

CHAPTER 02

數位資料表示法



2-1 資料型態

2-2 二進位表示法

2-3 各種進位表示法的轉換

2-4 整數表示法

2-5 浮點數表示法

2-6 ASCII及Unicode



到底數位是什麼呢？

- ➡ **數位**在電學上是指不連續變化的數量表示法。
- ➡ 何謂不連續變化？
 - ▶ 實數是連續變化的數量表示法，因為任兩數之間還可以找到第三個數介於它們之間，而且到最後是沒有空隙的。
 - ▶ 整數是不連續變化的數量表示法，例如整數1和整數2之間，我們再也找不到任何整數是介於它們之間的。



到底數位是什麼呢？

- ➡ 針對不連續變化的數量，可以用**位元**(binary digit ; bit)的組合來計數。
- ➡ 位元是數位資訊的基本粒子，也是電腦儲存或傳遞資料的最小單位，常用0或1來表示。
- ➡ 電腦會採用位元表示資料，主要是因為電子元件的穩定狀態有兩種，單一的0或1稱為**位元**(bit)。
 - ▶ 「開」(通常用來表示 “1”)
 - ▶ 「關」(通常用來表示 “0”)



到底數位是什麼呢？

- ➡ 早期電腦以8個位元為存取單位，因此8個位元稱為**位元組**(byte)。
- ➡ 兩個位元可以有 2的2次方 共4種組合(00, 01, 10, 11)。
- ➡ 每增加一個位元，組合數就加倍。
- ➡ n 個位元可以有 2^n 種不同的組合，就可用來表示 2^n 種不同物件。



| 1位元 | 2位元 | 3位元 | 4位元 | 5位元 |
|-----|-----|-----|------|-------|
| 0 | 00 | 000 | 0000 | 00000 |
| 1 | 01 | 001 | 0001 | 00001 |
| | 10 | 010 | 0010 | 00010 |
| | 11 | 011 | 0011 | 00011 |
| | | 100 | 0100 | 00100 |
| | | 101 | 0101 | 00101 |
| | | 110 | 0110 | 00110 |
| | | 111 | 0111 | 00111 |
| | | | 1000 | 01000 |
| | | | 1001 | 01001 |
| | | | 1010 | 01010 |
| | | | 1011 | 01011 |
| | | | 1100 | 01100 |
| | | | 1101 | 01101 |
| | | | 1110 | 01110 |
| | | | 1111 | 01111 |
| | | | | 10000 |
| | | | | 10001 |
| | | | | 10010 |
| | | | | 10011 |
| | | | | 10100 |
| | | | | 10101 |
| | | | | 10110 |
| | | | | 10111 |
| | | | | 11000 |
| | | | | 11001 |
| | | | | 11010 |
| | | | | 11011 |
| | | | | 11100 |
| | | | | 11101 |
| | | | | 11110 |
| | | | | 11111 |

一到五個位元的各種組合





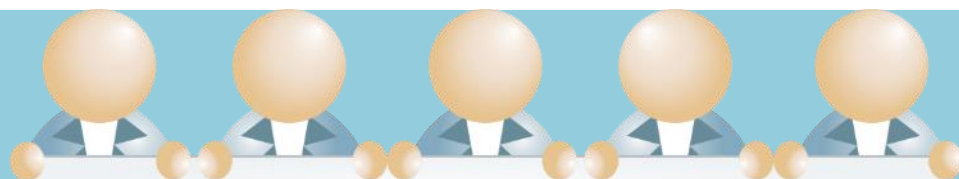
到底數位是什麼呢？

- ➡ 8個位元可以有 2的8次方 共256種組合，足以表示每一個英文字母(大小寫共52個)、數字(0到9共10個)和標點符號。**ASCII**就是這類型組合的公定標準。
- ➡ 16個位元可以有 2的16次方 共65,536種組合，遠超過常用的中文字數目，因此16個位元可表示中文字。



到底數位是什麼呢？

- ➡ 為避免各國文字的位元表示方式有所衝突，**萬國碼**(Unicode)依實現方式不同，而以不同位元個數的組合來公定各國文字。
- ➡ 由於電腦的存取機制以**位元組**為基本單位，所以表示資料所需的位元數，通常是8、16及32等。



