波

机械波

产生机械波的条件

1. 波源——**产生持续振动的质点**
2. 弹性介质——**传递振动状态的介质**

> **在波的传播过程中，介质中的质点它们在各自的平衡位置附近振动；传播的是波源的振动状态**

机械波分类

横波

> 波源振动方向与波的传播方向垂直的波
>
> 传播横波介质：**介质的切向应变**。固体可以传递横波，气体不能传播横波。

纵波

> 波源振动方向与波的传播方向共线的波
>
> 传播纵波的介质：**介质的弹性应变**。气体，液体，固体都可以传递纵波。

简谐波

基础概念

- 周期T：传递一个完整波所需的时间，也是介质质元完成一次全振动的时间。波的周期完全由波源(周期)确定。

$$\begin{aligned}\nu &= \frac{1}{T} \\ \omega &= \frac{2\pi}{T}\end{aligned} \tag{20}$$

- 角频率ν
- 频率ω
- 波长λ：一个周期内波动传播的距离。它由波源和介质共同决定。

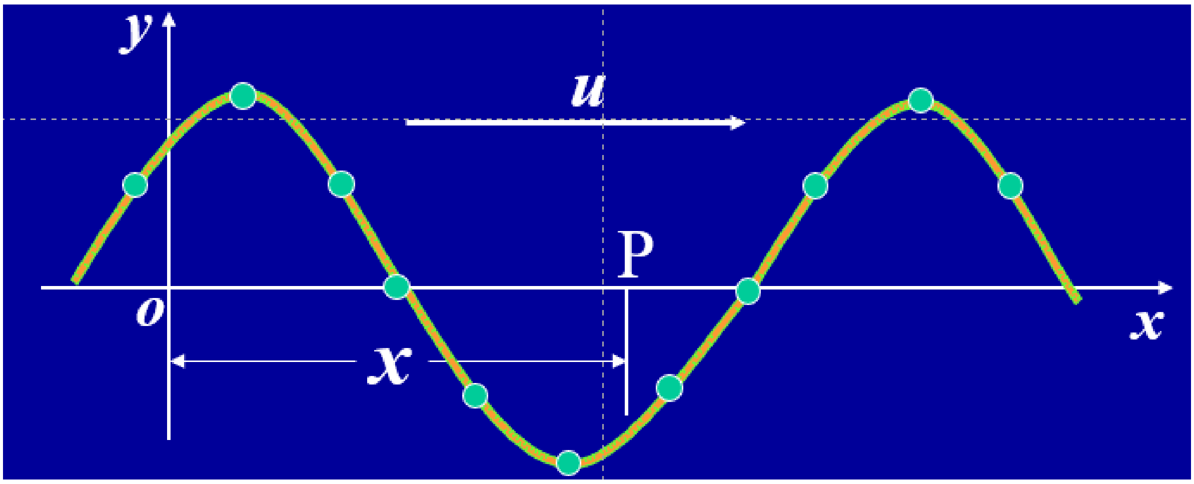
$$\begin{aligned}\tilde{k} &= \frac{1}{\lambda} \\ k &= \frac{2\pi}{\lambda}\end{aligned} \tag{21}$$

- 波数$\tilde{k}$
- 波矢k
- 波速u：单位时间内波传播的距离

$$\begin{aligned}u &= \frac{\lambda}{T} \\ u &= \nu\lambda\end{aligned} \tag{22}$$

运动学方程

数学表达式



$$y = Acos(\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \phi_0) \tag{23}$$

波沿x轴正向传播取-，沿x轴负向传播取+，ϕ_0代表原点的初相

考虑到$\omega = \frac{2\pi}{T}$,$u = \frac{\lambda}{T}$,上式还可以写作

$$\begin{gathered} y = Acos(2\pi(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}) + \phi_0) \\ y = Acos(\omega t \mp \frac{2\pi}{\lambda}x + \phi_0) \\ y = Acos(\omega t \mp \frac{\omega}{u}x + \phi_0) \end{gathered} \tag{24}$$

振动方程推导波的方程

$$\begin{gathered} y(t) = Acos(\omega t + \phi_0) \\ y(x,t) = Acos(\omega(t \pm \frac{x}{u}) + \phi_0) \end{gathered} \tag{25}$$

