

线性代数填空题

(共 50 题)

不得作商业用途



请关注上大数学在线

1. 设三阶方阵 A 的行列式为 $|A| = 2$, A^* 为 A 的伴随矩阵, 则行列式 $|A^*| =$ _____;
2. 已知非零向量 β 与向量 $(1, 1, -1)$ 及 $(1, -1, -1)$ 都正交, 则 $\beta =$ _____;
3. 非齐次方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1 \\ 3x_1 + 3x_2 + \cdots + 3x_n = n \end{cases}$ 有解的充分必要条件是 $n =$ _____;
4. 设 A 为 3 阶矩阵, 若方程组 $AX = 0$ 以 $\eta_1 = (1, 0, 2)$, $\eta_2 = (0, 1, -1)$ 为其基础解系, 则矩阵 A 的秩等于 _____;
5. 设三阶可逆矩阵 A 的特征值是 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, 则 A^{-1} 的行列式 _____;
6. 实二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 9x_1^2 + 12x_1x_3 + 8x_2^2 + 4x_2x_3 + 4x_3^2$ 对应的实对称矩阵为 _____;
7. 设 A 为正交矩阵, 则 $|A|^2 =$ _____;
8. 设 3 阶矩阵 A 有两个特征值为 3, 0, 且 A 的主对角线元素的和为 0, 则 A 的另外一个特征值为 _____;
9. 设 $A = (\gamma_1 \ \gamma_2 \ \cdots \ \gamma_{n-1} \ \alpha)$, $B = (\gamma_1 \ \gamma_2 \ \cdots \ \gamma_{n-1} \ \beta)$ 其中 $\alpha, \beta, \gamma_1, \cdots, \gamma_{n-1}$ 是 n 维列向量, 若 $|A| = a, |B| = b$ 则 $|A + B| =$ _____;
10. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵为 _____;
11. 如果 $|A| = 3$, 则 $\begin{vmatrix} A & A \\ A & 2A \end{vmatrix} =$, 则 $|A| =$ _____;
12. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 则 $r(\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1) =$ _____;
13. 3 阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, 3, 且 B 为 3 阶可逆矩阵, 则 $|BAB^{-1} + I| =$ _____;
14. $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ 是两两正交的单位向量, 则内积 $[\mathbf{x} + \mathbf{y} + 3\mathbf{z}, \mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z}] =$ _____;



请关注上大数学在线

15. 实对称矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, 则二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = X^T A X$ 的规范形为_____;

16. $n \times 3$ 矩阵 A 的秩为 2, $Ax = b$ 有解 $\alpha = (1, 2, 1)^T, \beta = (1, 1, 1)^T$, 则 $Ax = b$ 通解为_____;

17. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{2013} =$ _____;

18. 设三阶矩阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 的行列式值为 -1, 则 $|\alpha_1 + \alpha_2, 2\alpha_2, \alpha_3 - \alpha_2| =$ _____;

19. 向量组 $(3, 3, 4, 7), (2, 1, 3, 4), (1, -1, 2, 1), (4, 5, 5, 10)$ 的秩为_____;

20. 设矩阵 A 与 $\begin{pmatrix} 2 & 1 & a \\ 1 & 2 & b \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 相似, 则 A 的特征值是 1, 3, _____;

21. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta \in \mathbf{R}^3$, 且 $r(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 2$, 如果 $\begin{cases} \alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ 3\alpha_1 + 4\alpha_2 + 4\alpha_3 = \beta. \end{cases}$ 则线性方程

组 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)X = \beta$ 的通解为_____;

22. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ b & a & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $|AB| =$ _____;

23. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____;

24. 如果矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 5 & k \\ 0 & 2 & 2 & k \end{pmatrix}$ 的秩为 3, 则 $k =$ _____;

25. 如果向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1), \alpha_2 = (1, 1, -2), \alpha_3 = (1, a, b)$ 为正交向量组, 则 α_3 长度为_____;

26. 设 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 的特征值为 1, 1, 4, 则 $a - b =$ _____;



27. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $A^3 =$ _____;