IT 魔法小百科



關於資料容量的單位，常見的有KB、MB、GB及TB四種。

「B」代表的是Byte(位元組)，不是Bit(位元)。

「K」代表了 2^{10} ，為1,024，大約是一千左右。

「M」是 $2^{20} = 2^{10} \times 2^{10} = 1,048,576$ ，大約是百萬左右。

對於 2^x 的估算，我們常以 2^{10} 為簡化的捷徑，因為它和 10^3 (也就是1000)非常接近。





IT 魔法小百科



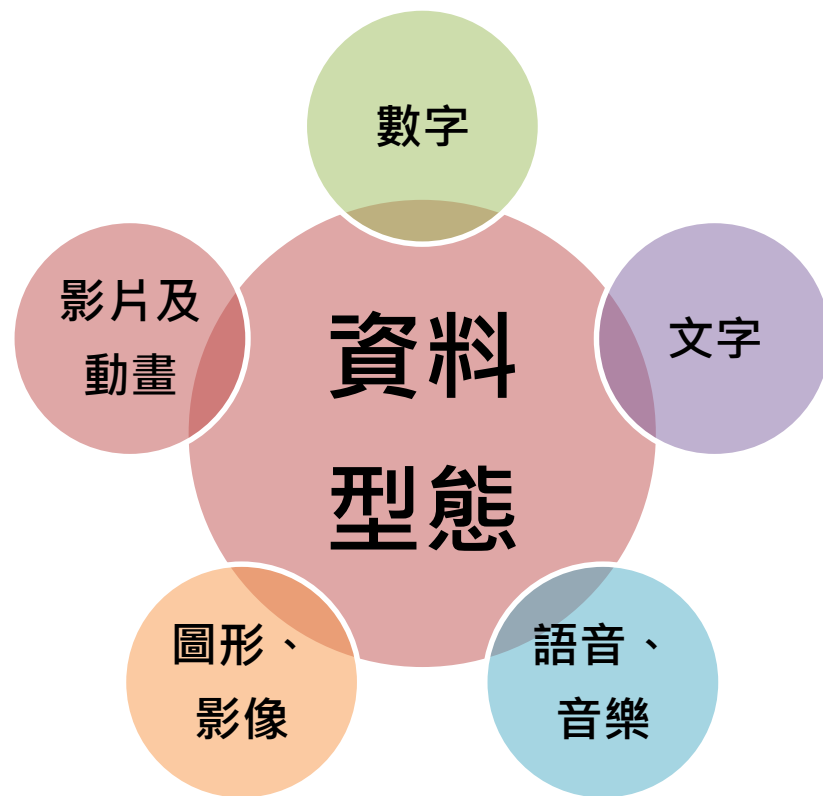
| 縮寫單位 | 全名 | 精確位元組個數 | 大約位元組數 | 範例 |
|------|-----------|------------------------------|-----------------|-----------------------|
| KB | Kilo Byte | $2^{10} = 1,024$ | 一千(10^3) | 這個檔案的大小約 238 KB。 |
| MB | Mega Byte | $2^{20} = 1,048,576$ | 一百萬(10^6) | 此大姆碟的容量為 512 MB。 |
| GB | Giga Byte | $2^{30} = 1,073,741,824$ | 十億(10^9) | 本片D V D的容量為 4.7 GB。 |
| TB | Tera Byte | $2^{40} = 1,099,511,627,776$ | 一兆(10^{12}) | 這部高容量磁碟可儲存 20 TB 的資料。 |





2-1 資料型態

- ➡ 電腦需要處理的**資料型態**(data type)有：數字、文字、語音、音樂、圖形、影像、影片及動畫等，會編碼成位元字串儲存在電腦裡，等到顯示或列印時，再解碼成原來的資料格式。





2-1 資料型態

➡ 影像數位化

- ▶ 以黑白照片為例，照片的一小部分記錄每個方格的灰度(0~255)，每個方格可用八位元來表示(八個0與1可以有256種組合)。可依同樣道理將彩色圖片數位化。

➡ 聲音數位化

- ▶ CD唱片上的取樣是每秒約四萬四千次，每一次取樣的聲波，都可轉化成相對應的位元。



2-1 資料型態

- ➡ 數位化的資訊方便編輯、處理、儲存、傳輸及播放，以便更有效精確地表達意念。
- ➡ 可用電腦編輯及整合不同的數位化資訊，精確安排各種複雜媒體出現的順序、時間及播放設備。
- ➡ 可利用電腦強大的處理及搜尋功能，提供多媒體的互動方式，加強虛擬實境的真實感。
- ➡ 透過網際網路無遠弗屆的牽引，使數位化資訊即時傳送到世界每一個角落。





2-2 二進位表示法

- ▶ 古巴比倫人所用的數字系統是**六十進位**法，逢「六十」進一，現在除了每分鐘六十秒及每小時六十分外，此法已不多見。
- ▶ 現今公制是以十為基數，採用**十進位**法，滿「十」進一。



2-2 二進位表示法

► 一個數字在不同的位置上所表示的數值也就不同。

523

5

在百位上則表示5個百

2

在十位上就表示2個十

3

在個位上表示3個一

► $523 = 5 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3$ 。





2-2 二進位表示法

➡ 若以B為基數，則 $d_n d_{n-1} \dots d_2 d_1 . r_1 r_2 \dots r_{m-1} r_m$ 所表示的數為：

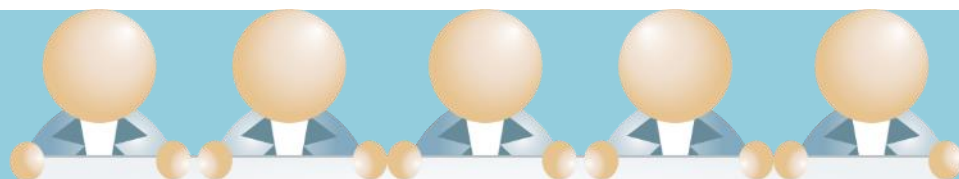
$$d_n \times B^{n-1} + d_{n-1} \times B^{n-2} + \dots + d_2 \times B^1 + d_1 \times B^0 + r_1 \times B^{-1} + r_2 \times B^{-2} + \dots + r_{m-1} \times B^{-(m-1)} + r_m \times B^{-m}$$

➡ 在此 $B^0 = 1$



2-2 二進位表示法

- ➡ 電腦電子元件最穩定簡單的狀態為「開(1)」與「關(0)」，故目前通行電腦用**二進位**符號來儲存資料。
- ➡ 因為一個位元組有八個位元，可切成兩個十六進位數，因此電腦系統也常使用**十六進位**數來顯示資料。
- ➡ 十六進位系統的數字0到15，分別以阿拉伯數字的**0~9**及**A~F**表示。
- ➡ 二位元字串 11010011 可表示成 $D3_{16}$ 或 0xD3 (x起頭，代表該數為十六進位數)。



IT 魔法小百科



台北101大樓在2004年落成，號稱是當時世界第一大樓。本書作者趙老從上個世紀起，就住在1011樓了，什麼？1011？那不是超高樓層嗎？啊哈！其實是二進位的1011，也就是 $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 = 11$ ，是十進位的11樓啦！

為了要避免混淆，如果不是十進位表示的數字，我們通常會在數字的右下方註明它的基數，例如：1011₂就是指二進位的1011。





2-3 各種進位表示法的轉換

十六進位的數字符號及其所對應的十進位及二進位

| 十進位 | 二進位 | 十六進位 | 十進位 | 二進位 | 十六進位 |
|-----|-----|------|-----|------|------|
| 0 | 0 | 0 | 8 | 1000 | 8 |
| 1 | 1 | 1 | 9 | 1001 | 9 |
| 2 | 10 | 2 | 10 | 1010 | A |
| 3 | 11 | 3 | 11 | 1011 | B |
| 4 | 100 | 4 | 12 | 1100 | C |
| 5 | 101 | 5 | 13 | 1101 | D |
| 6 | 110 | 6 | 14 | 1110 | E |
| 7 | 111 | 7 | 15 | 1111 | F |