超前落后法：超前取正，落后取负（已知振动方程的点与原点比较）ϕ_0代表原点初相位

动力学方程

微振动方程

$$\begin{gathered} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - a^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \\ a = u \end{gathered} \tag{26}$$

其中u为波速

影响因素

$$\begin{aligned} &\text{绳的微振动横波：} \quad a = \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (T\text{为绳的张力}) \\ &\text{杆的纵向微振动波：} \quad a = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (Y\text{为杨氏弹性模量}) \\ &\text{杆的横向微振动波：} \quad a = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (G\text{为切变弹性模量}) \end{aligned} \tag{27}$$

声音在空气中传播：$a=\sqrt{\frac{B}{\rho}}\quad (B为体变模量)$

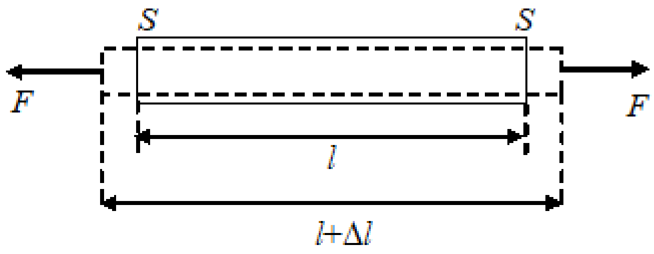
真空中的电磁波 $a=\sqrt{\frac{1}{\xi_0\mu_0}}\quad (\xi_0为真空介电常数, \mu_0为真空磁导率)$

Y

G

B

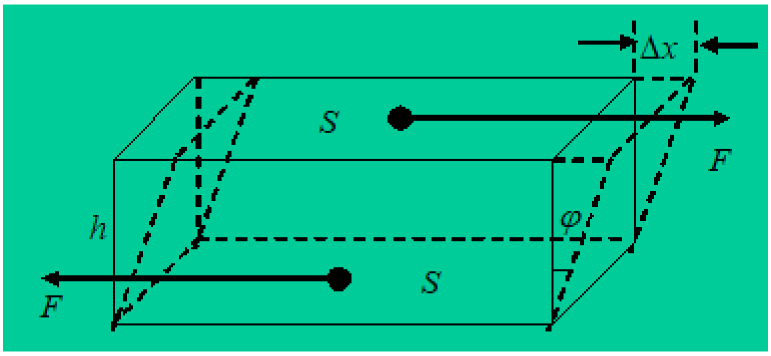
杨氏模量



$$\frac{F}{S}=Y\frac{\Delta l}{l} \tag{28}$$

比例系数Y由材料的弹性决定，称为杨氏模量

切变模量

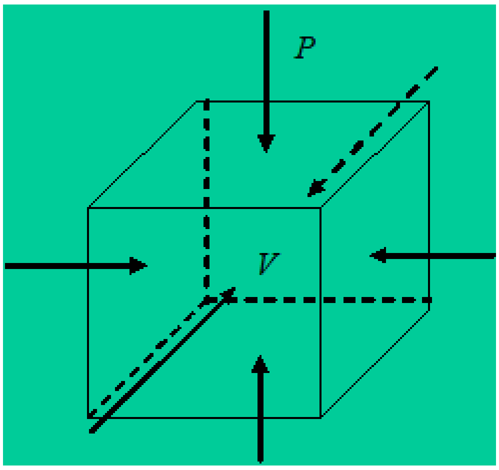


切变模量

$$\frac{F}{S}=G\phi=G\frac{\Delta x}{h}(\phi极小近似) \tag{29}$$

比例系数G由材料的切变弹性决定，称为切变模量

体变模量



体变模量

$$\Delta P = -B\frac{\Delta V}{V} \qquad \text{式中负号表示当}\Delta P > 0\text{时，}\Delta V < 0 \tag{30}$$

能量

能量密度

单位体积中波的能量（ξ）

势能

$$\begin{gathered} dW_p = \frac{1}{2}k(dy)^2 \\ dW_p = \frac{1}{2}\rho dV\omega^2 A^2 sin^2(w(t-\frac{x}{u})) \end{gathered} \tag{31}$$

