 FFT 流图，并对 N=4 时，DFT 与 FFT 运算的复乘次数进行比较。（9 分） P106

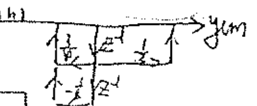
按时间抽取FFT　　按频率抽取FFT

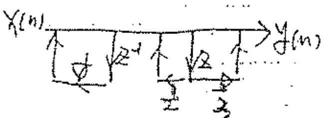


2、设滤波器的差分方程为 $y(n)=x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)+\frac{3}{4}y(n-1)-\frac{1}{8}y(n-2)$，

（1）画出直接 II 型结构流图；（2）一阶网络的级联结构流图。（6 分）

(1) $H(z)=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\frac{Y(z)}{X(z)}$　(2) $H(z)=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\frac{8(1+\frac{1}{3}z^{-1})}{(4-z^{-1})(2-z^{-1})}=\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}\cdot\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$





得 分

五、计算题（35 分）

1、求下列序列 $x(n)$ 的频谱 $X(e^{j\omega})$。（6 分）　Z变换　ROC　$|a|<1$

(1) $X(z)=z^{-n_0}$　(2) $X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}e^{-an}z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}(e^{-a}\cdot z^{-1})^n=\frac{1}{1-e^{-a}z^{-1}}$　$X(e^{j\omega})=X(z)|_{z=e^{j\omega}}$

（1）$\delta(n-n_0)$　　（2）$e^{-an}u(n)$

$X(e^{j\omega})=X(z)|_{z=e^{j\omega}}=e^{-jn_0\omega}$

2、以下是系统的单位脉冲响应 $h(n)$，试指出系统的因果性和稳定性。（4 分）

（1）$\frac{2}{n}u(n)$　　（2）$2^nR_N(n)$

因果不稳定　　因果稳定

3、模拟传递函数：$H_a(s)=\frac{2}{s^2+5s+6}$，试使用（1）双线性变换法（2）冲激响应不变法将以上模拟传递函数变成数字传递函数 H(z)，采样周期 T=2。（10 分）

(1) $H_a(s)=\frac{2}{s+2}-\frac{2}{s+3}$　(1) 双线性变换 $H(z)=H_a(s)|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}=\frac{2}{\frac{(1-z^{-1})^2}{(1+z^{-1})^2}+5\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+6}$

$s_1=-2,\ s_2=-3$

$H(z)=\sum\frac{TA_k}{1-e^{s_kT}z^{-1}}=\frac{4}{1-e^{-4}z^{-1}}+\frac{4}{1-e^{-6}z^{-1}}$

4、滤波器的 $H(z)=2+4z^{-1}+3z^{-2}+3z^{-3}+4z^{-4}+2z^{-5}$，求：

（1）h(n)　（2）差分方程　（3）相位函数　（4）当采用定点制算法，尾数做舍入处理时，写出横截型结构的输出噪声方差（设字长为 b，不含符号位）（5）当系统输入信号为 x(n)=δ(n-1)+δ(n-2) 时，求系统的输出。（15 分）

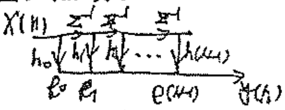
$H(z)=\sum_{n=0}^{5}h(n)z^{-n}$

(5) $y(n)=$ ~~(2, 6, 7, 6, 7, 6, 2)~~

2 4 3 3 4 2
　0 1 1

(1) $h(n)=\{2,4,3,3,4,2\}$

(4)



(2) $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=$

$Y(z)=2X(z)+4X(z)\cdot z^{-1}\cdots+2X(z)\cdot z^{-5}$

$y(n)=2x(n)+4x(n-1)\cdots 2x(n-5)$

$\sigma_f^2=N\cdot\sigma_e^2=N\cdot\frac{q^2}{12}$　$q=2^{-b}$
$=2^{-2b-1}$

(3) $\phi(\omega)=-\alpha\omega=-\frac{N-1}{2}\omega$　$N=6$　$\alpha=\frac{N-1}{2}$
$=-\frac{5}{2}\omega$

13

得 分

六、设计题（10分）

用窗口法设计一个线性相位的低通FIR滤波器，截止频率为 f_c，采样频率为 $8f_c$，采用窗口大小为9的矩形窗，求设计出的滤波器的$h(n)$，写出其所有样值。提示：

$$h_d(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c}e^{-j\omega\alpha}e^{j\omega n}d\omega=\frac{\sin(\omega_c(n-\alpha))}{\pi(n-\alpha)}$$

f_s

$\alpha=\frac{N-1}{2}$

$h(n)=h_d(n)\cdot R_N(n)$

$h(n)=\begin{cases}\frac{\sin(\omega_c(n-\alpha))}{\pi(n-\alpha)} & 0\le n\le 8\\ 0 & n<0\text{或}n\ge 9\end{cases}$

$\omega_c=2\pi f_c/f_s=\frac{\pi}{4}$

$\alpha=\frac{N-1}{2}=4$

$\therefore h(n)=\frac{\sin(\frac{\pi}{4}(n-4))}{\pi\cdot(n-4)}$

$0\le n\le 8$

$h(0)=0$

$h(1)=\frac{\sin(\frac{3\pi}{4})}{3\pi}=0.075$

$h(2)=0.1592$

$h(3)=0.2251$

$h(4)=\frac{1}{4}$

$h(5)=0.2251$

$h(6)=0.1592$

$h(7)=0.075$

$h(8)=0$

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

1

南京邮电大学 2011/2012 学年第二学期

《 数字信号处理 》期末试卷

院(系)__________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

1. 填空题(每空 1 分，共 20 分)

(1)在数字系统中共有三种因量化引起的误差因素，一种是输入信号的量化效应，另两种分别是 系数量化效应 和 运算中的有限字长效应 。

(2)用 24kHz 的采样频率对一段 6kHz 的正弦信号采样 64 点。若用 64 点离散傅里叶变换(DFT)对其作频谱分析，则第 16 根和第 48 根谱线上会看到峰值。

(3)线性时不变因果系统的差分方程为 $y(n)=3x(n)-2x(n-1)+4x(n-3)$，则该系统的单位脉冲响应为 $h(n)=$ $3\delta(n)-2\delta(n-1)+4\delta(n-3)$。

(4)如果 $H(z)$是一个数字低通滤波器的传递函数，那么 $H(-z)$代表的滤波器类型是 数字高通滤波器 ，$H(z^2)$代表的滤波器类型是 带阻 。

(5)双线性变换法在频域的变换是非线性的，它把模拟频率∞变为数字频率 π 。

(6)谱估计中，谱分辨率是指 区分紧邻频率谱密度峰谷的能力 。

(7)实现 IIR 数字滤波器时，如果想方便地对系统频响的零点进行控制和调节，那么常用的 IIR 滤波器结构中，首选 级联 型结构来实现该 IIR 系统。

(8)如果平稳随机过程是各态遍历的，则可以用 集合平均 代替 时间平均 。

(9)一个长度为 N 的有限长序列 $x(n)$，通过单位脉冲响应 $h(n)$的长度为 M 的 FIR 滤波器，其输出序列 $y(n)$的长度为 $N+M-1$ 。若用 FFT 计算 $x(n)*h(n)$，那么进行 FFT 运算的长度 L 应满足 $\geq N+M-1$ 。

(10)离散傅里叶变换表示式中的 W_N 因子等于 $e^{-j\frac{2\pi}{N}}$，且 $W_N^{N/2}=$ -1 。

(11)有限长序列在 有限 z 平面 上一定收敛，该区域可以表示为 $0<|z|<\infty$ 。

(12)为避免因系数量化引起的系统不稳定，在采用频率采样型结构实现 FIR 数字滤波器时，通常将所有谐振器的频率采样点取在 $r=0.9$ 的圆周 。

(13)对于一个低频信号，如果给它在某一时刻增加一个冲激，那么它的频谱会发生怎样的变化 展宽 。

2. 判断题(每题 2 分，共 10 分)

(错的请指出错误之处，并解释原因或给出正确结果)

(1)用 DTFT 对 $x(nT)=\cos(2\pi f_1 nT)+\cos(2\pi f_2 nT)$作频谱分析时，如果时域分析窗不够长，将无法分辨频率 f_1 和 f_2。 对。P104

(2)无限长非能量序列的 Z 变换不存在。

错。无限长非能量序列的 DTFT 不存在，Z 变换未必不存在。

(3)离散时间系统的输出等于输入序列与系统单位脉冲响应的线性卷积。

错。仅适用于线性时不变系统。

15

(4)用两种方法对随机序列 x(n)的某数字特征进行估计，用第一种估计方法得到的是无偏估计，用第二种估计方法得到的是有偏估计，这说明第一种估计的一致性好。
错。估计偏差与一致性是两个不同的概念。

(5)若 $x(n)=0.5^n u(n)$，$y(n)=0.5^n u(-n)$，则 Z[x(n)y(n)]在整个 z 平面上都收敛。
对。$x(n)y(n)=\delta(n)$，在整个 z 平面上都收敛。

3．问答题(共 20 分) (给出必要的说明或推导过程)

(1) (8 分)若离散时间系统的输入和输出分别为 x(n)和 y(n)，且 $y(n)=x(n-1)-x(1-n)$，那么该系统是否为线性的、时不变的、因果的和稳定的？

n=0 时，$y(0)=x(-1)-x(1)$，所以 y(n)是非因果的。

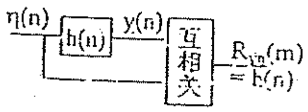
输入后迭加：$a_1[x_1(n-1)-x_1(1-n)]+a_2[x_2(n-1)-x_2(1-n)]=a_1x_1(n-1)-a_1x_1(1-n)+a_2x_2(n-1)-a_2x_2(1-n)$

迭加后输入：$[a_1x_1(n-1)+a_2x_2(n-1)]-[a_1x_1(1-n)+a_2x_2(1-n)]$
$=a_1x_1(n-1)+a_2x_2(n-1)-a_1x_1(1-n)-a_2x_2(1-n)$

所以系统是线性的。常系数，时不变的。有界，稳定的。

(2) (6 分)请说明如何用输入输出互相关定理测定系统的单位脉冲响应 h(n)。(p99)

解：输入输出互相关定理为 $R_{xy}(m)=R_x(m)*h(n)$

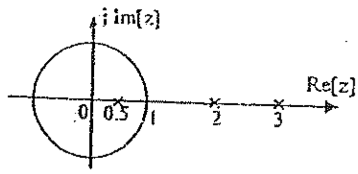


将方差为 1 的白噪声η(n)输入系统，求系统响应 y(n)与白噪声η(n)的互相关 $R_{y\eta}(m)$。

因为η(n)的自相关 $R_\eta(m)=\sigma_\eta^2\cdot\delta(m)=1\times\delta(m)$ (p97)，

因此 $R_{y\eta}(m)=\delta(m)*h(m)=h(m)$，$R_{y\eta}(m)$就是测定系统的单位脉冲响应 h(n)

(3) (6 分)序列 x(n)的 Z 变换为 X(z)，其零极点分布如下图。



①若已知序列的傅氏变换是收敛的，问 X(z)的收敛域是什么？序列 x(n)是左边序列、右边序列还是双边序列？

②若已知序列是双边序列，且其 z 变换存在，问对应的序列可能有几种(不需求出序列的表达式)？并分别指出它们对应的收敛域。

解：①序列傅氏变换收敛说明在单位圆上收敛。收敛域内不能有极点 ∴ROC: 0.5<|z|<2，是双边序列

②序列是双边序列，说明收敛域是环。收敛域内不能有极点。对应序列可能有两种，ROC: 0.5<|z|<2 或者 ROC:2<|z|<3

二．证明题(每题 6 分，共 12 分)

1． 已知 x(n)是长度为 N 的有限长序列，证明：如果 x(n)是纯实序列，则其 DFT X(k)具有共轭偶对称性，即 $X(k)=X^*(N-k)$

证明思路：纯实满足 $x(n)=x^*(n)$，纯虚满足 $x(n)=-x^*(n)$。

由定义，$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk}$，

$$X^*(N-k)=\left(\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{n(N-k)}\right)^*=\left(\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{-nk}\right)^*=\sum_{n=0}^{N-1}x^*(n)W_N^{nk}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk}=X(k)$$

2．有一单位脉冲响应为 h(n)的线性时不变离散时间系统，其输入 x(n)是周期为 N 的周期序列，试证系统的输出 y(n)也是周期为 N 的周期序列。

解：目标是要证明 $y(n+rN)=y(n)$ ，$r=0,1,2\cdots$

证明：设 $x_c(n)$是 x(n)的一个周期，$y_c(n)$是输入 $x_c(n)$时的输出，

$y_c(n)=T[x_c(n)]$, $y_c(n-m)=T[x_c(n-m)]$,

$$x(n)=\sum_{r=-\infty}^{\infty}x_c(n+rN),$$

$$y(n)=T[x(n)]=T[\sum_{r=-\infty}^{\infty}x_c(n+rN)]\overset{\text{线性}}{===}\sum_{r=-\infty}^{\infty}T[x_c(n+rN)]=\sum_{r=-\infty}^{\infty}y_c(n+rN)$$ 周期延拓后仍是周期的

或：$$y(n+pN)=T[x(n+pN)]=T[\sum_{r=-\infty}^{\infty}x_c(n+pN+rN)]=T[\sum_{q=-\infty}^{\infty}x_c(n+qN)=T[x(n)]=y(n)$$

三．画图题(每题 7 分，共 14 分)

1．　已知线性时不变离散时间系统的阶跃响应(系统在单位阶跃序列激励下的响应)为 $s(n)=n(0.5)^n u(n)$，画出该系统的正准型实现结构。

解：画系统结构需知 H(z)，或单位脉冲响应 h(n),因此要从阶跃响应求单位脉冲响应

δ(n)与 u(n)的关系 $u(n)=\sum_{m=0}^{\infty}\delta(n-m)$, $s(n)=T[u(n)]$.　$h(n)=T[\delta(n)]$, $h(n-m)=T[\delta(n-m)]$,

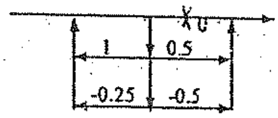
阶跃响应和单位脉冲响应的关系：

$$T[u(n)]=T[\sum_{m=0}^{\infty}\delta(n-m)]=\sum_{m=0}^{\infty}T[\delta(n-m)]=\sum_{m=0}^{\infty}h(n-m)=h(n)+h(n-1)+h(n-2)+\cdots=n(0.5)^n u(n)$$

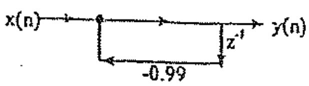
两边 z 变换：$H(z)(1+z^{-1}+z^{-2}\cdots)=-z(\frac{1}{1-0.5z^{-1}})'$

$$H(z)\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}=-z\cdot-\frac{0.5z^{-2}}{(1-0.5z^{-1})^2}=\frac{0.5z^{-1}}{1-z^{-1}+0.25z^{-2}}$$

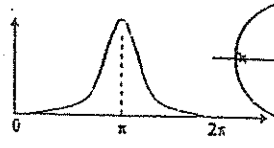
$$H(z)=\frac{0.5z^{-1}-0.5z^{-2}}{1-z^{-1}+0.25z^{-2}}$$

