

模糊控制系统稳定性分析及控制器设计

顾树生 平 力

(东北工学院自控系·沈阳, 110006)

【摘要】 本文给出了模糊控制系统稳定性分析的相平面法和稳定区间法, 并对应用这两种方法设计模糊控制系统进行了讨论。文中介绍一种在稳定区间内设计变结构模糊控制器的方法, 并进行了仿真研究。结果表明, 基于稳定性而设计的模糊控制系统不仅具有良好的动态及稳态的性能, 而且具有很强的抗扰能力。

一、引言

通常的模糊控制器设计(无论是简单的还是高级自组织的), 其首要工作是建立 e 、 \dot{e} 和 U 的隶属函数表和基于语言变量的控制规则, 以及确定控制器输入量和输出量的模糊化和模糊判决方法等等。虽然模糊控制是基于语言变量的一种控制方式, 但控制器仍必须执行具体的数据。这样, 在模糊变量与数据之间的相互转化过程中就搀杂着相当程度的人的主观因素。如果主观量与客观实际量相差较大, 就不会得到良好的系统性能, 甚至导致系统不稳定, 根本无法工作。同时, 由于设计过程中主观因素的影响, 人们又不得不对控制器进行反复调试。而影响模糊控制系统性能的因素众多, 如隶属函数、控制规则、各量化因子等, 这就使得调试工作变得相当繁复, 并带一定的盲目性。

尽管模糊控制的应用已有许多成功的例子, 并表现出优于常规调节器的性能, 但由于存在这些问题, 使得模糊控制的广泛应用受到了限制。为此, 本文给出两种分析模糊系统稳定性及系统性能的方法, 同时介绍一种在系统稳定基础上而设计的高性能模糊控制器。

二、模糊控制系统的稳定性分析

关于模糊控制系统, 现有的稳定性理论和判别方法还不多, 有些应用起来也不方便。考虑到模糊控制器的设计是基于操作者的经验, 并且人对位置量和速度量直观感受最深及信息便于归纳这些特点, 通常的模糊控制器多采用二维输入, 其模糊控制系统的一般框图如图 1 所示。对于这种形式的模糊控制系统, 现给出两种稳定性分析方法。

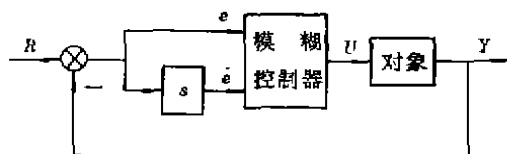


图 1 模糊控制系统一般框图

1. 模糊控制系统稳定性分析的相平面法

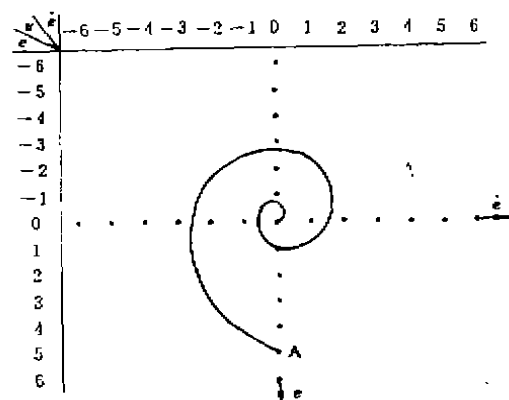
模糊控制就其本质上说是非线性控制, 而相平面是解决常规非线性问题简单而直观的有效方法。虽然模糊控制比常规非线性控制复杂, 但它有着自己的特点。

如果采用模糊控制器的一般设计方法(如设定输入、输出论域的模糊子集并赋予相应的隶属函数, 归纳出控制规则 IF $E = E_i$ AND $\dot{E} = \dot{E}_j$ THEN $U = U_{ij}$, $i = 1 \cdots m$, $j = 1 \cdots n$,

