

密级:\_\_\_\_\_



**中国科学院大学**  
University of Chinese Academy of Sciences

## 硕士学位论文

自动扫描系统中的点云配准、融合及纹理重建问题研究

作者姓名: \_\_\_\_\_

指导教师: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

学位类别: \_\_\_\_\_ 工学硕士

学科专业: \_\_\_\_\_ 计算机应用技术

研究所: \_\_\_\_\_ 深圳先进技术研究院

2016 年 4 月

英文论文题目

---

Research On Point Cloud Registration, Fusion And Texture

Based on Automatic Scanning System

**By**

**A Dissertation/Thesis Submitted to**

**The University of Chinese Academy of Sciences**

**In partial fulfillment of the requirement**

**For the degree of**

**Doctor/Master of Master of Engineering**

Shenzhen Institutes of Advanced Technology

Chinese Academy of Sciences

**April, 2016**

## 声 明

我声明本论文是我本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，本论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

作者签名：

日期：

## 论文版权使用授权书

本人授权中国科学院深圳先进技术研究院可以保留并向国家有关部门或机构送交本论文的复印件和电子文档，允许本论文被查阅和借阅，可以将本论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编本论文。

（保密论文在解密后适用本授权书。）

作者签名：

导师签名：

日期：

## 摘 要

工业 3.0 与虚拟现实、增强现实技术都是当下炙手可热的话题，这些技术都扎根于计算视觉技术，其中三维重建技术作为计算机视觉领域当中一个重要的方向,得到了广泛的研究。工业 3.0 的概念的提出很大程度上得益于 3D 打印技术的普及, 3D 打印的内容往往通过三维重建获取。虚拟现实和增强现实技术主要利用三维重建实现物体的可视化展示。三维重建技术主要包括：激光扫描、雷达测距、结构光三维重建技术等。基于结构光的三维重建技术具有精度高，设备便宜，搭建容易，速度快等优点得到了广泛的研究使用。在本文当中采用的是基于结构光的三维重建技术。一个典型的结构光系统是由一个摄像机和一个投影仪组成的，通过投影仪投射具有编码信息的光学图像信息到目标物体，接着利用摄像机进行采集目标物体的图像，进而对获得的图像进行解码得到投影仪和摄像机成像平面间的对应点关系，在利用三角原理计算得到点的三维空间信息。本文的大多数算法都不仅仅局限于结构光系统的三维重建，同样的可将其应用于其他的三维重建技术当中。

本文的三个主要贡献是：提出了基于多误差模型的结构光系统的标定算法；基于转台的配准，提出了两种高精度的转台标定算法；基于上述的结果对获得的点云进行融合和重建工作。首先，虽然以往的结构光系统标定方法已经达到了较高精度，但是在标定工作上微小提高都可以带来最后重建的效果显著提高，所以进一步研究如何提高标定精度，具有很大意义。通过研究分析传统的 2D 重投影误差优化的缺陷，本文提出了一种基于距离、平面度、角度误差的多误差构成的优化标定算法。在介绍本文提出的算法之后，通过与经典的结构光系统的标定算法的结果进行了定量的对比，证明了多误差模型的标定算法的优越性。其次，一般情况下物体为了获得完整的点云文件，可以依赖多个系统，或者利用转台获得完整的点云文件。在基于转台的配准当中，转台的标定的精度直接影响着最后的重建结果，本文提出了两种转台的标定算法，二者都是利用一个平面来对转台的转轴中心和转轴方向进行计算的。最后，就是点云后期处理。由于设备误差，环境等因素使得获取到的点云无法避免的存在一定的噪声，所以本文首先采用经典的滤波算法对点云的噪声点和离群点进行去除；接着对预处理之后的点云进行彩色的纹理融合，本文主要解决的问题颜色融合问题是由于不同光照下，颜色的亮度不一致。通过将颜色的 RGB 空间转化为 HSV 空间进行中值滤波处理，对点云的颜色进行融合；最后对获得的点云采用传统的网格重建算法进行曲面重建。

本文从基于结构光系统的三维重建的标定开始描述，到最后的网格生成。本文讨论基于结构光系统的三维重建的完整过程

**关键词：**三维重建；结构光；标定；转台；点云融合；纹理重建

## **Research On Point Cloud Registration, Fusion And Texture Based on Automatic Scanning System**

Currently, the conception of Industry 3.0 as well as technologies of Virtual Reality and Augmented Reality often hit the headlines of technology news, all of which are based on computer vision technologies to a large extent. In the field of computer vision, three dimension reconstruction is a crucial branch, thus having been being researched extensively. The rise of the concept of Industry 3.0 is largely attributed the popularity of 3D printing, whose content is usually obtained by 3D reconstruction. Virtual Reality and Augmented Reality are mainly realized by 3D reconstruction. The technologies of 3D reconstruction include laser scanning, radar ranging and structured light scanning, etc. The 3D dimension technologies based on structured light, whose advantages include high precision, cheapness of equipment, facility to build and speed, has been being studied and applied. The 3D technologies researched in this dissertation are based on structured light. A typical structured light scanning system consists of a projector and a camera, which projects coded images on the targeted object and captures the coded images on the object respectively. Decoding the captured images by the camera and comparing with the coded images from the projector can find a set of corresponding pair points between them, by which the 3D points can be calculated based on triangulation. Most of the algorithms in this dissertation are applied not only in structured light 3D reconstruction, but also other 3D reconstruction technologies.

The three contributions of this dissertation are the calibration algorithm of structured light system based on multi-error model, two algorithms of high precise calibration of rotating platform, and the methods of processing point clouds acquired by the former algorithms. First of all, though previous calibration methods of structured light system have achieved enough high accuracy, a slight increase on calibration precision can produce a considerable improved precision of reconstruction. Therefore, further research on how to improve the accuracy of calibration, even a tiny increase, is of great significance. By analyzing shortcomings of the traditional 2D projection error optimization, an optimization algorithm of multi-error model based on distance, flatness and angle errors is proposed in this dissertation. After introducing the proposed calibration algorithm, by comparing with traditional structured light scanning system calibration algorithm in terms of calibration results qualitatively and quantitatively, the multi-error model is proved with superiority. In addition, while the system can only scan an object from one angle, only a part of which is reconstructed into point clouds, a turntable system can get the full cloud points of an object. In registration based on the turntable, calibration of the turntable directly affects the final result of the registration, and in this dissertation two kinds of algorithms for calculation of the turntable by using a plane to the axis and shaft direction are proposed. Finally, it is about the process of point clouds. Due to equipment errors and environmental factors or something else, the obtained cloud points are

inevitably of noise, therefore this dissertation firstly adopt classical algorithm for filtering cloud points with noise and remove points far from Group. Then reconstruct the cloud points that have been preprocessed with colors of texture, and the main problem to be solved in this dissertation is to process cloud points with various colors and obtained under different illumination. By transforming the color space from RGB into HSV, medium filtering can be applied in color cloud points, following by fusing colors of cloud points, thus colors of texture in could points having been reconstructed.

Beginning with the description of the calibration of the 3D reconstruction system based on structured light and finally generating mesh, the whole process of 3D reconstruction based on structured light is discussed in this dissertation.

**Keywords:** 3D reconstruction, structured light, calibration, turntable, point clouds integration, texture reconstruction

# 目 录

摘 要.....	I
目 录.....	V
图目录.....	VII
表目录.....	IX
<b>第一章 引言.....</b>	<b>1</b>
1.1 背景 .....	1
1.2 结构光三维重建技术 .....	2
1.3 本文的贡献.....	3
1.4 论文的组织.....	4
<b>第二章 结构光系统的标定 .....</b>	<b>7</b>
2.1 摄像机标定算法介绍 .....	7
2.1.1 小孔成像模型 .....	7
2.1.2 摄像机的畸变模型 .....	9
2.1.3 张氏标定方法 .....	12
2.2 结构光系统的标定 .....	15
2.3 多误差模型的标定方法.....	22
2.4 多误差模型标定方法的对比实验 .....	25
<b>第三章 点云的配准 .....</b>	<b>29</b>
3.1 点云配准算法介绍 .....	29
3.1.1 点云配准的数学模型 .....	29
3.1.2 整体配准算法 .....	30
3.1.3 局部配准算法 .....	31
3.2 基于转台的高精度配准算法.....	31
3.2.1 基于 L 型平面的转台标定 .....	32
3.2.1 基于斜平面的转台标定.....	35
3.3 基于转台的配准实验 .....	36
<b>第四章 点云的融合、重建 .....</b>	<b>39</b>

4.1 点云的滤波 .....	39
4.2 点云的融合 .....	41
4.3 纹理融合 .....	43
4.4 曲面重建 .....	45
<b>第五章 结束语 .....</b>	<b>47</b>
5.1 本文工作总结 .....	47
5.2 研究展望 .....	47
<b>参考文献 .....</b>	<b>49</b>
<b>致 谢 .....</b>	<b>i</b>
<b>作者简介 .....</b>	<b>iii</b>



## 图目录

图 1.1 三维重建的方法简单分类 .....	2
图 1.2 结构光系统组成 .....	3
图 2.1 小孔成像模型.....	8
图 2.2 摄像机的畸变模型示意图 .....	9
图 2.3 摄像机的畸变示意图 .....	10
图 2.4 径向轴对称畸变 .....	11
图 2.5 结构光系统示意图 .....	16
图 2.6 摄像机焦距调节 .....	17
图 2.7 投影仪的焦距调节 .....	17
图 2.8 结构光标定模板 .....	18
图 2.9 拍摄得到的一组标定图片 .....	19
图 2.10 预处理之后的图片 .....	20
图 2.11 多误差模型的模板示意图 .....	23
图 2.12 多误差模型的标定流程 .....	25
图 2.13 具体的参考平面 .....	25
图 2.14 三种标定算法的平面误差分布图 .....	27
图 2.15 三种标定算法的拼接示意图 .....	28
图 3.1 整体配准算法的流程图 .....	30
图 3.2 L 型标准平面 .....	32
图 3.3 转轴方向的求解方法示意图 .....	32
图 3.4 平面的俯视图.....	33
图 3.5 转台标定示意图 .....	35
图 3.6 旋转转台获得的点云的不同视角的示意图 .....	36

图 3.7 用来重建的富细节度的石膏像和配准的点云文件.....	37
图 3.8 不同角度的配准效果图 .....	37
图 3.9 石膏像的细节部位配准效果图 .....	38
图 3.10 不同石膏像的配准效果 .....	38
图 4.1 获得的初始点云文件 .....	40
图 4.2 滤波前后的点云对比 .....	41
图 4.3 点云的平面误差图 .....	42
图 4.4 点云裁剪示意图 .....	42
图 4.5 点云的法向与光心和转轴构成平面的夹角对重建的影响.....	43
图 4.6 融合前后的点云对比图 .....	45
图 4.7 voronoi 生成示意图 .....	46
图 4.8 点云的网格重建过程 .....	46

## 表目录

表 2.1 三种标定算法的参数对比 .....	26
表 2.2 三种标定算法的量化对比 .....	26

# 第一章 引言

眼睛是人的最重要的信息接收器官，视觉信息是人获取到的外界信息当中比重最大的信息。因此从仿生的角度，科学工作者们也思考如何让计算机能和人眼一样正常的获取解析视觉信息，计算机视觉也因此收到了广泛的重视。计算机视觉主要是通过摄像机等设备对外界的环境进行捕捉通过捕捉得到的图片进行分析处理提取有用的信息。当下最火的 VR 其实也是利用计算机视觉技术和图形学技术通过将一些原来是 2D 的画面以 3D 的形式形象逼真的展示给人们。

通过摄像机等设备获取到的信息一般是二维，与真实世界的三维信息是存在信息丢失的，所以三维重建技术就是利用相关的传感设备（雷达，摄像机，激光等）与相关的算法重建真实三维世界的信息。三维重建技术方法当中可以分为直接获取和间接获取两种形式，其中直接获取是采用雷达或者是激光直接通过简单的计算就可以得到的，而间接获取大多数是采用摄像机先获取得到三维物体的图像通过重建算法计算得到的，这类方法主要有多目视觉三维重建，光度学三维重建以及基于结构光的三维重建等。在本文当中我们主要描述的是基于结构光重建的三维重建过程当中的一些关键性问题，但是本文的大多数方法不仅仅局限于基于结构光的三维重建方法，对其他的重建技术同样具有参考或者直接使用的价值。

## 1.1 背景

自从图像成为信息记录的一种新形式以后，人们就花大量的时间和精力去探求储存计算机的三维信息。物体的三维信息的感知和测量在很多方面如工业生产控制与检测、机器视觉、医学成像、空间遥感、游戏等都有着广泛的应用。人眼睛不仅能捕捉外界的形状，纹理信息还能捕捉得到物体的深度信息，这就是由于人的双眼之间存在视差，大脑会对两个视网膜上的信息进行处理得到相关的深度信息。而立体视觉的基本原理和人眼获得深度信息的原理是一致的；其基本原理也是利用相机之间存在的视差利用三角原理进行的三维重建。三维重建的方法可以简单分为主动式获取和被动获取，具体的分类示意图如图 1.1 所示。主动式的获取方式主要通过投影设备将某些特定的模板投影到目标物体上，再利用摄像机去捕捉目标物体利用解码投射的模板，来获取摄像机和投影仪之间的对应关系，最后利用三角原理来获取得到物体的三维信息[1]。

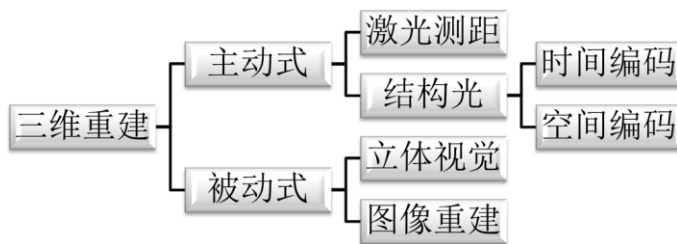


图 1.1 三维重建的方法简单分类

**激光测距**的方法是利用激光器发射激光到物体表面，在反射回激光接收器，通过计算这二者之间的时间乘以激光行进的速度从而得到目标的距离的一种方法。该方法精度高，但是设备也相对昂贵。图像重建的方法一般是通过海量的图片信息和先验知识进行对图像进行处理和重建的。华盛顿大学的 Agarwal S 带领的团队开展的“Building Rome in a Day”项目[2]就是一种图像重建的方法。

三维重建技术从最初的测量学的单纯获取物体的深度信息，到计算机视觉的发展，人们不仅仅只满足于简简单单的获取到物体单纯的深度信息，人们希望有一个更好的视觉纹理等各方面真实上的展示。所以从获取到物体真实尺寸的点云信息到最后呈现上的一个可视化的一个物体模型这个过程中需要完成点云获取，网格重建，纹理重建等工作。

## 1.2 结构光三维重建技术

结构光技术作为一种成熟的主动式三维信息获取技术，具有具有精度高、实时性好、低成本、大视场和抗干扰能力强等优点。**基于结构光的三维重建技术是一种主动式的三维重建方法。**基于结构光的三维重建的方法是通过将传统的双目视觉的方法中一个摄像头用投影仪来代替，利用编解码投影仪投射的模板解决双目视觉当中难以解决的对应点匹配问题，在通过已经标定的摄像机和投影仪和三角原理就可以到物体的三维信息[1]。~~结构光技术三维重建技术由于其造价便宜和高精度得到了广泛的使用。依据投影模板的信息不同，可以将结构光的三维重建分为结构光时间编码重建和结构光的空间编码重建。~~

1.结构光时间编码：结构光时间编码主要是通过投影仪投射一系列的编码图案到目标物体上，因为投射的图案较多所以可以每一次投射的**可以很简单**（简单的二值线条）。

2.结构光空间编码：结构光的空间编码主要采用的是投射单幅图像的方法，对捕捉到的图像进行解码得到相应的对应信息。空间编码可以解决时间编码**过程**当中目标物体不能发生位置变化的**问题**。

结构光系统一般主要是由投影仪、摄像机构成，实物示意图如图 1.2 所示。首先

过投影仪投射一定的模板到目标物体上，利用摄像机进行捕捉目标物体的图像。因为摄像机和投影在拍摄具体的物体之前是已经经过标定的，知道其内外参数的，所以利用相应的摄像机和投影仪的数学模型及三角原理就可以联立得到物体的三维空间信息。

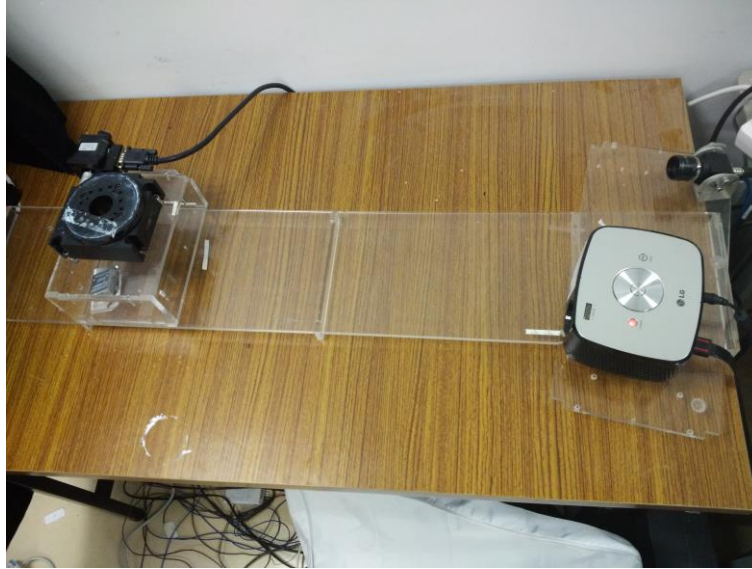


图 1.2 结构光系统组成

由于采用的是单个摄像机，每一次扫描只能获得物体的一个面的点云数据；需要通过多次扫描或者同时有多个系统进行扫描，才能得到物体完整的点云信息。为了获取物体完整的点云信息，转台是最经常被使用的工具。点云的配准一般分为自动配准和手动配准；其中自动配准算法一般又是先通过整体配准算法获得初始的配准效果，在利用局部配准算法来进行精确的配准。而本文中利用的是转台系统进行的精确配准。由于在转台的独特性，转台系统配准多个点云的关键是精确的计算出转台系统的转轴中心和转轴方向。利用转轴中心和转轴方向以及其旋转角度就能精确的配准多个点云。由于设备以及实验环境等因素的影响获取到的点云都或多或少的存在一定的噪声，所以在获取得到点云的三维空间信息之后还需要针对获得的点云文件进行后期处理。

