

目录

【STL 用法整合】	4
一、【Vector】	4
二、【Queue】 queue 为单端队列，deque 为双端队列。	4
三、【Stack】	5
四、【Map】	5
五、【List】 双向链表，同 queue	5
六、【Set】	5
set 存储的是一组无重复的元素，而 multiset 允许存储有重复的元素;	6
【字符串】	6
一、【KMP 算法】 模板:	6
二、【字典树】	7
三、【最长回文串 (Manacher)】	8
【动态规划 (dp)】	9
一、【数位 dp】	9
二、【01 背包】	10
三、【完全背包】	10
五、【LCS 最长公共子序列】	11
六、【LIS 最长上升子序列】	11
【数论】	12
一、【基本的取模运算】	12
二、【GCD(a,b)、LCM(a,b)】	12
三、【扩展欧几里得算法】	12
四、【快速幂、快速乘】	13
五、【欧拉筛】	14
七、【数论分块】	14
八、【中国剩余定理】	15
九、【高维前缀和 (1、2、3...维)】	15
十、【大数乘法】	16
十一、【组合数学】	18
【图论】	19
一、【前向星式邻接表】	19
二、【最短路问题】	20
三、【最小生成树】	22
1、【Kruskal 算法】 适用范围: 稀疏图	22
四、【拓扑排序】	24
五、【差分约束系统】	24
六、【TarJan】	25
七、【网络流】 dinic 算法	27
八、【并查集】	29
【树】	30
一、【线段树】	30
二、树链剖分+边权	33
三、可持续化线段树	38

四、【树状数组】	39
五、【LCA】	40
六、【树上差分】	41
【杂项】	42
一、【高精度】	42

快读快写

```
inline int read() {
    int x = 0, neg = 1; char op = getchar();
    while (!isdigit(op)) { if (op == '-') neg = -1; op = getchar(); }
    while (isdigit(op)) { x = 10 * x + op - '0'; op = getchar(); }
    return neg * x;
}
inline void print(int x) {
    if (x < 0) { putchar('-'); x = -x; }
    if (x >= 10) print(x / 10);
    putchar(x % 10 + '0');
}
```

使用 stringstream 分割 string 默认以空格作为分隔符

```
string str="1    2    3"
stringstream temp(str);
While(temp>>str){
    cout<<str;
}
cout<<str<<endl;
```

算法纸质资料

取到某个数的二进制最低位: **result=n& (-n);**

取到某个数的二进制最高位:

```
n|=(n>>1); //前 2 位变为 1
n|=(n>>2); //前 4 位变为 1
n|=(n>>4); //前 8 位变为 1
n|=(n>>8); //前 16 位变为 1
n|=(n>>16); //前 32 位变为 1
n|=(n>>32); //前 64 位变为 1
//超过 int 最大位数，足够大，能够保证所有位都变为 1.
n^=(n>>1); //右移一位异或后 n 取到最高位的大小
```

【STL 用法整合】

一、【Vector】

```
2.基本操作:
v.capacity();           //容器容量
v.size();               //容器大小
v.push_back();          //尾部插入
v.pop_back();           //尾部删除
v.front();              //获取头部元素
v.back();               //获取尾部元素
v.begin();              //头元素的迭代器
v.end();                //尾部元素的迭代器
```

二、【Queue】queue 为单端队列，deque 为双端队列。

```
2. 基本操作:
(1) 元素访问:
d[i];
d.front();
d.back();
d.begin();
d.end();
d.push_back();
d.push_front();
d.pop_back();
d.pop front();
```

优先队列:

```

priority_queue<int>q;
//默认从大到小，需要重载<运算符
struct node{
    int from,to,val;
    friend bool operator<(node a, node b)  //从小到大
    {
        return a.key > b.key;
    }
};

```

三、【Stack】

empty() 堆栈为空则返回真
 pop() 移除栈顶元素
 push() 在栈顶增加元素
 size() 返回栈中元素数目
 top() 返回栈顶元素

单调栈:

一种思想，把栈中的数据按照递增或递减的顺序放置

四、【Map】

map 会以 key 的大小从小到大的顺序自动排序（内部为红黑树，与 set 相同）

```

m[key];
m.find(key)          //存在返回迭代器，不存在返回 m.end()
m.count(key);        //返回 bool，1 存在，0 不存在
m.max_size();        //求算容器最大存储量
m.size();            //容器的大小
m.begin();
m.end();

```

五、【List】 双向链表，同 queue

六、【Set】

set 存储的是一组无重复的元素，而 **multiset** 允许存储有重复的元素；

如果要修改某一个元素值，必须先删除原有的元素，再插入新的元素。

```
s.find(elem); //存在返回迭代器，不存在返回 s.end()
s.count(elem); //elem 的个数，要么是 1，要么是 0，multiset 可以大于 1
s.empty();    //判断容器是否为空
s.insert(elem);
s.insert(pos, elem);
s.clear();    //清除 a 中所有元素；
```

【字符串】

一、【KMP 算法】模板：

```
int Next[1000000];
void getNext(string p)
{
    Next[0] = -1;    //初始化 next[0]，相当于把前后缀相同长度的表整体
    向右移一位。
    int j = 0;
    int k = -1;
    while (j < (int)p.length() - 1)
    {
        //没有匹配的或找到相等
        if (k == -1 || p[j] == p[k]) j++, k++, Next[j] = k;
        else k = Next[k];
    }
}
int KMP(string T, string p) //T 为母串，p 为子串
{
    int i = 0, j = 0;
    getNext(p);
    while (i < (int)T.length() && j < (int)p.length()) {
        if (j == -1 || T[i] == p[j]) i++, j++;
        else j = Next[j]; //相当于右移 j-next[j] 位
    }
    if (j == (int)p.length()) return i - j;
    return -1; //不匹配
}
```

二、【字典树】

//其中 MAX_NODE 是 trie 中最大能存储的节点数目，CHARSET 是字符集的大小，k 是当前 trie 中包含有多少个节点。Trie[i][j]的值是 0 表示 trie 树中 i 号节点，并没有一条连出去的边，满足边上的字符标识是字符集中第 j 个字符（从 0 开始）；trie[i][j]的值是正整数 x 表示 trie 树中 i 号节点，有一条连出去的边，满足边上的字符标识是字符集中第 j 个字符，并且这条边的终点是 x 号节点。

//color[p]=1 标记 p 点为终结点，0 则非终结点

const int maxn = 5e5 + 10; //最大节点数

int tire[maxn][26], isend[maxn];

int k = 1;

void build(string str)

```
{
    int p = 0;
    for (int i = 0; i < str.size(); i++)
    {
        int c = str[i] - 'a';
        if (!tire[p][c]) tire[p][c] = k++;
        p = tire[p][c];
    }
    isend[p] = 1;
}
```

bool search(string str)

```
{
    int p = 0;
    for (int i = 0; i < str.size(); i++)
    {
        int c = str[i] - 'a';
        if (!tire[p][c]) return false;
        p = tire[p][c];
    }
    return isend[p];
}
```

