CHAPTER8

第8章

指数模型

一、选择题

1. 随着组合中资产数量的增加，投资组合的总方差趋近于（　　）。
   A. 0　　B. 1　　C. 市场组合的方差
   D. 无穷大　　E. −1
2. 随着组合中资产数量的增加，投资组合的标准差趋近于（　　）。
   A. 0　　B. 1　　C. 无穷大
   D. 市场组合的标准差　　E. −1
3. 随着组合中资产数量的增加，投资组合的公司特有风险趋近于（　　）。
   A. 0　　B. 1　　C. 无穷大
   D. $(n-1)\times n$　　E. −1
4. 随着组合中资产数量的增加，投资组合的非系统风险趋近于（　　）。
   A. 1　　B. 0　　C. 无穷大
   D. $(n-1)\times n$　　E. −1
5. 随着组合中资产数量的增加，投资组合的特有风险趋近于（　　）。
   A. 1　　B. 0　　C. 无穷大
   D. $(n-1)\times n$　　E. −1
6. 指数模型首先是由（　　）提出的。
   A. 格雷厄姆　　B. 马科维茨　　C. 米勒
   D. 夏普　　E. 詹森
7. 单指数模型将（　　）视为系统性风险的代理因素。
   A. 市场指数，如标准普尔500
   B. 经常账户赤字
   C. GNP的增长率
   D. 失业率
   E. 通货膨胀率
8. 账面贝塔通常采用最近（　　）个月的观测值来计算回归参数。
   A. 12　　B. 36　　C. 60
   D. 120　　E. 6
9. 运用指数模型来估计股票A和股票B得到以下结果：

$$R_A = 0.03 + 0.7R_M + e_A$$
$$R_B = 0.01 + 0.9R_M + e_B$$
$$\sigma_M = 0.35$$
$$\sigma(e_A) = 0.20$$
$$\sigma(e_B) = 0.10$$

   股票A和股票B收益率的协方差是（　　）。
   A. 0.038 4　　B. 0.040 6　　C. 0.192 0
   D. 0.077 2　　E. 0.400 0
10. 基于指数模型，证券之间的协方差（　　）。

A. 使用市场收益指数来代表单一的共同因素的影响
B. 计算极为困难
C. 与特定行业的事件相关
D. 通常是正数
E. 使用市场收益指数来代表单一的共同因素的影响，它通常是正数

11. 利用账面贝塔值计算的回归方程截距项等于（　　）。
A. 资本资产定价模型中的 α 值　B. $\alpha + r_f(1+\beta)$　C. $\alpha + r_f(1-\beta)$
D. $1-\alpha$　E. 1

12. 分析师可能使用回归分析来估计股票的指数模型，回归线的斜率等于（　　）的估计值。
A. 资产的 α　B. 资产的 β　C. 资产的 σ
D. 资产的 δ　E. 资产的 ρ

13. 分析师可能使用回归分析来估计股票的指数模型，回归线的截距等于（　　）的估计值。
A. 资产的 α　B. 资产的 β　C. 资产的 σ
D. 资产的 δ　E. 资产的 ρ

14. 在单因素模型中，特定期间的股票收益率与（　　）相关。
A. 公司特有事件
B. 宏观经济因素
C. 误差项
D. 公司特有事件和宏观经济因素
E. 公司特有风险和宏观经济因素都不

15. 罗森伯格和盖伊发现（　　）有助于预测公司的 β 值。
A. 公司的财务特征值
B. 公司的行业类型
C. 公司规模
D. 公司的财务特征值和行业类型
E. 公司的财务特征值、行业类型和公司规模

16. 如果指数模型是有效的，（　　）有助于确定 GM 和 GE 资产的协方差。
A. β_{GM}　B. β_{GE}　C. σ_M
D. β_{GM}，β_{GE}，σ_M　E. β_{GE}，σ_M

17. 罗森伯格和盖伊发现（　　）有助于预测公司的贝塔值。
A. 资产负债比率
B. 市值
C. 收入变量
D. 资产负债比率、市值、收入变量
E. 只有资产负债比率和收入变量

18. 利用回归方程计算的公司贝塔值是 0.6，通常使用的是技术调整后的贝塔值，调整后的贝塔值（　　）。
A. 大于0，小于0.6　B. 在0.6和1.0之间　C. 在1.0和1.6之间
D. 大于1.6　E. 小于等于0