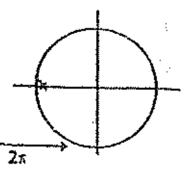


2．系统结构如图所示，请画出零、极点分布图，并粗略画出其幅频曲线。



$$H(z)=\frac{1}{1+0.99z^{-1}}=\frac{z}{z+0.99},\quad z_0=0,\ z_\infty=-0.99,$$

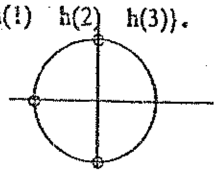




四．设计题(共 32 分)

1．　(10 分)设计一长度为 N=4 的 FIR 数字滤波器，要求其频响在ω=0 时为 1，在ω=π/2 和ω=π时为 0，求其单位脉冲响应 h(n)={h(0)　h(1)　h(2)　h(3)}。

解：长度为 N=4，是 3 阶 FIR DF，根据零点位置，



$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}=a(z+1)(z+j)(z-j)/z^3=a(z+1)(z^2+1)/z^3$$

又 $H(z)|_{z=1}=1=a(z+1)(z^2+1)/z^3|_{z=1}=2\times2a=1$，$\therefore a=1/4$

$H(z)=1/4\cdot(z+1)(z^2+1)/z^3=0.25+0.25z^{-1}+0.25z^{-2}+0.25z^{-3}$

$\therefore h(n)=\{0.25\ 0.25\ 0.25\ 0.25\}$

2． (10 分)已知某线性相位 FIR 数字滤波器具有下列特征：

(1)单位脉冲响应 h(n)偶对称；

(2)h(n)的长度为奇数；

(3)系统函数 H(z)的零点中，有一个是 z=0.5+0.5j；

(4)在ω=0 时，系统频响为 0.5。

要求：设计满足上述条件且 h(n)的长度最短的数字滤波器，写出其 h(n)，画出线性相位型实现结构。

解：根据 4 零点组性质，另外三个零点分别是 0.5-0.5j、1+j、1-j

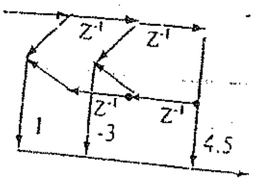
$H(z)=a(z-0.5-0.5j)(z-0.5+0.5j)(z-1+j)(z-1-j)/z^4$

$=a(z^2-z+0.5)(z^2-2z+2)/z^4=a(z^2-z+0.5)(z^2-2z+2)/z^4$

$=a(z^4-3z^3+4.5z^2-3z+1)/z^4=a(1-3z^{-1}+4.5z^{-2}-3z^{-3}+z^{-4})$

$H(z)|_{z=1}=0.5=a(1-3+4.5-3+1)=0.5a$，$\therefore a=1$

$H(z)=1-3z^{-1}+4.5z^{-2}-3z^{-3}+z^{-4}$，$h(n)=\{1\ -3\ 4.5\ -3\ 1\}$



3． (12 分)用脉冲响应不变法设计一个低通数字滤波器，已知模拟低通滤波器的传递函数为

$H_a(s)=\dfrac{2}{s^2+3s+2}$，模拟截止频率为 $f_c=1\text{kHz}$，采样频率为 $f_s=4\text{kHz}$。

(1)设计该低通数字滤波器的系统函数 H(z)；

(2)该数字滤波器的数字截止频率为多少？

(3)一个以 2 kHz 频率采样的输入信号通过该数字滤波器后，输出信号的最大频率范围为多少 Hz?

解：(1)T=1/4000，$H_a(s)=\dfrac{2}{(s+1)(s+2)}=\dfrac{2}{S+1}-\dfrac{2}{S+2}$，

$$H(z)=\sum_{i=1}^{2}\frac{A_i}{1-e^{s_iT}z^{-1}}=\frac{2T}{1-e^{-1T}z^{-1}}-\frac{2T}{1-e^{-2T}z^{-1}}=\left(\frac{1}{1-e^{-1/4000}z^{-1}}-\frac{1}{1-e^{-1/2000}z^{-1}}\right)/2000$$

(2) 数字截止频率是 $\omega_c=2\pi\cdot1000/4000=\pi/2$

(3) 采样频率 4kHz 时的模拟截止频率为 $f_c=1\text{kHz}$,

采样频率 2kHz 时的模拟截止频率为 $f_c=0.5\text{kHz}$

五．分析计算题(共 42 分)

1． (8 分)一连续时间信号 f(t)的持续时间为 2.048 秒，信号在 256 个等距点处抽样，求抽样所得序列的频谱的周期为多少赫兹?如要求不产生频谱混叠，则对 f(t)的频谱有何限制?

解：T= 2.048÷256=0.008 秒，fs =1/T = 125Hz,

抽样所得序列的频谱的周期为 2π,对应 fs = 125Hz。

如不产生频谱混叠，要求 f(t)的频谱不大于 fs/2 即 62.5Hz。

2． (8 分)一个未知的线性时不变因果滤波器，在输入 $x(n)=0.7^n u(n)$时的输出为 $y(n)=0.7^n u(n)+0.5^n u(n)$，要求

(1)求出使输出为 $y(n)=0.5^n u(n)$ 的因果输入 $x_1(n)$ 是什么？

(2)求系统的系统函数 $H(z)$ 和单位脉冲响应 $h(n)$

解：(1) $X(z)=Z[x(n)]=\dfrac{1}{1-0.7z^{-1}}$，$Y(z)=Z[y(n)]=\dfrac{1}{1-0.7z^{-1}}+\dfrac{1}{1-0.5z^{-1}}=\dfrac{2-1.2z^{-1}}{(1-0.7z^{-1})(1-0.5z^{-1})}$

$H(z)=Y(z)/X(z)=\dfrac{2-1.2z^{-1}}{(1-0.7z^{-1})(1-0.5z^{-1})}(1-0.7z^{-1})=\dfrac{2-1.2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$

若 $Y_1(z)=\dfrac{1}{1-0.5z^{-1}}$，$X_1(z)=Y_1(z)/H(z)=\dfrac{1}{1-0.5z^{-1}}\div\dfrac{2-1.2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}=\dfrac{0.5}{1-0.6z^{-1}}$

$\therefore x_1(n)=Z^{-1}[X_1(z)]=0.5\times0.6^n u(n)$

(2) $H(z)=\dfrac{2-1.2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$，

$h(n)=Z^{-1}[H(z)]=Z^{-1}[\dfrac{2}{1-0.5z^{-1}}]-Z^{-1}[\dfrac{1.2z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}]=2\times0.5^n u(n)-1.2\times0.5^{n-1}u(n-1)$

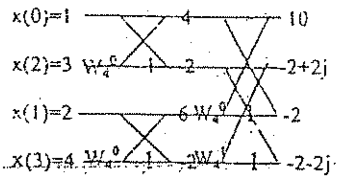
3. (8 分)某 4 点序列 $x(n)$，已知其偶数点的两点 DFT 为：$F(0)=4, F(1)=-2$，其奇数点的 2 点 DFT 为：$G(0)=6, G(1)=-2$. 请利用时域抽取 FFT 计算 $x(n)$ 的 4 点 DFT $X(k)=\{X(0)\ X(1)\ X(2)\ X(3)\}$，写出具体结果。

解：画出四点时域抽取 FFT 流图，

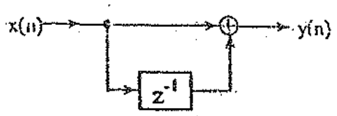
算出 $X(k)=\{10, -2+2j, -2, -2-2j\}$

可进一步算出

$x(n)=\{1,2,3,4\}$



4. (12 分)线性时不变离散时间系统如图，要求：



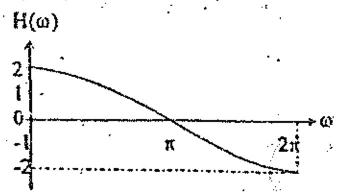
(1)确定系统的系统函数 $H(z)$；

(2)确定系统的单位脉冲响应 $h(n)$；

(3)确定系统的频响：$H(e^{j\omega})=H(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$；

(4)根据幅度函数 $H(\omega)$ 和相位函数 $\varphi(\omega)$ 的表达式，画出系统的幅频特性曲线和相频特性曲线；

(5)确定系统的 3dB 带宽 ω_{3dB}。



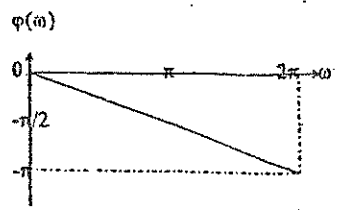
解：(1) $H(z)=1+z^{-1}$

(2) $h(n)=\delta(n)+\delta(n-1)$；

(3) $H(e^{j\omega})=1+e^{-j\omega}=2e^{-j\frac{\omega}{2}}\cdot\dfrac{e^{j\frac{\omega}{2}}+e^{-j\frac{\omega}{2}}}{2}=2e^{-j\frac{\omega}{2}}\cos(\omega/2)$

(4) 幅度函数 $H(\omega)=2\cos(\omega/2)$

相位函数 $\varphi(\omega)=-\omega/2$ （或 FIR $-\omega\dfrac{N-1}{2}=-\dfrac{\omega}{2}$）



(5) $-20\log\left|\dfrac{H(\omega_{3db})}{H(0)}\right|=3$，$\left|\dfrac{H(\omega_{3db})}{H(0)}\right|=0.707=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$H(\omega_{3db})=2\cos(\omega_{3db}/2)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}H(0)=\sqrt{2}$（此处 $H(0)=2$），得 $\omega_{3db}/2=\pi/4$，$\therefore$ 3dB 带宽 $\omega_{3db}=\pi/2$

5、(6分) 已知 $f(n)=a^n u(n)$，$|a|<1$，求 $g(n)=\sum_{k=0}^{n} f(k)$ 的终值 $\lim_{n\to\infty} g(n)$

解：

$g(n)=1+a+a^2+\cdots a^n$ 是有限长等比级数和，$\lim_{n\to\infty} g(n)$ 是无限长等比级数和，就是 $\frac{1}{1-a}$

若用终值定理： $\lim_{n\to\infty} g(n)=\lim_{z\to 1}[(1-z^{-1})G(z)]$

$g(n)=1+a+a^2+\cdots a^n=\frac{1-a^{n+1}}{1-a}=\frac{1}{1-a}[u(n)-a^{n+1}u(n)]=\frac{1}{1-a}[u(n)-a\cdot a^n u(n)]$，

$G(z)=Z[g(n)]=\frac{1}{1-a}\left(\frac{1}{1-z^{-1}}-\frac{a}{1-az^{-1}}\right)$

$\lim_{z\to 1}[(1-z^{-1})G(z)]=\lim_{z\to 1}\left(\frac{1}{1-a}\left(1-\frac{a(1-z^{-1})}{1-az^{-1}}\right)\right)=\frac{1}{1-a}$

$\therefore g(n)$ 的终值 $\lim_{n\to\infty} g(n)=\frac{1}{1-a}$

南京邮电大学 2009/2010 学年第一学期

《数字信号处理》期末试卷

院(系)__________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

得分

一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

1、$a^n u(n)+\delta(n+2)=$ __(1)__。 $a^{n+2}u(n+2)$ z^2

2、z^2+z（$|z|\neq\infty$）所对应的序列为 __(2)__。 $\delta(n+2)+\delta(n+1)$

3、$\delta(n-n_0)$ 的频率响应 $X(e^{j\omega})$ 为= __(3)__。 $e^{-jn_0\omega}$

4、若信号最高频率为 120Hz，采样频率为 150Hz，则其频谱从 __(4)__ 30Hz 处开始混叠。

5、根据单位脉冲响应 h(n)判断线性时不变系统是否为稳定系统的条件是： __(5)__ 绝对可和

$\sum|h(n)|<\infty$

6、已知 8 点长实序列 x(n)的序列和为 5，其 DFT 的后四个值为 $\{0,1-j,2,3+j\}$，试写出其它几个 DFT 值：$X(0)=$ __(6)__ 5，$X(1)=$ __(7)__ 3-j，$X(2)=$ __(8)__ 2，$X(3)=$ __(9)__ 1+j。

$X(0)=\sum_{n=0}^{7}x_n$

$X(k)=X^*(N-k)$

7、设计 FIR 数字滤波器时，为实现线性相位，需要 h(n)满足： __(10)__ h(n)关于原点奇对称 $h(n)=\pm h(N-1-n)$

8、由于脉冲响应不变法存在频谱混叠的特点，在设计 IIR 数字滤波器时，不适于设计以下两种频率特性的滤波器：__(11)__ 高通 和 __(12)__ 带阻

9、频率采样法设计 FIR 数字滤波器时产生的逼近误差可以通过过渡带插值改善，其优点是 __(13)__ 增加阻带衰减、缺点是 __(14)__ 增加过渡带。

10、已知一个线性相位 FIR 滤波器有一个零点 1+j，那么此线性相位 FIR 滤波器必有零点 __(15)__ 1-j、__(16)__ $\frac{1}{1+j}$、__(17)__ $\frac{1}{1-j}$。

零点 共轭 4个 $\frac{1}{1+j}$ 1-j $\frac{1}{1-j}$

$=1$

z^{-n}

21

11、有限字长效应会引起的误差有：(18)、(19)、(20)。输入信号量化误差、表波器系数量化、有限字长运算

得 分

二、判断题（对的打"√"，错的打"×"，每题2分，共10分）

1、$y(n)=[x(n)]^2$ 是非线性系统且为时不变系统。 √

2、求线性卷积时，快速卷积一定比定义法求的速度快。 ×

3、$R_N(n)$ 信号的 DFT 为 $\{N,0,0,\ldots,0\}$，其中共 N-1 个 0 值。 √

4、用矩形窗设计的 FIR 数字滤波器过波带较窄。 √

5、矩形频率特性的数字带通滤波器有非因果的 h(n)。 √

得 分

三、简答及画图题（共25分）

~~(L+N-1)~~

L+1-N

1、（5分）设序列 $y(n)=x_1(n)*x_2(n)$，且 $y(n)$ 长 L，$x_1(n)$ 长 N，试写出用快速卷积 $x_2(n)$ 的步骤。

~~FFT 点 FFT~~

$X_2(k)=\frac{Y(k)}{X_1(k)}$

$y(n)$ ......

$\therefore X_2(k)=\frac{Y(k)}{X_1(k)}$

3). $y(n)=IDFT[Y(k)]$

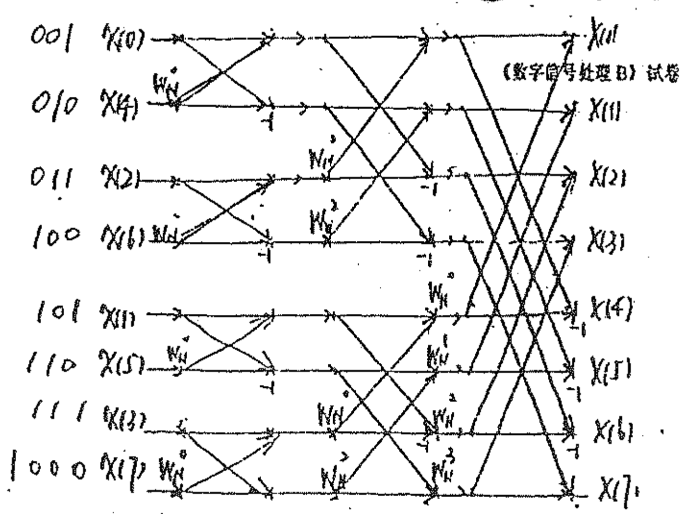
2、（5分）请说明窗口法设计 FIR 数字滤波器的基本思想，就数字滤波器给出的常用指标，说明如何选择窗函数。

FIR滤波器是有限长的，用有限长的h(n)来逼近无限长的$h_d(n)$，即截取$h_d(n)$最重要的一段。

3、（5分）画出下列数字系统的正准型结构

$$y(n)=8x(n)-4x(n-1)+11x(n-2)-2x(n-3)+\frac{5}{4}y(n-1)-\frac{3}{4}y(n-2)+\frac{1}{8}y(n-3)$$

4、（10分）请画出8点长按时间抽取基-2FFT蝶形图（要求输出顺序），并利用蝶形图按步骤详细计算序列 $x(n)=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ 的 FFT。



X(0)=

z^n

得分

四、计算题（共35分）

$z^5 + \frac{-4z}{z-1} + \frac{4z}{z-2} = z^5 + \frac{4}{1-z} + \frac{8}{z-2}$

$z^5 - 4\frac{4}{z-1} + 4 + \frac{8}{z-2} = \delta(n+5) + 4u(n)$

1、（5分）已知：$X(z)=z^5+\frac{4z}{(z-1)(z-2)}$，求$1<|z|<2$时所对应的序列$x(n)$。

$X(z)=z^5+\frac{(-4z)}{z-1}+\frac{4z}{z-2}$.

