

## 补充题解 - 《经典》 - 第 9 章动态规划初步

### 习题 9-7 Locker, Tianjin 2012, UVa1631

记初始数字序列为 $S[0,N)$ ，目标序列为 $T[0,N)$

每次转动可以选择相邻的1到3个。那么从左到右决策每一位时同时考虑相关的3位，具体来说设 $D(i, d_0, d_1, d_2)$ 为 $[i, N)$ 区间的每一位还未考虑， $(i, i+1, i+2)$ 三位上的数字分别是 $d_0, d_1, d_2$ ，还需要的最少转动次数。

则状态转移方法如下：

1.  $i = N - 1$ 时， $D = \min((d_0 - T_{N-1} + 10) \bmod 10, (T_{N-1} - d_0 + 10) \bmod 10)$ ，其实就是看看把 $d_0$ 转动到 $T_{N-1}$ 的上下两个方向哪种转动次数更小。
2.  $d_0 = T_i$ 时， $D = D(i + 1, d_1, d_2, S_{i+3})$
3. 考虑往T上转 $k = (T_i - d_0 + 10) \bmod 10$ 次，则 $i+1, i+2$ 位往上转的次数 $k_1, k_2$ 就是满足 $k \geq k_1 \geq k_2 \geq 0$ 的所有情况，针对每种情况 $D(i, d_0, d_1, d_2) = \min(D(i, d_0, d_1, d_2), k + D(i + 1, \text{up}(d_1, k_1), \text{up}(d_2, k_2)))$ 。其中 $\text{up}(a, b)$ 表示数字a朝上转b得到的数字： $(a + b) \bmod 10$ 。
4. T往下转k的情况同理。

则所求结果就是： $D(0, S_0, S_1, S_2)$ 。