19. 利用回归方程计算的公司贝塔值是 1.3，通常使用的是技术调整后的贝塔值，调整后的贝塔值（　　）。

A. 大于0，小于1.0　　B. 在0.3和0.9之间　　C. 在1.0和1.3之间

D. 大于1.3　　E. 小于等于0

20. 利用回归分析和历史收益样本计算的埃克森股票的贝塔值是1.6，通常使用技术分析调整后的贝塔值是（　　）。

A. 1.20　　B. 1.32　　C. 1.13

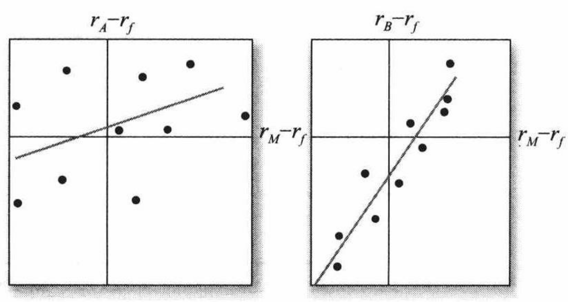
D. 1.40　　E. 1.65

二、课后习题

1. 获得有效分散化组合，指数模型相对于马科维茨模型的优缺点是什么？
2. 管理组合时从单纯跟踪指数到积极管理转变的优缺点是什么？
3. 公司特定风险达到什么样的程度会影响积极型投资者持有指数组合的意愿？
4. 我们为什么称 α 为非市场收益溢价？为何对于积极投资经理高 α 值的股票更有吸引力？其他参数不变，组合成分股的 α 值上升，组合的夏普比率如何变化？
5. 一个投资组合管理组织分析了60只股票并用这60只股票构造了均值－方差有效组合：
   a. 要构造最优组合，需要估计多少期望收益率、方差、协方差？
   b. 如果可以合理假设股票市场的收益结构与单指数模型非常相似，则估计量为多少？
6. 右表是两只股票的估计：
   市场指数标准差为22%，无风险利率为8%。
   a. 股票A和B的标准差是多少？
   b. 假设我们建立一个组合，股票A占30%，股票B占45%，短期国债占25%，计算组合的期望收益、标准差、β 和非系统性标准差。

股票	期望收益（%）	β	公司特定标准差（%）
A	13	0.8	30
B	18	1.2	40

7. 考虑右图中股票A和B的回归线。
   a. 哪只股票的公司特定风险更高？
   b. 哪只股票的系统性风险更高？
   c. 哪只股票 R^2 更高？
   d. 哪只股票 α 值更高？
   e. 哪只股票和市场相关性更高？



8. 考虑A和B的（超额收益）指数模型回归结果：

$$R_A = 1\% + 1.2R_M$$
$$R^2 = 0.576$$
$$\text{残差标准差} = 10.3\%$$
$$R_B = -2\% + 0.8R_M$$
$$R^2 = 0.436$$
$$\text{残差标准差} = 9.1\%$$

   a. 哪只股票的公司特定风险更高？
   b. 哪只股票的市场风险更高？
   c. 哪只股票的收益波动性更好地由市场变动来解释？

d. 如果无风险利率为 6%，而回归使用的是总收益而非超额收益，那么股票 A 的回归截距是多少？

用以下数据解 9 ~ 14 题，假设指数模型回归使用的是超额收益。

$$R_A = 3\% + 0.7R_M + e_A$$

$$R_B = -2\% + 1.2R_M + e_B$$

$$\sigma_M = 20\%;\quad R\text{-square}_A = 0.20;\quad R\text{-square}_B = 0.12$$

9. 每只股票的标准差是多少？
10. 将每只股票的方差分解为系统性和公司特有的两个部分。
11. 两只股票之间的协方差和相关系数是多少？
12. 每只股票与市场指数的协方差是多少？
13. 组合 P 投资 60% 于 A，投资 40% 于 B，重新回答问题 9、10 和 12。
14. 组合 Q 投资 50% 于 P，投资 30% 于市场指数，投资 20% 于短期国库券，重新回答问题 13。
15. 一只股票的 β 值估计为 1.24。
   a. “β 指引” 如何计算该股票的调整 β 值？
   b. 假设你估计如下回归来描述 β 随时间的变化趋势：

   $$\beta_t = 0.3 + 0.7\beta_{t-1}$$

   你对明年 β 的预测是多少？
16. 根据当前的股息水平和预期增长率，股票 A 和 B 的期望收益分别为 11% 和 14%，β 值分别为 0.8 和 1.5，短期国债的利率为 6%，标准普尔 500 指数的期望收益率为 12%，年标准差分别为 10% 和 11%。如果你现在持有消极的指数组合，你会选择哪只股票增加到自己的组合中？
17. 假设投资经理根据宏观和微观预测，得到以下输入表：