十進位數與二進位數的互換

- ➡ 二進位數 $d_n d_{n-1} \dots d_2 d_1 . r_1 r_2 \dots r_{m-1} r_m$ 所表示的數為：

$$d_n \times 2^{n-1} + d_{n-1} \times 2^{n-2} + \dots + d_2 \times 2^1 + d_1 + r_1 \times 2^{-1} + r_2 \times 2^{-2} + \dots + r_{m-1} \times 2^{-(m-1)} + r_m \times 2^{-m}$$

- ➡ 只要將每個二進位數字和它所對應的2的次方項(以十進位表示)相乘即可。



範例 1

10110101.1101_2 所對應的十進位數為 181.8125



| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|---|----------|---|--------|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | . | 1 | 1 | 0 | 1 | | | | |
| 2^7 | 2^6 | 2^5 | 2^4 | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 | | 2^{-1} | 2^{-2} | 2^{-3} | 2^{-4} | | | | |
| 2^7 | + | 2^5 | + | 2^4 | + | 2^2 | + | 2^0 | + | 2^{-1} | + | 2^{-2} | + | 2^{-4} | | |
| = | | 128 | + | 32 | + | 16 | + | 4 | + | 1 | + | 0.5 | + | 0.25 | + | 0.0625 |
| = | | 181.8125 | | | | | | | | | | | | | | |





範例 2

十進位181所對應的二進位數為 10110101_2

$181 \div 2$ 得商數90，餘數1

$\rightarrow d_1$ 為 1

$90 \div 2$ 得商數45，餘數0

$\rightarrow d_2$ 為 0

...以此類推。

| | 商 | 餘 |
|---------|----|---|
| 2 181 | 90 | 1 |
| 2 90 | 45 | 0 |
| 2 45 | 22 | 1 |
| 2 22 | 11 | 0 |
| 2 11 | 5 | 1 |
| 2 5 | 2 | 1 |
| 2 2 | 1 | 0 |
| 2 1 | 0 | 1 |

得 10110101





範例 3

十進位0.8125所對應的二進位數為 0.1101_2

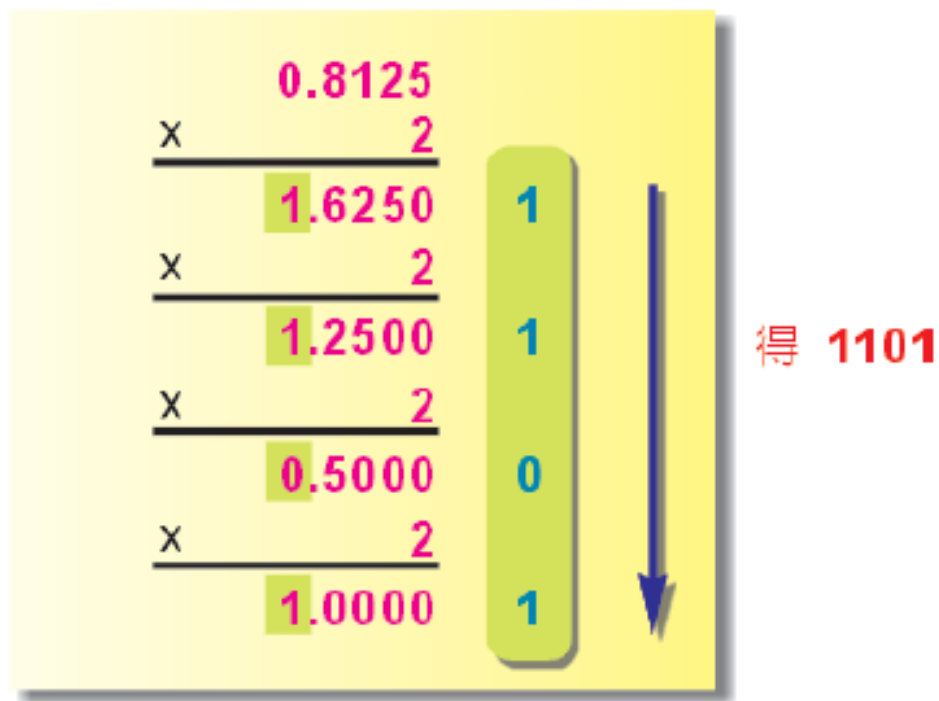
$$0.8125 \times 2 = 1.625$$

→ r_1 為1

剩下小數 $0.625 \times 2 = 1.25$

→ r_2 為1

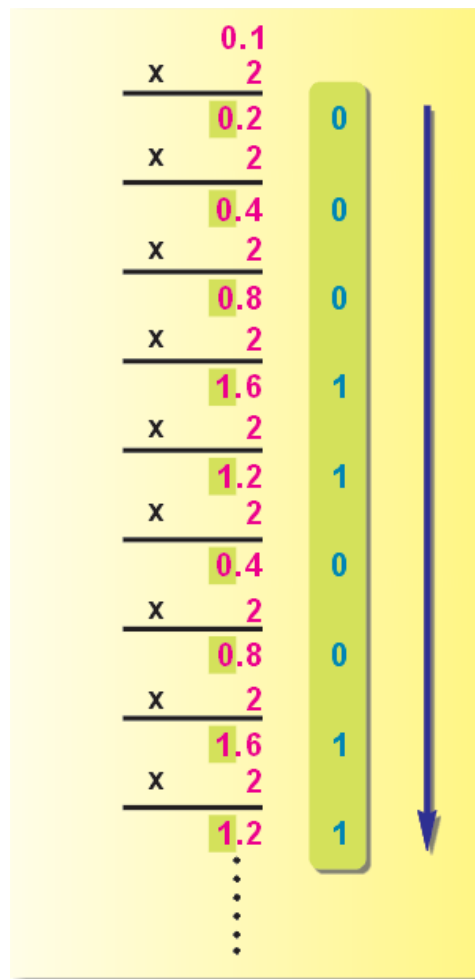
...以此類推。





範例 4

十進位 0.1 所對應的
二進位數為無窮位數
 $0.000110011..._2$



得 $0.000110011...$
(為循環小數 $0.0001\overline{11}$)





