

# 法律声明

---

□ 本课件包括：演示文稿，示例，代码，题库，视频和声音等，小象学院拥有完全知识产权的权利；只限于善意学习者在本课程使用，不得在课程范围外向任何第三方散播。任何其他人或机构不得盗版、复制、仿造其中的创意，我们将保留一切通过法律手段追究违反者的权利。

□ 课程详情请咨询

■ 微信公众号：小象学院

■ 新浪微博：小象AI学院



# SLAM-无人驾驶、VR/AR

---

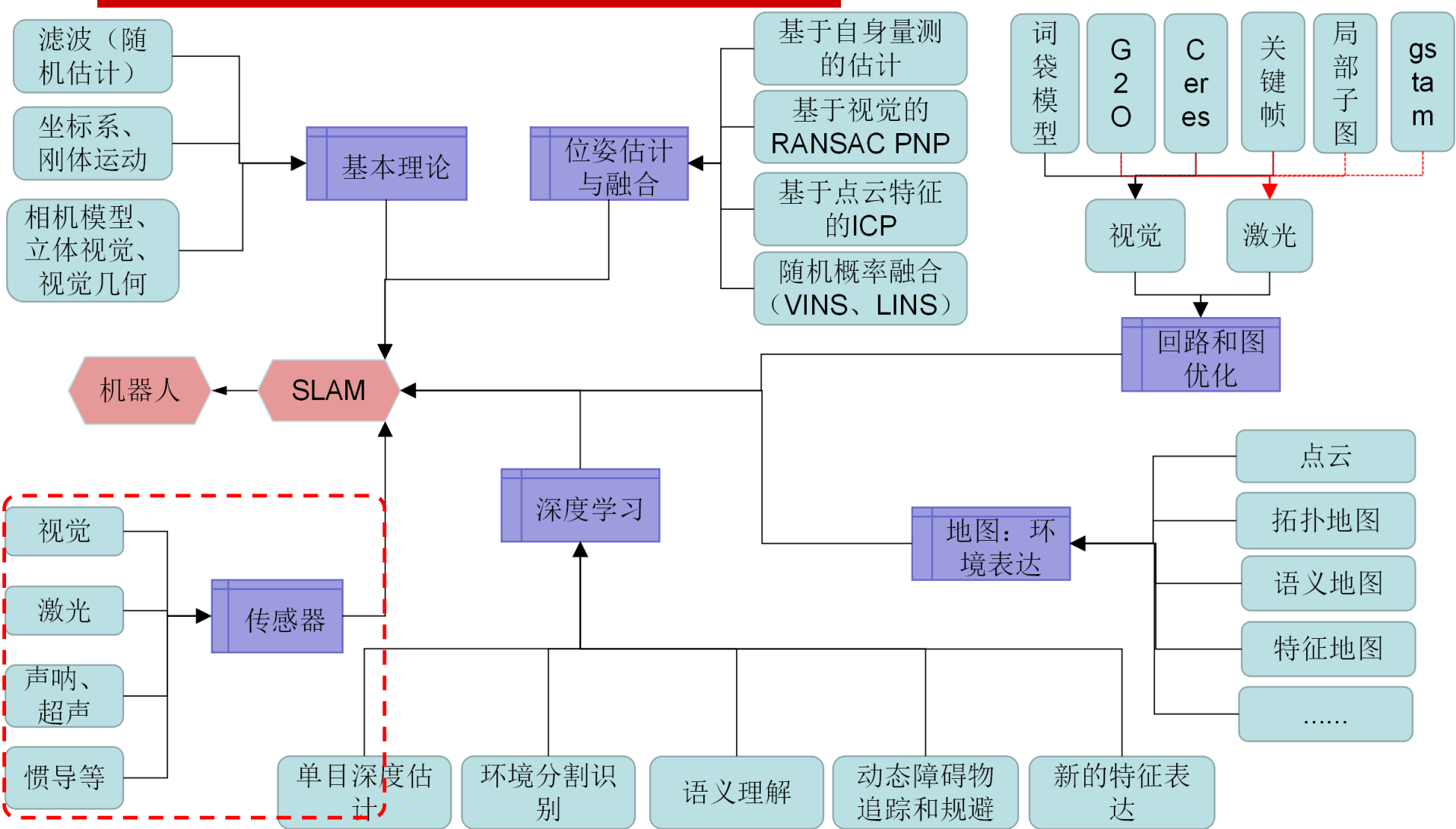
## 第四讲：

## SLAM的传感器

主讲：杨亮、殷鹏

GitHub链接：<https://github.com/EricLYang/courseRepo>

# 总结



# 提纲

---

- ❑ SLAM传感器综述
- ❑ 视觉类传感器（单目、双目和RGBD相机）
- ❑ 主动类传感器——激光
- ❑ 视觉和激光实例

# SLAM传感器综述

**S**imultaneous **L**ocalization **A**nd **M**apping:

同步定位与构图

输入

输出

可见光  
视觉



IMU



激光雷  
达



声呐



SLAM

我在当前环境的  
什么位置？

当前所在的环境  
是个什么样子？

# SLAM传感器综述



[1]Chong, T. J., Tang, X. J., Leng, C. H., Yogeswaran, M., Ng, O. E., & Chong, Y. Z. (2015). Sensor technologies and simultaneous localization and mapping (SLAM). *Procedia Computer Science*, 76, 174-179.

# SLAM传感器综述

## LASER SCANNERS



2D LIDAR

(SICK, HOKUYO, PEPPERL FUCHS, OMRON...)



2D MULTI-LAYER LASER SCANNER  
(IBEO)



3D LIDAR

(VELOCITYNE, NEPTEC OPAL)

## 3D CAMERAS



DIRECT TIME OF FLIGHT IMAGERS  
(ASC)



PHASE SHIFT TIME OF FLIGHT IMAGERS  
(MESA IMAGING, IFM, FOTONIC,  
SOFTKINETIC)



STEREO CAMERAS  
(STEREOLABS, VISLAB, MULTISENSE)

## SONAR/RADAR



2D SONARS  
(BLUEVIEW)



3D SONARS  
(BLUEVIEW)

Mono Camera



Infrared Camera



# 提纲

---

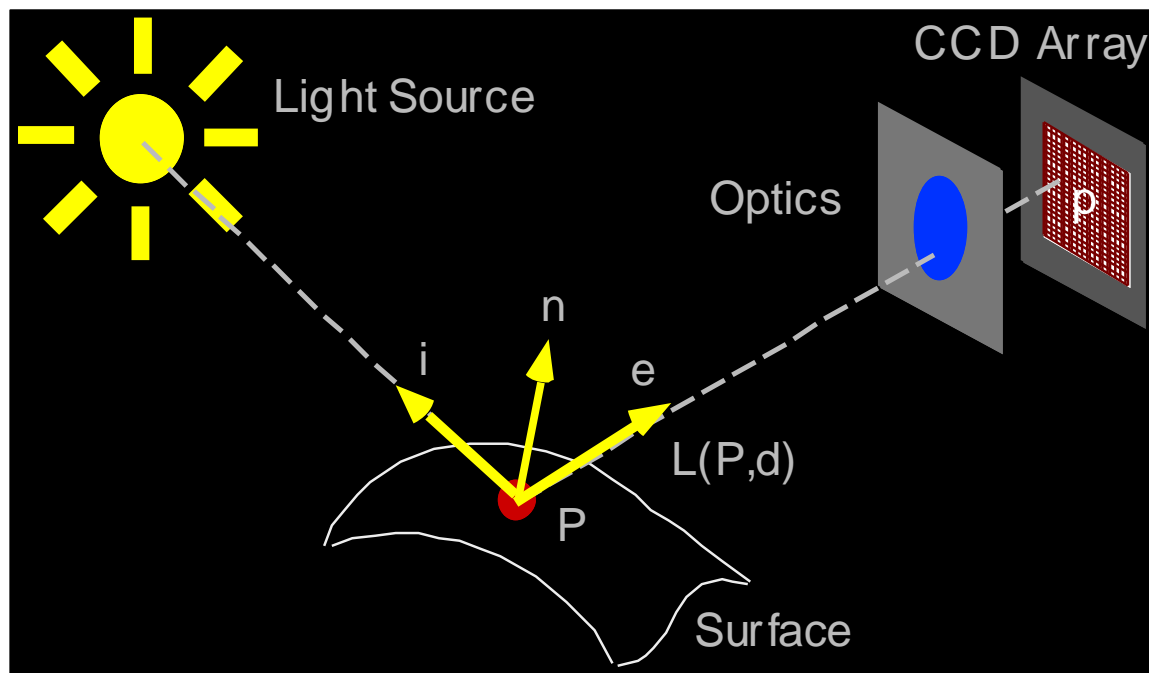
- ❑ SLAM传感器综述
- ❑ 视觉类传感器（单目、双目和RGBD相机）
- ❑ 主动类传感器——激光
- ❑ 视觉和激光实例



# 视觉类传感器

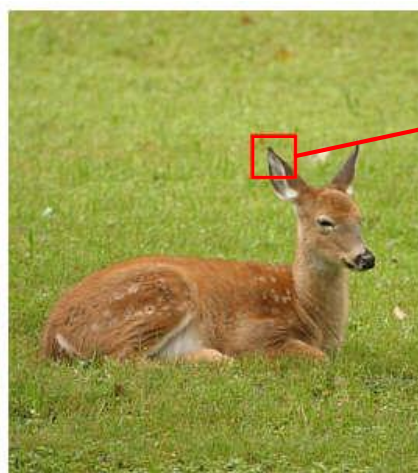
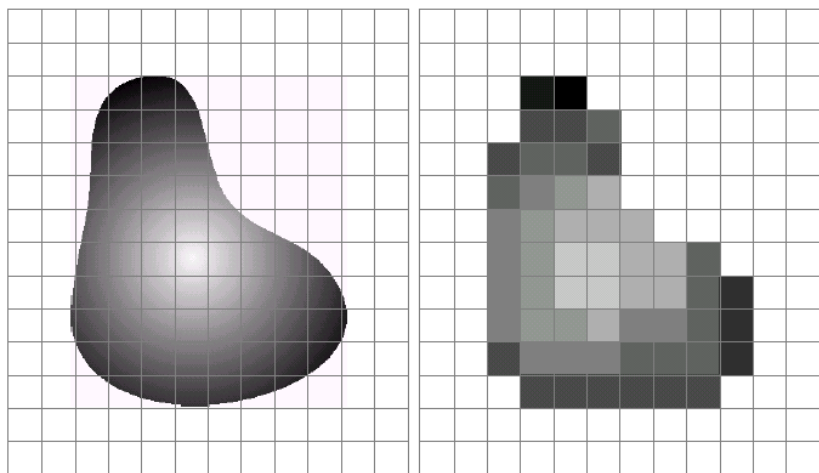
相机的作用：一种将可见光或者电磁谱捕捉记录为一张图像（通常方便人或者设备读取或者处理）

