

第 7 章

最优风险资产组合

试用水印

一、选择题

1. 市场风险通常是指（ ）。
 - A. 系统风险，可分散风险
 - B. 系统风险，不可分散风险
 - C. 特有风险，不可分散风险
 - D. 特有风险，可分散风险
 - E. 公司特有风险

2. 可以被分散掉的风险是（ ）。
 - A. 公司特有风险
 - B. 贝塔系数
 - C. 系统风险
 - D. 市场风险
 - E. 非系统风险

3. 风险资产组合的方差是（ ）。
 - A. 证券方差的加权值
 - B. 证券方差的总和
 - C. 证券方差和协方差的加权值
 - D. 证券协方差的总和
 - E. 证券协方差的加权值

4. 风险资产组合的标准差是（ ）。
 - A. 证券方差加权值的平方根
 - B. 证券方差总和的平方根
 - C. 证券方差和协方差的加权值的平方根
 - D. 证券协方差总和的平方根
 - E. 证券协方差的加权值

5. 风险资产组合的预期收益率是（ ）。
 - A. 证券期望收益率的加权平均值
 - B. 证券期望收益率的总和
 - C. 证券方差和协方差的加权值
 - D. 证券期望收益率的加权平均值，也是证券方差和协方差的加权值
 - E. 证券协方差的加权值

6. 在其他条件相同的情况下，当（ ）的时候分散化投资最有效。
 - A. 证券的收益不相关
 - B. 证券的收益正相关
 - C. 证券收益很高
 - D. 证券收益负相关
 - E. 证券收益正相关，并且证券收益很高

7. 风险资产的有效边界是指（ ）。
 - A. 高于所有最小方差组合的那部分投资机会集
 - B. 代表最高标准差的那部分投资机会集
 - C. 包括最小标准差的那部分投资机会集
 - D. 标准差为0的投资组合集合
 - E. 高于所有最小方差组合的那部分投资机会集，以及代表最高标准差的那部分投资机会集

8. 无风险证券和风险证券N的资本配置线是（ ）。
 - A. 风险资产的所有最小方差组合与无风险利率的连接线
 - B. 具有最高预期收益率的风险资产组合的有效边界与无风险利率的连接线
 - C. 无风险利率与风险资产组合有效边界的切线
 - D. 无风险利率的水平线
 - E. 风险资产的所有最大方差组合与无风险利率的连接线

9. 考虑完全负相关的两种证券投资组合机会集，它们的最小方差组合的标准差通常（ ）。
 - A. 大于0
 - B. 等于0
 - C. 等于证券标准差之和

- D. 等于 -1 E. 在 0 到 -1 之间

10. 下列关于两种风险资产组合方差的说法哪项是正确的? ()

 - A. 证券之间的相关系数越大, 组合方差减小得越多。
 - B. 证券组合的方差和相关系数之间是线性关系。
 - C. 证券之间的相关性越低, 投资组合的方差越小。
 - D. 证券之间的相关系数越大, 组合方差减小得越多; 证券的相关系数和投资组合的方差之间是线性关系。
 - E. 证券之间的相关系数越大, 组合方差减小得越多; 证券之间相关性越低, 投资组合的方差越小。

11. 风险证券 N 的有效投资组合是 ()。

 - A. 由具有最高收益率的证券组成的, 不论其标准差是多少
 - B. 在给定的风险水平下, 具有最高的收益率
 - C. 从中选择的具有最低标准差的证券, 不论其收益率是多少
 - D. 具有最高的风险和收益率, 以及最大的标准差
 - E. 具有最低的标准差和收益率

股票 A 和股票 B 概率分布如下表所示。

| 状态 | 概率 | 股票 A 的 收益率 (%) | 股票 B 的 收益率 (%) | 状态 | 概率 | 股票 A 的 收益率 (%) | 股票 B 的 收益率 (%) |
|----|------|-------------------|-------------------|----|------|-------------------|-------------------|
| 1 | 0.10 | 10 | 8 | 4 | 0.30 | 14 | 9 |
| 2 | 0.20 | 13 | 7 | 5 | 0.20 | 15 | 8 |
| 3 | 0.20 | 12 | 6 | | | | |

12. 股票 A 和股票 B 的预期收益率分别是 ()。
A. 13.2% ; 9% B. 14% ; 10% C. 13.2% ; 7.7%
D. 7.7% ; 13.2% E. 13.8% ; 9.3%

13. 股票 A 和股票 B 的标准差分别是 ()。
A. 1.5% ; 1.9% B. 2.5% ; 1.1% C. 3.2% ; 2.0%
D. 1.5% ; 1.1% E. 1.8% ; 1.6%

14. 股票 A 和股票 B 的方差分别是 ()。
A. 1.5% ; 1.9% B. 2.2% ; 1.2% C. 3.2% ; 2.0%
D. 1.5% ; 1.1% E. 1.4% ; 2.1%

15. 股票 A 和股票 B 的相关系数是 ()。
A. 0.46 B. 0.60 C. 0.58
D. 1.20 E. 0.73

16. 如果你将 40% 的资金投资于股票 A, 60% 的资金投资于股票 B, 你的投资组合的预期收益率和标准差分别是多少? ()
A. 9.9% ; 3% 。 B. 9.9% ; 1.1% 。 C. 11% ; 1.1% 。
D. 11% ; 3% 。 E. 10.6% ; 2.1% 。

17. 建立最小方差组合 G, 在 G 中股票 A 和股票 B 的权重分别是 ()。
A. 0.40; 0.60 B. 0.66; 0.34 C. 0.34; 0.66
D. 0.77; 0.23 E. 0.23; 0.77

18. 最小方差组合 G 的预期收益率和标准差分别是 ()。

- A. 10.07% ; 1.05% B. 8.97% ; 2.03% C. 10.07% ; 3.01%
 D. 8.97% ; 1.05% E. 7.56% ; 0.83%
19. 下列哪个组合位于有效边界上? ()
 A. 20% 投资于 A, 80% 投资于 B。
 B. 15% 投资于 A, 85% 投资于 B。
 C. 26% 投资于 A, 74% 投资于 B。
 D. 10% 投资于 A, 90% 投资于 B。
 E. 20% 投资于 A, 80% 投资于 B; 15% 投资于 A, 75% 投资于 B。这两种组合都在有效边界上。