### 1.3 本文的贡献

本课题主要目的是对基于结构光系统的三维重建当中的一些关键问题进行深入的研究和提出相应的解决算法。首先，在基于结构光的三维重建过程当中系统的标定精度会直接影响着最后的重建精度。我们通过对传统的结构光标定算法当中 2D 的重投影误差的研究和分析，本文提出了一种高精度多误差模型的结构光系统的标定算法。该算法通过利用重建结果当中的长度误差、角度误差以及平面误差构造了一个能量方程；通过最小化该能量方程从而得到高精度的标定的参数。其次，在三维重建技术当中转台系统经常被用来获取完整的点云文件。基于转台系统的点云配准的关键就是对转台系统的标定。本文利用平面提出了两种高精度的转台的标定算法。最后，对获取到的点云文件进行

后期处理（滤波去噪、融合生成、的网格文件的生成）。本课题完整的呈现结构光系统的三维重建的各个过程中当中的各个关键性问题。

本文的主要贡献包括：

1. **结构光系统标定。**本文针对结构光的标定过程步骤和算法都给出了详细的阐述，特别针对投影仪标定过程。本文针对结构光标定过程当中容易出现的问题给出了相关的描述和解决办法（例如针对获取到的图片，提出了一些简单的预处理算法用以精确的提取角点）。
2. **多误差模型的标定算法。**通过对传统标定算法优化过程的研究，发现基于高斯误差模型的 2D 的重投影误差在很多时候，不能精确的反应最后的重建结果。所以本文提出了一种基于长度、角度、平面度误差的多误差模型的开环优化算法。该算法通过优化多误差的能量方程来得到精确的标定参数
3. **两种精确的转台标定算法。**转轴的标定是基于转台的配准的关键，本文不同于传统的基于标记点的转台标定算法。本文提出了利用一个简单平面进行标定的算法。该算法明显优于基于标记点的方法，因为基于标记点的算法的精度很大程度上依赖于标记点的提取，而本文提出的算法是利用整个拟合的平面对转轴的标定，所以算法具有高鲁棒性、高精度的优点。
4. **点云的融合、曲面重建。**由于设备的问题、实验环境等因素的影响获取到的点云一般都不会是理想的。针对获取到的点云进行了一系列的后期处理。首先利用传统的滤波算法对点云进行去噪，之后针对转台系统的特殊性提出了针对点云的三维信息和颜色的融合算法。最后对点云文件生成网格文件。

## 1.4 论文的组织

论文主要分为三个部分：提出了一种高精度的结构光系统的标定算法；提出了两种高精度的转台标定算法；点云文件的后期处理算法。

第一章主要是提纲挈领，首先简单的介绍三维重建技术的研究背景，以及结构光重建技术，最后对本文的研究贡献和组织结构进行了详细的描述。

第二章首先通过介绍了摄像机的无畸变的小孔成像模型，然后深入的介绍了带畸变的误差模型；在介绍了摄像机数学模型之后，对经典的张正友的标定算法进行介绍。基于张的标定算法，对整个结构光的标定流程和算法以及标定过程当中一些关键问题进行了阐述和研究。接着在以上的基础上介绍了提出的多误差模型的精确标定算法。最后对本文提出的标定算法和传统的标定算法进行了精度对比，得出本文提出的算法在各方面的对比指标上都表现优良。

第三章首先对点云的配准算法中的整体配准和局部配准算法进行了介绍。接着详细的介绍了本文提出的基于平面的转台标定的算法。最后对提出的转台标定算法的精度进行了实验验证。

第四章也是本文最为零散的但是工作和算法最多的一章。本章首先对获得点云文件进行了滤波处理，其次对点云文件的三维信息和颜色信息都进行了融合，最后对点云文件进行曲面重建。

最后一章，总结了整个论文，并对目前的研究内容的可拓展方向和存在的缺点都进行了探讨。



## 第二章 结构光系统的标定

在基于结构光的三维重建算法的过程中，标定精度直接影响着重建的精度。所以在标定工作上，科学工作者都已经做了很多的工作提出了各种的算法[3,4,5,6,7,8,9,10,11]。在本章节当中首先简单的介绍了标定的数学模型（不考虑畸变的小孔成像模型和考虑畸变的误差模型）和经典的张正友的标定算法，然后介绍了传统的结构光标定算法和标定步骤，接着介绍本文提出的基于多误差模型的标定算法。最后一小节是本文提出的算法的实验精度与传统的标定算法的一个实验对比。

### 2.1 摄像机标定算法介绍

#### 2.1.1 小孔成像模型

在上一章节当中提到了结构光系统是由一个摄像机和投影仪保持相对位置不变而成的。摄像机的标定最早是开始于测量学方面的学者，随着 CCD 摄像机的普及，计算机方面的研究者们也开始对摄像机的标定进行了大量的研究。

在介绍摄像机的数学模型之前，简单的介绍一下摄像机的历史有助于更好的理解其数学模型。摄像机的光学原理成像最早见于春秋时期《墨子》一书，书中提到“景到，在午有端，与景长。说在端。”“景。光之人，煦若射，下者之人也高；高者之人也下。足蔽下光，故成景于上；首蔽上光，故成景于下。在远近有端，与于光，故景库内也。”该段文字简单的描述了光沿直线传播，在通过一个小孔以后可以在背面成像的事实。中国古代对很多方面自然科学都有记载和描述（例如力学上的胡克定律等），可惜的是很多都没有形成系统的科学。之后就是意大利的波尔塔在《自然魔术》的书中的描述的利用暗箱来写生的时期，其实就是简单的小孔成像模型，但是当时没有成像的介质，所以只能用手工的形式进行记录。所以之后摄像机的演变大都是在记录介质上的改善，从涂有感光性沥青的锡基底版，到溴化银感光材料涂制的干版，到我们熟悉的胶卷，到现在普遍使用的 CCD 感光阵列，摄像机的发展经历大概三个阶段。

摄像机成像原理就是利用光沿直线传播的光学特性来对物体进行成像的。下面将简单的介绍小孔成像模型，因为小孔成像模型中小孔其实并不“小”，所以并没有考虑光的波动性。如图 2.1 所示，摄像机的光心  $o_c$ ，而平面  $\pi$  就是成像平面。光心和空间点  $X_c$  连线通过成像平面  $\pi$  上的点  $m$ ，其中光心到平面  $\pi$  的距离  $f$  也就是焦距。假设空间点  $X_c = [X \ Y \ Z]^T$  其投影到成像平面上的点  $m = [x \ y]^T$ ，依据简单的三角形相似原理有下式：

$$\frac{x}{X} = \frac{y}{Y} = \frac{f}{Z} \quad (2-1)$$

整理可得：

$$\begin{cases} x = f \cdot \frac{X}{Z} \\ y = f \cdot \frac{Y}{Z} \end{cases} \rightarrow s \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

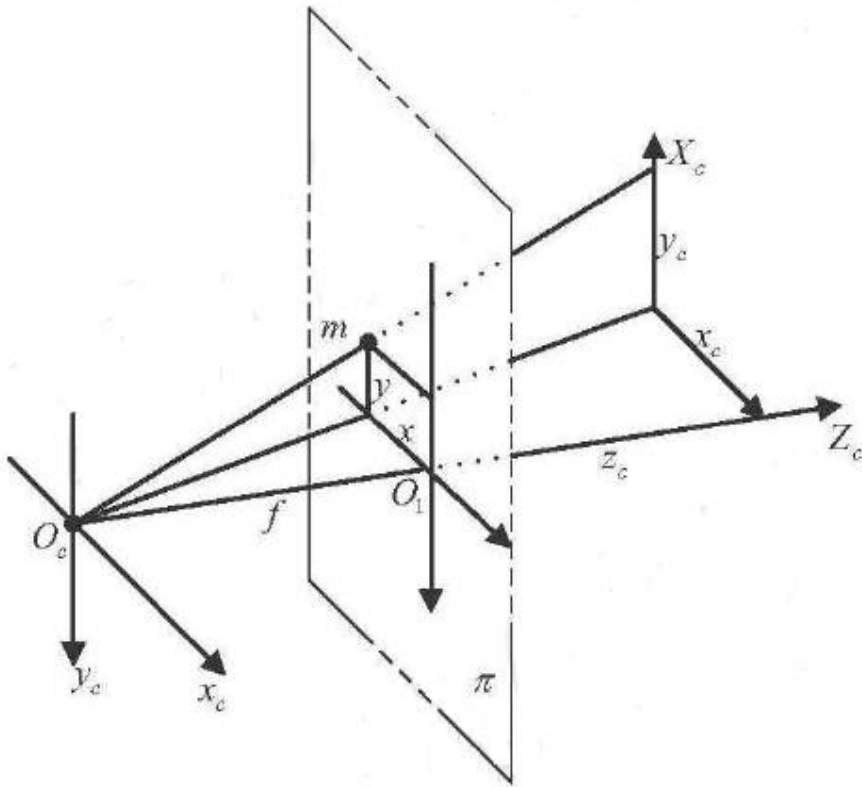


图 2.1 小孔成像模型

小孔成像模型是一个理想化的摄像机模型，其不考虑任何畸变。在传统的 CCD 摄像机当中，一般采用的是像素来描述其空间位置的。CCD 摄像机利用的其感光阵列，由于工艺和特殊的设计要求感光阵列不会是标准的正方形，而且还可能存在切变。所以有以下转换公式：

$$\begin{cases} u = \frac{x}{dx} + \gamma + u_0 \\ v = \frac{y}{dy} + v_0 \end{cases} \quad (2-3)$$

通过利用齐次坐标上述式子表示成矩阵表达式子并结合公式 2-2 可以得到如下公式 2-4：

$$u \bullet \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & & \\ & f & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/dx & \gamma & u_0 \\ & 1/dy & v_0 \\ & & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & \gamma' \bullet f_x & u_0 \\ & f_y & v_0 \\ & & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

由于小孔成像模型当中存在两个世界坐标系,以摄像机光心为原点的摄像机坐标系和以空间点的参考坐标系,二者之间的关系可以表示为:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

### 2.1.2 摄像机的畸变模型

在上一小节当中介绍的空间点  $X_c$  在成像平面的投影是  $m$  ,但是由于实际的摄像机是存在畸变的,所以其成像点可能偏离原来的位置  $m$  而出现在位置  $m'$  。具体示意图如图 2.2 所示。

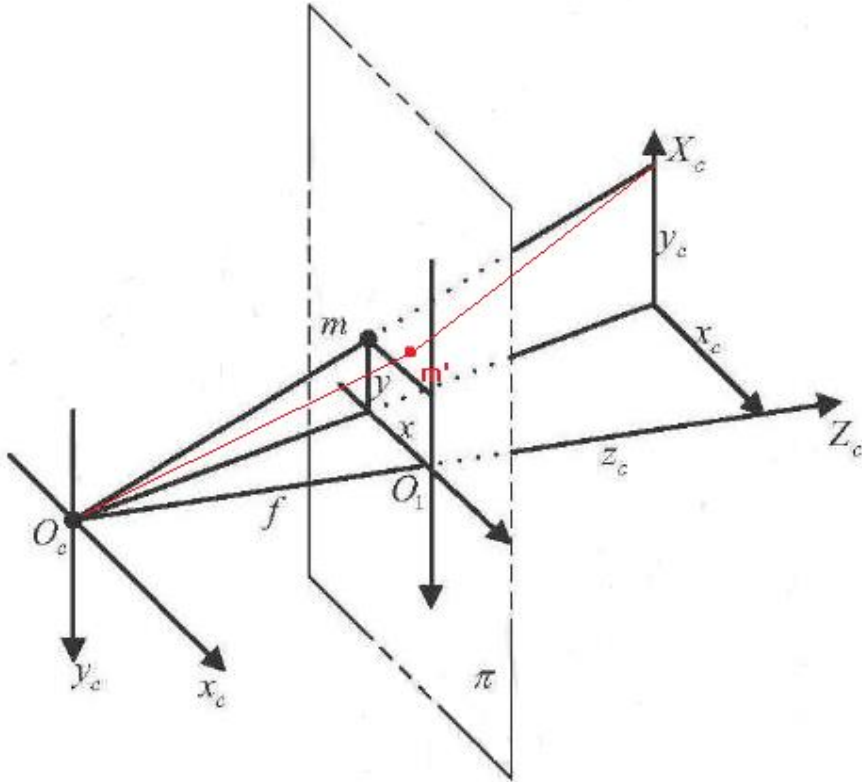


图 2.2 摄像机的畸变模型示意图

而通过众多学者对摄像机模型的研究[12],可能产生镜头的畸变的因素主要有:

**CCD 制造误差：**CCD 摄像机的感光主要是通过 CCD 感光阵列来实现的，CCD 感光阵列对不同强度的光进行记录。但是由于 CCD 感光阵列上的每一个感光点都是有一个电荷耦合原件来实现的。特别是彩色摄像机，因为彩色摄像机的每一个像素的点的信号都是由 RGB 三个电荷耦合件通过记录不同颜色波长的光得到的。由于不同的制造工艺摄像机的 CCD 感光阵列都会存在一定程度上的误差，就是感光阵列可能不能真实的反应其光照强度。

**CCD 镜头中透镜的曲面误差：**小孔成像模型当中通过小孔看到的视野是很有限的，所以真实的摄像机会利用透镜来聚集更多的光线用以实现更大的视角。但是由于制作工艺的限制，很难实现理论上的透镜模型，而这个限制则会改变摄像机的光行进的方向，因而使得成像点和与理论值存在差别。

**CCD 透镜组合：**一个摄像机当中一般是由多个透镜组成的，而透镜之间的组合也同样因为制造工艺的原因，很难达到与理论值相符合。例如各个透镜之间的主光轴是否在同一条直线上，透镜与主光轴是否垂直等，都会使得其与理论值之间存在差异。

摄像机的畸变主要是由于实际成像点与理论上的成像点之间的偏差产生的，其中可以将其描述成径向畸变和切向畸变两种误差。具体如图 2.3 所示，其中  $dt$  是切向畸变而  $dr$  表示的则是径向畸变。

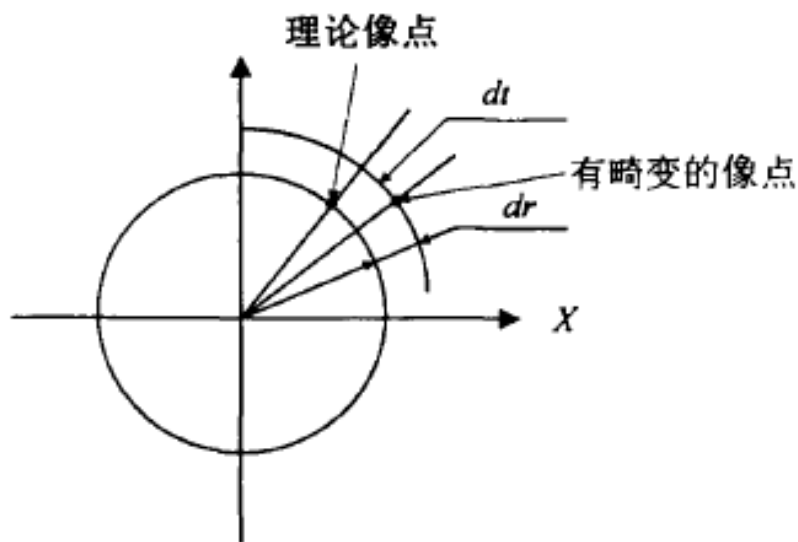


图 2.3 摄像机的畸变示意图

通过对摄像机以下畸变种类进行其数学建模以方便后续算法的研究工作：

**径向轴对称畸变：**径向轴对称畸变顾名思义就是只有沿着理论点与中心点形成的直线的方向上发生的偏移，而没有切向的位移。产生这种畸变的主要原因是因为透镜当中的曲面误差所导致的。而沿着理论点与中心点直线方向上的畸变可能存在不同的方向，当畸变的方向朝向中心点缩聚时候这种畸变被称为桶形畸变；而当畸变的方向朝逃离中

心点的方向时候称为鞍形畸变。具体的示意图如图 2.4 所示。

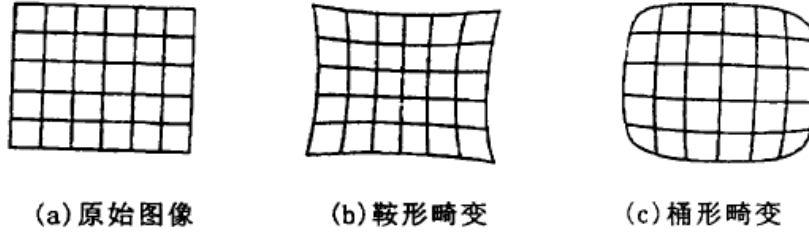


图 2.4 径向轴对称畸变

可以将上述的径向畸变用数学表达式表达为：

$$\delta_r = k_1 r^3 + k_2 r^5 + \dots \quad (2-6)$$

其中  $\delta_r$  是极坐标为  $(r, \phi)$  像点处的非线性畸变， $k_1, k_2$  为径向畸变系数， $r$  是图像中心到像素点的径向距离， $\phi$  为像素点所在的径向直线与 Y 轴正方向的夹角。

极坐标与图像坐标系的关系为：

$$\begin{cases} x = r \sin \phi \\ y = r \cos \phi \end{cases} \quad (2-7)$$

**离心畸变：**由于制作工艺的原因，很多光学系统上都存在离心畸变。这种畸变的产生就是上文当中提到的透镜组合当中，摄像机的主光轴和透镜的中心轴不在同一条直线上。这种偏差一般包括径向和切向方向上的畸变。具体可以表达为下式：

$$\begin{cases} \delta_{xd} = 2p_1 xy + p_2(3x^2 + y^2) + O[(x, y)^4] \\ \delta_{yd} = 2p_2 xy + p_1(x^2 + 3y^2) + O[(x, y)^4] \end{cases} \quad (2-8)$$

**薄棱镜畸变：**除了上述所述的两种畸变之外，研究者还提出了一种利用薄棱镜来模拟的摄像机畸变。具体表达式如下：

$$\begin{cases} \delta_{xp} = s_1(x^2 + y^2) + O[(x, y)^4] \\ \delta_{yp} = s_2(x^2 + y^2) + O[(x, y)^4] \end{cases} \quad (2-9)$$