三、【最长回文串（Manacher）】

```
const int maxn=10000010;
char str[maxn];//原字符串
char tmp[maxn<<1];//转换后的字符串
int Len[maxn<<1];//每个点的最长回文子串
//转换原始串
int INIT(char *st)
{
    int i,len=strlen(st);
    tmp[0]='%';//字符串开头增加一个特殊字符，防止越界
    for(i=1;i<=2*len;i+=2)
    {
        tmp[i]='#';
        tmp[i+1]=st[i/2];
    }
    tmp[2*len+1]='#';
    tmp[2*len+2]='$';//字符串结尾加一个字符，防止越界
    tmp[2*len+3]=0;
    return 2*len+1;//返回转换字符串的长度
}
//Manacher 算法计算过程
int MANACHER(char *st,int len)
{
    int mx=0,ans=0,po=0;//mx 即为当前计算回文串最右边字符的最大值
    for(int i=1;i<=len;i++)
    {
        if(mx>i)Len[i]=min(mx-i,Len[2*po-i]);//在 Len[j]和 mx-i 中取个小
        else Len[i]=1;//如果 i>=mx，要从头开始匹配
        while(st[i-Len[i]]==st[i+Len[i]])Len[i]++;
        if(Len[i]+i>mx)//若新计算的回文串右端点位置大于 mx，要更新 po 和
mx 的值
        {
            mx=Len[i]+i;
            po=i;
            ans=max(ans,Len[i]);
        }
    }
    return ans-1;//返回 Len[i]中的最大值-1 即为原串的最长回文子串长度
}
```


【动态规划（dp）】

一、【数位 dp】

```
typedef long long ll;
int a[20];
ll dp[20][state]; //不同题目状态不同
ll dfs(int pos, /*state 变量*/, bool lead /*前导零*/, bool limit /*数位上界变量*/)
{
    //递归边界，既然是按位枚举，最低位是 0，那么 pos== -1 说明这个数我枚举完了
    if(!pos) return 1; /*这里一般返回 1，表示你枚举的这个数是合法的
    if(!limit && !lead && dp[pos][state] != -1) return dp[pos][state];
    int up = limit ? a[pos] : 9;
    ll ans = 0;
    for(int i = 0; i <= up; i++)
    {
        if() ...
        else if() ...
        ans += dfs(pos - 1, lead && i == 0, limit && i == a[pos]);
    }
    if(!limit && !lead) dp[pos][state] = ans;
    return ans;
}
ll solve(ll x)
{
    int pos = 0;
    while(x)
    {
        a[++pos] = x % 10; //取出低位到高位的所有, a[2] = 3 表示第二位上的数字为 3
        x /= 10;
    }
    return dfs(pos, true, true);
}
int main()
{
    ll le, ri;
    while(~scanf("%lld%lld", &le, &ri))
    {
        printf("%lld\n", solve(ri) - solve(le - 1));
    }
}
```

二、【01 背包】

```
//可改为一维数组进行滚动，也要逆序
typedef long long ll;
int cost[101], val[101];
int dp[101][1010];
//dp[i][j],当容量为j时，放入前i个物品价值最大;
//dp[i][j]=max(dp[i-1][j],dp[i-1][j-cost[i]]+val[i]);
int main() {
    ios::sync_with_stdio(false); cin.tie(0); cout.tie(0);
    int t, num;
    cin >> t >> num;
    for (int i = 1; i <= num; i++)
    {
        cin >> cost[i] >> val[i];
    }
    for (int i = 1; i <= num; i++)
    {
        for (int j = t; j >= 0; j--)
        {
            if (j >= cost[i])
                dp[i][j] = max(dp[i - 1][j], dp[i - 1][j - cost[i]] + val[i]);
            else dp[i][j] = dp[i - 1][j];
        }
    }
    cout << dp[num][t] << endl;
    return 0;
}
```

三、【完全背包】

注意事项:在变成一维进行滚动时，第二层循环要顺序，这样才能确保重复取，符合完全背包的定义。

```
for (int i = 1; i <= num; i++)
    for (int j = cost[i]; j <= t; j++)
        dp[j] = max(dp[j], dp[j - cost[i]] + val[i]);
```

五、【LCS 最长公共子序列】

```
string S,T;
int dp[maxn+1][maxn+1];
int LCS(string S,string T){
    int n=S.size(),m=T.size();
    for(int i=0;i<n;i++){
        for(int j=0;j<m;j++){
            if(S[i]==T[j])dp[i][j]=dp[i-1][j-1]+1;
            else dp[i][j]=max(dp[i-1][j],dp[i][j-1]);
        }
    }
    return dp[n][m]
}
```

六、【LIS 最长上升子序列】

```
int n;//原序列长度
int a[maxn],dp[maxn];//dp[i]:以 i 结尾的最长上升子序列
int LIS(){
    int res=0;
    for(int i=0;i<n;i++) {
        dp[i]=1;
        for(int j=0;j<i;j++){
            if(a[j]<a[i]) dp[i]=max(dp[i],dp[j]+1);
            res=max(res,dp[i]);
        }
    }
    return res;
}
```

【数论】

一、【基本的取模运算】

$$(a+b)\%c=(a\%c+b\%c)\%c$$

$$(a-b)\%c=(a-b+c)\%c$$

$$(a*b)\%c=(a\%c)*(b\%c)\%c$$

$$(a/b)\%c=(a*b^{-1})\%c$$

二、【GCD(a,b)、LCM(a,b)】

```
int GCD(int a,int b){
    if(b==0)return a;
    return GCD(b,a%b);
}
int LCM(int a,int b){
    int t=GCD(a,b);
    return a*b/t;
}
```

三、【扩展欧几里得算法】

```
int extgcd(int a,int b,int &x,int &y)
{
    if(b==0)
    {
        x=1;
        y=0;
        return a;
    }
    int gcd=extgcd(b,a%b,x,y);
    int temp=x;
    x=y;
    y=temp-a/b*y;
    return gcd;
}
```

乘法逆元定义: $(a*x)\%c=1\%c$

salution 1: 扩展欧几里得算法实现 (条件弱, 无限制)

```
LL cal(LL a,LL b,LL p)
{
    LL x,y;
    LL gcd=extgcd(a,b,x,y);
    if(p%gcd!=0) return -1; //gcd(a,b)=1 时才有解
    x*=p/gcd;    b/=gcd;
    if(b<0) b=-b;
    LL ans=x%b;
    if(ans<=0) ans+=b;
    return ans;
}
```

salution 2: 费马小定理实现(条件强, 要求 c 为质数)