对于数字图像：表示为通过具有有限数值表示的二维矩阵（单一通道），也叫做像素



# 视觉类传感器

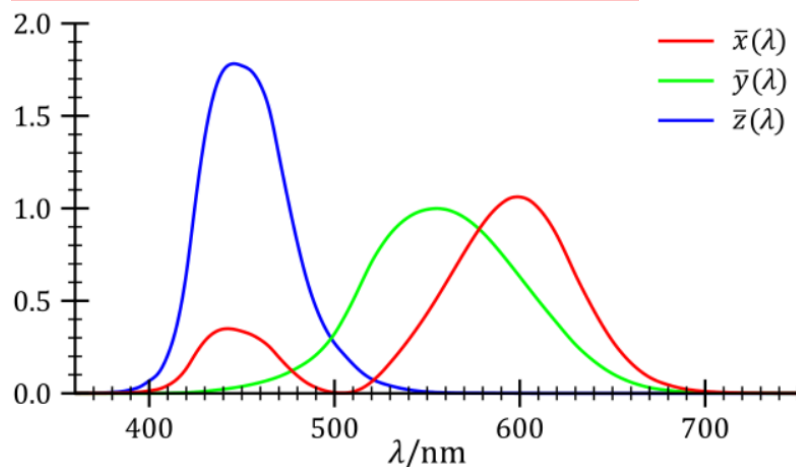
□ 像素通常表示为一个灰度值、颜色等信息。并且数字化图像的灰度值是对真实场景的近似



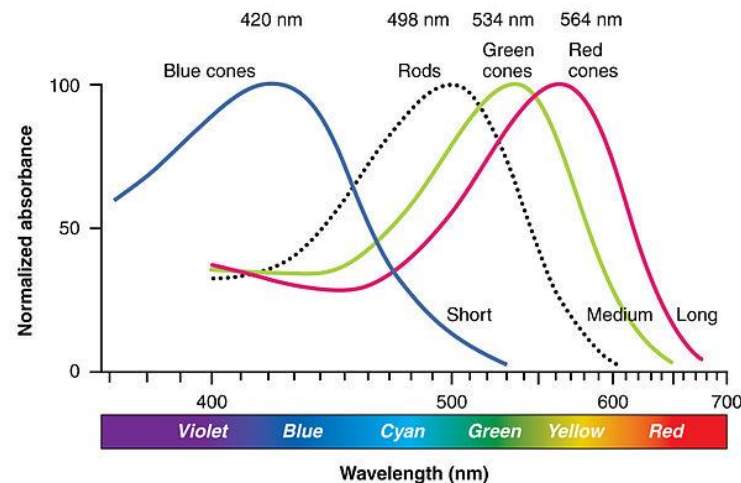
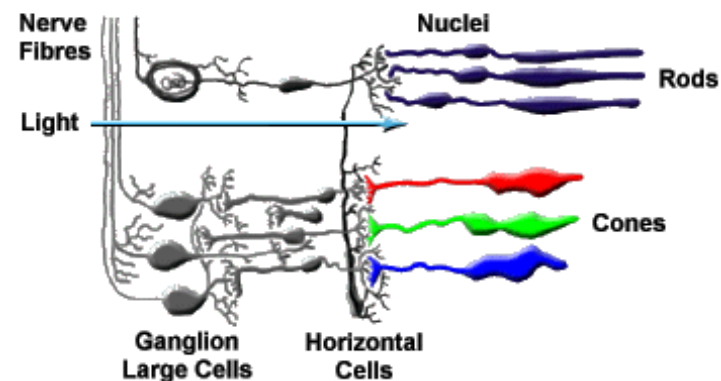
# 视觉类传感器

- **Cones** : sensitive to **red**, **green**, and **blue** light are **63**, **31**, and **6** percent, respectively
- **Rods** : are exquisitely sensitive and operate only in **low-light conditions**

## CIE 1931 color space

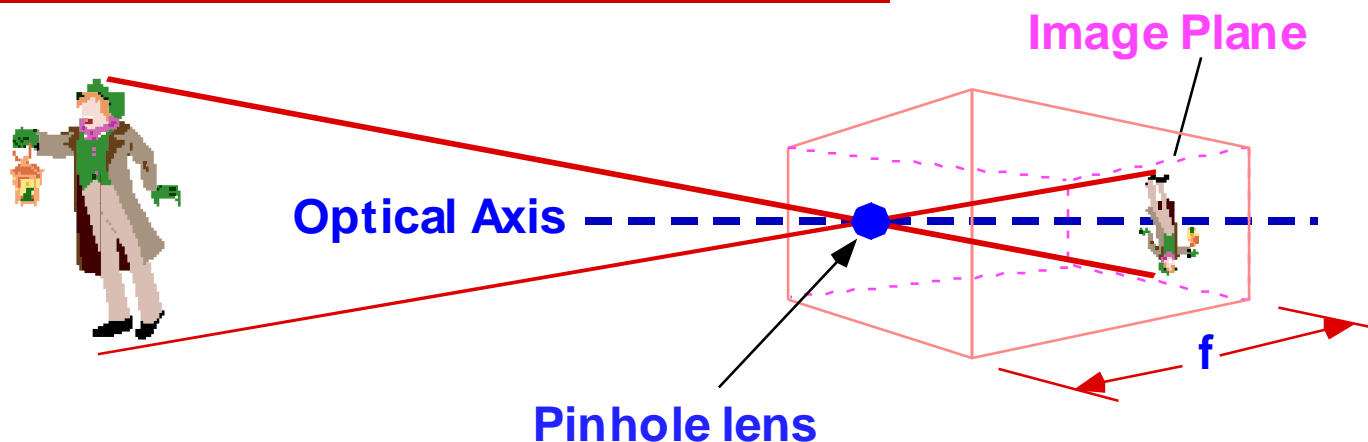


## The Retina



$$Y_{\text{linear}} = 0.2126R_{\text{linear}} + 0.7152G_{\text{linear}} + 0.0722B_{\text{linear}}$$

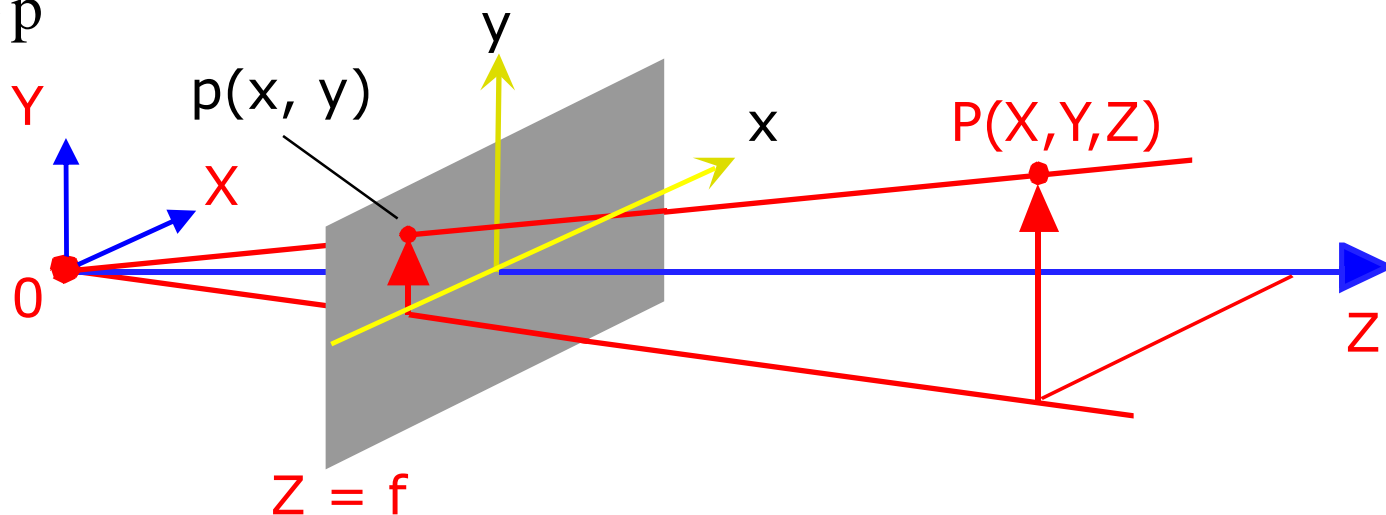
# 视觉类传感器



- ☐ 相机成像（小孔成像模型）
  - Image inverted
  - Size reduced
  - Image is dim
  - No direct depth information
- ☐  $f$  叫做镜头的焦距
- ☐ 这就是：perspective projection

