深蓝学院
shenlanxueyuan.com

基于图像的三维模型重建

——点云到网格的重建

主讲人 隋博

课程内容

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

✓三维模型的表述方式

- ✓ 边界表述法
- ✓ 空间划分法

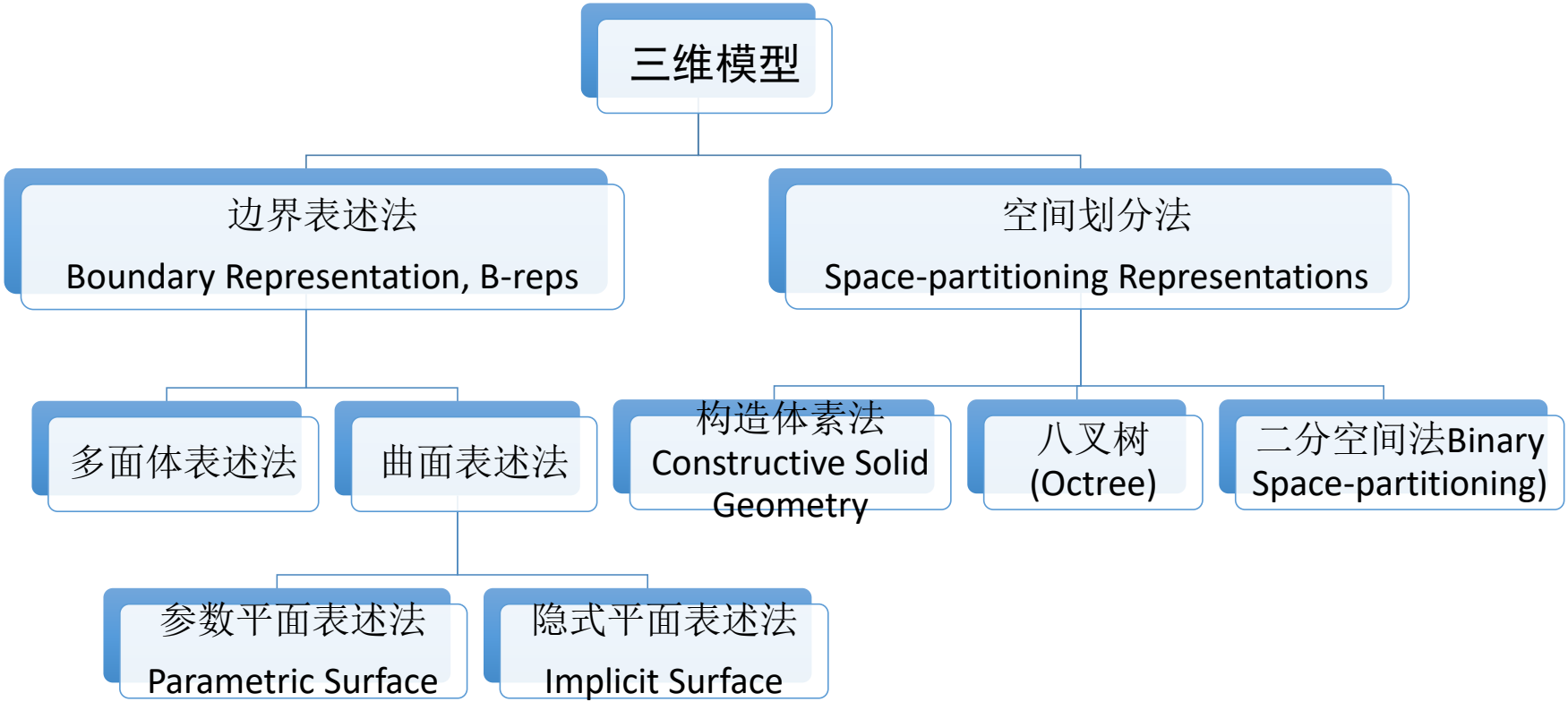
✓ 德劳内三角剖分(Delaunay Triangulation)

- ✓ 空圆特性
- ✓ 德劳内重建算法流程

✓ 基于隐函数的三维模型重建

- ✓ 符号距离场(Signed Distance Field)与隐函数(Implicit Function)
- ✓ 均匀划分(Grid)与八叉树(Octree)
- ✓ Marching Cube算法生成表面网格