等), 那么, 一个模糊控制器最终等价为一个形如表 1 的控制总表, 其中 e 、 \dot{e} 和 u 分别为控制器输入和输出的确切量。我们按习惯的直角坐标方向安排控制表中 e 和 \dot{e} 的档级分布, 这样的控制表实际上就是一张相平面的非线性区域分布图。如果把 e 和 \dot{e} 的坐标轴画在表中 (如表 1 中的点线), 那么, 对于给定的控制对象 $G(s)$, 很容易用其在控制表上的 $e-\dot{e}$ 轨迹来分析模糊控制系统的稳定性。

例如: 给定一模糊控制系统, 其控制总表为表 1。控制对象 $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ 。当系

表 1 控制总表



统输入为阶跃函数且初始点为 A 点时, 模糊控制系统的相轨迹如表 1 中的曲线所示。可以清楚地看出这个模糊控制系统是稳定的, 同时也可看出在系统的稳态时出现了连续的振荡现象。对于这里的对象 $G(s)$, 这种振荡现象是采用一般的模糊控制器所不可避免的。

需要指出的是, 使用相平面方法不仅可以分析一给定的模糊控制系统的稳定性及系统性能, 而且还可以很直观地通过改变 e 和 \dot{e} 的档级分布 (级宽) 和控制值的大小, 对模糊控制器做进一步调试, 以获得最佳的控制效果。如在上例中可以改变控制值加快系统的响应速度, 同时减小 e 的 0 级宽度或者不使用 0 档级来减小或消除稳态时的振荡现象。

由于模糊控制系统其相轨迹方程的单一性和我们只关心 e 和 \dot{e} 这一事实, 因此可以很容易地使用计算机进行辅助设计以减小工作量, 同时也可对高阶系统进行 $e-\dot{e}$ 轨迹分析。

2. 模糊控制系统稳定性分析的稳定区间法

模糊控制系统稳定性分析的相平面法为解决模糊控制系统设计和调试中的问题提供了直观简便的手段, 同样, 阿依捷尔曼问题^[1]解决非线性系统稳定性的方法也为分析、设计模糊控制系统提供了另一条方便可行的途径。

(1) 模糊控制系统的稳定区间

对于图 1 所示模糊控制系统, 其控制器输入为偏差 e 和偏差变化率 \dot{e} , 输出为控制量 u , 控制对象为 $G(s)$, 系统的输入和输出分别为 R 和 Y 。现将对象 $G(s)$ 用状态方程描述为

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ Y = CX \end{cases} \quad (1)$$

其中 X 为 n 维状态向量 (n 为对象的阶数), A 、 B 和 C 分别为对象的系统矩阵、控制矩阵和输出矩阵。

设模糊控制器输出 u 是输入 e 和 \dot{e} 的二元非线性函数

$$u = f(e, \dot{e}) \quad (2)$$

这里用一线性函数

$$u = K_1 e + K_2 \dot{e} \quad (3)$$

代替(2)式。代入对象的状态方程(1), 可得整个系统的状态方程

$$\dot{X} = \phi X \quad (4)$$

其中 $\phi = (I + K_2 BC)^{-1}(A - K_1 BC)$ 为 $n \times n$ 阶系统矩阵。由李亚普诺夫定理, 系统为全局渐近稳定的充要条件是李氏方程成立, 即

$$\phi^T P + P \phi = -Q \quad (5)$$

其中 P 和 Q 为正定的赫米特 (或实对称) 矩阵。对于这里的系统矩阵 ϕ , 如使 (5) 成立, 则系统 (4) 稳定的充要条件是 K_1, K_2 满足集合 $\{(K_1, K_2) | F_i(K_1, K_2) = 0, i = 1, 2, \dots\}$, F_i 为某一确定函数。在集合中我们选取这样的子集: $K_1 \in [\alpha_1, \alpha_2], K_2 \in [\beta_1, \beta_2]$, 或不等式

$$\alpha_1 \leq K_1 \leq \alpha_2, \beta_1 \leq K_2 \leq \beta_2 \quad (6)$$

由阿依捷尔曼问题, 对于非线性环节 (2), 当

$$\alpha_1 e + \beta_1 \dot{e} < f(e, \dot{e}) < \alpha_2 e + \beta_2 \dot{e} \quad (7)$$

