南开大学本科生 2018—2019 学年第二学期大学物理学基础 III 考试试卷（A 卷）

学院：__________专业：________学号：____________ 姓名：________任课教师：__________成绩：

真空介电常量：$\varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\,\mathrm{F\cdot m^{-1}}$　　真空磁导率：$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$

得 分

一、　填空题:(24 分, 每空 2 分)

草稿区

1．把单位正电荷从电偶极子轴线的中点 O 沿任意路径移到无限远处，静电力所做的功为 W=0。

2．范德格拉夫起电机的球壳直径是 1.0m，空气的击穿电场强度 30kV/cm，这时球面上的电荷面密度 $\sigma = 2.655\times10^{-5}\,\mathrm{C/m^2}$，起电机最高能达到的电势为 U=$1.5\times10^{6}\,\mathrm{V}$。

3．两块平行金属板相距为 d，用一电源充电，两极板间的电势差为 U。将电源断开，在两板间平行地插入一块厚度为 l 的金属板（$l<d$，且与极板不接触），忽略边缘效应，两金属板间的电势差的改变量 $\Delta U = \dfrac{l}{d}U$，插入金属板的位置对结果 无 （有/无）影响？。

4．空气中有一直径为 10cm 的导体球，电势为 8000V，它表面处静电能密度 $w_e =$ $0.133(\mathrm{J/m^3})$。

5．我们家庭生活中用到的交流电的频率 $f =$ 50 （Hz），电压的有效值为 U= 220V。

6．电磁场的基本规律可以归纳为下面的四个方程式：

$$\oint\!\!\oint_S \mathrm{D}\cdot \mathrm{dS} = \iiint_V \rho \mathrm{dV}\ ;\quad \oint_L \mathrm{E}\cdot \mathrm{dl} = -\iint_S \frac{\partial \mathrm{B}}{\partial \mathrm{t}}\cdot \mathrm{dS}\ ;$$

$$\oint\!\!\oint \mathrm{B}\cdot \mathrm{dS} = 0\ ;\qquad \oint_L \mathrm{H}\cdot \mathrm{dl} = \iint_S \mathrm{j_0}\cdot \mathrm{dS} + \iint_S \frac{\partial \mathrm{D}}{\partial \mathrm{t}}\cdot \mathrm{dS}\ 。$$

得 分

二、选择题：(16 分，每题 4 分)

1、真空中两平行均匀带电平板相距为 d，面积为 S，且有 $d^2 << S$，带电量分别为+q 和-q，则两板间的作用力大小为（D）

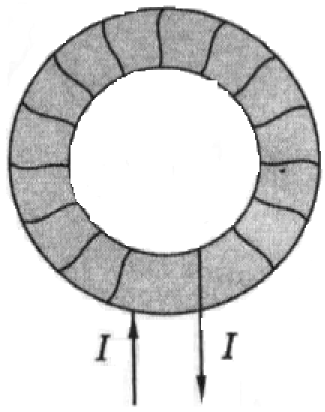
（A）$F = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$　（B）$F = \dfrac{q^2}{\varepsilon_0 \mathrm{S}}$　（C）$F = \dfrac{2q^2}{\varepsilon_0 \mathrm{S}}$　（D）$F = \dfrac{q^2}{2\varepsilon_0 \mathrm{S}}$

2、有两条长直导线各载有5A的电流，分别沿x，y轴正向流动。 在（40,20，0）（cm）处的磁感应强度B为（B）

（A）3.5×10^{-6}T沿z轴负向；（B）2.5×10^{-6}T沿z轴正向；

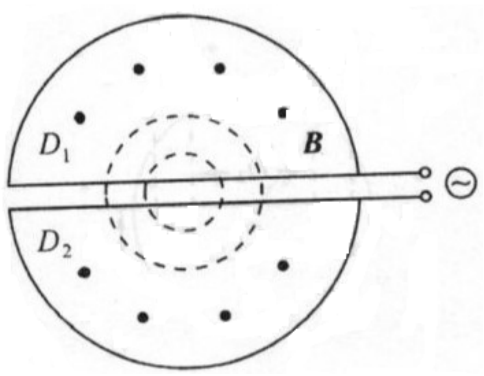
（C）4.5×10^{-6}T沿z轴负向；（D）5.5×10^{-6}T沿z轴正向。

