上海大学 2010～2011 学年 秋 季学期试卷

成绩	

课程名： 线性代数（D） 课程号： 01014061 学分： 4

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ____________ 应试人学号______________应试人所在院系_____________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一. 填空题(每小题 3 分，满分 30 分)

1．设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是 3 维列向量，$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，且|A|=1，则

$B=|(2\alpha_1-\alpha_3,\alpha_2,\alpha_3)|=$_________。

2．已知向量 α、β 正交，$\|\alpha\|=3$，$\|\beta\|=4$，则 $\|\alpha-\beta\|=$ ________。

3．已知 $D=\begin{vmatrix}-1 & x & x^2 & 1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\end{vmatrix}$，则 D 中 x 的系数是______。

4． A 是 3 阶方阵，$|A|=-2$，则 $|(|2A|A)|=$_________。

5．$A=\begin{pmatrix}a & 2b\\ 3b & a\end{pmatrix}$，有一个特征值为 1，对应的特征向量为 $\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}$，则 a=_____，b=____。

6． 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 0\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$，则 $(A^*)^{-1}=$ __________________

7． R^4 的子空间 $V=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\mid x_1+x_2+x_3+x_4=0\}$ 的维数为____，

一组基为__________。

8． $A=\begin{pmatrix}5 & 2 & -3\\ 4 & x & -4\\ 6 & 4 & -4\end{pmatrix}$ 相似于对角阵 $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$，则 $x=$________。

二、(**10 分**) 已知 $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$，AB=A+3B，求矩阵 B。

草 稿 纸

三、(**10** 分)计算行列式的值

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ -1 & -2 & 4 & -2 \\ 5 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

四、(10 分) 设向量组 $\alpha_1=(1,2,3,4)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(2,3,4,5)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(3,4,5,6)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_4=(4,5,6,7)^{\mathrm{T}}$。求由该向量组生成的向量空间 $L=L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$ 的维数及一组基，并求这些向量中的其余向量在这组基下的坐标。

五. (10 分)设 V 是次数不超过 3 的实多项式全体构成的实数域上的线性空间。$A:1,x,x^2,x^3$ 和 $B:1,1+x,1+x+x^2,1+x+x^2+x^3$ 是 V 的两组基。

(1)求基 A 到基 B 的过渡矩阵；

(2)求 $f(x)=a+bx+cx^2+dx^3$，使得 $f(x)$ 在这两组基下的坐标相同。

草 稿 纸

六、（10分）二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1,x_2,x_3)\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&3\\0&-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$，

（1）求与二次型对应的实对称矩阵A；

（2）判定此二次型是否为正定二次型，并说明理由。

七、（10分）设线性方程组 $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=-1\\4x_1+3x_2+5x_3-x_4=-1\\ax_1+x_2+3x_3+bx_4=1\end{cases}$ 有3个线性无关的解，（1）证明系数矩阵A的秩为2；（2）求 a 、 b 的值及该方程程的通解。

草　稿　纸

八、（10 分）设$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$为线性方程组 $AX=0$ 的一个基础解系，若$\beta_1=\alpha_1+t\alpha_2$，$\beta_2=\alpha_2+t\alpha_3$，$\beta_3=\alpha_3+t\alpha_4$，$\beta_4=\alpha_4+t\alpha_1$，讨论实数 t 满足什么条件时，$\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4$也是 $AX=0$ 的一个基础解系。

草 稿 纸