时, 非线性系统是稳定的。

事实上, 对于二维输入的模糊控制器, 当输入的模糊子集数趋于无穷时, 其输出 u 满足 (3) 式^[2], 即输出是输入的线性稳定。当输入的模糊子集数为有限情况时, 控制器输出 $u \approx K_1 e + K_2 \dot{e}$, 其近似程度可用不等式 $|u - K_1 e - K_2 \dot{e}| \leq 0.0505/N$ 描述。

实际上, (6) 和 (7) 式给出的是空间直角坐标系中过原点的两个平面方程

$$\begin{cases} \pi_1: u = \alpha_1 e + \beta_1 \dot{e} \\ \pi_2: u = \alpha_2 e + \beta_2 \dot{e} \end{cases} \quad (8)$$

这两个平面所夹的空间就是模糊控制系统的稳定区间, 如图 2(a) 所示。由于模糊控制器的

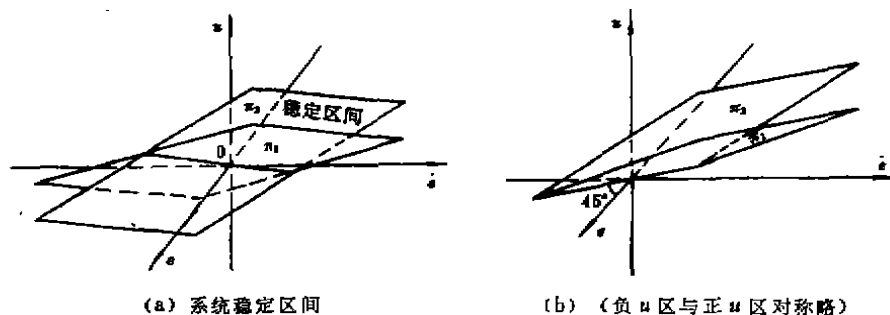


图 2 稳定域示意图

输入和输出分别为三个坐标轴 e, \dot{e} 和 u , 而一张控制总表对应于 $e\dot{e}$ 平面, 其控制值则对应于空间曲面。如果输入 e, \dot{e} 的某档级所对应的控制状态处于稳定区间内, 则该控制状态就是稳定的。如果全部控制状态都处于稳定区间内, 则整个模糊控制系统就是稳定的。这样, 引入稳定区间的概念为模糊控制系统稳定性分析及设计提供了一种直观、方便、有效的方法。

与相平面法相同, 稳定区间不仅可以分析模糊系统的稳定性, 也可以分析系统的动态及稳态性能。而且在稳定区间设计控制器可以直接给出高性能的控制表, 这就大大减小了设计与调试的工作量, 从而克服了通常模糊控制器设计中的问题。

(2) 稳定区间与系统性能分析

目前, 我们所见的控制表大都具有关于零控制值对称的形式 (如表 1), 这是采用通常设计方法的必然结果。实际上, 表 1 形式的控制表对应于图 2(b) 的稳定区间, 即平面方程 (8) 的参数满足

$$\alpha_1 \beta_2 = \alpha_2 \beta_1 \text{ 且 } \alpha_1 = \alpha_2 \quad (9)$$

这时稳定区间的界面 π_1 与 π_2 的交线落在 $e0\dot{e}$ 面内, 且与 e 轴成 45° 角(它对应于控制表中的零控制状态), 整个稳定区间的正控制区与负控制区是关于零控制线对称的。

应该指出的是, 这样理想的稳定区间是不多见的, 即很难满足(9)的条件。换句话说, 表1所示的控制表可能会有部分控制值处于稳定区间外, 当控制器执行这些不稳定状态时就会出现振荡现象。这种情况更多地出现在系统的稳态阶段(这时的稳定区间越来越狭小, 最终趋于交线)。所以, 对于大多数系统, 采用通常的模糊控制器很难获得理想的系统品质。

鉴于大多数系统的稳定区间不具有图2(b)的形式, 为使系统性能分析和控制器设计更加方便, 可以通过坐标转换或构造函数的办法^[8]将空间曲面进行转换, 转换后的稳定区间为

$$\begin{cases} \pi'_1: u' = \alpha'_1 e + \beta'_1 \dot{e} \\ \pi'_2: u' = \alpha'_2 e + \beta'_2 \dot{e} \end{cases} \quad (10)$$