二、课后习题

1. 以下哪些因素反映了单纯市场风险? ()
 a. 短期利率上升。 b. 公司仓库失火。 c. 保险成本增加。
 d. 首席执行官死亡。 e. 劳动力成本上升。
2. 将增加房地产到一个股票、债券和货币的资产组合中，房地产收益的哪些因素影响组合风险? ()
 a. 标准差。 b. 期望收益。 c. 和其他资产的相关性。
3. 以下关于最小方差组合的陈述哪些是正确的? ()
 a. 它的方差小于其他证券或组合。
 b. 它的期望收益比无风险利率低。
 c. 它可能是最优风险组合。
 d. 它包含所有证券。

用以下数据回答习题 4~10: 一个养老金经理考虑 3 个共同基金。第 1 个是股票基金，第 2 个是长期政府和公司债基金，第 3 个是短期国债货币基金，收益率为 8%。风险组合的概率分布如下表所示。

| | (%) | |
|--------|------|-----|
| | 期望收益 | 标准差 |
| 股票基金 S | 20 | 30 |
| 债券基金 B | 12 | 15 |

基金的收益率之间的相关系数为 0.1。

4. 两种风险基金的最小方差投资组合的投资比例是多少？这种投资组合收益率的期望值与标准差各是多少？
5. 制表并画出这两种风险基金的投资可行集，股票基金的投资比率从 0 ~ 100% 按照 20% 的幅度增长。
6. 从无风险收益率到可行集曲线画一条切线，由此得到的最优投资组合的期望收益与标准差各是多少？
7. 计算出最优风险投资组合下每种资产的比例以及期望收益与标准差。
8. 最优配置线下的最优报酬 - 波动性比率是多少？
9. 投资者对他的投资组合的期望收益要求为 14%，是有效的，并且在最优可行资本市场线上。

- a. 投资者投资组合的标准差是多少?
- b. 在短期国库券上的投资比例以及在其他两种风险基金上的投资比例是多少?
10. 如果投资者只用两种风险基金进行投资并且要求 14% 的收益率, 那么他的组合投资比例是怎样的?
11. 股票提供的期望收益率为 18%, 标准差为 22%。黄金提供的期望收益率为 10%, 标准差为 30%。
- 根据黄金在平均收益和波动性上的明显劣势, 有人会愿意持有它吗? 如果有, 用图形表示这样做的理由。
 - 由上面的数据, 再假设黄金与股票的相关系数为 1, 回答 a, 画图表示为什么有人会或不会在他的投资组合中持有黄金。这一系列有关期望收益率、标准差、相关性的假设代表了证券市场的均衡吗?
12. 假设证券市场中有许多股票, 股票 A 和股票 B 如右表所示。
- 相关系数为 -1。
假设可以以无风险利率借入资金, 则无风险收益率是多少 (由股票 A 和股票 B 构造)?
- | | (%) | |
|----|-------|-----|
| 股票 | 期望收益 | 标准差 |
| A | 10 | 5 |
| B | 15 | 10 |
13. 假设所有证券的期望收益、标准差和无风险利率已知, 这时所有投资者会持有同样的最优风险资产, 判断正误。
14. 组合的标准差等于组合中资产的标准差的加权平均值。判断正误。
15. 假设有一个项目, 有 0.7 的概率使你的投资翻倍, 有 0.3 的概率使你的投资减半。这项投资收益的风险是多少?
16. 假设你有 100 万美元, 由以下两种资产来构造组合:
- 无风险资产年收益率 12%;
 - 风险资产, 期望收益率 30%, 标准差 40%。
- 构造的组合标准差 30%, 则期望收益率是多少?

以下数据用于回答习题 17~19: $\text{Corr}(A, B) = 0.85$; $\text{Corr}(A, C) = 0.6$; $\text{Corr}(A, D) = 0.45$, 每只股票期望收益率为 8%, 标准差 20%。

17. 如果你整个组合就是股票 A, 你可以加入一只股票, 你的选择是哪个?
18. 对风险厌恶程度不同的投资者来说上述问题的答案会变化吗?
19. 假设增加一种股票的同时还可以增加投资短期国债, 利率为 8%, 你会改变上述问题的答案吗?

下表中的数据为复利年收益率, 回答习题 20 和习题 21。

| | (%) | | | | | | | |
|--------|-----------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | 20 世纪 20 年代 ^① | 20 世纪 30 年代 | 20 世纪 40 年代 | 20 世纪 50 年代 | 20 世纪 60 年代 | 20 世纪 70 年代 | 20 世纪 80 年代 | 20 世纪 90 年代 |
| 小公司股票 | -3.72 | 7.28 | 20.63 | 19.01 | 13.72 | 8.75 | 12.46 | 13.84 |
| 大公司股票 | 18.36 | -1.25 | 9.11 | 19.41 | 7.84 | 5.90 | 17.60 | 18.20 |
| 长期政府债券 | 3.98 | 4.60 | 3.59 | 0.25 | 1.14 | 6.63 | 11.50 | 8.60 |
| 中期政府债券 | 3.77 | 3.91 | 1.70 | 1.11 | 3.41 | 6.11 | 12.01 | 7.74 |
| 短期政府债券 | 3.56 | 0.30 | 0.37 | 1.87 | 3.89 | 6.29 | 9.00 | 5.02 |
| 通货膨胀率 | -1.00 | -2.04 | 5.36 | 2.22 | 2.52 | 7.36 | 5.10 | 2.93 |

①基于 1926~1929 年。

20. 将表中的数据填入电子数据表，计算各类资产收益率和通货膨胀率的序列相关系数，以及各类资产之间的相关系数。
21. 将表中的收益率转化为实际收益率，重新上一问题。

习题 22 ~ 25 的相关信息如下。 Greta 是一位年长的投资者，投资期为 3 年时，其风险回避系数为 3。她在考虑投资于两个组合：标准普尔 500 和一个对冲基金两者都是 3 年的投资策略（所有收益率均为年化，连续复利）。标准普尔 500 的风险溢价预计为每年 5%，标准差 20%；对冲基金的风险溢价预计为 10%，标准差 35%。某一组合某年的收益率与其自身收益率或其他组合收益率都不相关。对冲基金经理声称标准普尔 500 的年收益率与对冲基金的当年收益率的相关系数为零，但是 Greta 对此持怀疑态度。