微观预测

资产	期望收益率（%）	β	残差标准差（%）
股票 A	20	1.3	58
股票 B	18	1.8	71
股票 C	17	0.7	60
股票 D	12	1	55

宏观预测

资产	期望收益率（%）	标准差
短期国库券	8	0
被动权益组合	16	23

   a. 计算各股票的预期超额收益、α 和残差方差。
   b. 构建最优风险投资组合。
   c. 该最优风险投资组合的夏普比率是多少？积极投资组合对它的贡献是多少？
   d. 假设投资者的风险厌恶系数 $A = 2.8$，对短期国库券和消极股票的投资比例是多少？
18. 当不允许卖空时，重新计算第 17 题：
   a. 根据夏普比率，这个约束的成本是多少？
   b. 假设投资者的风险厌恶系数 $A = 2.8$，投资者的效用值损失多少？
19. 假设基于分析师过去的表现，你估计预测收益和真实 α 之间的关系为：

$$实际超额收益 = 0.3 \times \alpha 的估计值$$

用第 17 题中的 α，期望收益受到 α 估计不准确性的影响有多大？

20. 假设教材表 8-4 第 44 行的 α 预测变为原来的 2 倍，其他数据不变。重新计算最优风险组合。在你计算之前先用最优化过程估计信息率和夏普比率，然后再与估计值做个比较。

三、CFA 考题

1. 将 ABC 与 XYZ 两只股票在 2006 ~ 2010 年 5 年间的年化月收益率数据与市场指数做回归，得到结果如右表所示：

统计量	股票 ABC	股票 XYZ
α	-3.2%	7.3%
β	0.6	0.97
R^2	0.35	0.17
残差标准差	13.02%	21.45%

试说明这些回归结果告诉了分析师 5 年间两只股票风险收益关系的什么信息。假定两只股票包含在一个分散化组合中，结合右下表中取自两个经纪商截至 2010 年 12 月两年间的周数据，评价上述回归结果对风险收益关系的意义。

经纪商	ABC 的 β	XYZ 的 β
A	0.62	1.45
B	0.71	1.25

2. 假设 Baker 基金和标准普尔 500 指数的相关系数为 0.7，那么其总风险中有多少是非系统性的？
3. Charlottesvi1le 国际基金和 EAFE 市场指数的相关系数为 1，EAFE 的期望收益为 11%，Charlottesvi1le 基金的期望收益为 9%，无风险收益率为 3%。基于这一分析，Charlottesvi1le 基金的 β 是多少？
4. β 概念与下列哪个关系最紧密？（ ）

   a. 相关系数。　　b. 均值 - 方差分析。

   c. 非系统性风险。　　d. 系统性风险。
5. β 和标准差是不同的风险度量，原因在于 β 度量（ ）。

   a. 非系统性风险，标准差度量总风险

   b. 系统性风险，标准差度量总风险

   c. 系统性和非系统性风险，标准差度量非系统性风险

   d. 系统性和非系统性风险，标准差度量系统性风险

参考答案

一、选择题

1. C	2. D	3. A	4. B	5. B	6. D	7. A	8. C	9. D	10. E
11. C	12. B	13. A	14. D	15. E	16. D	17. D	18. B	19. C	20. D

二、课后习题

1. 相比于马科维茨模型，指数模型的优点是大量地减少了估计数。此外，马科维茨模型需要大量估计数，可能会导致在实施过程时出现巨大估计错误。指数模型的缺点来自模型的收益残差不相关的假设。如果使用的指数忽略了一个重要的风险因素，那么这种假设便是不正确的。

2. 积极管理投资组合相较于被动地跟踪指数，具有更高的管理费用，但有可能获得更高的投资回报。
3. 这个问题的答案可以从 w^0（教材式（8-20））和 w^*（教材式（8-21））的公式中看出。在其他条件不变的情况下，w^0越小，包含在资产组合中候选资产的剩余方差越大，就越容易被纳入投资组合。此外，当 w^0减小时，w^*也减小。因此，其他条件不变，资产的剩余方差越大，其在最优风险投资组合中的头寸就越小。也就是说，企业特定风险的增加降低了一个积极的投资者愿意放弃持有指数组合的程度。
4. 总风险溢价等于：$\alpha+(\beta\times$市场风险溢价$)$。α 被称为“非市场”收益溢价，因为它是收益溢价中独立于市场表现的一部分。

   夏普比率表明，具有较高 α 的证券更吸引投资者。α 是夏普比率的分子，是一个固定的数，不会受到夏普比率的分母即收益的标准差影响。因此在 α 增加时，夏普比率同比增长。由于投资组合的 α 是证券 α 的组合加权平均，则在其他所有参数不变的前提下，一种证券的 α 值增加将会导致资产组合的夏普比率同比增加。
5. a. 要构造最优投资组合，需要：

   $n=60$ 个均值估计值；

   $n=60$ 个方差估计值；

   $(n^2-n)/2=1\ 770$ 个协方差估计值。

   因此，总计有 $(n^2+3n)/2=1\ 890$ 个估计值。

   b. 在单指数模型中：$r_i-r_f=\alpha_i+\beta_i(r_M-r_f)+e_i$，或等价地，利用超额收益：$R_i=\alpha_i+\beta_iR_M+e_i$。每种股票收益率的方差可以分解成以下几个部分：