三维模型的表述方式

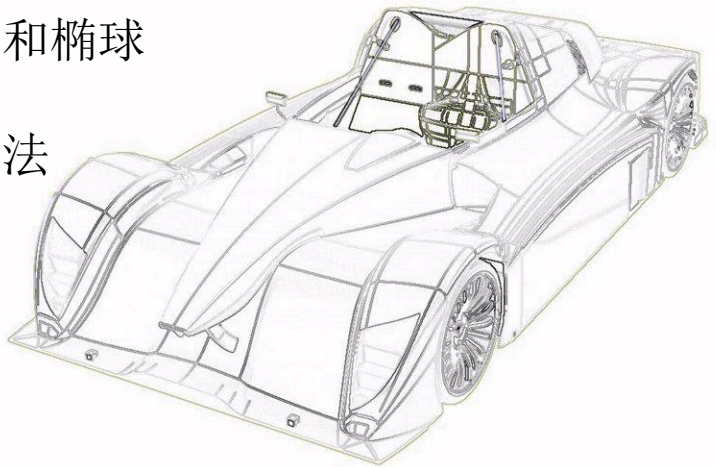


三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

边界表述法(Boundary Representation)

- 将三维物体描述成一组表面，该表面将物体的内部和外部分离开
- 有较多的关于面、边、点及其相互关系的信息，便于对模型进行几何运算和操作
- 可以精确地表示简单规则的物体，例如多面体和椭球
- 可分为基于多面体的表述法和基于曲面的表述法



