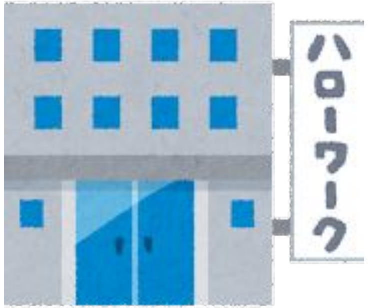
距離を求める

たかし君の家はハローワークまで秒速4mで進み到着まで1分かかりました
たかし君の家からハローワークまでの距離は何mでしょうか？



簡単な問題設定にするため、たかし君には制約がかけられている

・等速直線運動 ＝ 常に同じ速度

・機械のように「常に」同じ速度で移動していると考える

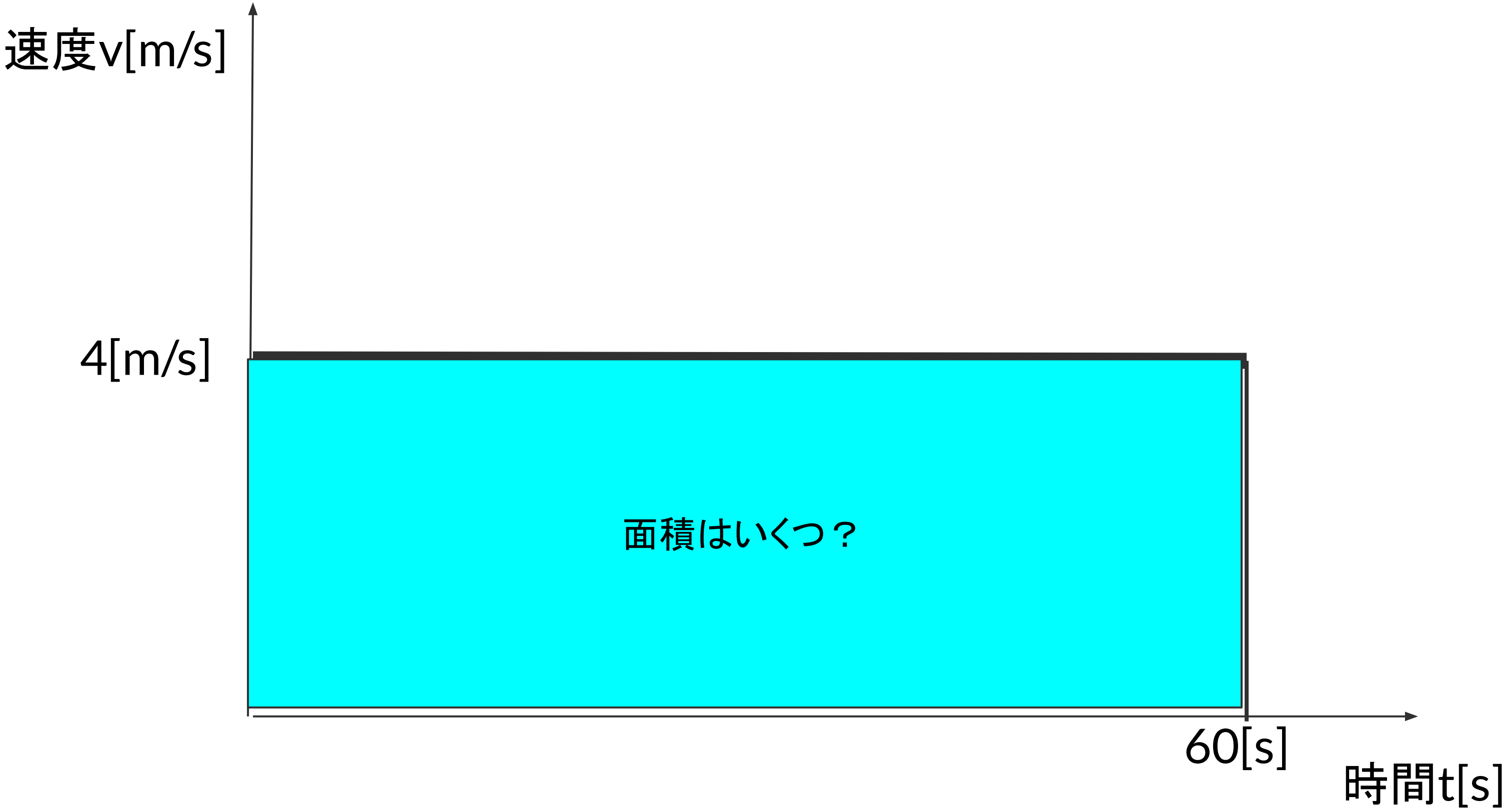
つまり等速で動いているから

時間 ✕ 速度 ＝ 距離

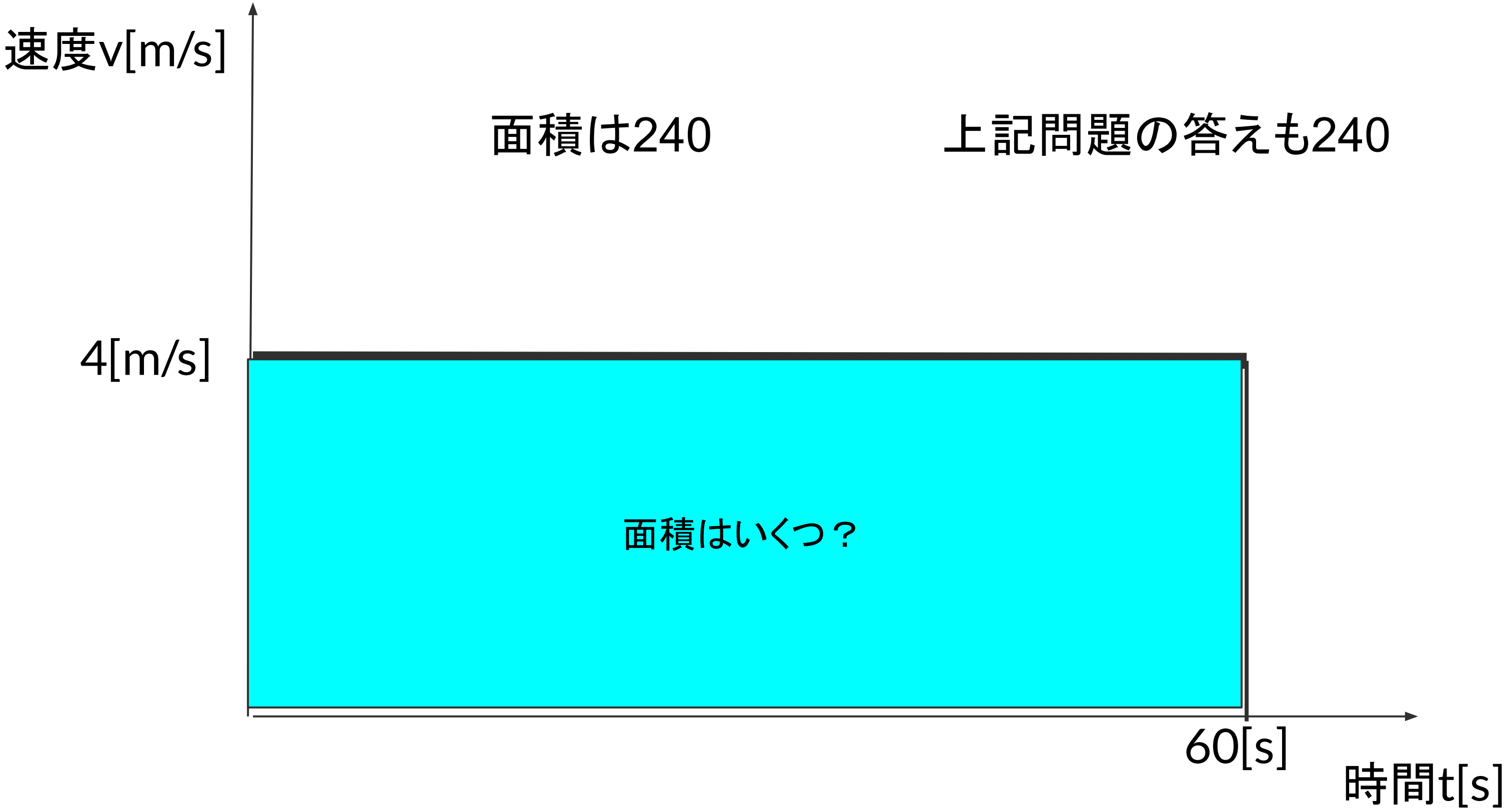
の法則からハローワークまでの距離も求めることができる

たかし君の家はハローワークまで秒速4mで進み到着まで1分かかりました
たかし君の家からハローワークまでの距離は何mでしょうか？

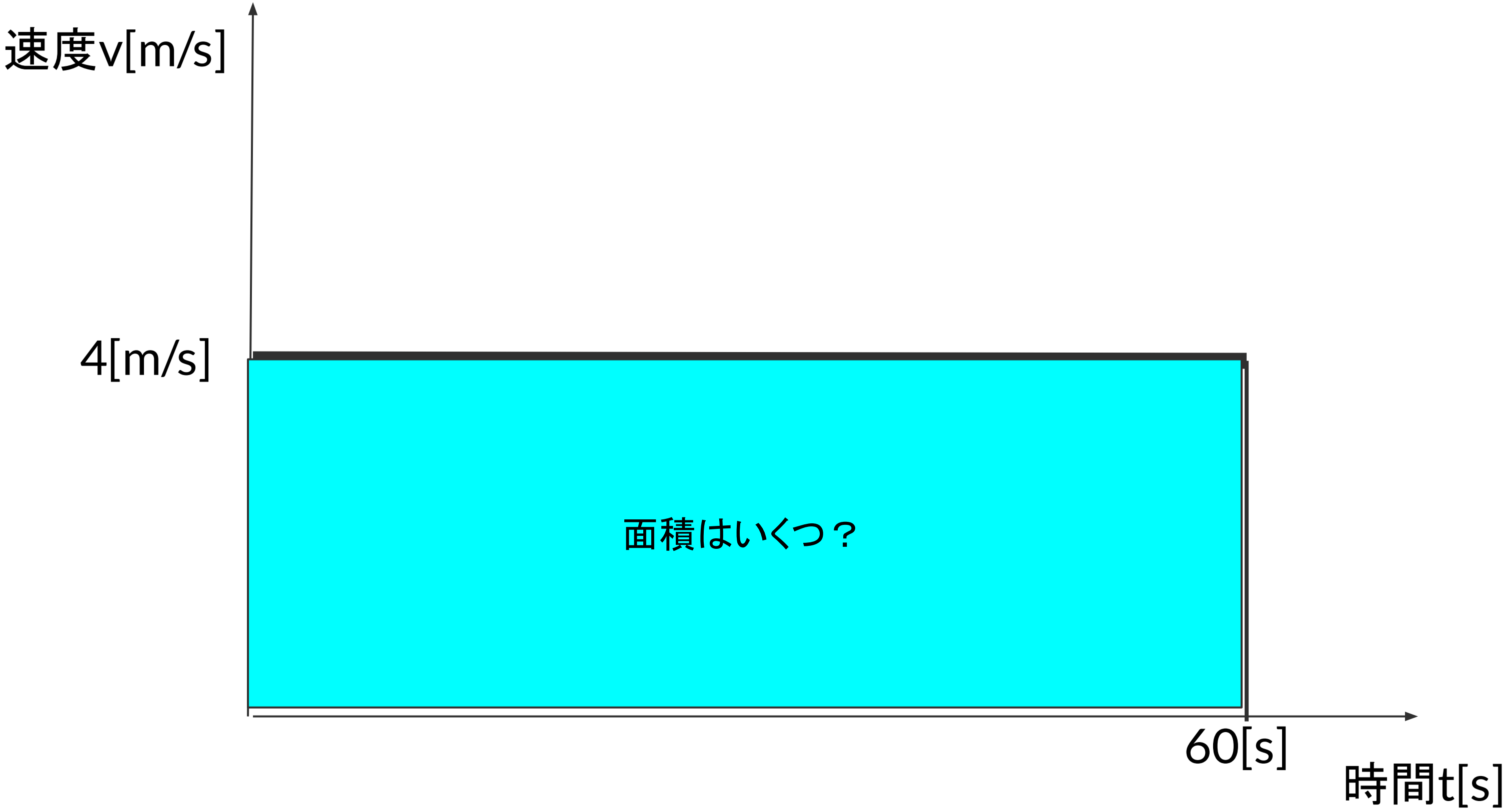
たかし君の家はハローワークまで秒速4mで進み到着まで1分かかりました
たかし君の家からハローワークまでの距離は何mでしょうか？



たかし君の家はハローワークまで秒速4mで進み到着まで1分かかりました
たかし君の家からハローワークまでの距離は何mでしょうか？



距離を面積として計算することができる



たかし君は1秒ごとに秒速1m速くなる割合で加速する
10秒走ったら何m進むでしょうか？

たかし君は加速している

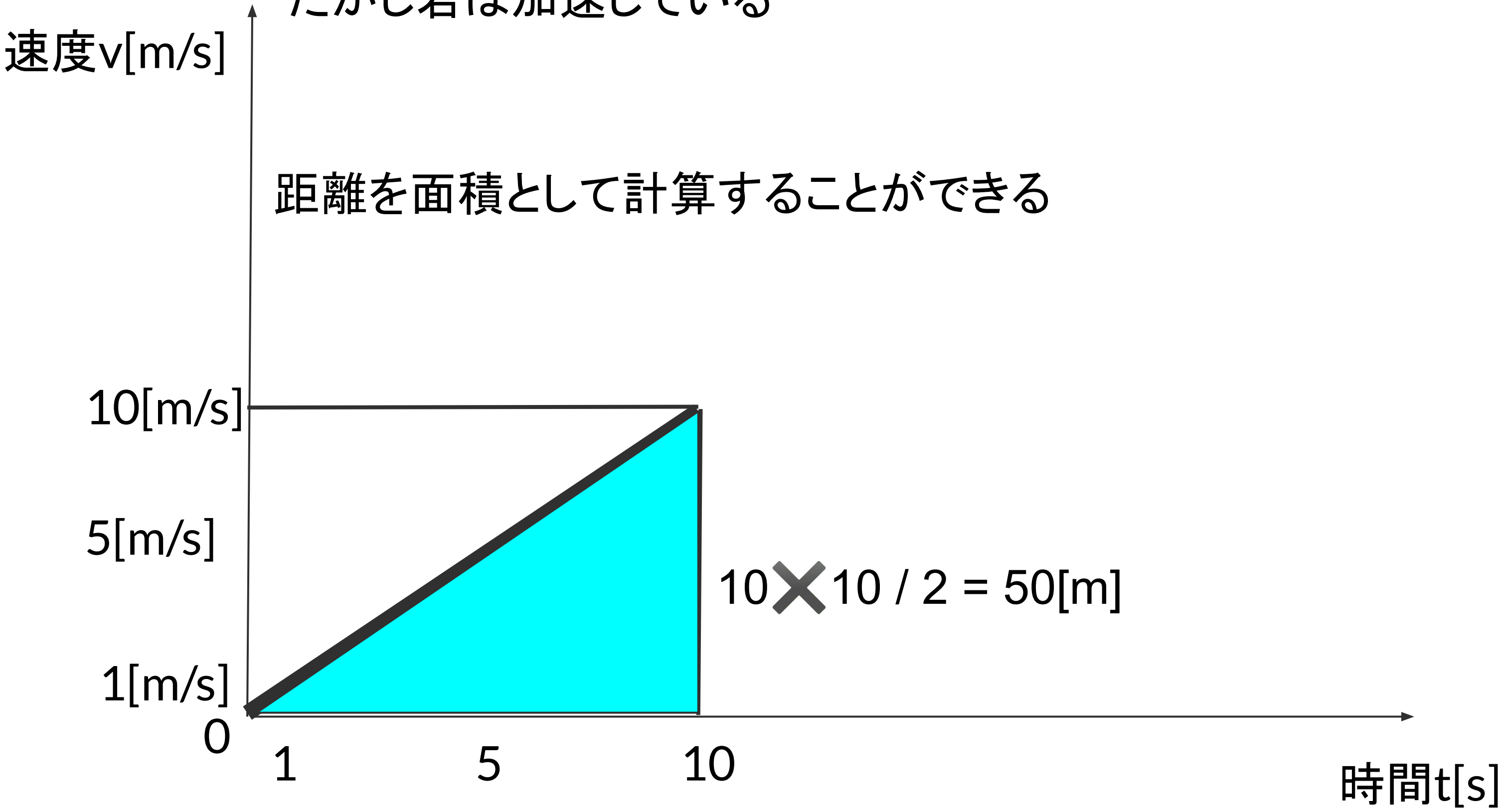
たかし君は1秒ごとに秒速1m速くなる割合で加速する
10秒走ったら何m進むでしょうか？