# 视觉类传感器

- 假设给定了世界坐标系下的点P, 在相机平面对应的投影p



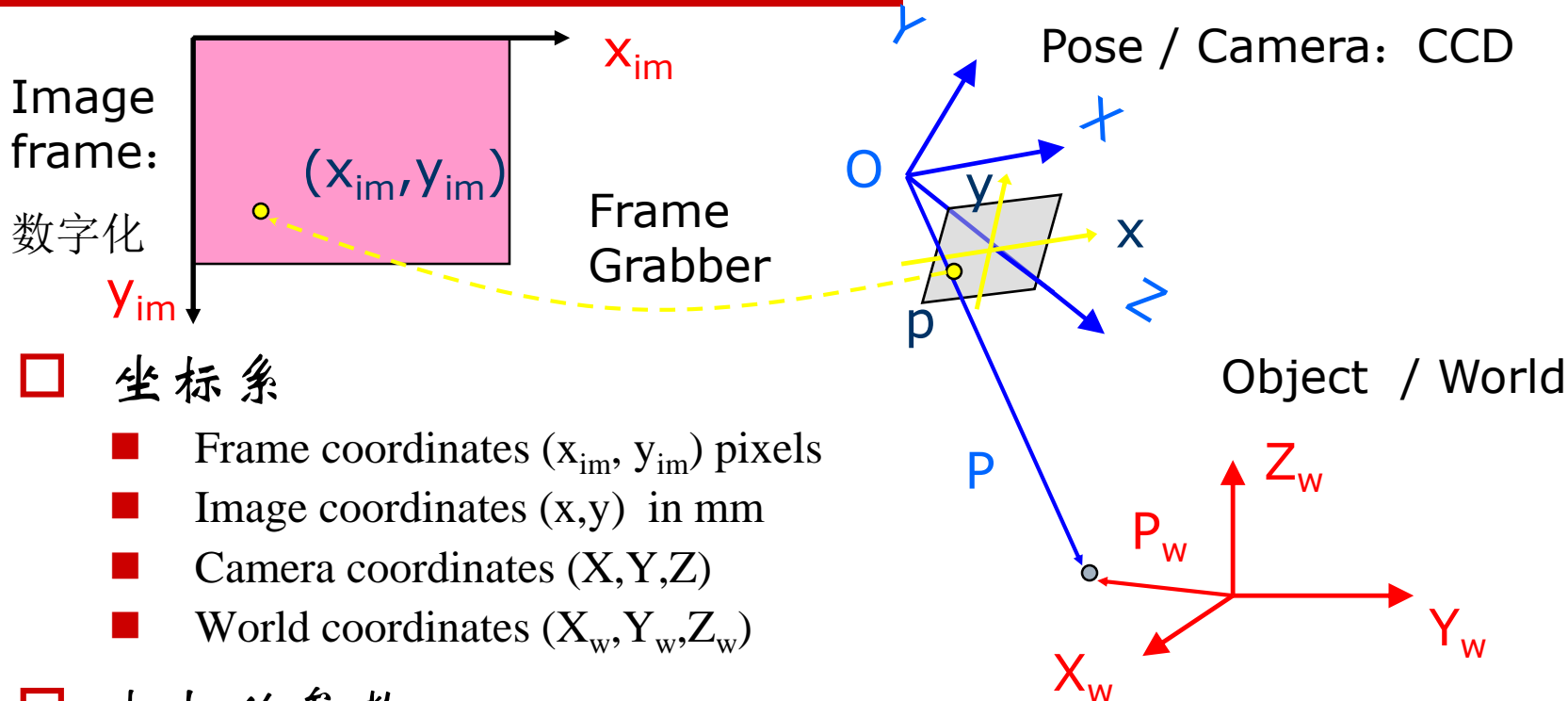
相机的中心即投影中心

$Z$ 轴沿着光学轴

图像平面的深度  $Z = f$ ; 对应轴和世界坐标轴平行  $x // X$  和  $y // Y$

$$x = f \frac{X}{Z}$$
$$y = f \frac{Y}{Z}$$

# 视觉类传感器



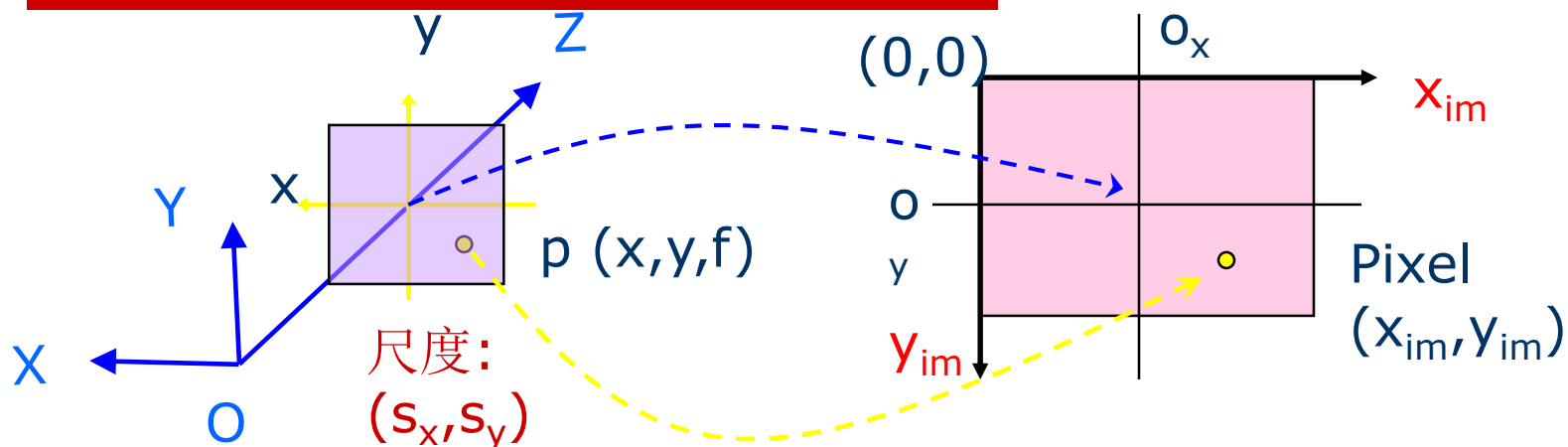
## □ 坐标系

- Frame coordinates  $(x_{im}, y_{im})$  pixels
- Image coordinates  $(x, y)$  in mm
- Camera coordinates  $(X, Y, Z)$
- World coordinates  $(X_w, Y_w, Z_w)$

## □ 相机的参数

- **内参** Intrinsic Parameters (of the camera and the frame grabber): link the **frame coordinates** of an image point with its corresponding **camera coordinates**
- **外参** Extrinsic parameters: define the location and orientation of the **camera coordinate system** with respect to the **world coordinate system**

# 视觉类传感器



## □ 从成像坐标系到帧坐标系

- Image center
- Directions of axes
- Pixel size

$$x = -(x_{im} - o_x)s_x$$

$$y = -(y_{im} - o_y)s_y$$

## □ 从3D到2D

- Perspective projection

## □ 内参

- $(o_x, o_y)$  : image center (in pixels)
- $(s_x, s_y)$  : effective size of the pixel (in mm)
- $f$ : focal length

$$x = f \frac{X}{Z}$$

$$y = f \frac{Y}{Z}$$

# 视觉类传感器

## □ 从世界坐标系到相机坐标系

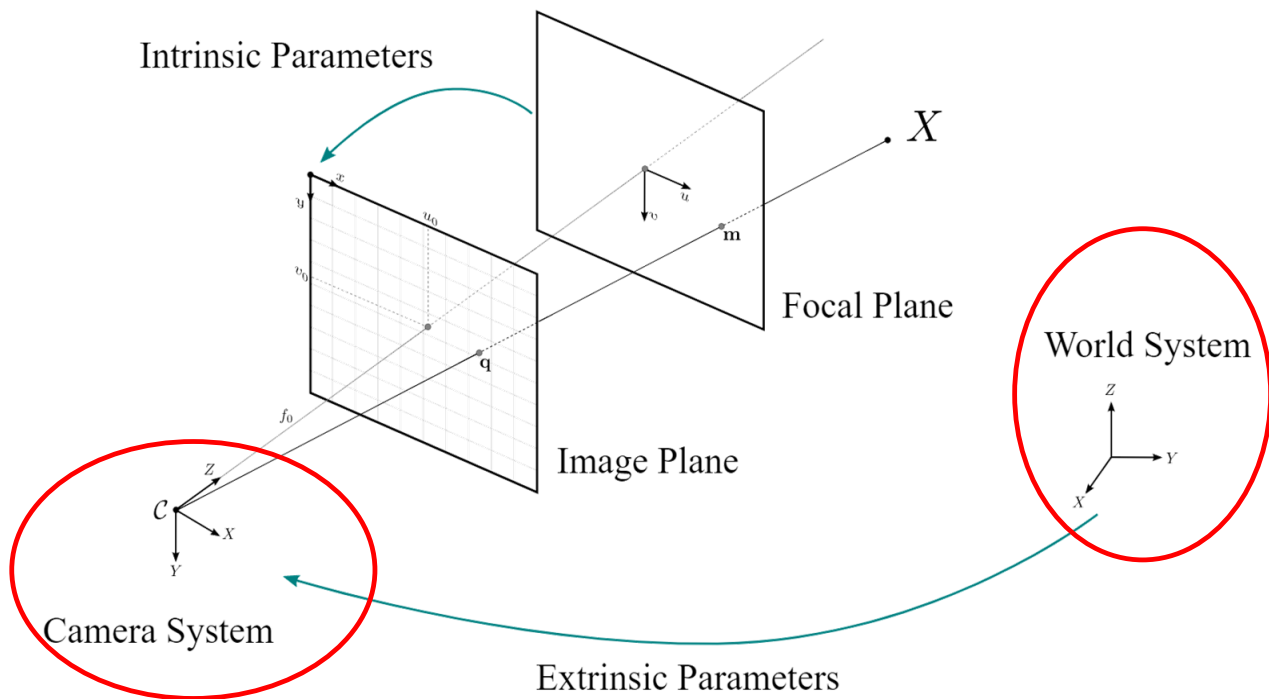
相机看到的，只是在他自己的世界里，不是那个不名的世界

$$\mathbf{P} = \mathbf{R} \mathbf{P}_w + \mathbf{T}$$

## □ 外参

■ 平移:  $\mathbf{T}$

■ 旋转:  $\mathbf{R}$





# 视觉类传感器

$$\mathbf{P} = \mathbf{R} \mathbf{P}_w + \mathbf{T}$$

旋转：

$$\mathbf{R} = (r_{ij})_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1^T \\ \mathbf{R}_2^T \\ \mathbf{R}_3^T \end{bmatrix}$$