-> $a*x=1 \pmod{c}$

-> $a^{ac-2}=1 \pmod{c}$

则 $ac-2$ 即为所要求的 x , 使用快速幂可快速得到解。

四、【快速幂、快速乘】

快速幂

```
ll ksm(ll base, ll power) {
    ll result = 1;
    while (power > 0) {
        if (power & 1) { // 此处等价于 if(power%2==1)
            result = result * base % 1000;
        }
        power >>= 1; // 此处等价于 power=power/2
        base = (base * base) % 1000;
    }
    return result;
}
```

快速乘

```
ll ksc(ll x, ll y, ll mod) {
    return (x*y-(ll)((long double)x/mod*y)*mod+mod)%mod;
}
```

五、【欧拉筛】

```
int prime[maxn];//记录所有素数的数组 prime[0]存放范围内素数数量
bool visit[maxn];//记录所有数，并将其标记合数为 1,素数为 0
void Prime(){
    memset(visit,0,sizeof(visit));//初始化全为素数
    memset(prime, 0,sizeof(prime));
    for (int i = 2;i <= maxn; i++) {
        cout<<" i = "<<i<<endl;
        if (!visit[i]) {
            prime[++prime[0]] = i;
        }
        for (int j = 1; j <= prime[0] && i*prime[j] <= maxn; j++) {
            visit[i*prime[j]] = 1;//标记合数为 1
            if (i % prime[j] == 0) {
                break;
            }
        }
    }
}
```

七、【数论分块】

$$\sum_{i=1}^n \frac{n}{i}$$

对于计算带有下列特征的结果可采取数论分块的思想：

```
int sum=0;
for(int l=1,r;l<=n;l=r+1){
    r=n/n/l;
    sum+=(n/l)*(r-l+1);
}
```

八、【中国剩余定理】

在《孙子算经》中有这样一个问题：“今有物不知其数，三三数之剩二（除以 3 余 2），五五数之剩三（除以 5 余 3），七七数之剩二（除以 7 余 2），问物几何？”

$$x \equiv 2 \pmod{3} x \equiv 3 \pmod{5} x \equiv 2 \pmod{7}$$

具体解法分三步：

1、找出三个数：从 3 和 5 的公倍数中找出被 7 除余 1 的最小数 15，从 3 和 7 的公倍数中找出被 5 除余 1 的最小数 21，最后从 5 和 7 的公倍数中找出除 3 余 1 的最小数 70。

2、用 15 乘以 2（2 为最终结果除以 7 的余数），用 21 乘以 3（3 为最终结果除以 5 的余数），同理，用 70 乘以 2（2 为最终结果除以 3 的余数），然后把三个乘积相加 $15 \times 2 + 21 \times 3 + 70 \times 2$ 得到和 233。

3、用 233 除以 3，5，7 三个数的最小公倍数 105，得到余数 23，即 $233 \% 105 = 23$

这个余数 23 就是符合条件的最小数。

九、【高维前缀和（1、2、3....维）】

二维：

$$DP[i][j] = DP[i][j] + DP[i][j] - DP[i-1][j-1] + num[i][j]$$

或：

```
//假设n*m的矩阵
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        DP[i][j]+=DP[i-1][j];
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=1;j<=m;j++)
        DP[i][j]+=DP[i][j-1];
```

十、【大数乘法】

10.1 【求 $A^B \bmod C$ 】

$$A^B \bmod C = A^{(B \% \text{phi}(C) + \text{phi}(C))} \% C$$

$$A^x = A^{(x \bmod \text{Phi}(C) + \text{Phi}(C))} \bmod C \quad (x \geq \text{Phi}(C))$$

```
#include<bits/stdc++.h>
#define put putchar('\n')
#define re register
using namespace std;
typedef long long ll;
const int maxn = 207;
const int mod = 998244353;
const int inf = 1e9 + 7;
inline int read() {
    char c = getchar(); int tot = 1; while ((c < '0' || c > '9') && c != '-') c = getchar(); if (c == '-') { tot = -1; c = getchar(); }
    int sum = 0; while (c >= '0' && c <= '9') { sum = sum * 10 + c - '0'; c = getchar(); } return sum * tot;
}
inline void wr(int x) { if (x < 0) { putchar('-'); wr(-x); return; } if (x >= 10) wr(x / 10); putchar(x % 10 + '0'); }
inline void wrn(int x) { wr(x); put; }
inline void wri(int x) { wr(x); putchar(' '); }
int arr[maxn];
int te[maxn];
ll phi(ll n) {
    ll s = n;
    for (ll i = 2; i * i <= n; i++) {
        if (n % i == 0) s = s / i * (i - 1);
        while (n % i == 0) n /= i;
    }
    if (n != 1) s = s / n * (n - 1);
    return s;
}
```



```

ll Pow(ll x, ll y, ll m) {
    ll s = 1;
    for (; y; y >>= 1) {
        if (y & 1) { s *= x; s %= m; }
        x *= x; x %= m;
    }
    return s;
}

ll Pow(ll x, char* y, ll m) {
    ll phim = phi(m);
    ll s = 0;
    for (int i = 0; y[i] != '\0'; i++) {
        s = s * 10 + y[i] - '0';
        if (s >= m) break;
    }
    if (s >= m) {
        s = 0;
        for (int i = 0; y[i] != '\0'; i++) {
            s = s * 10 + y[i] - '0';
            if (s >= phim) s %= phim;
        }
        s += phim;
        return Pow(x, s, m);
    }
    else return Pow(x, s, m);
}

char y[1000008];

int main()
{
    ios::sync_with_stdio(false); cin.tie(0); cout.tie(0);
    int t;
    cin >> t;
    while (t--) {
        ll x, m;
        cin >> x >> y >> m;
        cout << Pow(x, y, m) << endl;
    }
    return 0;
}

```

十一、【组合数学】

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
#define int long long
const int maxn=3e6+10;
const int mod=1e9+7;
int inv[maxn],fac[maxn];
int C(int n,int m){return fac[n]*inv[n-m]%mod*inv[m]%mod;}
int A(int n,int m){return fac[n]*inv[n-m]%mod;}
int ksm(int x,int k){
    int res=1;
    while(k){
        if(k&1)res=res*x%mod;
        x=x*x%mod;
        k/=2;
    }
    return res;
}
int ny(int x){
    return ksm(x,mod-2);
}
void init(){
    inv[0]=fac[0]=1;
    inv[1]=1;
    for(int i=1;i<maxn;i++){
        fac[i]=fac[i-1]*i%mod;
    }
    //求每个数的逆元推导公式: i 逆元 $\equiv -\lfloor p/i \rfloor * (p \bmod i)$ 的逆元(mod p)
    inv[1]=1;
    for(int i=2;i<maxn;i++){
        inv[i]=(int)(mod-mod/i)*inv[mod%i]%mod;
    }
    //求阶乘的逆元
    inv[0]=1;
    for(int i=1;i<maxn;i++){
        inv[i]=inv[i-1]*inv[i]%mod;
    }
}
```

【图论】

一、【前向星式邻接表】