二進位數與十六進位數的互換

- 因為16為2的整數次方，所以二進位數和十六進位數可說是系出同門。

$$\cdots d_9 \quad \underline{d_8 \ d_7 \ d_6 \ d_5} \quad \underline{d_4 \ d_3 \ d_2 \ d_1} \cdot \quad \underline{r_1 \ r_2 \ r_3 \ r_4} \quad \underline{r_5 \ r_6 \ r_7 \ r_8} \quad r_9 \cdots$$

$\times 16^1 \quad \times 16^0 \quad \times 16^{-1} \quad \times 16^{-2}$

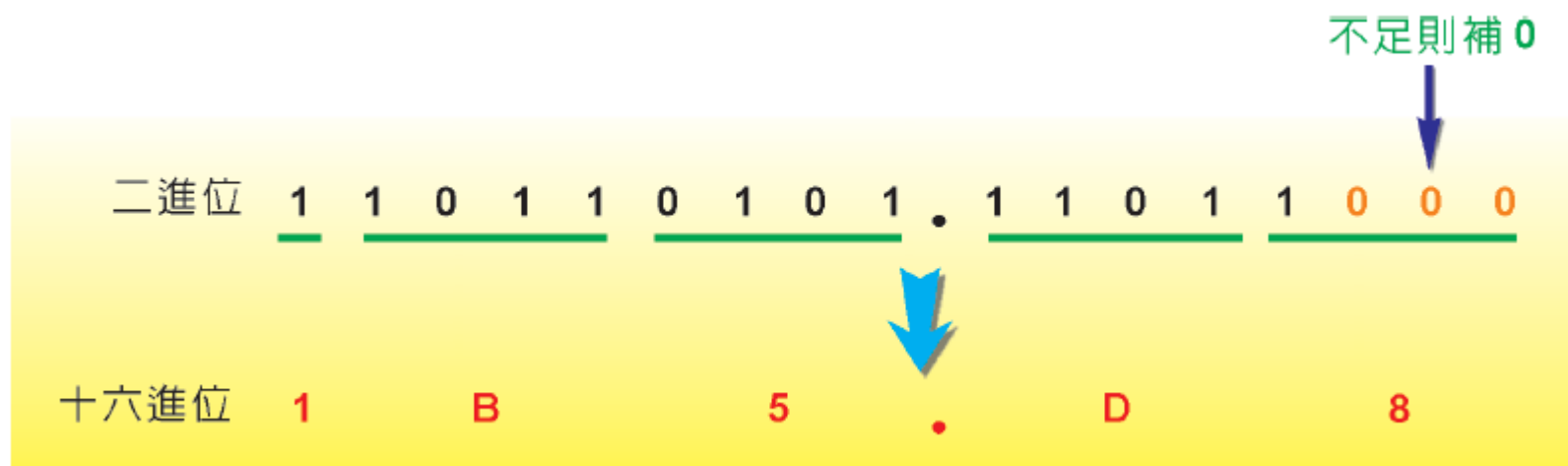
二進位數換成十六進位數時，每四個位數合成一項





範例 5

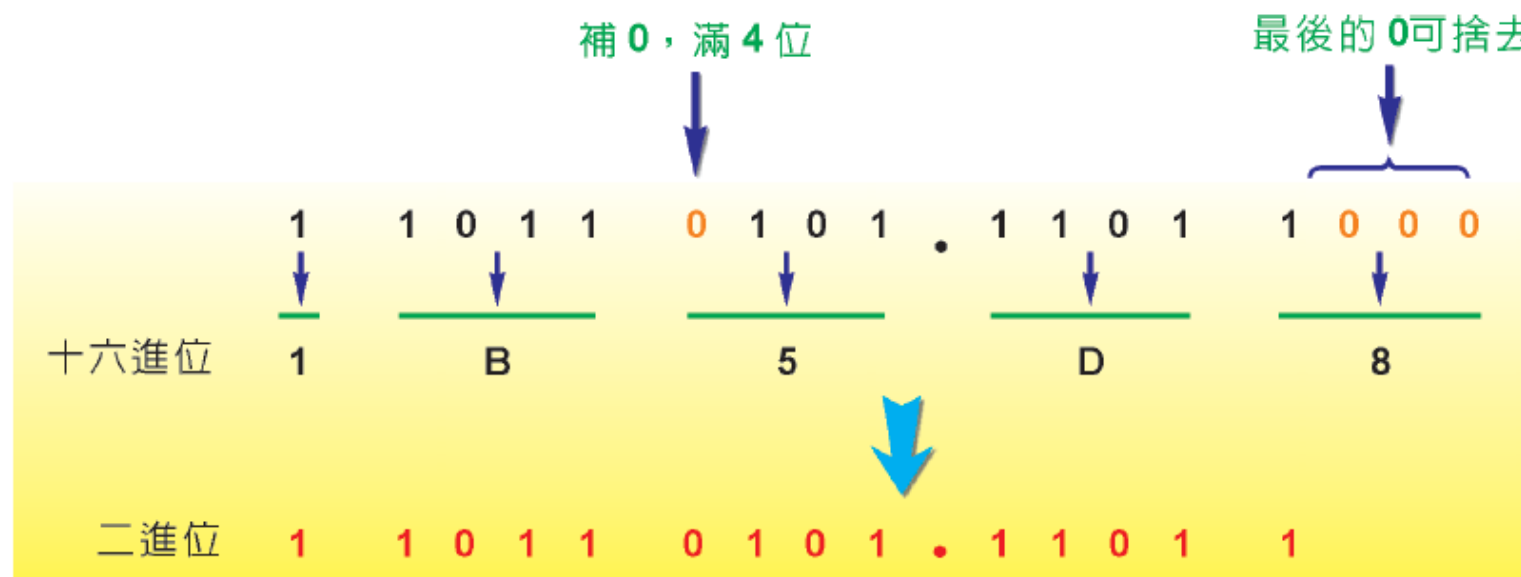
110110101.11011_2 的十六進位表示法為 $1B5.D8_{16}$