22. 计算这两个组合的 3 年风险溢价、标准差和夏普比率。
23. 假设两个组合的年收益率间相关系数真的为零，最优组合配置策略是什么？Greta 的资本配置是怎样的？
24. 如果组合年度收益之间相关系数为 0.3，年化方差是多少？
25. 相关系数为 0.3 时的 3 年期收益的协方差是多少？

三、CFA 考题

下面的数据用于 1 ~ 3 题。

H&A 公司为 W 养老基金管理着 3 000 万美元的股票投资组合。W 基金的财务主管琼斯注意到 H&A 在 W 基金的 6 个股票经理人中持续保持着最优的纪录。在过去的 5 年中有 4 年 H&A 公司管理的投资组合的表现明显优于标准普尔 500 指数。唯一业绩不佳的一年带来的损失也是微不足道的。

H&A 公司是一个“特立独行”的管理者。该公司尽量避免在对市场的时机预测上做任何努力，它把精力主要放在对个股的选择而不是对行业好坏的评估上。

6 位管理者之间没有明显一致的管理模式。除了 H&A，其余 5 位经理共计管理着由 150 种以上的个股组成的 2.5 亿美元的资产。

琼斯相信 H&A 可以在股票选择上表现出出众的能力，但是受投资高度分散化的限制，达不到高额的收益率。这几年来，H&A 公司的投资组合一般包含 40 ~ 50 只股票，每只股票占基金的 2% ~ 3%。H&A 公司之所以在大多数年份里表现还不错，原因在于它每年都可以找到 10 ~ 20 只获得高额收益率的股票。

基于以上情况，琼斯向 W 养老基金委员会提出以下计划：把 H&A 公司管理的投资组合限制在 20 只股票以内。H&A 公司会对其真正感兴趣的股票投入加倍的精力，而取消其他股票的投资。如果没有这个新的限制，H&A 公司就会像以前那样自由地管理投资组合。

基金委员会的大多数成员都同意琼斯的观点，他们认为 H&A 公司确实表现出了在股票选择上的卓越能力。但是该建议与以前的实际操作相背离，几个委员对此提出了质疑，请根据上述情况回答下列问题。

1. a. 20 只股票的限制会增加还是减少投资组合的风险？请说明理由。
- b. H&A 公司有没有办法使股票数由 40 只减少到 20 只，而同时又不会对风险造成很大的影响？请说明理由。
2. 一名委员在提及琼斯的建议时特别热心，他认为如果把股票数减少到 10 只，H&A 公司的业绩将会更好。但是如果把股票减少到 20 只被认为是有利的，试说明为什么减少到 10

只反而不那么有利了？（假设 W 养老基金把 H&A 公司的投资组合与基金的其他组合分开考虑。）

3. 另一名委员建议，与其把每种投资组合与其他的投资组合独立起来考虑，不如把 H&A 公司管理的投资组合的变动放到整个基金的角度上来考虑会更好。解释这一观点将对委员会把 H&A 公司的股票减至 10 只还是 20 只的讨论产生什么影响？
4. 下面哪一种投资组合不属于马科维茨描述的有效边界（见下表）？

| 投资组合 | 期望收益 (%) | 标准差 (%) | 投资组合 | 期望收益 (%) | 标准差 (%) |
|------|----------|---------|------|----------|---------|
| a. W | 15 | 36 | c. Z | 5 | 7 |
| b. X | 12 | 15 | d. Y | 9 | 21 |

5. 下面对投资组合分散化的说法哪些是正确的？
 - a. 适当的分散化可以减少或消除系统风险。
 - b. 分散化减少投资组合的期望收益，因为它减少了投资组合的总体风险。
 - c. 当把越来越多的证券加入投资组合时，总体风险一般会以递减的速率下降。
 - d. 除非投资组合包含至少 30 只的个股，分散化降低风险的好处不会充分显现。
6. 测度分散化投资组合中的某一证券的风险用的是（ ）。
 - a. 特有风险
 - b. 收益的标准差
 - c. 再投资风险
 - d. 协方差
7. 马科维茨描述的投资组合理论主要关注于（ ）。
 - a. 系统风险的减少
 - b. 分散化对投资组合的风险影响
 - c. 非系统风险的确认
 - d. 积极的资产管理以扩大收益
8. 假设一名风险厌恶的投资者拥有 M 公司的股票，他决定在其投资组合中加入 Mac 公司或是 G 公司的股票。这 3 只股票的期望收益率和总体风险水平相当，M 公司股票与 Mac 公司股票的协方差为 -0.5，M 公司股票与 G 公司股票的协方差为 0.5。则投资组合（ ）。
 - a. 买入 Mac 公司股票，风险会降低更多
 - b. 买入 G 公司股票，风险会降低更多
 - c. 买入 G 公司股票或 Mac 公司股票都会导致风险增加
 - d. 由其他因素决定风险的增加或降低
9. A、B、C 三只股票具有相同的期望收益率和方差，右表为三只股票收益之间的相关系数。根据这些相关系数，风险水平最低的投资组合为（ ）。

| | 股票 A | 股票 B | 股票 C |
|------|------|------|------|
| 股票 A | +1.0 | | |
| 股票 B | +0.9 | +1.0 | |
| 股票 C | +0.1 | -0.4 | +1.0 |

 - a. 平均投资于 A 和 B
 - b. 平均投资于 A 和 C
 - c. 平均投资于 B 和 C
 - d. 全部投资于 C
10. A、B、C 三只股票的统计数据如下表所示：

仅从表中信息出发，在等权重 A 和 B 的投资组合和等权重 B 和 C 的组合中做选择，请说明理由。

| 收益标准差 | | | |
|-----------|------|------|------|
| 股票 | A | B | C |
| 收益标准差 (%) | 40 | 20 | 40 |
| 收益相关系数 | | | |
| 股票 | A | B | C |
| A | 1.00 | 0.90 | 0.50 |
| B | | 1.00 | 0.10 |
| C | | | 1.00 |

