

## 2016-2017 学年 第一学期期末试卷

学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

考试日期: 2017 年 1 月 9 日

## 考试科目:《数理统计》(A 层)

## 一、填空题(本题共 16 分, 每小题 4 分)

1. 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自正态总体  $N(0, 2\sigma^2)$  的简单样本, 则当  $c =$  \_\_\_\_\_ 时, 统

计量  $\eta = c \frac{\bar{x}^2}{S^2}$  服从  $F$ -分布, 其中  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$ ,  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$ 。

2. 设总体  $X$  的密度函数为  $p(x; \theta) = \begin{cases} \theta(\theta+1)x^{\theta-1}(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 其中  $\theta > 0$ ,

$x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自总体  $X$  简单样本, 则  $\theta$  的矩估计  $\hat{\theta} =$  \_\_\_\_\_。

3. 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自 Poisson 总体  $P(\lambda)$  的简单样本, 其中未知参数  $\lambda > 0$ ,

则当  $c =$  \_\_\_\_\_ 时, 统计量  $\hat{\sigma}^2 = \bar{x}^2 - c\bar{x}$  是参数  $q(\lambda) = \lambda^2$  的无偏估计。

4. 考虑四因子二水平正交试验, 除主因子  $A, B, C, D$  外, 还要考虑交互因子  $A \times B$

和  $B \times C$ 。选择正交表  $L_8(2^7)$ , 已安排  $B, C, D$  三个因子分别在第一, 第四,

第七列。若要避免“混杂”现象, 则因子  $A$  可以安排的列号为\_\_\_\_\_。

$L_8(2^7)$  交互作用表:

1	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6
	(2)	1	6	7	4	5
		(3)	7	6	5	4
			(4)	1	2	3
				(5)	3	2
					(6)	1
						(7)



A

北京航空航天大学研究生课程试卷

三、(本题 12 分) 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自正态总体  $N(\mu, \sigma_0^2)$  的简单样本, 其中  $\sigma_0^2$  是已知常数,  $\mu$  是未知参数。考虑假设检验问题

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad H_1: \mu < \mu_0$$

(1) 求显著性水平  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) 的一致最优势检验 (UMPT); (2) 求 UMPT 的势函数, 并给出犯第二类错误的概率  $\beta(\mu)$ , 进一步讨论  $\beta(\mu)$  关于  $\mu$  的单调性。



A

北京航空航天大学研究生课程试卷

二、(本题 12 分) 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自正态总体  $N(\mu_0, (\sqrt{2}\sigma)^2)$  的简单样本, 其中  $\mu_0$  是已知常数。(1) 求  $\sigma^2$  的极大似然估计  $\hat{\sigma}^2$ ; (2) 求  $\sigma^2$  的一致最小方差无偏估计; (3) 问  $\hat{\sigma}^2$  的一致最小方差无偏估计是否为有效估计? 证明你的结论。



## 北京航空航天大学研究生课程试卷

四、(本题 10 分) 考虑某四因子二水平试验, 除考察因子  $A, B, C, D$  外, 还需考察交互作用  $A \times B$ 。今选用表  $L_8(2^7)$ , 表头设计及试验数据如表所示, 所考虑指标是越大越好。试用极差分析方法指出因子的主次顺序和较优工艺条件。

列号 试验号	$A \times B$ $A$ $B$ $C$ $D$							实验数据
	1	2	3	4	5	6	7	
1	1	1	1	1	1	1	1	115
2	1	1	1	2	2	2	2	160
3	1	2	2	1	1	2	2	145
4	1	2	2	2	2	1	1	155
5	2	1	2	1	2	1	2	140
6	2	1	2	2	1	2	1	155
7	2	2	1	1	2	2	1	100
8	2	2	1	2	1	1	2	125



# 北京航空航天大学研究生课程试卷

五、(本题 10 分) 随机向量  $(x_1, x_2, x_3)$  的协方差矩阵为

$$\Sigma = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}$$

- (1) 根据主成分 80% 的选取标准, 应选取几个主成分?
- (2) 试求第一主成分。