这三种摄像机畸变广泛的存在于 CCD 摄像机当中，在一般的非线性畸变模型都是通过上述三种摄像机畸变叠加。结合上面一章节小孔成像模型中定义的三维空间点  $M_c = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ ，而三维空间点对应在摄像机平面上的点表示为  $m_c = [u_c \ v_c]^T$ （此处采用下标 c 是为了更好的和后面的投影仪参数进行区分）。根据简单的针孔模型有：

$$\tilde{m}_c = \begin{bmatrix} \tilde{u}_c \\ \tilde{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

在考虑了摄像机的径向畸变和切向畸变之后, 那么  $\tilde{m}_c$  能够表达成下式:

$$L(\tilde{m}_c) = \tilde{m}_c \bullet (1 + k_{c1}r_c^2 + k_{c2}r_c^4 + k_{c3}r_c^6) + \Delta_t(\tilde{m}_c) \quad (2-11)$$

其中  $r_c^2 = \tilde{u}_c^2 + \tilde{v}_c^2$ ,  $\Delta_t(\tilde{m}_c)$  代表的是切向畸变具体如下式:

$$\Delta_t(\tilde{m}_c) = \begin{bmatrix} 2k_{c4}\tilde{u}_c\tilde{v}_c + k_{c5}(r_c^2 + 2\tilde{u}_c^2) \\ k_{c4}(r_c^2 + 2\tilde{v}_c^2) + 2k_{c5}\tilde{u}_c\tilde{v}_c \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

其次坐标  $\bar{x}_c$  与其对应的  $m_c$  之间的关系有:

$$\bar{x}_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ 1 \end{bmatrix} = K_c \bullet L(\tilde{m}_c) \quad (2-13)$$

其中  $K_c$  就是我们经常说的内参数矩阵, 具体如下式:

$$K_c = \begin{bmatrix} f_x^c & \gamma_c \bullet f_x^c & c_x^c \\ 0 & f_y^c & c_y^c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

采用上述的非线性畸变误差模型一个完整的摄像机系统总共有十个内参数

$\{f_x, f_y, c_x, c_y, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, \gamma\}$ 。

### 2.1.3 张氏标定方法

上文当中具体的描述了了摄像机的小孔成像模型和非线性的畸变模型。现在的大多数的标定算法都是基于以上的两种模型。其中最经常被工业界使用就是张氏标定算法 [13], 张氏标定方法是张正友博士在 1998 年提出的基于一个平面的棋盘格标定的方法。张氏标定算法, 不仅器材和操作简单, 而且精度高。目前网上已经为很多软件和工具都采用张氏标定法进行摄像机标定。

首先简单的介绍一下张氏标定算法的主要流程:

1. 打印一张棋盘格, 将其贴在一个平面上, 作为参考平面。
2. 通过旋转、移动参考平面, 利用摄像机拍取一组照片。
3. 从照片当中提取角点 (一般实际过程当中采用的是 Harris 焦点检测, MATLAB2015 以后自带的工具包在找到焦点以后还会采用直线拟合的方法来增加精度)。
4. 估算在没有畸变的情况下的内参数和外参数。
5. 利用最小二乘算法计算径向畸变。

6. 利用极大释然估计，重新再修正所有的参数。

张氏标定方法步骤当中的前三步主要是实现了找到三维世界的空间点

$X_w = [X \ Y \ Z]^T$  和其对应的成像点  $m = [x \ y]^T$ 。因为张的方法采用的一个平面，所以其假设空间点所在世界坐标系是  $Z = 0$  平面。

张的方法首先通过在没有畸变的情况下也就是小孔成像模型下求的内参数和外参数。根据公式 2-4 和公式 2-5，可以有：

$$u \bullet \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & \gamma' \bullet f_x & u_0 \\ & f_y & v_0 \\ & & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & \gamma' \bullet f_x & u_0 \\ & f_y & v_0 \\ & & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} R & T \\ & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

可以用齐次坐标  $\tilde{m} = [u \ v \ 1]^T$  与  $\tilde{M} = [X_w \ Y_w \ Z_w \ 1]^T$  对成像坐标  $\tilde{m}$  和世界坐标系当中的空间点  $\tilde{M}$  对公式 2.14 进行替换得到

$$s \bullet \tilde{m} = A \bullet \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} \bullet \tilde{M} \quad (2-16)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

因为假定的世界坐标系是  $Z = 0$  所以可以将公式 2-16 改成下式

$$s \bullet \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = A \bullet \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = A \bullet \begin{bmatrix} r1 & r2 & t \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

由于  $Z = 0$  所以有  $\tilde{M} = [X \ Y \ 1]^T$  可以将公式 2-18 转化为；

$$s \bullet \tilde{m} = H \bullet \tilde{M} \quad (2-19)$$

其中：

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} = \lambda \bullet A \bullet \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

由于旋转矩阵  $R$  具有正交性质利用其正交性可以得到以下等式：

$$\begin{cases} h_1^T A^{-T} A^{-1} h_2 = 0 \\ h_1^T A^{-T} A^{-1} h_1 = h_2^T A^{-T} A^{-1} h_2 \end{cases} \quad (2-21)$$

基于以上的性质张巧妙的利用闭式的方法求解出其初始参数。

首先定义：

$$\begin{aligned}
 B = A^{-T} A^{-1} &\equiv \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{22} & B_{33} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & -\frac{\gamma}{\alpha^2 \beta} & \frac{v_0 \gamma - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} \\ -\frac{\gamma}{\alpha^2 \beta} & \frac{\gamma^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{\gamma(v_0 \gamma - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{v_0 \gamma - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} & -\frac{\gamma(v_0 \gamma - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(u_0 \gamma - u_0 \beta)^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{bmatrix} \quad (2-22)
 \end{aligned}$$

可以看出来矩阵B 是一个对称矩阵那么公式2-22就只剩下六个参数，所以令：

$$b = [B_{11} \ B_{12} \ B_{22} \ B_{13} \ B_{23} \ B_{33}]^T \quad (2-23)$$

首先假定矩阵H 的第*i* 表示成为 $h_i = [h_{i1} \ h_{i2} \ h_{i3}]^T$ 。那么结合公式2-21与公式2-22、公式2-23有：

$$h_i^T B h_j = v_{ij}^T b \quad (2-24)$$

其中：

$$\begin{aligned}
 v_{ij} = & \begin{bmatrix} h_{i1} h_{j1} & h_{i1} h_{j2} & h_{i1} h_{j3} & h_{i2} h_{j1} & h_{i2} h_{j2} & h_{i2} h_{j3} \\ h_{i3} h_{j1} & h_{i3} h_{j2} & h_{i3} h_{j3} & h_{i2} h_{j3} & h_{i3} h_{j2} & h_{i3} h_{j3} \end{bmatrix}^T \quad (2-25)
 \end{aligned}$$

结合公式2-21有：

$$\begin{bmatrix} v_{12}^T \\ (v_{11} - v_{22})^T \end{bmatrix} \bullet b = V_{2 \times 6} \bullet b = 0 \quad (2-26)$$

根据公式2-19可以计算出矩阵 $V_{2 \times 6}$  中每个参数，通过拍摄多幅图像，可以添加多个等式到公式2-26，当 $n > 3$  时候公式2-26可以转化成为一个超定方程。所以利用最常用的SVD分解方法分解矩阵 $V_{n \times 6}$  其中最小特征值对应的特征向量就是要求的解b。当矩阵B 已知，利用cholesky分解可以很容易得到内参数：



$$\begin{cases} v_0 = (B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}) / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2) \\ \lambda = B_{33} - [B_{13}^2 + v_0 (B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23})] / B_{11} \\ \alpha = \sqrt{\lambda / B_{11}} \\ \beta = \sqrt{\lambda B_{11} / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2)} \\ \gamma = -B_{12}\alpha^2\beta / \lambda \\ u_0 = \gamma v_0 / \beta - B_{13}\alpha^2 / \lambda \end{cases} \quad (2-27)$$

当摄像机的内参数是已知之后，可以求得外参数有：

$$\begin{cases} r_1 = \lambda A^{-1}h_1 \\ r_2 = \lambda A^{-1}h_2 \\ r_3 = r_2 \times r_1 \\ t = \lambda A^{-1}h_3 \end{cases} \quad (2-28)$$

张的方法通过采用闭式求解的方法求解得到摄像机的初始参数。最后张的方法通过一个极大似然估计的方法来修正摄像机的标定参数。

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|m_{ij} - \tilde{m}(A, \mathbf{K}_1, k_2, \mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i, \mathbf{M}_j)\|^2 \quad (2-29)$$

极大似然估计的假设前提是摄像机的误差模型符合高斯的误差分布模型，但是这个误差模型在一些特殊情况下是不成立的。在后面将分析利用重投影的2D优化的缺点，以及本文提出的多误差模型算法的优点。

## 2.2 结构光系统的标定

上一章节当中，详细的介绍了张的标定方法。在本章节当中将描述结构光系统的标定算法以及结构光系统标定的具体过程以及相关的注意事项。

将传统的双目视觉系统中的一个摄像机替换成投影仪主要是为了解决双目视觉当中比较难以解决的对应点匹配问题。同样的结构光系统也带来了新的问题，投影仪的标定问题。由于投影仪只是一个信息的发射设备，不具备接受信息的能力。所以投影仪的标定过程一般都需要借助结构光系统当中的摄像机来完成[14-21]。在多数情况下，一般都将投影仪当成了一个逆光路的摄像机。那么利用就可以对投影仪采用和摄像机相同的非线性畸变的数学模型。具体如图 2.5 所示。空间点  $P$  在摄像机成像平面和投影仪成像平面分别成像为  $m_c$  和  $m_p$ ，以摄像机光心为原点的坐标系和以投影仪光心为原点之间存在一个旋转平移变化。具体可表示为：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} \mathbf{M}_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

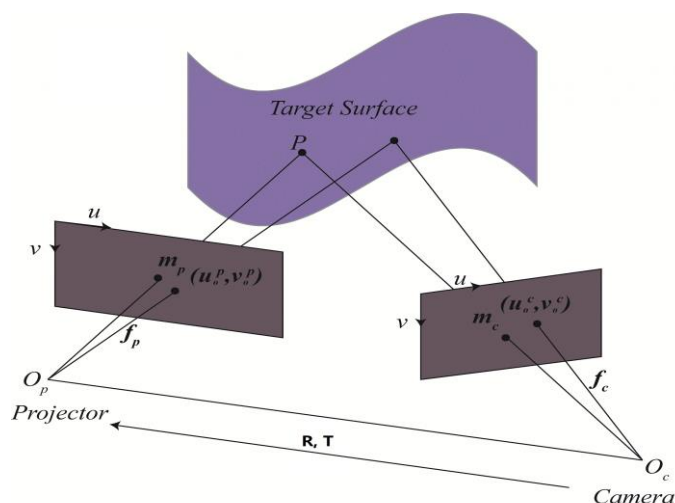


图 2.5 结构光系统示意图

首先先介绍整个结构光系统的标定步骤：

1. 调节摄像机和投影仪的工作范围一致。
2. 制作棋盘格和投影仪投影所用的棋盘格。
3. 通过旋转与移动拍摄多组照片。
4. 对拍摄得到的照片进行预处理
5. 利用张的方法标定摄像机
6. 利用已标定的摄像机标定投影仪

**调节摄像机和投影仪的工作范围一致：**这是由于摄像机和投影仪是有一定的工作范围的（即视野是有限的），一般在结构光系统当中摄像机都是定焦的，在标定之后各个内参数一般是不变的。结构光系统的重建一般会有一个工作空间，也就是说一般物体放置距离摄像机的位置不会差别太大。因为投影仪和摄像机的之间的关系是固定的，所以相对投影仪也有一个工作距离。所以要把二者的工作距离调节一致，一般采用的在工作距离的地方放置一个精细物，通过摄像机判断其捕捉得到的照片是否清晰来调节摄像机的焦距。具体如图 2.6 所示，可以看得到红框内的文字已经很清晰的时候就可以不用再调节摄像机的焦距。当然摄像机的光圈的调节则需要对系统的工作范围有一定的了解。因为光圈越大，景深越浅。光圈越小，景深越深。也就是说如果我们系统的工作距离变化很小的话，一般会采用的是大光圈，来强调物体，如果工作距离的变化很大的话，则需要采用的是小光圈。在本文当中所采用的系统是直接将需要重建的物体放在图 1.2 所示的转台上的，所以采用的是将摄像机的光圈调节到最大。

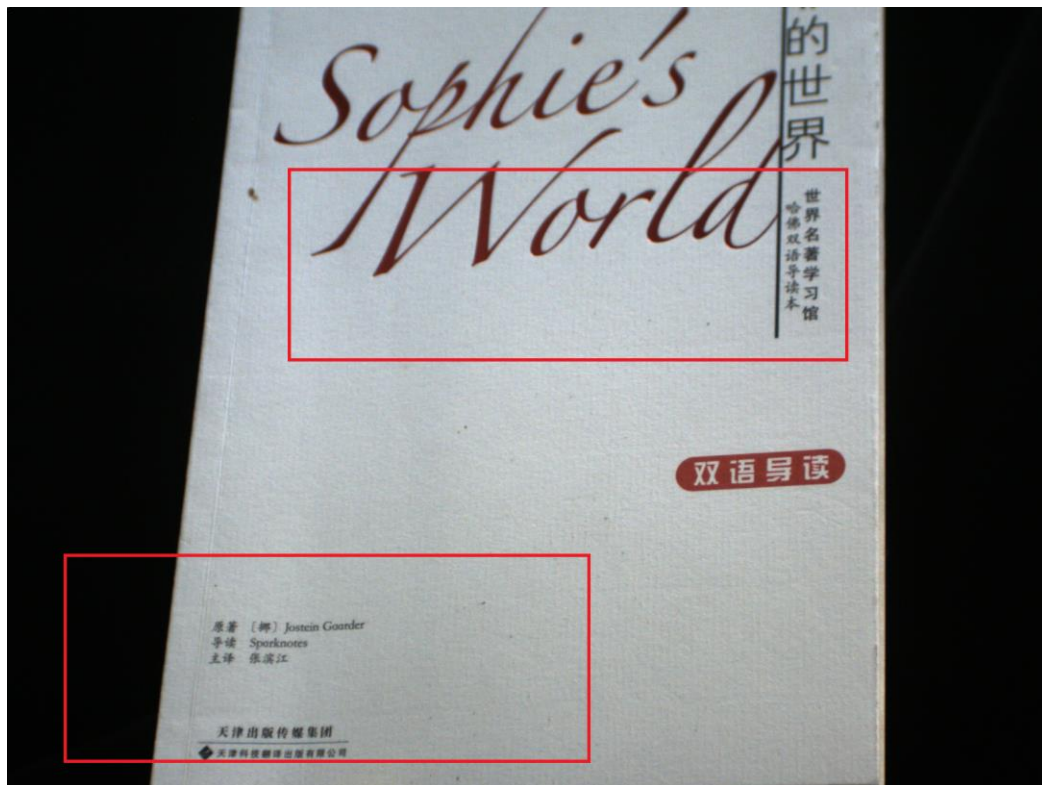


图 2.6 摄像机焦距调节

同样的对于投影仪通过让投影仪投射一些细节度很高的内容，然后通过判断其清晰程度来决定是否需要再调节投影仪的焦距。具体如图 2.7 所示，在红框内细节度很高的文字都已经很清晰时候就可以固定下来投影仪的焦距。

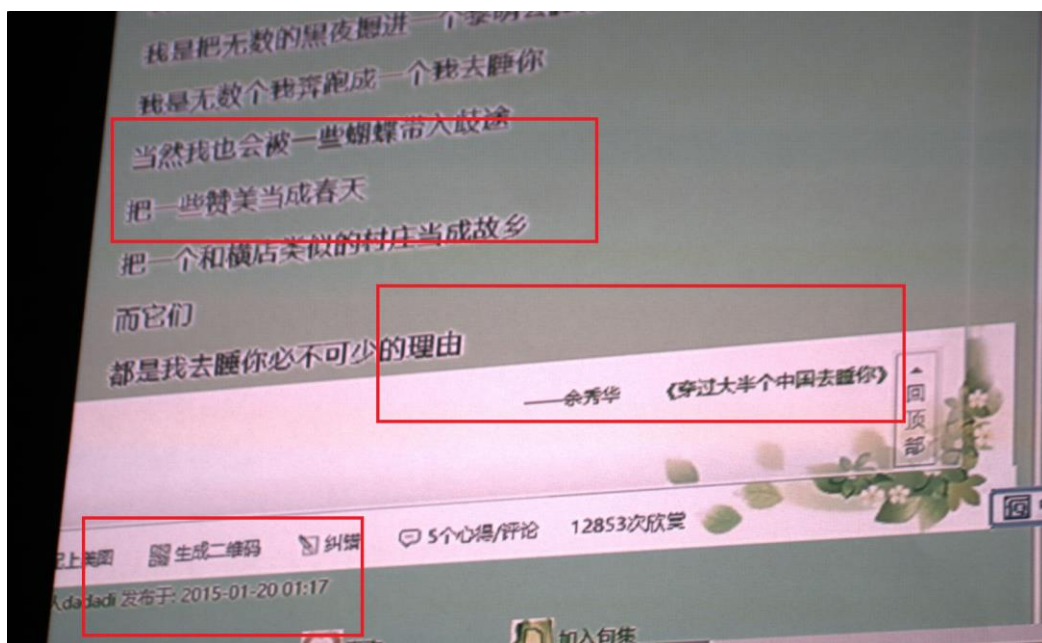


图 2.7 投影仪的焦距调节

最后是调节摄像机和投影仪之间的相对位置关系，由于结构光系统的三维重建如图 2.5 所示，利用的是物体在摄像机和投影仪上的投影点来进行重建的。所以调节摄像机和投影仪的位置时候，需要保证摄像机的拍摄范围和投影仪的投影范围大部分是重叠的。这里采用的是在工作距离位置使得摄像机和投影仪视野的中心线重合即可。

**制作棋盘格和投影仪投影所用的棋盘格：**张的标定方法采用的将一张打印的棋盘格。而投影仪因为不能捕捉图片，所以投影的标定是通过投影仪投射一个棋盘格模板的方式来进行标定。具体的模板如图 2.8 所示，左边的是一张贴在平面上的棋盘格，右边的是用来投射的棋盘格。