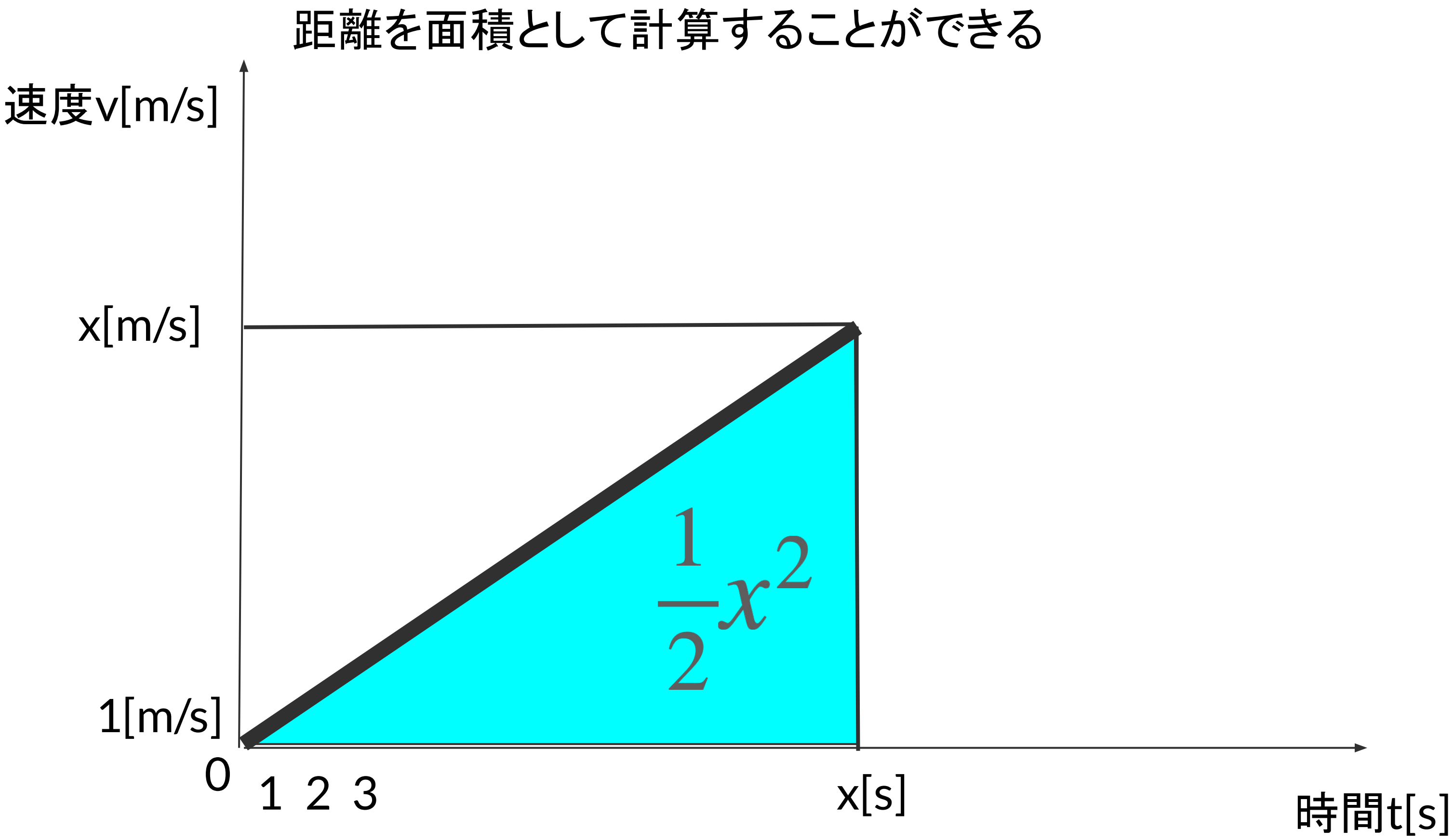
たかし君は加速している

1秒時点　→　1m/s
2秒時点　→　2m/s
3秒時点　→　3m/s

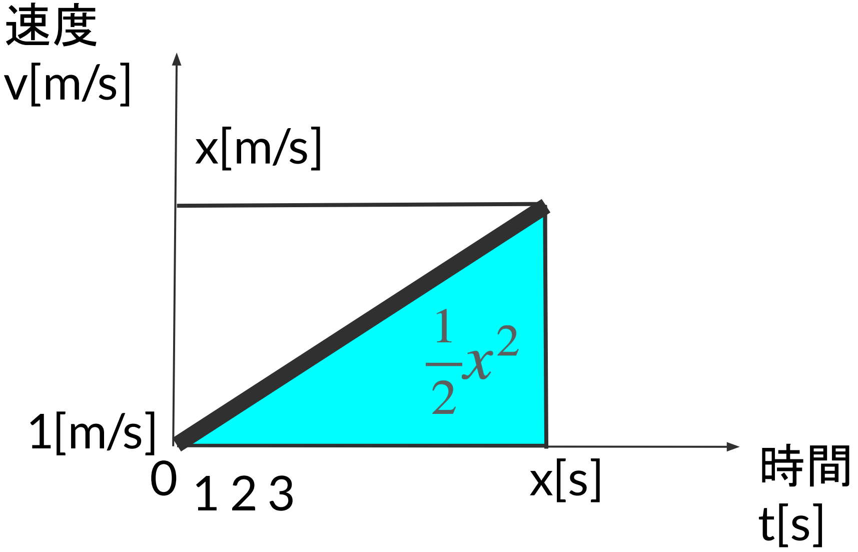
たかし君は1秒ごとに秒速1m速くなる割合で加速する
10秒走ったら何m進むでしょうか？