$1<|z|<2$时，$x(n)=\delta(n+5)-4^n u(n)-4z^n u(-n-1)$

2、（4分）语音信号的有效带宽为3.4KHz，以$f_s=8KHz$的频率取样，取样点数为800点，若研究1.5KHz附近的信号，应选取哪些点为观察对象？

$\frac{800}{f_s}=\frac{x}{1.5k}$

$\frac{800}{f_s}=\frac{x}{1.5k}$

$x=1500$

$\frac{8}{1.5}=\frac{800}{}$

3、（8分）求序列$x_1(n)=\{1,2,3,4,5\}$和$x_2(n)=\{1,1,1,1,1\}$的线性卷积和圆周卷积。

线性、 1 3 6 10 15 14 12 9 5

圆周、

4、（8分）已知$x(n)=\{x(0),x(1),x(2),x(3)\}=\{1,0,2,1\}$，求其傅里叶变换$X(e^{j\omega})$和4点长离散傅里叶变换DFT的值X(k)，并说明两者间关系。（其中$X(e^{j\omega})$待表达式原样列出即可，DFT要求算出具体值）

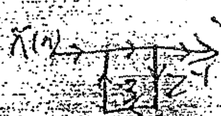
$X(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{3}x(n)e^{-j\omega n}$

$=1+2e^{-j2\omega}+e^{-j3\omega}$

$X(k)=W_4\begin{bmatrix}1\\0\\2\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4\\1+j\\2\\1-j\end{bmatrix}$

$W_4=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&W_4^1&W_4^2&W_4^3\\1&W_4^2&W_4^4&W_4^6\\1&W_4^3&W_4^6&W_4^9\end{bmatrix}$

5、（10分）DSP做成的一个数字滤波器可以用差分方程描述为：$y(n)=3y(n-1)+x(n)$，为估计滤波器的性能，需要求单位脉冲响应$h(n)$，但芯片的内部存储器在输入信号前未被置0，所以输出滤波器受初始条件$y(-1)=1$的影响。试根据以上数据：



$a_0=1 \quad b_1=3$

$H(z)=\frac{1}{1-3z^{-1}}$

（1）画出系统框图；

（2）计算系统的零状态响应$h(n)$；

Σ

（3）输入为$\delta(n)$时计算$n\geq 0$时滤波器的响应。

(2). $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1}{1-3z^{-1}}$ $|z|>3$.

$h(n)=3^n u(n)$

(3). $n=0$; $y(0)=3y(-1)+\delta(0)=4$

$n=1$: $y(1)=3y(0)+0=3\times4$

$n=2$: $y(2)=3y(1)=3\times3\times4=3^2\times4$

$\vdots$

$n=n$时. $y(n)=2^n\times4$

23

得分

五、设计题（共 10 分）

已知：某一低通滤波器的各种指标和参数要求为：(1) 二阶 巴特沃思频率响应，采用双线性变换设计法，考虑预畸；截止频率 $f_c = 50\,Hz$ ~~(2) 当 $0 \le f \le 2.5Hz$ 时，衰减小于 3dB；(3) 当 $f \ge 50Hz$ 时，衰减大于或等于 40dB；~~ (4) 采样频率 $f_s = 200\,Hz$。求：系统函数 $H(z)$。

表 1　低阶巴特沃思滤波器 $H(s)$ 的分母（归一化）

阶数 N	$H(s)$ 的分母
1	$s+1$
2	$s^2+\sqrt{2}s+1$

$\Omega_s(t)$. 预畸

(1). $W_c = 2\pi \frac{f_c}{f_s} = 2\pi \times \frac{50}{200} = \frac{\pi}{2}$

(2) $\Omega_c = \frac{2}{T} tg\left(\frac{W_c}{2}\right) = \frac{2}{T} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$

(3) $N=2$，$H(s) = \dfrac{1}{\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)^2 + \frac{\sqrt{2}s}{\Omega_c} + 1}$

预畸 $W_c = 2\pi \frac{f_c}{f_s} = 2\pi \frac{50}{200} = \frac{\pi}{2}$

$\Omega_c = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{W_c}{2}\right) = \frac{2}{T}\sqrt{\ }$

双线性变换：

$$H(z) = H(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}} = \frac{1}{1.732\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^2 + 2.449\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right) + 1}$$

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

南京邮电大学 2009/2010 学年第二学期

《数字信号处理》期末试卷（答案附后）

院(系)__________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分	1.7.		2.								

考试题（二）

一、判断题（正确的画○，不正确的画×）

1. 如果 $x(n)$ 是实因果序列，$X(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[x(n)]$，则可由 $R_e[X(e^{j\omega})]$ 求出 $x(n)$ 和 $X(e^{j\omega})$。 （ ）

2. $x(n)=a^n u(n)$，则 $X(z)=\mathrm{ZT}[x(n)]=\dfrac{1}{1-az^{-1}}$。 （ ）

3. 在用频率采样法设计 FIR 数字滤波器时，可以通过加过渡带采样点来改善通带波纹特性和阻带最小衰减。 （ ）

4. 若 $\tilde{x}(n)$ 是以 N 为周期的周期序列，则 $\tilde{X}(k)$ 也是一个以 N 为周期的周期序列。 （ ）

5. 时间离散、幅度连续的信号称为数字信号。 （ ）

6. 用双线性变换法设计 IIR 数字滤波器时存在频率混叠失真。 （ ）

7. 令 $x(n)=a^n$，$0<a<1$，$-\infty\leq n\leq\infty$，则 $X(z)$ 的收敛域为 $0\leq|z|\leq a^{-1}$。 （ ）

8. 因果系统其单位脉冲响应 $h(n)$ 一定满足当 $n<0$ 时，$h(n)=0$。 （ ）

9. 已知 $y(n)=x(n)*h(n)$。再分别对 $x(n)$ 和 $y(n)$ 进行 20 点 DFT，得到 $X(k)$ 和 $H(k)$，令 $Y_1(k)=H(k)\cdot X(k)$ $\quad k=0,1,2,\cdots,19$，则 $y(n)=\mathrm{IDFT}[Y_1(k)]$。 （ ）

二、填空题

1. 设 $X(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[x(n)]$，则 $\mathrm{FT}[nx(n)]=$（ ）。

2. 已知序列 $x(n)=\delta(n-1)$，

则 $X(z)=\mathrm{ZT}[x(n)]=$（ ），收敛域为（ ）。

3. 已知线性非时变因果系统用下面差分方程描述：

$y(n)=y(n-1)+y(n-2)+x(n-1)$，则

$H(z)=Y(z)/X(z)=$（ ）。

$H(z)$的极点为（ ）。

$H(z)$的零点为（ ）。

4. 如果截止频率为 $\pi/8$ 的低通数字滤波器，采样频率为 $F_s=1/T=10\ \mathrm{kHz}$，那么等效的模拟滤波器的截止频率为（ ）。

5. 若 $h(n)=R_4(n)$, $x(n)=R_6(n)$，则

$y(n)=h(n)*x(n)=$（ ）。

6. 采用脉冲响应不变法，边界频率的转换关系为（ ）。

三、综合计算题

1. FIR 滤波器的系统函数为

$$H(z)=1+2z^{-1}+3z^{-2}+2z^{-3}+2z^{-4}+z^{-5}$$

求：(1) 写出滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$的表达式；

(2) 该滤波器是否具有线性相位？为什么？

(3) 试画出该滤波器的结构流图（要求用最少的乘法器）。

2. 已知归一化的二阶巴特沃思低通滤波器的传输函数为

$$H_a(s)=\frac{1}{s^2+\sqrt{2}s+1}$$

用双线性变换法设计 3db 截止频率 $\omega_c=2\pi/3$ rad 数字低通滤波器，采样间隔 $T=2$ s，要求：

(1) 求出该数字低通滤波器的系统函数 $H(z)$；

(2) 画出该数字低通滤波器的直接型结构图。

3. 已知 $x_a(t)=2\cos(2\pi\cdot 100t)$，以采样频率 $F_s=400$ Hz 进行采样，得到采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 和时域离散信号 $x(n)$，试完成下面各题：

(1) 写出 $x_a(t)=2\cos(2\pi\cdot 100t)$ 的傅里叶变换表达式 $X_a(j\Omega)$；

(2) 写出 $\hat{x}_a(t)$ 和 $x(n)$的表达式；

(3) 分别写出 $\hat{x}_a(t)$ 和 $x(n)$的傅里叶变换表达式。

4. 试写出用窗函数法设计 FIR 数字滤波器的设计步骤，并说明选择窗函数类型和窗函数长度的依据。

考试题（三）

一、已知数字网络用下面差分方程描述

$$y(n)=0.64y(n-2)+x(n)$$

(1) 设输入信号 $x(n)=\delta(n)$，$y(-1)=0$，$y(-2)=1$，当 $n\leqslant-3$ 时 $y(n)=0$，求输出信号 $y(n)$

(2) 求该网络的单位脉冲响应 $h(n)$。

二、完成下面各题

(1) 设 $x(n)=R_2(n)$，求 $X(z)=\mathrm{ZT}[x(n)]$，以及收敛域；

(2) $x(n)=R_2(n)$，求 $X(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[x(n)]$，并定性画出幅频特性曲线；

(3) $x(n)=R_2(n)$，将 $x(n)$以 5 为周期进行周期性延拓，形成周期序列 $\tilde{x}(n)$，画出 $\tilde{x}(n)$ 的波形，并求出 $\tilde{x}(n)$ 的离散傅里叶级数 $\tilde{x}(k)$；

(4) $x(n)=R_2(n)$，求 $x(n)$的 5 点 DFT，得到 $X(k)$，画出 $|X(k)|\sim k$ 曲线；

(5) 求出(3)中 $\tilde{x}(n)$ 的傅里叶变换表示式，并画出相应的幅频特性。

三、已知网络系统函数如式 $H(z)=\dfrac{1-a^2}{(1-az)(1-az^{-1})}$，$0<a<1$

如果限定网络是因果的，选定 $H(z)$的收敛域，求出其单位脉冲响应 $h(n)$，这种情况下网络是否稳定，为什么？

四、已知 FIR 滤波器的网络结构如图 10.3.1 所示。

(1) 写出滤波器的系统函数 $H(z)$，以及单位脉冲响应 $h(n)$；

(2) 该滤波器是否具有线性相位特性？为什么？

(3) 设 $x(n)=\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty}\delta(n-6k)$，试画出 $y(n)$的波形。

五、已知模拟网络如图 10.3.2 所示，现用数字信号处理技术完成其处理作用。求：

(1) 画出模拟信号数字处理的总方块图，输入输出仍为 $x_a(t)$和$y_a(t)$，并说明各分方框的作用；

(2) 求出数字滤波网络的系统函数（采用双线性变换法），并画出其结构图。

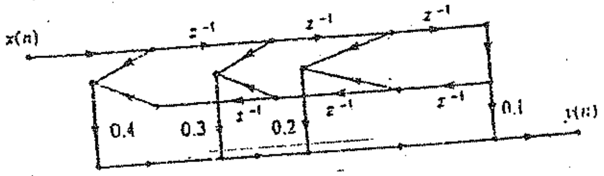


图 10.3.1

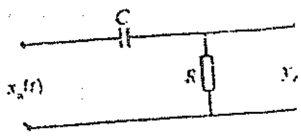


图 10.3.2

考试题（二）解答

一、判断题

1. 如果$x(n)$是实因果序列，则可由$R_e[X(e^{j\omega})]$求出$x(n)$和$X(e^{j\omega})$。
2. $x(n)=a^n u(n)$，则$X(z)=ZT[x(n)]=\dfrac{1}{1-az^{-1}}$。 （O）
3. 可以通过加过渡带采样点来改善通带波纹特性和阻带最小衰减。 （O）
4. $\tilde{X}(k)$也是一个以N为周期的周期序列。 （O）
5. 时间离散、幅度连续的信号称为数字信号 （O）
6. 用双线性变换法设计IIR数字滤波器时存在频率混叠失真。 （×）
7. 令$x(n)=a^n$，$0<a<1$，则$X(z)$的收敛域为$0\leqslant|z|\leqslant a^{-1}$。 （×）
8. 因果系统其单位脉冲响应$h(n)$一定满足当$n<0$时，$h(n)=0$。 （×）
9. $y(n)=IDFT[Y_1(k)]$。 （O）

（×）

二、填空题

1. 设$X(e^{j\omega})=FT[x(n)]$，则$FT[nx(n)]=$（$j\dfrac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$）。
2. $X(z)=ZT[x(n)]=$（z^{-1}），收敛域为（$0<|z|\leqslant\infty$）；
3. $H(z)=Y(z)/X(z)=$（$\dfrac{z^{-1}}{1-z^{-1}-z^{-2}}$）；$H(z)$的极点为（$\dfrac{1}{2}(1\pm\sqrt{5})$），$H(z)$[illegible]
4. 等效的模拟滤波器的截止频率为（0.625 kHz）。
5. $y(n)=h(n)*x(n)=\{1,2,3,4,4,4,3,2,1;n=0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$
6. 采用脉冲响应不变法，边界频率的转换关系为（$\omega=\Omega T$）。

三、综合计算题

1．解：FIR滤波器的系统函数为$H(z)=1+2z^{-1}+3z^{-2}+2z^{-3}+2z^{-4}+z^{-5}$。

(1) $h(n)=\delta(n)+2\delta(n-1)+3\delta(n-2)+2\delta(n-3)+2\delta(n-4)+\delta(n-5)$。

(2) 该滤波器不具有线性相位性质，因为$h(n)$不满足对$N/2$对称的条件。

(3) 该滤波器的结构流图（要求用最少的乘法器）如图S10.2.1所示。

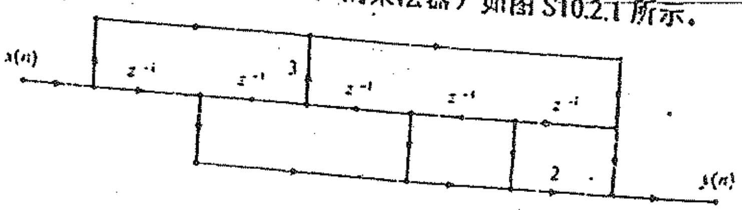


图 S10.2.1

2．解：(1) 模拟滤波器的3 dB截止频率为$\Omega_c=\omega_c/T=\pi/3$ rad

$$H_a(s)=\frac{\Omega_c^2}{s^2+\sqrt{2}s\Omega_c+\Omega_c^2}$$

(4) $X(k)=\mathrm{DFT}[x(n)]=\sum_{n=0}^{1}\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{5}kn}=1+\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{5}k}$，$k=0,1,2,3,4$