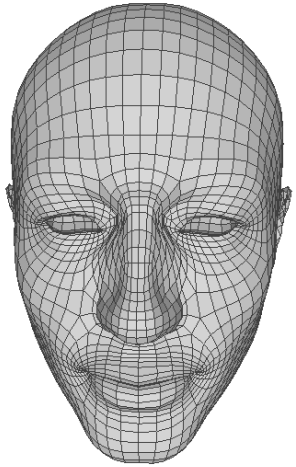
三维模型的表述方式

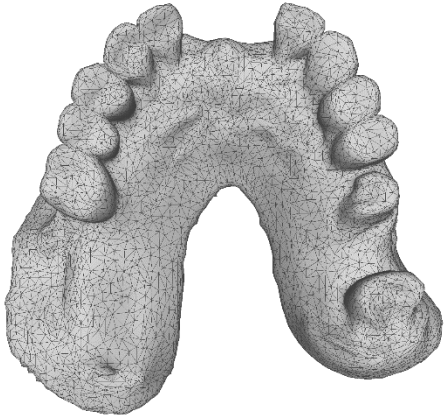
深蓝学院
shenlanxueyuan.com

边界表述法-多面体表述法

将物体表面表述成一组封闭物体空间的多边形，其中最常用的是三角形和四边形，其中三角形表示物体的表面也叫做三角剖分。三角剖分具有以下特性

- 稳定性强
- 能够表示各种形状的三维模型
- 有助于恢复模型的表面细节
- 要求点云稠密且分布均匀



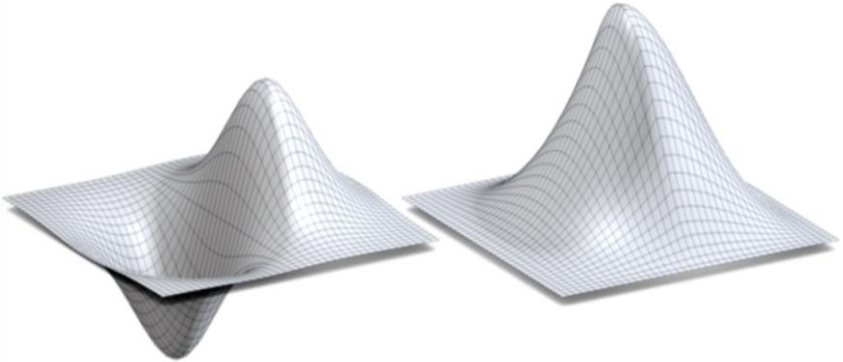


三维模型的表述方式

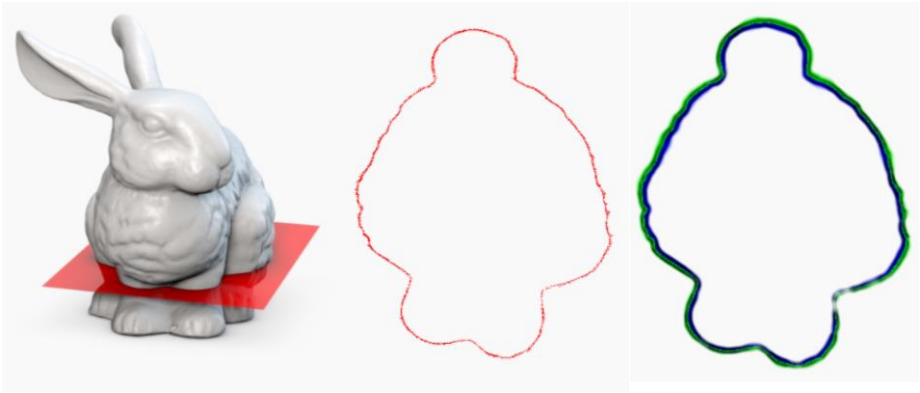
深蓝学院
shenlanxueyuan.com

边界表述法-曲面表述法

将物体表面表述成一组参数或者非参数化的曲面。曲面函数能精确地表示重建的物体模型



参数曲面



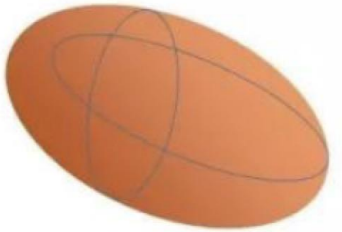
隐式曲面

三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

边界表述法-参数曲面

参数曲面形式为$z = f(x, y)$，常用来表述场景中规则的物体，如球、椭球、圆环等。常用的参数曲面有二次曲面、多项式曲面和样条曲面等。

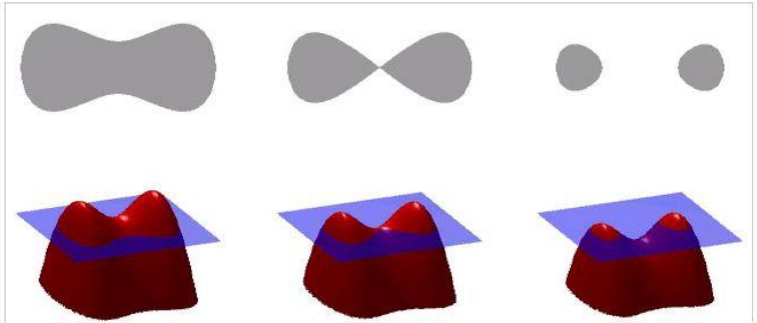



三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

边界表述法-隐式曲面

隐式曲面通过函数$f(x,y,z)$的零水平集，即$\{x,y,z|f(x,y,z)=0\}$所代表的曲面来确定物体表面的空间位置。相比较于参数平面，隐式平面更加灵活，适合描述结构比较复杂的物体。



$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = v|\nabla \varphi|$$

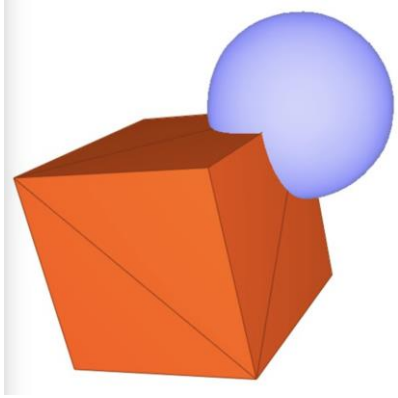
$$\Gamma = \{(x,y) \mid \varphi(x,y) = 0\}$$