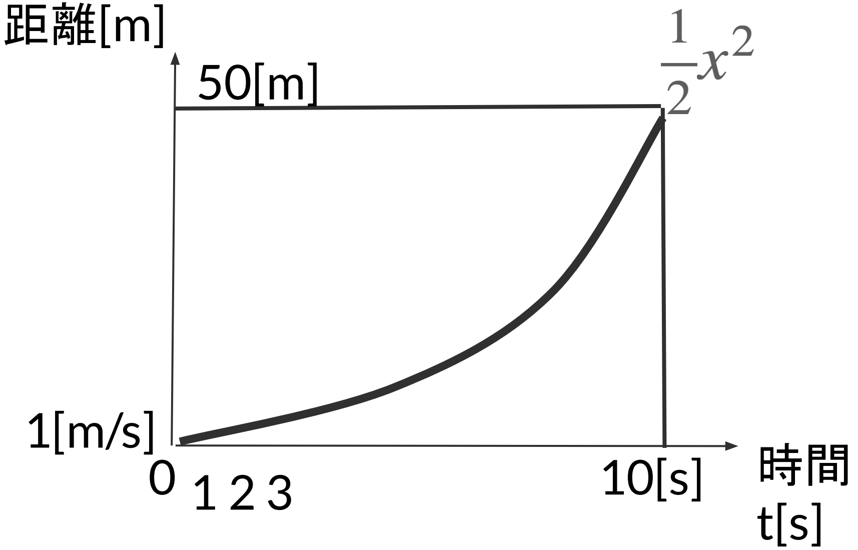
たかし君は加速している



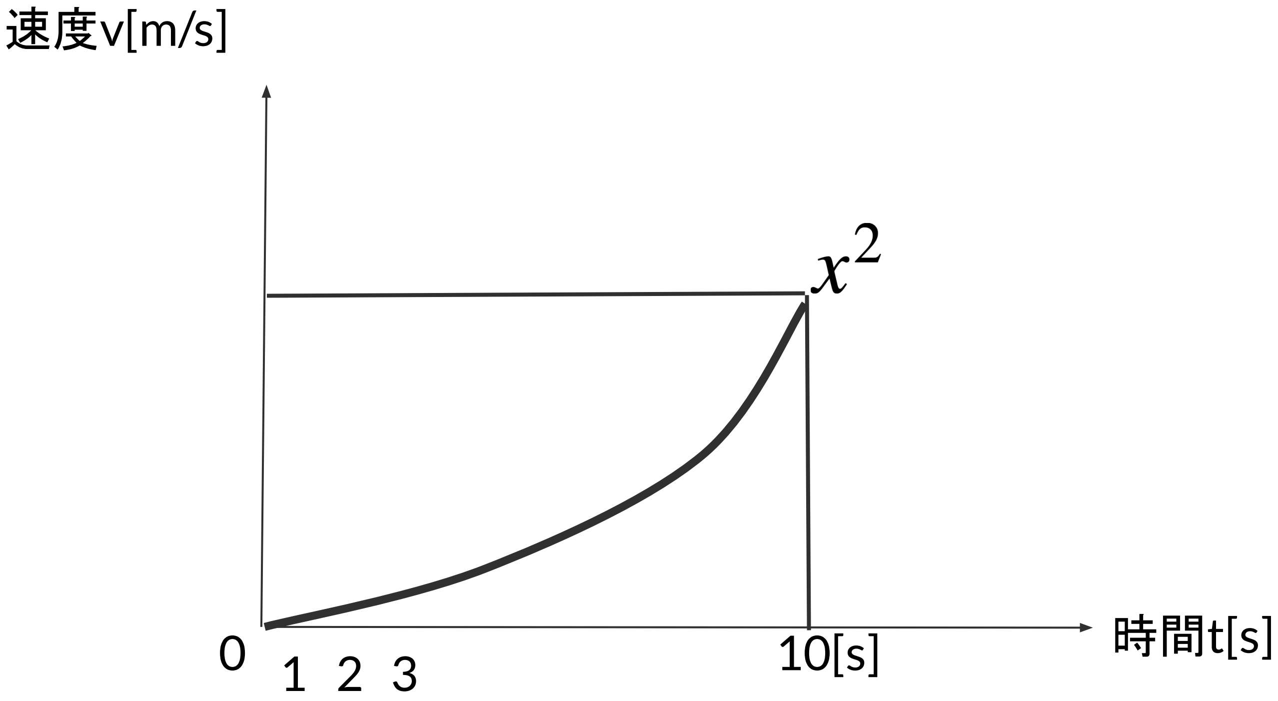

距離を面積として計算することができる
速度v[m/s]
x[m/s]
1[m/s]
0
1 2 3
x[s]
時間t[s]
$\frac{1}{2}x^2$

距離と時間の関係にすると
右図のようになる



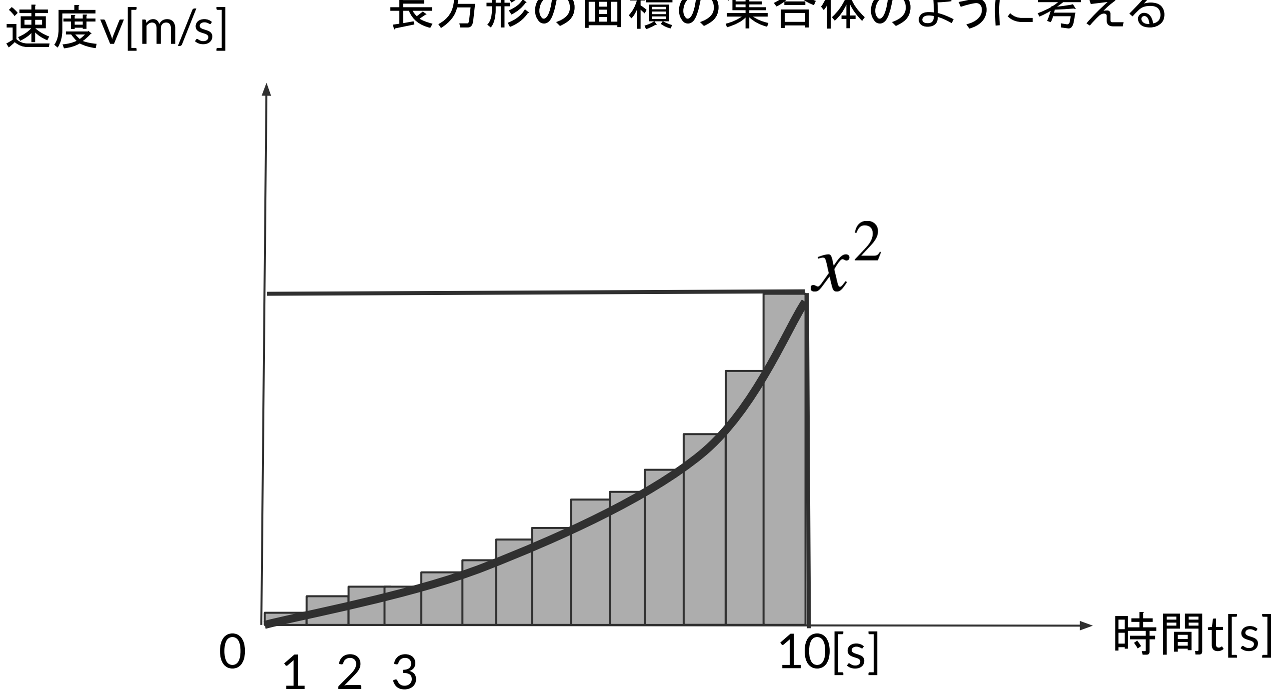


複雑な曲線を描くように「速度」が変わる場合
距離をどう求める？（どう面積を求める？）



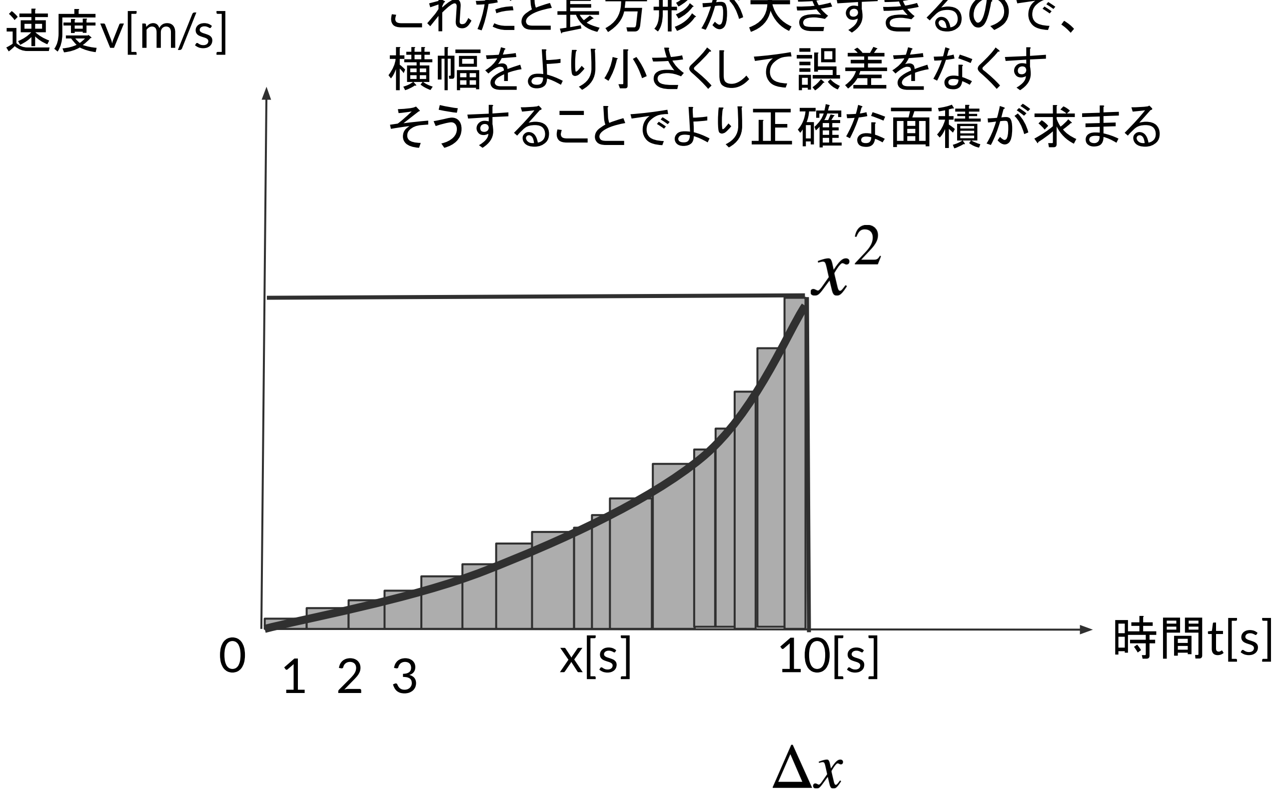
複雑な曲線を描くように「速度」が変わる場合
距離をどう求める？（どう面積を求める？）

長方形の面積の集合体のように考える

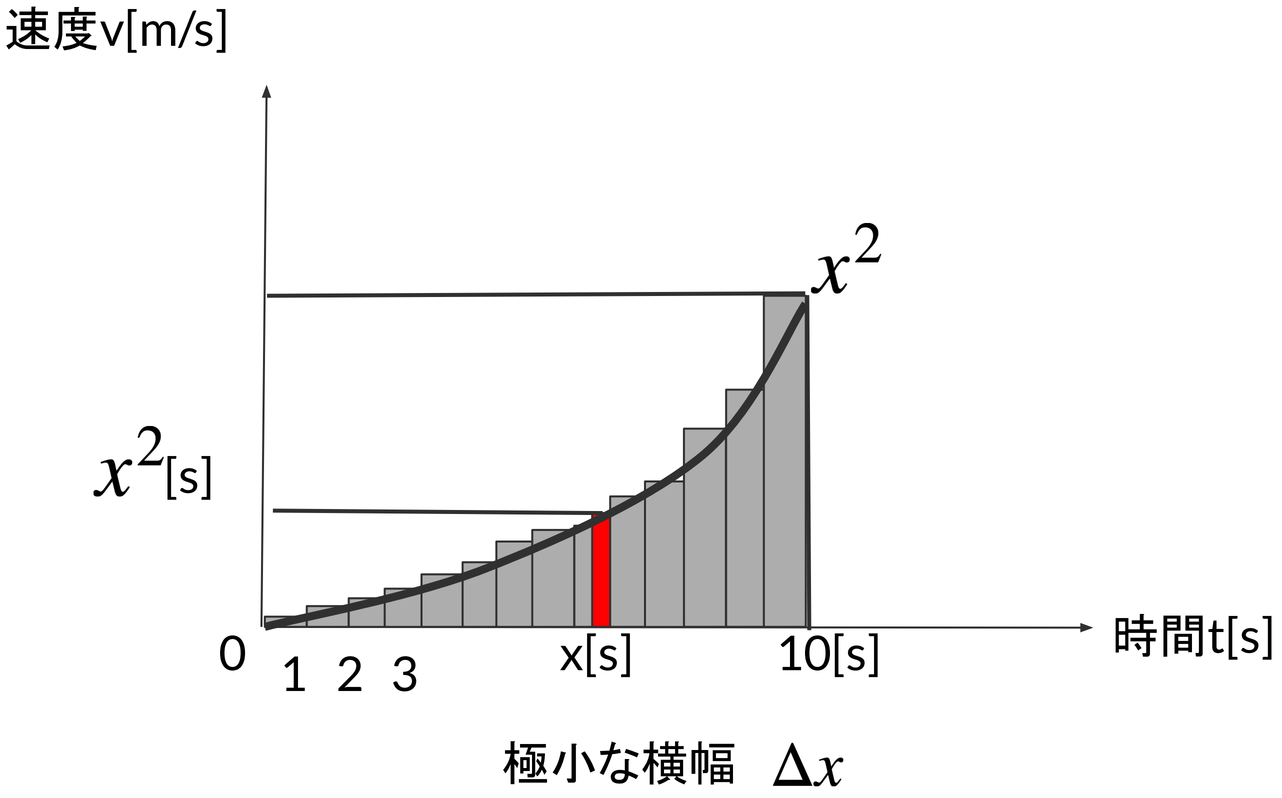


複雑な曲線を描くように「速度」が変わる場合
距離をどう求める？（どう面積を求める？）

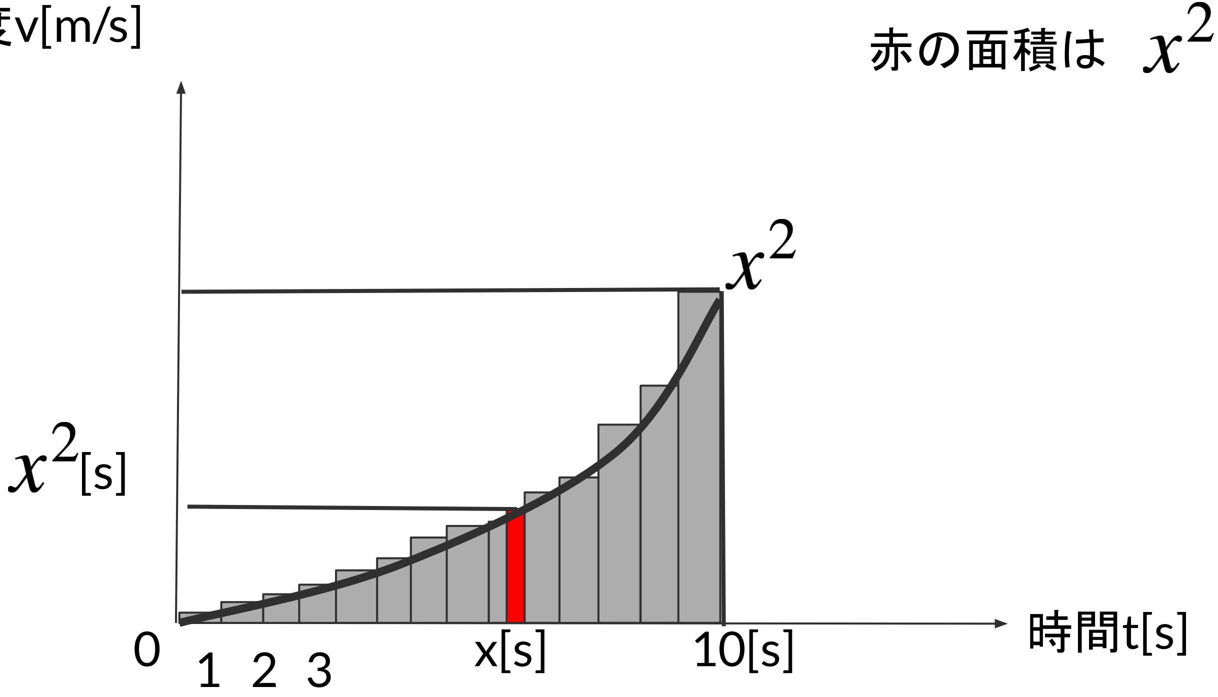
これだと長方形が大きすぎるので、
横幅をより小さくして誤差をなくす
そうすることでより正確な面積が求まる



複雑な曲線を描くように「速度」が変わる場合
距離をどう求める？（どう面積を求める？）



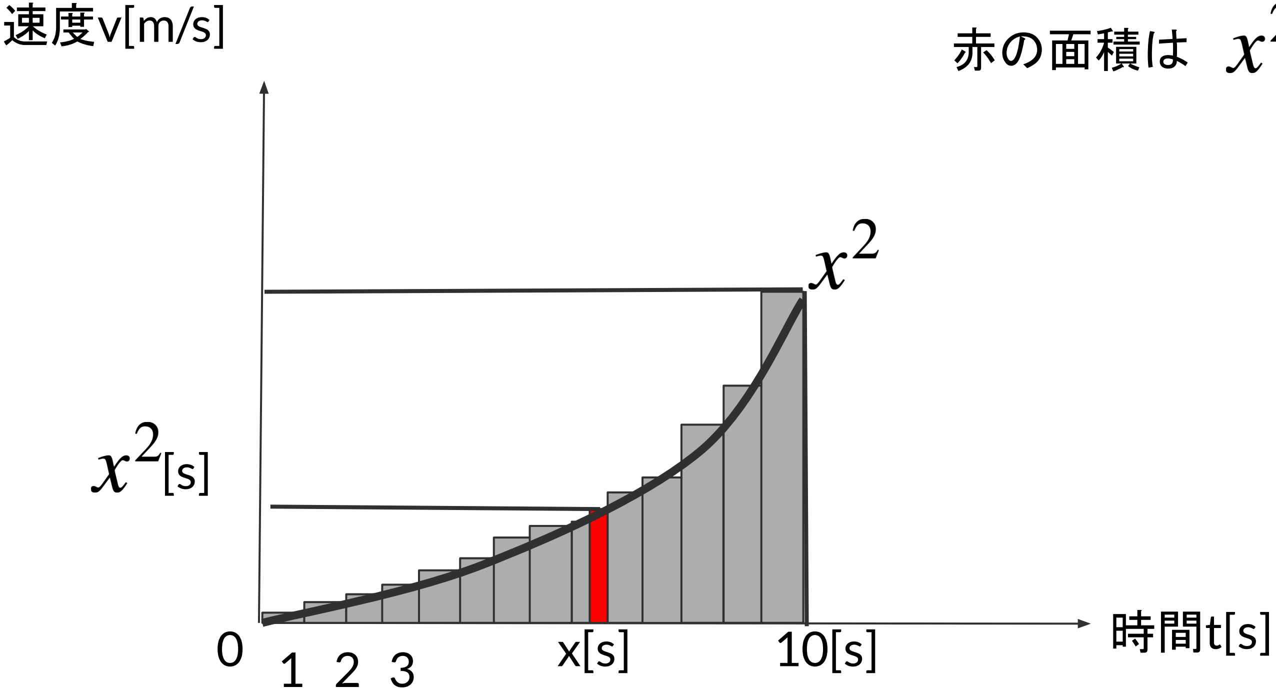
複雑な曲線を描くように「速度」が変わる場合
距離をどう求める？（どう面積を求める？）