因为 DFT 是单位圆上 N 等间隔的采样，所以可以按照图 S10.3.1 定性画出$|X(k)|\sim k$ 曲线如图 S10.3.3 所示。

(5) $$X(\mathrm{e}^{j\omega})=\mathrm{DFT}[\tilde{x}(n)]=\frac{2\pi}{5}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\tilde{X}(k)\delta\left(\omega-\frac{2\pi}{5}k\right)$$

$$=\frac{2\pi}{5}\sum_{k=-\infty}^{\infty}(1+\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{5}k})\delta\left(\omega-\frac{2\pi}{5}k\right)$$

定性地画出相应的幅频特性，如图 S10.3.4 所示。

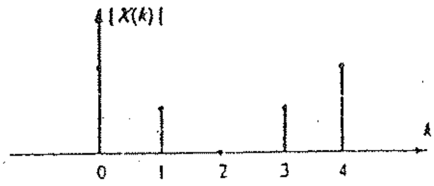


图 S10.3.3

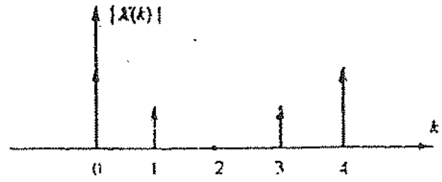


图 S10.3.4

三、解：

$$H(z)=\frac{1-a^2}{(1-az)(1-az^{-1})},\quad 0<a<1$$

限定网络是因果的，选收敛域为 $a^{-1}<|z|\leqslant\infty$。

$$x(n)=\frac{1}{2\pi j}\oint_c H(z)z^{n-1}\mathrm{d}z,\quad F(z)=\frac{(1-a^2)z^n}{-a(z-a^{-1})(z-a)}$$

$$n\geqslant 0,\quad h(n)=\mathrm{Res}[F(z),a^{-1}]+\mathrm{Res}[F(z),a]=-a^{-n}+a^n$$

因为是因果系统，所以当 $n<0$ 时，$y(n)=0$。

因此，$h(n)=[-a^{-n}+a^n]u(n)$。

系统不稳定，因为当 $n\to\infty$ 时，$h(n)\to\infty$。

四、解：

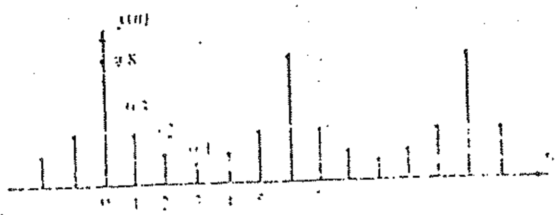
(1) $H(z)=0.4(1+z^{-6})+0.3(z^{-1}+z^{-5})+0.2(z^{-2}+z^{-4})+0.1z^{-3}$

$=0.4+0.3z^{-1}+0.2z^{-2}+0.1z^{-3}+0.2z^{-4}+0.3z^{-5}+0.4z^{-6}$

$h(n)=\{0.4,0.3,0.2,0.1,0.2,0.3,0.4;n=0,1,2,3,4,5,6\}$

(2) 滤波器具有线性相位特性，因为单位脉冲响应 $h(n)$服从公式 $h(n)=h(N-1-n)$，N 是序列的长度。

(3) $y(n)=x(n)*h(n)$，画出 $y(n)$的波形的波形，如图 S10.3.5 所示。



考试题（二）解答

一、判断题

1. 如果$x(n)$是实因果序列，则可由$R_e[X(e^{j\omega})]$求出$x(n)$和$X(e^{j\omega})$。 （O）
2. $x(n)=a^n u(n)$，则$X(z)=\mathrm{ZT}[x(n)]=\dfrac{1}{1-az^{-1}}$。 （O）
3. 可以通过加过渡带采样点来改善通带波纹特性和阻带最小衰减。 （O）
4. $\tilde{X}(k)$也是一个以N为周期的周期序列。 （O）
5. 时间离散、幅度连续的信号称为数字信号 （×）
6. 用双线性变换法设计IIR数字滤波器时存在频率混叠失真。 （×）
7. 令$x(n)=a^n$，$0<a<1$，则$X(z)$的收敛域为$0\leqslant|z|\leqslant a^{-1}$。 （×）
8. 因果系统其单位脉冲响应$h(n)$一定满足当$n<0$时，$h(n)=0$。 （O）
9. $y(n)=\mathrm{IDFT}[Y_1(k)]$。 （×）

二、填空题

1. 设$X(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[x(n)]$，则$\mathrm{FT}[nx(n)]=$（$j\dfrac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$）。
2. $X(z)=\mathrm{ZT}[x(n)]=$（z^{-1}），收敛域为（$0<|z|\leqslant\infty$）；
3. $H(z)=Y(z)/X(z)=$（$\dfrac{z^{-1}}{1-z^{-1}-z^{-2}}$），$H(z)$的极点为（$\dfrac{1}{2}(1\pm\sqrt{5})$），$H(z)$的[illegible]
4. 等效的模拟滤波器的截止频率为（0.625 kHz）。
5. $y(n)=h(n)*x(n)=\{1,2,3,4,4,4,3,2,1;n=0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$
6. 采用脉冲响应不变法，边界频率的转换关系为（$\omega=\Omega T$）。

三、综合计算题

1. 解：FIR滤波器的系统函数为$H(z)=1+2z^{-1}+3z^{-2}+2z^{-3}+2z^{-4}+z^{-5}$。

(1) $h(n)=\delta(n)+2\delta(n-1)+3\delta(n-2)+2\delta(n-3)+2\delta(n-4)+\delta(n-5)$。

(2) 该滤波器不具有线性相位性质，因为$h(n)$不满足对$N/2$对称的条件。

(3) 该滤波器的结构流图（要求用最少的乘法器）如图S10.2.1所示。

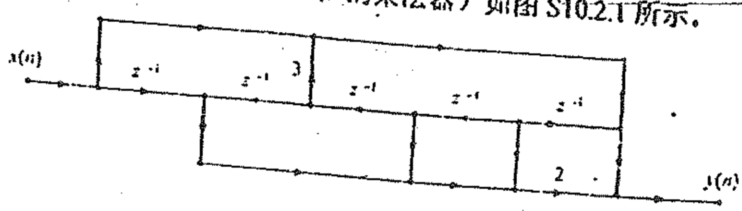


图 S10.2.1

2. 解：(1) 模拟滤波器的3 dB截止频率为$\Omega_c=\omega_c/T=\pi/3$ rad

$$H_a(s)=\frac{\Omega_c^2}{s^2+\sqrt{2}s\Omega_c+\Omega_c^2}$$

五、解：

(1) 画出模拟信号数字处理的总方块图，如图 S10.3.6 所示。

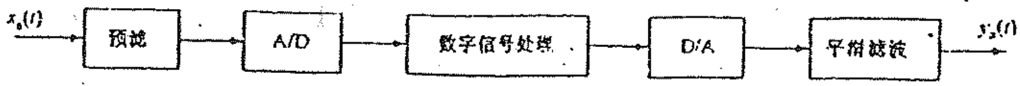


图 S10.3.6

预滤的作用是防止频率混叠现象。A/D 的作用是将模拟信号转换成数字信号。数字信号处理部分完成对信号的处理。D/A 完成将数字信号转换成模拟信号。平滑滤波部分完成对信号的平滑作用。

(2) 按照图 10.3.2，模拟信号网络的传输函数为 $H_a(s)=\dfrac{\alpha}{\alpha+s}$，$\alpha=\dfrac{1}{RC}$

采用双线性变换法将其转换成数字滤波器的系统函数为

问 N 至少应取多少？为什么？按照最少采样点数画出采样结构，不考虑稳定性，也可以用复数乘法。

五、设 $x(t)=x_1(t)+x_2(t)+x_3(t)$，式中 $x_1(t)=\cos(8\pi t)$，$x_2(t)=\cos(16\pi t)$，$x_3(t)=\cos(20\pi t)$。

(1) 如果用 FFT 对 $x(t)$进行频谱分析，问采样频率 F_s 和采样点数 N 应如何选择，才能精确地求出 $x_1(t)$、$x_2(t)$、$x_3(t)$ 的频率；

(2) 按照你选择的 F_s、N 对 $x(t)$采样，然后得到 $x(n)$，进行 FFT，得到 $X(k)$，画出$|X(k)|\sim k$ 的曲线，并分别注明 $x_1(t)$、$x_2(t)$、$x_3(t)$ 的频率。

(4) $X(k)=\mathrm{DFT}[x(n)]=\sum_{n=0}^{1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{5}kn}=1+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{5}k}$，$k=0,1,2,3,4$

因为 DFT 是单位圆上 N 等间隔的采样，所以可以按照图 S10.3.1 定性画出$|X(k)|\sim k$ 曲线如图 S10.3.3 所示。

(5) $X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\mathrm{DFT}[\tilde{x}(n)]=\dfrac{2\pi}{5}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\tilde{X}(k)\delta\left(\omega-\dfrac{2\pi}{5}k\right)$

$$=\frac{2\pi}{5}\sum_{k=-\infty}^{\infty}(1+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{5}k})\delta\left(\omega-\frac{2\pi}{5}k\right)$$

定性地画出相应的幅频特性，如图 S10.3.4 所示。

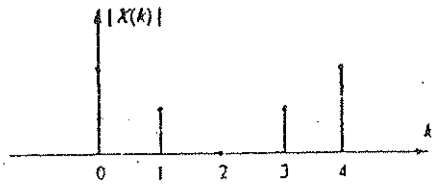


图 S10.3.3

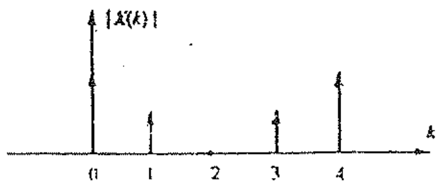


图 S10.3.4

三、解：

$$H(z)=\frac{1-a^2}{(1-az)(1-az^{-1})},\quad 0<a<1$$

限定网络是因果的，选收敛域为 $a^{-1}<|z|\leqslant\infty$。

$$x(n)=\frac{1}{2\pi\mathrm{j}}\oint_c H(z)z^{n-1}\mathrm{d}z,\quad F(z)=\frac{(1-a^2)z^n}{-a(z-a^{-1})(z-a)}$$

$$n\geqslant 0,\quad h(n)=\mathrm{Res}[F(z),a^{-1}]+\mathrm{Res}[F(z),a]=-a^{-n}+a^n$$

因为是因果系统，所以当 $n<0$ 时，$y(n)=0$。

因此，$h(n)=[-a^{-n}+a^n]u(n)$。

系统不稳定，因为当 $n\to\infty$ 时，$h(n)\to\infty$。

四、解：

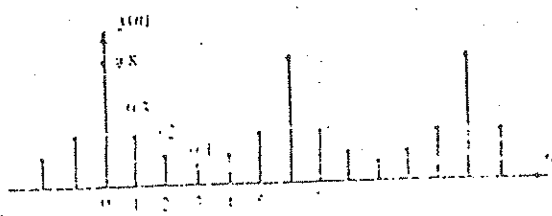
(1) $H(z)=0.4(1+z^{-6})+0.3(z^{-1}+z^{-5})+0.2(z^{-2}+z^{-4})+0.1z^{-3}$

$$=0.4+0.3z^{-1}+0.2z^{-2}+0.1z^{-3}+0.2z^{-4}+0.3z^{-5}+0.4z^{-6}$$

$h(n)=\{0.4,0.3,0.2,0.1,0.2,0.3,0.4;n=0,1,2,3,4,5,6\}$

(2) 滤波器具有线性相位特性，因为单位脉冲响应 $h(n)$服从公式$h(n)=h(N-1-n)$，N 是序列的长度。

(3) $y(n)=x(n)*h(n)$，画出 $y(n)$的波形的波形，如图 S10.3.5 所示。



考试题（三）解答

一、解：

(1) 此题用递推法求解。

$$n=0 \quad y(0)=0.64y(-2)+x(0)=1.64$$

$$n=1 \quad y(1)=0.64y(-1)=0$$

$$n=2 \quad y(2)=0.64y(0)=0.64\times1.64=0.8^2\times1.64$$

$$n=3 \quad y(3)=0.64y(1)=0$$

$$n=4 \quad y(4)=0.64y(2)=0.64^2\times1.64=0.8^4\times1.64$$

$$y(n)=\begin{cases}1.64\times0.8^n, & n\text{取偶数}\\ 0, & n\text{取奇数}\end{cases}$$

(2) 令 $x(n)=\delta(n)$，$y(-1)=0$，$y(-2)=0$，当 $n\leqslant-3$ 时 $y(n)=0$

$$n=0 \quad y(0)=x(0)=1$$

$$n=1 \quad y(1)=0.64y(-1)=0 \qquad n=3 \quad y(3)=0.64y(1)=0$$

$$n=2 \quad y(2)=0.64y(0)=0.8^2 \qquad n=4 \quad y(4)=0.64y(2)=0.8^4$$

$$h(n)=\begin{cases}0.8^n, & n\text{取偶数}\\ 0, & n\text{取奇数}\end{cases}$$

二、解：

(1) $X(z)=1+z^{-1}$，收敛域为 $0<|z|\leqslant\infty$。

(2) $X(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[x(n)]$

$$X(e^{j\omega})=1+e^{-j\omega}$$

根据零极点分布定性画出幅频特性曲线，如图 S10.3.1 所示。

(3) 画出 $\tilde{x}(n)$ 的波形如图 S10.3.2 所示。

$$\tilde{X}(k)=\mathrm{DFT}[\tilde{x}(n)]=\sum_{n=0}^{1}e^{-j\frac{2\pi}{5}kn}=1+e^{-j\frac{2\pi}{5}k} \qquad -\infty<k<\infty$$

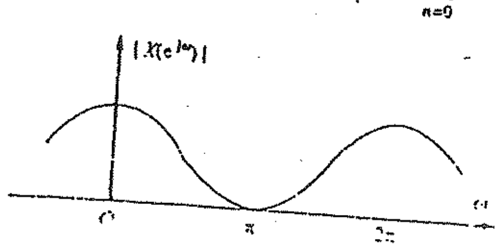


图 S10.3.1

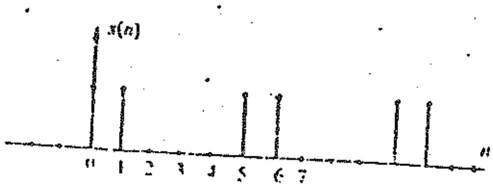


图 S10.3.2

$$H(z)=H_a(s)\Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}=\frac{\Omega_c^2(1+2z^{-1}+z^{-2})}{(1+\sqrt{2}\Omega_c+\Omega_c^2)+2(\Omega_c^2-1)z^{-1}+(1-\sqrt{2}\Omega_c+\Omega_c^2)z^{-2}}$$

$$k_1=\frac{\Omega_c^2-1}{1+\sqrt{2}\Omega_c+\Omega_c^2}\qquad k_2=\frac{1-\sqrt{2}\Omega_c+\Omega_c^2}{1+\sqrt{2}\Omega_c+\Omega_c^2}$$

$$H(z)=\frac{k_1(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+2k_1z^{-1}+k_2z^{-2}}$$