```
const int MAX = 1e6;    //数组大小初始化
struct Edges {
    int to, w, next; //（边的终点编号、权重、同起点的下一条边）
};
Edges edge[MAX]; //记录所有点的信息
ll head[MAX];    //例：head[1]=5;记录从 1 点出发的最后输入的一条边 5
ll cnt;          //记录每组数据的编号
void init()      //初始化
{
    memset(head, -1, sizeof(head));
    cnt = 0;
}
void add(ll from, ll to, ll w) //添加边
{
    edge[cnt].to = to;
    edge[cnt].w = w;
    edge[cnt].next = head[from];
    head[from] = cnt++;
}
void visit(int from)
{
    for(int i=head[from];i!=-1;i=edge[i].next)
    {
        //遍历以 from 为起点的所有边
        //cout<<edge[i].to<<endl;
        //cout<<edge[i].w<<endl;
    }
}
```

二、【最短路问题】

1、SPFA 算法

适用范围：单源最短路问题，可判断是否存在负环

```
bool vis[]                //标记是否在队列内
int dis[]                 //起点到各点的最短路
int c[]                   //判断各个点更新次数，用来判断是否存在负环，当 c[i]>n 时存在负环
bool flag=0;              //标记是否存在负环，0 为不存在
void spfa(int start, int n) //start 是源点,n 为顶点数，用于判断负环
{
    memset(vis, false, sizeof(vis));
    memset(dis, inf, sizeof(dis)); //距离源点的距离初始化成 inf(很大的数)
    queue<int>q;
    dis[start] = 0;                //源点的距离默认成 0
    vis[start] = true;             //标记源点
    q.push(start);                 //放入队列
    while (!q.empty())
    {
        int u = q.front();        //取出下一个节点
        q.pop();
        vis[u] = false;           //标记为不在队列内
        for (int i = head[u]; i != -1; i = edge[i].next)
        {
            int v = edge[i].v;
            int w = edge[i].w;
            if (dis[v] > dis[u] + w) //dis[v]为当前与 u 点相连的节点的最短路径(初
始为 INF)
            {
                dis[v] = dis[u] + w;
                //c[v]++;
                // if(c[v]>n)flag=1 return;//存在负环则返回，flag 标记为 1
                if (!vis[v]) //如果改点不在队列内，则标记并加入队列
                {
                    vis[v] = true;
                    q.push(v);
                }
            }
        }
    }
}
```

1、Dijkstra 算法

```
#define max 110 //最大顶点个数
#define INF 0xffff //权值上限
int n; //顶点数
struct node //顶点节点
{
    int vlue,key,parent;
    //按升序排列，以小为先
    friend bool operator<(node a, node b) {
        return a.key > b.key;
    }
};
void Dijkstra(int **G, int s) {
    priority_queue<node> q; //最小优先队列
    node d[max]; //结点集
    bool visited[max]; //用于判断顶点是否已经在最短路径树中
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        d[i].vlue = i;
        d[i].key = INF; //估算距离置 INF
        d[i].parent = -1; //每个顶点都无父亲节点
        visited[i] = false; //都未找到最短路
    }
    d[s].key = 0; //源点到源点最短路权值为 0
    q.push(d[s]); //压入队列中
    while (!q.empty()){
        node cd = q.top(); //取最小顶点
        q.pop();
        int u = cd.vlue;
        if (visited[u])
            continue;
        visited[u] = true;
        for (int i = 1; i < n; i++) {
            if (!visited[i] && d[i].key > d[u].key + G[d[u].vlue][i])
            {
                d[i].parent = u;
                d[i].key = d[u].key + G[d[u].vlue][i];
                q.push(d[i]);
            }
        }
    }
}
```

三、【最小生成树】

1、【Kruskal 算法】 适用范围：稀疏图

```
using namespace std;
typedef long long ll;
struct Edges {
    ll from,to, w;
};
Edges edge[2000005];
ll cnt,n, m,ans,e1,e2;//n 为顶点个数， m 为边的个数
ll fa[5005];//并查集需要
//sort 结构体权值从小到大
bool cmp(Edges a, Edges b)
{
    return a.w < b.w;
}
//并查集
ll find_set(ll x)
{
    if (x != fa[x])return fa[x] = find_set(fa[x]);
    return x;
}
void Kruskal()
{
    sort(edge, edge + m, cmp);
    for (ll i = 0; i < m; i++)
    {
        e1 = find_set(edge[i].from);
        e2 = find_set(edge[i].to);
        if (e1 == e2)continue;
        fa[e2] = e1;
        ans += edge[i].w;
        cnt++;//记录边数
        if (cnt == n - 1) break;//边数为顶点数-1 时退出
    }
}
```

2、【Prim 算法】 适用范围：稠密图

```
il int prim()
{
    for (re int i = 0; i <= n; i++)
    {
        dis[i] = inf;
    }
    for (re int i = head[1]; i != -1; i = e[i].next)
    {
        dis[e[i].to] = min(dis[e[i].to], e[i].w);
    }
    while (tot != n-1)//最小生成树边数等于点数-1
    {
        re int minn = inf;//把 minn 置为极大值
        vis[now] = 1;//标记点已经走过
        for (re int i = 0; i <= n; i++)
        {
            if (!vis[i] && minn > dis[i])
            {
                minn = dis[i];
                now = i;
            }
        }
        ans += minn;
        //枚举 now 的所有连边，更新 dis 数组
        for (re int i = head[now]; i != -1; i = e[i].next)
        {
            re int to = e[i].to;
            if (dis[to] > e[i].w && !vis[to])
            {
                dis[to] = e[i].w;
            }
        }
        tot++;
    }
    return ans;
}
```

四、【拓扑排序】

```
const int MAX = 1e6;    //数组大小初始化
struct Edges {
    int to, w, next; // (边的终点编号、权重、同起点的下一条边)
};
Edges edge[MAX]; //记录所有点的信息
ll head[MAX];    //例: head[1]=5;记录从 1 点出发的最后输入的一条边 5
queue<int>q;
int in[maxn]; //入度
vector<int>ans; //存放结果
void solve(){
    for(int i=0;i<n;i++)if(!in[i])q.push(i);
    while(!q.empty()){
        int from=q.front();q.pop();
        ans.push_back(from)
        for(int i=head[from];i!=-1;i=edge[i].next)
        {
            int point=edge[i].to;
            in[point]--;
            if(!in[point])
                q.push(point);
        }
    }
}
```

五、【差分约束系统】

差分约束系统的解法如下:

1、 根据条件把题意通过变量组表达出来得到不等式组, 注意要发掘出隐含的不等式, 比如说前后两个变量之间隐含的不等式关系。

2、 进行建图:

首先根据题目的要求进行不等式组的标准化的。

(1)、如果要求取最小值, 那么求出最长路, 那么将不等式全部化成 $x_i - x_j \geq k$ 的形式, 这样建立 $j \rightarrow i$ 的边, 权值为 k 的边, 如果不等式组中有 $x_i - x_j > k$, 因为一般题目都是对整形变量的约束, 化为 $x_i - x_j \geq k+1$ 即可, 如果 $x_i - x_j = k$ 呢, 那么可以变为如下两个: $x_i - x_j \geq k, x_i - x_j \leq k$, 进一步变为 $x_j - x_i \geq -k$, 建立两条边即可。

(2)、如果求取的是最大值, 那么求取最短路, 将不等式全部化成 $x_i - x_j \leq k$ 的形式, 这样建立 $j \rightarrow i$ 的边, 权值为 k 的边, 如果像上面的两种情况, 那么同样地标准化就行了。

(3)、如果要判断差分约束系统是否存在解, 一般都是判断环, 选择求最短路或者最长路求解都行, 只是不等式标准化时候不同, 判环地话, 用 `spfa` 即可, n 个点中如果同一个点入队超过 n 次, 那么即存在环。

值得注意的一点是: 建立的图可能不联通, 我们只需要加入一个超级源点, 比如说求取最长路时图不联通的话, 我们只需要加入一个点 S , 对其他的每个点建立一条权值为 0 的边图就联通了, 然后从 S 点开始进行 `spfa` 判环。最短路类似。

六、【TarJan】

无向图：