赤の面積は $x^2 \times \Delta x$

極小な横幅 Δx

複雑な曲線を描くように「速度」が変わる場合
距離をどう求める？（どう面積を求める？）

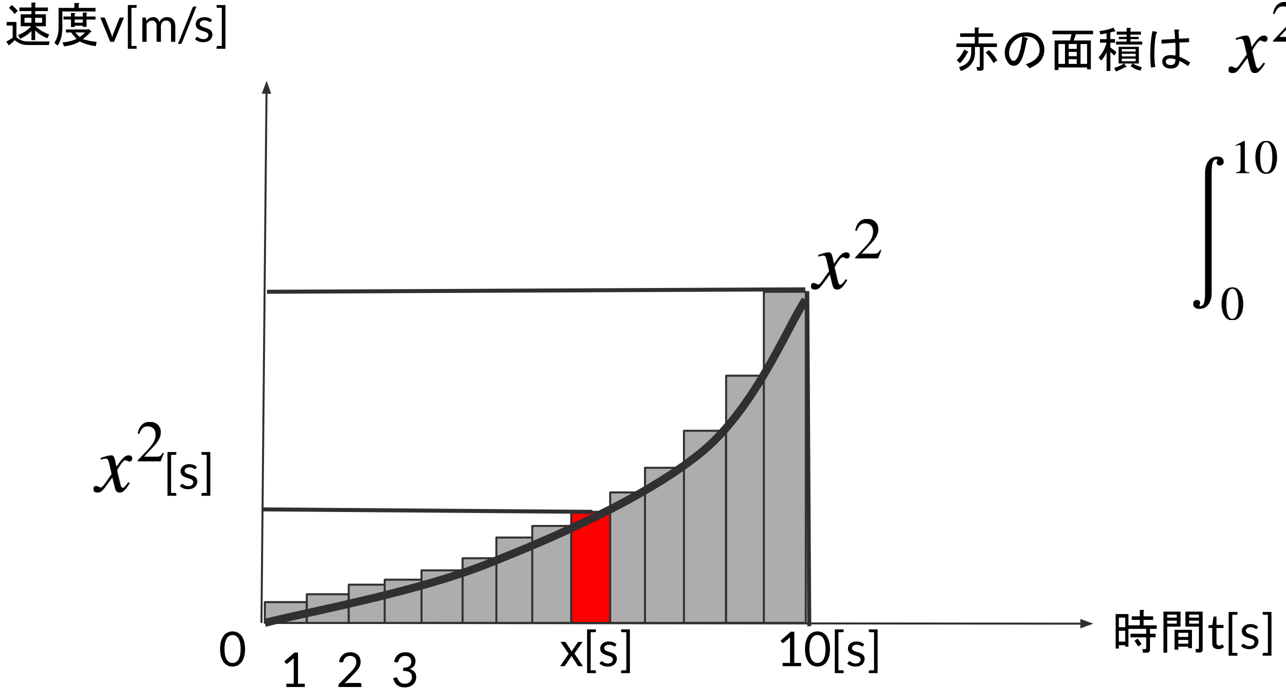


赤の面積は x^2 × Δx

x^2dx

極小な横幅 Δx

複雑な曲線を描くように「速度」が変わる場合
距離をどう求める？（どう面積を求める？）



赤の面積は x^2 × Δx

$$\int_0^{10} x^2 dx$$

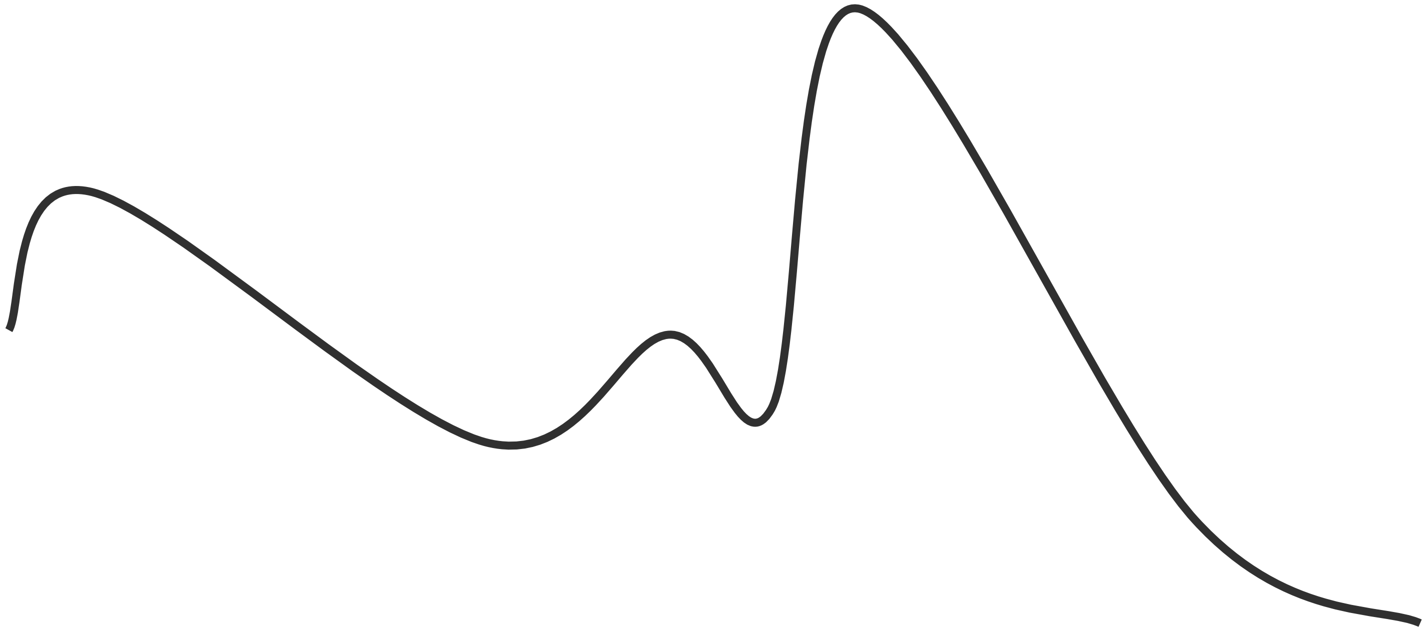
極小な横幅 Δx

たかし君は機械じゃないんだから急ぐ時もある
時間によっては速く走ることもあるだろう
加速することもあるだろう
この度合いを加速度という

速度を求める

全長1.5kmのコースを1分で走るジェットコースター