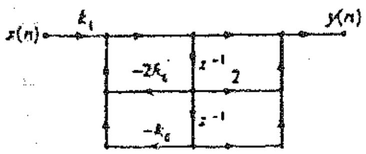


图 S10.2.2

(2) 画出该数字低通滤波器的直接型结构图如图 S10.2.2 所示。

3. 解：

(1) $X_a(\mathrm{j}\Omega)=\mathrm{FT}[x_a(t)]=2\pi[\delta(\Omega-200\pi)+\delta(\Omega+200\pi)]$

(2) $\hat{x}_a(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}2\cos(200\pi n/F_s)\delta(t-n/F_s)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}2\cos(0.5\pi n)\delta(t-n/F_s)$

$$x(n)=2\cos(200\pi n/F_s)=2\cos(0.5\pi n)$$

(3) 分别写出 $\hat{x}_a(t)$ 和 $x(n)$ 的傅里叶变换表达式。

$$\hat{X}_a(\mathrm{j}\Omega)=\mathrm{FT}[\hat{x}_a(t)]=F_s\sum_{m=-\infty}^{\infty}X_a(\mathrm{j}\Omega-\mathrm{j}m\cdot2\pi F_s)$$

$$=2F_s\sum_{m=-\infty}^{\infty}[\delta(\Omega-200\pi-\mathrm{j}m\cdot2\pi F_s)+\delta(\Omega+200\pi-\mathrm{j}m\cdot2\pi F_s)]$$

$$X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\mathrm{FT}[x(n)]=2\pi\sum_{r=-\infty}^{\infty}[\delta(\omega-\omega_0-2\pi r)+\delta(\omega+\omega_0-2\pi r)],\quad \omega_0=200\pi/F_s=0.5\pi$$

4. 解：用窗函数法设计 FIR 数字滤波器的设计步骤有：

(1) 构造希望逼近的频率响应函数 $H_d(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$，一般用理想滤波器作为逼近滤波器。

(2) 求出逼近滤波器的单位脉冲响应 $h_d(n)$。

(3) 加窗得到 FIRDF 的单位脉冲响应 $h(n)$，$h(n)=h_d(n)w(n)$。

选择窗函数类型的依据是阻带的最小衰减，选择窗函数长度的依据是过渡带的宽度。

南京邮电大学 2008/2009 学年第 一 学期

《数字信号处理 B》期末试卷

一、填空题

1、单位脉冲响应分别为 $h_1(n)$ 和 $h_2(n)$ 的两线性系统相串联，其等效系统函数时域表达式h(n)= $h_1(n)*h_2(n)$，系统频响 $H(e^{j\omega})=H_1(e^{j\omega})H_2(e^{j\omega})$。

2、要使实信号采样后能够不失真还原，采样频率必须大于信号最高频率的两倍 。

3、FFT算法之所以能减少运算量是利用了 $W_N=e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ 的 周期 和 对称 的特性。

4、用矩形窗设计线性相位的FIR低通滤波器，矩形窗长度增加不会改变肩峰的相对值，这种现象称为 吉布斯 效应。

5、两序列长度分别为 L_1 和 L_2，用循环卷积（circular convolution）正确计算两个序列卷积结果，循环卷积的点数N至少为 L_1+L_2-1 。

6、LTI系统 $H(z)=\frac{a}{1-bz^{-1}}$ 为因果稳定系统的必要条件为 $|b|<1$ 。

7、IIR DF 设计时，模拟低通原型到数字低通原型的映射即S平面到Z平面的映射常用的方法是 双线性变换法 和 冲激响应不变法 ，其中 冲激响应不变法 不会产生畸变。

8、设计线性相位FIR数字滤波器，h(n)需满足 偶 对称或者 奇 对称。

9、在用定点数做乘法运算不会造成溢出，但是字长要增加一倍，在定点乘法运算后需要对于尾数做 截尾 或 舍入 操作，以保证字长的不变。

10、在做基2的快速傅里叶算法时，有 按时间抽取法 、 按频率抽取法 两种

11、已知 $DTFT[x(n)]=X(e^{j\omega})$，$x(n\pm n_0)$ 的 DTFT 是 $e^{\pm jn_0\omega}X(e^{j\omega})$ 。

12、Parseval定理 $\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x(n)|^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}|X(e^{j\omega})|^2\,d\omega$ 的物理含义是 时域中对序列求能量与频域中求能量是一致的 。

13、IIR DF可以用直接型、级联型和并联型三种网络结构实现，相同条件下 级联型 结构可同时调整零点和极点位置， 并联型 结构只容易调整极点， 并联型 结构运算速度最快。

14. 线性时不变系统的单位采样响应为 $h(n)$，输入 $x(n)$，则输出 $y(n)=$ $x(n)*h(n)$.

15. 线性时不变系统是因果的充要条件是，单位采样响应$h(n)$满足$h(n)=0, n<0$.

16. 设因果性序列$x(n)$的Z变换为$X(z)=\dfrac{1}{1-1.5z^{-1}+0.5z^{-2}}$，则$x(0)=$ __1__；$x(\infty)=$ __2__.

17. 设$x(n)=\delta(n-3)$，则$x(n)$的傅里叶变换为 $e^{-j3\omega}$.

18. 设$x(n)=R_4(n)$，则$x(n)$的8点DFT为 $e^{-j\frac{3}{8}\pi k}\sin\frac{\pi}{2}k \Big/ \sin\frac{\pi}{8}k$

19、线性移不变系统是因果系统的充分必要条件是__h(n)=0, __n<0______。

20、$x(n)=a^n u(n)$的DTFT绝对可加条件____$|a|<1$____。

二、判断题

1、当输入不同序列时，线性时不变系统的单位抽样响应也不同。（ × ）

2、FIR滤波器极点全部在原点（永远稳定），无稳定性问题。 （ √ ）

3、任何离散系统的输出序列都等于输入序列和系统单位抽样响应的线性卷积 。（ × ）

4、IIR滤波器可以用快速傅里叶变换（FFT）算法减少计算量 （ × ）

5、IIR滤波器结构对于有限字长效应噪声累积效应的比较：直接性>级联型>并联型（ √ ）

6、某系统的差分方程为$y(n)=10.4x(n)-2.7y(n-1)$，该系统是非递归系统 。 （ × ）

7、因果系统的z变换收敛域区间为z平面单位圆内。 （ × ）

8、一个数字滤波器如果其幅度谱在π处为零，那么该滤波器不能是高通滤波器和带阻滤波器。（ √ ）

9. 抽样信号的频率不会超过抽样频率的一半 。 （ √ ）

10. 信号在频域中压缩等效于在时域中扩展。 （ √ ）

三、简答题

1、请写出数字信号处理系统相对于模拟信号处理系统的优点

课本P2 精度高 灵活性强 可实现模拟信号很难达到的指标和特性 可实现多维信号处理

2、DTFT与ZT、DFT与DTFT及DFT与ZT之间的关系。

答：DTFT与ZT关系：$X(e^{j\omega})=X(z)\big|_{z=e^{j\omega}}$

DFT与DTFT关系：$X(k)=X(e^{j\omega})\big|_{\omega=\frac{2\pi k}{N}}$

DFT与ZT关系：$X(k)=X(z)\big|_{z=e^{j\frac{2\pi k}{N}}}$

3、线性时不变系统的单位脉冲响应为h(n)长度为M，输入信号x(n)长度为N，写出用快速卷积的方法求输出序列y(n)的过程。

答：x(n)、h(n)补零到$L\geq N+M-1$

(1) 求 $H(K)=DFT[h(n)]$，L点

(2) 求 $X(K)=DFT[x(n)]$，L点

(3) 计算 $Y(k)=H(K)*X(K)$

(4) 求 $y(n)=IDFT[Y(k)]$，L点

4、某线性时不变系统的单位脉冲响应为 $\frac{1}{n}U(n)$，判断该系统的因果性和稳定性。

(1)、$\delta(n-1)$　　(2)、$2^n u(-n)$

解：1、因果稳定　　2、非因果稳定

5、简述设计一个数字滤波器的一般步骤

课本 P141

6、FIR 于 IIR 滤波器各有什么优缺点（如何选择）

课本 P227

7、简述 FIR 滤波器各实现结构的类型及如何选择

课本 P232

8、简述 IIR 滤波器各实现结构的类型及如何选择

课本 P240

四、计算题

1、课本习题 3.10

2、已知序列 $a(n)$ 为 {2,3,4}，序列 $b(n)$ 为 {3,2,1}，

求 (1) 求线性卷积 $a(n)*b(n)$ 值；

(2) 分别求3点、5点的循环卷积 $a(n)\otimes b(n)$；

(3) 比较并解释 (2) 的结果。

解 (1) 线性卷积：

$$\begin{array}{rrrrr} & & 2 & 3 & 4 \\ & \times & 3 & 2 & 1 \\ \hline & & 2 & 3 & 4 \\ & 4 & 6 & 8 & \\ 6 & 9 & 12 & & \\ \hline 6 & 13 & 20 & 11 & 4 \end{array}$$

线性卷积结果为{6，13，20，11，4}，$0\le n\le 4$

(2) 3 点循环卷积：法一

m	0 1 2	w(n)
x(m)	2 3 4	
y(m)	3 2 1	
y(-m)	3 1 2	w(0)=1 7
y(1-m)	2 3 1	w(1)=1 7
y(2-m)	1 2 3	w(2)=2 0

法二：

…

6 13 20⋮11 4

⋮6 13 20⋮11 4

⋮6 13 20⋮11 4

+ …

… ⋮17 17 20⋮17 17 20⋮ …

(2) 5 点圆周卷积：法一：

m	0 1 2 3 4	w(n)
x(m)	2 3 4 0 0	
y(m)	3 2 1 0 0	
y(-m)	3 0 0 1 2	w(0)=6
y(1-m)	2 3 0 0 1	w(1)=1 3
y(2-m)	1 2 3 0 0	w(2)=2 0
y(3-m)	0 1 2 3 0	w(3)=1 1
y(4-m)	0 0 1 2 3	w(4)=4

法二：

…

⋮6 13 20 11 4

⋮6 13 20 11 4

⋮6 13 20 11 4

+ ···

··· :6 13 20 11 4: ···

(3) 3 点圆周卷积和线性卷积的结果不一样，这是因为对线性卷积结果进行周期延拓而产生了叠加失真所引起的，5 点圆周卷积没有叠加失真，和线性卷积的结果一样。

3、画出一个完整的 $N=8$ 按频率抽取 FFT 法的分解图。

课本 P109

4 课本习题 6.1

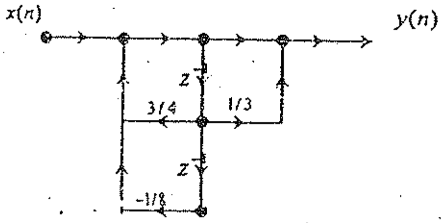
5. 设一因果的线性时不变系统的系统函数为:

$$H(z)=\frac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})}=\frac{\frac{10}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{-\frac{7}{3}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$$

分别画出系统的直接型，级联型和并联型结构.

解：(1) $H(z)=\dfrac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})}=\dfrac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}$

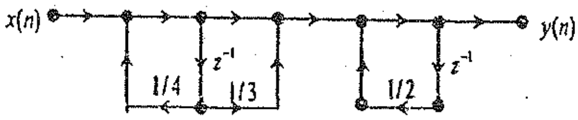
直接型为:



(2) $H(z)=\dfrac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\cdot\dfrac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}=\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\cdot\dfrac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$

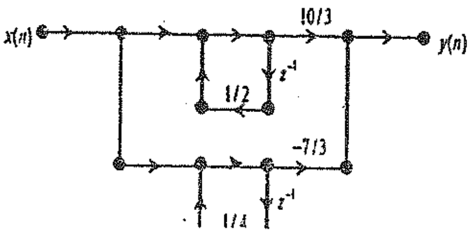
级联型为:

或



(3) $H(z)=\dfrac{\frac{10}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\dfrac{-\frac{7}{3}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$,

并联型为:



五、设计题

1、课本习题 4.7

2、课本习题 5.1

3、某二阶模拟低通原型滤波器的传递函数是

$$H_a(s)=\frac{9}{\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)^2+\sqrt{3}\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)+3}$$

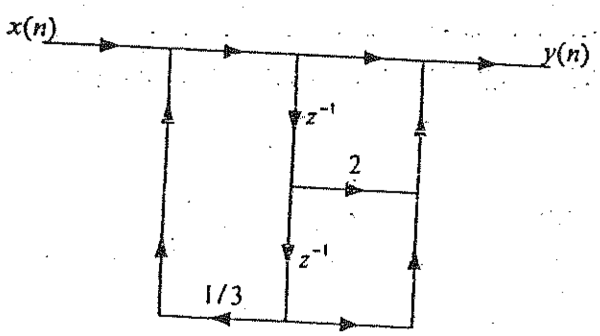
其 3dB 截止频率是 $f_c=500Hz$ 。(1) 双线性法设计一个数字低通：截止频率同上，采样频率是 3000Hz；(2) 用直接II型结构实现之。

解 (1) $\Omega_c=\frac{2}{T}tg(\frac{2\pi f_c T}{2})=\frac{2}{T}tg(\frac{2\pi\times 500}{2\times 300})=\frac{2}{T}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$H(z)=H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}=\frac{9}{3\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^2+3\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)+3}$$

$$=\frac{9(1+2z^{-1}+z^{-2})}{9+3z^{-2}}=\frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{1+\frac{1}{3}z^{-2}}$$

(2)



4、用窗口法设计一个线性相位的低通FIR滤波器，截止频率为 f_c，采样频率为 $8f_c$，采用窗口大小N为 7 的矩形窗。

求 (1) 确定 α 与该FIR DF阶数N的关系；(2) 设计出滤波器的 $h(n)$。

提示：$h_d(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c}e^{-j\omega\alpha}e^{j\omega n}d\omega=\frac{\sin(\omega_c(n-\alpha))}{\pi(n-\alpha)}$

解 （1） $\alpha=\frac{N-1}{2}=\frac{7-1}{2}=3$

（2） $\omega_c=f_c\times\frac{2\pi}{f_s}=f_c\times\frac{2\pi}{8f_c}=\frac{\pi}{4}$

理想冲激响应为：

$$\begin{aligned}h_d(n)&=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c}e^{-j\omega\alpha}e^{j\omega n}d\omega\\&=\frac{1}{2\pi}\times2\times\int_{0}^{\omega_c}\cos\omega(n-\alpha)d\omega\\&=\frac{\sin\omega_c(n-\alpha)}{\pi(n-\alpha)}=\frac{\sin[(n-3)\times\pi/4]}{\pi(n-3)}\end{aligned}$$

加矩形窗：$h(n)=h_d(n)R_N(n)=\left\{\frac{\sqrt{2}}{6\pi},\frac{1}{2\pi},\frac{\sqrt{2}}{2\pi},\frac{1}{4},\frac{\sqrt{2}}{2\pi},\frac{1}{2\pi},\frac{\sqrt{2}}{6\pi}\right\}$

8

南京邮电大学 2008 /2009 学年第 2 学期

《数字信号处理》期末试卷

院(系)__________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

得分

一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

1、数字信号与模拟信号的区别是 (1) 。 非时间和幅值都不连续

2、设串联系统的单位脉冲响应分别为 $h_1(n)$、$h_2(n)$，其等效系统函数时域和频域表达式分别为：$h(n)=$ (2) ，$H(e^{j\omega})=$ (3) 。