```
//核心模板
//链式前向星加边
//由于是无向图，加边时要加两条边 from->to,to->from
int head[maxn],dfn[maxn], low[maxn];
int ans,d;//存放割点答案数量
bool cut[maxn];
void tarjan(int from, int fa) {
    dfn[from] = low[from] = ++d;
    int child = 0;
    for (int i = head[from]; i != -1; i = edge[i].next){
        int to = edge[i].to;
        if (!dfn[to]){
            tarjan(to, fa);
            low[from] = min(low[from], low[to]);
            if (low[to] >= dfn[from] && from != fa) cut[from] = 1;
            if (from == fa)child++;
        }
        low[from] = min(low[from], dfn[to]);
    }
    if (from == fa && child >= 2)cut[from] = 1;
}
//由于 tarjan 图各个连通块之间可能不连通，主函数内要这样写
for (int i = 1; i <= n; i++)
    if (!dfn[i])
        tarjan(i, i);
```

有向图:

```
int color[maxn],dfn[maxn], low[maxn],stack_[maxn];
int num[maxn];//同属于同一颜色连通块的节点个数
bool exist[maxn];
int d,id,top;
void tarjan(int x) {
    dfn[x] = low[x] = ++d;
    stack_[++top]=x;
    exist[x]=1;
    for (int i = head[x]; i != -1; i = edge[i].next){
        int to = edge[i].to;
        if (!dfn[to]){
            tarjan(to);
            low[x] = min(low[x], low[to]);
        }
        else if(exist[to]){
            low[x] = min(low[x], low[to]);
        }
    }
    if(low[x]==dfn[x])
    {
        id++;
        do{
            color[stack_[top]]=id;
            num[id]++;
            exist[stack_[top]]=0;
        }while(x!=stack_[top--]);
    }
}
```

七、【网络流】dini 算法

```
const int maxn = 2050;
const int INF = 1e9 + 7;
struct Edges {
    int to, w, next;
};
Edges edge[maxn<<1];
int head[maxn], deep[maxn];
int cnt;
ll n, m;//n 为汇点，源点默认为 1，m 是边的数量
void add(int from, int to,int w) {
    edge[cnt].to = to;
    edge[cnt].w = w;
    edge[cnt].next = head[from];
    head[from] = cnt++;
}
void init()
{
    memset(head, -1, sizeof(head));
    cnt = 0;
}
bool bfs()
{
    memset(deep, -1, sizeof(deep));
    deep[1] = 0;
    queue<int>q;
    q.push(1);
    while (!q.empty())
    {
        int from = q.front();
        q.pop();
        for (int i = head[from]; i != -1; i = edge[i].next)
        {
            int to = edge[i].to;
            if (deep[to] == -1 && edge[i].w)//子节点没被搜索过并且子节点的剩余流量不为 0。
            {
                deep[to] = deep[from] + 1;
                q.push(to);
            }
        }
    }
    return deep[n] != -1;
}
```

```

int dfs(int from, int rest)
{
    if (from == n) return rest;
    int restnow = rest;
    for (int i = head[from]; i != -1; i = edge[i].next)
    {
        int to = edge[i].to;
        if (deep[to] == (deep[from] + 1) && edge[i].w > 0)
        {
            int allow = dfs(to, min(restnow, edge[i].w));
            edge[i].w -= allow, edge[i ^ 1].w += allow;
            restnow -= allow;
            if (restnow == 0) break;
        }
    }
    return rest - restnow;
}

int dini()
{
    int ans = 0;
    while (bfs()) ans += dfs(1, INF);
    return ans;
}

int main() {
    ios::sync_with_stdio(false); cin.tie(0); cout.tie(0);
    init();
    int from, to, w;
    cin >> n >> m >> x;
    for (int i = 0; i < m; i++)
    {
        cin >> from >> to >> w;
        add(from, to, w), add(to, from, 0);
    }
    int ans = dini();
    cout << ans << endl;
    return 0;
}

```

八、【并查集】

```
//并查集_未优化
ll find_set(ll x)
{
    return x!=fa[x]?find_set(fa[x]):x;
}

//并查集_路径压缩优化
ll find_set(ll x)
{
    if (x != fa[x])return fa[x] = find_set(fa[x]);
    return x;
}