三维模型的表述方式

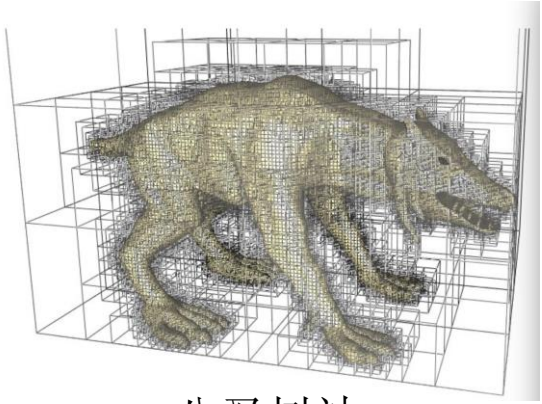
深蓝学院
shenlanxueyuan.com

空间划分法

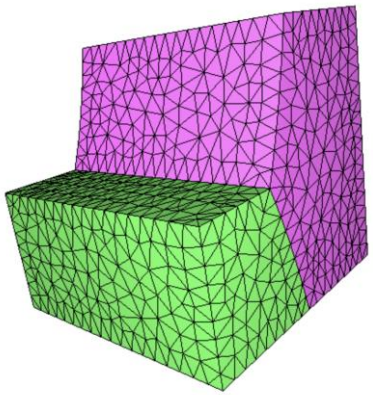
将物体内部的空间划分成细小、不重叠的连续实体来描述物体的形状，常用方法有构造体素法,八叉树法和二分空间法



构造体素法



八叉树法



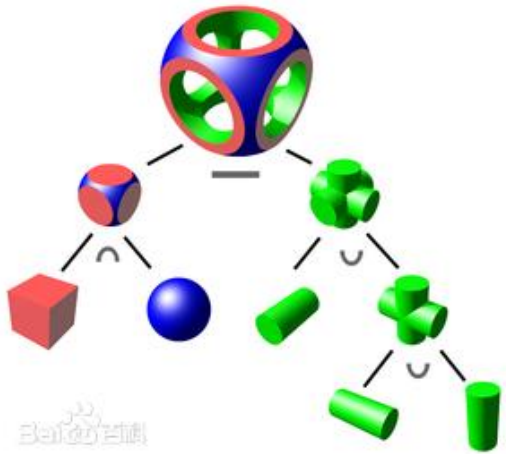
二分空间法

三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

空间划分法-构造体素法

通过对一些基本元素(如四面体、圆柱体、圆锥、球体或者带有样条曲面的刚体)进行加、减、并集和交集等组合运算生成新的物体。



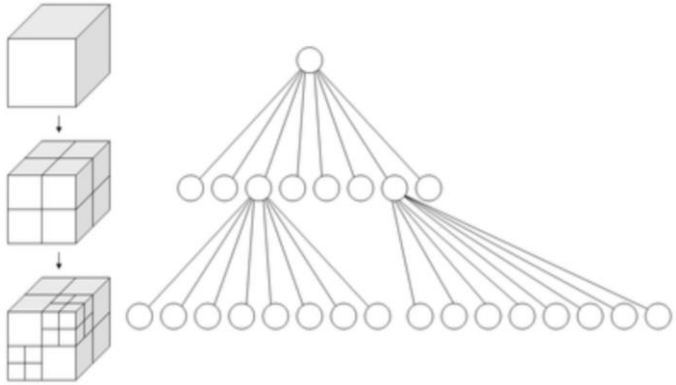
- 操作简单，便于实现
- 只能用来表述结构较为简单的实体，无法用于形状复杂或者表面细节丰富的物体
- 由于信息简单，这种数据结构无法存贮物体最终的详细信息，例如边界、顶点的信息等