   （1）由于共同的市场因素导致的方差：$\beta_i^2\sigma_M^2$。

   （2）由于特定企业未预计到的事件造成的方差：$\sigma^2(e_i)$。

   在这个模型中，$\mathrm{Cov}(r_i,\ r_i)=\beta_i\beta_j\sigma$，需要的参数估计值的数目为：

   $n=60$ 个均值 $E(r_i)$ 的估计值；

   $n=60$ 个敏感性系数 β_i 的估计值；

   $n=60$ 个企业特定方差 $\sigma^2(e_i)$ 的估计值；

   1 个市场均值 $E(r_M)$ 的估计值；

   1 个市场方差 σ_M^2 的估计值。

   因此，共计 182 个估计值。

   单指数模型将需要的参数估计值的数目从 1890 减少到了 182 个，更一般地说，是从 $(n^2+3n)/2$ 减少到 $3n+2$ 个。
6. a. 每种股票的标准差由下式给出：

$$\sigma_i=[\beta_i^2\sigma_M^2+\sigma^2(e_i)]^{1/2}$$

   因为 $\beta_A=0.8$，$\beta_B=1.2$，$\sigma(e_A)=30\%$，$\sigma(e_B)=40\%$，$\sigma_M=22\%$，

   得出

$$\sigma_A=(0.8^2\times22^2+30^2)^{1/2}=34.78\%$$

$$\sigma_B=(1.2^2\times22^2+40^2)^{1/2}=47.93\%$$

   b. 资产组合的期望收益率是单个证券的期望收益率的加权平均：

$$E(r_P)=w_A\times E(r_A)+w_B\times E(r_B)+w_f\times r_f$$

$$E(r_P)=(0.30\times13\%)+(0.45\times18\%)+(0.25\times8\%)=14\%$$

   资产组合的 β 值等同于各证券的 β 值的加权平均：$\beta_P=w_A\times\beta_A+w_B\times\beta_B+w_f\times\beta_f$

$$\beta_P = (0.30 \times 0.8) + (0.45 \times 1.2) + (0.25 \times 0.0) = 0.78$$

资产组合的方差为：$\sigma_P^2 = \beta_P^2\sigma_M^2 + \sigma^2\ (e_P)$

其中，$\beta_P^2\sigma_M^2$ 是系统组成成分，$\sigma^2(e_P)$ 是非系统的成分。由于残差是不相关的，非系统的方差为：$\sigma^2(e_P) = w_A^2 \times \sigma^2(e_A) + W_B^2 \times \sigma^2(e_B) + W_f^2 \times \sigma^2(e_f) = (0.30^2 \times 30^2) + (0.45^2 \times 40^2) + (0.25^2 \times 0) = 405$

其中 $\sigma^2(e_A)$ 和 $\sigma^2(e_B)$ 是股票 A 和股票 B 所具有的企业特有的（非系统的）方差，而 $\sigma^2(e_f)$ 是短期国债的非系统的方差，等于 0。因此资产组合的剩余标准差为：

$$\sigma(e_P) = (0.0405)^{1/2} = 20.12\%$$

资产组合的总体方差为：$\sigma_P^2 = (0.78^2 \times 22^2) + 405 = 699.47$

则资产组合的标准差为 26.41%。

7. a. 图中两条曲线描述了两只股票的证券特征线（SCL）。股票 A 的公司特有风险更高，因为 A 的观测值偏离 SCL 的程度要大于 B。偏离程度由观测值偏离 SCL 的垂直距离来度量。
   b. β 是证券特征线的斜率，也是系统风险的测度指标。股票 B 的证券特征线更陡峭，因此它的系统风险更高。
   c. 证券特征线的 R^2（或者说相关系数的平方）是股票收益率的可解释方差与整体方差的比率，而总体方差又等于可解释方差和不可解释方差（股票的剩余方差）的和：

$$R^2 = \frac{\beta_i^2\sigma_M^2}{\beta_i^2\sigma_M^2 + \sigma^2(e_i)}$$

   由于股票 B 的可解释方差大于股票 A（因为股票 B 的贝塔值更大，所以可解释方差 $\beta_B^2\sigma_M^2$ 更大），并且它的残差 $\sigma^2(e_B)$ 更小，所以其相关系数的平方大于股票 A。
   d. 阿尔法值是证券特征线在期望收益轴上的截距。股票 A 具有正的阿尔法值而股票 B 的阿尔法值为负，所以股票 A 的阿尔法值大。
   e. 因为相关系数是 R^2 的平方根，所以与股票 A 相比，股票 B 的市场相关性更高。
8. a. 企业特有风险通过残差标准差来测度，因此，股票 A 的企业特有风险更高：10.3% >9.1%。
   b. 市场风险以 β 来衡量，即回归曲线的斜率。A 的 β 系数更高：1.2 >0.8。
   c. R^2 测度的是收益整体方差中可由市场收益率来解释的部分。A 的 R^2 大于 B：0.576 >0.436。
   d. 用总收益（r）来代替超额收益（R），重写证券特征线的公式：

$$r_A - r_f = \alpha + \beta \times (r_M - r_f) \Rightarrow r_A = \alpha + r_f \times (1-\beta) + \beta \times r_M$$

