Projektorientierte Signalverarbeitung

5 Adaptive Filter

Dozent R. Vetter

Ziel

- Einführung in die Algorithmen der adaptiven Filter anhand eines Filters finiter Impulsantwort.

Kontext

- Motivation
  - Viele praktisch vorkommende Signale sind **nicht-stationär**, während die bis jetzt präsentierten Methoden der DigSV für stationäre Signale geeignet sind.
  - Eine einfache Methode besteht darin, das Signal segmentweise zu bearbeiten; es wird eine Segmentlänge gewählt, auf der das Signal als stationär betrachtet werden kann (z.B. Sprache).

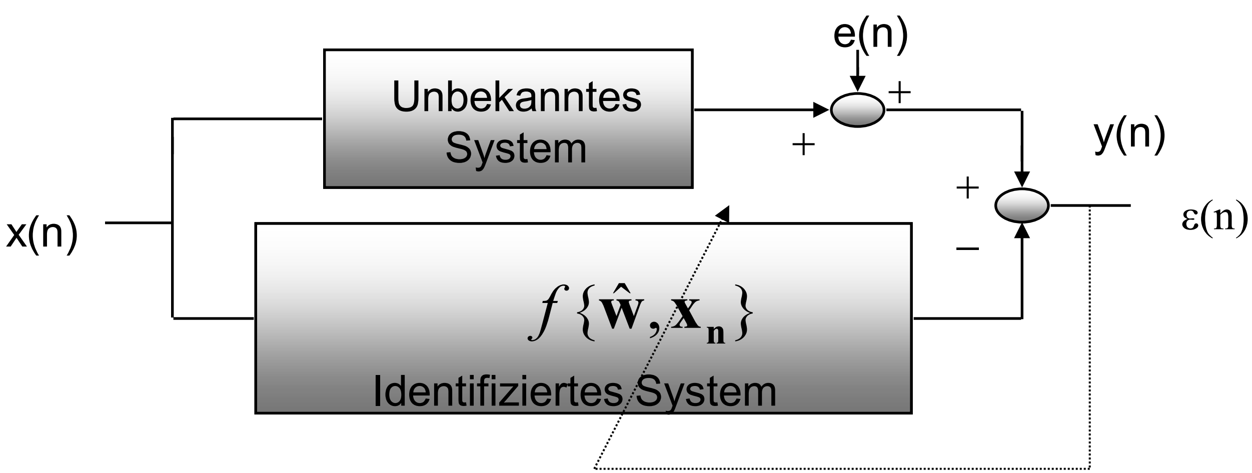
- Lösung
  - Eine attraktive Lösung stellen adaptive Methoden des DigSV dar.
    - Die Parameterschätzungsalgorithmen werden sehr einfach, brauchen wenig Speicherplatz und Rechnungszeit, und können sich an sich ändernde Umfelder anpassen.

Prinzip (1/3)

- Bei jedem neuen Sample werden die geschätzten Parameter wie folgt aktualisiert :

Neue Parameter= Alte Parameter + Aktualisierung (Fehler)

Illustration des adaptiven Identifikationsprozesses



Aktualisierung bei jedem neuen Sample

Prinzip (2/3)

- Die Parameteraktualisierung schreibt sich

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n + \mathbf{k}_n\{\varepsilon(n)\}$$

- Die verschiedenen adaptiven Algorithmen unterscheiden sich prinzipiell durch eine spezifische Wahl der Aktualisierungsfunktion $\mathbf{k}_n\{.\}$.
- Die Konvergenz- und Stabilitätseigenschaften des Parameteraktualisierungsalgorithmus hängen von $\mathbf{k}_n\{.\}$ ab.

Prinzip (3/3)

- Wir illustrieren diese adaptive Methode anhand eines MA-Systems (kann problemlos auch für AR und ARMA Systeme angewendet werden). Das Ausgangssignal und der Fehler sind

$$\hat{y}(n) = \sum_{i=0}^{p} w(i)x(n-i)$$

$$\varepsilon(n) = y(n) - \hat{y}(n) = y(n) - \sum_{i=0}^{p} w(i)x(n-i)$$

$$= y(n) - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_\mathrm{n} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{w}^T = [b(0),\ldots,b(p)] \\ \mathbf{x}_\mathrm{n}{}^T = [x(n),\ldots x(n-p)] \end{cases}$$

LMS oder stochastischer Gradient (1/2)

- Beim LMS (engl. Least Mean Square) besteht die Aktualisierungsfunktion aus dem Gradienten (partielle Ableitung in Bezug auf die Parameter) des quadratischen Fehlers :

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{w}_n + \mu\left\{-\frac{\partial\left(\varepsilon(n)^2\right)}{\partial\mathbf{w}_n}\right\}$$

$$= \mathbf{w}_n + \mu\{\mathbf{x}_n \varepsilon(n)\}$$

wo $\mathbf{x}^T{}_n = [x(n),\ldots,x(n-p)]$

$$\varepsilon(n) = y(n) - \mathbf{w}_n{}^T \mathbf{x}^T{}_n$$

μ : Faktor zur Einstellung der Geschwindigkeit und Stabilität der Adaption

LMS oder stochastischer Gradient (2/2)

- Vorteile
  - Einfach abzuleiten und schnell zu programmieren
  - Braucht wenig Rechenleitung
- Nachteile
  - Parameterkonvergenz langsam
    - Wird schneller wenn μ grösser
  - Remanenter Fehler
    - Wird grösser mit μ
  - Stabilität
    - Unstabil wenn μ zu gross $0<\mu<2/((p+1)*\sigma^2_x)$
- Weitere verbesserte adaptive Algorithmen
  - LMS-normiert, RLS
- Literatur
  - S. Haykin, «Adaptive Filters», Prentice Hall

Bibliographie

- S.V. Vaseghi, «Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction», WILEY.
- K.D. Kammeyer, «Digitale Signalverarbeitung», Springer Vieweg, S 209.
- B.U. Köhler, «Konzepte der statistischen Signalverarbeitung», Springer, S 157.
- S. Haykin, «Adaptive Filter Theory», Prentice Hall, S 338