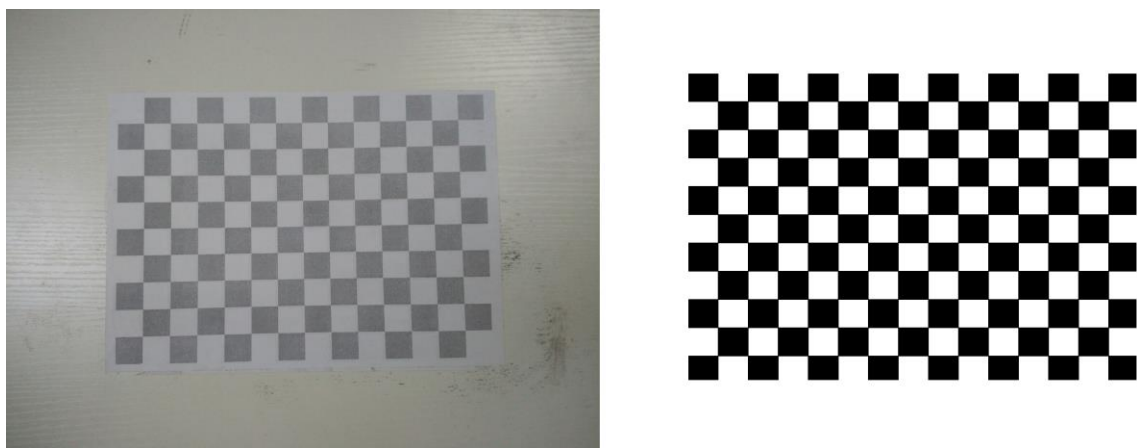


图 2.8 结构光标定模板

**通过旋转与移动拍摄多组照片：**在张的论文当中提到的标定需要的摄像机的组数一般是 5~8 张左右。但是实际标定当中，为了减少误差加强标定结果的鲁棒性，一般拍摄 20 张左右的图片进行标定。

- a. 利用关闭投影仪（投射全黑的图像可达到关闭的效果），或者投影仪投射白光，通过摄像机捕捉到一张照片；
- b. 保持模板的位置不变，利用投影投射一张棋盘格到平面上，注意此处投射的棋盘格必须和全部都在平面上。
- c. 改变位置，重复 a 和 b 的操作直到拍够一定组数的图片为止。

具体拍摄得到的图片如图 2.9 所示，左边的图案是关闭投影仪时候拍摄得到的。右边的图案是利用摄像机捕捉到的投影仪投射的棋盘格的图案。

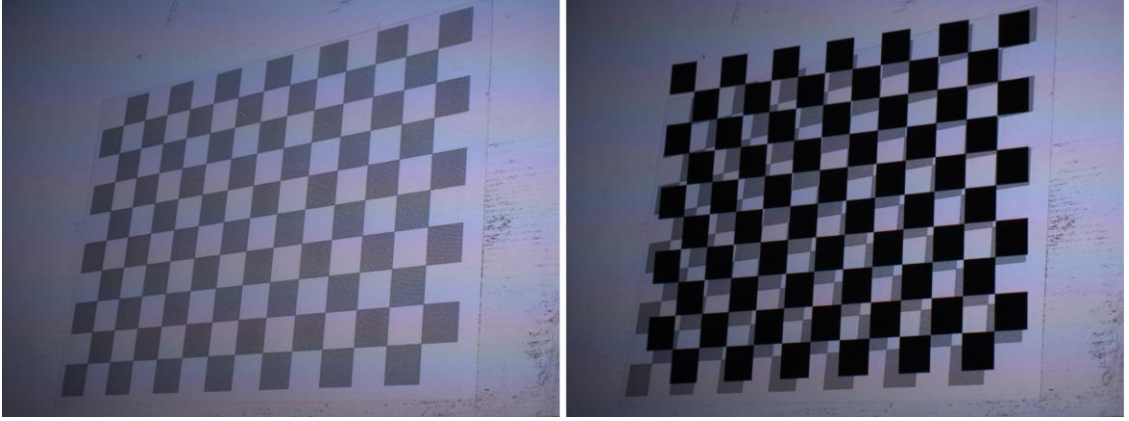


图 2.9 拍摄得到的一组标定图片

**对拍摄得到的照片进行预处理：**这里讲的对拍摄得到图片提到的预处理主要是针对对投影仪投射棋盘格时候拍摄得到的照片也就是图 2.9 右边的图片进行的处理。因为投影仪投射的棋盘格模板和标定板上原有的棋盘格容易造成提取角点的困难。在这方面已经有很多人做了很多的工作，在[22]就提到采用一个特别大的平面左边是用来贴一个棋盘格，而右边空白的一半是用来投射棋盘格，这样由于棋盘格是投影在一个空白面上就不会出现上述的问题了。但是由于在调节摄像机和投影仪时候，就提到过的为了使得摄像机的视野和投影仪视野一致。所以该方法不是很适用。在[23]提出了使用使用贴一张红-绿棋盘格到平面上，这种方法的缺陷是必须保证摄像机和投影仪必须是存在 RGB 模式的。在本文当中采用的是通过定义初始的投影仪关闭时候的图像为  $I_{ic}$  而投影仪工作时候摄像机获得的照片为  $I_{ip}$ ，处理之后的图片为  $I_p$ ，那么利用以下两个步骤就可以很容易的实现图片的预处理：

$$\begin{cases} I_i = I_{ip} - I_{ic} \\ p_{\min} = \min(I_i) \\ p_{\max} = \max(I_i) \\ I_p = I_i \cdot \left( -255 / (p_{\max} - p_{\min}) \right) + 255 + (255 + p_{\min}) / (p_{\max} - p_{\min}) \end{cases} \quad (2-31)$$

通过公式 2-31，可以实现图片的预处理.通过对图 2.9 两张图片的预处理可以得到图 2.10 所示的图片，从而利用图 2.10 替换图 2.9 右边的图案进行焦点检测。



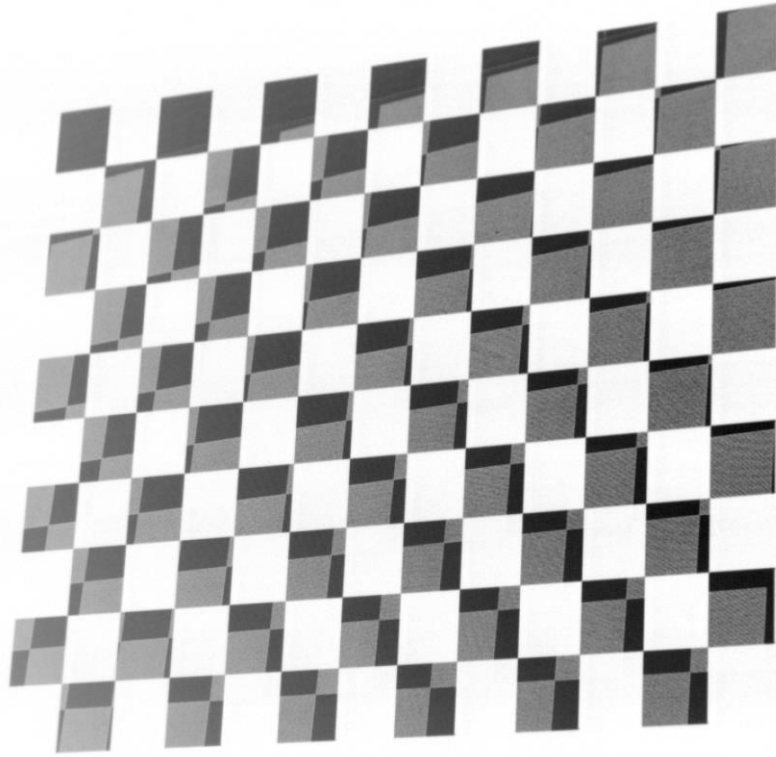


图 2.10 预处理之后的图片

**利用张的方法标定摄像机：**通过上面的几个步骤可以得到标定所需要的各个图片。张的方法假定了棋盘格所处的 $Z = 0$ 所以可以比较轻松地计算得到世界坐标系当中的坐标点。张的方法在很多地方都得到了实现最常见的是 MATLAB 标定工具 `calibration tool`[24]，而在 OPENCV 采用的标定函数是 `cvCalibrateCamera2` 函数。在 OPENCV 当中采用的策略是令公式 2-22 中  $\gamma = 0$  所以可以方便的计算出摄像机的各个内参数。

**利用已标定的摄像机标定投影仪：**在投影仪的标定过程当中，借用了已经标定过的摄像机通过对摄像机的可以比较方便的求得。本章节介绍了一种简单的标定方法。空间点假设空间点  $X_c = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$  其投影到摄像机的成像平面上的点  $m = [x \ y]^T$  由于  $Z = 0$ ，所以可以将空间点改写为  $X'_c = [X_c \ Y_c]^T$  的一个二维的表示，那么其和成像平面点之间就可以建立一个单应矩阵的关系。基于非线性误差的数学模型首先需要对成像平面上的点根据公式 2-11 和公式 2-12 将其根据上述已经标定的内参数进行去畸变。在 OPENCV 当中可以采用的是函数 `cvUndistortPoints` 函数，才可以对焦点检测得到的点  $m_{\text{real}} = [x_{\text{real}} \ y_{\text{real}}]^T$  通过去畸变函数得到没有畸变的点  $m = [x \ y]^T$ ，具体可以用公式表示为：

$$m = \text{Undistort}(m_{\text{real}}) \quad (2-32)$$

其中函数  $\text{Undistort}()$  是一个针对公式 2-11 和公式 2-12 变化的缩写。

对摄像机而言，得到去畸变之后的成像平面点  $m_c = [x_c \ y_c]^T$  与空间点  $X'_c = [X_c \ Y_c]^T$  都表示成其次坐标的形式计算得到一个单应矩阵  $H$

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ 1 \end{bmatrix} = H \bullet \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

在 OPENCV 当中可以利用函数  $\text{cvFindHomography}$  来实现。接着对投射的模板检测得到的角点  $m_{\text{real\_p}} = [x_{\text{real\_p}} \ y_{\text{real\_p}}]^T$  通过去畸变之后（因为采用的是同一个摄像机进行拍摄，所以其此时去畸变采用的内参数是已知的摄像机的内参数）得到点  $m_p = [x_p \ y_p]^T$  由于平面和成像平面之间的单应矩阵的关系公式 2-33 对点  $m_p = [x_p \ y_p]^T$  与其空间点  $X'_p = [X_p \ Y_p]^T$  同样的成立，所以有：

$$\begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ 1 \end{bmatrix} = H \bullet \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

在 OPENCV 中可以用函数  $\text{cvPerspectiveTransform}$  来实现。那么就可以得到空间点  $X'_p = [X_p \ Y_p]^T$ 。那么很容易得到空间点  $X_p = [X_p \ Y_p \ 0]^T$ ，利用空间点和其对应的成像平面点就可以利用张的方法也就是 OPENCV 当中的  $\text{cvCalibrateCamera2}$  函数来实现。

最后结构光系统不仅仅需要标定摄像机和投影仪的内参数还需要对摄像机和投影仪之间的位置关系进行标定。根据公式 2-5 有

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_c & T_c \\ & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_p & T_p \\ & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (2-35)$$

可以得到摄像机坐标系和投影仪坐标系之间有关系

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2-36)$$

其中：

$$\left\{ \begin{aligned} R &= R_p \bullet R_c^{-1} \\ T &= T_p - R \bullet T_c \end{aligned} \right. \quad (2-37)$$

所以只需要对张的标定方法当中计算出来的同一个世界坐标系下（也就是标定模板不变的两张图各自计算出的  $R$  和  $T$ ）的旋转矩阵和平移矩阵进行公式 2-37 的计算就可以得到摄像机和投影仪的位置关系。

### 2.3 多误差模型的标定方法

在上文当中张的方法采用闭式的方法求的摄像机的初始参数，然后利用对公式 2-29 进行的一个闭环的优化来得到最后的标定结果。很多研究者也使用将三维空间点重投影到二维成像平面的投影误差用来评判一个标定算法的优劣。公式 2-29 是建立在高斯误差模型的一个优化方法，但是摄像机的误差在有些时候其实并不满足高斯的误差模型，而且这是一个间接的优化过程它不能直接反应优化的结果。所以在本章节当中，提出了一个可以开环的多误差的优化方法。

利用结构光的时间编码或者空间编码的方式，可以得到摄像机成像平面上的点  $[x_c \ y_c \ 1]^T$  与其投影仪上的对应点  $[x_p \ y_p \ 1]^T$ 。利用三角原理[25]可以得到空间点：



$$Z_c = (T_1 - x_p T_3) / \langle -R_{[1]} + x_p R_{[3]}, \bar{x}_c \rangle \quad (2-38)$$

其中

$$\begin{cases} R_{[1]} = [R_{11} & R_{12} & R_{13}]^T \\ R_{[3]} = [R_{31} & R_{32} & R_{33}]^T \end{cases} \quad (2-39)$$

在本章节当中，用来做优化的参考平面很简单就是将一张有标记点的纸张贴在一块玻璃板上，利用玻璃板主要是为了保证其平面度。具体示意图如图 2.11 所示。其中相邻的标记点之间的距离是相等且已知的，而每个顶点与其横向和纵向两个邻接点所形成的角度  $\theta$  也是已知的一般情况下可以使其为  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ，方便计算。

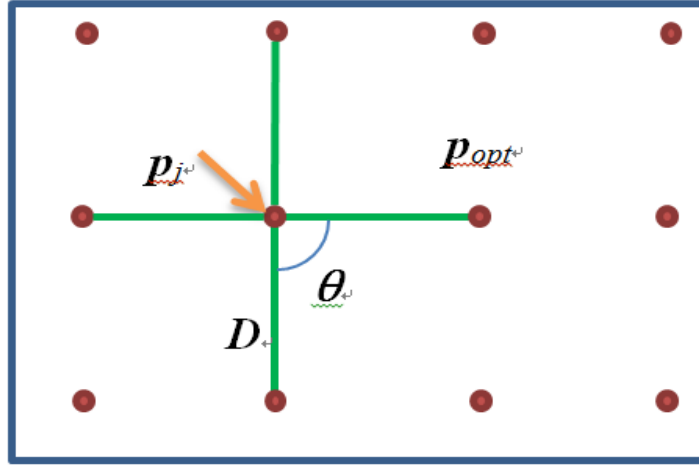


图 2.11 多误差模型的模板示意图

通过结构光扫描参考平面，通过公式 2-38 重建并获得标准平面的三维空间信息。首先需要对提取出标准平面的三维空间点，这里一般采用的方法是先通过霍夫圆拟合算法先找出所有的圆，然后利用圆拟合找出圆心作为标记点的中心。在多误差模型当中还需要对整个平面进行拟合，但是如果每次都拟合所有的点云，计算量就会变得很大，所以此处采用的是一个随机采样的算法对真个标准平面进行采样得到一定数量的点用来拟合平面。

在接下来将介绍组成最后优化能量方程的几个误差函数：

**平面度误差：**因为采用的是玻璃板，所以我们将假设用于重建的平面是一个标准的平面。如果不考虑标定误差和重建误差的话，那么整个平面的平面度  $P_{opt} \rightarrow 0$ 。在计算的过程当中，采取是下采样得到空间点进行拟合平面，然后再计算每个空间点到这个拟合平面的误差作为平面度的一个参考标准。

$$E_p = \sum_{i=1}^S |d_i| / S \quad (2-40)$$

**距离误差：**通过采用霍夫圆拟合算法找到的标记点的三维信息。对于每一个标记点  $P_j \in P_m$  与其横向和纵向的邻接点的距离  $d_j$  可以通过计算得到。那么假设  $J$  个标记点在参考平面，其距离误差可以表示为：

$$E_d = \sum_{j=1}^J |d_j - D| / J \quad (2-41)$$

**角度误差：**空间的一个物体即使其平面度和距离是确定的，其还是可能存在于实际情况不符合的情况，例如一个正方形被重建成一个菱形但是其平面度和长度可能都是正确的。考虑到仿射变化同样可以引起重建的角度的变化。所以对每个标记点  $P_j \in P_m$ ，与其水平与垂直的标志点，计算出如图 2.11 所形成的  $\theta$ 。

$$E_\theta = \sum_{j=1}^J |\theta_j - \theta_0| / J \quad (2-42)$$

在本章节当中，通过采用上述的三个误差函数来构造一个新的能量方程，通过最小化能量方程来对标定参数进行修正。在结构光系统当中的标定参数主要有  $\{f_c, c_c, f_p, c_p\}$  八个内参数， $\{k_c, k_p\}$  当中十个畸变参数， $R, T$  当中十二个外参数。对于  $\gamma$  不做优化直接令其为  $\gamma=0$ 。采用向量的描述方式有：

$$\mathbf{x} = [f_c, c_c, f_p, c_p, \mathbf{R}, \mathbf{T}, k_c, k_p]^T \quad (2-43)$$

在利用上一章节中结构光系统的标定方法，可以得到  $\mathbf{x}$  的一个初始值  $\mathbf{x}^0$ 。那么优化算法可以表达为下面的式子：

$$\begin{array}{l} \min \{E_p(\mathbf{x}), \alpha \cdot E_d(\mathbf{x}), \beta \cdot E_\theta(\mathbf{x})\} \\ s.t. \quad \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^T = \mathbf{I} \\ I_b \cdot [x_1^0 \cdots x_{20}^0] \leq [x_1 \cdots x_{20}] \leq I_u \cdot [x_1^0 \cdots x_{20}^0] \\ \mathbf{1}_{kb} \leq [x_{21} \cdots x_{25}] \leq \mathbf{1}_{ku} \\ \mathbf{1}_{kb} \leq [x_{26} \cdots x_{30}] \leq \mathbf{1}_{ku} \end{array} \quad (2.44)$$

在上文当中第一个约束条件  $\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}^T = \mathbf{I}$  是用来保证  $\mathbf{R}$  的正交性。而剩下的主要是用来限定结构光系统的参数的范围，从而缩小优化算法所需要做的工作。其中能量方程当中的比例因子  $\alpha, \beta$ ，需要满足：

$$E_p \approx \alpha \bullet E_d \approx \beta \bullet E_a \quad (2.45)$$

在具体实现当中采用的是 MATLAB 的 *fminsearch* 函数来实现的。

在章节最后利用图 2.12 所示的多误差模型标定算法的流程图总结算法。首先采用的传统的结构光的标定算法，也就是上一章节当中描述的算法得到结构光标定的一个初始参数  $x^0$ 。然后通过利用霍夫圆算法找到标记点及其三维空间信息，在利用下采样得到一定的图像点用来拟合平面。利用结构光的初始参数最小化能量方程，判断收敛性。当算法收敛时候就得到了一个精确的结构光系统标定参数。