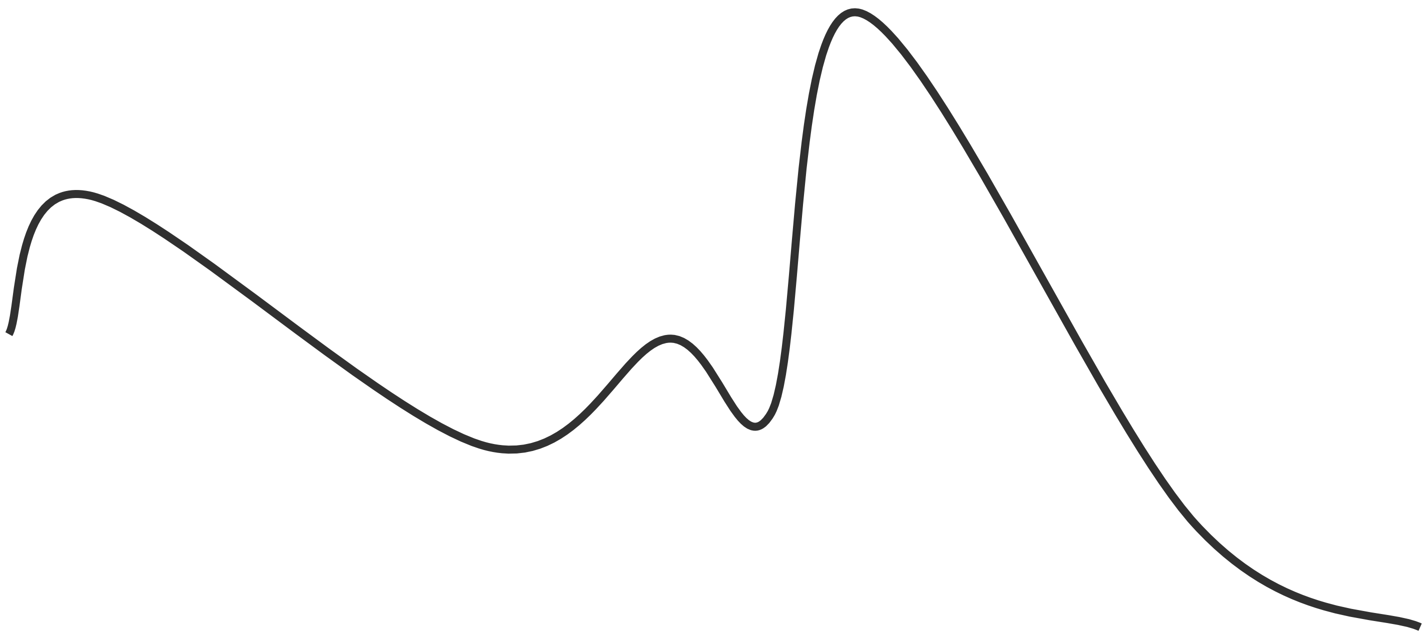
ジェットコースターの速度はどのくらいでしょう？

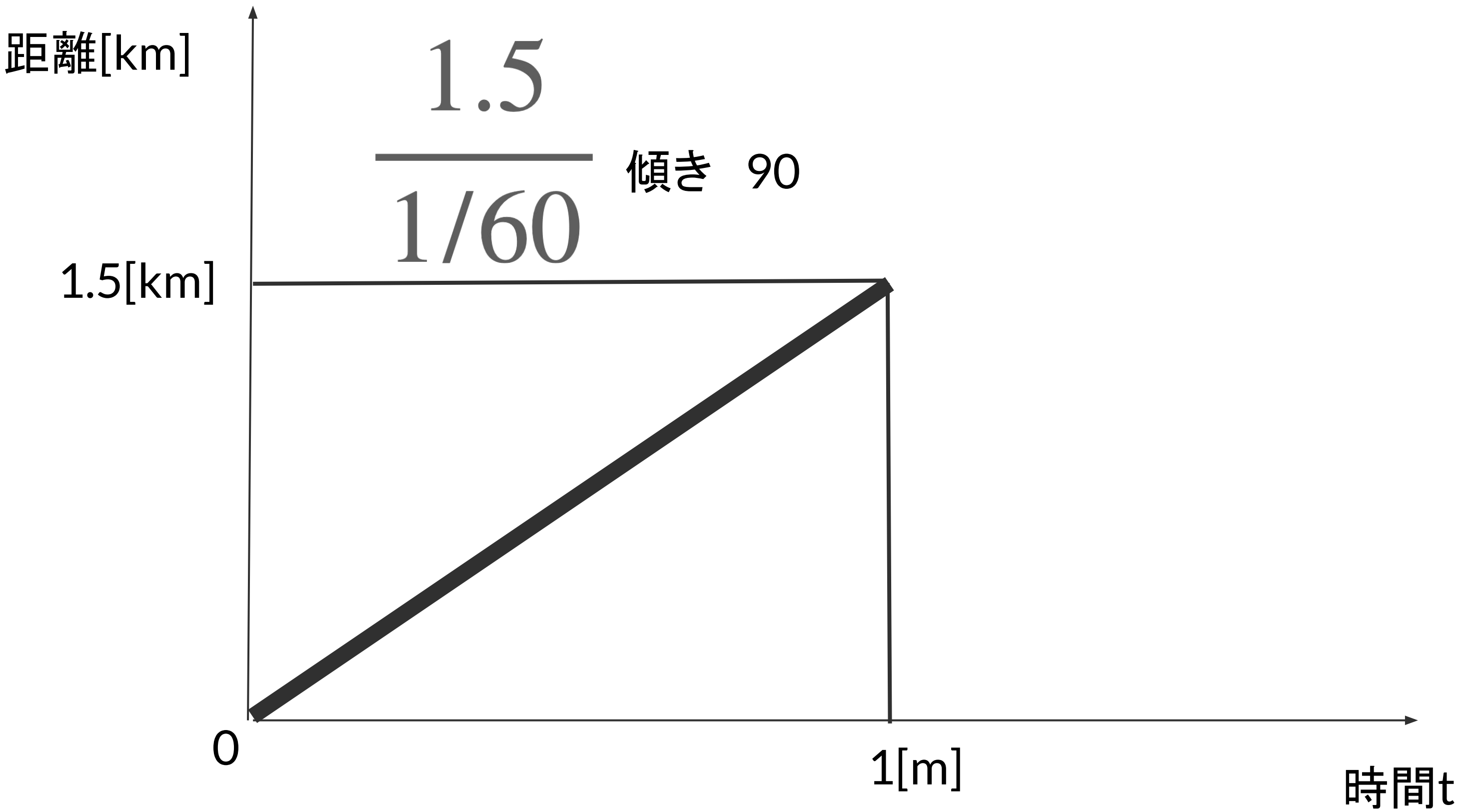


全長1.5kmのコースを1分で走るジェットコースター

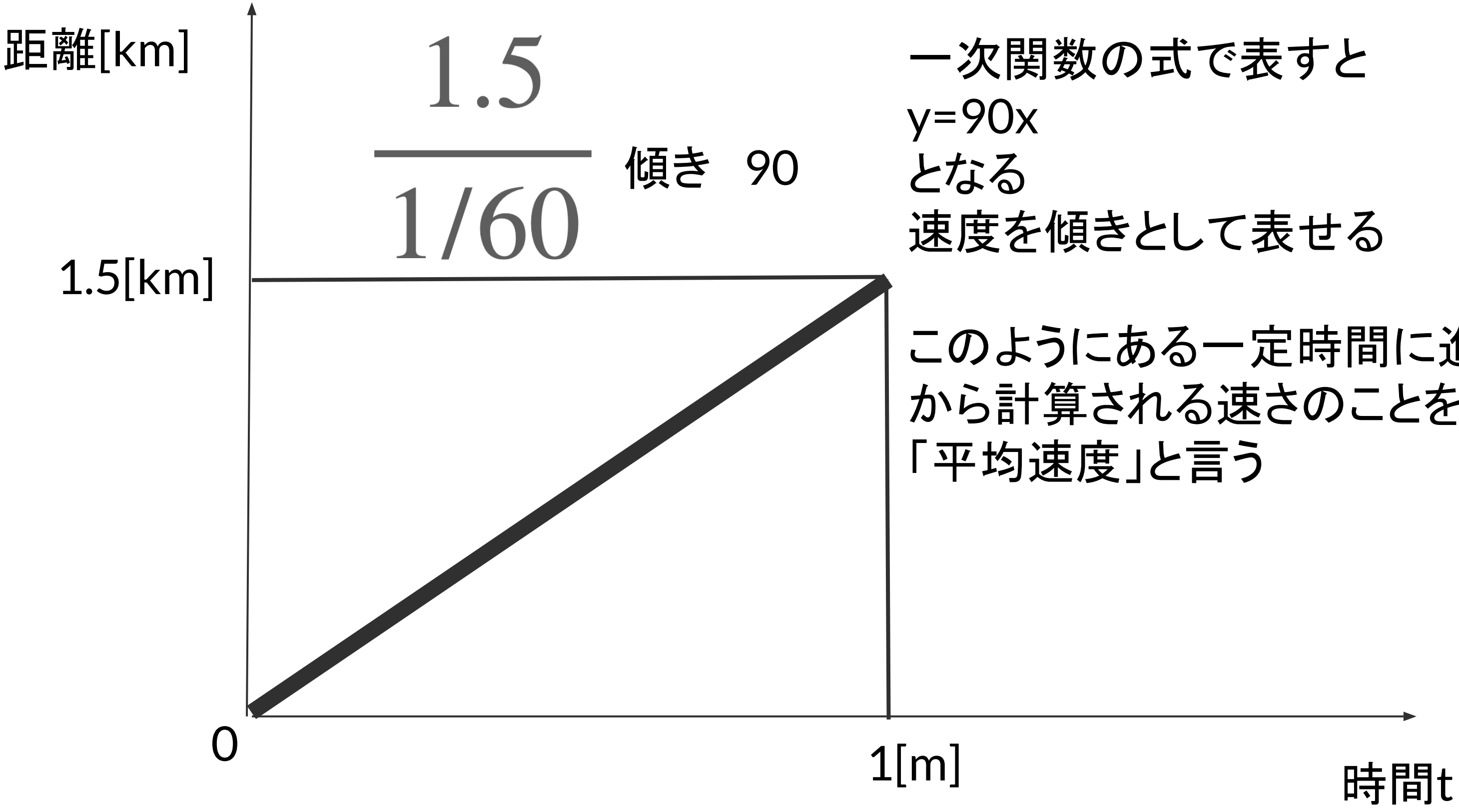
ジェットコースターの速度はどのくらいでしょう？

1.5 ÷ 1/60 = 時速90km



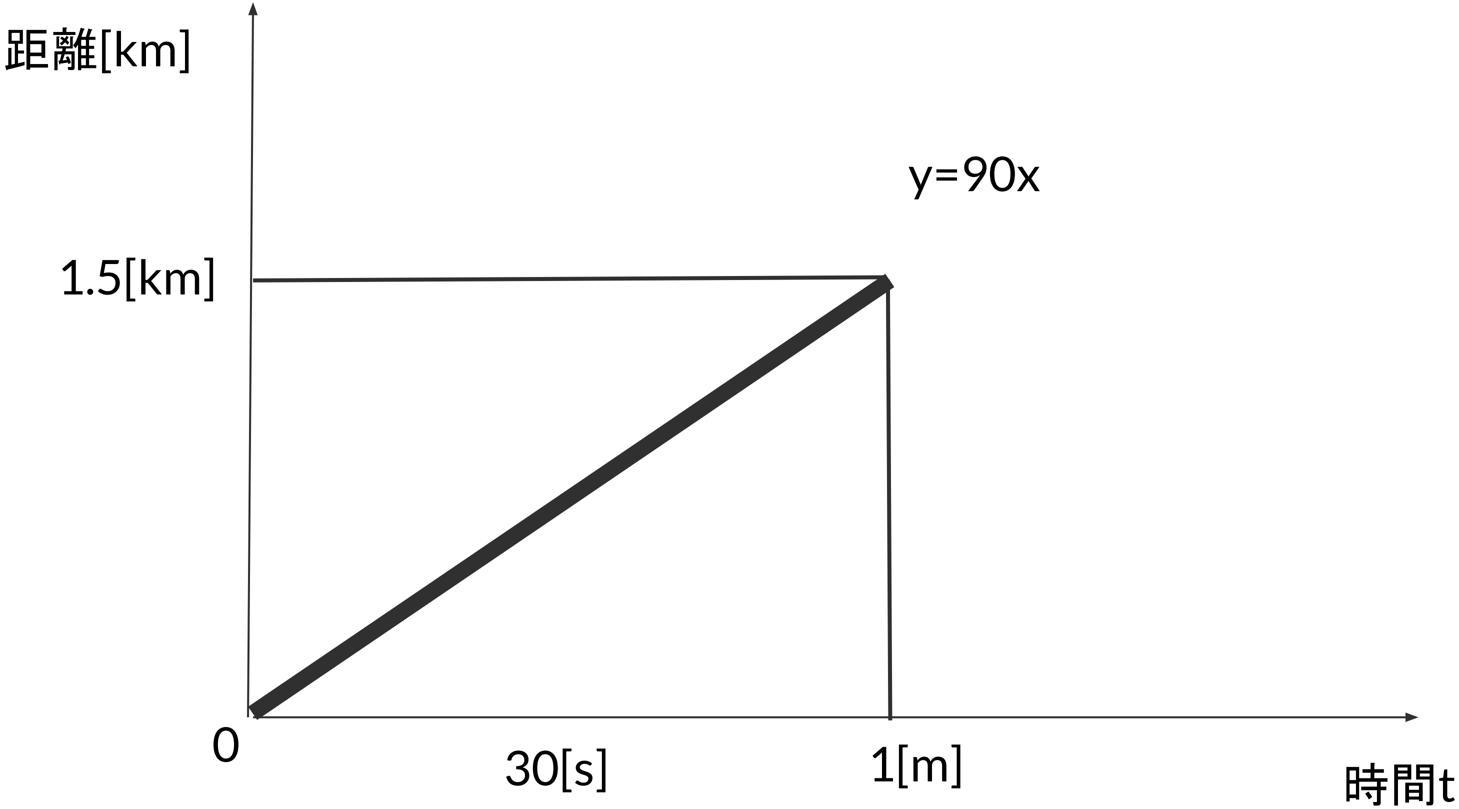


距離[km]
1.5
1/60
傾き 90
1.5[km]
0
1[m]
時間t

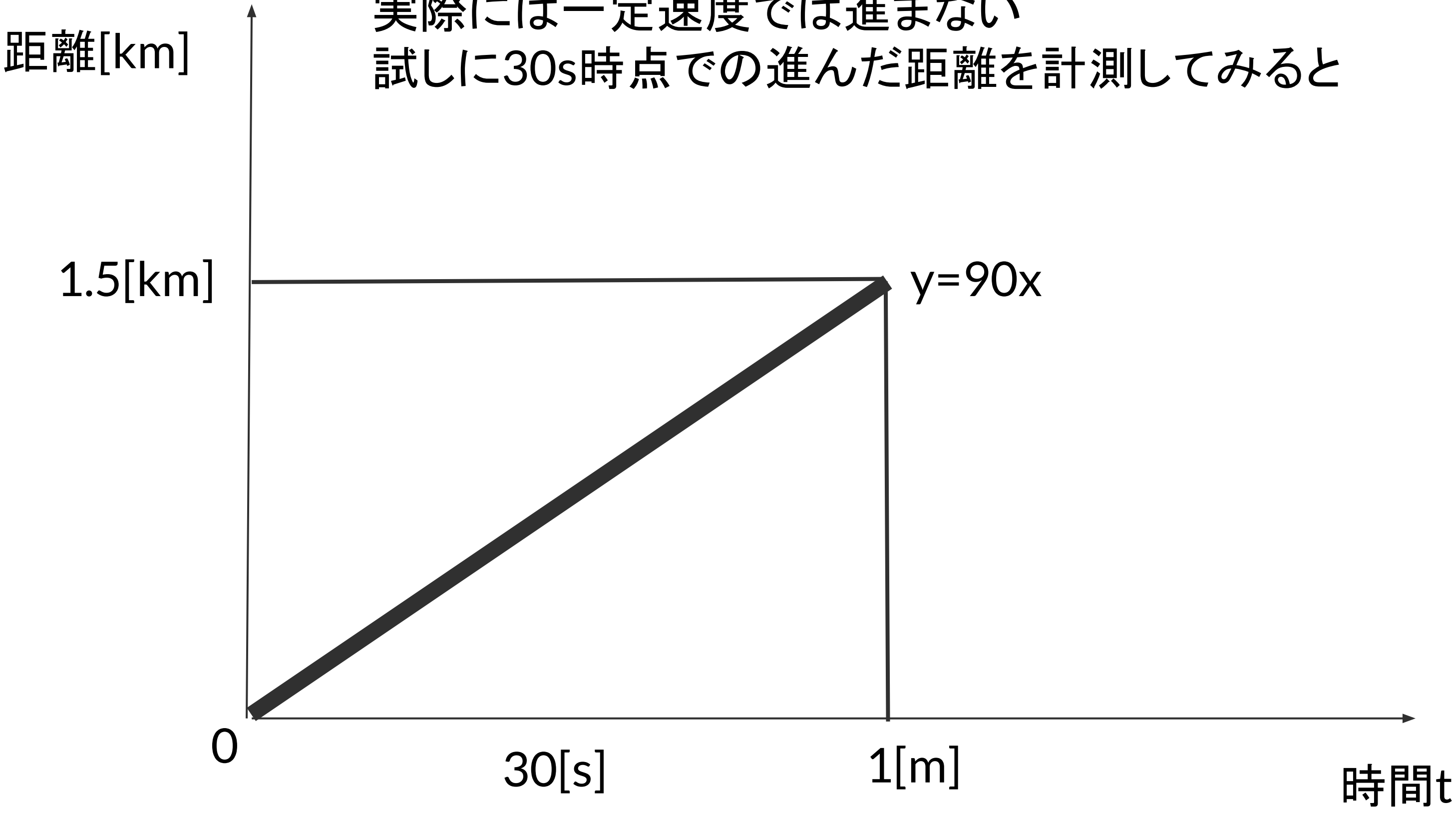


一次関数の式で表すと
y=90x
となる
速度を傾きとして表せる