其中参数必有

$$\alpha'_1 \beta'_2 = \alpha'_2 \beta'_1 \quad (11)$$

这时的交线落在 $e0\dot{e}$ 面内, 如图2(b)(不一定有 $\alpha'_1 = \alpha'_2$)。再用过 u' 轴且垂直于零控制线的平面去截此空间, 得到一个平面图形, 如图3所示。其中 d 为 $e0\dot{e}$ 上的点到零控制线的距离, 它的大小综合地反应了系统不同的响应阶段。

为了保证系统稳定, 必须使所有的控制值设定在稳定区间内。在系统的动态阶段(d 较大区域), 为得到快速的响应特性, 通常采用比较高的控制值(图3), 但不能超出稳定的上界面 π'_2 。如果有部分控制值超出

上界面而进入不稳定区, 当系统执行此级时就可能出现在偏离期望值很远的地方产生高频振荡。如果不稳定状态形成一条带域, 这种振荡就会持续下去, 甚至使系统发散。在系统的稳态阶段, 由于这时 e 和 \dot{e} 靠近原点(d 较小), 稳定区间比较狭小, 为获得比较高的稳态精度, 减小在期望值附近的波动, 应使 e 和 \dot{e} 的档级宽度尽可能小些, 从而避免稳态时的控制值低于稳定的下界面而进入不稳定区。

采用相平面法和稳定区间法不仅可以对通常的模糊系统进行分析, 而且还可以做出新型的高性能模糊控制器。

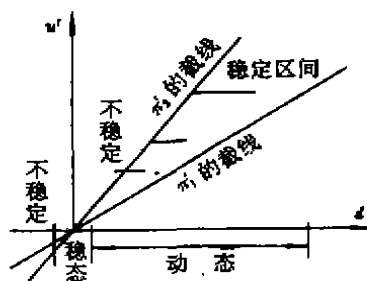


图3 二维平面图形

三、变结构模糊控制器的设计及计算机仿真

由系统稳定性及性能的分析可知, 要使系统在整个运行过程中获得优良的动态及稳态性能, 采用简单的模糊控制器通常是做不到的。为此这里介绍一类新的变结构模糊控制器, 整个设计过程是在稳定区间内直接给出的。

1. 变结构模糊控制器

变结构模糊控制器的档级分布如图4所示。它是由控制器输入的偏差及偏差变化率的初

值 (e_0, \dot{e}_0) ，通过稳定区间上界面一点 $u'_c = \alpha_1 e_0 + \beta_1 \dot{e}_0$ 确定的。系统的初值不同，档级分布将随之改变。当系统受到扰动或输入给定发生变化使 e 和 \dot{e} 大范围波动而出现跳跃档级现象时，此算法可自动取这时的 e 和 \dot{e} 作为新的初值并计算出新的有效控制 u_0 ，同时改变整个档级分布，使系统始终保持最佳的控制状态。

在系统的暂态过程中，为使系统有快速的响应特性，在稳定区间内保持最大的控制。在接近稳态时，由于档级宽度和控制值变化较快，这样在快速响应的同时也能很好地抑制超调。当系统进入稳态时，由于档级数趋于无穷，相当于 PID 调节，所以稳态精度较高。

这种变结构模糊控制器在控制过程中通过初值的设定实时地寻求一个更客观准确的控制状态表。并且由于在系统的动态及稳态阶段综合了一般模糊控制器和线性控制器的优点，至使系统具有响应快、精度高的特性。它的优越性已通过计算机仿真得以证实。

