上海大学 2010～2011 学年冬季学期试卷（A 卷）

成绩	

课程名： 线性代数 D 课程号： 01014061 学分： 4

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ______________ 应试人学号________________应试人所在院系_______________

题号	一	二	三	四
得分				

评卷人	得分

一、填空（每题 3 分, 10 题共 30 分）

1． 设三阶方阵 A 的行列式为 $|A| = 2$, A^* 为 A 的伴随矩阵, 则行列式 $\left|(3A)^{-1} - A^*\right| =$ ______；

2． 已知非零向量 β 与向量 $(1,1,-1)$ 及 $(1,-1,-1)$ 都正交，则 $\beta =$____________________；

3． 非齐次方程组 $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + \cdots + 2x_n = m \\ 3x_1 + 3x_2 + \cdots + 3x_n = n \end{cases}$ 有解的充分必要条件是______________；

4． 设 A 为 4×3 矩阵，若方程组 $AX = 0$ 以 $\eta_1 = (1,0,2)$，$\eta_2 = (0,1,-1)$ 为其基础解系，则矩阵 A 的秩等于___ _____；

5． 设三阶可逆矩阵 A 的特征值是 1、$\dfrac{1}{2}$、3，则 A^{-1} 的特征值为______________；

6． 二次型 $f(x_1,x_2,x_3) = 9x_1^2 + 12x_1x_3 + 8x_2^2 + 4x_2x_3 + 4x_3^2$ 的矩阵形式为 $f(x_1,x_2,x_3)$ ________ _________；

7． 设 A 为方阵，则非齐次线性方程组 $AX = \mathbf{b}$ 有唯一解的充要条件是________ ；

8． 设三阶矩阵 A 有一个特征值为 2，且 $|A| = 0$ 及 A 的主对角线元素的和为 0，则 A 的其余二个特征值为___ _________；

9． 设 $A = (\gamma_1\ \gamma_2\ \cdots\ \gamma_{n-1}\ \alpha)$, $B = (\gamma_1\ \gamma_2\ \cdots\ \gamma_{n-1}\ \beta)$ 其中 α,β，$\gamma_1,\cdots,\gamma_{n-1}$ 是 n 维列向量，若 $|A| = a$，$|B| = b$ 则 $|A+B| =$ ____________；

10． 3 阶实反对称矩阵的全体关于矩阵的加法和数乘构成一个 3 维线性空间，它的一组基为________________；

草 稿 纸

注：教师应使用计算机处理试题的文字、公式、图表等；学生应使用水笔或圆珠笔答题。

评卷人	得分

二、简答（每题 6 分，2 题共 12 分）

11．叙述向量组极大无关组与秩的定义；

12．叙述正定二次型与正定矩阵的定义，并给出判别实对称矩阵是正定矩阵的二种方法。

评卷人	得分

三、计算（每题 10 分，5 题共 50 分）

13 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} b & b & \cdots & b & b & a \\ b & b & \cdots & b & a & b \\ b & b & \cdots & a & b & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ b & a & \cdots & b & b & b \\ a & b & \cdots & b & b & b \end{vmatrix}_{n\times n}$ 的值。

14 已知 $A+E=\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & -2 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$，且 $XA=-6X+3E$．求 X.。

15 已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\4&3&5&-1\\a&1&3&b\end{bmatrix}$ 行向量组线性相关，求 a,b 以及线性方程组

$$A[x_1,x_2,x_3,x_4]^T=[-1,-1,1]^T$$

的解.

16 已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=11x_1^2+14x_1x_2+14x_1x_3+ax_2^2+14x_2x_3+11x_3^2$。且其对应的实对称矩阵 A 的主对角线元素之和是 33.

1）求正交变换 $X=PY$ 将二次型化为标准形;

2) 求实对称矩阵 B，使得 $B^2=A$。

17 设 V 是次数不超过 3 次的多项式全体构成的线性空间， $A:1,x,x^2,x^3$ 是 V 的一组基

（1）证明 $B:1,2+x,3+2x+x^2,4+3x+2x^2+x^3$ 也是 V 的一组基；

（2） 求基 A 到基 B 的过渡矩阵；

（3） 分别求 $f(x)=10+6x+3x^2+x^3$ 在这两组基下的坐标。

评卷人	得分

四、证明（每题 8 分，1 题共 8 分）

18 设 A,B 是 $2n+1$ 阶正交矩阵（其中 n 是正整数），满足 $|A|=|B|$ 。

（1）求证 AB 是正交矩阵；

（2）求证 $|A-B|=0$.