平移：

$$\mathbf{T} = (T_x, T_y, T_z)^T$$

也即：

$$\mathbf{P} = \mathbf{R} \mathbf{P}_w + \mathbf{T} = \begin{pmatrix} r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + T_x \\ r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + T_y \\ r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + T_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1^T \mathbf{P}_w + T_x \\ \mathbf{R}_2^T \mathbf{P}_w + T_y \\ \mathbf{R}_3^T \mathbf{P}_w + T_z \end{bmatrix}$$

# 视觉类传感器

帧坐标系到成像平面:

世界坐标系到相机坐标系（要在自己的坐标系下看）:

$$\begin{aligned}x &= -(x_{im} - o_x)s_x \\ y &= -(y_{im} - o_y)s_y\end{aligned}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}\mathbf{P}_w + \mathbf{T} = \begin{pmatrix} r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + T_x \\ r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + T_y \\ r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + T_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1^T \mathbf{P}_w + T_x \\ \mathbf{R}_2^T \mathbf{P}_w + T_y \\ \mathbf{R}_3^T \mathbf{P}_w + T_z \end{bmatrix}$$

成像坐标系  
到帧坐标系

$$(x, y) = \left(f \frac{X}{Z}, f \frac{Y}{Z}\right)$$

投影到成像  
坐标系


完整的投影:

$$\begin{aligned}x_{im} - o_x &= -f_x \frac{r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + T_x}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + T_z} \\ y_{im} - o_y &= -f_y \frac{r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + T_y}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + T_z}\end{aligned}$$

# 视觉类传感器

完整的投影：

$$x_{im} - o_x = -f_x \frac{r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + T_x}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + T_z}$$
$$y_{im} - o_y = -f_y \frac{r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + T_y}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + T_z}$$



$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \mathbf{M}_{int} \mathbf{M}_{ext} \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{pmatrix}$$



$$\mathbf{M}_{int} = \begin{bmatrix} -f_x & 0 & o_x \\ 0 & -f_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{ext} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & T_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & T_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_z \end{bmatrix}$$

这就是Ransac  
PNP的求解的目标  
3D -> 2D



# 标定

## 著名的八点法

$$x' = x_{im} - o_x = -f_x \frac{r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + T_x}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + T_z}$$
$$y' = y_{im} - o_y = -f_y \frac{r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + T_y}{r_{31}X_w + r_{32}Y_w + r_{33}Z_w + T_z}$$

$$x' f_y (r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + T_y) = y' f_x (r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + T_x)$$

$$\alpha = f_x/f_y$$

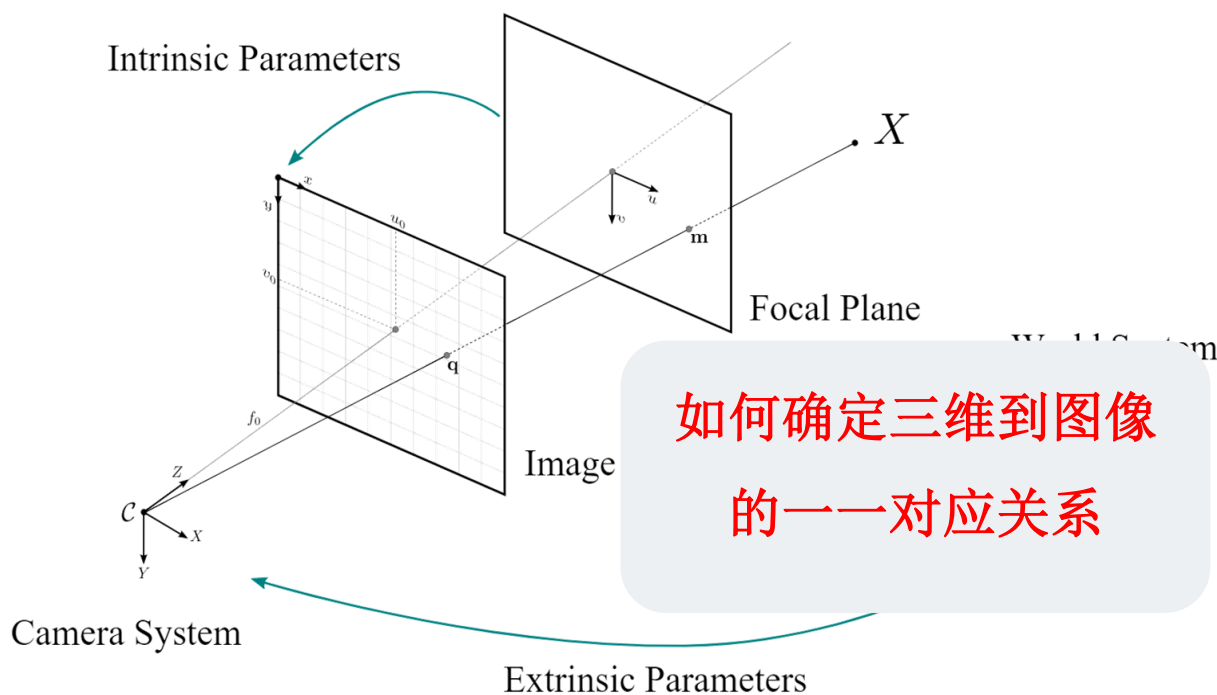
$$x' (r_{21}X_w + r_{22}Y_w + r_{23}Z_w + T_y) = y' \alpha (r_{11}X_w + r_{12}Y_w + r_{13}Z_w + T_x)$$

$$x_i X_i r_{21} + x_i Y_i r_{22} + x_i Z_i r_{23} + x_i T_y - y_i X_i (\alpha r_{11}) - y_i Y_i (\alpha r_{12}) - y_i Z_i (\alpha r_{13}) - y_i (\alpha T_x) = 0$$

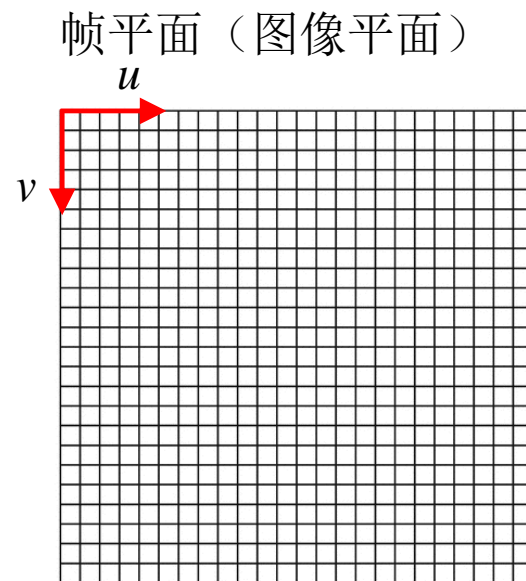
$$x_i X_i v_1 + x_i Y_i v_2 + x_i Z_i v_3 + x_i v_4 - y_i X_i v_5 - y_i Y_i v_6 - y_i Z_i v_7 - y_i v_8 = 0$$

八个未知数，需要对应的八个点

# 视觉类传感器



如何确定三维到图像  
的一一对应关系



世界到相机



3D到成像平面



成像到图像



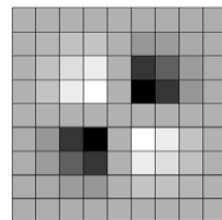
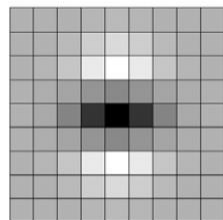
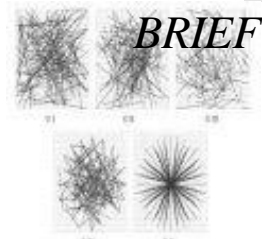
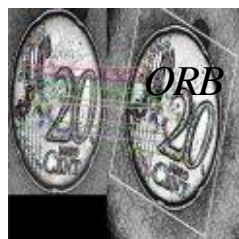
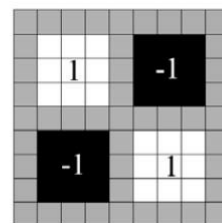
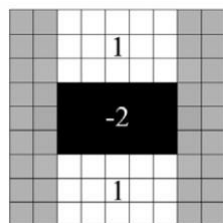
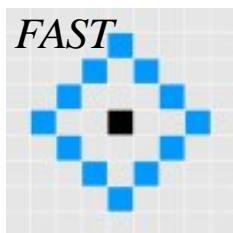
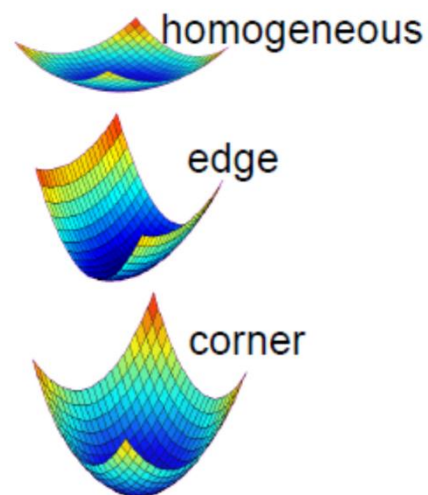
外参：也就是我们所说的单步旋转平移的解算

# 特征

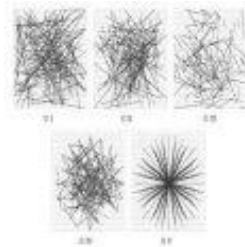
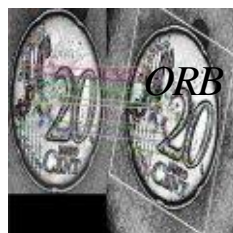
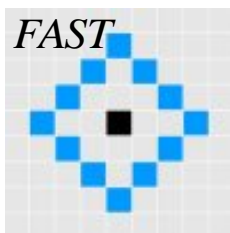
特征：