   现在的截距为：$\alpha + r_f \times (1-\beta) = 1\% + r_f \times (1-1.2)$

   因为 $r_f = 6\%$，截距应等于 $1\% + 6\% \times (1-1.2) = 1\% - 1.2\% = -0.2\%$
9. 每只股票的标准差可由下式推出：

$$R_i^2 = \frac{\beta_i^2\sigma_M^2}{\sigma_i^2} = \text{被解释方差 / 总体方差}$$

$$\sigma_A^2 = \frac{\beta_A^2\sigma_M^2}{R_A^2} = \frac{0.7^2 \times 20^2}{0.20} = 980 \qquad \sigma_B^2 = \frac{1.2^2 \times 20^2}{0.12} = 4\,800$$

$$\sigma_A = 31.3\% \qquad\qquad \sigma_B = 62.28\%$$

10. A 的系统风险为：$\beta_A^2 \times \sigma_M^2 = 0.70^2 \times 20^2 = 196$。

    A 的公司特有风险（残差方差），即为 A 的总体风险和它的系统风险的差额为：980 − 196 = 784。

    B 的系统风险为：$\beta_B^2 \times \sigma_M^2 = 1.20^2 \times 20^2 = 576$。

    B 的企业特有风险（残差方差）为：4 800 − 576 = 4 224。

11. A 和 B 的收益率的协方差为 $\text{Cov}(r_A,\ r_B)=\beta_A\beta_B\sigma_M^2=0.70\times1.20\times400=336$。

A 和 B 的收益率的相关系数为 $\rho_{AB}=\dfrac{\text{Cov}(r_A,\ r_B)}{\sigma_A\sigma_B}=\dfrac{336}{31.30\times69.28}=0.155$。

12. 相关系数是 R^2 的平方根：$\rho=\sqrt{R^2}$

$$\text{Cov}(r_A,r_M)=\rho\sigma_A\sigma_M=0.20^{1/2}\times31.30\times20=280$$

$$\text{Cov}(r_B,r_M)=\rho\sigma_B\sigma_M=0.12^{1/2}\times69.28\times20=480$$

13. 组合资产 P 可计算如下：

$$\sigma_P=[(0.6^2\times980)+(0.4^2\times4\,800)+(2\times0.4\times0.6\times336)]^{1/2}=1\,282.08^{1/2}=35.81\%$$

$$\beta_P=0.6\times0.7+0.4\times1.2=0.90$$

$$\sigma^2(e_P)=\sigma_P^2-\beta_P^2\sigma_M^2=1\,282.08-0.90^2\times400=958.08$$

$$\text{Cov}(r_P,r_M)=\beta_P\sigma_M^2=0.90\times400=360$$

运用单个股票和市场的协方差，也可以得到相同的结果：

$$\text{Cov}(r_P,r_M)=\text{Cov}(0.6r_A+0.4r_B,r_M)=0.6\times\text{Cov}(r_A,r_M)+0.4\times\text{Cov}(r_B,r_M)$$

$$=0.6\times280+0.4\times480=360$$

14. 国库券的方差为零，它与任何资产的协方差也为零。因此，对于资产组合 Q：

$$\sigma_Q=[w_P^2\sigma_P^2+w_M^2\sigma_M^2+2\times w_P\times w_M\times\text{Cov}(r_P,r_M)]^{1/2}$$

$$=(0.5^2\times1\,282.08+0.3^2\times400+2\times0.5\times0.3\times360)^{1/2}=21.55\%$$

$$\beta_Q=w_P\beta_P+w_M\beta_M=0.5\times0.90+0.3\times1+0.20\times0=0.75$$

$$\sigma^2(e_Q)=\sigma_Q^2-\beta_Q^2\sigma_M^2=464.52-(0.75^2\times400)=239.52$$

$$\text{Cov}(r_Q,r_M)=\beta_Q\sigma_M^2=0.75\times400=300$$

15. a. “β 指引”根据 β 的样本估计值来调整 β，利用权重 2/3 和 1/3 调整使它的均值为 1.0，如下：

$$\text{调整的}\beta=(2/3)\times1.24+(1/3)\times1.0=1.16$$

b. 若用现在的 β 估计值 $\beta_{t-1}=1.24$，则 $\beta_t=0.3+(0.7\times1.24)=1.168$。

16. 对于股票 A：

$$\alpha_A=r_A-[r_f+\beta_A\times(r_M-r_f)]=0.11-[0.06+0.8\times(0.12-0.06)]=0.2\%$$