3、已知信号 $x(n)u(n)$ 的 Z 变换为 $X(z)$，则信号 $x(n-m)u(n-m)$ 的 Z 变换为 (4) 。

P27 4、根据单位脉冲响应 h(n)判断线性时不变系统是否为因果系统的条件是： (5) 。 $h(n)\equiv 0 \quad n<0$

5、数字信号处理系统中，一般在采样前加一低通滤波器，其作用是： (6) 。

DT 离散时间信号 傅里叶变换 DFT 离散傅里叶变换

6、已知 7 点长实序列 x(n)的序列和为 5，其 DFT 的后三个值为$\{1-j, 2, 3+j\}$，试写出其它几个 DFT 值：$X(0)=$ (7) ，$X(1)=$ (8) ，$X(2)=$ (9) ，$X(3)=$ (10) 。

4 5 6 3-j 2 1+j 5 共轭对称性 $X(k)=X^*($

7、计算 8 点长序列的 DFT 需要 (11) 64 次复乘，若用 FFT 实现需用 (12) 12 次复乘。 N^2 $\frac{N}{2}\log_2^N$

8、设计 FIR 数字滤波器时，为实现线性相位，需要 h(n)满足： (13) 。 $h(n)=\pm h(N-1-n)$

9、第二类 FIR 数字滤波器的幅度函数 $H(\omega)$ 对数字频率 π 点奇对称，则此类滤波器不宜作 (14) 高通 和 (15) 带阻 滤波器。

4-3/2
43 6:30

10、设计 FIR 数字滤波器，从时域出发，可以采用 (16) 脉冲响应不变法 法；从频域出发，可以采用 (17) 双线性变换法 法。

11、有限字长效应会引起的误差有： (18) A/D量化误差 、 (19) 系数量化 、 (20) 运算误差 有限字长 。

得分

二、判断题（对的打"✓"，错的打"×"，每题 2 分，共 10 分）

× 1、设 $x(n)$ 为系统激励，$y(n)$ 表示响应，且 $y(n) = 2x(n) + 3$，则该系统为线性时不变系统。?? 非线性

2、差分方程不能唯一确定一个系统。

3、$x(n) = e^{j(\frac{\pi}{6}-n)}$ 是周期序列。

4、若信号最高频率为 120Hz，采样频率为 150Hz，则频谱从 50Hz 处开始混叠。 ? $f_s \geq 2f_m$ 150 240

× 5、用 DFT 分析连续信号频谱时，通过补 0 可以提高 DFT 的频率分辨率。 增加信号x(n)的截取长度 → 栅栏效应

得分

三、简答及画图题（共 25 分）

$H_a(s) \longrightarrow h_a(t)$ 取样

$\sum_{i=1}^{N} \frac{A_i T}{1-e^{s_i T}z^{-1}} = H(z) \longleftarrow h(n) = h_a(t)$

1、（5 分）写出用脉冲响应不变法设计 IIR 数字滤波器的基本思想，优、缺点。

优：$\omega = \Omega T$、~~线性不变~~

缺：可能出现混叠　　适于低通、带通

2、（5 分）设两序列 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的长度分别为 M 和 N，且长度相近，可以采用快速卷积计算 $y(n) = x(n) * h(n)$，请利用本题所给符号，简单写明快速卷积的步骤。 线性～FFT

① $H(k) = FFT[h(n)]$ （L点）　$L = M+N-1$

② $X(k) = FFT[x(n)]$ （L点）

③ $Y(k) = H(k) \cdot X(k)$ （$k = 0 \sim L-1$）

④ $y(n) = IFFT[Y(k)]$ （$n = 0 \sim L-1$）

3、（5 分）画出下列数字系统的正准型结构

$$y(n)=8x(n)-4x(n-1)+11x(n-2)-2x(n-3)+\frac{5}{4}y(n-1)-\frac{3}{4}y(n-2)+\frac{1}{8}y(n-3)$$

4、（10 分）FFT 是求 DFT 的快速算法，用蝶形图也可以求 IDFT，即由 X(k)求得 x(n)。已知序列 x(n)的 DFT 的值为 X(k)={1,0,1,1}，利用共轭特性及 FFT 求其 IDFT，要求（1）写出共轭法求 IDFT 的步骤；（2）就本题分部写明结果，步骤中要求画出蝶形图，包括写明其中的乘系数。

求 $X(k)^*$

$N=4$

求 $FFT[X(k)^*]$

$\frac{1}{N}\{FFT[X(k)^*]\}^*$

$X(z)=1+0\cdot z^{-1}+1\times z^{-2}+1\times z^{-3}$

$=1+z^{-2}+z^{-3}$

$x(n)=x(n)+x(n-2)+x(n-3)$

得分

四、计算题（共 35 分）

1、（5 分）已知 $X(z)=z^2+\dfrac{5Z^{-1}}{1+Z^{-1}-6Z^{-2}}$，写出 $X(z)$ 的零、极点，并求 $2<|z|<3$ 时对应的序列 $x(n)$。

$\dfrac{z^2+z^{-1}-6+5z^{-1}}{1+z^{-1}-6z^{-2}}$

$\dfrac{z^2+6z^{-1}-6}{1+z^{-1}-6z^{-2}}$

$(3z^{-1}+1)(-2z^{-1}+1)$

2、（4 分）用基 2FFT 算法估计某一三角脉冲的频谱，要求频率分辨率 $F_0=100Hz$，最高频率范围限于 $f_h=25KHz$，试确定：

（1）最小记录长度 T_1；

（2）采样点间的最大时间间隔 T；

（3）在一个记录中的最少采样点数 N。

3、（8 分）求 $x(n)=\{1,2,1,1\}$ 和 $y(n)=\{2,1,3,2\}$ 的线性卷积和圆周卷积，并以文字简单说明如何用圆周卷积求线性卷积。

$x_1(n)$				1	2	1	1
$x_2(n)$				2	1	3	2
				2	4	2	2
			3	6	3	3	
		1	2	1	1		
	1	4	2	2			
	1	5	7	11	8	5	3

$4+4-1=7$

$\{1,5,7,11,8,5,3\}$

45

$k: 0 \sim 3$ 　 P_{50} 求 2.21

4、（8 分）试求序列$\{1,-1,1,-1\}$的频谱和 DFT，并说明两者间的关系。（注意为 3 个问题，其中频谱写出表达式即可，不必写出最后计算结果，DFT 要给出最终结果）

$H(e^{j\omega}) = 1 - e^{-j\omega} + e^{-j2\omega} - e^{-j3\omega}$

$k=0 \quad X(0) = \sum_{n=0}^{3} x(n) \cdot W_N^{nk}$

$= x(0) + x(1) + x(2) + x(3) = 0$

$k=1 \quad X(1) = \sum_{n=0}^{3} x(n) \cdot W_N^{n}$

$= x(0) \cdot W_N^0 + x(1) \cdot W_N^1 + x(2) W_N^2 + x(3) \cdot W_N^3$

$= x(0) + (-j) x(1) + (-1) x(2) + (-j) x(3)$

$= 1 - j - 2 + j = -1$

$k=2$ --

$k=3$ --

5、（10 分）已知离散系统的差分方程表示式：$y(n) - y(n-1) = x(n)$，试求：

（1）画出系统的结构图。

（2）求系统的单位脉冲响应 $h(n)$，系统函数 $H(z)$，并判断系统的稳定性。

（3）若系统的零状态响应为 $y(n) = u(n-1)$，求激励信号 $x(n)$。

得分

五、设计题（共 10 分）

已知：某一低通滤波器的各种指标和参量要求为：（1）巴特沃思频率响应，采用双线性变换设计法，考虑预畸；（2）当 $0 \le f \le 2.5Hz$ 时，衰减小于 3dB；（3）当 $f \ge 50Hz$ 时，衰减大于或等于 40dB；（4）采样频率 $f_s = 200Hz$。求：系统函数 $H(z)$。

表 1　低阶巴特沃思滤波器 $H(s)$ 的分母（归一化）

阶数 N	$H(s)$ 的分母
1	$s+1$
2	$s^2+\sqrt{2}s+1$

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不要答题

4

南京邮电大学 2007/2008 学年第一学期

《 数字信号处理 》期末试卷

院(系)________ 班级________ 学号________ 姓名________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

1．填空题(每题2分，共20分)

(1)离散时间信号与数字信号的区别是 幅度是否经过量化 。

(2)正弦类正交变换中最常用的是 DFT 变换，统计性能最佳的实数域正交变换是 KLT 变换。

(3)用一个数字低通从0~10000Hz的信号中滤取0~4000Hz的频率成分，该滤波器的抽样频率至少为 14000 Hz。

(4)某长度为N的有限长序列x(n)，已知N=p×q，p和q皆为整数。现用p组每组q点的DFT组合得到x(n)的DFT，如果乘1和-1等都考虑在内，则所需的复乘次数是 $pq^2+qp^2=pq(p+q)=N(p+q)$ 。

(5)将模拟滤波器H(s)变换成数字滤波器H(z)，常用的方法有脉冲响应不变法和双线性变换法。双线性变换法的设计思路是H(s)→ 微分方程→差分方程 $\xrightarrow{Z[\cdot]}$ H(z)，脉冲响应不变法的设计思路是 H(s)→h(t)→h(n)→H(z)。

(6)已知x(n)的DFT为 $X(k)=3W_8^{0}+4W_8^{k}+3W_8^{2k}+2W_8^{3k}+W_8^{4k}+W_8^{6k}+2W_8^{7k}$，则序列x(n)为 {3,4,3,2,1,0,1,2} 。

(7)已知某线性相位FIR数字滤波器的一个零点为1+j，则可判断该滤波器必有零点 1-j,(1+j)/2,-(1-j)/2 。

(8)设序列x(n)和y(n)的Z变换分别为X(z)和Y(z)，且
$y(2n)=y(2n+1)=x(n)$，则X(z)和Y(z) 的关系为 $Y(z)=(1+z^{-1})X(z^2)$ 。

令 $y_1(n)=\begin{cases}x(n/2), & n\text{为偶数}\\ 0, & n\text{为奇数}\end{cases}$， 则 $Y_1(z)=X(z^2)$ (p16)，

$y_2(n)=\begin{cases}x((n-1)/2), & n\text{为奇数}\\ 0, & n\text{为偶数}\end{cases}=y_1(n-1)$， 则 $Y_2(z)=z^{-1}X(z^2)$，

$y(n)=y_1(n)+y_2(n)$，$\therefore Y(z)=Y_1(z)+Y_2(z)=(1+z^{-1})X(z^2)$

或：$Y(z)=\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\text{偶数}}}^{\infty}x(\frac{n}{2})z^{-n}+\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\text{奇数}}}^{\infty}x(\frac{n-1}{2})z^{-n}=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)z^{-2m}+\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)z^{-(2m+1)}=(1+z^{-1})X(z^2)$

(9)对长度N=4的实序列$x(n)$求4点DFT，已知X(0)=10，X(1)=-2+2j，X(2)=-2，根据DFT的性质可知X(3)= -2-2j 。

偶对称（时域）→偶对称（频域），奇对称（时域）→奇对称（频域）

纯实(时域)→共轭偶对称(频域)， 纯虚(时域)→共轭奇对称(频域)

(10)滤波器系数量化使零极点位置的取值范围由一个连续域变为一个离散的z平面点阵，从而造成零极点漂移，导致系统特性的改变。如果在z平面上量化位置的分布密度是在实轴附近分布得稀，在虚轴附近分布得密，那么对低通、高通、带通滤波器中哪种滤波器量化误差较大 低通、高通。

2．判断题(每题3分，共15分)

(错的请指出错误之处，并解释原因或给出正确结果)

(1)根据DFT的虚实、奇偶特性，如果随机信号序列的功率谱是实偶的，说明该信号序列是实偶的。

错。功率谱是实偶只能说明随机信号的自相关函数是实偶的。

(2)已知$x(n)=a^n u(n)$，其Z变换为 $X=\frac{1}{1-az^{-1}}$，令$y(n)=x(Nn)$，则根据序列抽取性质可得 $Y(z)=X(z^{\frac{1}{N}})=\frac{1}{1-az^{-\frac{1}{N}}}$。错。$Y(z)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}X(e^{j\frac{2\pi}{N}k}z^{\frac{1}{N}})$

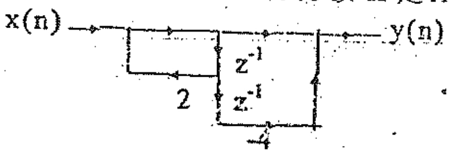
(3)用窗口法设计FIR数字滤波器，由于加了窗口函数使滤波器的理想特性受到影响，主要表现在形成过渡带和在过渡带两旁产生肩峰和余振。通过改变窗口的大小可以减小过渡带以及在过渡带两旁产生的肩峰和余振，达到改善滤波器性能的目的。

错。减小肩峰必须改变窗函数形状。

(4)按时间抽取(DIT)的FFT运算，是按输入序列x(n)在时域的奇、偶次序进行分组，所以只要输入是码位倒置、输出是自然顺序的，则可判断为是按时间抽取(DIT)的FFT运算。

错。主要应看蝶形结构造。

(5)以非递归结构实现的数字滤波器肯定是FIR数字滤波器，下图所示的结构为递归结构，故所对应的滤波器是IIR数字滤波器。



错。本题 $H(z)=\frac{1-4z^{-2}}{1-2z^{-1}}=1+2z^{-1}$，由于零极点抵消，虽是递归结构，但从响应效果看属FIR数字滤波器。

3.简答题(每题5分，共15分)

(1)$x(n)=\cos(\frac{2}{7}\pi n-\frac{\pi}{4})$和$x(n)=e^{j\left(\frac{1}{8}n-\pi\right)}$是否周期序列?若是，周期为多少?