三维模型的表述方式

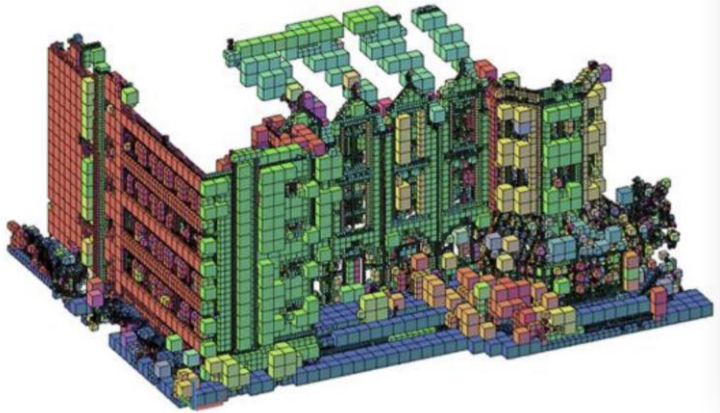
深蓝学院
shenlanxueyuan.com

空间划分法-八叉树法

利用分层的树结构将要表述的物体建造一个树结构，树节点对用空间中一块特定的区域(根节点是包含整个物体的正方体边界区域)。



从根节点开始，包含物体的节点将被均匀地划分成八个字节点。这种迭代进行直到满足终止条件为止

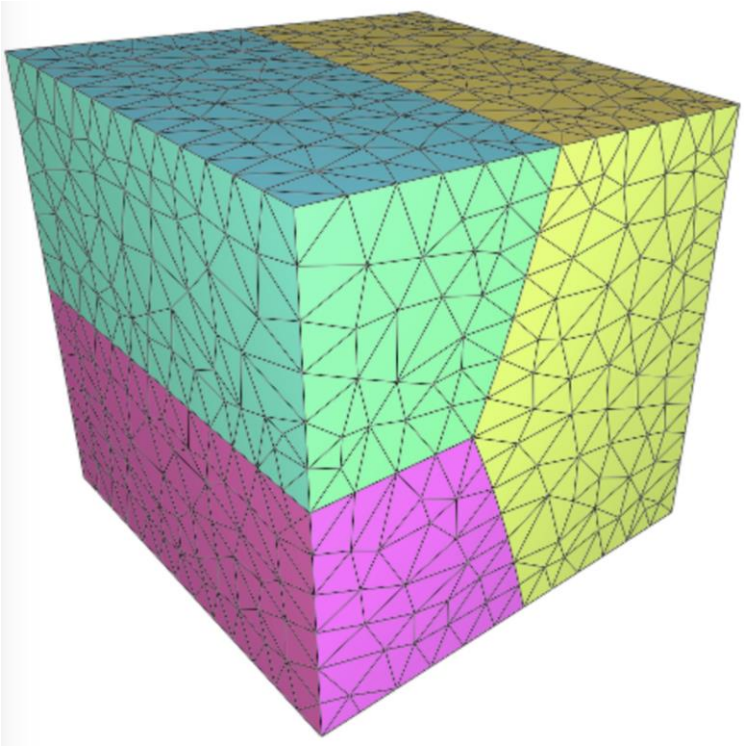


三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

空间划分法-二分空间法

与八叉树结构表述法类似，都是对空间进行逐步划分。不同之处在于二分空间法每一步都将空间划分成两部分，且划分平面的位置和方向根据物体的空间分布随时调整，因此增加了表述的灵活性。



三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

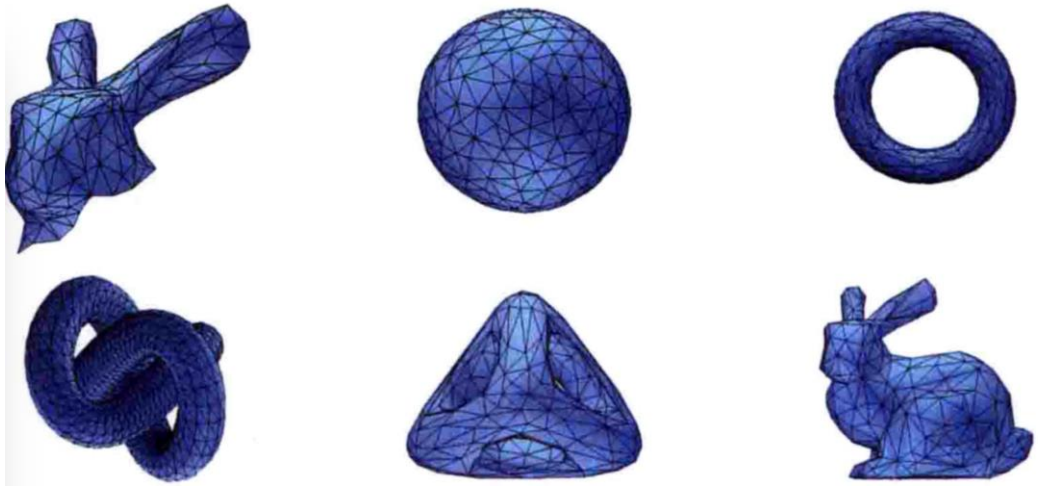
最常用的三维模型表述方式-三角网格

计算机图形学中的三维网格处理
绝大部分都是基于三角网格

三角网格的基本结构：

- 顶点 (Vertex)
- 面片 (Facet)
- 边 (Edge)

点线和面上的各种属性：
颜色(Color), 法向量(Normal),
纹理坐标(Texture Coordinate)