//并查集_启发式合并
//rank[maxn]代表深度，把深度小的合并到深度大的上
void merge(int u,int v){
    int t1=find(u);
    int t2=find(v);
    if(t1!=t2) { //启发式算法的核心代码，将节点深度小的并到节点深度大的上面。
        if(rank[t1]>rank[t2]){
            f[t2]=t1;
        }
        else if(rank[t1]<rank[t2]){
            f[t1]=t2;
        }
        else { //深度相等时将其中一个的深度增加
            f[t2]=t1;
            rank[t1]++;
        }
    }
}
```

【树】

一、【线段树】

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
const int maxn = 1e6;
const int inf = 1e9 + 5;
#define ls p<<1
#define rs p<<1|1
struct node {
    int l, r, tmax, cnt, cd, lz;
    ll sum;
}T[maxn << 2];
void pushup(int p) {
    T[p].sum = T[ls].sum + T[rs].sum;
    T[p].tmax = max(T[ls].tmax, T[rs].tmax);
    if (T[ls].tmax > T[rs].tmax) {
        T[p].cnt = T[ls].cnt;
        T[p].cd = max(T[ls].cd, T[rs].tmax);
    }
    else if (T[ls].tmax == T[rs].tmax) {
        T[p].cnt = T[rs].cnt + T[ls].cnt;
        T[p].cd = max(T[rs].cd, T[ls].cd);
    }
    else {
        T[p].cnt = T[rs].cnt;
        T[p].cd = max(T[ls].tmax, T[rs].cd);
    }
}
int a[maxn];
void build(int p, int l, int r) {
    T[p].l = l; T[p].r = r;
    T[p].cd = T[p].lz = -1;
    if (l == r) {
        T[p].tmax = T[p].sum = a[l];
        T[p].cnt = 1;
        return;
    }
}
```

```

    int mid = (l + r) >> 1;
    build(ls, l, mid);
    build(rs, mid + 1, r);
    pushup(p);
}

void pushdown(int p) {
    if (T[p].lz != -1) {
        if (T[p].lz < T[ls].tmax) {
            T[ls].sum += 1ll * (T[p].lz - T[ls].tmax) * T[ls].cnt;
            T[ls].tmax = T[ls].lz = T[p].lz;
        }
        if (T[p].lz < T[rs].tmax) {
            T[rs].sum += 1ll * (T[p].lz - T[rs].tmax) * T[rs].cnt;
            T[rs].tmax = T[rs].lz = T[p].lz;
        }
        T[p].lz = -1;
    }
}

void update(int p, int l, int r, int v) {
    if (v >= T[p].tmax) return;
    if (l <= T[p].l && T[p].r <= r) {
        if (v > T[p].cd) {
            T[p].lz = v;
            T[p].sum += 1ll * (v - T[p].tmax) * T[p].cnt;
            T[p].tmax = v;
            return;
        }
    }
    pushdown(p);
    int mid = (T[p].l + T[p].r) >> 1;
    if (l <= mid) update(ls, l, r, v);
    if (r > mid) update(rs, l, r, v);
    pushup(p);
}

int q1(int p, int l, int r) {
    if (T[p].l >= l && T[p].r <= r) return T[p].tmax;
    pushdown(p);
    int mid = (T[p].l + T[p].r) >> 1;
    int ans = 0;
    if (l <= mid) ans = max(ans, q1(ls, l, r));
    if (r > mid) ans = max(ans, q1(rs, l, r));
    return ans;
}

```

```

ll q2(int p, int l, int r) {
    if (T[p].l >= l && T[p].r <= r) return T[p].sum;
    pushdown(p);
    int mid = (T[p].l + T[p].r) >> 1;
    ll ans = 0;
    if (l <= mid) ans += q2(ls, l, r);
    if (r > mid) ans += q2(rs, l, r);
    return ans;
}

int main() {
    int t;
    scanf("%d", &t);
    while (t--) {
        int n, m;
        scanf("%d%d", &n, &m);
        for(int i=1;i<=n;++i) scanf("%d", &a[i]);
        build(1, 1, n);
        while(m--){
            int op, x, y, z;
            scanf("%d%d%d", &op, &x, &y);
            if (op == 0) {
                scanf("%d", &z);
                update(1, x, y, z);
            }
            else if (op == 1) printf("%d\n", q1(1, x, y));
            else printf("%lld\n", q2(1, x, y));
        }
    }
    return 0;
}

```


二、树链剖分+边权

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
const int maxn = 2e5+15;
const int inf = 2e9+5;
int n,m;
struct edge{
    int v,w,ne;
}e[maxn<<1];
int h[maxn],cnt=0;
void add(int u,int v,int w){
    e[++cnt]={v,w,h[u]};h[u]=cnt;
}
int num=0;
int deep[maxn],tot[maxn],fa[maxn],son[maxn],top[maxn],idx[maxn];
int tmp[maxn],a[maxn];
void dfs1(int u,int f){
    deep[u]=deep[f]+1;
    fa[u]=f;
    tot[u]=1;
    for(int i=h[u];i;i=e[i].ne){
        int v=e[i].v;
        if(v==fa[u]) continue;
        dfs1(v,u);
        tmp[v]=e[i].w;
        tot[u]+=tot[v];
        if(tot[v]>tot[son[u]]) son[u]=v;
    }
}
void dfs2(int u,int tpf){
    top[u]=tpf;
    idx[u]=++num;
    a[num]=tmp[u];
    if(son[u]) dfs2(son[u],tpf);
    for(int i=h[u];i;i=e[i].ne){
        int v=e[i].v;
        if(v==fa[u] || v==son[u]) continue;
        dfs2(v,v);
    }
}
int sum[maxn<<2],ma[maxn<<2],mi[maxn<<2];
```

```

bool lz[maxn<<2];
struct pos{
    int x,y;
}T[maxn];
#define ls p<<1
#define rs p<<1|1
#define mid ((l+r)>>1)
void pushup(int p){
    sum[p]=sum[ls]+sum[rs];
    ma[p]=max(ma[ls],ma[rs]);
    mi[p]=min(mi[ls],mi[rs]);
}
void build(int p,int l,int r){
    if(l==r){
        sum[p]=ma[p]=mi[p]=a[l];
        return ;
    }
    build(ls,l,mid);
    build(rs,mid+1,r);
    pushup(p);
}
void qf(int p){
    lz[p]^=1;
    sum[p]*=-1;
    ma[p]*=-1;
    mi[p]*=-1;
    swap(ma[p],mi[p]);
}
void pushdown(int p){
    if(lz[p]){
        qf(ls);
        qf(rs);
        lz[p]=0;
    }
}
void update(int p,int l,int r,int q,int val){
    if(l==r){
        sum[p]=ma[p]=mi[p]=val;
        return;
    }
    pushdown(p);
    if(q<=mid) update(ls,l,mid,q,val);
    else update(rs,mid+1,r,q,val);
    pushup(p);
}

```

```

void change(int p,int l,int r,int L,int R){
    if(L<=l&&R>=r){
        qf(p);
        return ;
    }
    pushdown(p);
    if(L<=mid) change(ls,l,mid,L,R);
    if(R>mid) change(rs,mid+1,r,L,R);
    pushup(p);
}

int qsum(int p,int l,int r,int L,int R){
    if(L<=l&&R>=r) return sum[p];
    pushdown(p);
    int ans=0;
    if(L<=mid) ans+=qsum(ls,l,mid,L,R);
    if(R>mid) ans+=qsum(rs,mid+1,r,L,R);
    return ans;
}

int qmax(int p,int l,int r,int L,int R){
    if(L<=l&&R>=r) return ma[p];
    pushdown(p);
    int ans=-inf;
    if(L<=mid) ans=max(ans,qmax(ls,l,mid,L,R));
    if(R>mid) ans=max(ans,qmax(rs,mid+1,r,L,R));
    return ans;
}

int qmin(int p,int l,int r,int L,int R){
    if(L<=l&&R>=r) return mi[p];
    pushdown(p);
    int ans=inf;
    if(L<=mid) ans=min(ans,qmin(ls,l,mid,L,R));
    if(R>mid) ans=min(ans,qmin(rs,mid+1,r,L,R));
    return ans;
}

void update(int x,int y){
    while(top[x]!=top[y]){
        if(deep[top[x]]<deep[top[y]]) swap(x,y);
        change(1,1,n,idx[top[x]],idx[x]);
        x=fa[top[x]];
    }
    if(deep[x]>deep[y]) swap(x,y);
    if(x!=y) change(1,1,n,idx[x]+1,idx[y]);
}

```

