

## 补充题解 - 《经典》 - 第 8 章高效算法设计

习题 8-3 比特变换器 (Bits Equalizer, SWERC 2012, UVa12545)

习题 8-7 生成排列 (Generating Permutations, UVa11925)

习题 8-9 Graph Oddity, ACM/ICPC NEERC 2010, UVa1613

# 补充题解 - 《经典》 - 第 8 章高效算法设计

## 习题 8-3 比特变换器 (Bits Equalizer, SWERC 2012, UVa12545)

首先要忽略S和T中已经相同的位置。分别记录以下4种情况出现的次数:

1.  $S[i] = 0, T[i] = 1$ , 记为s01.
2.  $S[i] = 1, T[i] = 0$ , 记为s10.
3.  $S[i] = ?, T[i] = '0'$ , 记为q0.
4.  $S[i] = ?, T[i] = '1'$ , 记为q1.

记所求结果为ans = 0, 首先尽量将s01和s10中的位置进行互换, 记 $x = \min(s01, s10)$ , 则:

```
1 ans = x + q0, s01 -= x, s10 -= x
```

此时如果 $s10 > q1$ , 参考如下的情况, 因为此时只能由'?'变成0, 于是就无法产生足够的'0', 返回-1即可。

```
1 1111????
2 00001100
```

否则可以先把?变成0, 然后再和s10中的1进行交换即可。

最后,  $ans += s10 + s01 + q1$ 。具体含义就是如下操作的次数之和, 参考如下的情况:

```
1 11????
2 001100
3 或者
4 00????
5 111100
```

- 0->1
- ?->0 之后和 1->0 交换
- ?->1

## 习题 8-7 生成排列 (Generating Permutations, UVa11925)

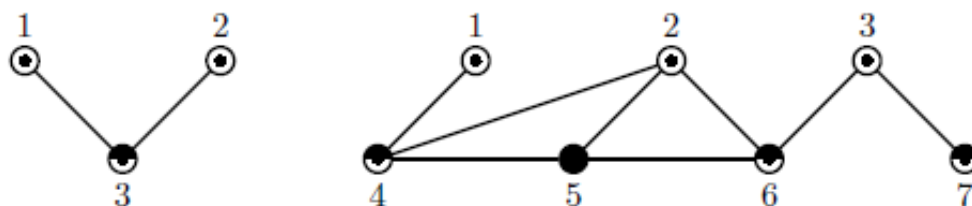
输入一个  $1 \sim n$  ( $1 \leq n \leq 300$ ) 的排列, 用不超过  $2n^2$  次操作把它变成升序。操作只有两种: 交换前两个元素 (操作 1); 把第一个元素移动到最后 (操作 2)。例如, 输入排列为 4, 2, 3, 1, 一个合法操作序列为 12122, 具体步骤是: 4231- > 2431- > 4312- > 3412- > 4123- > 1234。

8-7 构造过程就是证明

## 习题 8-9 Graph Oddity, ACM/ICPC NEERC 2010, UVa1613

输入一个  $n$  ( $3 \leq n \leq 9999$ ) 个点  $m$  条边 ( $2 \leq m \leq 100000$ ) 的连通图,  $n$  保证为奇数。设  $k$  为最小的奇数, 使得每个点的度数不超过  $k$ , 你的任务是给图中的结点涂上颜色  $1 \sim k$ , 使得相邻结点的颜色不同。多解时输出任意解。输入保证有解。

如下图所示,  $k=3$ 。



### 【分析】

首先建图的时候就可以顺路求出  $k$ 。然后不难想到使用 BFS, 每次遍历到一个结点  $u$ , 看看  $K$  个颜色中, 有哪些已被与  $u$  相邻的结点使用。在剩下的颜色中选择一个使用即可。

下面我们考虑证明这个做法的正确性。

记最大度数结点为  $u$ ,  $u$  的度数为  $D$ 。如果  $D$  为偶数, 那么显然  $k$  种颜色都是足够的。

如果  $D$  为奇数, 并且和  $u$  相邻的点的颜色各不相同, 只有和  $D$  连接的所有结点  $v$ , 都互相连接形成完全图的情况下,  $k$  种颜色才不够用, 此时每个  $v$  的度数都已经为  $D$ 。那么不能再连接除了这个完全图中的其它结点, 所以  $u$  和其相邻的所有  $v$  就形成了整张连通图, 图的结点个数就是  $D+1$  为偶数, 与  $n$  为奇数矛盾。所以  $k$  种颜色一定是够用的。