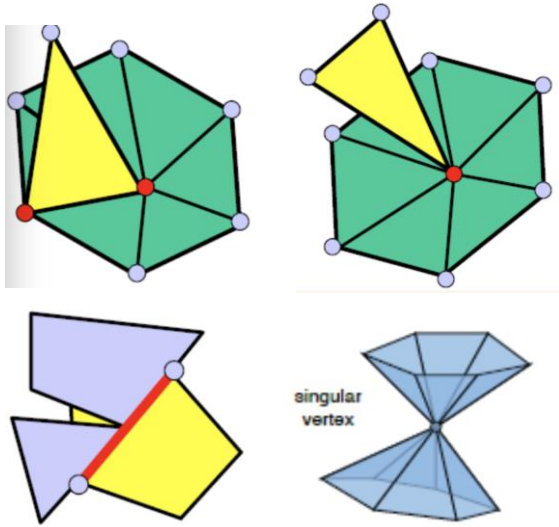
三维模型的表述方式

流形(Manifold Mesh)与非流形(Non-manifold Mesh)

流形的定义：

三角网格曲面中大多数算法是基于流形网格的，
其定义如下：

1）一条边由一个或两个面片共享
2）一个网格顶点的一环邻域三角片
构成一个闭合或者开放大扇面



非流形的几种情况

三维模型的表述方式

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

三角网格常用的数据结构—共享顶点(Shared Vertex)

共享顶点的数据结构主要包含2个部分：

1）顶点的坐标数组

2）三角形面的数组（每个面片只存储相应的顶点数组的序号）

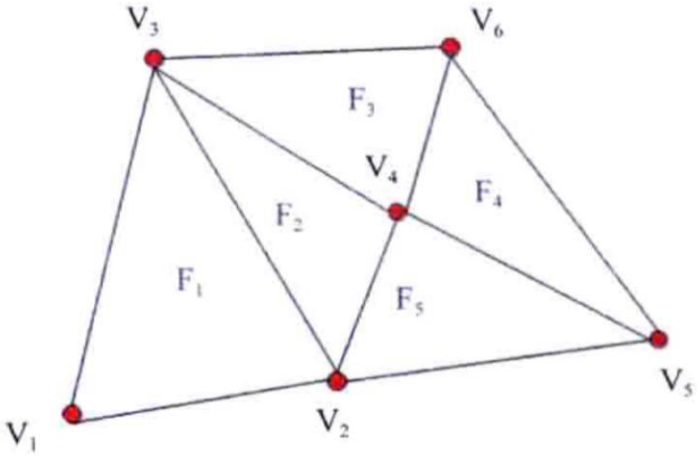
顶点
顶点坐标
[40 5 20]
[10 20 30]
[10 4 3]
…

三角形		
顶点索引	顶点索引	顶点索引
2	1	3
…		

三维模型的表述方式

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

三角网格常用的数据结构—共享顶点(Shared Vertex)



三角网格模型

顶点	
V_1	[40 5 20]
V_2	[10 20 30]
V_3	[10 4 3]
…	

面	三角形		
F_1	2	1	3
…			

三维模型的表述方式

三角网格常用的数据结构—共享顶点(Shared Vertex)

缺点：

可以表示点之间的连接关系(Connectivity)，但是没有局部之间的邻接关系(Neighborhood),例如从一个顶点到与其相邻的面片，因此在很多局部操作上速度和效率低