并没有什么统一、明确的定义，但是，想想它的用处：压缩了、将底层信息给予了更高层的表达。

- 高对比度区域：一般在物体的边缘（视察）
- 避免Edge



# 特征

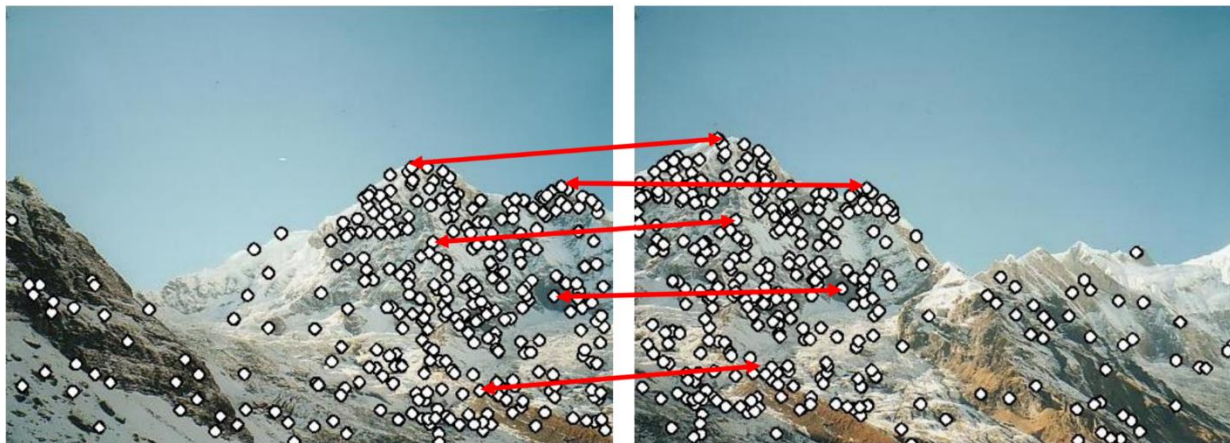


	Corner Detector	Blob Detector	Rotation Invariant	Scale Invariant	Affine Invariant	Repeatability	Localization Accuracy	Robustness	Efficiency
Haris	x		x			+++	+++	++	++
Shi-Tomasi	x		x			+++	+++	++	++
FAST	x		x	x		++	++	++	++++
SIFT		x	x	x	x	+++	++	+++	+
SURF		x	x	x	x	+++	++	++	++
CENSURE		x	x	x	x	+++	++	+++	+++

[https://docs.opencv.org/3.3.0/db/d27/tutorial\\_py\\_table\\_of\\_contents\\_feature2d.html](https://docs.opencv.org/3.3.0/db/d27/tutorial_py_table_of_contents_feature2d.html)

# 特征

那么，特征提取  
和匹配怎么走？



特征检测



特征描述器

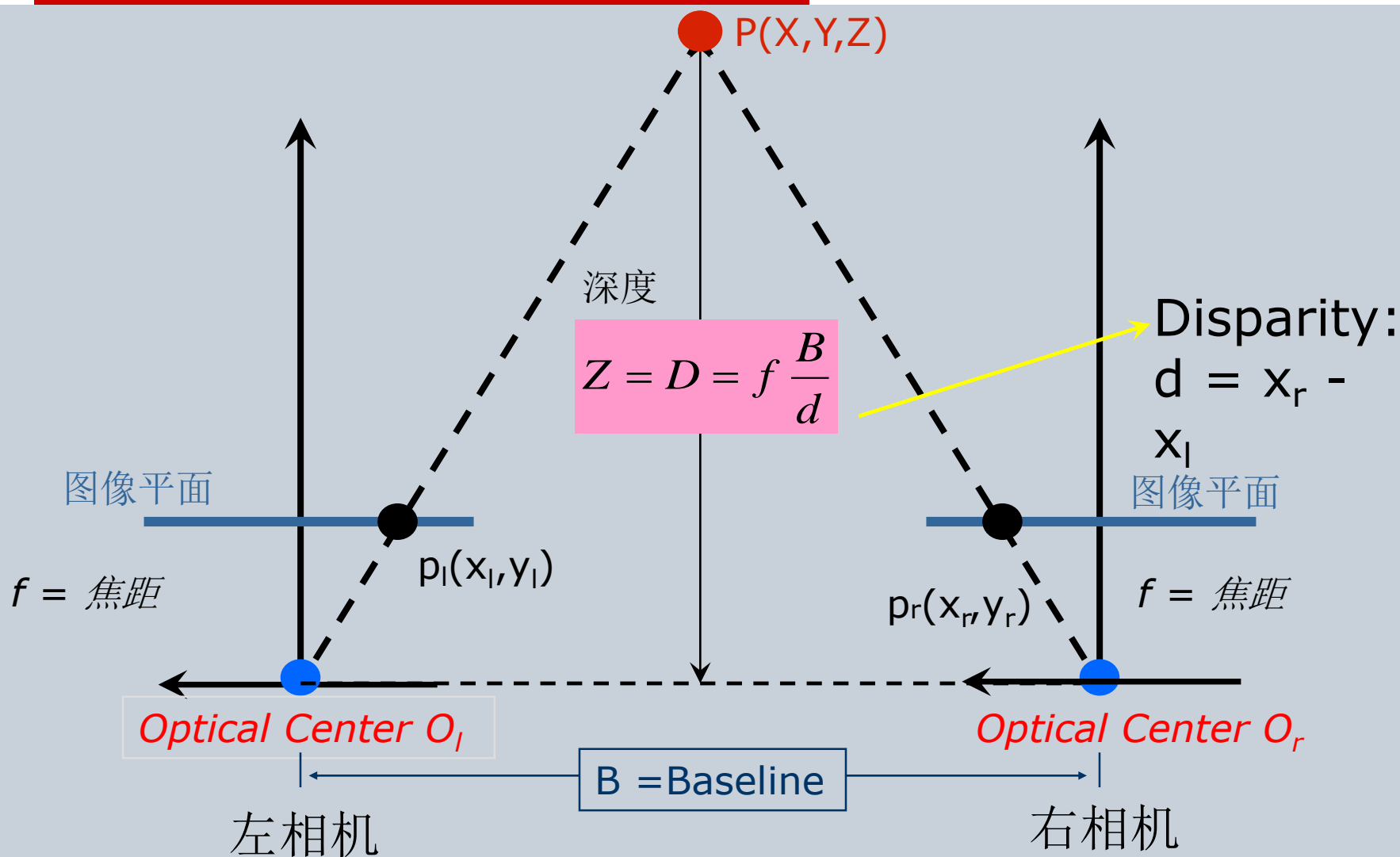


特征匹配

<http://opencv-python-tutroals.readthedocs.io/en/latest/index.html>



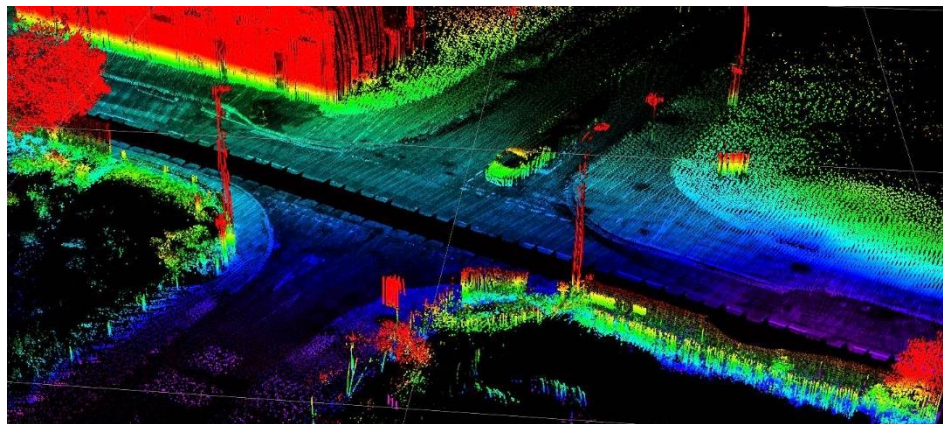
# 双目立体视觉



# 提纲

---

- 激光原理与优势
- 激光的应用
- 激光特征和点云匹配



# 激光传感器

---

## □ 2D激光传感器



## □ 3D激光传感器



HDL-64E

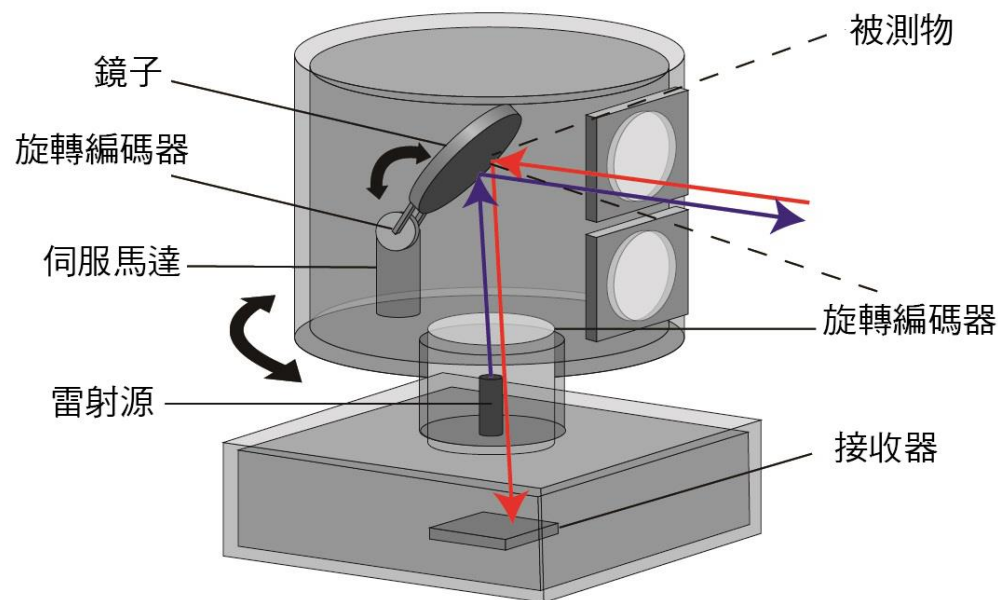


HDL-32E



VLP-16

# 激光传感器成像原理



Laser ID	Vertical Angle
0	-15°
1	1°
2	-13°
3	-3°
4	-11°
5	5°
6	-9°
7	7°
8	-7°
9	9°
10	-5°
11	11°
12	-3°
13	13°
14	-1°
15	15°