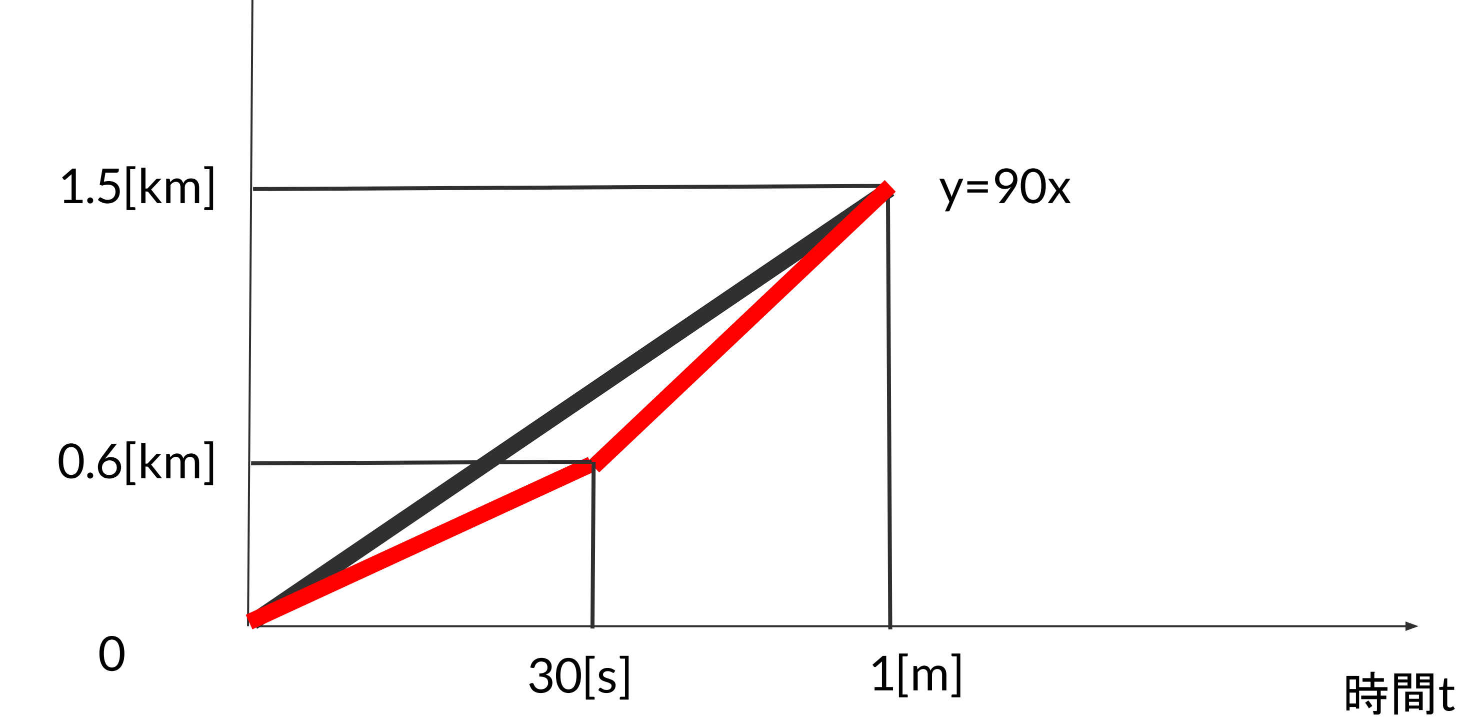
このようにある一定時間に進んだ距離から計算される速さのことを「平均速度」と言う


距離[km]
y=90x
1.5[km]
0
30[s]
1[m]
時間t

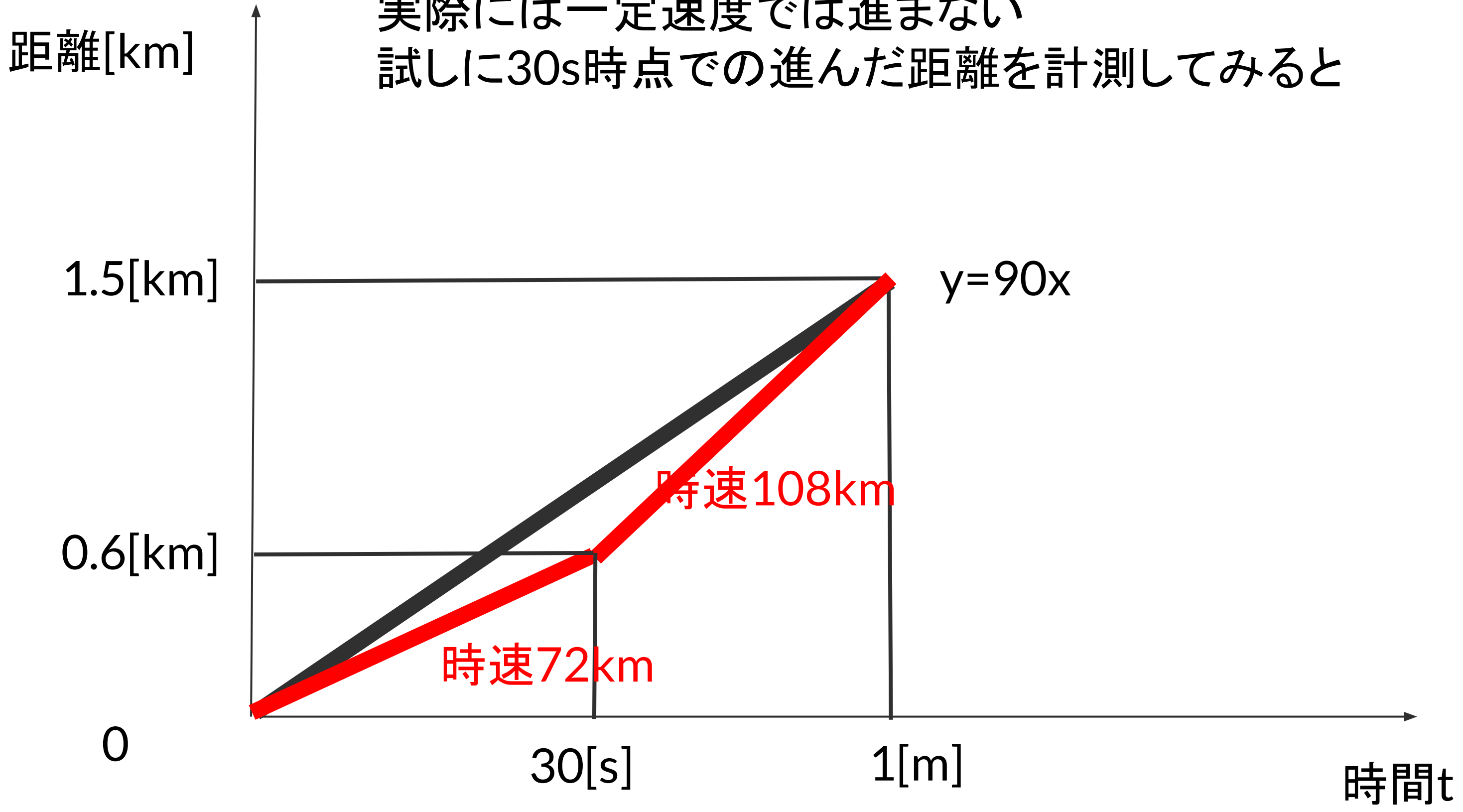
実際には一定速度では進まない
試しに30s時点での進んだ距離を計測してみると



実際には一定速度では進まない
試しに30s時点での進んだ距離を計測してみると

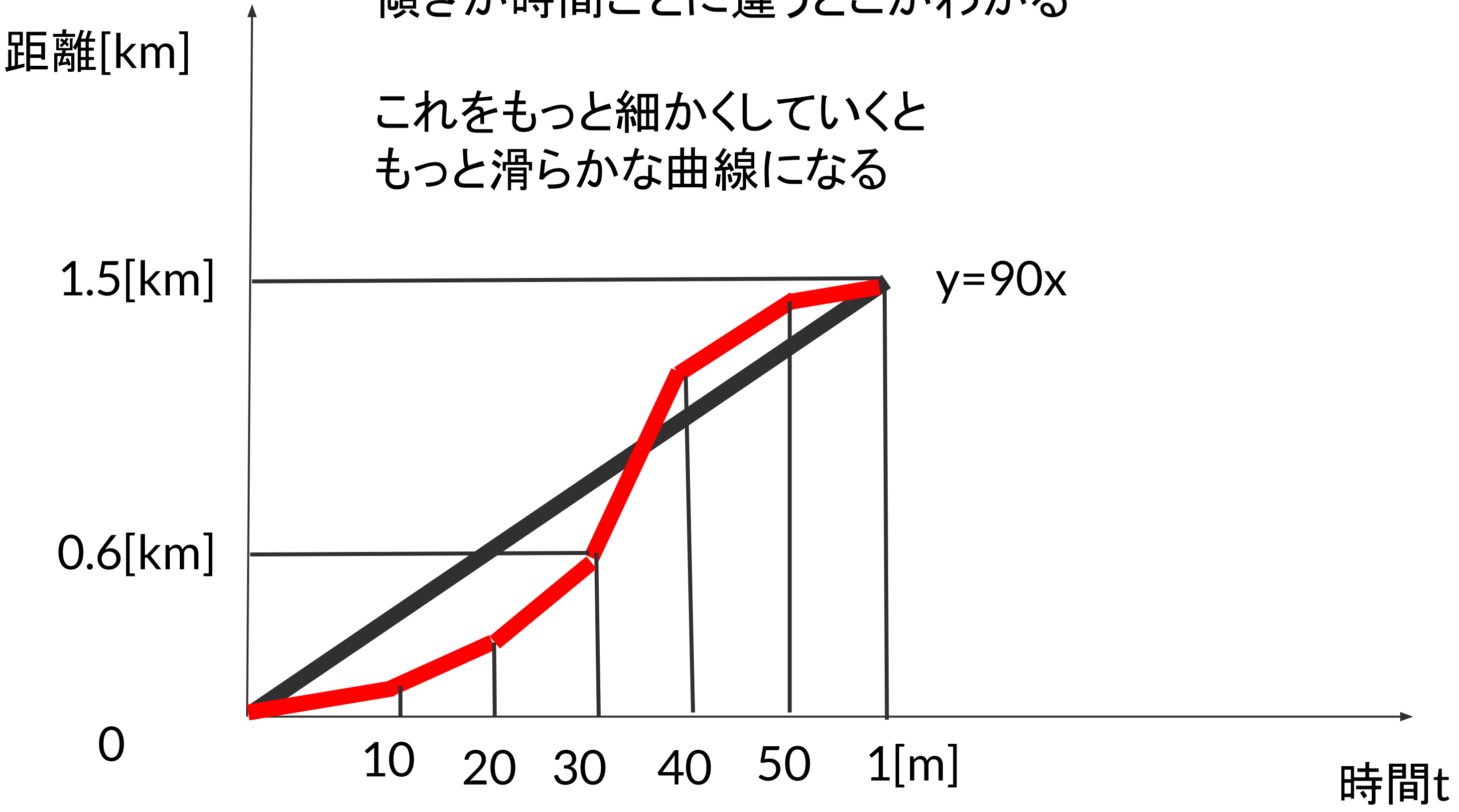


実際には一定速度では進まない
試しに30s時点での進んだ距離を計測してみると



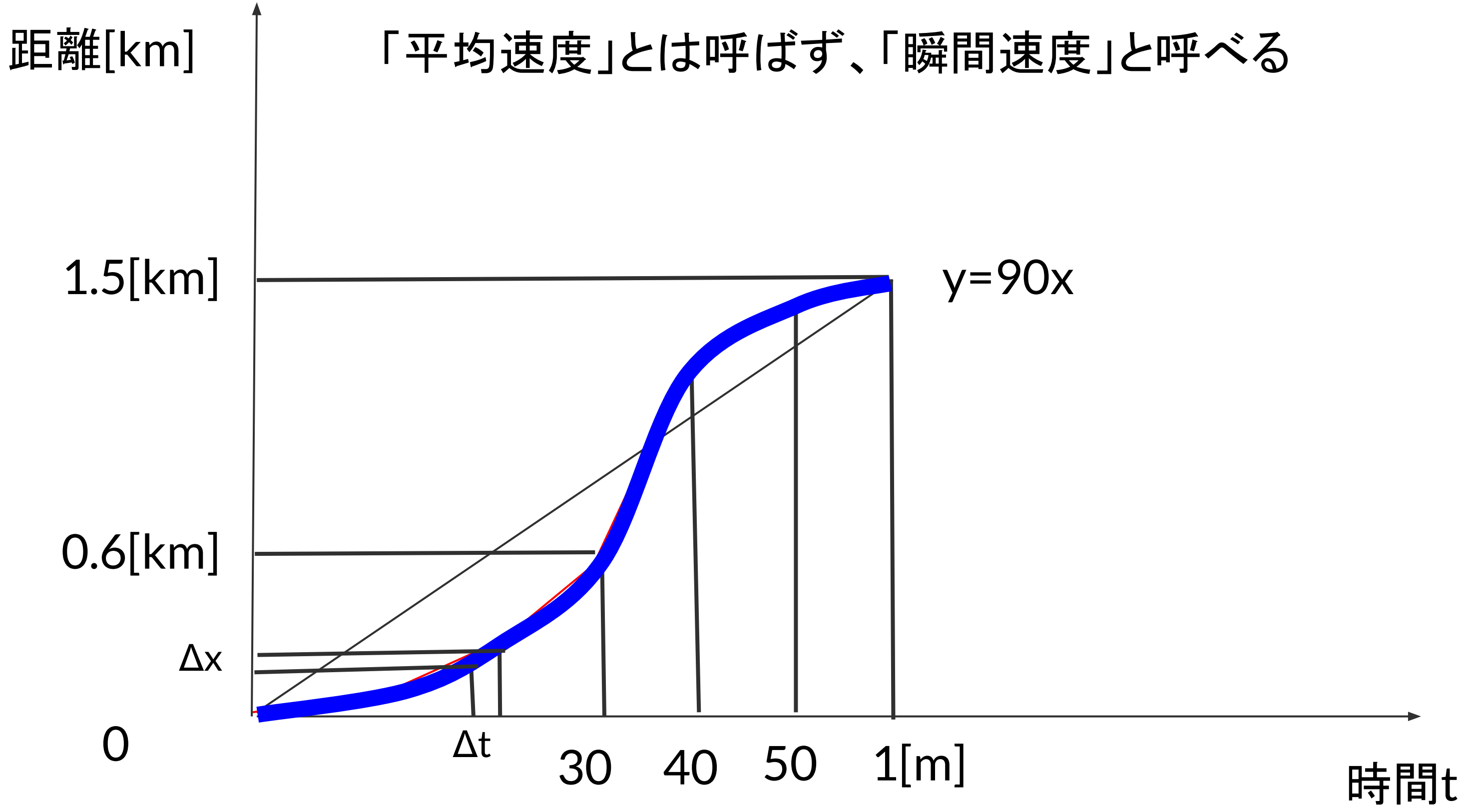
さらに細かく時間を分けて見ていく
ここでは速度は傾きだった
傾きが時間ごとに違うとこがわかる