28. 设 A^* 是 3 阶矩阵 A 的伴随矩阵, 且 $|A| = 2$, 则 $|3I - 2A^*A| =$ _____;

29. 如果向量 $\alpha = (2, 1, a)$ 可由 $(1, 2, 3), (4, 5, 1)$ 线性表示, 则 $a =$ _____;

30. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $(A + I)^{-1} =$ _____;

31. 矩阵 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的三个特征值之和为 _____;

32. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____;

33. 设 A 为 3 阶矩阵, 且 $|A| = -2$, 则 $|-A^*| =$ _____;

34. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & a \end{pmatrix}$ 的秩为 2, 则 $|A + I| =$ _____;

35. 已知三阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, 3, 则 $A^2 - A + I$ 的特征值之和为 _____;

36. 如果三元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 系数矩阵秩为 2, 且 $(1, 1, 1)^T, (1, 2, 3)^T$ 为其解, 则 $Ax = 0$ 的通解为 _____;

37. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, n 为正整数, 则 $A^n - 6A^{n-1} =$ _____;

38. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____;

39. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ & 1 & 1 \\ & & 1 \end{pmatrix}^n =$ _____;



40. 设 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, 则 $|A+I| =$ _____;

41. 如果 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 可由 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性表示, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性 _____ (填相关或无关);

42. 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$ 的解向量为 _____;

43. 设 A 是三阶方阵, 且 $1, 3$ 是 A 的特征值, 如果 A 的主对角元素之和为 6 , 则 A 相似于对角矩阵 _____;

44. 设 A, B, C 为 3 阶矩阵, 且 $|A| = 3, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $\begin{vmatrix} A & C \\ 0 & B \end{vmatrix} =$ _____;

45. 如果齐次线性方程组 $\begin{cases} -x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda =$ _____;

46. 设 A 为 n 阶方阵, 若 $r(A) < n-1$, 则 $r(A^*) =$ _____;

47. 如果 A 为 n 阶正交矩阵, 而且 $|A| = 1$, 则 $|A^T + A^*| =$ _____;

48. 若四阶行列式的第 1 行元素依次为 $1, 2, 3, 4$, 第 2 行元素的代数余子式依次为 $x, 2, x, 1$, 那么 $x =$ _____;

49. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A^2 - A - 3I =$ _____;

50. 设 α, β 为 3 维列向量, 且 $\alpha^T \beta = 2$, $A = I - \alpha \beta^T$, 则 $A^{2n} =$ _____.



参 考 答 案

1. 4;

2. $k(1,0,1)$ (其中 k 为任意非零常数);

3. 3;

4. 1;

5. 6;

$$6. \begin{pmatrix} 9 & 0 & 6 \\ 0 & 8 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix};$$

7. 1;

8. -3 ;

9. $2^{n-1}(a+b)$;

$$10. \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

11. 9;

12. 3;

13. 24;

14. 5;

15. $y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$;

16. $k(\alpha - \beta) + \beta$;

$$17. \begin{pmatrix} 1 & 4026 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

18. -2 ;

19. 2;

20. 2;

21. $k(1,2,1)^T + (3,4,4)^T$;

22. -8 ;

$$23. \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix};$$



请关注上大数学在线



请关注上大数学在线

24. 0;

25. $\sqrt{2}$;

26. 0;

27. 0;

28. -1;

29. -5;

$$30. \begin{pmatrix} 1 & & \\ -1 & 1 & \\ & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

31. 1;

$$32. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix};$$

33. -4;

34. -5

35. 11;

36. $k(0,1,2)^T$, k 为任意常数.;

37. 0;

$$38. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$39. \begin{pmatrix} 1 & n & \frac{n(n+1)}{2} \\ & 1 & n \\ & & 1 \end{pmatrix};$$

40. -1 ;

41. 相关;

42. $(1,0,0)^T$ 或者 $(1,0,0)$;

$$43. \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & & 3 \end{pmatrix};$$

44. -12;

45. -1;

46. 0;



请关注上大数学在线

47. 2^n ;

48. -2

49. A ;

50. I.



请关注上大数学在线