```

int qqsum(int x,int y){
    int ans=0;
    while(top[x]!=top[y]){
        if(deep[top[x]]<deep[top[y]]) swap(x,y);
        ans+=qsum(1,1,n,idx[top[x]],idx[x]);
        x=fa[top[x]];
    }
    if(deep[x]>deep[y]) swap(x,y);
    ans+=qsum(1,1,n,idx[x]+1,idx[y]);
    return ans;
}

int qqmax(int x,int y){
    int ans=-inf;
    while(top[x]!=top[y]){
        if(deep[top[x]]<deep[top[y]]) swap(x,y);
        ans=max(ans,qmax(1,1,n,idx[top[x]],idx[x]));
        x=fa[top[x]];
    }
    if(deep[x]>deep[y]) swap(x,y);
    ans=max(ans,qmax(1,1,n,idx[x]+1,idx[y]));
    return ans;
}

int qqmin(int x,int y){
    int ans=inf;
    while(top[x]!=top[y]){
        if(deep[top[x]]<deep[top[y]]) swap(x,y);
        ans=min(ans,qmin(1,1,n,idx[top[x]],idx[x]));
        x=fa[top[x]];
    }
    if(deep[x]>deep[y]) swap(x,y);
    ans=min(ans,qmin(1,1,n,idx[x]+1,idx[y]));
    return ans;
}

int lca(int x,int y){
    while(top[x]!=top[y]){
        if(deep[top[x]]<deep[top[y]]) swap(x,y);
        x=fa[top[x]];
    }
    if (deep[x]<deep[y])swap(x,y);
    return y;
}

int main(){
    scanf("%d",&n);

```

```

int u,v,w;
for(int i=1;i<n;++i){
    scanf("%d%d%d",&u,&v,&w);
    u++,v++;
    add(u,v,w);add(v,u,w);
    T[i].x=u;T[i].y=v;
}
dfs1(1,0);
dfs2(1,1);
build(1,1,n);
scanf("%d",&m);
while(m--){
    char op[10];int x,y;
    scanf("%s",op);
    scanf("%d%d",&x,&y);
    if(op[0]=='S'){
        x++,y++;
        printf("%d\n",qqsum(x,y));
    }
    else if(op[0]=='N'){
        x++,y++;
        update(x,y);
    }
    else if(op[0]=='C'){
        int tmpp=(deep[T[x].x]>deep[T[x].y])?T[x].x:T[x].y;
        update(1,1,n,idx[tmpp],y);
    }
    else if(op[0]=='M'&&op[1]=='A'){
        x++,y++;
        printf("%d\n",qqmax(x,y));
    }
    else if(op[0]=='M'&&op[1]=='I'){
        x++,y++;
        printf("%d\n",qqmin(x,y));
    }
}
return 0;
}

```

三、可持续化线段树

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
const int maxn=1e6+5;
int node_cnt,n,m;
int sum[maxn<<5],rt[maxn],ls[maxn<<5],rs[maxn<<5];
int a[maxn],b[maxn];
int p;//修改点
int build(int l,int r){
    int root=++node_cnt;
    if(l==r) return root;
    int mid=(l+r)>>1;
    ls[root]=build(l,mid);
    rs[root]=build(mid+1,r);
    return root;
}
int update(int l,int r,int root){
    int dir=++node_cnt;
    ls[dir]=ls[root];rs[dir]=rs[root];sum[dir]=sum[root]+1;
    if(l==r) return dir;
    int mid=(l+r)>>1;
    if(p<=mid) ls[dir]=update(l,mid,ls[dir]);
    else rs[dir]=update(mid+1,r,rs[dir]);
    return dir;
}
int query(int u,int v,int l,int r,int k){
    int mid=(l+r)>>1,
    x=sum[ls[v]]-sum[ls[u]];
    if(l == r)
        return l;
    if(x>=k) return query(ls[u],ls[v],l,mid,k);
    else return query(rs[u],rs[v],mid+1,r,k-x);
}
int l,r,k;
```

四、【树状数组】

```
int a[1005],c[1005]; //对应原数组和树状数组
int lowbit(int x){
    return x&(-x);
}
void updata(int i,int k){    //在 i 位置加上 k
    while(i <= n){
        c[i] += k;
        i += lowbit(i);
    }
}
int getsum(int i){          //求 A[1 - i]的和
    int res = 0;
    while(i > 0){
        res += c[i];
        i -= lowbit(i);
    }
    return res;
}
```

区间加可以采用差分的方式，维护一个差分数组 **b** 和 $c[i]=b[i]*i$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r a_i \\ &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^i b_j \\ &= \sum_{i=1}^r b_i \times (r - i + 1) \\ &= \sum_{i=1}^r b_i \times (r + 1) - \sum_{i=1}^r b_i \times i \end{aligned}$$

```
Int b[MAXN], c[MAXN], n;
inline int lowbit(int x) { return x & (-x); }
void add(int pos, int v) {
    int cv = pos * v;
    while (pos <= n) {    b[pos] += v, c[pos] += cv;    pos += lowbit(pos); }
}
int getsum(int *t, int k) {
    int ret = 0;
    while (k) {    ret += t[k];    k -= lowbit(k); }
    return ret;
}
// 将区间加差分为两个前缀加
void add1(int l, int r, int v) {    add(l, v), add(r + 1, -v); }
int getsum1(int l, int r) {
    return (r + 1) * getsum(b, r) - l * getsum(b, l - 1) - (getsum(c, r) - getsum(c, l - 1));
}
```

五、【LCA】

```
struct zzz {
    int t, nex;
}e[500010 << 1]; int head[500010], tot;
void add(int x, int y) {
    e[++tot].t = y;
    e[tot].nex = head[x];
    head[x] = tot;
}
int depth[500001], fa[500001][22], lg[500001];
void dfs(int now, int fath) { //now 表示当前节点，fath 表示它的父亲节点
    fa[now][0] = fath; depth[now] = depth[fath] + 1;
    for(int i = 1; i <= lg[depth[now]]; ++i)
        fa[now][i] = fa[fa[now][i-1]][i-1];
    for(int i = head[now]; i; i = e[i].nex)
        if(e[i].t != fath) dfs(e[i].t, now);
}
int LCA(int x, int y) {
    if(depth[x] < depth[y]) //用数学语言来说就是：不妨设 x 的深度 >= y 的深度
        swap(x, y);
    while(depth[x] > depth[y])
        x = fa[x][lg[depth[x]-depth[y]] - 1]; //先跳到同一深度
    if(x == y) //如果 x 是 y 的祖先，那他们的 LCA 肯定就是 x 了
        return x;
    for(int k = lg[depth[x]] - 1; k >= 0; --k) //不断向上跳（lg 就是之前说的常数优化）
        if(fa[x][k] != fa[y][k])
            x = fa[x][k], y = fa[y][k];
    return fa[x][0];
}
int main() {
    int n, m, s; scanf("%d%d%d", &n, &m, &s);
    for(int i = 1; i <= n-1; ++i) {
        int x, y; scanf("%d%d", &x, &y);add(x, y); add(y, x);
    }
    for(int i = 1; i <= n; ++i) //预先算出 log2(i)+1 的值，用的时候直接调用就可以了
        lg[i] = lg[i-1] + (1 << lg[i-1] == i); //看不懂的可以手推一下
    dfs(s, 0);
    int x,y;
    Cout<<LCA(x,y);
}
```