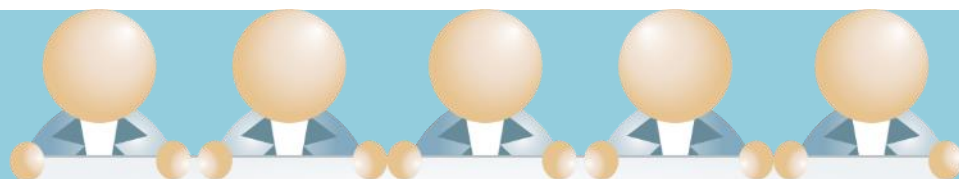




範例 6

$1B5.D8_{16}$ 的二進位表示法為 110110101.11011_2





IT 魔法小百科



「二八年華」常被用來形容含苞待放的青春歲月，指的是「二乘以八」等於十六歲左右的年輕朋友們，本書作者趙老撰寫初版時已是百戰沙場的歐吉桑，居然號稱剛度過二八年華，這到底是怎麼一回事呢？原來是十六進位的二十八，也就是 $x28 = 2 \times 16^1 + 8 = 40$ 。有道是：「二八年華應猶在，只是進位改。」





2-4 整數表示法

- ➡ 只表示非負的整數，只要將最小的位元字串(亦即全為0的字串)給0，依序表示到最大的數即可。
- ➡ n 個位元就可表示 2^n 個數，所表示的整數範圍為 $0 \sim 2^n - 1$ 。
- ➡ 例如：使用8個位元，可表示 $0 \sim 2^8 - 1$ 間的所有整數，也就是從 $0 \sim 255$ 的所有整數。



無正負符號的整數

▶ 位元字串與十進位數的對應表

以8位元所表示的「無正負符號的整數」

| 位元字串 | 十進位數 |
|----------|------|
| 00000000 | 0 |
| 00000001 | 1 |
| 00000010 | 2 |
| ⋮ | ⋮ |
| 11111110 | 254 |
| 11111111 | 255 |



帶正負符號大小表示法

- ➡ 若要同時表示正數和負數，最直接的作法是採用「帶正負符號大小表示法」。
- ➡ 位元字串的最左邊位元當作**符號位元**(0為正數；1為負數)，剩下的 $n-1$ 個位元用來表示數的大小。
 - ▶ 以位元0開頭的整數範圍為 $0 \sim 2^{n-1}-1$
 - ▶ 以位元1開頭的整數範圍為 $0 \sim -(2^{n-1}-1)$



帶正負符號大小表示法

- ➡ 若使用8個位元，則可表示 $-(2^7-1) \sim 2^7-1$ 間的所有整數 $(-127 \sim 127)$ 。
- ➡ 此法的潛在問題：
 - ▶ 有兩個0， $+0(000...00)$ 和 $-0(100...00)$ 。
 - ▶ 正數和負數的運算(例如加和減)並不直接。
- ➡ 目前電腦並不採用這種方法表示整數。



以8位元所表示的「帶正負符號大小表示法」

| 位元字串 | 十進位數 |
|----------|------|
| 00000000 | 0 |
| 00000001 | 1 |
| ⋮ | ⋮ |
| 01111111 | 127 |
| 10000000 | -0 |
| 10000001 | -1 |
| ⋮ | ⋮ |
| 11111111 | -127 |





補數表示法

- ➡ 補數的概念是指要補多少才滿。
- ➡ 假設到超級市場買東西，共買793元，若付千元大鈔：
 - ▶ 將千元大鈔放一旁，嘴巴唸793，在另一旁拿出1元，唸794；再拿出1元，唸795；再拿出5元，唸800；再拿出100元，唸900；再拿出100元，唸1000。共拿出 $1+1+5+100+100=207$ 元，正好是要找的錢。
 - ▶ 793元還差207元就可「補」成1000元。





一補數表示法

- ➡ 「一補數表示法」與「二補數表示法」仍以位元字串最左邊的位元當作**符號位元**(0為正數；1為負數)；其餘的 $n-1$ 個位元則用來表示正負符號外的數值大小。
- ➡ 其正數表示方式與「帶正負符號大小表示法」相同，負數表示法則有所不同。



一補數表示法

► 十進位數值轉換成一補數表示法，步驟如下：

步驟 1

- 先忽略其符號，將數字的部分轉成二進位數值。

步驟 2

- 若二進位數值超過 $n-1$ 個位元，則為**溢位**(overflow)，無法進行轉換；否則在它的左邊補0，直到共有 n 個位元為止。

步驟 3

- 若所要轉換的數為正數或零，則步驟2所得數值即為所求；若為負數，則將每個位元做補數轉換(**原0轉1；原1轉0**)。



範例 7

41的一補數表示法為何？

第一步

將41轉成二進位數值101001。

第二步

在二進位數值左邊補上0，使00101001共有8個位元，因為要表示的數為正數，所以**00101001**即為所求。





範例 8

-41的一補數表示法為何？

第一步

將41轉成二進位數值101001。

第二步

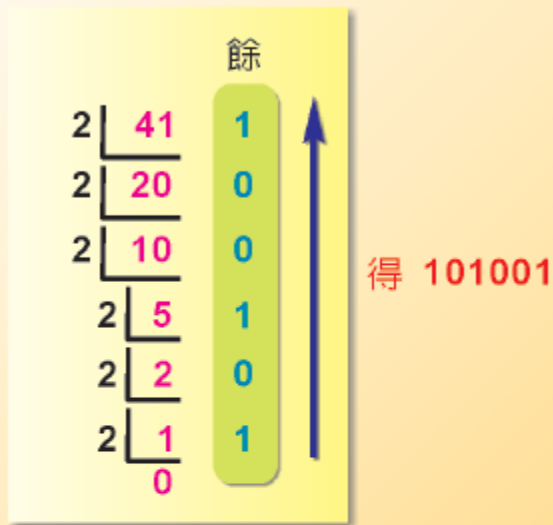
在二進位數值左邊補上0，使00101001共有8個位元；因要表示負數，所以將原為0的轉成1；原為1的轉成0，得**11010110**。