11. 斯蒂文森目前有 200 万美元的投资组合，组合情况见下表。

| | 价值 (美元) | 占总额的百分比 (%) | 期望年收益率 (%) | 年标准差 (%) |
|--------|-----------|-------------|------------|----------|
| 短期债券 | 200 000 | 10 | 4.6 | 1.6 |
| 国内大盘股 | 600 000 | 30 | 12.4 | 19.5 |
| 国内小盘股 | 1 200 000 | 60 | 16.0 | 29.9 |
| 投资组合总和 | 2 000 000 | 100 | 13.8 | 23.1 |

斯蒂文森计划将很快就能到手的另外 200 万美元全部投资于指数基金，这样就可以和现在的投资组合构成很好的互补关系。特许金融分析师库普评估表中的 4 种指数基金是否可以满足组合的两个标准，即维持或提高期望收益和维持或降低波动性。

每种基金投资于一类资产，这些类别在现在的证券组合中并没有充分表现出来。

| 指数基金 | 期望年收益率 (%) | 标准差 (%) | 与目前投资组合的相关性 |
|------|------------|---------|-------------|
| 基金 A | 15 | 25 | +0.80 |
| 基金 B | 11 | 22 | +0.60 |
| 基金 C | 16 | 25 | +0.90 |
| 基金 D | 14 | 22 | +0.65 |

请问库普应该向斯蒂文森推荐哪个基金？说说你选择的基金如何很好地满足了库普的两个标准，这不需要任何计算。

12. 格蕾丝有 90 万美元完全分散化的证券投资组合。随后她继承了价值 10 万美元的欧洲公司普通股。她的财务顾问提供了如右表所示的预测信息。

欧洲公司股票与原始证券组合的收益相关系数为 0.4。

遗产继承改变了格蕾丝的全部证券投资组合，她正在考虑是否要继续持有欧洲公司股票。假定格蕾丝继续持有欧洲股票，请计算：

- 包括欧洲公司股票在内的新证券投资组合的期望收益。
- 欧洲公司股票与原投资组合收益的协方差。
- 包括欧洲公司股票在内的新投资组合的标准差。

如果格蕾丝卖掉欧洲股票，她将投资于无风险的月收益率为 0.42% 的政府证券，假定她卖掉欧洲股票并用此收入购买了政府证券，请计算：

- 包括政府证券在内的新投资组合的期望收益。
- 政府证券收益与原证券投资组合收益的协方差。
- 包括政府证券在内的新投资组合的标准差。

| | 期望月收益率 (%) | 月收益标准差 (%) |
|--------|------------|------------|
| 原始证券组合 | 0.67 | 2.37 |
| 欧洲公司 | 1.25 | 2.95 |

- c. 比较包括政府证券在内的新投资组合与原证券组合的系统风险，二者谁高谁低？
- d. 格蕾丝经过与丈夫商量后，考虑要卖出 10 万美元的欧洲公司股票，买入 10 万美元的 XYZ 公司普通股。这两种股票的期望收益和标准差都相等。她丈夫说，是否用 XYZ 公司股票替代欧洲公司股票并无区别。判断她丈夫的说法是否正确，并说明理由。
- 格蕾丝最近和她的财务顾问说：“如果我的证券投资不亏本，我就满足了。我虽然希望得到更高的收益，但我更害怕亏本。”
- e. i. 用收益标准差作为风险衡量的标准，指出格蕾丝的一个不合理之处。
ii. 给出一个当前情况下一种更合适的风险衡量方法。
13. 特许金融分析师特鲁迪最近约见了一位客户。特鲁迪主要投资于来自几个产业的 30 多只公司股票。约见结束后，客户说：“我相信你的股票选择能力，我认为你应将我的资金投资于你认为最好的 5 只股票，你明显偏爱其中几只股票，为何还要投资于 30 家公司？”特鲁迪准备运用现代证券组合理论给他做解释。
- a. 试比较系统性风险与公司特有风险的概念，并各举一例。
b. 评论客户的建议。说说随着证券组合中证券数量的增加，系统性风险与公司特有风险各自将如何变化？

参考答案

一、选择题

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. B | 2. A | 3. C | 4. C | 5. A | 6. D | 7. A | 8. C | 9. B | 10. C |
| 11. B | 12. C | 13. D | 14. B | 15. A | 16. B | 17. E | 18. D | 19. C | |

二、课后习题

- a 和 e。短期利率和劳工问题是所有公司共有的影响因素，因此必须考虑为市场风险因素。剩下的 3 个因素并非在所有公司中具有共同性，并不是市场风险的一部分。
- a 和 c。房地产的方差（或标准差）和房地产收益与其他资产类别收益之间的相关性影响着投资组合的风险。（注意房地产收益率和现金收益率之间的相关性很有可能为零。）
- a。
- 机会集的参数为： $E(r_s) = 20\%$ ， $E(r_B) = 12\%$ ， $\sigma_s = 30\%$ ， $\sigma_B = 15\%$ ， $\rho = 0.10$ 。根据标准差和相关系数，可以推出协方差矩阵（注意 $\text{Cov}(r_s, r_B) = \rho \times \sigma_s \times \sigma_B$ ）：

| | | 债券 | 股票 |
|----|-----|-----|----|
| 债券 | 225 | 45 | |
| 股票 | 45 | 900 | |

最小方差组合可由下列公式推出：

$$w_{\min}(S) = \frac{\sigma_B^2 - \text{Cov}(r_s, r_B)}{\sigma_s^2 + \sigma_B^2 - 2\text{Cov}(r_s, r_B)} = \frac{225 - 45}{900 + 225 - (2 \times 45)} = 0.1739$$