世界到激光传感器



3D点云到车体坐标系



外参：激光传感器与车体几何中心的转化关系

# 激光信息特性

---

## □ 激光优势

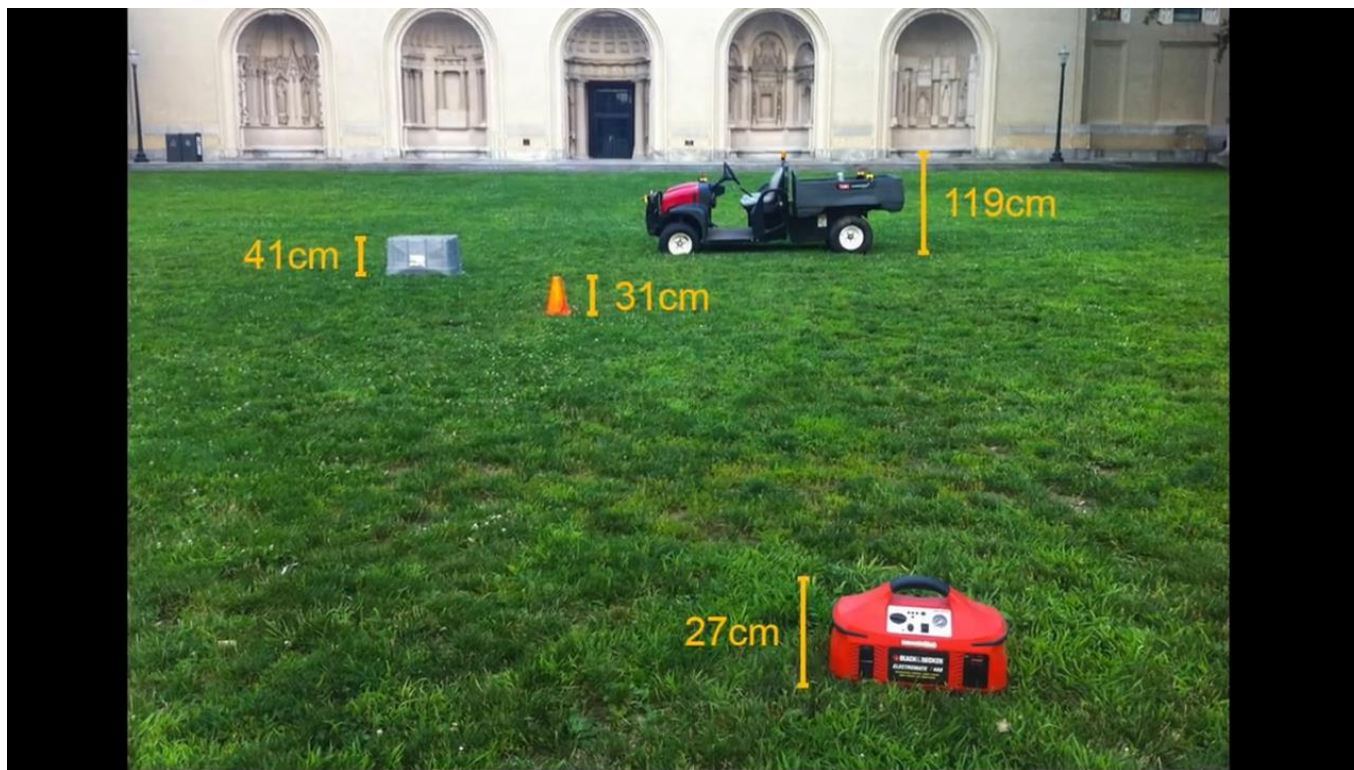
- 不受光照、季节条件影响，适合全日时运行；
- 检测精度高，有效检测范围可达到70~100m
- 可以根据对象材质的不同波长的反射回率

## □ 激光劣势

- 价格高昂
- 收特殊天气（雨，雪，雾，沙尘）等天气影响
- 无法返回丰富纹理信息，且分辨率低，视野受限。

# 激光的应用价值

## □ 激光里程计



# 激光的应用价值

---

## □ 高精度离线地图





# 激光的应用价值

## □ 多目标识别

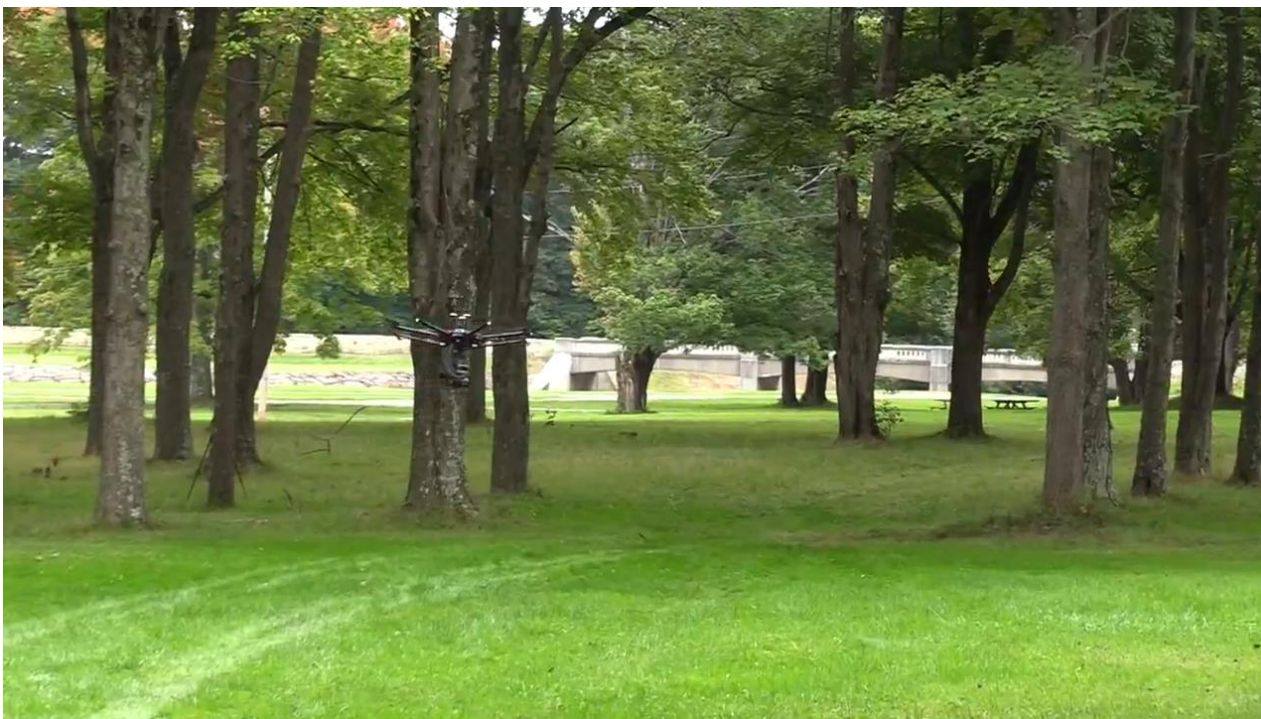




# 激光的应用价值

---

## □ 静态障碍物设备与实时运动规划



# 激光特征与匹配

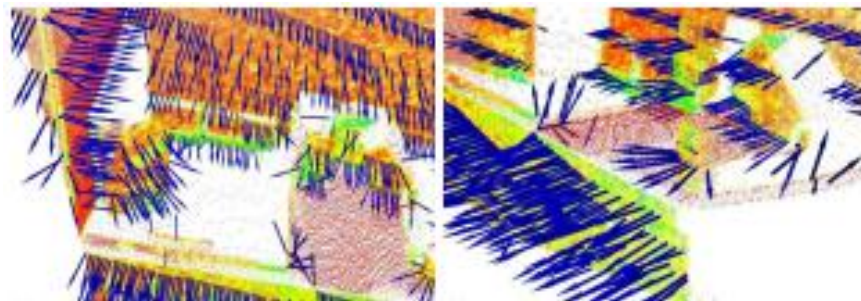
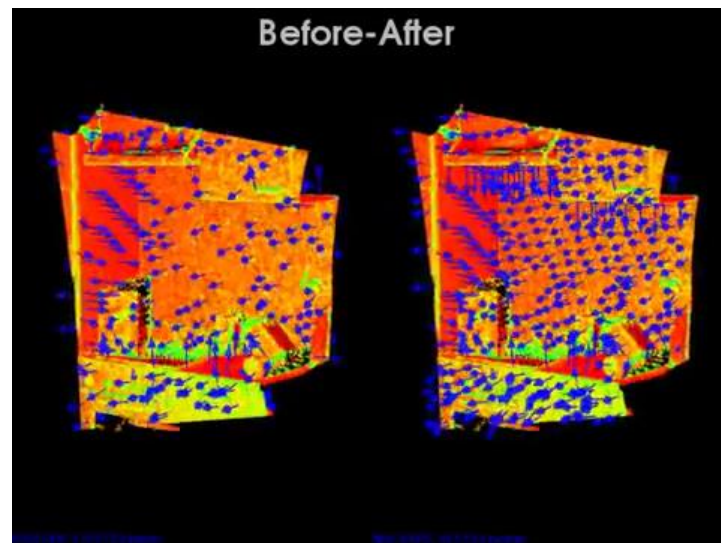
---

- ❑ 表面法向量 (Surface Normal)
- ❑ 点特征直方图 (Point Feature Histograms)
- ❑ 旋转图片特征 (Spin-Image)
- ❑ 迭代最近邻点 (Iterative Closest Points)

# 激光特征：法向量特征

法向量计算：

1. 曲面重建技术，从获取的点云数据集中得到采样点所对应的曲面，然后从曲面模型中计算表面法线；
2. 根据邻近点云数据集近似推断表面法向量（最小二乘法或者PCA方法）