设$\cos(\frac{2}{7}\pi n-\frac{\pi}{4})=\cos[\frac{2}{7}\pi(n+rN)-\frac{\pi}{4}]=\cos[\frac{2}{7}\pi n+\frac{2}{7}\pi rN-\frac{\pi}{4}]$

只要$\frac{2}{7}\pi rN=2k\pi$或$r=7k/N$，即找一个k使$7k/N$ 是正整数即可。这可以做到，所以$\cos(\frac{2}{7}\pi n-\frac{\pi}{4})$是周期序列。

若令 $e^{j\left(\frac{1}{8}n-\pi\right)}=e^{j\left(\frac{1}{8}(n+rN)-\pi\right)}$，应有$rN/8=2k\pi$，有理数$rN/8$不可能等于无理数，所以$e^{j\left(\frac{1}{8}n-\pi\right)}$不是周期序列。

(2)已知x(n)和y(n)都是N点实序列，X(k)和Y(k)分别是它们的N点DFT，今需要从X(k)、Y(k)求x(n)、y(n)的值。为了提高运算效率，怎样用一次N点IFFT运算完成上述要求？(P42)

设：x(n)，$x_1(n)$，$x_2(n)$的DFT分别是X(k)，$X_1(k)$，$X_2(k)$

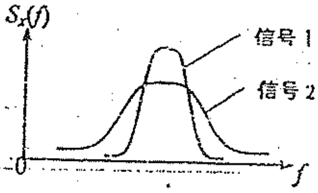
	时　域		频　域
FFT	$x(n)=x_1(n)+ix_2(n)$	$\longleftrightarrow$	$X(k)=X_1(k)+iX_2(k)$
	$x_1(n)$	$\longleftrightarrow$	$X_1(k)=\frac{1}{2}[X(k)+X^*(N-k)]$
	$ix_1(n)$	$\longleftrightarrow$	$X_2(k)=\frac{1}{2}[X(k)-X^*(N-k)]$
IFFT	$x(n)=x_1(n)+ix_2(n)$	$\longleftrightarrow$	$X(k)=X_1(k)+iX_2(k)$

将本题x(n)、y(n)对应上表的$x_1(n)$、$x_2(n)$，则X(k)、Y(k)对应上表的$X_1(k)$、$X_2(k)$，问题成为已知$X_1(k)$ $X_2(k)$求$x_1(n)$、$x_2(n)$。具体计算步骤是

1. 计算X(k)+iY(k)=X(k)
2. 作一次N点IFFT，所得结果的实部和虚部分别是x(n)和y(n)。

(3)下图所示是信号1和信号2的功率谱密度，试问信号1和信号2中哪个信号的相关性强？为什么？

答：信号1的相关性强。在傅氏变换对中，类似正态分布的功率谱密度函数越窄则其相关函数越宽，即相关性越强。



二、证明题(每题6分，共12分)

1. 如果$\tilde{x}(n)$是周期为N的周期序列，那么$\tilde{x}(n)$也是周期为2N的周期序列。先将$\tilde{x}(n)$视为周期为N的周期序列，其离散傅里叶级数的系数用$\tilde{X}_1(k)$表示：再将$\tilde{x}(n)$视为周期为2N的周期序列，其离散傅里叶级数的系数用$\tilde{X}_2(k)$表示。$\tilde{X}_1(k)$和$\tilde{X}_2(k)$分别是周期为N和2N的周期序列。试证：

$$\tilde{X}_2(k)=\begin{cases}2\tilde{X}_1\left(\frac{k}{2}\right), & k\text{为偶数}\\ 0, & k\text{为奇数}\end{cases}$$

证明：$$\tilde{X}_2(k)=\sum_{n=0}^{2N}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}+\sum_{n=N}^{2N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}+\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{(n+N)k}$$

$$=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}+\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}W_{2N}^{Nk}=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}+\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}(-1)^k$$

k为偶数时，$\tilde{X}_2(k)=2\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}=2\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{N}^{nk/2}=2\tilde{X}_1(k/2)$

k为奇数时，$\tilde{X}_2(k)=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}-\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_{2N}^{nk}=0$

注：与97年考题类似

2. 一个具有零均值和方差为σ_x^2的平稳白噪声实序列x(n)，作为具有单位脉冲响应为h(n)的系统输入，输出为y(n)，试证：$E[x(n)y(n)]=h(0)\sigma_x^2$

证明：利用输入输出互相关定理

$E[x(n)y(n+m)]=R_{xy}(m)=R_x(m)*h(m)=\sigma_x^2\delta(m)*h(m)=\sigma_x^2 h(m)$

$E[x(n)y(n)]=R_{xy}(m)|_{m=0}=\sigma_x^2 h(m)|_{m=0}=h(0)\sigma_x^2$

三．简单计算题(共16分)

1.(5分)以10kHz的速率对模拟数据进行采样以分析其频谱。现计算了2048个取样的离散傅里叶变换，问频谱取样之间的频率间隔为多少赫兹?

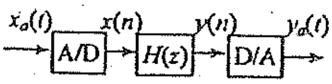
答：频谱取样之间的频率间隔为 10000/2048=4.88 赫兹

2.(5分)已知一模拟原型滤波器的系统函数为$H_a(s)=\dfrac{3s+2}{2s^2+3s+1}$，采样周期为T，请用脉冲响应不变法将其转换成相应的数字滤波器。

答：$H_a(s)=\dfrac{3s+2}{2s^2+3s+1}=\dfrac{1}{2s+1}+\dfrac{1}{s+1}=\dfrac{1/2}{s+1/2}+\dfrac{1}{s+1}$ 极点是-1/2和-1.

相应的数字滤波器 $H(z)=\dfrac{T/2}{1-e^{-\frac{T}{2}}z^{-1}}+\dfrac{T}{1-e^{-T}z^{-1}}$

3．(6分)一个采样数字处理低通滤波器如下图所示，H(z)的截止频率为$\omega_c=0.2\pi$。整个系统相当于一个模拟低通滤波器。今采样频率fs=200Hz，问等效的模拟低通滤波器的截止频率fc为多少赫兹?若fs=1000Hz，而H(z)不变，这时等效的模拟低通滤波器的截止频率fc又为多少?



解：数字频率2π对应采样频率200Hz，因此截止频率$\omega_c=0.2\pi$对应等效的模拟低通滤波器截止频率fc=20Hz。

若fs=1000Hz, 对应的模拟截止频率fc=100Hz。

四．分析计算题(共40分)

1．(10分)已知序列x(n)的z变换为X(z)

(1)如果$x(n)$在$n<0$时等于零，试证$\lim\limits_{z\to\infty}X(z)=x(0)$。

证明：$X(z)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n}=x(0)+x(1)z^{-1}+x(2)z^{-2}+\cdots$

当$z\to\infty$时，z^{-1}、z^{-2}、z^{-3}……均趋于0，上式只留下x(0)一项，因此$\lim\limits_{z\to\infty}X(z)=x(0)$

(2)如果x(n)在n>0时等于零，那么X(z)与x(0)是什么关系?

答：$X(z)=\sum\limits_{n=0}^{-\infty}x(n)z^{-n}=x(0)+x(-1)z^{1}+x(-2)z^{2}+\cdots$，所以$X(0)=X(z)|_{z=0}=x(0)$

(3)若$X(z)=\dfrac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\dfrac{\frac{1}{4}}{1-2z^{-1}}$，且$X(z)$的收敛域包括单位圆，试求$x(0)$。

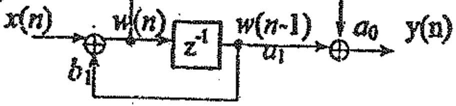
答：$X(z)$的两极点分别是$z=1/2$和$z=2$。若$X(z)$的收敛域包括单位圆，收敛域一定是环状，即$x(n)$是双边序列。$x(n)=\frac{1}{3}\cdot(\frac{1}{2})^n u(n)+\frac{1}{4}\cdot-2^n u(-n-1)$，$x(0)=1/3$

2．(10分)下图所示是一个一阶因果稳定系统的结构，要求：

(1)列出系统的差分方程和系统函数；

(2)求出$b_1=0.5$，$a_0=-0.5$和$a_1=1$情况下的单位脉冲响应h(n)；

(3)用几何法确定系统的大致频响$H(e^{j\omega})=|H(e^{j\omega})|e^{j\phi(\omega)}$(画出幅频特性曲线和相频特性曲线)。



解：(1)设两个参照点为$w(n)$，$w(n\text{-}1)$，可列两方程$\begin{cases} w(n)=b_1w(n-1)+x(n) \\ y(n)=a_0w(n)+a_1w(n-1) \end{cases}$

取z变换，得$\begin{cases} W(z)=b_1W(z)z^{-1}+X(z) \\ Y(z)=a_0W(z)+a_1W(z)z^{-1} \end{cases}$，即$\begin{cases} W(z)=\dfrac{X(z)}{1-b_1z^{-1}} \\ W(z)=\dfrac{Y(z)}{a_0+a_1z^{-1}} \end{cases}$

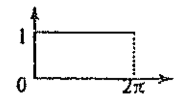
两式合并,得系统函数为$H(z)=\dfrac{Y(z)}{X(z)}=\dfrac{a_0+a_1z^{-1}}{1-b_1z^{-1}}$

取反z变换：$y(n)-b_1y(n-1)=a_0\,x(n)+a_1\,x(n-1)$

差分方程：$y(n)=a_0\,x(n)+a_1\,x(n-1)+b_1y(n-1)$

(2) $H(z)=\dfrac{-0.5+z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}=\dfrac{-0.5}{1-0.5z^{-1}}+\dfrac{z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$

$h(n)=-0.5(0.5)^nu(n)+(0.5)^{n-1}u(n-1)$



幅频曲线

(3) 极点z_∞=0.5，零点z_0=2，零极点呈共轭倒数，所以这是全通函数，幅频特性曲线是常数1。

3.(10分)己知线性移不变离散时间系统，其差分方程为

$y(n)=2.5y(n-1)-y(n-2)+x(n-1)$

(1)求系统函数H(z)=Y(z)/X(z),画出H(z) 的零、极点分布图：

(2)如果系统是因果的，求系统的单位脉冲响应h(n)，指出系统的稳定性：

(3)如果系统是稳定的，求系统的单位脉冲响应h(n)，指出系统的因果性。

解：(1) 系统函数$H(z)=\dfrac{z^{-1}}{1-2.5z^{-1}+z^{-2}}=\dfrac{z}{z^2-2.5z+1}=\dfrac{z}{(z-2)(z-0.5)}$

$=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{1-2z^{-1}}-\dfrac{1}{1-0.5z^{-1}}\right)$极点$z_{\infty1}$=2，$z_{\infty2}$=1/2；零点$z_{01}$=0，$z_{0J}$=∞

(2) 如果系统是因果的，ROC：|z|>2，系统不稳定。$h(n)=\dfrac{2}{3}\left[2^nu(n)-0.5^nu(n)\right]$

(3) 如果系统是稳定的，ROC：1/2<|z|<2，系统非因果；$h(n)=\dfrac{2}{3}\left[-2^nu(-n-1)-0.5^nu(n)\right]$

4．(10分)已知某系统的差分方程为少y(n)= x(n) -x(n-4)

(1)求系统函数H(z)及其零点；

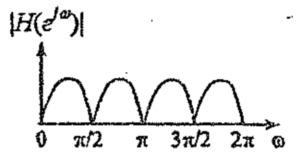
(2)求系统的单位脉冲响应h(n)，画出系统的幅频特性曲线和相频特性曲线：

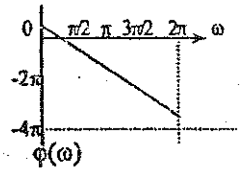
(3)如果想用该系统阻止直流、50Hz工频及其2、3、4等高次谐波的通行，则系统的采样频率应是多少？

解：(1) 系统函数$H(z)=1-z^{-4}$,零点$z_0=e^{j\frac{2\pi k}{4}}$，$k$=0,1,2,3

(2) 系统单位脉冲响应h(n)=δ(n)- δ(n-4)，

幅频特性为梳状滤波，h(n)=｛1,0,0,0,-1｝，$\varphi(\omega)=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{5-1}{2}\omega=\dfrac{\pi}{2}-2\omega$





(3)想阻止直流、50Hz工频及其2、3、4等高次谐波的通行，频率应是200Hz。

注：与97年题类似

五．设计题(共32分)

1．(6分)已知$h_a(t)$、$s_a(t)$分别是一个时域连续的线性时不变滤波器的冲激响应和阶跃响应，令h(n)和s(n)分别表示一个时域离散的线性时不变数字滤波器的单位脉冲响应和阶跃响应。问

(1)如果$h(n)=h_a(nT)$，是否$s(n)=\sum_{k=-\infty}^{n} h_a(kT)$ ？

(2)如果$s(n)=s_a(nT)$，是否$h(n)=h_a(nT)$？

答：(1)是。$u(n)=\sum_{m=0}^{\infty}\delta(n-m)$, $s(n)=u(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}h(n-m)u(m)=\sum_{m=0}^{\infty}h_a[(n-m)T] \underline{\underline{k=n-m}} \sum_{k=\infty}^{n}h_a(kT)$

(2)否。若干数的和相等未必这些数分别相等。

2．(8分)用频率采样法设计一线性相位FIR数字滤波器。在[0，2π]区间上对$H_d(e^{j\omega})$进行15点均匀采样，其采样为$H(k)=H_k e^{j\theta k}$，已知幅度采样值为

$$H_k=\begin{cases}1, & k=0\\ 0.5, & k=1,14\\ 0, & k=2,3,\cdots,13\end{cases}$$

(1)设计采样值的相位θ_k，指出该滤波器属第几类线性相位FIR数字滤波器；

(2)求该滤波器的单位脉冲响应h(n)

答：(1) 令$\theta_k=-\frac{N-1}{2}\omega\Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}=-\frac{\pi k(N-1)}{N}$, $N=15$，这是第一类滤波器

(2) $h(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H(k)W_N^{-nk}=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}H_k e^{j\theta_k}e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$

$$=\frac{1}{N}\left[1\cdot e^{j0}e^{j0}+0.5e^{j\frac{\pi\cdot1\cdot(N-1)}{N}}e^{j\frac{2\pi}{N}n\cdot1}+0.5e^{j\frac{\pi(N-1)(N-1)}{N}}e^{j\frac{2\pi}{N}n(N-1)}\right]$$

$$\because e^{j\frac{\pi(N-k)(N-1)}{N}}=e^{j\frac{\pi N(N-1)-\pi k(N-1)}{N}}=e^{j\pi(N-1)}\cdot e^{-j\frac{\pi k(N-1)}{N}}=e^{-j\frac{\pi k(N-1)}{N}}$$

$$\therefore \text{上式}=\frac{1}{N}\left[1+0.5e^{j\frac{\pi(N-1)}{N}}e^{j\frac{2\pi}{N}n}+0.5e^{-j\frac{\pi(N-1)}{N}}e^{-j\frac{2\pi}{N}n}\right]=\frac{1}{15}\left[1+0.5e^{j(\frac{14\pi}{15}+\frac{2\pi n}{15})}+0.5e^{-j(\frac{14\pi}{15}+\frac{2\pi n}{15})}\right]$$

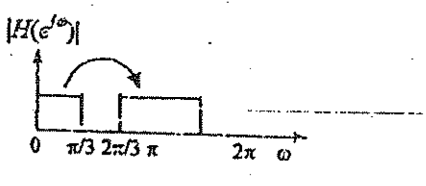
$$=\frac{1}{15}\left[1+\cos(\frac{14\pi+2\pi n}{15})\right]$$

3．(10分)用双线性变换法设计一个二阶巴特沃兹(Butterworth)高通数字滤波器，采样频率为f_s=9kHz；3dB截止频率为3kHz，已知二阶巴特沃兹滤波器的归一化低通原型为

$H(s)=\frac{1}{s^2+\sqrt{2}s+1}$ ，要求

(1)设计该高通滤波器的系统函数H(z)；

(2)画出该滤波器的直接II型(正准型)实现结构。



解：（预略？）

高通DF的数字截止频率为2π·3/9=2π/3,可由低通DF移项π而来，见图，所以只要设计一个3dB截止频率为π/3即1500Hz的低通，然后令z等于-z即可。令$\Omega_c=2\pi\cdot1500=3000\pi$

$$H(z)=\frac{1}{\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)^2+\sqrt{2}\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)+1}\Bigg|_{s=\frac{2}{T}\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}}$$

4．(8分)通常定点制都把数限制在±1之间，在定点制运算中为了使输出不发生溢出，往往必须在网络的输出加一比例因子A，即网络的输出为

$$y(n)=A\sum_{m=0}^{\infty}h(m)x(n-m)$$

若输入$x(n)$的动态范围为$\pm x_{\max}$，则比例因子A可以这样来确定

$$|y(n)|\le A\sum_{m=0}^{\infty}|h(m)||x(n-m)|$$

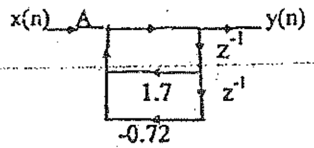
因此 $y_{\max}\le Ax_{\max}\sum_{m=0}^{\infty}|h(m)|$

故只要 $A<\dfrac{1}{x_{\max}\sum_{m=0}^{\infty}|h(m)|}$

则可使$y_{\max}<1$成立，从而保证不发生溢出。今有二阶网络用定点制运算

$$H(z)=\frac{1}{(1-0.9z^{-1})(1-0.8z^{-1})}$$

输入动态范围为$x_{\max}\le 1$，为使运算过程中任何地方都不出现溢出，试问当用下图所示的直接型结构实现时，比例因子A应在什么范围？ 信号的最大输出$y_{\max}$为多少



(注：在定点制运算中，加法运算会造成溢出，乘法运算不会造成溢出，除非是滤波器系数的绝对值大于1的情况)

答：因为$H(z)|_{z=1}=H(e^{j\omega})|_{\omega=0}=\sum_{n=0}^{\infty}h(n)e^{-j\omega n}\Big|_{\omega=0}=\sum_{n=0}^{\infty}h(n)$

$$\sum_{n=0}^{\infty}|h(n)|\ge\left|\sum_{n=0}^{\infty}h(n)\right|=\left|H(z)|_{z=1}\right|=\frac{1}{(1-0.9)(1-0.8)}=500$$

若 $A<\dfrac{1}{x_{\max}\sum_{m=0}^{\infty}|h(m)|}$，必有 $A<\dfrac{1}{x_{\max}\,|H(z)|_{z=1}|}$

本题$y_{\max}<1/1.7=0.58$， 须满足 $A<\dfrac{0.58}{x_{\max}\,|H(z)|_{z=1}|}==\dfrac{0.58}{1\times 500}=0.00116$

信号的最大输出$|y_{\max}|$为0.58

南京邮电大学2007/2008学年第一学期

《数字信号处理 I》期末试卷（答案附后）

院(系)__________ 班级__________ 学号__________ 姓名__________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总 分
得分	17.		7.								