3、如图所示，一细绕螺线环，它由表面绝缘的导线在铁环上密绕而成，每厘米绕10匝，当导线中的电流I为2.0A时，测得铁环内的磁感应强度的大小为1.0T。则可求得铁环的相对磁导率为（B）



（A）7.96×10^{2} ；（B）3.98×10^{2} ；（C）1.99×10^{2} ；（D）63.3×10^{2} 。

4、回旋加速器的结构是由两个半圆形空心金属容器作为电极（通常称为D形电极）固定在巨大功率电磁铁两极之间，如图所示。设有一电荷量为q、质量为m的带电粒子，以速度v在垂直于磁感应强度为B的匀强磁场中运动，B的方向垂直纸面向外，粒子作圆周运动的半径为r，单位时间内圆周运动的圈数即频率f为（B）

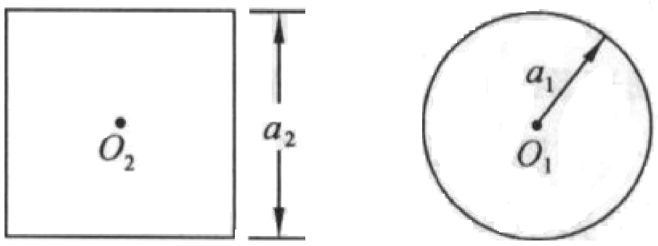


（A）$\dfrac{Bv}{2\pi m}$ ； （B）$\dfrac{qB}{2\pi m}$； （C）$\dfrac{qBv}{2\pi^2 m}$

三、计算题（60 分, 每题 10 分）

得 分

1．（10 分）如图所示，半径为 a1 的载流圆线圈与边长为 a2 的方形载流线圈，通有相同的电流，若两线圈中心 O1 和 O2 的磁感应强度大小相同，则半径与边长之比 a1：a2 为多少？



草稿区

解：

一根长度为 L 的直载流导线的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos\theta_1-\cos\theta_2\right)$$

对于方形载流线圈，在中心的磁场为

$$B=4\cdot\frac{2\mu_0 I}{4\pi \mathrm{a}_2}\left(\cos 45^0-\cos 135^0\right)=\frac{4\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi \mathrm{a}_2}$$

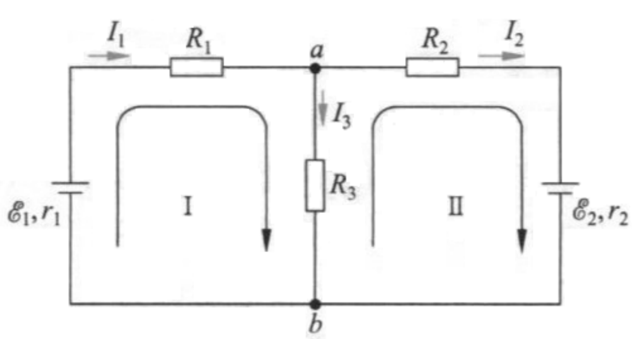
而圆载流线圈在圆心处的磁感应强度为

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\mathrm{a}_1}\text{ ，所以 } a_1/a_2=8/\left(\sqrt{2}\pi\right)\text{ 。}$$

得 分

2．（10 分）如图所示的电路，ε_1=12V，r_1=1Ω，ε_2=8V，

r_2=0.5Ω，R_1=3Ω，R_2=1.5Ω，R_3=4Ω。试求通过每个电阻的电流。



解： 设通过各个电阻的电流 I_1, I_2, I_3 如图。对节点 a 列出基尔霍夫第一方程

$$-I_1+I_2+I_3=0$$

对回路 I 列出基尔霍夫第二方程，则可得

$$-\varepsilon_1+I_1 r_1+I_1 R_1+I_3 R_3=0$$

对回路 II，可以得到

$$\varepsilon_2 + I_2 r_2 + I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0$$