# 激光特征：法向量特征

计算最近点均值信息

$$x = \bar{p} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k p_i$$

估计最小二乘协方差矩阵

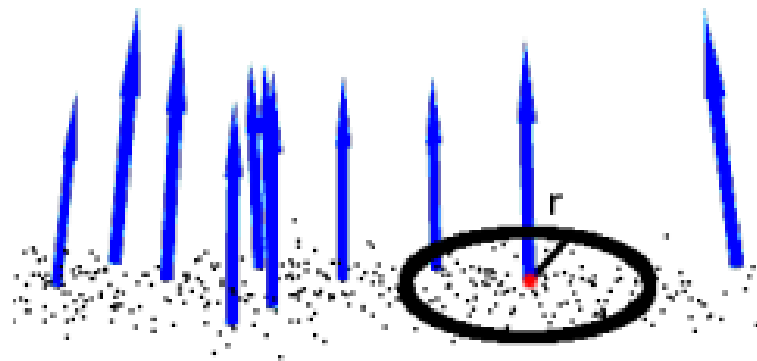
$$C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \zeta_i (P_i - \bar{P})(P_i - \bar{P})^T,$$

$$C \cdot \vec{v}_j = \lambda_j \cdot \vec{v}_j, j \in \{0, 1, 2\}$$

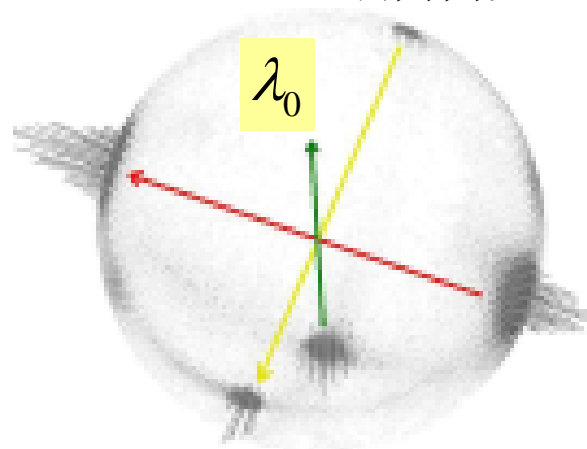
$$0 \leq \lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$$

$$\sigma_p \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2}$$

曲率信息

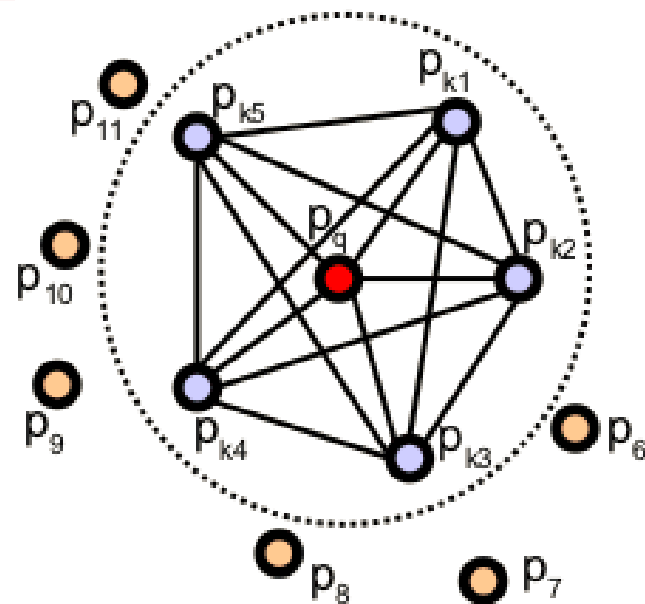


法向量向量



# 激光特征：点特征直方图

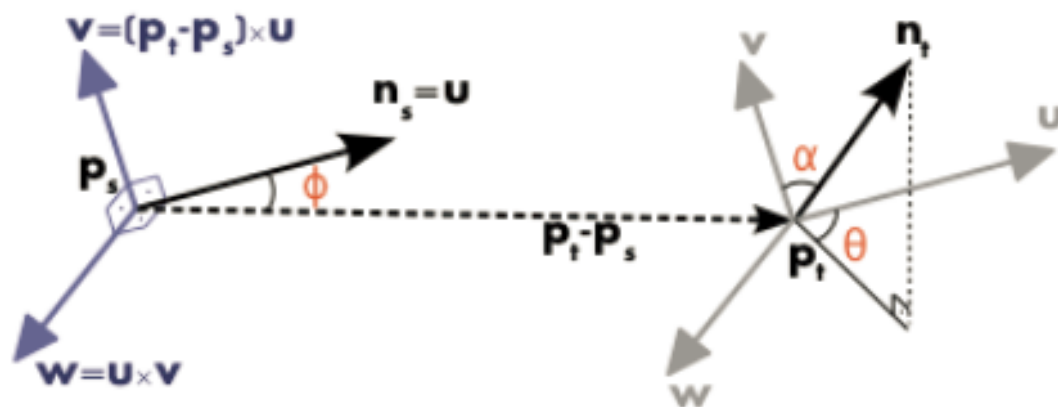
虽然表面法向量可以用于快速计算几何对象的法向量和曲率信息，但是无法提取更丰富的特征信息。如果想衡量两个姿态点之间的关联度，我们需要12量的描述空间。



$$u = n_s,$$

$$v = u \times \frac{(p_t - p_s)}{\|p_t - p_s\|_2},$$

$$w = u \times v$$



# 激光特征：点特征直方图

$$d = \|p_t - p_s\|_2,$$

$$\alpha = v \cdot n_t,$$

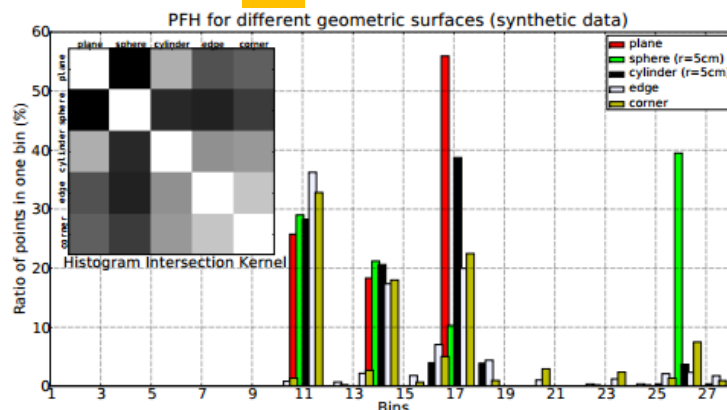
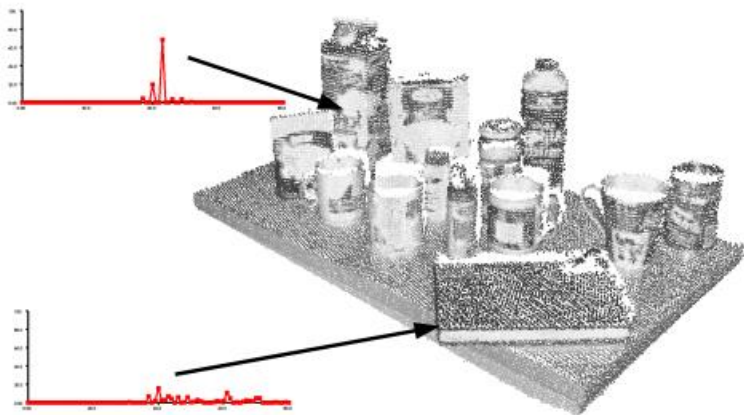
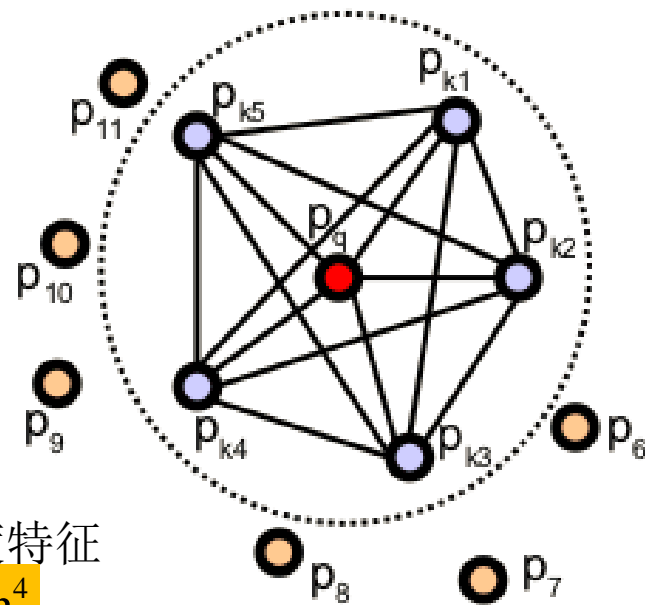
$$\phi = u \times \frac{(p_t - p_s)}{d},$$

$$\theta = \arctan(w \cdot n_t, u \cdot n_t)$$

只需要4个变量

$$\langle d, \alpha, \phi, \theta \rangle$$

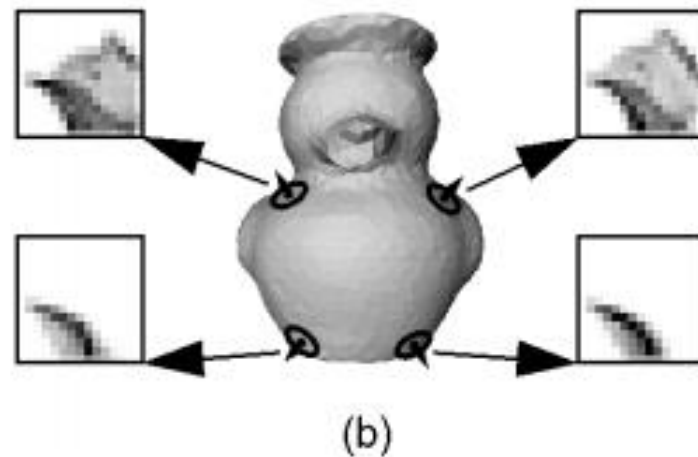
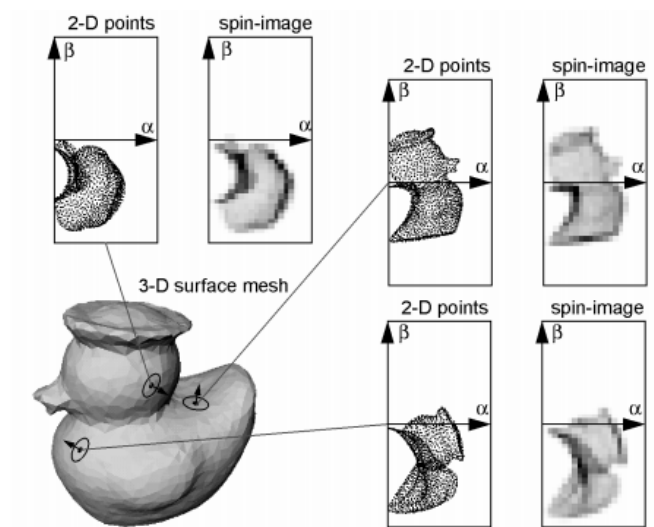
建立直方图，每一个维度特征划分为b，bin的大小为  $b^4$