-41的八位元一補數表示法為11010110

第一步：將41轉成101001



第二步：在左邊補滿0，得00101001

第三步：做補數動作，得11010110

00101001



0變1&1變0

11010110



範例 9

一補數「11010110」所表示的值為多少？

第一步

因為最左邊位元是1，所以將補數原0轉1；原1轉0，得**00101001**。

第二步

再將二進位的**00101001**轉成十進位的41，然後加上一個負號，得**-41**。





一補數表示法

- ➡ 一補數法也碰到「兩個0」的問題。
以八位元為例，00000000和11111111都是0，
會造成計算上的困擾。
- ➡ 其加減法也不是那麼直接。
- ➡ 所以一補數法並非目前電腦表示整數所用的方式。



二補數表示法

- ➡ 「二補數表示法」是目前電腦表示整數所用的方法。
- ➡ 補數方法：
 - ▶ 以位元字串最左邊的位元當作符號位元，以它來表示數的正負(0為正數；1為負數)。
 - ▶ 其餘 $n-1$ 個位元則用來表示正負符號外的數值大小。



二補數表示法

► 十進位數值轉換成二補數表示法，步驟如下：

步驟 1

- 先忽略其符號，將數字的部分轉成二進位數值。

步驟 2

- 若二進位數值超過 $n-1$ 個位元，則為**溢位** (overflow)，無法進行轉換；否則在它的左邊補0，直到共有 n 個位元為止。

步驟 3

- 若要轉換數為正數或零，則步驟2所得數值即為所求；若為負數，則最右邊的那些0及最右邊的第一個1保持不變，將其餘位元做補數轉換(**原0轉1；原1轉0**)。





範例 1 0

40的二補數表示法為何？

第一步

先將40轉成二進位數值**101000**。

第二步

在二進位數值左邊補0，使**00101000**共有8個位元，因要表示數為正數，故**00101000**即為所求。





範例 1 1

-40的二補數表示法為何？

第一步

先將40轉成二進位數值**101000**。

第二步

在二進位數值左邊補0，使00101000共有8個位元。因要表示數為負數，所以最右邊的三個0及第一個1維持不變，其餘將**原0轉1；原1轉0**，得**11011000**。





範例 1 2

二補數「11011000」所表示的值為多少？

第一步

因為最左邊位元是1，所以先保留最右邊的三個0及最右邊的第一個1，再將其他位元原0轉1；原1轉0，得**00101000**。

第二步

再將二進位00101000轉成十進位的40，然後加上一個負號，得**-40**。



二補數表示法

- 二補數的0只有一個，以八位元為例，就是00000000。

八位元二補數表示法的
位元字串與數值之對應

| | |
|----------|------|
| 01111111 | 127 |
| 01111110 | 126 |
| . | . |
| . | . |
| . | . |
| 00000010 | 2 |
| 00000001 | 1 |
| 00000000 | 0 |
| 11111111 | -1 |
| 11111110 | -2 |
| . | . |
| . | . |
| . | . |
| 10000010 | -126 |
| 10000001 | -127 |
| 10000000 | -128 |





二補數的加法

- ➡ 先將所加的兩個數之二補數位元對齊，從最右邊的位元開始加起，若相對位置的位元相加為二或以上，則有進位。
- ➡ 若有進位，則往左邊傳遞；若最左邊位元相加有進位，則忽略這個進位。
- ➡ 兩正數相加後，若最左邊符號位元為1，則有**溢位**(overflow)；兩負數相加後，若最左邊符號位元為0，則有**溢位**(overflow)。



範例 1 3

二補數表示法的兩正數相加

| | | | | | | | | | | |
|-------|----|--|---|---|---|---|---|------|---|---|
| | | | | 1 | | | | ← 進位 | | |
| | 16 | | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| +) | 24 | | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| <hr/> | | | | | | | | | | |
| | 40 | | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |

二補數表示法的一正一負相加，且結果為正

最左邊的位元相加有進位，
忽略不管。





範例 1 5

二補數表示法的一正一負相加，且結果為負

最左邊的位元相加
並沒有進位。

| | | | | | | | | | |
|-------|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | -24 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| +) | 16 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| <hr/> | | | | | | | | | |
| | -8 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

二補數表示法的兩負數相加

最左邊的位元相加有進位，
忽略不管。



範例 1 7

二補數表示法的兩正數相加結果超過正數儲存範圍，稱為**溢位**(overflow)。

| | | | | | | | | | | |
|-------|-----|--|---|---|---|---|---|---|---|------|
| | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | ← 進位 |
| | 120 | | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| +) 9 | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| <hr/> | | | | | | | | | | |
| | 129 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

溢位

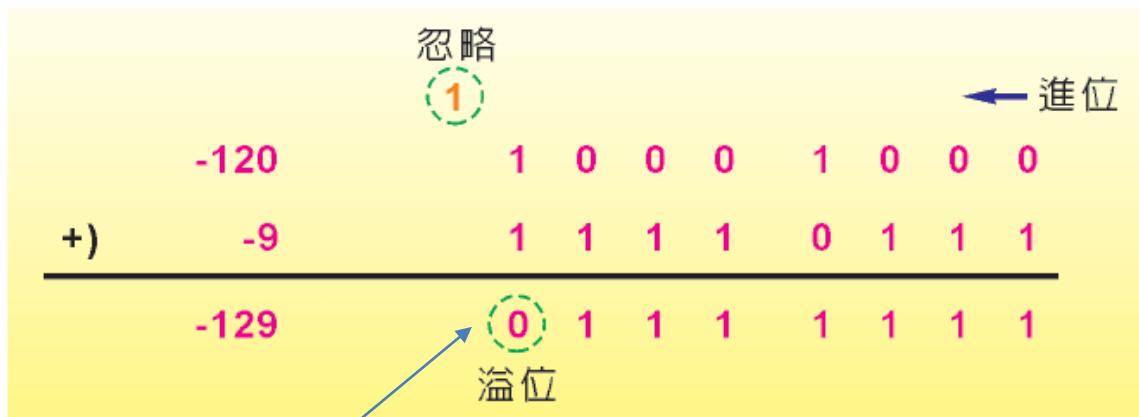
符號位元相加結果為1，也就是兩正數相加反為負數。是因為8位元的二補數最大正數為 $2^{n-1}-1$ ($=127$)，而在此結果為129，已超過正數儲存範圍。





