



中国矿业大学



第一章 算法概述

§1.1 算法及复杂性

韩丽霞



计算机科学与技术学院

School Of Computer Science And Technology, CUMT



学习内容

01

理解算法及其性质

02

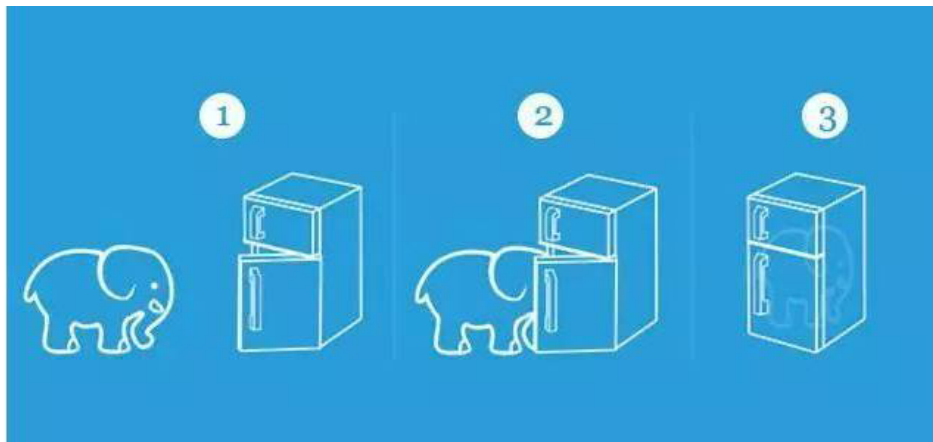
掌握算法计算复杂性的概念

03

分析**最好、最坏、平均**时间复杂性

算法的定义

算法：求解问题的一系列计算或操作步骤。



输入： 有外部提供的量作为算法的输入。

输出： 算法产生至少一个量作为输出。

确定性： 组成算法的每条指令是清晰、无歧义的。

有限性： 算法中每条指令的执行次数是有限的，
执行每条指令的时间也是有限的。

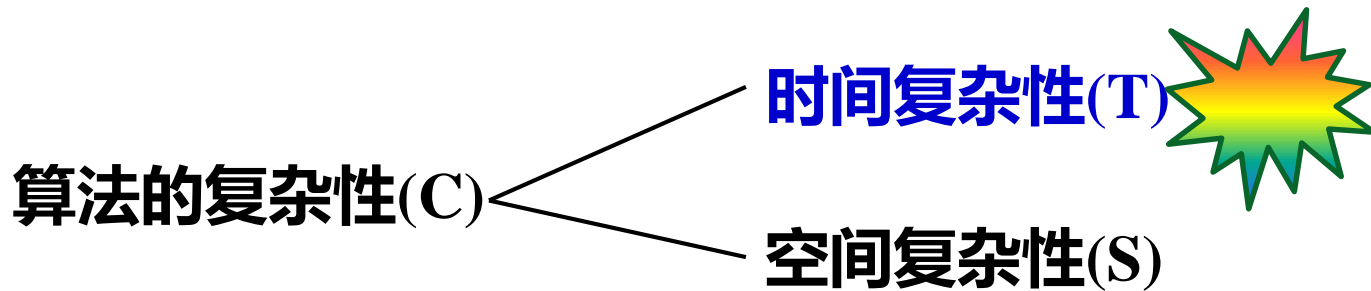
程序与算法的区别？

程序是算法用某种程序设计语言的具体实现。

程序可以**不满足算法的性质(4)-有限性**。

算法的复杂性(C):