$$w_{\min}(B) = 1 - 0.1739 = 0.8261$$

最小方差组合的均值和标准差为：

$$E(r_{\min}) = (0.1739 \times 0.20) + (0.8261 \times 0.12) = 0.1339 = 13.39\%$$

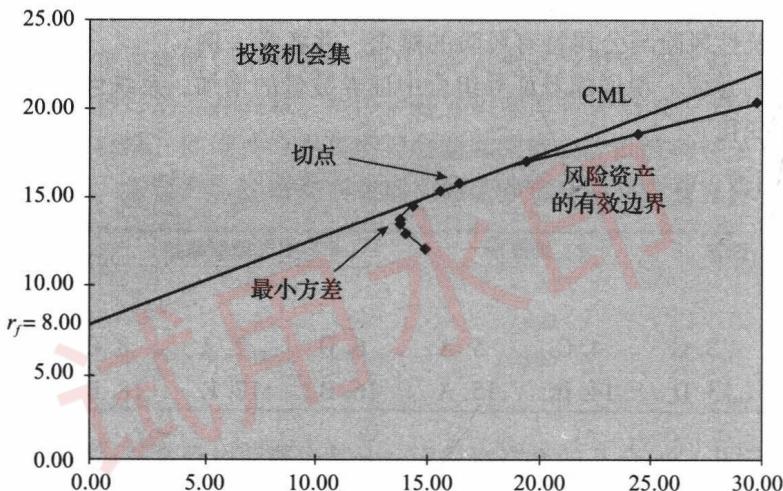
$$\begin{aligned}\sigma_{\min} &= [w_S^2 \sigma_S^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_S W_B \text{Cov}(r_S, r_B)]^{1/2} \\ &= [(0.1739^2 \times 900) + (0.8261^2 \times 225) + (2 \times 0.1739 \times 0.8261 \times 45)]^{1/2} \\ &= 13.92\%\end{aligned}$$

5.

(%)

| 股票基金比例 | 债券基金比例 | 预期收益率 ¹ | 标准差 | |
|--------|--------|--------------------|-------|--------|
| 0.00 | 100.00 | 12.00 | 15.00 | |
| 17.39 | 82.61 | 13.39 | 13.92 | 最小方差 |
| 20.00 | 80.00 | 13.60 | 13.94 | |
| 40.90 | 60.00 | 15.20 | 15.70 | |
| 45.16 | 54.84 | 15.61 | 16.54 | 切点资产组合 |
| 60.00 | 40.00 | 16.80 | 19.53 | |
| 80.00 | 20.00 | 18.40 | 24.48 | |
| 100.00 | 0.00 | 20.00 | 30.00 | |

图形如下：



6. 从上图可知，最优资产组合是切点处资产组合，其期望收益近似为 15.6%，标准差近似为 16.5%。

7. 最优风险投资组合投资于股票基金的比例由下式给出：

$$\begin{aligned}w_S &= \frac{[E(r_S) - r_f] \times \sigma_B^2 - [E(r_B) - r_f] \times \text{Cov}(r_S, r_B)}{[E(r_S) - r_f] \times \sigma_B^2 + [E(r_B) - r_f] \times \sigma_S^2 - [E(r_S) - r_f + E(r_B) - r_f] \times \text{Cov}(r_S, r_B)} \\ &= \frac{(0.20 - 0.08) \times 225 - (0.12 - 0.08) \times 45}{[(0.20 - 0.08) \times 225] \times [(0.12 - 0.08) \times 900] - (0.20 - 0.08 + 0.12 - 0.08) \times 45} \\ &= 0.4516\end{aligned}$$

$$w_B = 1 - 0.4516 = 0.5484$$

最优风险投资组合的均值和标准差如下：

$$E(r_p) = (0.4516 \times 0.20) + (0.5484 \times 0.12) = 0.1561 = 15.61\%$$

$$\sigma_p = [(0.4516^2 \times 900) + (0.5484^2 \times 225) + (2 \times 0.4516 \times 0.5484 \times 45)]^{1/2} = 16.54\%$$

8. 最优资本配置线下的最优报酬率-波动性比率为：

$$\frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} = \frac{0.1561 - 0.08}{0.1654} = 0.4601$$

9. a. 资本配置线的公式为： $E(r_c) = r_f + \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \sigma_c = 0.08 + 0.4601 \sigma_c$ 。令 $E(r_c)$ 等于 14%，

此时，投资组合的标准差为 13.04%。

- b. 整个资产组合的均值（即 14%）是国库券利率与股票和债券的最优组合（P）的平均值。令 y 表示投资于资产组合 P 的比例。在最优资本配置线上的任何一个资产组合的均值为：

$$E(r_c) = (1 - y) \times r_f + y \times E(r_p) = r_f + y \times [E(r_p) - r_f] = 0.08 + y \times (0.1561 - 0.08)$$

令 $E(r_c) = 14\%$ ，可得 $y = 0.7884$ 和 $1 - y = 0.2119$ （投资于国库券的比例）。

为求得投资于每种基金的比例，用 0.7884 分别乘以最优风险性资产组合中的股票和债券的比例：

整个资产组合中股票的比例 $= 0.7884 \times 0.4516 = 0.3560$ ；

整个资产组合中债券的比例 $= 0.7884 \times 0.5484 = 0.4323$ 。

10. 若仅用股票基金和债券基金来得到期望收益率为 14% 的资产组合，则必须求出投资于股票基金的适当比例 (w_s) 和投资于债券基金的适当比例 ($w_B = 1 - w_s$)：

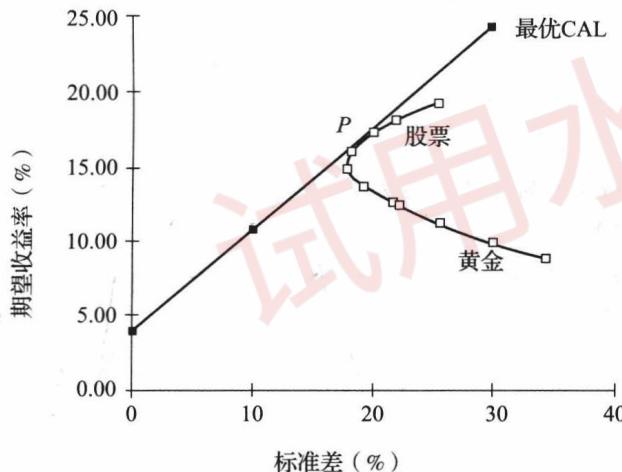
$$0.14 = 0.20 \times w_s + 0.12 \times (1 - w_s) = 0.12 + 0.08 \times w_s$$

从而可得 $w_B = 0.25$ 。

因此，投资比例为：25% 投资于股票基金，75% 投资于债券基金。这种资产组合的标准差为： $\sigma_p = [(0.25^2 \times 900) + (0.75^2 \times 225) + (2 \times 0.25 \times 0.75 \times 45)]^{1/2} = 14.13\%$ 。

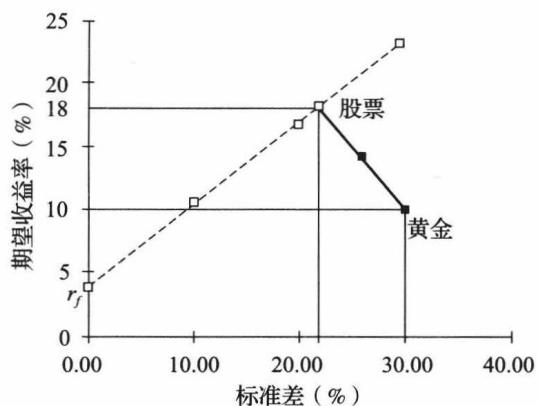
与用国库券和最优资产组合构造的资产组合的 13.04% 相比，这一结果更大。

11. a.