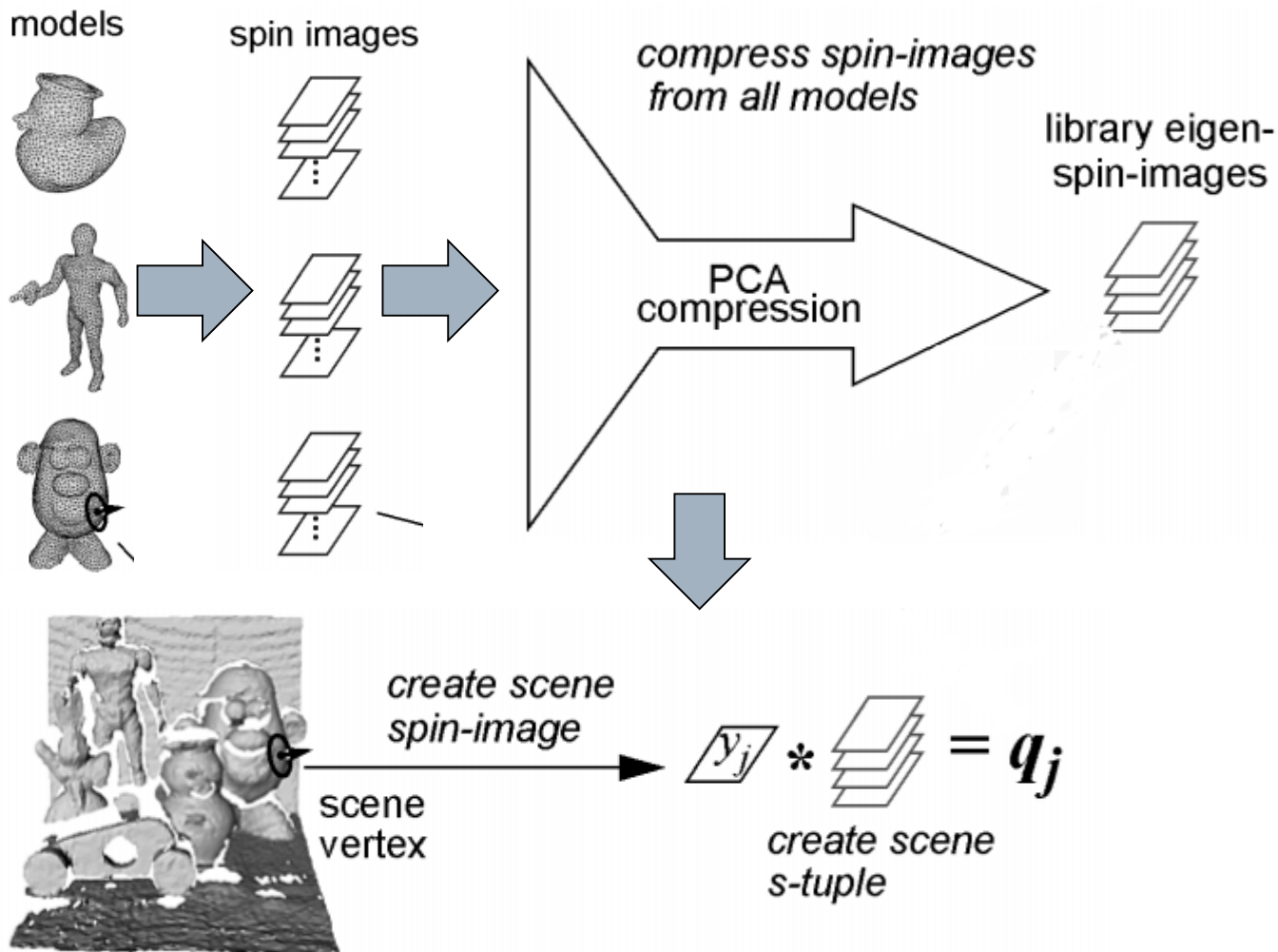


# 激光特征： 旋转图片

到目前为止，所有的特征只能计算局部的法向量统计特性，无法提取更丰富的几何特性，如视觉信息可以提取纹理信息，那么是否也有类似的方法提取点云的‘纹理’信息呢？



# 激光特征： 旋转图片





# 激光点云匹配

迭代最近邻匹配 (ICP) :

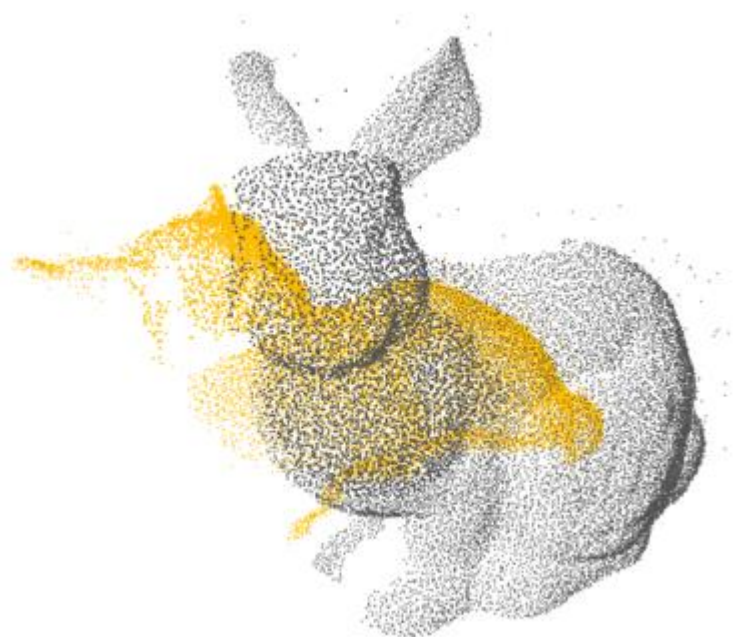
给定两组待匹配点云

$$X = \{x_1, \dots, x_n\}$$

$$P = \{p_1, \dots, p_n\}$$

最小化一下方程，求得最优的  
旋转平移矩阵。

$$E(R, t) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|x_i - Rp_i - t\|^2$$



# 激光点云匹配

$$E(R, t) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|x_i - Rp_i - t\|^2$$

$$\mu_x = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} x_i, \mu_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} p_i$$

SVD求解矩阵W

$$W = \sum_{i=1}^{N_p} (x_i - \mu_x)(p_i - \mu_p)$$
$$= U \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} V^T$$

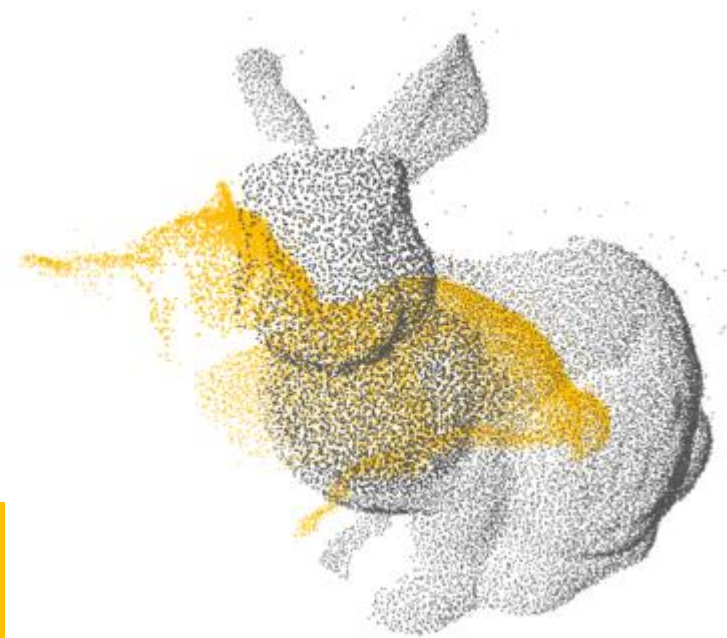
$$U, V \in R^{3 \times 3}$$

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

$$R = UV^T$$

$$t = \mu_x - R\mu_p$$

$$E(R, t) = \sum_{i=1}^{N_p} \left( \|x_i - \mu_x\|^2 + \|y_i - \mu_y\|^2 \right) - 2(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$



# Reading and Homework

---

## Reading:

- ❑ Rusu, Radu Bogdan. "Semantic 3d object maps for everyday manipulation in human living environments." *KI-Künstliche Intelligenz* 24.4 (2010): 345-348.
- ❑ Johnson, Andrew E., and Martial Hebert. "Using spin images for efficient object recognition in cluttered 3D scenes." *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 21.5 (1999): 433-449.
- ❑ Besl, Paul J., and Neil D. McKay. "A method for registration of 3-D shapes." *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 14.2 (1992): 239-256.
- ❑ Rusu, Radu Bogdan, Nico Blodow, and Michael Beetz. "Fast point feature histograms (FPFH) for 3D registration." *Robotics and Automation, 2009. ICRA'09. IEEE International Conference on*. IEEE, 2009.

Homework, try and understand the basic ICP method.

- ❑ <https://github.com/ClayFlannigan/icp.git>

---

# Q&A