範例 1 8

二補數表示法的兩負數相加結果小於負數儲存範圍，稱為**溢位**(overflow)。



符號位元相加結果為0，也就是兩負數相加反為正數。是因為8位元的二補數最小負數為 -2^{n-1} ($=-128$)，而在此結果為 -129，已小於負數儲存範圍。



二補數的加法

- ➡ 牽涉到負數的二補數加法，情況比較複雜：
 - ▶ 40的二位元字串為00101000，-40的二補數字串是11011000，將位元符號視為數值的一部分，將二進位字串換成十進位，得216，正好是 $256-40$ ，也就是 2^8-40 。
 - ▶ 24的二位元字串為00011000，-24的二補數字串是11101000，將位元符號視為數值的一部分，將二進位字串換成十進位，得232，正好是 $256-24$ ，也就是 2^8-24 。



二補數的加法

➡ 2^8 的二進位字串 = 1 0000 0000。

| | | | | | | | | | |
|------------|----------|---|---|---|------|---|---|---|---|
| 2^8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -) 40 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| <hr/> | | | | | | | | | |
| -40 二補數表示法 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0變1; 1變0 | | | | 維持不變 | | | | |

➡ 結論：一個二補數負數 $-x$ 所表示成的二位元字串數值為 $2^n - x$ 。



二補數的加法

- ▶ 令 x 和 y 為兩正數， $x + (-y)$ 就是一正一負相加的情況， $-y$ 的二補數表示法之數值為 $2^n - y$ 。

狀況一

$x > y$

- 相加結果 $x - y$ 應為正數。
- 二補數相加，得到 $x + (2^n - y) = 2^n + (x - y)$ ，在此的 2^n 會造成最左邊忽略掉的進位，故得 $x - y$ 。





二補數的加法

狀況二

$$x = y$$

- 相加結果 $x-y$ 應為0。
- 二補數相加，得到 $x+(2^n-y)=2^n+(x-y)$ ，在此的 2^n 會造成最左邊忽略掉的進位，故得 $x-y=0$ 。

狀況三

$$x < y$$

- 相加結果 $x-y$ 應為負數，其值為 $-(y-x)$ 。
- 二補數相加，得到 $x+(2^n-y)=2^n+(y-x)$ ，在此的 2^n 會造成最左邊忽略掉的進位， $-(y-x)$ 的二補數數值正好就是 $2^n-(y-x)$ 。





2-5 浮點數表示法

- ➡ 浮點數表示法是電腦表示實數最常用的方式。
- ➡ 「536.87」表示成科學記號為「 5.3687×10^2 」，浮點數表示法的運作原理亦同，會移動小數點，使其「浮動」到標準的位置。
- ➡ 在有限位元數的情況下，浮動小數點所能表示的數值範圍比固定小數點位置的方式大許多。





2-5 浮點數表示法

➡ 科學記號標準化動作：

10110.100011



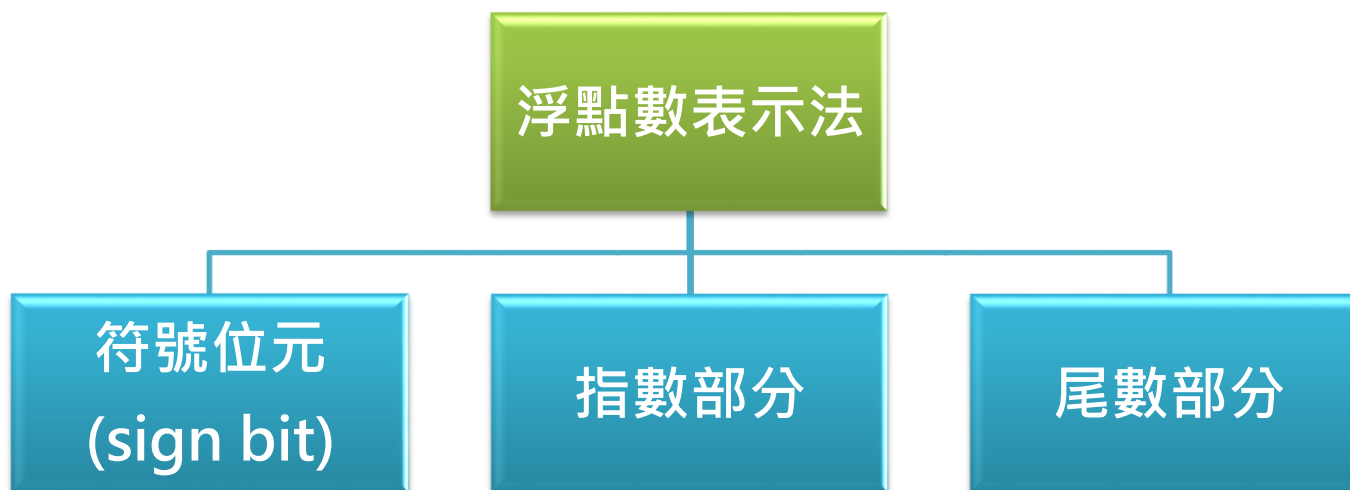
1.0110100011×2^4

- ▶ 小數點左邊的數值一定是1。
- ▶ 小數點右邊的0110100011稱為**尾數**(mantissa)，而**指數**(exponent)為4。



2-5 浮點數表示法

- 目前所採用的浮點數表示法以IEEE 754標準為主，主要有三部分：





2-5 浮點數表示法

- ➡ **單倍精準數**：以1個位元表示符號；8個位元表示指數；23個位元表示尾數部分。
- ➡ **雙倍精準數**：以1個位元表示符號；11個位元表示指數；52個位元表示尾數部分。