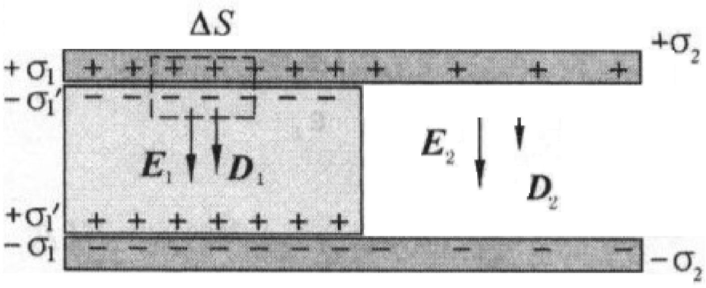
将已知数据代入这两个回路方程并与上面的电流方程联立求解就可得

$$I_1 = 1.25\text{A},\quad I_2 = -0.5\text{A},\quad I_3 = 1.75\text{A}$$

此结果中 I_1, I_3 为正值，说明实际电流方向与图中所设相同。I_2 为负值，说明它的实际方向与图中所设方向相反。

得 分

3. （10 分）如图所示，两块靠的很近的平行金属板间原为真空。现使它们分别带上等量异号电荷直至两板上面电荷密度分别为 $+\sigma_0$ 和 $-\sigma_0$，而板间电压为 $u_0 = 300\text{V}$，这时保持两板上电量不变，将板间一半空间充以相对介电常数为 $\varepsilon_r = 5$ 的电介质，求板间电压变为多少？（计算时忽略边缘效应）。



解：设金属板的面积为 S，板间距离为 d，在充入电介质前板的面电荷密度为 σ_0，这时板间电场为 $E_0 = \sigma_0 / \varepsilon_0$，而两板间电压为 $u_0 = E_0 d$ 。

由于并不是均匀地将电介质充入整个平行板间，所以必然导致平行板上自由电荷的重新分布。

做如图所示的高斯面，则由电介质中的高斯定理

$$\oiint_S D_1 \cdot dS = \oiint_{\text{上底}} D_1 \cdot dS + \oiint_{\text{下底}} D_1 \cdot dS + \oiint_{\text{侧面}} D_1 \cdot dS = \sigma_1 \Delta S$$

得到 $D_1 = \sigma_1$ 从而可知 $E_1 = \dfrac{D_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \dfrac{\sigma_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$

同理，对于右半部分，$D_2 = \sigma_2$ 从而可知 $E_2 = \dfrac{D_2}{\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$

由于静电平衡时两导体都是等势体，所以左右两部分两板间的电势差是相等的，即

$E_1 d = E_2 d$ ，所以 $E_1 = E_2$

将上面的 E_1 和 E_2 的值代入可得 $\sigma_2=\dfrac{\sigma_1}{\varepsilon_r}$ ，由于金属板的总电量保持不变，即

可以得到 $\sigma_1+\sigma_2=2\sigma_0$ ，所以 $\sigma_1=\dfrac{2\varepsilon_r}{1+\varepsilon_r}\sigma_0,\sigma_2=\dfrac{2}{1+\varepsilon_r}\sigma_0$

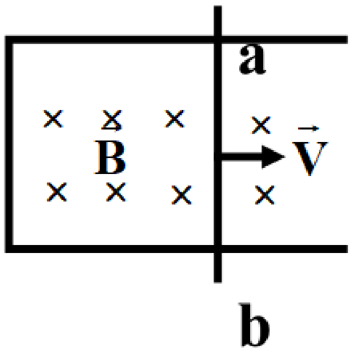
这时两板间的电场强度为

$$E_1=E_2=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}=\frac{2\sigma_0}{\varepsilon_0(1+\varepsilon_r)}=\frac{2}{(1+\varepsilon_r)}E_0$$