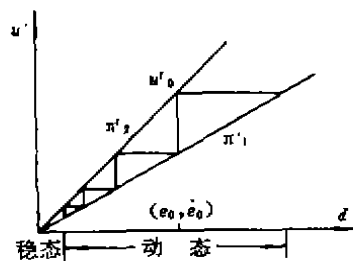


图4 档级分析

2. 计算机仿真研究

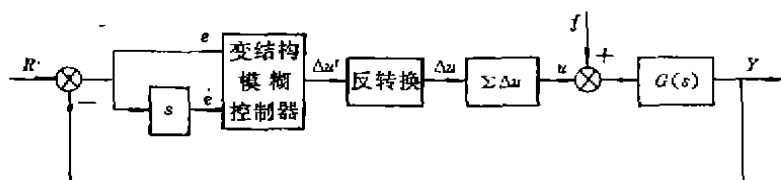


图5 系统仿真框图

系统仿真框图如图5所示。为使仿真研究具有代表性，控制对象采用一阶纯滞后和三阶模型。模型1： $G(s) = \frac{1}{10s+1}e^{-ss}$ ，模型2： $G(s) = \frac{4}{s(s+1)(s+2)}$ 。

1) 系统响应阶跃输入

由图6可见，系统输出响应快、稳态精度高，而且适当改变采样周期可以做到无超调。

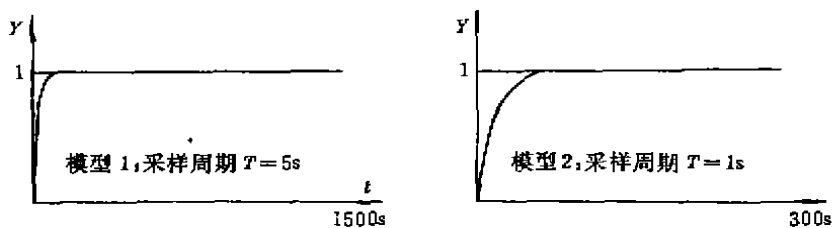


图6 系统响应

2) 外部阶跃扰动

阶跃扰动 f 加在对象前（见图5），仿真结果如图7所示，它表明系统有很强的抗扰能力，而且调节时间短。

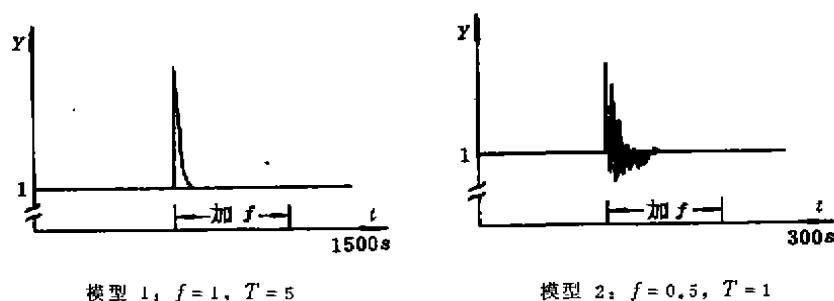


图 7 抗外扰曲线

参 考 文 献

- (1) 李友善主编, 自动控制原理, 国防工业出版社, 1980 年
 (2) J.J.Bucley and H.Ying, Fuzzy Controller Theory, Limit Theorems for Linear Fuzzy Control Rules, Automatica, Vol.25, No.3, 1989, 469—472

Stability Analysis and Controller Design of The Fuzzy Control Systems

Gu Shusheng, Ping Li

(Northeast University of Technology)

Abstract. This paper presents the phase plane method and the stable region method to analyze the stability of the fuzzy control systems. And then the discussions about fuzzy systems designed using these two methods are given in the paper. Finally a set of design methods for variably structured fuzzy controllers are proposed and corresponding simulations are performed. The simulation results show that fuzzy control systems which are designed based on the stability have not only good dynamic and steady state feature but also strong rejection ability to disturbances.

(上接第 220 页)

Full Digital Direct Current Reversible Speed Control System

Wang Jinzhang, Liu Zuocai, Sun Hongsheng

(Northeast University of Technology)

Abstract. This paper introduces a kind of full digital direct current reversible speed control system based on MCS-96 single chip computer. The calculation of control algorithm, logic control of positive and reverse group thyristor and advanced digital trigger are accomplished by the single chip computer. Experiments demonstrate that the system gives satisfactory control performance.