これをもっと細かくしていくと
もっと滑らかな曲線になる



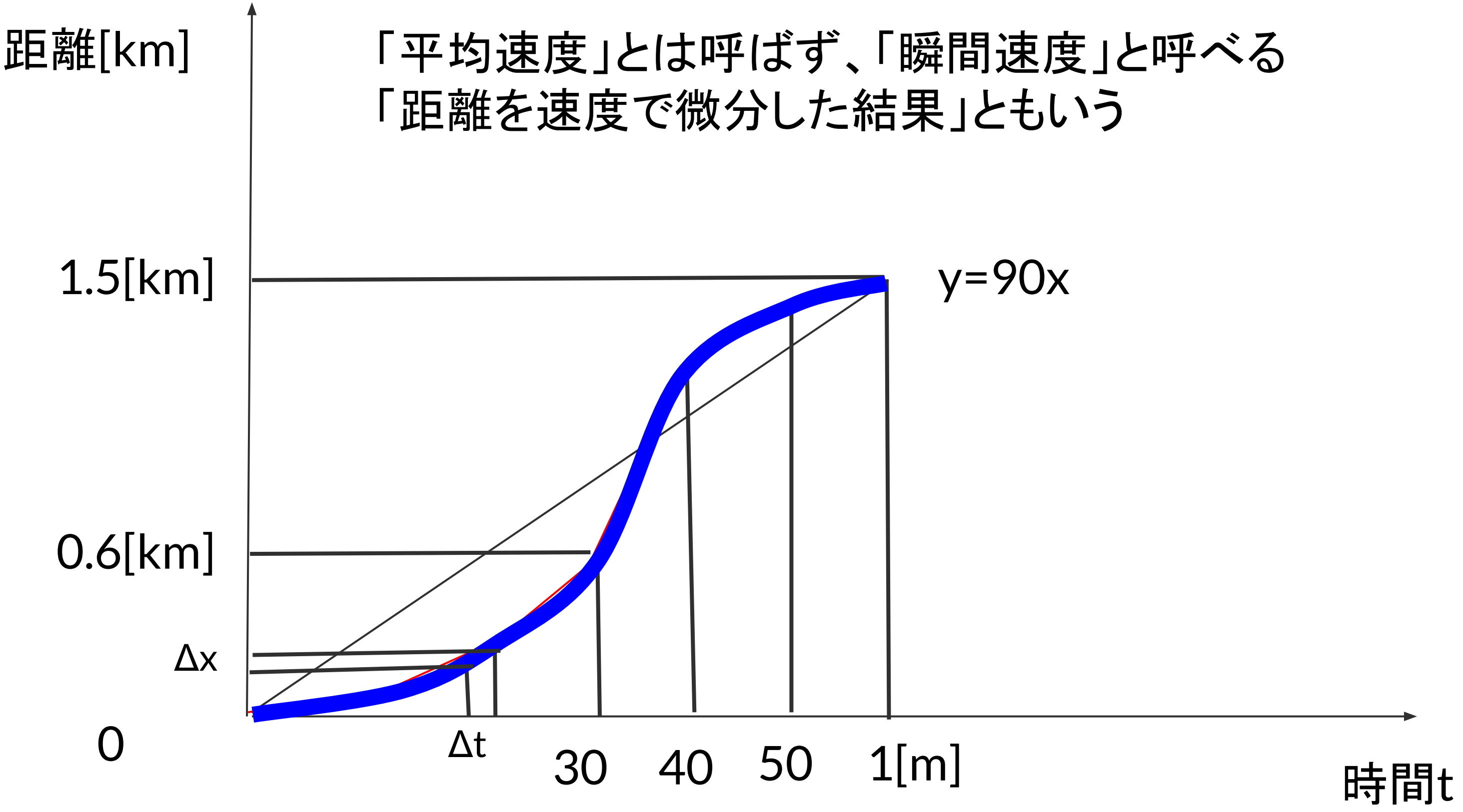
これをもっと細かくしていくと
もっと滑らかな曲線になる

「平均速度」とは呼ばず、「瞬間速度」と呼べる



これをもっと細かくしていくと
もっと滑らかな曲線になる

「平均速度」とは呼ばず、「瞬間速度」と呼べる
「距離を速度で微分した結果」ともいう



まとめると

$$\text{平均速度} = \frac{\text{進んだ距離}}{\text{経過時間}}$$

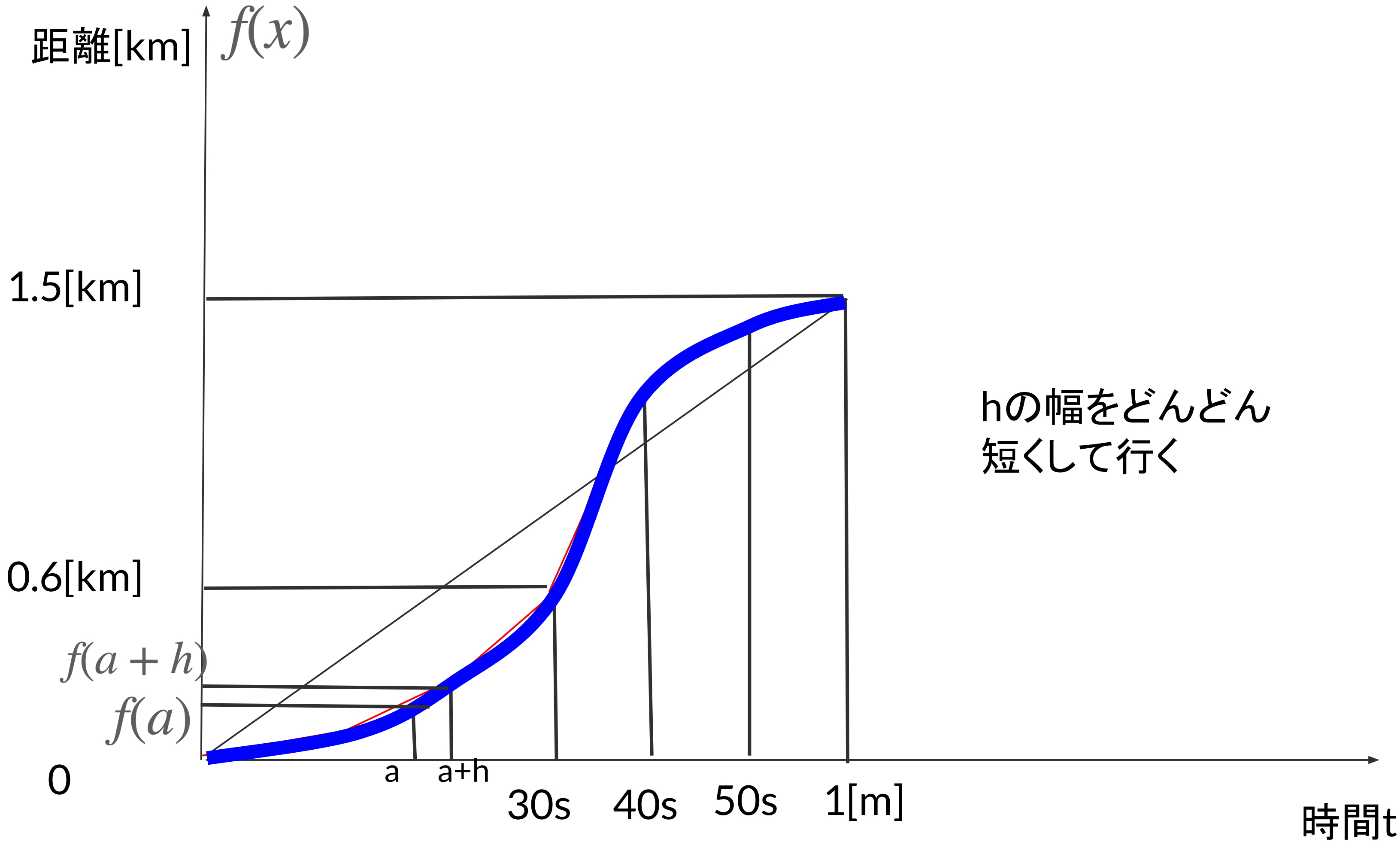
$$\text{瞬間速度} = \frac{\text{微小な距離}}{\text{微小な時間}}$$

まとめると

$$\text{平均速度} = \frac{\text{進んだ距離}}{\text{経過時間}}$$

$$\text{瞬間速度} = \frac{\text{微小な距離}}{\text{微小な時間}}$$

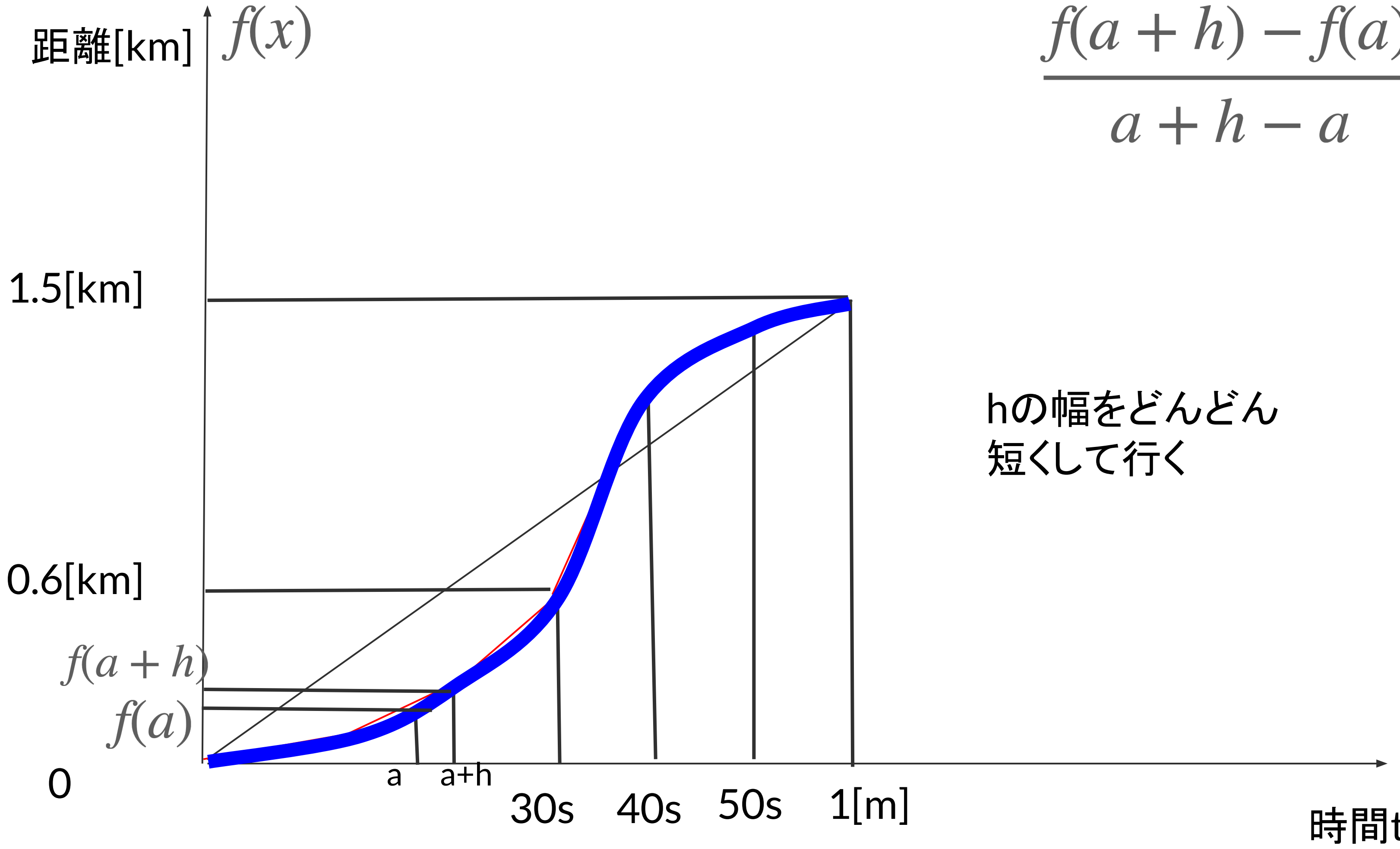
$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