由一式结合杨氏模量可推出二式

动能

$$dW_k = \frac{1}{2}\rho dV\omega^2 A^2 sin^2(w(t-\frac{x}{u})) \tag{32}$$

质元能量

$$dW = dW_p + dW_k = \rho dV\omega^2 A^2 sin^2(w(t-\frac{x}{u})) \tag{33}$$

1. 任意时刻质元动能和势能都相等
2. 质元的总能量随时间作周期性的变化。在波动中，随着振动在介质中的传播，能量也从介质的一部分传到另一部分，所以,波动是能量传播的一种方式。
3. 能量密度(单位体积中波的能量)为:

$$\begin{gathered} \xi = \rho\omega^2 A^2 sin^2(w(t-\frac{x}{u})) \\ \bar{\xi} = \frac{1}{T}\int_0^T \xi dt = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 \end{gathered} \tag{34}$$

ξ为能量密度

$\bar{\xi}$为平均能量密度

能流密度

单位时间内，通过垂直于波动传播方向的单位面积的能量，称为能流密度。（I）

$$I=\bar{\xi}u=\frac{1}{2}\rho u\omega^2A^2 \tag{35}$$

声波

声速

$u=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$公式

计算得常温空气声速：331m/s

声强

声波的波强叫做声强，单位时间通过一定面积的声波能量，称为声功率（L）。波强

$$L=10lg\frac{I}{I_0} \qquad (I_0=10^{-12}W/m^2) \qquad [分贝, decibel] \tag{36}$$

声压

流体中的声波是压强波,Δp记作声压

$$\begin{gathered}\Delta p=p-p_0\\ \Delta p=\rho uv\end{gathered} \tag{37}$$

波的叠加

波的叠加原理

每列波的传播特性不因其它波的存在而改变。任一点的振动为各个波单独在该点产生的振动的合成。这一规律称为波的独立传播原理或波的叠加原理。

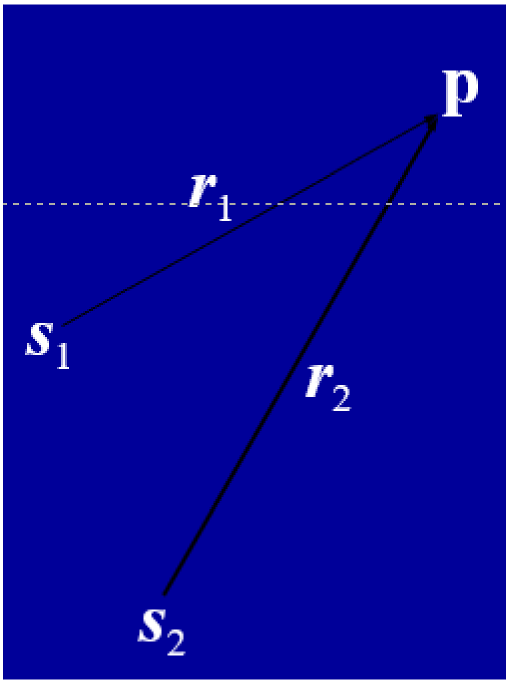
波的干涉

两列波在相遇区域会出现有些地方的振动始终加强，而另一些的振动始终减弱的稳定分布，这种现象称为波的干涉。

条件

1. **振动方向相同**
2. **频率相同**
3. **相差恒定**

叠加公式



$$
\begin{gathered}
y_1(t) = A_1 cos(\omega t - kr_1 + \phi_1) \quad p\text{点振动方程} \\
y_2(t) = A_2 cos(\omega t - kr_2 + \phi_2) \quad p\text{点振动方程} \\
y = Acos(\omega t + \phi) \quad p\text{点合振动方程} \\
A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2cos\Delta\phi} \\
I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}cos\Delta\phi \\
\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 - k(r_2 - r_1) \\
tg\phi = \frac{A_1sin(\phi_1 - kr_1) + A_2sin(\phi_2 - kr_2)}{A_1cos(\phi_1 - kr_1) + A_2cos(\phi_2 - kr_2)}
\end{gathered} \tag{38}
$$