一、填空题

1．已知序列 $x(n)=\sin\left(\frac{\pi}{8}n\right)$，其周期是（　　　　　　　　）。

2．系统函数 $H(z)$ 的收敛域包含单位圆时，$H(z)$ 是（　　　　　　　　）系统。
系统函数 $H(z)$ 的收敛域包含 ∞ 时，$H(z)$ 是（　　　　　　　　）系统。

3．若 $X(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[x(n)]$，则 $\mathrm{FT}[x(n)e^{j\omega_0 n}]$ 的结果为（　　　　　　　　）。

4．已知 $X(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[x(n)]$，$H(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[h(n)]$

$y(n)=x(n)*h(n)$，$w(n)=x(n)\cdot h(n)$

则，$Y(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[y(n)]=$（　　　　　　　　），

$W(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[w(n)]=$（　　　　　　　　）；

5．$x(n)$ 的 N 点 DFT 用 $X(k)$ 表示，$X(k)$ 是在单位圆上（　　　　　　　　）的结果。

6．有限长复数序列的实部的傅里叶变换具有（　　　　　　　　）性质；

7．已知 $y(n)=x(n)*h(n)$，$x(n)$ 和 $h(n)$ 的长度分别为 M 和 N，$x(n)$ 和 $h(n)$ 的 L（$L\geq M$、$L\geq N$）点循环卷积用 $w(n)$ 表示，$w(n)=y(n)=x(n)*h(n)$ 的条件是（　　　　　　　　）。

8．对信号进行频谱分析时，截断信号引起的截断效应表现为两方面：
（　　　　　　　　）和（　　　　　　　　）。

9．线性相位 FIR 滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 应满足条件（　　　　　　　　）。

10．将模拟滤波器的传输函数 $H_a(s)$ 转换为数字滤波器的系统函数 $H(z)$ 的常用方法有两种：
（　　　　　　　　）和（　　　　　　　　）。

二、完成下面各题

1．已知周期序列 $\tilde{x}(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(n-8k)$，求 $X(e^{j\omega})=\mathrm{FT}[\tilde{x}(n)]$。

2．已知系统的输入序列 $x(n)=R_4(n)$，系统单位脉冲响应 $h(n)=a^n u(n)$，$0<a<1$，求系统的输出序列 $y(n)$。

3．已知 $x(n)=a^{|n|}$，求 $X(z)=\mathrm{ZT}[x(n)]$。

4．试叙述用双线性变换法和脉冲响应不变法设计数字低通滤波器的基本步骤。

5．试画出 $N=8$ 点的基 2DIT-FFT 运算流图。

6．试叙述 IIR 滤波器级联型结构和并联型结构相对比的优缺点。

三、计算题

1．已知 $X(z)=\dfrac{-3z^{-1}}{2-5z^{-1}+2z^{-2}}$，$0.5<|z|<2$

求原序列 $x(n)$。

2．已知 $H_a(s)=\dfrac{2}{s^2+3s+2}$，试用脉冲响应不变法将 $H_a(s)$ 转换成 $H(z)$，并画出直接型结构。

3．设采样率转换系统输入为 $x(n_1T_1)$，输出为 $y(n_2T_2)$，

(1) 试画出信号整数倍内插系统原理框图，并解释其中各功能框的作用。

(2) 假设内插因子~~$I=5$，~~请画出镜像频谱滤波器的幅频特性和系统中各点信号的频谱示意图。

7

考试题（一）解答

一、填空题

1．序列 $x(n)=\sin\left(\dfrac{\pi}{8}n\right)$ 的周期是（16）。

2．系统函数 $H(z)$ 的收敛域包含单位圆时，$H(z)$ 是（稳定）系统。
系统函数 $H(z)$ 的收敛域包含 ∞ 时，$H(z)$ 是（因果）系统。

3．$\mathrm{FT}[x(n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}]$ 的结果为（ $X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega-\omega_0)})$ ）。

4．$Y(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\mathrm{FT}[y(n)]=$（ $X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\cdot H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$ ）

$W(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\mathrm{FT}[w(n)]=$（ $\dfrac{1}{2\pi}X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})*H(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$ ）。

5．$X(k)$ 是在单位圆上（N 点等间隔采样）的结果。

6．有限长复数序列的实部的傅里叶变换具有（共轭对称）性质。

7．$w(n)=y(n)=x(n)*h(n)$ 的条件是（ $L\geqslant N+M-1$ ）。

8．截断信号引起的截断效应表现为两方面：（通带内有波动）和（阻带衰减不够大）。

9．线性相位 FIR 滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ 应满足条件为（ $h(n)=\pm h(N-1-n)$ ）。

10．将模拟滤波器的传输函数 $H_a(s)$ 转换为数字滤波器的系统函数 $H(z)$ 的常用方法有两种：（脉冲响应不变法）和（双线性变换法）。

二、完成下面各题

1．解：

DTFT

求周期信号的 FT 用到的基本公式为

$$X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\mathrm{FT}[\tilde{x}(n)]=\frac{2\pi}{N}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\tilde{X}(k)\delta\left(\omega-\frac{2\pi}{N}k\right)$$

式中，$\tilde{X}(k)=\mathrm{DFS}[\tilde{x}(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}kn}$

该题中 $N=8$，$\tilde{X}(k)=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}kn}=\sum_{n=0}^{7}\delta(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}kn}=1$

$$X(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})=\frac{\pi}{4}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta\left(\omega-\frac{\pi}{4}k\right)$$

2．解：$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}R_4(m)a^{n-m}u(n-m)$，$m\leqslant n$，$0\leqslant m\leqslant 3$

$n<0$，　　$y(n)=0$

$0\leqslant n\leqslant 3$，　　$y(n)=\sum_{m=0}^{n}a^{n-m}=a^n\dfrac{1-a^{-n-1}}{1-a^{-1}}$

$4\leqslant n$，　　$y(n)=\sum_{m=0}^{3}a^{n-m}=a^n\dfrac{1-a^{-4}}{1-a^{-1}}$

写成统一表达式为

$$y(n)=\begin{cases}0, & n<0\\ a^n\dfrac{1-a^{-n-1}}{1-a^{-1}}, & 0\leqslant n\leqslant 3\\ a^n\dfrac{1-a^{-4}}{1-a^{-1}}, & n\geqslant 4\end{cases}$$

3．解：$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a^{|n|}z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}a^nz^{-n}+\sum_{n=-\infty}^{-1}a^{-n}z^{-n}=\sum_{n=0}^{\infty}a^nz^{-n}+\sum_{n=1}^{\infty}a^nz^n$

第一部分是一个因果序列的 Z 变换，要求$|az^{-1}|<1$，得到收敛域为$|a|<|z|\leqslant\infty$。第二部分要求$|az|<1$，得到收敛域为$|z|<|a|^{-1}$。取它们收敛域公共部分，最后得到收敛域为$|a|<|z|<|a|^{-1}$。在该环状域中，Z 变换为

$$X(z)=\frac{1}{1-az^{-1}}+\frac{az}{1-az}=\frac{1-a^2}{(1-az)(1-az^{-1})},\qquad 收敛域为|a|<|z|<|a|^{-1}$$

4．解：(1) 确定数字低通滤波器的指标；

(2) 将数字低通滤波器的指标要求转换成模拟低通滤波器的指标要求；

(3) 设计模拟低通滤波器；

(4) 将模拟低通滤波器按照双线性变换法或者脉冲响应不变法转换成数字低通滤波器。

5．解：画出 8 点基 2DITFFT 运算流图如图 S10.1.1 所示。

6．解：IIR 滤波器级联型结构：能独立地调节零极点位置，运算速度较慢。

IIR 滤波器并联型结构：能独立地调节极点位置，运算速度快。零点位置较难调整。

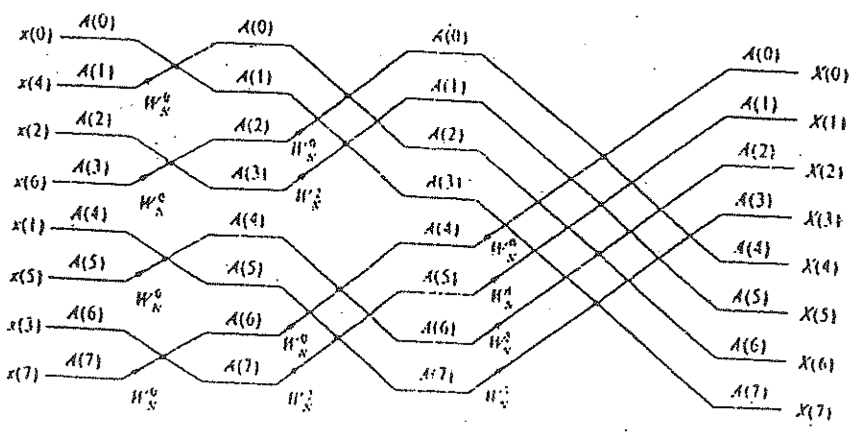


图 S10.1.1

三、计算题

1．已知 $X(z)=\dfrac{-3z^{-1}}{2-5z^{-1}+2z^{-2}}$，$0.5<|z|<2$，求原序列 $x(n)$。

解：$X(z)=\dfrac{-3z^{-1}}{2-5z^{-1}+2z^{-2}}=-\dfrac{-3z^{-1}}{(2-z^{-1})(1-2z^{-1})}=\dfrac{-1.5z}{(z-0.5)(z-2)}$

$$x(n)=\frac{1}{2\pi j}\oint_c X(z)z^{n-1}dz \qquad F(z)=X(z)z^{n-1}=\frac{-3\cdot z^{n}}{2(z-0.5)(z-2)}$$

$n\geqslant 0$　c 内有极点 0.5，

$$x(n)=\mathrm{Res}[F(z),0.5]=0.5^{n}=2^{-n}$$

$n<0$　c 内有极点 0.5、0，但 0 是一个 n 阶极点，改求 c 外极点留数，c 外极点只有 2，

$$x(n)=-\mathrm{Res}[F(z),2]=2^{n}$$

最后得到 $x(n)=2^{-n}u(n)+2^{n}u(-n-1)=2^{-|n|}$，$\infty<n<-\infty$。

2．已知 $H_a(s)=\dfrac{2}{s^2+3s+2}$，试用脉冲响应不变法将 $H_a(s)$ 转换成 $H(z)$，并画出直接型结构。

解：$H_a(s)=\dfrac{2}{s^2+3s+2}=\dfrac{2}{(s+1)(s+2)}=\dfrac{2}{s+1}-\dfrac{2}{s+2}$

$$H(z)=\frac{2T}{1-e^{-T}z^{-1}}-\frac{2T}{1-e^{-2T}z^{-1}}=\frac{2T(e^{-T}-e^{-2T})z^{-1}}{1-(e^{-T}+e^{-2T})z^{-1}+e^{-3T}z^{-2}}$$

画出直接型结构如图 S10.1.1 所示。

3．解：(1) 信号整数倍内插系统原理框图如图 S10.1.2 所示。

按照整数因子 I 内插的过程是：首先在 $x(n)$ 的两个相邻样值之间插入 $I-1$ 个零样值，称为“零值内插”，用符号 $\boxed{\uparrow I}$ 表示。然后再进行滤波，则得到按整数因子 I 内插的序列 $y(m)=x_a(mT_y)$。

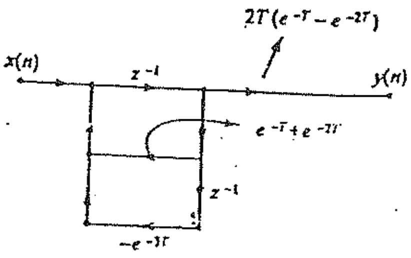


图 S10.1.1

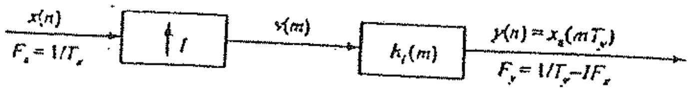


图 S10.1.2

(2) 理想情况下，镜像滤波器 $h_I(n)$ 的频率响应特性为 $H_I(e^{j\omega_y})=\begin{cases}C, & 0\leqslant|\omega_y|<\pi/I\\ 0, & \pi/I\leqslant|\omega_y|\leqslant\pi\end{cases}$

各点信号的频谱如图 S10.1.3 所示。

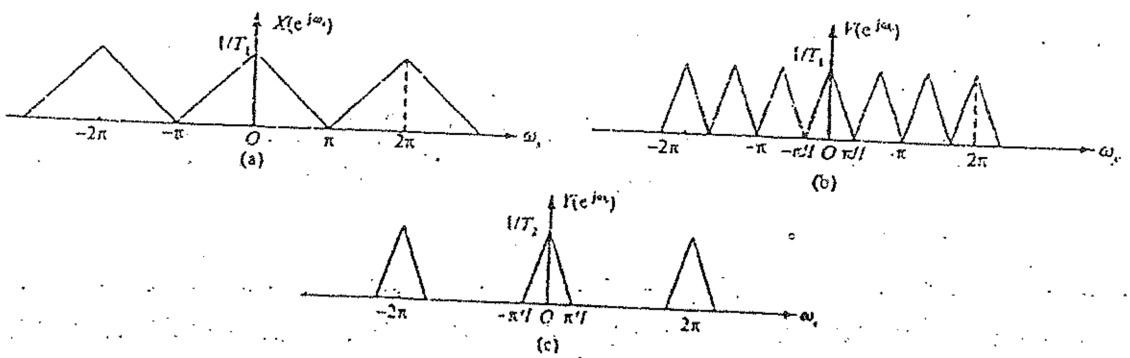


图 S10.1.3　按照整数因子 I 内插过程中的频域示意图（$I=5$）