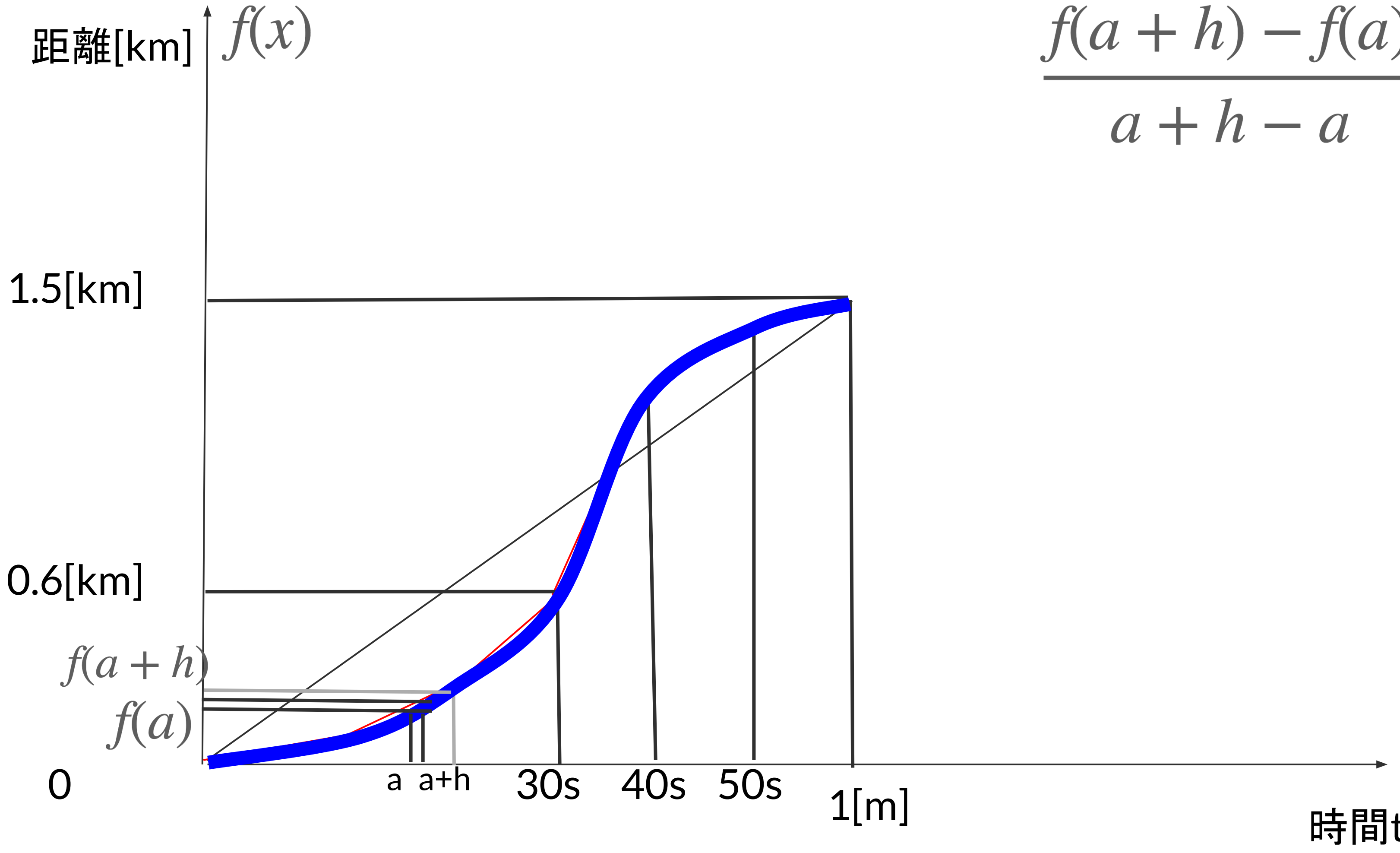
hの幅をどんどん
短くして行く

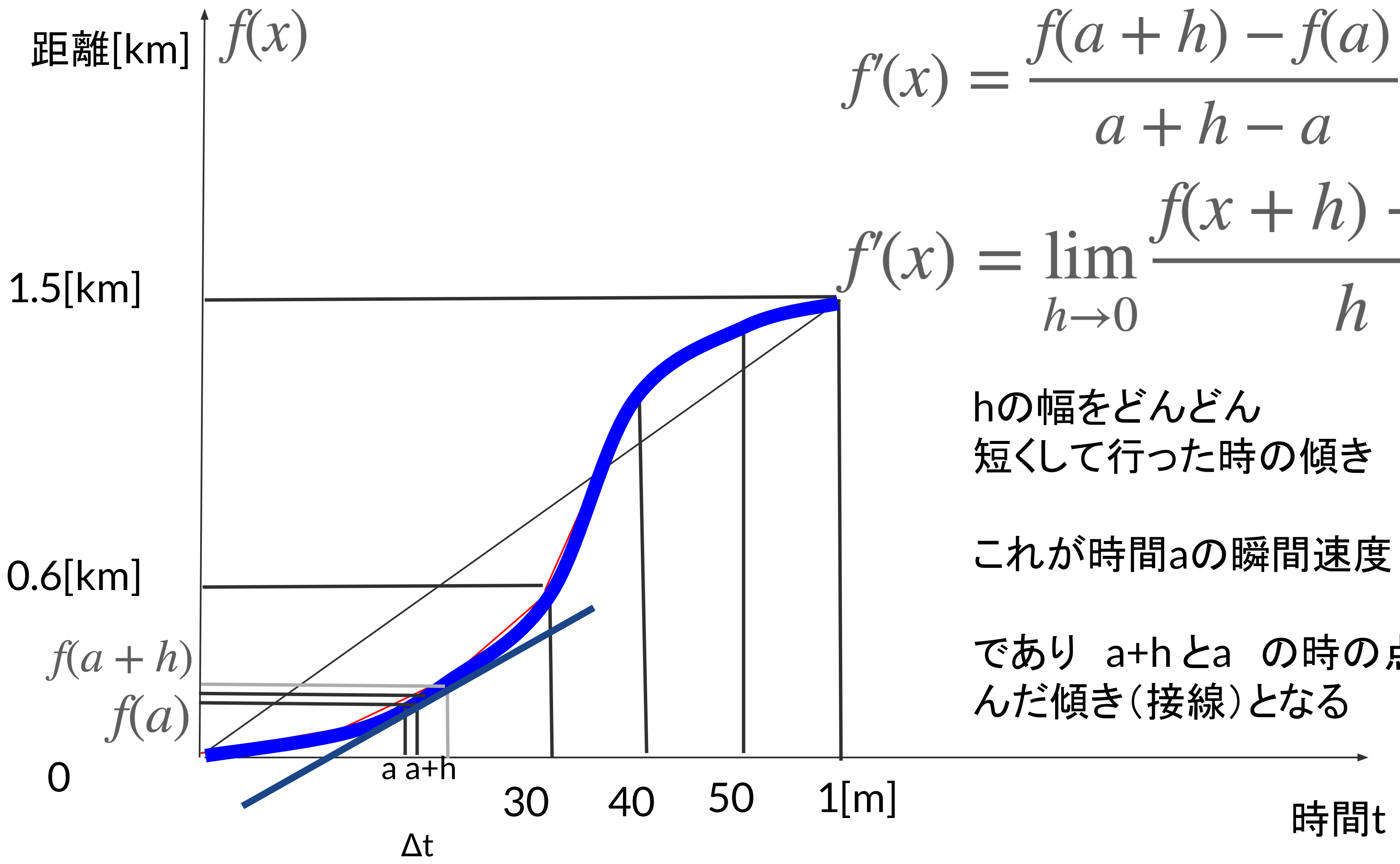
$$\frac{f(a+h)-f(a)}{a+h-a}$$

hの幅をどんどん
短くして行く



$$\frac{f(a+h)-f(a)}{a+h-a}$$





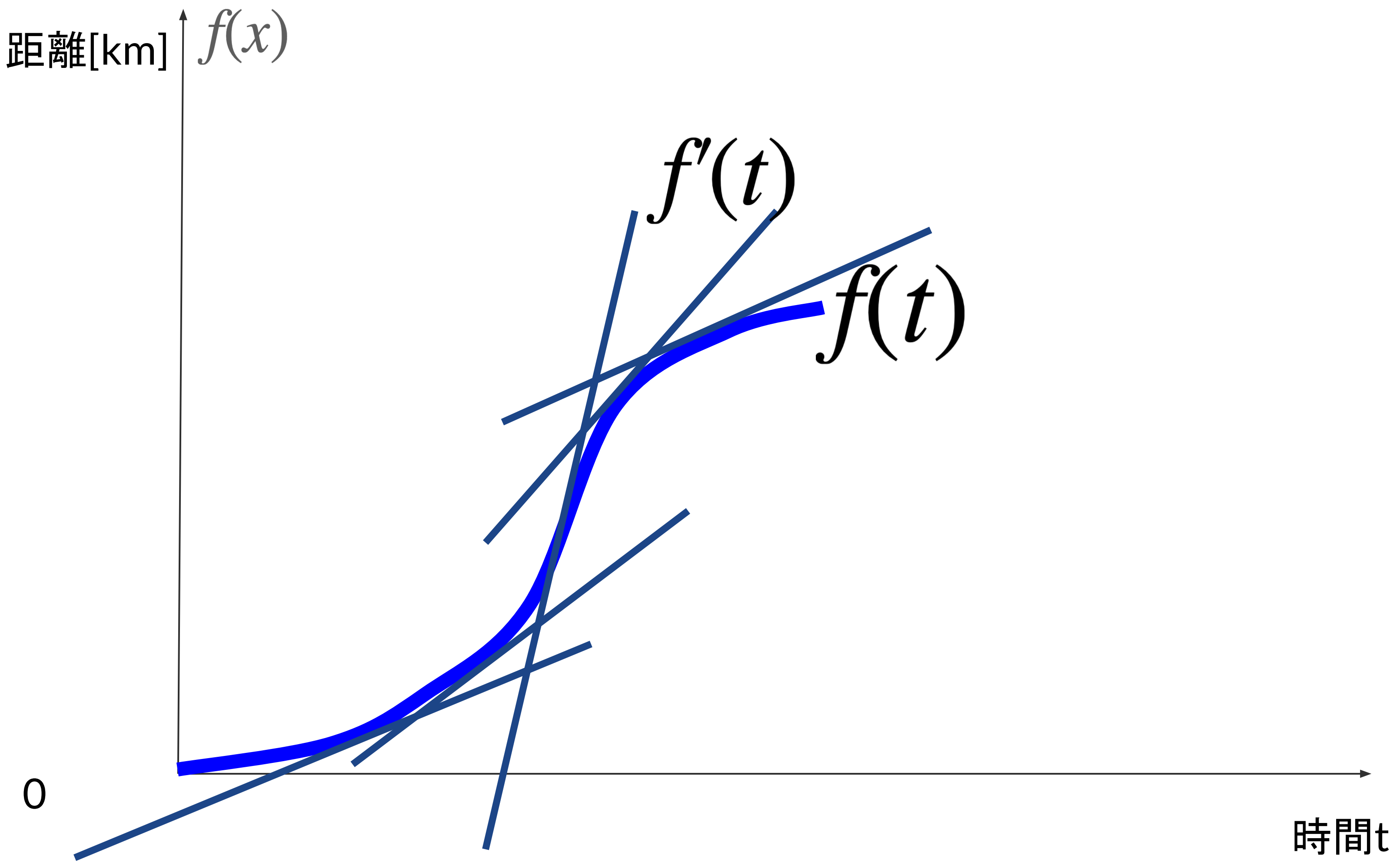
$$f'(x) = \frac{f(a+h) - f(a)}{a+h-a}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

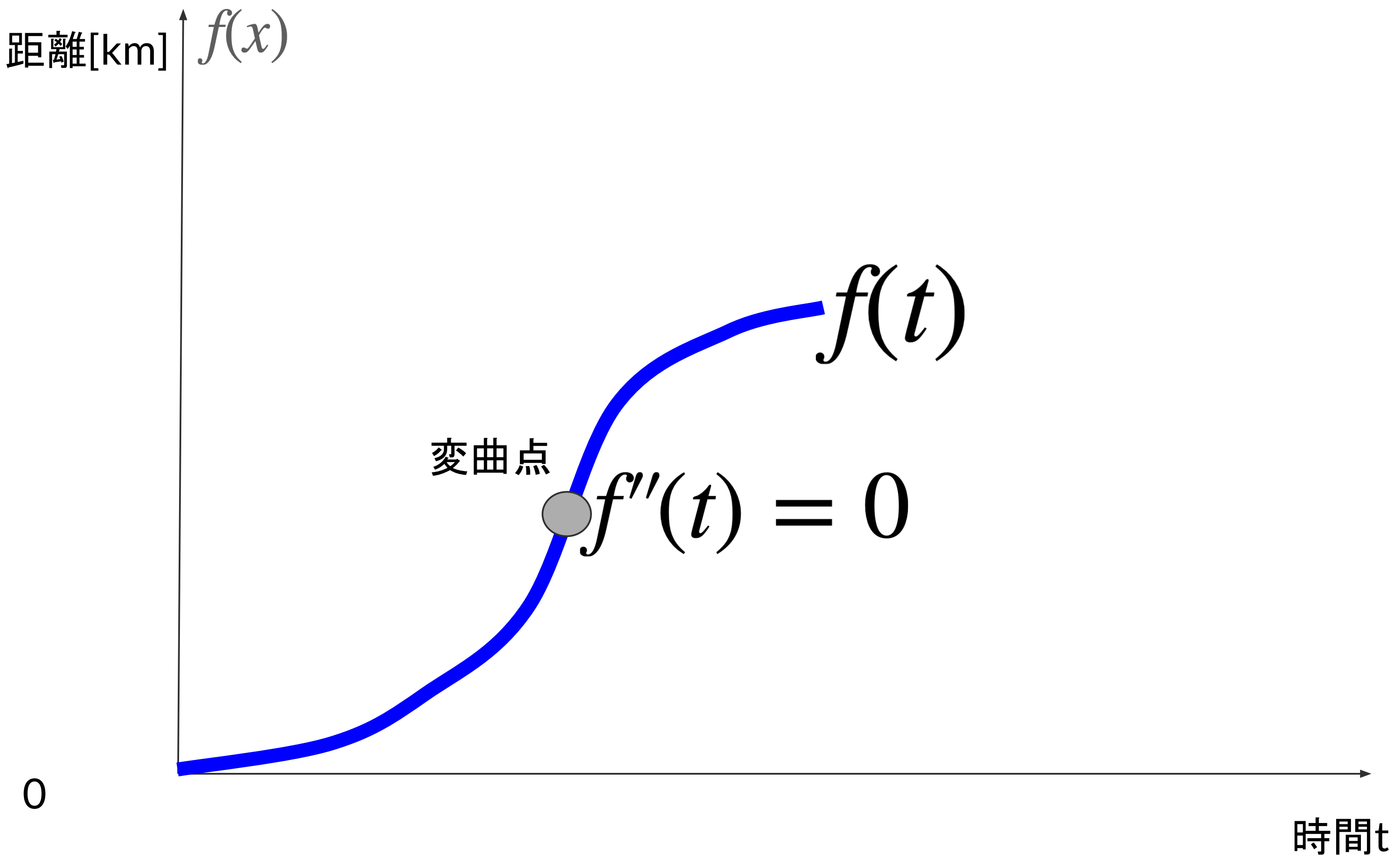
hの幅をどんどん
短くして行った時の傾き

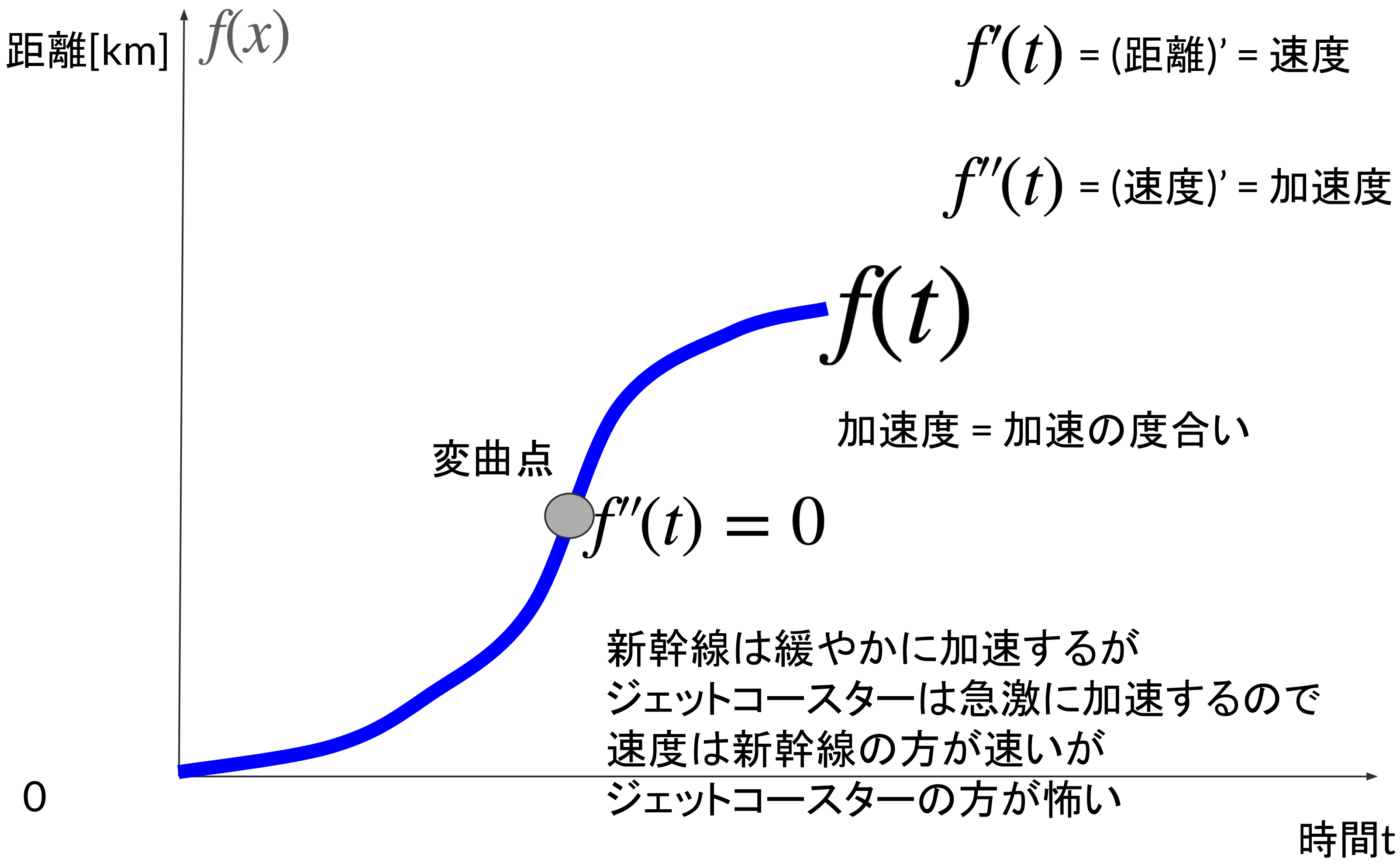
これが時間aの瞬間速度

であり　a+h とa　の時の点を結
んだ傾き（接線）となる



距離[km]
$f(x)$
$f'(t)$
$f(t)$
0
時間t


距離[km]
$f(x)$
$f(t)$
変曲点
$f''(t) = 0$
0
時間t



$f'(t)$ = (距離)' = 速度

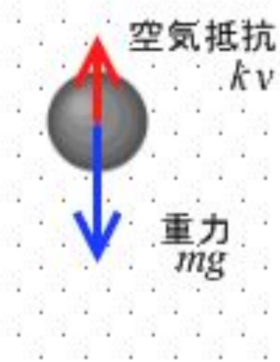
$f''(t)$ = (速度)' = 加速度

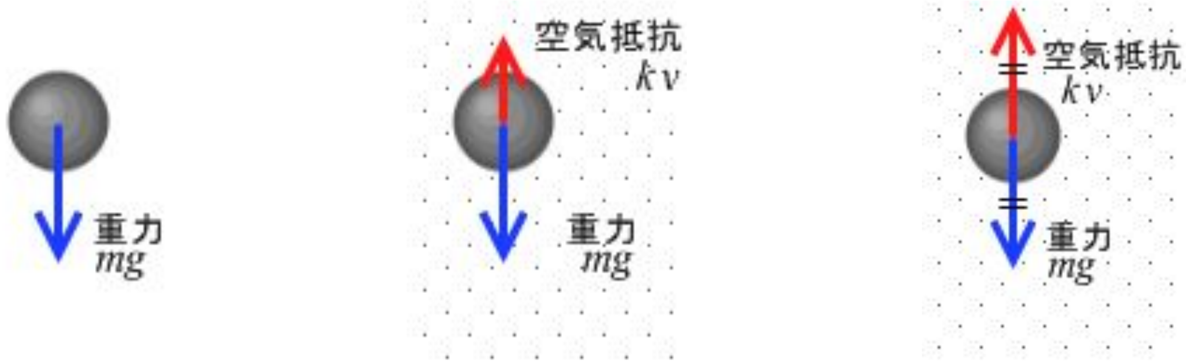
加速度 = 加速の度合い

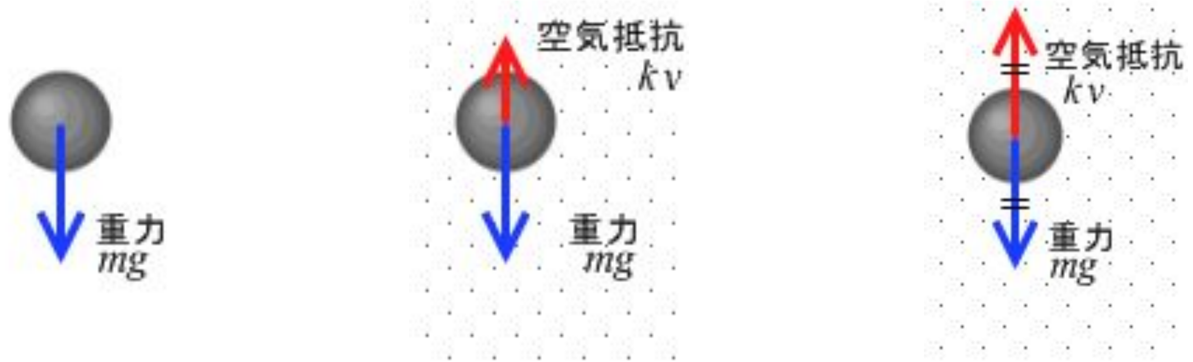
新幹線は緩やかに加速するが
ジェットコースターは急激に加速するので
速度は新幹線の方が速いが
ジェットコースターの方が怖い


重力
mg


重力
mg


空気抵抗
kv
重力
mg


重力
mg
空気抵抗
kv
重力
mg
空気抵抗
kv
重力
mg



縦軸を落下速度 v 、横軸を時間 t とするとグラフの曲線