上海大学 2009 ～ 2010 学年春季学期试卷

成绩	

课程名：线性代数（B） 课程号：01013010 学分：3

应试人声明：

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 ______________ 应试人学号________________应试人所在院系_______________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

一．填空题（本大题共 10 空，每空 2 分，共 20 分）

1．设 A 和 B 都是3阶方阵，若 $|A|=8$，$|B|=2$，则 $|-2A^{-1}B^{T}|=$______________。

2．若 4 阶行列式的第1行元素依次为 $-1,0,2,a$，第 4 行元素的余子式依次为 $5,10,4,-1$，则 $a=$__________________。

3. 当 a 和 b 满足__________________时， 向量组 $\vec{\alpha}_1=(1,1,1)^T$，$\vec{\alpha}_2=(a,0,b)^T$，$\vec{\alpha}_3=(1,2,3)^T$ 线性无关。

4. 设 A 为 4 阶方阵，且 $R(A)=2$，则 $R(A^*)=$__________________。

5. 设 $\vec{u}_1,\vec{u}_2$ 均是方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的解，若 $k\vec{u}_1+2\vec{u}_2$ 也是 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的解，则 $k=$________________。

6. 当 $a=$_______________时，向量 $(-3,4,a,1)$ 与向量 $(-1,3,4,5)$ 正交。

7. 设 A 是 3 阶方阵，若 $1,-1$ 是 A 的特征值，且 A 与对角阵 $diag\ (1,t,2)$ 相似，则 $t=$________________。

8. 已知 A 为 n 阶方阵，其每行元素的和均为 a，则 A 有一个特征值______________________和一个特征向量______________________。

9. 当 t 的取值范围是__________________时，二次型 $f=x_1^2+2x_1x_2+tx_2^2+x_3^2$ 正定。

二．单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分。在每小题的四个选项中仅有一个正确，请将正确的选项编号填在括号内）

1. 设 A 是 $m\times n$ 矩阵，B 是 $n\times m$ 矩阵，则 …………………………（ ）

A. 当 $m>n$ 时，必有 $|AB|\neq 0$； B. 当 $m>n$ 时，必有 $|AB|=0$；

C. 当 $m<n$ 时，必有 $|AB|\neq 0$； D. 当 $m<n$ 时，必有 $|AB|=0$。

2. 设 A 和 B 都是 n 阶方阵，下列正确的是 …………………………（ ）

A. $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$； B. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$；

C. 若 $|AB|=0$，则 $|A|=0$ 或 $|B|=0$； D. $(AB)^T=A^TB^T$。

3. 设 A 和 B 都是 n 阶非零方阵，且 $AB=O$，则 A 的秩必 …………………………（ ）

A. 等于 n； B. 小于 n； C. 大于 n； D. 不能确定。

草 稿 纸

注：教师应使用计算机处理试题的文字、公式、图表等；学生应使用水笔或圆珠笔答题。

4. 若 n 阶矩阵 A 与 B 相似，则 ……………………………( )

A. A 与 B 都相似于同一个对角阵； B. A 与 B 有相同的特征多项式和特征向量；

C. A 与 B 有相同的特征值和特征向量； D. A 与 B 有相同的特征多项式和特征值。

5. 对于 n 元齐次线性方程组 $Ax=0$，以下命题中，正确的是 ……………………………( )

A. 若 A 的列向量组线性无关，则 $Ax=0$ 有非零解；

B. 若 A 的行向量组线性无关，则 $Ax=0$ 有非零解；

C. 若 A 的列向量组线性相关，则 $Ax=0$ 有非零解；

D. 若 A 的行向量组线性相关，则 $Ax=0$ 有非零解。

三.（8 分） 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} x+1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & x+1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & x-1 \end{vmatrix}$

解：

四.（12 分） 求解矩阵方程 $3A^{*}XA=16XA+E$，其中 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$。

解：

草　稿　纸

五．（12 分）求向量组$\vec{a}_1=(1,2,5)^T,\vec{a}_2=(0,2,-1)^T,\vec{a}_3=(-1,4,2)^T,\vec{a}_4=(0,3,-2)^T$的秩和它的一个极大无关组，并将其它向量用此极大无关组线性表示。

解：

六．（14 分）讨论当a,b分别取何值时，线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=0 \\ x_2+2x_3+2x_4=b \\ x_2+(3-a)x_3+3x_4=2 \\ 3x_1+2x_2+x_3+ax_4=-1 \end{cases}$无解、有唯一解和有无穷多解，并在有无穷多解的情形下求该方程组的通解。

解：

草　　稿　　纸

七.（**14 分**）用正交变换化二次型 $f=x_1^2+2x_2^2+x_3^2-2x_1x_3$ 为标准形，并写出所用的正交变换。

解：

八. **证明题（10 分）** 设 λ_1,λ_2 是 A 的两个不同特征值， $\vec{x}_1,\vec{x}_2$ 是 A 的对应于 λ_1 的两个线性无关的特征向量，而 $\vec{x}_3,\vec{x}_4$ 是 A 的对应于 λ_2 的两个线性无关的特征向量。试证明 $\vec{x}_1,\vec{x}_2,\vec{x}_3,\vec{x}_4$ 线性无关。

证明：

草 稿 纸