上海大学 2014～2015 学年秋季学期试卷 A 卷

成绩	

课程名： 线性代数 B 课程号： 01013010 学分： 3

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人________ 应试人学号________ 应试人所在院系________

题号	一	二	三	四
得分				

得分	评卷人

一、选择题：（每题 2 分，5 题共 10 分）

1. 设 A,B 是 n 阶方阵，则下列命题不正确的是(　　)

(A) $|AB|=|A||B|$　　(B) $(AB)^T=B^TA^T$

(C) 如果 A,B 相似，则 $|\lambda I-A|=|\lambda I-B|$；　(D) $AB=BA$.

2. 设三阶行列式 $D=|\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3|=2$，则 $D_1=\begin{vmatrix}\alpha_3^T\\ \alpha_3^T+2\alpha_2^T\\ \alpha_3^T+\alpha_2^T+3\alpha_1^T\end{vmatrix}=$(　　)

(A) 12　　(B) 2　　(C) -12　　(D) -6 .

3. n 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 有唯一解，则(　　)

(A) $r(A)=n$　　(B) $r(A)<n$

(C) b 不可由 A 的列向量组表示　　(D) b 可由 A 的行向量组表示.

4. 设 n 阶矩阵的秩为 $n-2$，且 α,β,γ 是非齐次线性方程组 $Ax=\mathbf{b}$ 的三个线性无关解，则 $Ax=\mathbf{b}$ 的通解为(　　)

(A) $k_1\alpha+k_2\beta+k_3\gamma,k_1,k_2,k_3$ 为任意数　　(B) $k_1\alpha+k_2\beta+k_3\gamma,k_1+k_2+k_3=1$

(B) $k_1\alpha+k_2\beta+\gamma,k_1,k_2$ 为任意数　　(C) $k_1(\alpha-\gamma)+k_2(\beta-\gamma),k_1,k_2$ 为任意数

5. 设矩阵 A 与 $\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&1\\0&0&3\end{pmatrix}$ 相似，则下列矩阵与 A^2 相似的是(　　)

(A) $\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&1\\0&0&3\end{pmatrix}$　　(B) $\begin{pmatrix}1&0&0\\1&2&0\\1&1&3\end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix}1&0&0\\1&4&0\\2&3&9\end{pmatrix}$　　(D) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$.

得分	评卷人

二、填空题：（每题 3 分，5 题共 15 分）

6. 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\1&4&0\\b&a&1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&4\\0&0&1\end{pmatrix}$，则 $|AB|=$________；

7. 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0&0\\1&3&0&0\\0&0&1&3\\0&0&2&5\end{pmatrix}$,则 $A^{-1}=$________；

8. 如果矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&3&3&1\\2&4&5&k\\0&2&2&k\end{pmatrix}$ 的秩为 3，则 $k=$________；

9. 如果向量组 $\alpha_1=(1,1,1),\alpha_2=(1,1,-2),\alpha_3=(1,a,b)$ 为正交向量组，则 α_3 长度为______；

10. 设 $A=\begin{pmatrix}a&1&1\\1&b&1\\1&1&2\end{pmatrix}$ 的特征值为 $1,1,4$，则 $a-b=$________.

得分	评卷人

三、计算题：（6题，共63分）

11. （6分）计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

12. （10分）计算 $n+1$ 阶行列式 $D_{n+1}=\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & \cdots & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & \cdots & 4 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & n & n & n & \cdots & 0 \end{vmatrix}$。

13. （10分）已知 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$，而且 $AXA^*=A$，求 $(X-I)^{-1}$。

14. （12分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 & -1 \\ 2 & 2 & 3 & a \end{pmatrix}$ 的秩为2。

(1)（6分）求 a；

(2)（6分）求 A 的列向量组的一个极大线性无关组，且将其他列向量用此极大线性无关组线性表示。

15.（13 分）对于线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 6x_1 + (a+6)x_2 + (a+4)x_3 = 7 \\ 4x_1 + (a+3)x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$，试讨论 a 为何值时，该方程组无解、有唯一解和有无穷多解，并在无穷多解时求它的通解。

16.（12 分）求出正交变换，将二次型 $f(x_1,x_2,x_3) = 4x_1^2+x_2^2+x_3^2+4x_2x_3$ 化为标准形。

得分	评卷人

四、证明题：（每题 6 分，2 题共 12 分）

17.（6 分）设 $C = A_{3\times2}B_{2\times3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，求证 $r(C) = r(A) = r(B) = 2$.

18.（6 分）设 A 为 n 阶可逆矩阵，$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ 为 n 维线性无关列向量组，求证 $A\alpha_1, A\alpha_2, \cdots, A\alpha_n$ 线性无关。.