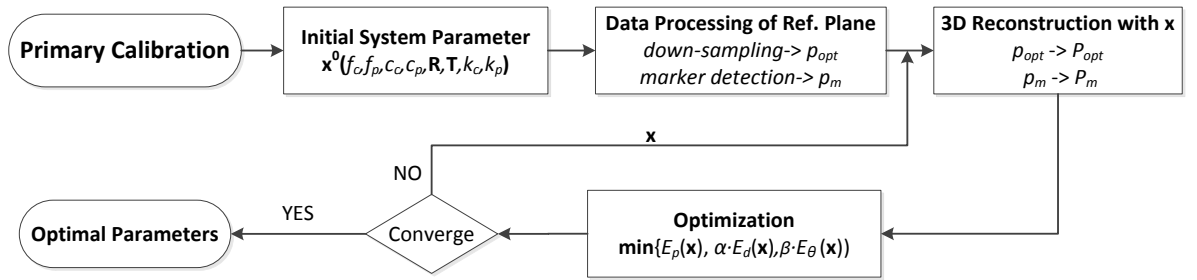


图 2.12 多误差模型的标定流程

## 2.4 多误差模型标定方法的对比实验

*Procam-calib Tool* [26]和 *SLS-calib Tool*[24]都是经常使用的两个标定工具包，这也是用来获得初始值的两种方法。首先通过对参考平面（具体如图 2.11 所示）拍摄五组照片，这样子做的原因是为了防止公式 2.42 所示的算法落入局部最优点。通过对平面上的点进行下采样得到 5000 个点用来计算能量方程当中的平面度指标，通过提取出十二个标记点用来计算能量方程当中的角度和距离误差。公式 2-44 所示的算法是在 MATLAB2015 当中使用的其大概在 500 步以内收敛，耗时大约是 40 分钟左右。



图 2.13 具体的参考平面

在下面的对比实验当中比较了 *Procam-calib Tool* 和 *SLS-calib Tool* 与多误差模型标定算法的参数对比具体如表 2.1 所示可以看的出的是其主要的不同是在  $k_c, k_p$  上, 畸变系数很大程度上影响最后的重建结果。

表 2.1 三种标定算法的参数对比

Method	$f_c$	$c_c$	$k_c$	$f_p$	$c_p$	$k_p$	$R$	$T$
<i>Procam-calib Tool</i>	4096.56	1059.85	0.012, 0.181, 0.0,	1433.94	517.57	0.040, -0.004, 0.0	0.9515, -0.0740, -0.2986	228.08
	4095.61	826.02	-0.0007, -0.0025	1426.67	789.51	-0.018, 0.0001	0.0081, 0.9763, -0.2164	11.32
							0.3075, 0.2035, 0.9295	60.76
<i>SLS-calib Tool</i>	4096.12	1057.50	0.017, 0.227, 0.0,	1437.33	518.17	0.073, 0.0512, 0.0	0.9514, -0.0732, -0.2989	227.31
	4095.28	827.69	0.0007, 0.0029	1430.48	846.25	0.0096, 0.001	-0.0057, 0.9669, -0.2551	10.25
							0.3077, 0.2444, 0.9195	65.47
<i>Proposed Method</i>	<b>4091.07</b>	<b>1058.08</b>	<b>-0.019, -0.011, -0.002</b>	<b>1438.23</b>	<b>518.02</b>	<b>-0.046, -0.01, -0.018</b>	<b>0.9523, -0.0733, -0.2967</b>	<b>226.41</b>
	<b>4090.99</b>	<b>827.42</b>	<b>0.0021, -0.0042</b>	<b>1430.70</b>	<b>846.30</b>	<b>-0.0029, -0.0007</b>	<b>-0.0288, 0.9669, -0.2551</b>	<b>10.72</b>
							<b>0.3072, 0.2442, 0.9189</b>	<b>65.18</b>

在采用给出一个更具说服力的证明, 通过对比三种标定算法对同一物体的平面度角度以及距离的对比可以看的出, 多误差模型算法都表现优越。根据表 2.2 可以看的出, 多误差模型在角度和长度、平面度上都优越于其他两种方法, 其中长度与真实值之间的差别已经趋近于 0, 角度上的优化稍微要差些。平面度的优化上不仅在最大值和最小值点都有优化, 其方差更是下降了一个量级。图 2.14 具体的展现了三种平面度误差的分布图。可以看的到多误差模型的平面度上更优于其他两种方法。

表 2.2 三种标定算法的量化对比

Method	$E_x(\text{mm})$				$E_d(\text{mm})$	$E_\theta(^{\circ})$
	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>mean</i>	<i>std.</i>		
<i>Procam-calib Tool</i>	0.680	-0.851	0.144	0.196	0.219	0.126
<i>SLS-calib Tool</i>	0.721	-0.397	0.09	0.114	0.166	0.083
<i>Proposed Method</i>	<b>0.078</b>	<b>-0.009</b>	<b>0.024</b>	<b>0.021</b>	<b>0.00024</b>	<b>0.069</b>

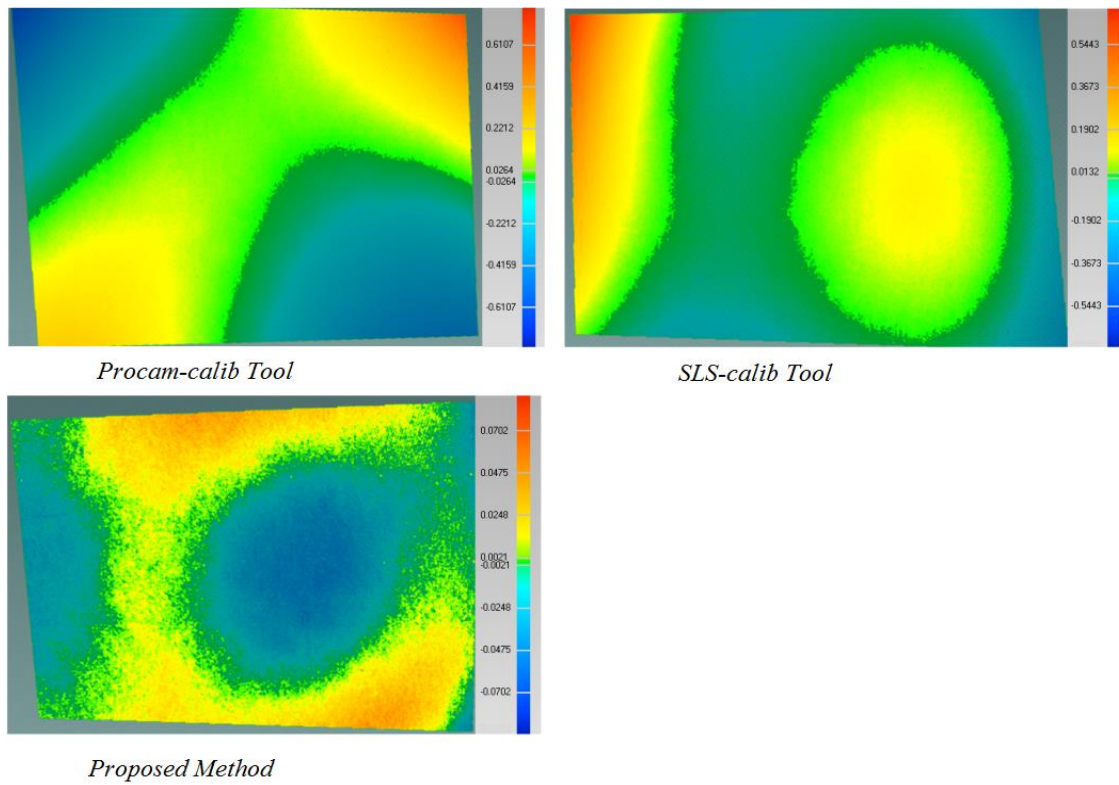


图 2.14 三种标定算法的平面误差分布图

最后给出了一个可视化的对比结果。当采用不精确的标定参数进行重建时候，其重建效果是存在差异的。所以如果对利用结构光系统进行重建的物体就可能出现采用配准算法对其进行配准时候存在很多的拼接缝隙。所以基于这个结论利用转台，对三种标定结果采用同一配准算法进行配准，观察其拼接的效果来给出一个可视化直观的展示。具体如图 2.15 所示可以看的出 *Procam-calib Tool* 的拼接效果最差存在最多的拼接缝，而多误差模型的优化算法是最优的只有瓶把的地方存在一些拼接缝隙。

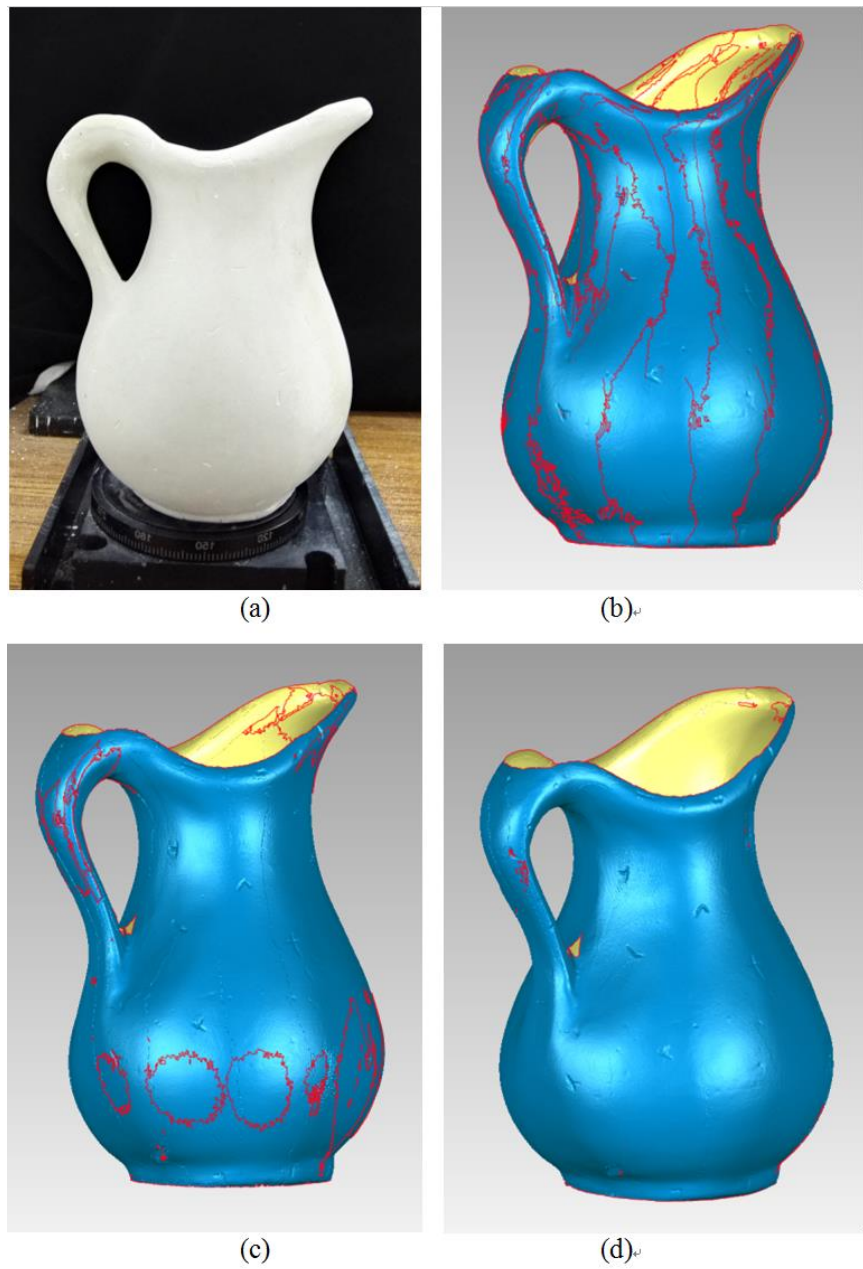


图 2.15 三种标定算法的拼接示意图

(a.用于重建的石膏像, b. Procamb-calib Tool 的拼接效果, c. SLS-calib Tool 的拼接效果,d.多误差模型的拼接效果)

## 第三章 点云的配准

利用上章提出的多误差模型的标定方法可以得到精确的点云文件。一般情况为了物体的完整的数据模型，可以使用多个扫描系统、移动扫描系统（常见的手持的扫描系统）或者借助于转台系统。将多个视角下得到的物体的点云文件，整合到一个统一的三维坐标系下形成一个完整的点云数据模型的过程称为点云的配准过程。

### 3.1 点云配准算法介绍

#### 3.1.1 点云配准的数学模型

在本章中提到的点云配准都是针对的都是刚性物体，也就是物体在不同视野下其形状是不发生变化的。而刚性物体在空间不同世界坐标下的变化都可以通过坐标变化参数：旋转矩阵  $R$  和平移向量  $T$  来描述。最理想的情况下两个点云是完全相同的，那么假设需要配准的点云  $P$  和点云  $Q$  之间存在以下关系：

$$P = R \bullet Q + T \quad (3-1)$$

但是由于不同视角下的点云文件常常只有部分的重叠，所以一个通用的点云重建模型如下所示：

$$\min \left\{ \sum_M m_{ij} \bullet \|p_i - \tau(q_j)\| \right\} \quad (3-2)$$

其中：

$$\tau(q_i) = R \bullet q_i + T \quad (3-3)$$

$$m_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{当 } p_i \text{ 和 } q_j \text{ 不是对应点} \\ 1 & \text{当 } p_i \text{ 和 } q_j \text{ 是对应点} \end{cases} \quad (3-4)$$

通过寻找旋转变换矩阵  $R$  和平移向量  $T$  使得能量方程达到最小时，就可对给出的点云进行一个精确的配准。但是在一般情况下点云  $P_{3 \times m}$  和点云  $Q_{3 \times n}$  都有数十万的点。所以能量方程的查找空间就为  $M_{m \times n}$  这是一个很大的空间。所以直接最小化能量方程的过程得到最优解的过程是不大可能实现。

所以为了获得精确的刚性变化方程，一般采用将点云的配准过程分成两个步骤：

1. 整体配准：主要是利用点云的整体特性，求出需要配准的点云之间的粗略位置关系。



2. 局部配准：利用获得粗略的点云位置关系之后，点云片之间都相距比较近，所以可以考虑用迭代来获得精确的点云位置关系。

### 3.1.2 整体配准算法

由于上文当中提到的，初始的点云之间距离可能比较远，利用搜索整个点云空间的方法计算量太大了，不能投入使用。点云的整体配准算法的稳定性直接影响着后面局部配准算法的精度。

整体配准算法的常见流程如图 3.1 所示。首先在两个点云文件当中按照一定的要求选择关键点；然后利用关键点来计算相关的特征点；通过比较特征点的特征描述子来找到对应的匹配点。那么可以得到的是公式 3-2 中查找空间  $M$  将急速的下降。由于公式中只含有公式 3-3 中的  $R$ ,  $T$  的参数那么只要利用三对对应点就可以计算出点云之间的位置关系。所以目前在很多的软件中都可以通过手动的查找对应点的方式进行点云的一个整体配准。

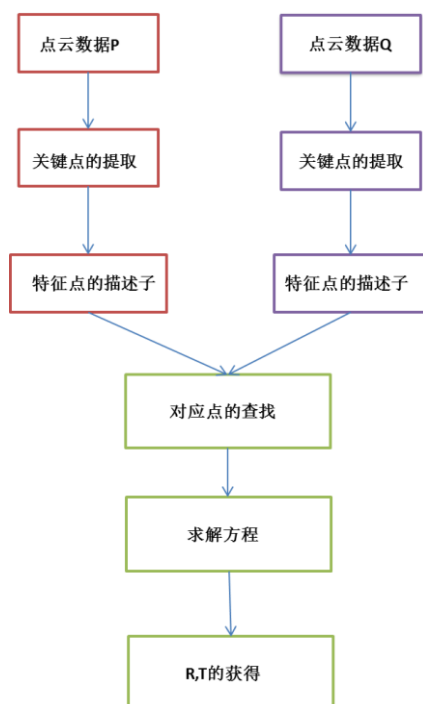


图 3.1 整体配准算法的流程图

整体算法当中另一种经常被使用的还有四点算法，四点算法是由 Aiger 和 Mitra 等人[27]提出的基于 RANSAC 机制的一种整体点云配准算法。四点算法的依据是利用三对对应点来求解公式 3-2 来得到点云之间的旋转矩阵  $R$  和平移向量  $T$ ；利用这个刚性变化将目标点云  $Q$  进行变化之后与点云  $P$  进行判断，判断有多少数量点能在  $Q$  中找到小于阈值的点，通过判断这些点在  $P$  中所占用的比例来作为这个刚性变换的得分，然后再重新选择新的对应点进行计算，算法最后选择得分最高的刚性变换作为最优解。



### 3.1.3 局部配准算法

通过整体的配准算法能够得到一个粗略的点云之间的位置关系，利用这个刚性变换作为局部配准的一个初始的输入，可以进行计算从而得到一个更高精度的配准效果。

在点云的局部配准算法当中最为著名的就是 Besl 和 McKay 在 1991 年提出的 ICP 算法 (Iterated Closest Points Algorithm) [28]。由于该算法思想简单，易于实现、精度高，所以其被广泛的使用。

假设空间坐标系的两个经过整体配准过的点云集  $P$  和  $Q$ ，那么算法的主要步骤描述如下：

1. 计算点云集  $P$  中每个点  $P_i$  在点云集  $Q$  中的最近的对应点。该步骤可以利用点云  $Q$  建立 kd 树进行便于快速查找。
2. 通过求解公式 3-2 可以求解得到点云集之间的刚性变换  $R$  和  $T$
3. 通过对点云集  $P$  进行变化能到新的点云集  $P'$
4. 判断两个点云集合是否收敛，如果收敛则终止计算输出刚性变换关系，否则用新计算得到的点云集  $P'$  作为新的点云  $P$  进行迭代计算知道收敛位置。

ICP 算法虽然实现简单，但是其依然存在些不足。首先,ICP 算法要求点云的初始位置必须不能偏离太远，而且点云集之间的共有的部分所占有的比例需要比较多；不然则容易陷入局部最优点中；而且 ICP 每一次迭代都需要查找点云的低于阈值的对应点这个会严重的影响算法的速度。