对于股票 B：

$$\alpha_B=r_B-[r_f+\beta_B\times(r_M-r_f)]=0.14-[0.06+1.5\times(0.12-0.06)]=-1\%$$

因此将股票 A 添加到自己的分散化资产组合中会更好。股票 B 的空头头寸也是合理的。

17. a.

阿尔法（α） $\alpha_i=r_i-[r_f+\beta_i\times(r_M-r_f)]$	**期望超额收益** $E(r_i)-r_f$
$\alpha_A=20\%-[8\%+1.3\times(16\%-8\%)]=1.6\%$	$20\%-8\%=12\%$
$\alpha_B=18\%-[8\%+1.8\times(16\%-8\%)]=-4.4\%$	$18\%-8\%=10\%$
$\alpha_C=17\%-[8\%+0.7\times(16\%-8\%)]=3.4\%$	$17\%-8\%=9\%$
$\alpha_D=12\%-[8\%+1.0\times(16\%-8\%)]=-4.0\%$	$12\%-8\%=4\%$

股票 A、C 有正的 α 值，而股票 B、D 有负的 α 值。它们的残差方差为：

$$\sigma^2(e_A)=0.582=0.336\,4$$

$$\sigma^2(e_B)=0.712=0.504\,1$$

$$\sigma^2(e_C)=0.602=0.360\,0$$

$$\sigma^2(e_D)=0.552=0.302\,5$$

b. 要构建最优风险资产组合，首先需确定最优的积极投资组合。利用 Treynor – Black 方法，构建积极投资组合（见右表）：

	$\frac{a}{\sigma^2(e)}$	$\frac{a/\sigma^2\ (e)}{Sa/\sigma^2(e)}$
A	0.000 476	−0.614 2
B	−0.000 873	1.126 5
C	0.000 944	−1.218 1
D	−0.001 322	1.705 8
总计	−0.000 775	1.000 0

具有正阿尔法值的股票的权数不会为负，反之亦然。可以看出，在积极资产组合中的整个头寸都是负的，并使一切都返回到正常的好状态。

应用这些权重，对积极型资产组合的预测为：

$$\alpha = -0.6142 \times 1.6 + 1.1265 \times (-4.4) - 1.2181 \times 3.4 + 1.7058 \times (-4.0) = -16.90\%$$

$$\beta = -0.6142 \times 1.3 + 1.1265 \times 1.8 - 1.2181 \times 0.70 + 1.7058 \times 1 = 2.08$$

高β值（高于所有单个股票的β值）是来自于具有相对低β值的股票的空头头寸和具有相对高β值的股票的多头头寸。

$$\sigma^2(e) = (-0.6142)^2 \times 0.3364 + 1.1265^2 \times 0.5041 + (-1.2181)^2 \times 0.3600 + 1.7058^2 \times 0.3025 = 2.18096$$

$$\sigma(e) = 147.68\%$$

股票 B 的杠杆头寸（高$\sigma^2(e)$）克服了分散化的影响，并得到了一个高的剩余标准差。最优的风险资产组合在积极型资产组合中占比w^*，计算如下：

$$w_0 = \frac{\alpha/\sigma^2(e)}{[E(r_M) - r_f]/\sigma_M^2} = \frac{-0.1690/21809.6}{0.08/23^2} = -0.05124$$

调整的β为：

$$w^* = \frac{w_o}{1 + (1-\beta)w_0} = \frac{-0.05124}{1 + (1-2.08) \times (-0.05124)} = -0.0486$$

由于w^*是负的，故投资组合为一个具有正α值的股票的正头寸和一个具有负α值的股票的负头寸。指数资产组合的头寸为：$1-(-0.0486)=1.0486$。

c. 为了计算最优资产组合的夏普比率，先计算积极资产组合的信息比率及市场组合的夏普比率。积极资产组合的信息比率计算如下：

$$A = \alpha/\sigma(e) = -16.90\%/147.68\% = -0.1144$$

$$A^2 = 0.0131$$

因此，优化风险资产组合的夏普比率（S）的平方为：

$$S^2 = S_M^2 + A^2 = \left(\frac{8}{23}\right)^2 + 0.0131 = 0.1341$$

$$S = 0.3662$$

与市场的夏普比率比较可得：$S_M = 8\%/23\% = 0.3478$→差距为 0.018 4。

d. 为了计算总资产组合的构成，先计算β值、平均超额收益以及最优风险组合的方差：

$$\beta_P = w_M + (w_A \times \beta_A) = 1.0486 + (-0.0486) \times 2.08 = 0.95$$

$$E(R_P) = \alpha_P + \beta_P E(R_M) = [(-0.0486) \times (-16.90\%)] + (0.95 \times 8\%) = 8.42\%$$