即便股票看起来优于黄金，黄金仍然是一种极具吸引力的资产，可以作为资产组合的一部分来持有。当黄金和股票之间的相关性足够低时，黄金仍可能被作为资产组合尤其是最优切线资产组合中的一个元素被持有。

- b. 如果黄金和股票之间的相关系数为 +1，则不会有人去持有黄金。最优资本配置线将会只由国库券和股票构成。因为当二者相关系数为 1 时，股票和黄金的组合可行集是一条负斜率的直线（见右图），而股票资产组合将优于它们。当然，这种情形不会永远持续下去，如果没人想要黄金，它的价格会下降，它的期望收益率将会上升，直至它变成一个极具吸引力的值得持有的资产。



12. 因为股票 A 和股票 B 完全负相关，因此可以构造一个无风险资产组合，且在均衡时，它的收益率等于无风险利率。为求得该资产组合比例（投资于股票 A 的比例 w_A 和投资于股票 B 的比例 $w_B = 1 - w_A$ ），令标准差为 0。由于完全负相关，该资产组合的标准差为： $\sigma_p = |w_A\sigma_A - w_B\sigma_B|$ ，即 $0 = 5 \times w_A - [10 \times (1 - w_A)]$ ，得 $w_A = 0.6667$ 。该无风险资产组合的期望收益率为： $E(r) = 0.6667 \times 10\% + 0.3333 \times 15\% = 11.667\%$ ，因此，无风险利率为 11.667%。
13. 错误。如果借款利率不等于贷款利率，则资本配置线为一条弯曲的曲线，最优风险组合由无差异曲线和资本配置线切点决定，借款者和贷款者很可能有不同的最优风险资产组合。
14. 错误。资产组合的标准差只有在所有资产完全正相关的特殊条件下才会等于组合中各构成资产的标准差的加权平均值。否则，如资产组合标准差公式所示，资产组合标准差小于组合中各组成资产的标准差的加权平均值。资产组合的方差是协方差矩阵中各元素的加权平均和，权重为资产组合中所占的比例。
15. 这项投资收益的概率分布如右表所示：
- | | 概率 | 收益率 (%) |
|---|-----|---------|
| 均值 = $0.7 \times 100\% + 0.3 \times (-50\%) = 55\%$ ； | 0.7 | 100 |
| 方差 = $0.7 \times (100\% - 55\%)^2 + 0.3 \times (-50\% - 55\%)^2 = 0.4725$ ； 标准差 = $0.4725^{1/2} = 68.74\%$ 。 | 0.3 | -50 |
16. $\sigma_p = 30\% = y \times \sigma = y \times 40\%$ ，可得 $y = 0.75$ 。
 $E(r_p) = 0.25 \times 0.12 + 0.75 \times 0.30 = 25.5\%$ 。
17. 既然所有的股票都有相同的期望收益率和标准差，应选择可以使风险最小的股票，即与股票 A 的相关性最小的股票，即股票 D。
18. 不变，至少只要他们不是风险偏好者，就不会变。风险中性投资者不会在乎他们所特有的资产组合，因为所有资产组合的收益率都为 8%。
19. 不变，当收益率为 8% 时，风险资产处在有效边界上。因此，最优资本配置线从无风险利率到由股票 A 和股票 D 权重分别为 0.5 时形成的资产组合。这个投资组合也具有最小的方差。和通常一样，最优的整体资产组合视风险厌恶程度而定。
20. 重新排表（将行变为列），计算相关系数，得下表。

| 20 世纪 | 小公司股票 | 大公司股票 | 长期政府债券 | 中期政府债券 | 短期政府债券 | 通货膨胀率 |
|-------|-------|-------|--------|--------|--------|-------|
| 20 年代 | -3.72 | 18.36 | 3.98 | 3.77 | 3.56 | -1.00 |
| 30 年代 | 7.28 | -1.25 | 4.60 | 3.91 | 0.30 | -2.04 |
| 40 年代 | 20.63 | 9.11 | 3.59 | 1.70 | 0.37 | 5.36 |
| 50 年代 | 19.01 | 19.41 | 0.25 | 1.11 | 1.87 | 2.22 |
| 60 年代 | 13.72 | 7.84 | 1.14 | 3.41 | 3.89 | 2.52 |
| 70 年代 | 8.75 | 5.90 | 6.63 | 6.11 | 6.29 | 7.36 |
| 80 年代 | 12.46 | 17.60 | 11.50 | 12.01 | 9.00 | 5.10 |
| 90 年代 | 13.84 | 18.20 | 8.60 | 7.74 | 5.02 | 2.93 |
| 相关系数 | 0.46 | -0.22 | 0.60 | 0.59 | 0.63 | 0.23 |

例如，要计算多年来大公司股票名义收益率的序列相关性，在 Excel 中建立以下两列，使用电子表格的“Correl”功能计算数据的相关性：

| 20世纪 | 每个10年(%) | 前10年(%) | 20世纪 | 每个10年(%) | 前10年(%) |
|------|----------|---------|------|----------|---------|
| 20年代 | -1.25 | 18.36 | 50年代 | 7.84 | 19.41 |
| 30年代 | 9.11 | -1.25 | 60年代 | 5.90 | 7.84 |
| 40年代 | 19.41 | 9.11 | 70年代 | 17.60 | 5.90 |