电压为 $u=Ed=100(V)$

得 分

4.（10 分）．如图导体棒 ab 长 1 米,放在金属导轨上,
整个装置放在 B=0.5 特斯拉的均匀磁场中，磁场方向
与图面垂直。(1）若棒以 4 米/秒的速度向右运动，求棒的感应电动势大小和方向；(2）若棒 ab 到某一位置时，电路的电阻恰好为 0.2 欧姆，求此时棒受的安培力（摩擦力略去);
（3）比较外力作功的功率及所消耗的热功率。



解：

$$(1)\varepsilon=Bv\overline{ab}=0.5\times4\times1=2(V)$$

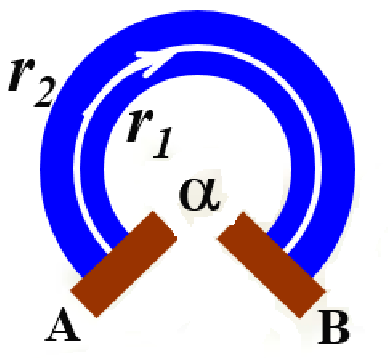
$$(2)\quad I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{2}{0.2}=10(A)$$

$$F=IB\overline{ab}=10\times0.5\times1=5(N)$$

$$(3)\quad P=I^2R=10^2\times0.2=20(W)\qquad P=FV=5\times4=20(W)$$

得 分

5.（10 分）碳膜电位器中的碳膜，它是蒸敷在绝缘基片厚为 t 、内半径为 r1，外半径为 r2 的一层碳构成。A、B 为引出端，环形碳膜总张角为 α电流沿圆周曲线流动。求：A、B 之间的电阻？



解：

A、B 间电阻可视为由若干不同长度而截面相同的电阻并联而成。电导为：

$$dG=\sigma\frac{dS}{l}=\sigma\frac{tdr}{l}$$

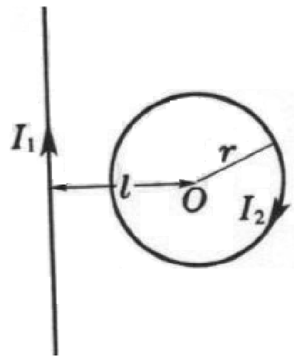
$$G=\int_{r1}^{r2}\sigma\frac{tdr}{\alpha r}=\sigma\frac{t}{\alpha}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

电阻为

$$R = \frac{1}{G} = \rho \frac{\alpha}{t \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

得 分

6.（10 分）载有电流 I_1 的长直导线旁边有一平面圆形线圈，线圈半径为 r，中心到直线的距离为 l，线圈载有电流 I_2，线圈和直导线在同一平面内。求 I_1 作用在圆形线圈上的力。



解： 载流 I_1 的长直导线在圆形线圈上一电流元 $I_2 dL$ 处产生的 B 垂直图面向里，其值可以表为

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\left(l + r\cos\theta\right)}$$

在 O 点处建立直角坐标系 Oxy，设 x 轴指向右，y 轴指向上，由于圆形载流线圈的对称性，它所受的安培力指向-x 方向，沿 y 方向的安培力为 0，因此线圈受到的总安培力为

$$F = \oint_L \frac{\mu_0 I_1 I_2 dL}{2\pi\left(l + r\cos\theta\right)} \cdot \cos\theta,$$

式中，dL 为圆弧元，$dL = rd\theta$，因此

$$F = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I_1 I_2 r\cos\theta d\theta}{2\pi\left(l + r\cos\theta\right)} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 r}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\theta d\theta}{\left(l + r\cos\theta\right)}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2 r}{2\pi}\left[\frac{\theta}{r} - \frac{2l}{r\sqrt{l^2 - r^2}}\tan\frac{\theta}{2}\right]_0^{2\pi} = \mu_0 I_1 I_2\left(1 - \frac{l}{\sqrt{l^2 - r^2}}\right)$$