六、【树上差分】

```
ll t, n, k, m;
struct Edges {
    ll to, w, next; // (边的终点编号、权重、同起点的下一条边)
};
Edges edge[maxn*2]; //记录所有点的信息
ll head[maxn];      //例: head[1]=5;记录从 1 点出发的最后输入的一条边 5
ll cnt;             //记录每组数据的编号
ll faver[maxn];
void init(){
    memset(head, -1, sizeof(head));
    cnt = 0;
}
void add(ll from, ll to, ll w) //添加边{
    edge[cnt].to = to;
    edge[cnt].w = w;
    edge[cnt].next = head[from];
    head[from] = cnt++;
}
ll cf[maxn];        //差分数组
ll st[maxn];        //当前链上深度为 i 的节点
ll deep;
void dfs(ll u, ll fa) {
    st[++deep] = u;
    cf[u] += 1;
    int p = faver[u]+1;
    if (p >= deep)p = deep;
    cf[st[deep - p]] -= 1;
    for (ll i = head[u]; i != -1; i = edge[i].next) {
        if (edge[i].to == fa)continue;
        dfs(edge[i].to, u);
        cf[u] += cf[edge[i].to];
    }
    deep--;
}
```

【杂项】

一、【高精度】

加法： 算法复杂度： $O(n)$

```
string add(string a,string b)//只限两个非负整数相加
{
    const int L=1e5;
    string ans;
    int na[L]={0},nb[L]={0};
    int la=a.size(),lb=b.size();
    for(int i=0;i<la;i++) na[la-1-i]=a[i]-'0';
    for(int i=0;i<lb;i++) nb[lb-1-i]=b[i]-'0';
    int lmax=la>lb?la:lb;
    for(int i=0;i<lmax;i++) na[i]+=nb[i],na[i+1]+=na[i]/10,na[i]%=10;
    if(na[lmax]) lmax++;
    for(int i=lmax-1;i>=0;i--) ans+=na[i]+'0';
    return ans;
}
```

减法： 算法复杂度： $O(n)$

```
string sub(string a,string b)//只限大的非负整数减小的非负整数
{
    const int L=1e5;
    string ans;
    int na[L]={0},nb[L]={0};
    int la=a.size(),lb=b.size();
    for(int i=0;i<la;i++) na[la-1-i]=a[i]-'0';
    for(int i=0;i<lb;i++) nb[lb-1-i]=b[i]-'0';
    int lmax=la>lb?la:lb;
    for(int i=0;i<lmax;i++)
    {
        na[i]-=nb[i];
        if(na[i]<0) na[i]+=10,na[i+1]--;
    }
    while(!na[--lmax]&& lmax>0) ;lmax++;
    for(int i=lmax-1;i>=0;i--) ans+=na[i]+'0';
    return ans;
}
```

乘法： 算法复杂度： $O(n^2)$

```
string mul(string a,string b)//高精度乘法 a,b,均为非负整数
{
    const int L=1e5;
    string s;
    int na[L],nb[L],nc[L],La=a.size(),Lb=b.size();//na 存储被乘数， nb 存储乘数， nc 存储积
    fill(na,na+L,0);fill(nb,nb+L,0);fill(nc,nc+L,0);//将 na,nb,nc 都置为 0
    for(int i=La-1;i>=0;i--) na[La-i]=a[i]-'0';//将字符串表示的大整形数转成 i 整形数组表示的大整形数
    for(int i=Lb-1;i>=0;i--) nb[Lb-i]=b[i]-'0';
    for(int i=1;i<=La;i++)
        for(int j=1;j<=Lb;j++)
            nc[i+j-1]+=na[i]*nb[j];//a 的第 i 位乘以 b 的第 j 位为积的第 i+j-1 位(先不考虑进位)
    for(int i=1;i<=La+Lb;i++)
        nc[i+1]+=nc[i]/10,nc[i]%=10;//统一处理进位
    if(nc[La+Lb]) s+=nc[La+Lb]+'0';//判断第 i+j 位上的数字是不是 0
    for(int i=La+Lb-1;i>=1;i--)
        s+=nc[i]+'0';//将整形数组转成字符串
    return s;
}
```

除法:

```
int sub(int *a,int *b,int La,int Lb){
    if(La<Lb) return -1;//如果 a 小于 b， 则返回-1
    if(La==Lb){
        for(int i=La-1;i>=0;i--){
            if(a[i]>b[i]) break;
            else if(a[i]<b[i]) return -1;//如果 a 小于 b， 则返回-1
        }
        for(int i=0;i<La;i++){
            a[i]-=b[i];
            if(a[i]<0) a[i]+=10,a[i+1]--;
        }
        for(int i=La-1;i>=0;i--){
            if(a[i]) return i+1;//返回差的位数
        }
        return 0;//返回差的位数
    }
}

string div(string n1,string n2,int nn){
    const int L=1e5;
    string s,v;//s 存商,v 存余数
    int a[L],b[L],r[L],La=n1.size(),Lb=n2.size(),i,tp=La;
    fill(a,a+L,0);fill(b,b+L,0);fill(r,r+L,0);//数组元素都置为 0
    for(i=La-1;i>=0;i--) a[La-1-i]=n1[i]-'0';
    for(i=Lb-1;i>=0;i--) b[Lb-1-i]=n2[i]-'0';
    if(La<Lb || (La==Lb && n1<n2)) return n1;
    int t=La-Lb;//除被数和除数的位数之差
    for(int i=La-1;i>=0;i--){//将除数扩大 10^t 倍
        if(i>=t) b[i]=b[i-t];
        else b[i]=0;
    }
    Lb=La;
    for(int j=0;j<=t;j++){
        int temp;
        while((temp=sub(a,b+j,La,Lb-j))>=0){
            La=temp;
            r[t-j]++;
        }
    }
    for(i=0;i<L-10;i++) r[i+1]+=r[i]/10,r[i]%10;//统一处理进位
    while(!r[i]) i--;//将整形数组表示的商转化成字符串表示的
    while(i>=0) s+=r[i--]+'0';
    i=tp;
    while(!a[i]) i--;//将整形数组表示的余数转化成字符串表示的
    while(i>=0) v+=a[i--]+'0';
    if(v.empty()) v="0";
    //cout<<v<<endl;
    if(nn==1) return s;//返回商
    if(nn==2) return v;//返回余数
}
```