算法执行所需的时间和空间的数量。



$$C = F(N, I, A)$$

问题的规模

输入

算法



$$T = T(N, I, A)$$

$$S = S(N, I, A)$$

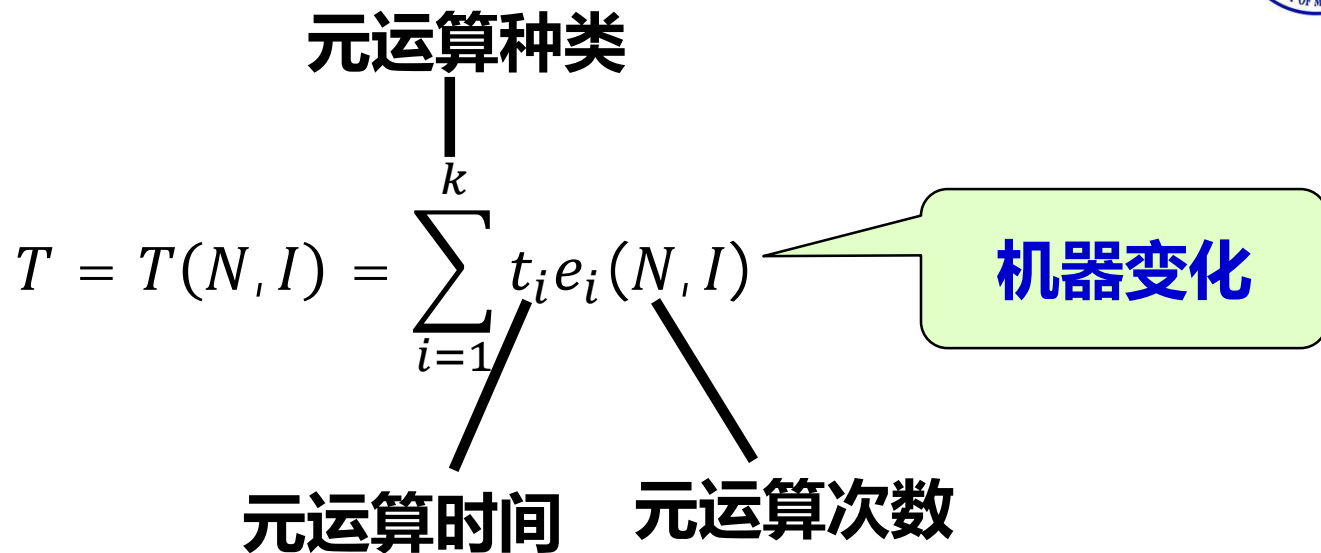
时间复杂性：

元运算种类

$$T = T(N, I) = \sum_{i=1}^k t_i e_i(N, I)$$

元运算时间 元运算次数

机器变化

The diagram illustrates the components of the time complexity formula $T = T(N, I) = \sum_{i=1}^k t_i e_i(N, I)$. A vertical line connects the text '元运算种类' (Basic Operation Types) to the summation index k . A diagonal line connects the text '元运算时间' (Basic Operation Time) to the coefficient t_i . Another diagonal line connects the text '元运算次数' (Basic Operation Count) to the term $e_i(N, I)$. A light green callout box with a pointer to $e_i(N, I)$ contains the text '机器变化' (Machine Change).

1. 假设某算法在输入规模为 n 时的计算时间为 $T(n) = n^2$ ，在某台计算机上实现并完成该算法的时间为 t 秒。现有一台计算机，其运行速度为第一台的64倍，在这台新机器上用同一算法在 t 秒内能解输入规模为多大的问题？

解：设新机器用同一算法在时间 t 内能解决输入规模为 m 的问题，

$$T(n) = \sum_{i=1}^k t_i e_i(N, I) = n^2 = t \quad t = n^2 = \frac{m^2}{64}$$
$$m = 8n$$

最坏时间复杂度：

$$T_{max} = \max_{I \in D_N} T(N, I) = \sum_{i=1}^k t_i e_i(N, I^*) = T(N, I^*)$$

最好时间复杂度：

$$T_{min} = \min_{I \in D_N} T(N, I) = \sum_{i=1}^k t_i e_i(N, \tilde{I}) = T(N, \tilde{I})$$



平均时间复杂性分析

平均时间复杂性：

$$\begin{aligned} T_{avg}(N) &= \sum_{I \in D_N} P(I) T(N, I) \\ &= \sum_{I \in D_N} P(I) \sum_{i=1}^k t_i e_i(N, I) \end{aligned}$$

|
输入I的概率

一维整型数组A[n]中查找与给定值K相等的元素(查找成功)。

```
Int Find(int A[], int n)
{
    i:=0;           a
    while i<n       t
        i:=i+1;     (a+s)
        If A[i]==k  t
            Break
    Return i        a
}
```

最好情况： $T_{min} = 2a + (2t + a + s)$

最坏情况： $T_{max} = 2a + (2t + a + s)n$

平均情况（概论相等）：

$$T_{avg} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} [2a + (2t + a + s)i]$$

分析:问题的规模为n,设元运算执行时间为赋值:a,判断:t,加法:s。

01

算法-性质

02

算法的时间复杂度-时间复杂性

03

最好、最坏、平均时间复杂性

解决某问题有2种算法，复杂性分别为 $10n^2$ 、 2^n ，在一台机器上可处理问题的规模分别为S1、S2。若机器速度提高到原来的10倍，问在同样时间内可处理问题的大小如何？