$$\sigma_P^2 = \beta_P^2\sigma_M^2 + \sigma^2(e_P) = (0.95 \times 23)^2 + (-0.0486^2) \times 21809.6 = 528.94$$

$$\sigma_P = 23.00\%$$

由于$A=2.8$，组合的最优头寸为：

$$y = 8.42\%/(0.01 \times 2.8 \times 0.529) = 0.5685$$

采取消极策略时：$y=8\%/(0.01\times2.8\times0.232)=0.5401$

差额为0.0284。最终头寸为（M可能包含一些从A到D的股票）：

票据	$1-0.5685=$	43.15%
M	$0.5685\times1.0486=$	59.61%
A	$0.5685\times(-0.0486)\times(-0.6142)=$	1.70%
B	$0.5685\times(-0.0486)\times1.1265=$	−3.11%
C	$0.5685\times(-0.0486)\times(-1.2181)=$	3.37%
D	$0.5685\times(-0.0486)\times1.7058=$	−4.71%
	（四舍五入）	100.00%

18. a. 如果一个管理者不允许卖空，他的资产组合中将不会有α值为负的股票，因此他将只考虑A和C：

	α	$\sigma^2(e)$	$\frac{a}{\sigma^2(e)}$	$\frac{a/\sigma^2(e)}{Sa/\sigma^2(e)}$
A	1.6	3 364	0.000 476	0.335 2
C	3.4	3 600	0.000 944	0.664 8
			0.001 420	1.000 0

积极组合的预测为：

$$\alpha=0.3352\times1.6+0.6648\times3.4=2.80\%$$

$$\beta=0.3352\times1.3+0.6648\times0.7=0.90$$

$$\sigma^2(e)=0.3352^2\times0.3364+0.6648^2\times0.3600=0.1969$$

$$\sigma(e)=44.37\%$$

在积极组合中的权重为：

$$w_0=\frac{\alpha/\sigma^2(e)}{E(R_M)/\sigma_M^2}=\frac{2.80/1\,969.03}{8/23^2}=0.0940$$

调整的β为：

$$w^*=\frac{w_0}{1+(1-\beta)w_0}=\frac{0.094}{1+[(1-0.90)\times0.094]}=0.0931$$

积极组合的信息比率为：

$$A=\alpha/\sigma(e)=2.80\%/44.37\%=0.0631$$

因此，夏普比率的平方为：

$$S^2=(8\%/23\%)^2+0.0631^2=0.1250$$

故$S=0.3535$。

市场的夏普比率为$S_M=0.3478$。

当允许卖空时，管理者的夏普比率更高（0.3662）。减少的夏普比率是卖空约束的成本。

最优风险组合的特征值为：

$$\beta_P=w_M+w_A\times\beta_A=(1-0.0931)+(0.0931\times0.9)=0.99$$

$$E(R_P)=\alpha_P+\beta_P\times E(R_M)=(0.0931\times2.8\%)+(0.99\times8\%)=8.18\%$$

$$\sigma_P^2=\beta_P^2\times\sigma_M^2+\sigma^2(e_P)=(0.99\times23)^2+(0.0931^2\times1969.03)=535.54$$

$$\sigma_P=23.14\%$$

由$A=2.8$，资产组合的最优头寸为：

$$y=8.18\%/(0.01\times2.8\%\times0.535)=0.5455$$

每种资产的最终头寸为：

票据	$1-0.5455=$	45.45%
M	$0.5455\times(1-0.0931)=$	49.47%
A	$0.5455\times0.0931\times0.3352=$	1.70%
C	$0.5455\times0.0931\times0.6648=$	3.38%
		100.00%

b. 无限制。受卖空限制的以及对于消极策略的最优总资产组合的均值和方差分别为：

	$E(R_C)$	σ_C^2
无限制	$0.5685\times8.42\%=4.79$	$0.5685^2\times528.94=170.95$
存在限制	$0.5455\times8.18\%=4.46$	$0.5455^2\times535.54=159.36$
消极策略	$0.5401\times8.00\%=4.32$	$0.5401^2\times529.00=154.31$