注意，每个相关系数都仅以7个观测值为基础，因此不能真正得出统计上的确切的结论。但是，从数字上看，除大公司股票（标准普尔500）外，存在着持续的序列相关。

21. 实际收益率表（从10年平均名义收益率减去10年平均通胀率的近似值得出）为：

| 20世纪 | 小公司股票 | 大公司股票 | 长期政府债券 | 中期政府债券 | 短期政府债券 |
|------|-------|-------|--------|--------|--------|
| 20年代 | -2.72 | 19.36 | 4.98 | 4.77 | 4.56 |
| 30年代 | 9.32 | 0.79 | 6.64 | 5.95 | 2.34 |
| 40年代 | 15.27 | 3.75 | -1.77 | -3.66 | -4.99 |
| 50年代 | 16.79 | 17.19 | -1.97 | -1.11 | -0.35 |
| 60年代 | 11.20 | 5.32 | -1.38 | 0.89 | 1.37 |
| 70年代 | 1.39 | -1.46 | -0.73 | -1.25 | -1.07 |
| 80年代 | 7.36 | 12.50 | 6.40 | 6.91 | 3.90 |
| 90年代 | 10.91 | 15.27 | 5.67 | 4.81 | 2.09 |
| 相关系数 | 0.29 | -0.27 | 0.38 | 0.11 | 0.00 |

10年期的序列（尽管对于任何决定性的结论而言实在太短）表明实际收益率在各个10年期之间是独立的。

22. 标准普尔500投资组合3年期的风险溢价是 $(1+0.05)^3 - 1 = 0.1576$ 。

对冲基金投资组合3年期的风险溢价是 $(1+0.1)^3 - 1 = 0.3310, 33.10\%$ 。

标准普尔500投资组合3年期的标准差为 $0.2 \times \sqrt{3} = 0.3464, 34.64\%$ 。

对冲基金投资组合3年期的标准差为 $0.35 \times \sqrt{3} = 0.6062, 60.62\%$ 。

标准普尔500投资组合3年期的夏普比率为 $15.76/34.64 = 0.4550$ 。

对冲基金投资组合3年期的夏普比率为 $33.10/60.62 = 0.5460$ 。

$$23. W_{\text{标准普尔500}} = \frac{15.76 \times 60.62^2 - 33.10 \times (0 \times 34.64 \times 60.62)}{15.76 \times 60.62^2 + 33.10 \times 34.64^2 - (15.76 + 33.10) \times (0 \times 34.64 \times 60.62)} = 0.5932.$$

$$W_{\text{对冲基金}} = 1 - 0.5932 = 0.4068.$$

$$E(r_p) = 0.5932 \times 15.76 + 0.4068 \times 33.10 = 0.2281$$

$$\sigma_p = \sqrt{0.5932^2 \times 34.64^2 + 0.4068^2 \times 60.62^2 + 2 \times 0.5932 \times 0.4068 \times (0 \times 34.64 \times 60.62)} \\ = 0.3210$$

$$\gamma = \frac{0.2281}{3 \times 0.3210^2} = 0.7138 = 71.38\%$$

Greta将投资71.38%于这个风险组合，该投资组合是标准普尔指数： $0.7138 \times 59.32\% = 42.34\%$ 和对冲基金： $0.7138 \times 40.68\% = 29.03\%$ 。剩下的28.63%将投资于无风险资产。

$$24. 0.3 \times 0.2 \times 0.35 = 0.021.$$

$$25. 3\text{年期的标准普尔500标准差是 } 0.2 \times \sqrt{3} = 0.3464 = 34.64\%, \text{ 对冲基金的标准差是 } 0.35 \times \sqrt{3} = 0.6062 = 60.62\%. \text{ 因此3年期协方差是 } 0.3 \times 0.3464 \times 0.6062 = 0.063.$$

三、CFA考题

1. a. 将资产组合限制在20只股票而不是40~50只股票将增加资产组合的风险，但是可能增

加的不多。例如，如果 50 只股票都有相同的标准差 σ ，且两两之间的相关性都相同，即相关系数 ρ 相同，那么两两之间的协方差为 $\rho\sigma^2$ ，且一个等权数的资产组合的方差为：

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n}\sigma^2 + \frac{n-1}{n}\rho\sigma^2$$

等式右边第 2 项中 n 的减少影响可能相当小（因为 $49/50$ 接近于 $19/20$ ，且 $\rho\sigma^2$ 比 σ^2 小），但是第 1 项的分母将是 20 而不是 50。例如，若 $\sigma = 45\%$, $\rho = 0.2$ ，则 50 种股票的标准差将为 20.91% ，当只持有 20 只股票时，标准差将上升至 22.05% 。如果预期收益率增长得足够多，这个增长是可以接受的。

- b. H&A 公司可以通过确保它在其资产组合中的 20 只股票，以相当的分散性来控制风险的上升。这要求在剩余的股票中维持较低的相关性。例如，在 a 题中， $\rho = 0.2$ ，资产组合风险的增长是很小的。在实际中，这意味着 H&A 公公司将不得不将其资产组合分散到很多行业中去；仅仅集中投资于少数几个行业将会导致囊括进来的股票间有较高的相关性。
- 2. 由于分散化而减少风险的收益不是资产组合中证券数量的线性函数。相反，来自新增加的分散化的边际收益在分散化最小时是很重要的。限制 H&A 公司专注于 10 只股票而不是 20 只，会使得它的资产组合风险增加，比从 30 只股票减少到 20 只时大得多。在我们的例子中，限制股票数量在 10 只将会使标准差增加至 23.81% 。从 20 只股票变为 10 只而导致的标准差增加的 1.76% 要大于从 50 只股票减少到 30 只而导致的标准差增加的 1.14% 。
- 3. 这一点很有意义，因为委员会会考虑整体资产组合的波动性。由于 H&A 公司的资产组合仅仅是 6 个分散化资产组合中的一个且小于平均值，集中于少数几个证券对整个基金的分散化的影响是很小的。因此，让它去做股票选择工作可能更有利。
- 4. d. 资产组合 Y 不在有效边界上，资产组合 X 与其相比有更高的期望收益率和更低的标准差，所以投资者不会选择组合 Y。
- 5. c. a: 即使在最充分的分散条件下还存在市场风险，也被称为系统风险；b: 分散化不一定减少期望收益；d: 资产组合的股数量较少但各股相关性很低的情况下仍能充分发挥分散化降低风险的好处。
- 6. d. 协方差反映了该证券与其他证券及证券组合的相关程度，体现了其分散风险的能力，如果其与组合协方差较大，说明其非系统性风险较大。
- 7. b.
- 8. a. 其他情况相同时，协方差越小，两种资产组合的风险就越小。
- 9. c. 其他情况相同时，相关系数越小，两种资产组合的风险就越小。
- 10. 因为不知道预期收益是多少，所以我们只关注波动性的减少。股票 A 和 C 有相同的标准差，但是 B 和 C 的协方差 (0.10) 小于 A 和 B 的协方差 (0.90)。因此，由股票 B 和 C 组成的资产组合的总体风险小于由股票 A 和 B 组成的资产组合的总体风险。
- 11. 基金 D 可以和现在的证券组合构成很好的互补关系，同时满足斯蒂文森的标准。