基于ICP算法当中存在的这些缺陷，许多研究者做了很多的工作。1994年Turk提出了一致降采样的算法用来从点云集当中选择参与的计算的点云[29]；1996年Masuda中采用对点云集每次迭代重新采样来改进算法[30]；2001年 Greenspan 和Godin为了是搜索更加的方便引入了最近邻域问题[31]。

### 3.2 基于转台的高精度配准算法

在上文中提到的点云文件的配准是一种基于数学模型的自动配准方法。在本章节当中将详细的介绍基于转台的配准算法。在实际的三维重建当中转台是一个经常被使用的工具，如图 1.2 所示的示意图，通过旋转转台可以得到物体不同视野的角度的点云。由于不同的点云都是转台系统是围绕着一个中心轴旋转  $\theta$  角度得到的，所以点云的配准问题就可以转化为转台系统的标定问题。

关于转轴的标定主要分成两种方法：采用标记点的方法和不使用标记点方法。在[32]当中，作者提出了使用一个棋盘格来标定转台的方法，首先检测到棋盘格的角点，计算出其三维空间坐标，那么利用这些对应点求解线性方程就可以对转台进行标定。在论文[33]当中作者提出了一种采用彩色棋盘格的方法进行标定转台。采用标记点的这些方法的误差主要来自于标记点的检测。在[34]当中，作者采用一个球来标定转台，首先拟合

球心，在利用各个位置的球心拟合一个平面圆，圆心所在的位置就是转轴中心，而平面圆的法向量就是转轴的方向。该方法的主要误差来自于用来拟合平面圆的点的数量很少，这样误差点对最后的标定结果影响很大。

### 3.2.1 基于 L 型平面的转台标定

在本章节当中提出的转轴的标定算法也是一种不需要标记点的方法。首先通过将一个如图 3.2 所示的 L 型的平面或者一个长方体放置在转台上，通过旋转转台，重建得到该 L 型平面的多个点云文件。



图 3.2 L 型标准平面

在得到点云文件之后，首先去除噪声比较大的点云，之后对点云进行最小二乘拟合可以得到点云平面为：

$$A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0 \quad (3-5)$$

其中  $i$  代表的是第  $i$  个点云文件

基于转轴的方向和转台平面的垂直的性质，如图 3.3 所示可以知道转轴的方向平行于点云平面法向量的叉积方向。

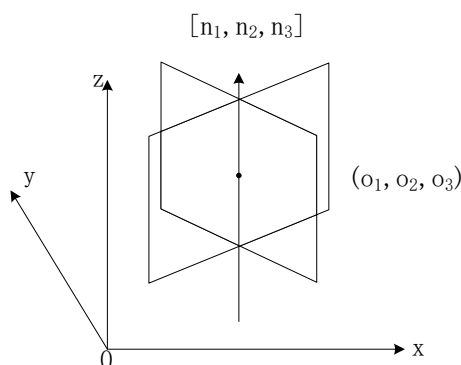


图 3.3 转轴方向的求解方法示意图

通过对得到的点云的方向进行两两叉积求的平均，作为转轴系统的转轴方向：

$$[n_x, n_y, n_z] = \frac{\sum_{i < j}^n [A_i, B_i, C_i] \times [A_j, B_j, C_j]}{n(n-1)/2} \quad (3-6)$$

其中：

$n$  代表的是点云文件的个数

在求的转轴的方向之后，需要标定工作剩下就是计算出转轴的中心即可。首先利用计算出来的转轴方向构造一个平面：

$$n_x x + n_y y + n_z z = 0 \quad (3-7)$$

由于转台上的 L 型平面是绕着转轴旋转的所以可以知道的是平面到转轴中心的距离是一样的，将构造的平面截点云的拟合平面可以得到如图 3.4 所示。所以转轴的中心标定问题就可以转化为计算图 3.4 所示的内切圆的圆心问题。

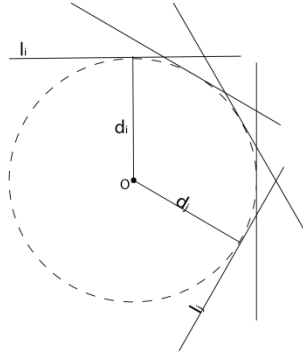


图 3.4 平面的俯视图

正如图 3.4 所示，点  $O$  代表的是转轴的中心点，而直线  $l_i$  代表的是公式 3-5 所示的第  $i$  个平面与公式 3-7 所示的构造平面之间的交线。所以直线  $l_i$  可以表示成：

$$\begin{cases} n_x x + n_y y + n_z z = 0 \\ A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0 \end{cases} \quad (3-8)$$

根据基本的几何知识，可以得到转轴中心点  $O(o_x, o_y, o_z)$  到直线  $l_i$  的距离可以表达为：

$$d_i = \frac{\| (n_x O_x + n_y O_y + n_z O_z) \vec{N}_i - (A_i O_x + B_i O_y + C_i O_z + D_i) \vec{N}_1 \|}{\| \vec{N}_1 \times \vec{N}_i \|} \quad (3-9)$$

其中：

$$\begin{cases} \vec{N}_1 = (n_x, n_y, n_z) \\ \vec{N}_i = (A_i, B_i, C_i) \end{cases} \quad (3-10)$$

由于转轴中心  $O(o_x, o_y, o_z)$  在公式 3-7 所示的构造的平面上，所以可以对公式 3-9 推导得到：

$$d_i = \frac{\|\vec{N}_i\|}{\|\vec{N}_1 \times \vec{N}_i\|} \bullet (A_i O_x + B_i O_y + C_i O_z + D_i) \quad (3-11)$$

其中向量  $\vec{N}_1, \vec{N}_2$  和平面的参数  $A_i, B_i, C_i, D_i$  都是已知的，所以  $d_i$  可以当成一个线性方程，通过相减不同的距离有：

$$\begin{cases} d1 - d2 = 0 \\ d2 - d3 = 0 \\ d3 - d4 = 0 \\ d4 - d5 = 0 \\ \dots \end{cases} \quad (3-12)$$

整理公式 3-12 为矩阵的形式可以得到：

$$S_{n \times 3} \begin{bmatrix} o_x \\ o_y \\ o_z \end{bmatrix} = t_{n \times 1} \quad (3-13)$$

所以通过对矩阵  $S_{n \times 3}$  进行 SVD 分解[35]，得到其最小的特征值所对应的特征向量作为转轴中心点的解  $[O_x, O_y, O_z]^T$

最后对得到的点云中心点和转轴方向进行一次优化：

$$\min \sum_{i \neq j} |d_i - d_j| \quad s.t. \quad O = O_{init} \quad (3-14)$$

当摄像机和投影仪都已经标定好了之后，接下需要完成就是利用标定好的转轴中心和转轴方向对点云进行配准。假设在转台的第一个位置获得的点云为

$$P_{3 \times n} = \begin{bmatrix} x_1, x_2 \dots \\ y_1, y_2 \dots \\ z_1, z_2 \dots \end{bmatrix} \text{通过控制转台旋转 } \theta \text{ 角度之后获得另外一个点云文件 } Q_{3 \times n} = \begin{bmatrix} x'_1, x'_2 \dots \\ y'_1, y'_2 \dots \\ z'_1, z'_2 \dots \end{bmatrix}$$

为了方便最后的实现，这里采用的是 MATLAB 的 *Rodrigues* 函数来实现点云文件的配准：

$$Q_{3 \times n} = \text{rodrigues} \cdot \left( \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \cdot \theta \right) \cdot \left( P_{3 \times n} - \begin{bmatrix} o_x \\ o_y \\ o_z \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} o_x \\ o_y \\ o_z \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

### 3.2.1 基于斜平面的转台标定

基于 L 型的平面的转台标定算法要求必须存在一个标准的 L 型平面，通过利用平面与转台与转台垂直的特性来方便的求的转轴的方向。经常情况下平面比较容易找到而 L 型的平面却不是很容易。所以本小节提出了一个利用斜平面的转台标定算法。如图 3.5 所示，通过将平面  $\pi$  放置大约使得  $\theta = \frac{\pi}{4}$  的位置。那么通过旋转转台获得的平面都是以平面与转轴的交点  $O_1$  为锥顶的一个圆锥的切平面。

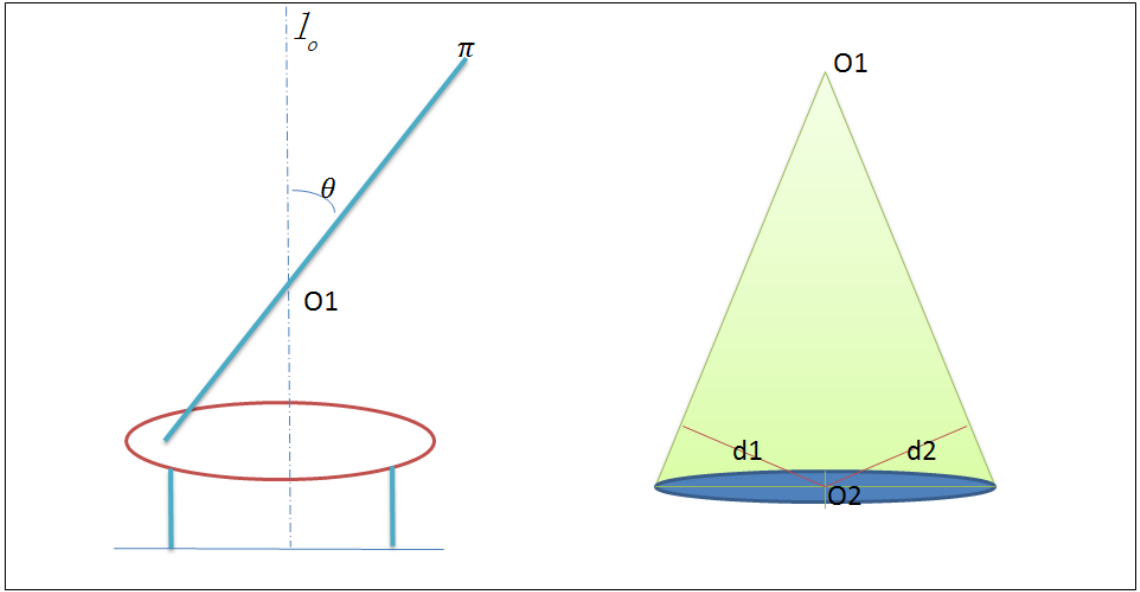


图 3.5 转台标定示意图

所以基于这个性质首先利用最小二乘法同样得到拟合的平面为：

$$A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0 \quad (3-16)$$

，因为每个平面都通过  $O_1$  所以通过联立得到的  $N$  个平面

$$\begin{cases} A_1 O_1 x + B_1 O_1 y + C_1 O_1 z + D_1 = 0 \\ \vdots \\ A_n O_1 x + B_n O_1 y + C_n O_1 z + D_n = 0 \end{cases} \quad (3-17)$$

同样可以公式 3-17 整理得到矩阵的形式采用如公式 3-12 的处理方法采用 SVD 分解

得到转轴的中心点  $O_1 = \begin{bmatrix} o_1 x \\ o_1 y \\ o_1 z \end{bmatrix}$ ，那么如图 3.5 所示的对点  $O_2$  与点  $O_1$  构成的向量即是转轴的

方向  $\vec{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}$ ，所以有公式：

$$\frac{O_2 X - O_1 X}{n_x} = \frac{O_2 Y - O_1 Y}{n_y} = \frac{O_2 Z - O_1 Z}{n_z} = \lambda \quad (3-18)$$

根据圆锥的几何性质可以知道  $O_2$  到每个切平面的距离相等所以有：

$$d_i = \frac{\left| (\lambda n_x + o_1 x) \cdot A_i + (\lambda n_y + o_1 y) \cdot B_i + (\lambda n_z + o_1 z) \cdot C_i + D_i \right|}{\sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}} \quad (3-19)$$

采用与公式 3-12 同样的形式转化为矩阵的形式利用 SVD 分解可以求得最后的转轴方向。

### 3.3 基于转台的配准实验

首先将图 3.2 所示的 L 型的平面放在转台上，通过旋转转台 8 次从而得到 9 个点云文件，首先通过对点云文件进行去噪的预处理之后，利用最小二乘法可以拟合平面点云的具体示意图如图 3.6 所示。

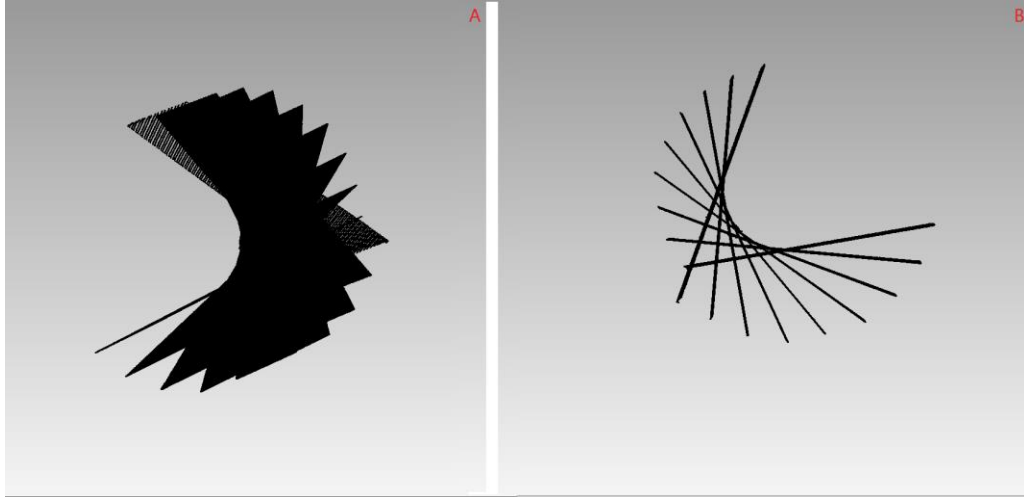


图 3.6 旋转转台获得的点云的不同视角的示意图

通过重建了一个富含细节度的石膏像，对转台标定算法的精度一个可视化的描述。如图 3.7 左边所示是重建和配准的石膏像，可以看的到其头发和衣领上都是细节度非常丰富的地方。如果转轴的计算不够精确的话，其最终的显示配准效果将会很差。图 3.7 右边是利用公式 3-15 配准好的两个点云文件的示意图。