單倍精準數

- ➡ 符號位元：1個位元，以0表示正數；以1表示負數。
- ➡ 指數部分：8個位元，以**過剩127**(Excess 127：將位元數值減去127所得的值，才是真正所儲存的值)方式表示。8個位元所存的數值可從0 ~ 255，共有 2^8 種變化。
- ➡ 尾數部分：23個位元，從標準化的小數點後開始存起，不夠的位元部分補0。



範例 1 9

給定一實數 10110.100011，轉換成二進位為？

第一步

轉換成 1.0110100011×2^4 是正數，故符號位元為0，尾數部分為0110100011，指數部分為4，以過剩127方式儲存，須加上127，得131。

第二步

將131轉換成二進位，得10000011。因此10110.100011若按IEEE 754標準儲存，為01000001101101000110000000000000。





範例 2 0

給定一實數 -0.0010011 ，轉換成二進位為？

第一步

轉換成 -1.0011×2^{-3} 是負數，故符號位元為**1**，尾數部分為**0011**，指數部分為-3，以過剩127方式儲存，須加上127，得124。

第二步

將124轉換成二進位，得**01111100**。因此-0.0010011若按IEEE 754標準儲存，為**10111110000110000000000000000000**。





範例 2 1

01000010100101000110000000000000 所儲存的數值為多少？

第一步

位元符號為0，所以是正數，指數部分是
10000101 = 十進位133，再減去127，得6。

第二步

01000010100101000110000000000000 所儲存的數值為 1.0010100011×2^6 ，也就是
1001010.0011。





範例 2 2

10000010100101000110000000000000 所儲存的數值為多少？

第一步

位元符號為**1**，所以是負數，指數部分是
00000101 = 十進位5，再減去127，得-122。

第二步

10000010100101000110000000000000 所儲存的數值為 $-1.0010100011 \times 2^{-122}$ 。





單倍精準數所能表示的數字範圍

- ➡ 最小正數為 **00000000100000000000000000000000** ,
其數值為 $+2^{-126}$
- ➡ 最大正數為 **01111111011111111111111111111111** ,
其數值為 $(2-2^{-23}) \times 2^{127}$ 。
- ➡ 最大負數為 **10000000100000000000000000000000** ,
其數值為 -2^{-126}
- ➡ 最小負數為 **11111111011111111111111111111111** ,
其數值為 $-(2-2^{-23}) \times 2^{127}$ 。



2-6 ASCII及Unicode

- ➡ 美國國家標準局在1963年時發表的**ASCII**(唸成 Asskey；美國國家資訊交換標準碼)是當今最普及的公定標準。
- ➡ **標準ASCII**以7個位元儲存一字符，共有 $2^7=128$ 種組合。電腦的儲存常用的位元組為8個位元，多出來的位元用來儲存**錯誤檢驗位元**(parity bit)。
- ➡ **擴充型ASCII**用8個位元儲存一字符，有 $2^8=256$ 種組合，可儲存非英文符號、圖形符號及數學符號等。



請點



ASCII符號對照表





Unicode

- ➡ 美國萬國碼制訂委員會於1988-1991年間訂定的Unicode (萬國碼) 字符編碼標準，已成為ISO認證之標準(ISO10646)。
- ➡ Unicode發展出下列多種編碼方式：
 - ▶ UTF-8 在全球資訊網最通行。
 - ▶ UTF-16 為JAVA及Windows所採用。
 - ▶ UTF-32 則為一些UNIX系統使用。



Unicode

- ➡ Unicode前面128個符號為ASCII字符，其餘則為英、中、日、韓文以及其他非英語系國家之常用文字。
- ➡ Unicode中最大宗的分類是CJK，主要是中文、日文及韓文之漢字集。





在<http://www.unicode.org/charts/> 網址裡，提供了各種不同類別字符的對照表。

Unicode 符號對照表

| 範 圍 | 代表的字符群 |
|-----------|------------------|
| 0000-007F | 基本拉丁字符（與ASCII相同） |
| 0080-024F | 擴充的拉丁字符 |
| 0370-03FF | 希臘字符 |
| 0E00-0E7F | 泰文 |
| 0E80-0EFF | 寮文 |
| 2200-22FF | 數學符號 |
| 2500-25FF | 方塊圖形及幾何圖形 |
| 3040-30FF | 平假名及片假名 |
| 4000-9FFF | CJK；中文、日文及韓文之漢字 |





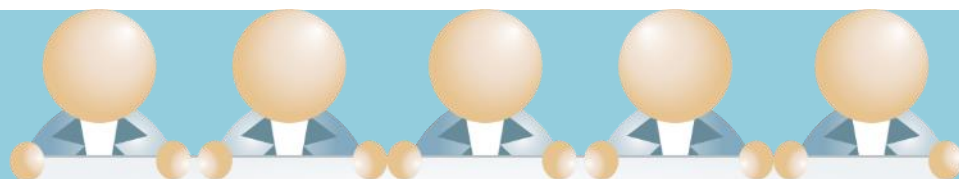
EBCDIC

- ➡ 除了ASCII和Unicode外，IBM的EBCDIC也是某些機型上常用的編碼方式。
- ➡ 國際標準局(ISO)用四個位元組(也就是32位元)制定一種編碼方式，可以有 2^{32} 種組合，可表示多達4,294,967,296種字符。



Big5 / GB

- ➡ 以正體字而言，**大五碼**(Big5；約一萬六千字)是廣受歡迎的一種編碼方式，盛行於台灣及香港。
- ➡ 以簡體字而言，**國標**(GB；約八千字)是廣受歡迎的編碼方式，盛行於大陸地區。
- ➡ 這些字體已逐步被包含於Unicode的CJK字集中，未來的整合一致化指日可待。



IT 魔法小百科



在實際應用上，Unicode 並非皆以16位元儲存字元。以UTF-8為例，傳統的ASCII字符仍以一個位元組儲存(位元組首位為0，後面的7位元為原ASCII的編碼)，其餘非ASCII字符，再依類別而有不同長度的編碼方式。

例如：

「A」的UTF-16為「0041」，UTF-8則為「41」；「趙」的UTF-16為「8D99」，UTF-8則為「E8B699」。