首先，基金 D 的期望收益率 (14.0%) 在一定程度上可以增加证券组合的收益率。

其次，基金 D 与目前证券组合的相关性较低 ($+0.65$)，这暗示在所有选项中除了基金 B 以外，基金 D 提供了更大的分散效应。在证券组合中加入基金 D 后构成的组合和原有基金相比，有同样的收益率但波动性更低。

另外 3 个基金无论是从期望收益的增强还是从通过分散来降低波动性的角度而言都有不足：基金 A 提供了增加组合收益的潜力，但资产之间的相关性太大，以至于不能通过分散来提供波动性降低的效应；基金 B 能够通过分散效应大幅度地降低波动性，但其产生的收益预期将大大低于当前组合的收益；基金 C 增加收益的潜力最大，但资产之间的相关性

太大，不能提供分散效应。

12. a. 用 OP 代表原有的投资组合，ABC 代表新股票，NP 代表新的投资组合。

$$\text{i. } E(r_{NP}) = w_{OP} \times E(r_{OP}) + w_{ABC} \times E(r_{ABC}) = (0.9 \times 0.67) + (0.1 \times 1.25) = 0.728;$$

$$\text{ii. } \text{Cov} = \rho \times \sigma_{OP} \times \sigma_{ABC} = 0.40 \times 2.37 \times 2.95 = 2.7966 \approx 2.80;$$

$$\begin{aligned}\text{iii. } \sigma_{NP} &= [\sigma_{OP}^2 + \sigma_{ABC}^2 + 2w_{OP}w_{ABC}(\text{Cov}_{OP,ABC})]^{1/2} \\ &= [(0.9^2 \times 2.37^2) + (0.1^2 \times 2.95^2) + (2 \times 0.9 \times 0.1 \times 2.80)]^{1/2} = 2.2673\% \approx 2.27\%\end{aligned}$$

- b. 用 OP 代表原有的投资组合，GS 代表政府证券，NP 代表新的投资组合。

$$\text{i. } E(r_{NP}) = w_{OP} \times E(r_{OP}) + w_{GS} \times E(r_{GS}) = (0.9 \times 0.67) + (0.1 \times 0.42) = 0.645;$$

$$\text{ii. } \text{Cov} = \rho \times \sigma_{OP} \times \sigma_{GS} = 0 \times 2.37 \times 0 = 0;$$

$$\begin{aligned}\text{iii. } \sigma_{NP} &= [\sigma_{OP}^2 + \sigma_{GS}^2 + 2w_{OP}w_{GS}(\text{Cov}_{OP,GS})]^{1/2} \\ &= [(0.9^2 \times 2.37^2) + (0.1^2 \times 0) + (2 \times 0.9 \times 0.1 \times 0)]^{1/2} = 2.133\% \approx 2.13\%\end{aligned}$$

- c. 加入无风险的政府债券会导致新组合的贝塔值更低。新组合的贝塔值将是组合内单笔证券的贝塔值的加权平均；无风险证券的加入将降低加权平均值。

- d. 该说法不正确。虽然所考虑的两个证券各自的标准差和期望收益率是相等的，但每个证券和原来的组合之间的协方差未知，从而不可能得出该结论。例如，如果协方差是不同的，选择一个其他的证券可能会导致作为一个整体的投资组合有一个较低的标准差。在这种情况下，假设所有其他因素都是相等的，则该证券将是一个更好的投资选择。

- e. i. 格蕾丝清楚地表示，损失的风险对于她而言比获得收益的机会更为重要。利用方差（或标准差）作为风险的度量有严重的缺陷，因为标准差并不能区分正向和逆向的价格变动。

- ii. 可以用来代替方差的另外两种度量风险的方式为：

- 收益率范围，它考虑的是在今后一个时期内最高的和最低的预期收益率，最高和最低之间的范围越大，可变性越大，因此风险越大；
- 半方差可以用来衡量收益低于均值或者其他基准（比如 0）的预期偏差。

对格蕾丝来说，这两个措施都将优于方差。收益率范围将有助于突出她正在承担的全方位的风险，尤其是她特别关注的下跌部分的范围。半方差也是有效的，因为它隐含地假设投资者要最小化低于某些目标利率的收益率的可能性。在格蕾丝的情况下，目标利率将设为零（以防止负收益）。

13. a. 系统性风险表示对所有风险资产而言都很普遍的、宏观经济因素导致的资产价格的波动，因此，系统性风险通常也被称为市场风险。系统风险的例子包括商业周期、通货膨胀、货币政策和技术变动。公司特有风险表示市场无关的因素导致的资产价格的波动，比如行业的特性和企业的特性。公司特有风险的例子包括法律诉讼、专利权、管理和财务杠杆等。

- b. 特鲁迪应该对客户解释道：只选择最好的 5 个股票很可能会导致客户持有风险更大的资产组合，因为组合的总风险或者组合方差包括系统性风险和公司特有风险。系统性风险部分取决于单笔资产对于市场波动的敏感程度，这可以用贝塔值表示。假设组合是充分分散的，资产的数量将不会影响组合方差中的系统性风险部分。组合的贝塔值取决于单笔资产的贝塔值和这些证券在组合中的权重。另一方面，非系统性风险部分并不会完全正相关，因此，随着更多的资产加入组合，组合的风险就能降低。因此，增加组合中证券的数量能降低公司特有风险。比如，某个公司的专利权到期并不会影响组合内的其他证券。石油价格的上升也许会导致航空公司的股票下跌，但会有利于能源公司的股票。随着随机选择的证券数量的增加，组合的总风险（方差）将接近其系统方差。