图 3.7 用来重建的富细节度的石膏像和配准的点云文件

为了更好的展示转轴的精确配准效果，通过旋转转台六次，对获得的六个点云文件进行了配准。图 3.8 显示配准之后，石膏像在不同角度的配准效果图。

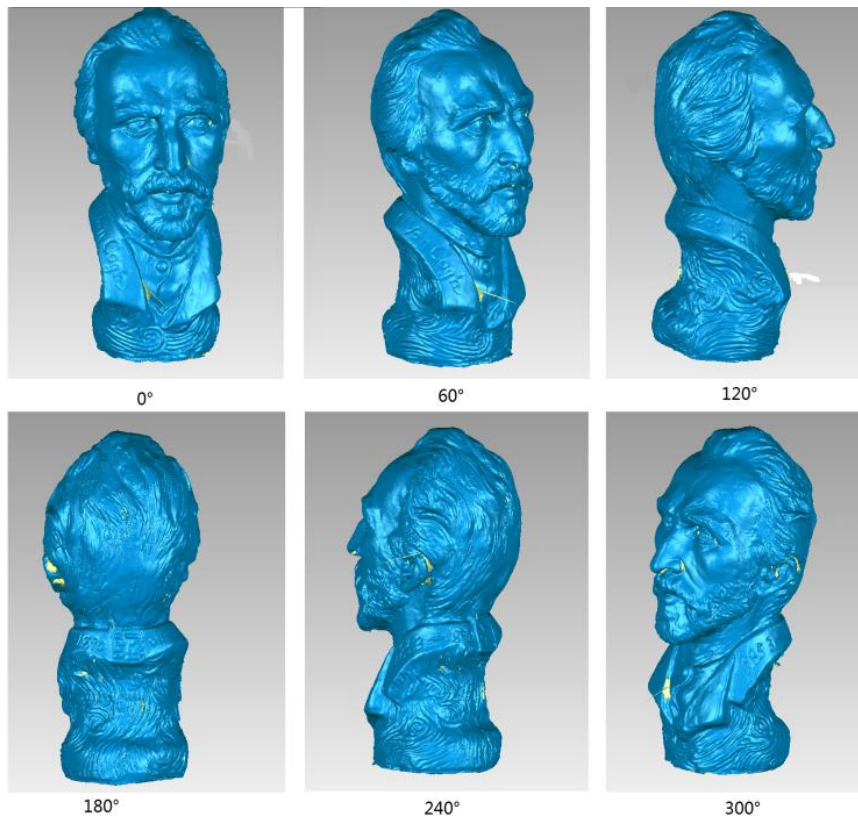


图 3.8 不同角度的配准效果图

对石膏像纹理细节部分的配准效果可以直接作为评判算法的一个标准，可以看到如图 3.9 所示的细节部分都得到了清晰的显示。



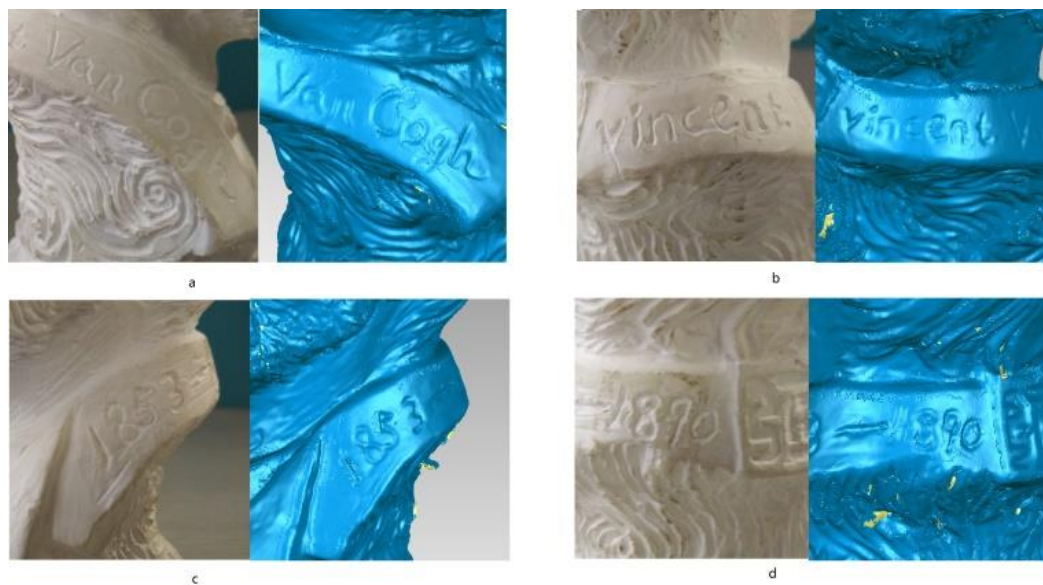


图 3.9 石膏像的细节部位配准效果图

最后重建了其他的一些石膏像作为算法精度的一个新的佐证。

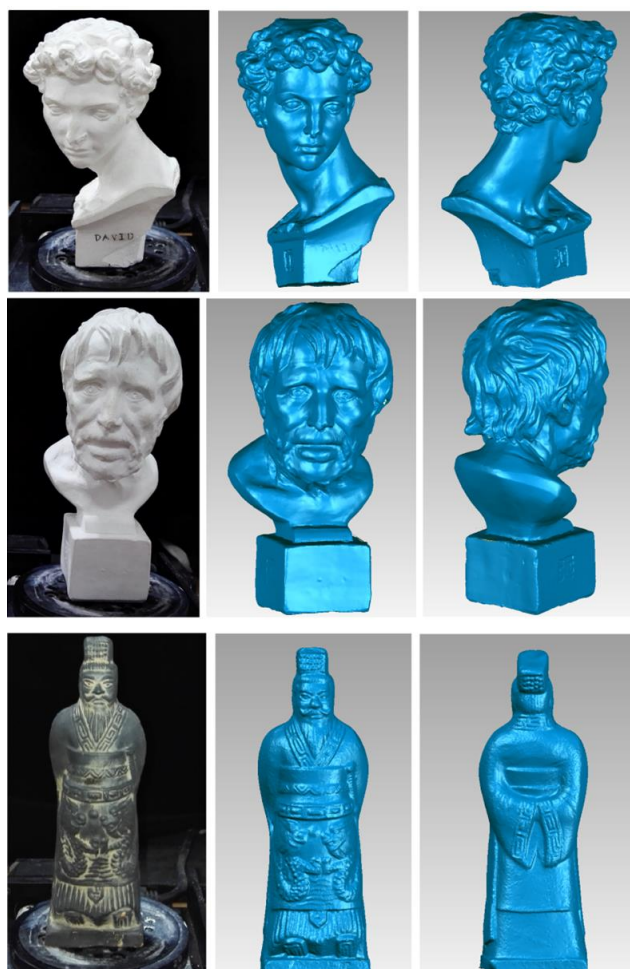


图 3.10 不同石膏像的配准效果



## 第四章 点云的融合、重建

通过上述的工作可以获得一个高精度的点云文件，接下来的主要工作对点云进行后期处理，使得点云文件得到可视化的展示。人观察物体往往先注重形体和纹理，所以本文的工作也主要是在这两个方面，形体方面通过对噪声点去除、平滑点云到网格重建；而纹理方面则是对不同的环境下获得点云文件进行融合之后形成统一光照的点云。

### 4.1 点云的滤波

上述的章节的目的都是为了获得精确的三维信息和精确配准效果，但是由于结构光系统的本身设备精度的问题、工作环境的影响（结构光系统比较受到光照环境的影响）、重建物体的材质影响（反光或者透明物体等重建效果一般不是理想）、结构光算法（空间编码和时间编码的模板都很可能受到物体纹理的影响）等因素的影响，获得的点云文件不可避免的还是存在一定程度上的噪声点。在本小节当中滤波重采样可以完成对点云文件的噪声点和离群点进行去除；对孔洞进行修复；点云重采样可以实现点云文件的数据压缩。点云的滤波工作直接影响着后续的配准（采用转台的配准算法不在此影响之列），特征点的提取，网格重建，可视化等工作。

首先如图 4.1 所示，左边是一个不带颜色的点云文件，右边是一个带颜色的点云文件。可以看的出图中的点云存在以下几个问题：

1. 点云的法向量逃离摄像机光心（即没有正对摄像机）时候，可能引起的孔洞问题，在利用转台系统的扫描当中，如果转台的旋转角度过大，就有可能在点云的配准过程当中存在孔洞。
2. 由于点云纹理或者光照问题引起的结构光系统的重建误差等都可能引起点云文件存在一些离群点。图 4.1 右边可明显见存在许多的离群点。
3. 由于摄像机畸变对点云文件的重建影响，如图 2.13 重建的平面度的误差分布图可以知道，重建在距离图像中心越远的地方越大。所以在结构光系统标定的章节中，提到尽量使得摄像机、投影仪的视野中心 与转轴中心重合。所以重建的点云当中存在误差分布不均的问题。



图 4.1 获得的初始点云文件

本小节首先介绍基于高斯的点云去噪，其次利用离群点去除算法来去除离群点。

**高斯滤波：** 高斯滤波是一种根据高斯函数来进行权值选择的滤波器。高斯滤波器对于抑制符合高斯分布的噪声有显著的效果，所以高斯滤波器相当一个低通滤波器可以使得处理之后的点云更加的平滑。

高斯的多维分布函数为：

$$\varphi(x | \mu, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2}} \cdot \frac{1}{|\Sigma|^{1/2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x - \mu)^T \Sigma^{-1} (x - \mu) \right\} \quad (4-1)$$

其中：

$D$  表示的是高斯函数的维数，在一般的点云处理当中  $D = 3$ ，但是如果考虑了带颜色的点云时候  $D = 6$ ；其中向量  $\mu$  代表的是其期望值； $\Sigma$  表示的是一个协方差矩阵  $\Sigma = E[(x - \mu) \cdot (x - \mu)^T]$ ， $|\Sigma|$  代表的则是协方差矩阵的行列式计算结果。

在高斯函数当中  $\Sigma$  值决定了高斯函数的形状。

在点云的高斯滤波当中，是通过对输入的点云以及点云周边的点进行处理得到的，所以在针对点云进行滤波时候需要设置一个阈值来限定点云的查找空间，在通过对协方差矩阵的设定来对点云进行高斯滤波。

在点云的处理当中经常被使用是 PCL 点云库。在 PCL 点云库当中包含有滤波类其中类 GaussianKernel 和类 GaussianKernelRGB 分别实现了对普通点云和带颜色的点云进行高斯滤波的处理。在 PCL 点云库中的高斯滤波是通过将点云文件在不同的维度上采用单维度的高斯函数进行滤波的，通过设置方差  $\sigma$  和阈值进行实现的。

**离群点去除：** 离群点的出现和图像中椒盐噪声存在都是一个很突兀的存在，但是不同的是图像中的椒盐噪声一般采用的是中值滤波的方法就可以很好的去除。点云文件中离群点的去除却不是采用中值滤波。点云当中的离群点去除是通过点与其邻接点之间的距离关系来进行判断的。

假设空间点  $p$  与其相邻的  $n$  个邻接的点构成的点云集  $C_n$ ，那么可以计算得到点云集  $C_n$  中点之间的距离的期望为： $\mu$ ，标准差为： $\delta$ 。

离群点就是与  $n$  个的邻接点的距离都大于阈值  $\mu + \lambda\delta$  的点，具体可以通过下述的公式进行判断：

$$\left( \sum_{p_i \in C_n} \text{sgn} \left( d(p, p_i) - (\mu + \lambda\delta) \right) \right) - n = \begin{cases} 0 & \text{离群点} \\ else & \text{不是离群点} \end{cases} \quad (4-2)$$

在 PCL 点云库当中类 `StatisticalOutlierRemoval` 实现了这个功能，该类需要手动设置公式 4-2 当中的邻接点的个数  $n$ ，与标准差前的系数因子  $\lambda$ 。

图 4.2 展示通过高斯滤波与离群点去除之后效果图。左边是初始的点云图，右边是通过滤波处理之后的点云；可以看出右边的点云有明显的提高。



图 4.2 滤波前后的点云对比

## 4.2 点云的融合

在通过上述处理之后的点云文件虽然在平滑度和离群点上表现良好，但是依然存在不足，所以还需要对点云进行融合操作。

如图 4.3 所示左边部分是重建的平面的平面误差，而右边是摄像机的径向畸变的示意图。可以看得出重建的平面误差在边角的地方很大，同样的摄像机的畸变在图像的边角部分也相对较大。

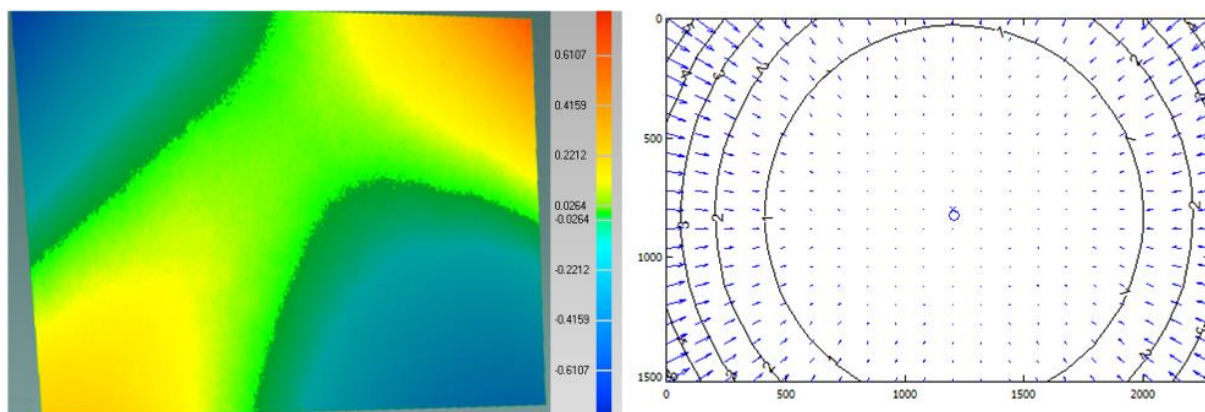


图 4.3 点云的平面误差图

在基于以上的基础, 本文对融合的实现的的第一步是对点云进行裁剪操作, 通过控制转台的旋转角度, 可以获得具有不同叠加比例的点云文件。如图 4.4 所示, 由于实际当中摄像机的光心  $O$  到转轴中心线  $l_o$  的距离一般比物体的宽度要大的多, 所以经过大约三次就可以得到一个完整的点云。但是为了获得较高的叠加比例的点云文件, 所以在本文当中, 设置的转台的旋转角度为  $\frac{\pi}{6}$ , 通过旋转转台 12 次就可以获得物体的完整点云文件。在本文的实验当中, 对  $\theta$  设定一个阈值  $th$ , 对  $\theta > th$  部分的点云进行剔除, 在本文当中采用的是  $th = 20^\circ$ 。

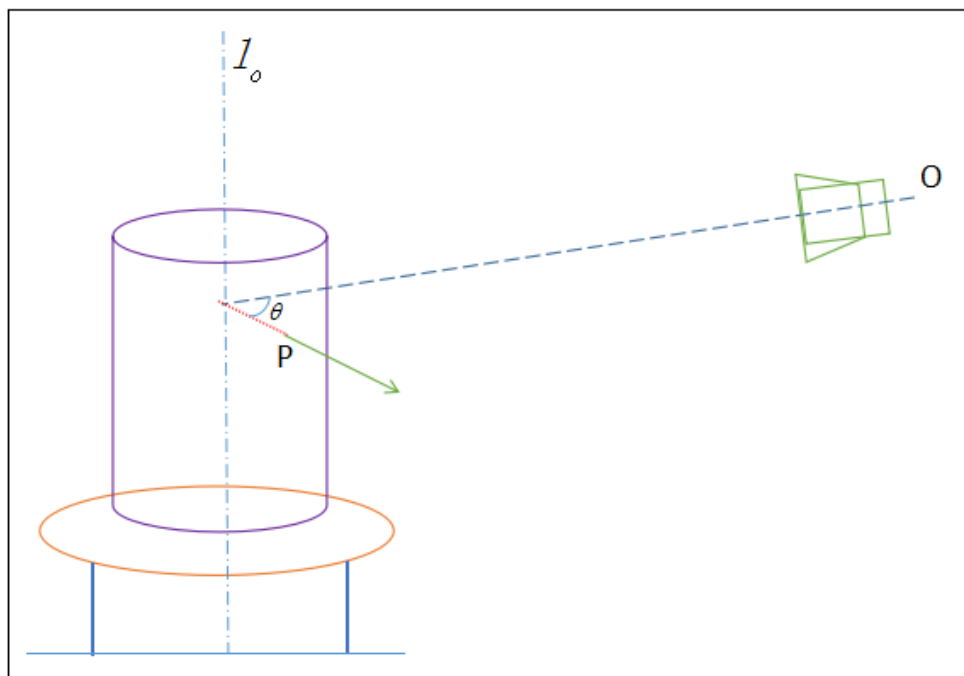


图 4.4 点云裁剪示意图

在裁切了点云文件之后, 虽然远离图像中心部分误差比较大的点云被去除了, 但是点云的法向和转轴中心与光心的组成的平面的夹角过大时候, 这些点云同样不是很理想的。图 4.5 给出了一个直观的解释可以知道的成像平面  $\pi$  上的  $d$  个像素可以表示的长

度为  $d1$  和长度为  $d2$  的长度，明显  $d1 < d2$ ，所以在点云的法向量和光心与转轴构成的平面夹角比较小的时候，能得到更清晰的展示（更多的像素点的描述）。

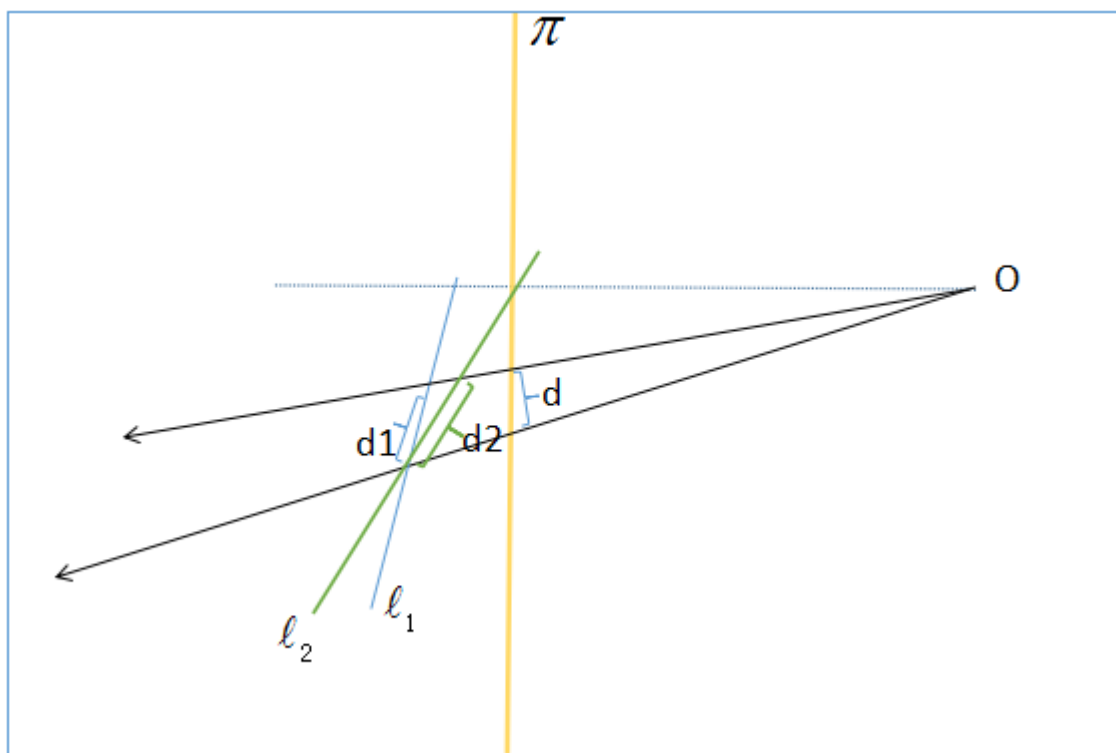


图 4.5 点云的法向与光心和转轴构成平面的夹角对重建的影响

### 4.3 纹理融合

在对点云进行了滤波和融合之后获取到的点云文件，其三维空间信息都比较理想；但是在颜色纹理上却没有做任何的工作，所以在本章节当中，将对获得的带颜色的点云进行处理，将颜色纹理融合到一个统一的光照环境下。

在采用结构光系统当中彩色的点云文件比较容易获取，这是因为结构光系统的在重建时候是对摄像机上的每个像素点查找其对应的投影仪坐标，利用三角原理重建出该像素点的三维信息；通过对摄像机开启彩色模式，在拍摄完投影仪投射的编码图案之后，在拍取一张正常光照下的图片用来将其彩色信息记录到像素对应的三维空间点上。

由于物体本身的形状，外界的环境等原因都可能会造成利用摄像机获取的不同图片不是处在同一个光照模型下；但是构造一个均匀的光照环境又比较困难，而且均匀光照环境下同样不能解决物体法向带来的光照的亮度不一致的问题。所以针对上述问题，本节对点云的纹理融合进行了基于法向的颜色处理和颜色的亮度中值滤波两个步骤。

**基于法向的颜色处理：**首先利用计算机图形学的只是可以知道空间任何一个点的亮度值都可以表达为：

$$I = k_a I_a + \sum_p k_d (L \cdot N) I_p + \sum_p k_r \left( (2(L \cdot N)N - L) \cdot V \right)^n I \quad (4-3)$$

其中:

$L$  代表点光源到点的向量

$N$  代表表面点的法向量

$V$  代表点到观察者的向量

$I_a$  ,  $I_p$  分别代表环境光照强度和点光源的强度

$k_a$  ,  $k_d$  ,  $k_s$  分别代表的环境光、漫反射、镜面反射的系数。

$n$  代表的是镜面反射系数。

在本文当中对反射的光照进行了忽略, 所以公式 4-3 可以简化为:

$$I = k_a I_a + \sum_p k_d (L \cdot N) I_p \quad (4-4)$$

基于公式 4-4, 我们的点云融合算法首先估算出整个点云文件的亮度值的均值  $\bar{I}$  , 然后通过对每个点云文件中的点的初始亮度值  $I_i$  , 进行如下的计算得到新的亮度值。

$$I = I_i + \lambda (I_i - \bar{I}) \arccos \theta \quad (4-5)$$

其中:

$\theta$  表示的是该点的法向量与光心-点构成向量的角度。需要注意的此处进行点云的颜色融合需要在未进行转轴配准之前进行的。

**颜色亮度的中值滤波:** 通过上述的融合之后单个点云文件的颜色效果能得到很好的展示, 但是由于最后需要对多个点云文件进行配准的。所以此处采用亮度的中值滤波的方法来对颜色进行融合。首先对点云文件进行配准, 针对点  $P$  首先找到其最近邻的  $K$  个临近点; 将点  $P$  以及  $K$  个最近邻点的  $RGB$  空间转化为  $HSV$  空间, 通过对这  $K+1$  的亮度值  $V$  进行排序, 取亮度值  $V$  的中位数代表的  $RGB$  作为点  $P$  的  $RGB$  信息。

图 4.6 给出了点云融合前后的对比图, 可以未处理的点云文件存在亮度不一致, 还有噪声点等特点, 但是在经过融合算法之后可以看的到不管在形态还是亮度纹理上都有很大的改善。





图 4.6 融合前后的点云对比图

#### 4.4 曲面重建

曲面重建技术在游戏电影、虚拟现实、医疗技术等方面都得到了广泛的使用。在游戏电影行业有些模型，是通过扫描设备获取得到其三维点云之后，利用曲面重建技术重建为其所需要的网格模型；虚拟现实技术当中利用虚拟现实设备给人眼呈现的一般都是利用曲面重建技术重建之后的网格文件。而曲面重建技术又可以分为两大类：插值法和逼近法。插值法的曲面重建完全是基于原始的点云数据来进行的；而逼近法则是利用曲面片来逼近原始的点云数据来获得曲面文件。

在数学上曲面的表示方法有显示和隐式两种方法。显示的曲面表达方法：

$$S = \{x(u) : u \in U\} \quad (4.6)$$

而隐式的曲面表达式则表达为：

$$S = \{p \in IR^3 : f(p) = \lambda\} \quad (4.7)$$

隐式的曲面也常常被称为分水岭曲面，因为根据公式 4.7 可以将点云分为  $f(p) > \lambda$  和  $f(p) < \lambda$  两个部分，所以许多基于等值面的算法都是通过构造一个和等值面  $S = \{p \in IR^3 : f(p) = 0\}$  的多边形网格来实现的。1991 年 DOI A 和 KOIDE A

提出的移动立方算法（tetrahedral grids Algorithm）[36]的基本思想即使通过查找出所有与等值面相交的体素，在分别的找出等值面与每个体素的相交的面片，将这些连在一起就构成了要求的等值曲面。

在本文当中采用的是贪婪投影三角化的算法（Greedy Projection Triangulation）[37]的算法对离散点云文件进行网格重建。在介绍该算法之前首先需要介绍一下 voronoi 图和 Delaunay 三角形的概念。

Voronoi 图是对平面内的离散点而言的。通过连接相邻的两个点的垂直平分线得到的多边形组成的，它将平面分成多个区域每个区域内只有一个点。具体如图 4.7 所示，其中黑色的 voronoi 图就是通过垂直平分红色的相邻的离散点的连线而构成的。

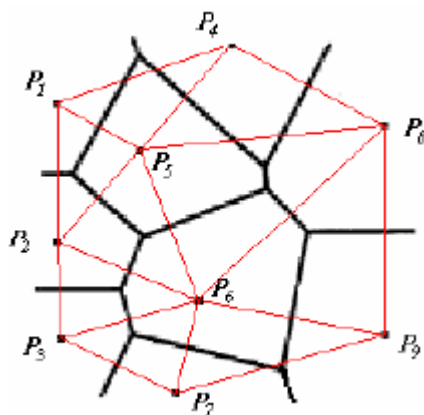


图 4.7 voronoi 生成示意图

贪婪投影三角化的算法首先通过点云的法向将空间点投射到一个平面上，然后对投影得到的点云进行平面内的三角化，从而得知每个点之间是否存在连接。最后利用基于 Delaunay 的空间区域的增长算法来生成网格。其中 Delaunay 空间增长算法采用的是 Bowyer 于 1981 年提出的 Bowyer 算法[38]，算法通过不断修正构成 Voronoi 图来得到最后的网格文件。

在本文当中因为采用的是彩色的纹理重建所以网格重建过程当中，三角形当中的任何一个点的颜色通过采用插值的方法获得。

图 4.8 展示了重建的一个工具过程从离散点云到网格的一个过程。

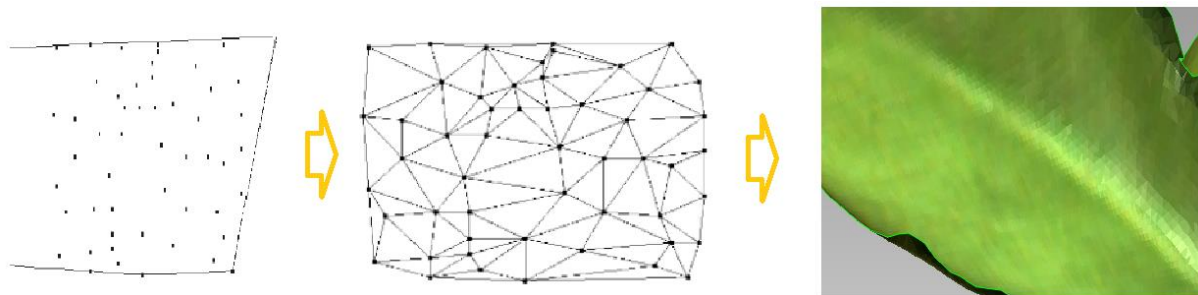


图 4.8 点云的网格重建过程



## 第五章 结束语

### 5.1 本文工作总结

结构光三维重建技术作为三维重建技术当中最重要的一种重建方法，在医学、机器人、工业等各个行业都得到了广泛的应用。在本文当中主要针对结构光三维重建当中的一些关键性问题进行了深入的研究并且提出了相应的解决办法。除了本文重点讲述的高精度的标定算法，其他的章节提出的算法都可以应用到其他的三维重建技术当中。本文不仅仅限于解决三维重建技术当中的关键问题，对于这些算法都给出了相应的实验对算法进行验证。

本文的主要工作重心偏向于在算法层面解决问题，通过对问题提出相应的解决算法。但是本文对结构光系统三维重建过程中的一些细节问题也给出了相应的描述。特别是关于结构光系统的标定算法该章节当中，对结构光系统标定过程的一些关键问题，技巧都给出了详尽的描述。本文的主要工作主要包括以下几点：

- 1) 详细的描述了结构光系统标定的具体标定过程和算法，通过对结构光系统标定每一个步骤的详细描述；解决了结构光系统标定过程当中经常出现的一些问题。
- 2) 提出了一种多误差的结构光标定算法。通过对传统标定算法优化过程的研究，发现基于高斯误差模型的 2D 的重投影误差在很多时候，不能精确的反应最后的重建结果。所以本文提出了一种基于长度、角度、平面度误差的多误差模型的算法。该算法通过优化多误差的能量方程来得到精确的标定参数；
- 3) 提出了两种转台标定的算法。转轴的标定是基于转台的配准的关键，本文不同于传统的基于标记点的转台标定算法。本文提出了利用一个简单平面进行标定的算法。该算法明显优于基于标记点的方法，因为基于标记点的算法的精度很大程度依赖于标记点的提取，而本文提出的算法是利用整个拟合的平面对转轴的标定，所以算法具有高鲁棒性、高精度的优点。；
- 4) 针对点云的后期处理提出了相应的解决算法并给与实验验证。由于设备的问题、实验环境等因素的影响获取到的点云都不可避免的存在一些问题。所以本文首先利用传统的滤波算法对点云进行去噪；之后针对转台系统的特殊性提出了针对点云的三维信息和颜色的融合算法。最后对点云文件生成网格文件。；

### 5.2 研究展望

本论文完整的描述了基于结构光的三维重建的整个流程，对于基于结构光的三维重建过程当中出现的关键问题都给出了详细的描述。由于系统庞大和时间问题，本文在一

些还是有待改进的:

- 1) 在多误差的标定算法当中, 优化方法采用的是 MATLAB 的 `fminsearch`。该函数虽然表现还是比较优越, 但是还是有待改进;
- 2) 由于时间仓促本文在点云为曲面重建做的工作相对比较少, 所以采用的多是前人的算法, 转台系统可以获得的点云数量很大, 在点云稀疏上没有做相关的工作;
- 3) 本文对结构光的时间编码和空间编码算法方面没有做太多的描述, 希望将来能在这方面做一些工作使得整个工作更加的系统化。

## 参考文献

- [1] Lanman, D., & Taubin, G., Build your own 3D scanner: 3D photography for beginners. In *ACM SIGGRAPH 2009 Courses*, pp. 8, 2009.
- [2] Agarwal S, Furukawa Y, Snavely N, et al. Building Rome in a day[J]. *Defense at & L*, 2015, 54(10):72 - 79.
- [3] G. Sansoni, M. Carocci and R. Rodella, "Calibration and performance evaluation of a 3-D imaging sensor based on the projection of structured light," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 49, no.3, pp. 628-636, 2000.
- [4] A. Walch and C. Eitzinger, "A combined calibration of 2D and 3D sensors - A novel calibration for laser triangulation sensors based on point correspondences," *International Joint Conference on Computer Vision, Imaging and Computer Graphics Theory and Applications*, vol. 1, pp. 89-95, 2014.
- [5] N. Bird and N. Papanikolopoulos, "Optimal image-based euclidean calibration of structured light systems in general scenes," *IEEE Trans. on Automation Science and Engineering*, vol. 8, no.4, pp. 815-823, 2011.
- [6] A.B. Hamadou, C. Soussen, C. Daul, W. Blondel, and D. Wolf, "Flexible calibration of structured-light systems projecting point patterns," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 117, no. 10, pp. 1468-1481, 2013.
- [7] F. Sadlo and T. Weyrich, "A practical structured light acquisition system for point-based geometry and texture," *Eurographics Symp. Point-Based Graph.*, pp. 89-98, 2005.
- [8] Z. Song and R. Chung, "Use of LCD panel for calibrating structured light-based range sensing system," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 57, no. 11, pp. 2623-2630, 2008.
- [9] S. Zhang and P. S. Huang, "Novel method for structured light system calibration," *Optical Engineering*, vol. 45, no. 8, p. 083601, 2006.
- [10] X. Jia, Z. Zhang, F. Cao and D. Zeng, "Model and error analysis for coded structured light measurement system," *Optical Engineering*, vol. 49, no. 12, p.123603, 2011.
- [11] M. Kimura, M. Mochimaru and T. Kanade, "Projector calibration using arbitrary planes and calibrated camera," *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 1-2, 2007.
- [12] Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[J]. Cambridge University Press, 2006, 30(9-10):1865 - 1872.
- [13] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22, no. 11, pp. 1330-1334, 2000.
- [14] M. Ribo and M. Brandner, "State of the art on vision-based structured light systems for 3D measurements," *International Workshop on Robotic and Sensor Environments*, pp. 2-6, 2005
- [15] R. Legarda-Sáenz, T. Bothe and W.P. Jüptner, "Accurate procedure for the calibration of a structured light system," *Optical Engineering*, vol. 43, no. 2, pp. 464-471, 2004.

- [16] W. Gao, L. Wang and Z. Hu, "Flexible method for structured light system calibration," *Optical Engineering*, vol. 47, no. 8, p. 083602, 2008.
- [17] B. Li, N. Karpinsky and S. Zhang, "Novel calibration method for structured-light system with an out-of-focus projector," *Applied Optics*, vol. 53, no. 16, pp. 3415-3426, 2014
- [18] X. Chen, J. Xi, Y. Jin, and J. Sun, "Accurate calibration for a camera-projector measurement system based on structured light projection," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 47, no. 3-4, pp. 310-319, 2009.
- [19] S. Yamazaki, M. Mochimaru, and T. Kanade, "Simultaneous self-calibration of a projector and a camera using structured light," *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 60-67, 2011.
- [20] Y. Yin, X. Peng, A. Li, X. Liu and B.Z. Gao, "Calibration of fringe projection profilometry with bundle adjustment strategy," *Optics Letters*, vol. 37, pp. 542-544, 2012
- [21] D. Han, A. Chimienti and G. Menga, "Improving calibration accuracy of structured light systems using plane-based residual error compensation," *Optical Engineering*, vol. 52, p. 104106, 2013
- [22] Sadlo, F., Weyrich, T., Peikert, R., & Gross, M. (2005, June). A practical structured light acquisition system for point-based geometry and texture. In *Point-Based Graphics*, 2005. Eurographics/IEEE VGTC Symposium Proceedings (pp. 89-145). IEEE.
- [23] Gao, W., Wang, L., & Hu, Z. (2008). Flexible method for structured light system calibration. *Optical Engineering*, 47(8), 083602-083602.
- [24] J.Y. Bouguet, "Matlab camera calibration toolbox," [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/index.html](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/index.html), 2013.
- [25] J.Y. Bouguet, "Visual methods for three-dimensional modeling," Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, pp.107-110, 1999.
- [26] G. Falcao, N. Hurtos, J. Massich, D. Fofi, "Projector-camera calibration toolbox," <http://code.google.com/p/procamcalib>, 2009.
- [27] D. Aiger, M. J. Niloy, D. Cohen-Or: 4-Points Congruent Sets for Robust Pairwise Surface Registration, *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2008, 27(3): 85-94.
- [28] P. Besl, N. McKay: A Method for Registration of 3-D Shapes, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(2): 239-256.
- [29] G. Turk, M. Levoy: Zippered Polygon Meshes from Range Images, *Proceedings of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, 1994, 311-318.
- [30] T. Masuda, K. Sakaue, and N. Yokoya: Registration and Integration of Multiple Range Images for 3-D Model Construction, *Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition*, 1996, 1:879-883.
- [31] G. Godin, M. Rioux, and R. Baribeau: Three-dimensional Registration Using Range and Intensity Information, *Proceedings of SPIE: Videometrics III*, 1994, 2350: 279-290.
- [32] S. Park and M. Subbarao, "A multiview 3D modeling system based on stereo vision techniques," *Machine Vision and Applications*, vol. 16, no.3, pp.148-156, 2005.

- 
- [33] F. Sadlo, T. Weyrich, R. Peikert, and M. Gross, "A practical structured light acquisition system for point-based geometry and texture," IEEE VGTC Symp. on Point-Based Graphics, pp. 89-145, 2005.
  - [34] J. Li, M. Chen, X. Jin, Y. Chen, Z. Dai, Z. Ou, and Q. Tang, "Calibration of a multiple axes 3-D laser scanning system consisting of robot, portable laser scanner and turntable," International Journal for Light and Electron Optics, vol. 122, no.4, pp.324 -329, 2011.
  - [35] D. Kalman, "A singularly valuable decomposition: The SVD of a matrix," College Math Journal, vol. 27, no.1, pp. 2-23, 1996.
  - [36] Koide A, Doi A, Kajioka K. Polyhedral approximation approach to molecular orbital graphics[J]. Journal of Molecular Graphics, 1986, 4(3):149-155.
  - [37] Freimann R, Philipps J. Projection illumination system: US, US 8228485 B2[P]. 2012.
  - [38] Rae D ., Bowyer R C, Wharton R Q. Inflammatory mediators in acute pancreatitis.[J]. Journal of Pathology, 2000, 190(2):117–125.
  - [39] Song, Z., & Chung, C. R., Determining both surface position and orientation in structured-light-based sensing. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 32(10), pp. 1770-1780, 2010.
  - [40] M. Gupta, A.K. Agrawal, A. Veeraraghavan and S.G. Narasimhan, "A practical approach to 3D scanning in the presence of interreflections, subsurface scattering and defocus," International Journal of Computer Vision, vol. 102, no.1-3, pp. 33-55, 2013.
  - [41] A. Kumar, "Computer-vision-based fabric defect detection: A survey," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol.55, no. 1, pp. 348-363, 2008.
  - [42] K. Hansen, J. Pedersen, T. Solund, H. Aanaes and D. Kraft, "A structured light scanner for hyper flexible industrial automation," International Conference on 3D Vision, pp. 401-408, 2014.
  - [43] Kimura, M., Mochimaru, M., & Kanade, T. (2007, June). Projector calibration using arbitrary planes and calibrated camera. In Computer Vision and Pattern Recognition, 2007. CVPR'07. IEEE Conference on (pp. 1-2). IEEE.
  - [44] Tsai, R. Y. (1987). A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses.Robotics and Automation, IEEE Journal of, 3(4), 323-344
  - [45] Jia, X., Zhang, Z., Cao, F., & Zeng, D. (2010). Model and error analysis for coded structured light measurement system. Optical Engineering, 49(12), 123603-123603.
  - [46] Hu, Q., Huang, P. S., Fu, Q., & Chiang, F. P. (2003). Calibration of a three-dimensional shape measurement system. Optical Engineering, 42(2), 487-493.
  - [47] Ferrari, Domenico. Computer systems performance evaluation. Prentice Hall, 1978.
  - [48] J. Salvi, S. Fernandez, T. Pribanic, and X. Llado, "A state of the art in structured light patterns for surface profilometry," Pattern Recognition, vol. 43, no. 8, pp. 2666-2680, 2010.
  - [49] Fattal, R., Lischinski, D., & Werman, M., Gradient domain high dynamic range compression. ACM Transactions on Graphics (TOG). ACM, 21(3), pp. 249-256, 2002.

- [50] Zhang, C., Xu, J., Xi, N., et al., A robust surface coding method for optically challenging objects using structured light. 2014.
- [51] Hai-bin, W. U., Sha-you, T., Hao, C., et al. Calibration of color coupling and color unbalance in coded structured light system. *Chinese Optics*, 4, pp. 1-13, 2013.
- [52] Song, Z., & Ronald, C., Grid point extraction exploiting point symmetry in a pseudo-random color pattern. *Image Processing, 2008. ICIIP 2008. 15th IEEE International Conference on. IEEE*, pp. 1956-1959, 2008.
- [53] Bay, H., Ess, A., Tuytelaars, T., et al., Speeded-up robust features (SURF). *Computer vision and image understanding*, 110(3), pp. 346-359, 2008.
- [54] Jia, X., Zhang, Z., Cao, F., et al., Model and error analysis for coded structured light measurement system. *Optical Engineering*, 49(12), pp. 1-9, 2010.
- [55] Yu, Q., Jia, X., Tao, J., et al. An encoded mini-grid structured light pattern for dynamic scenes. *Advances in Intelligent Computing. Springer Berlin Heidelberg*, pp. 126-135, 2005.

## 致 谢

...

## 作者简介

...