Problemas de bondad de ajuste

1. Se lanzaron un par de dados 500 veces. En la taula siguiente se muestran las sumas que se obtuvieron. Provar la hipótesis de que los dados no estaban trucados, es decir, comprobar que el p-valor para aceptar que los dados no estan trucados no es pequeño.

Suma	Frecuencia
$2, 3$ o o o o o. 4	74
5 6	120
7	83
8 9	135
$10, 11$ 12	88

2. El 1972, el informe oficial dió la información siguiente sobre el número de días que fueron internados los enfermos en el hospital en el año 1971.

Número de días	Número de enfermos
1	89
2	152
3	105
$4-5$	165
$6-9$	221
$10-14$	124
$15-30$	106
31 o más	38

Probar la hipótesis que estos datos se obtuvieron de una distribución χ^2 con 4 grados de libertad.

3. Se realizó una prueba de inteligencia a 100 estudiantes. En la tabla siguiente se muestran las calificaciones obtenidas:

Calificación x	Frecuencia
$70 < x \leq 90$	8
$90 < x \leq 110$	38
$110 < x \leq 130$	45
$130 < x \leq 150$	9

Podéis suponer que las calificaciones anteriores son una muestra aleatoria de las que tendrien todas las personas posibles que hicieran la prueba. Probar la hipótesis de que las calificaciones obtenidas por la población (conceptualmente infinita) estarían distribuidas normalmente.

4. Consideremos la muestra aleatoria siguiente de una variable aleatoria X tal que $X(\Omega) = [0, 1]$. Probar mediante el test χ^2, que podemos considerar que X sigue una distribución uniforme en $[0, 1]$. (Considerar intervalos de amplitud 0.25.)

0.479, 0.889, 0.216, 0.596, 0.359, 0.347, 0.646, 0.359, 0.991, 0.227
0.774, 0.760, 0.448, 0.992, 0.742, 0.402, 0.049, 0.213, 0.296, 0.711

5. Sea X la variable aleatòria que tiene como función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{si } x \in [-1, 0], \\ 1-x, & \text{si } x \in [0, 1], \\ 0, & \text{en cas contrari.} \end{cases}$$

Comprobar mediante el test de la χ^2 que la muestra aleatòria simple siguiente tiene la misma distribución que X:

0.183, 0.647, 0.148, -0.143, -0.625, 0.858, -0.177, 0.350,
-0.188, -0.059, 0.845, 0.031, -0.156, 0.564, -0.235, 0.237,
0.294, -0.257, 0.110, 0.478, 0.647, 0.276, -0.528, -0.075,
-0.498, 0.395, -0.163, -0.075, -0.623, 0.053, -0.647, 0.348,
-0.795, -0.132, -0.381, -0.017, -0.227, 0.277, 0.590, -0.832