利用公式可算出效用水平如下：$E(r_C)-0.005A\sigma_C^2$

无限制：$8\%+4.79\%-0.005\times2.8\%\times0.17095=10.40\%$；

存在限制：$8\%+4.46\%-0.005\times2.8\%\times0.15936=10.23\%$；

消极策略：$8\%+4.32\%-0.005\times2.8\%\times0.15431=10.16\%$。

19. 所有的阿尔法值减少到0.3乘以它们的最初值，因此，在积极资产组合中每种证券的相对权数不会发生改变，但是积极资产组合的阿尔法值仅仅是它以前值的0.3倍：$0.3\times(-16.90\%)=-5.07\%$。投资者在积极资产组合中将持有一个更小的头寸。最佳风险组合在积极资产组合中有一个w^*比例：

$$w_0=\frac{\alpha/\sigma^2(e)}{E(r_M-r_f)/\sigma_M^2}=\frac{-0.0507/21809.6}{0.08/23^2}=-0.01537$$

调整负头寸的原因前面已给出。调整后的β为：

$$w^*=\frac{w_0}{1+(1-\beta)w_0}=\frac{-0.01537}{1+(1-2.08)\times(-0.01537)}=-0.0151$$

由于w^*是负的，结果为：正阿尔法值股票的头寸为正，负阿尔法值股票的头寸为负。指数型资产组合的头寸为：$1-(-0.0151)=1.0151$。

为了计算最佳风险投资组合的夏普比率，需要计算积极资产组合的信息比率和市场组合的夏普比率。积极资产组合的信息比率为0.3乘以它以前的值：

$$A=\frac{\alpha}{\sigma(e)}=\frac{-5.07}{147.68}=-0.0343\quad A^2=0.00118$$

因此，最佳风险投资组合的夏普比率的平方为：

$$S^2=S_M^2+A^2=(8\%/23\%)^2+0.00118=0.1222$$

$$S=0.3495$$

将其与市场组合的夏普比率进行比较：$S_M=8/23=0.3478$，差额为：0.0017。

注意，α的预测值与0.3相乘后减小了信息比率的平方，并使得对夏普比率的平方的改进减少到原来的$0.3^2=0.09$倍。

20. 如果每个预测α值增加一倍，那么积极投资组合的α也将增加一倍。在其他条件相同的情况下，积极投资组合的信息比率（IR）也增加了一倍。最优投资组合的夏普比率的平方（S^2）等于市场指数夏普比率的平方（SM^2）加信息比率的平方。由于信息比率增加了一

倍，其平方为原来的4倍。因此：$S^2 = SM^2 + (4 \times IR)$

相对于以前的S^2，差距为：$3IR$。

三、CFA 考题

1. 基于5年间60个月的月收益率，回归分析提供了大量的分析数据。

   ABC股票的β为0.60，低于股票的平均β值1.0，表明当标准普尔500每上升或下降一个百分点，ABC股票的收益率平均地上升或下降仅0.6个百分点。这表明ABC股票的系统风险或市场风险相对典型股票的风险要低。ABC股票的α（回归截距）为-3.2%，表明当市场收益率为0时，ABC股票的平均收益率为-3.2%。ABC股票的非系统风险，或者说剩余风险，用$\sigma(e)$来测度，等于13.02%。对ABC股票来说，它的R^2为0.35，表明线性回归的拟合程度高于股票典型值。

   XYZ股票的β比0.97略高，表明XYZ股票的收益率情况类似于β为1.0的市场指数，因此该股票在被观测期内具有平均的系统风险。XYZ股票的α为正且较大，表明平均而言，XYZ股票有一个接近于7.3%的收益率，是独立于市场收益率的。剩余风险为21.45%，是股票ABC的1.5倍，表明对XYZ股票来说，在回归线附近观测值分布比较分散。相应的回归模型的拟合也较差，这与R^2仅为0.17也是一致的。

   投资于这两种股票中的一种对分散化投资组合的影响可能是不同的。假定两种资产的贝塔值在一定时期内不变，那么其系统风险水平有很大不同。取自两家经纪公司的β数据可能有助于得出一些推论。股票ABC的3个贝塔值很相近，尽管基础数据因样本不同而有所不同，其估计区间为0.60到0.71，远低于市场贝塔值均值1.0。XYZ股票的β随着计算来源的不同有很大的变化，最大值达到最近两年的每周价格变动观测值的1.45。可以推知XYZ股票未来的β可能大于1.0，这意味着它含有的系统风险可能比根据5年间的季度数据回归所显示的系统风险要大。

   这些股票表现出明显不同的系统风险特征。如果这些股票加入到一个充分分散化的资产组合中，资产组合整体的波动性会明显增加。

2. 回归得到的R^2为：$0.70^2 = 0.49$。

   因此51%的方差无法用市场风险解释，这些风险属于非系统风险。

3. $0.09 = 0.03 + \beta(0.11 - 0.03)$，解得$\beta = 0.75$。

4. d。因为β在资本资产定价模型中代表系统性风险。

5. b。