

2019-2020 学年 第一学期期末试卷

学号_____ 姓名_____ 成绩_____

考试日期: 2020 年 1 月 7 日

考试科目:《数理统计》

一、填空题(本题共 16 分, 每小题 4 分)

1. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的简单样本, 对给定的 $\alpha (0 < \alpha < \frac{1}{2})$,

用 $z_{1-\alpha}$ 表示标准正态分布的 $1-\alpha$ 分位数, 则 $P\{|\bar{x}| \leq \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha}\} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的简单样本, 则当 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 随

机变量 $c(\bar{x}^2 + \hat{\sigma}^2)$ 服从 χ^2 分布, 其中 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ 。

3. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自总体 X 的简单样本, 记 $\mu = E(X)$, $\sigma^2 = \text{Var}(X) < +\infty$,

则在 μ 的所有线性无偏估计组成的集合 $\{\sum_{i=1}^n c_i x_i : \sum_{i=1}^n c_i = 1\}$ 中, 方差最小的线性无偏估计为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设 x_1, x_2, \dots, x_{10} 是来自 Poisson 总体 $P(\lambda)$ 的简单样本, 其中未知参数 $\lambda > 0$ 。

考虑假设检验问题: $H: \lambda = \lambda_0 = 1.5$, $H_1: \lambda < \lambda_0 = 1.5$, 则显著性水平 α 下的 一

致最优势检验函数为 $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_{10}) = \left\{ \begin{array}{l} \hspace{10em} \end{array} \right.$, 且满

足 $E_{\lambda_0}(\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)) = \alpha$ 。(只给出表达形式, 不需具体给出临界值等)

二、(本题 12 分) 设总体 X 的密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} x e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 。 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自总体 X 的简单样本。(1) 求 θ 的一致最小方差无偏估计; (2) 问 θ 的一致最小方差无偏估计是否是有效估计? 说明理由。

三、(本题 12 分) 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的简单样本。考虑假设检验问题

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, \quad H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$$

(1) 求显著性水平 α ($0 < \alpha < 1$) 的似然比检验, 并用检验函数 $\varphi(x)$ 表示之; (2) 求 $\varphi(x)$ 的势, 并讨论其单调性。

四、(本题 10 分) 考虑某四因子二水平试验, 除考察因子 A, B, C, D 外, 还需考察交互作用 $A \times B, A \times C$, 所考虑指标是越大越好。选用表 $L_8(2^7)$, 主因子的安排和试验数据如表 2 所示。

- (1) 根据表 1 完成表头设计;
- (2) 试用极差分析方法指出因子的主次顺序和最优搭配。

表 1 $L_8(2^7)$ 交互作用列表

1	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6
	(2)	1	6	7	4	5
		(3)	7	6	5	4
			(4)	1	2	3
				(5)	3	2
					(6)	1
						(7)

表 2 $L_8(2^7)$ 正交表

列号 试验号	<div> <div>D</div> <div>A</div> <div>C</div> <div>B</div> </div>							实验数据
	1	2	3	4	5	6	7	
1	1	1	1	1	1	1	1	2.02
2	1	1	1	2	2	2	2	1.78
3	1	2	2	1	1	2	2	2.08
4	1	2	2	2	2	1	1	1.69
5	2	1	2	1	2	1	2	2.23
6	2	1	2	2	1	2	1	2.16
7	2	2	1	1	2	2	1	1.95
8	2	2	1	2	1	1	2	1.84

五、(本题 10 分) 设随机向量 (x_1, x_2, x_3) 协方差矩阵为

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) 欲使主成分的方差累计贡献率不小于 85%，应选几个主成分？(2) 求 (1) 中所选的主成分。