三维模型的表述方式

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

- 一边为中心的数据结构
- 存储三维模型所有顶点、边和面的数据以及相邻接关系的信息
- 利用半边表示边的方向

- 局部操作速度快
- 只能处理流形(Manifold)模型

三维模型的表述方式

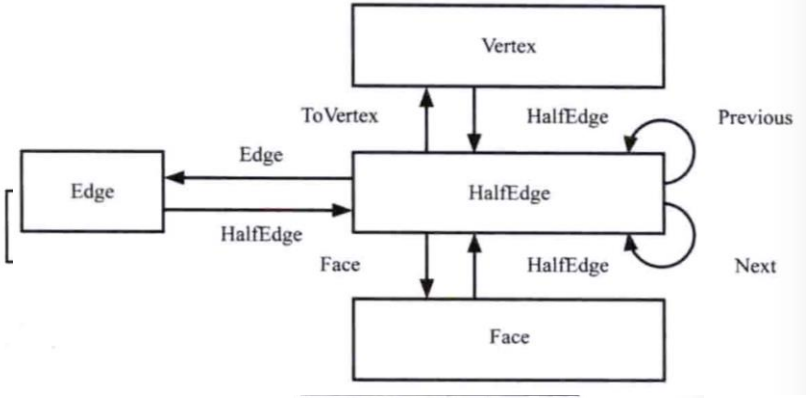
深蓝学院 shenlanxueyuan.com

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

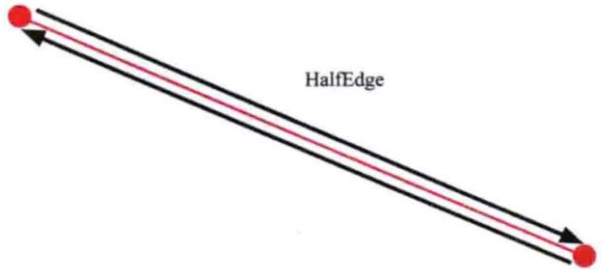
半边结构的5个组成部分：

- 顶点(Vertex)
- 半边(HalfEdge)
- 边(Edge)
- 面(Face)
- 模型(Mesh)

半边是有方向(Oriented)的边,而边是没有方向(Non-Oriented)的边，一个没有方向的边可以视为两个方向相反的半边



半边数据结构



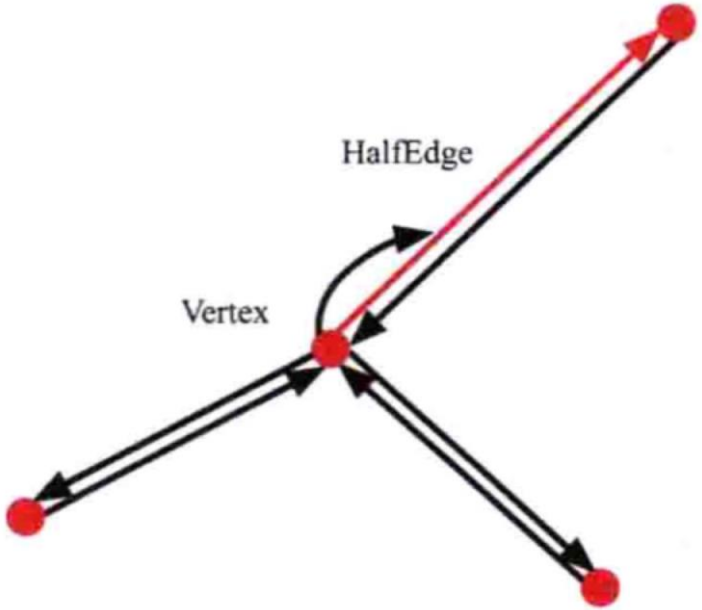
三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

顶点需要保存的信息：

- 以此顶点为源点的半边
  （随机选取一条）



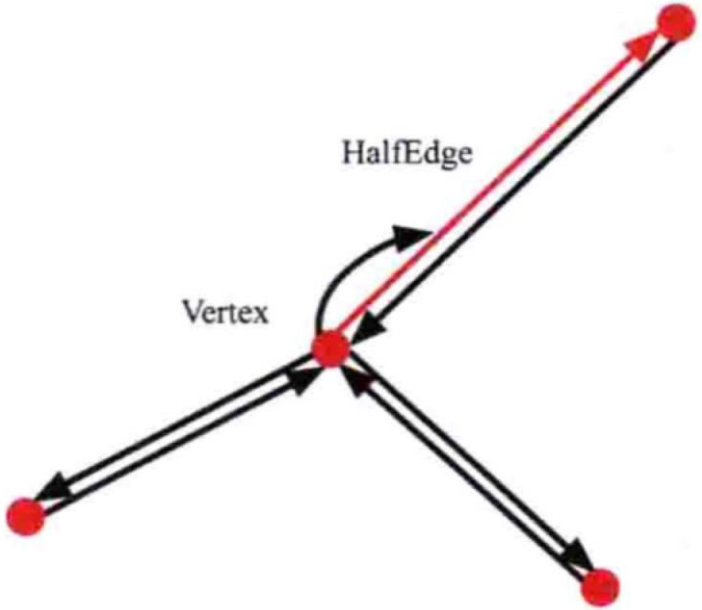
三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

顶点需要保存的信息：

- 以此顶点为源点的半边
  （随机选取一条）



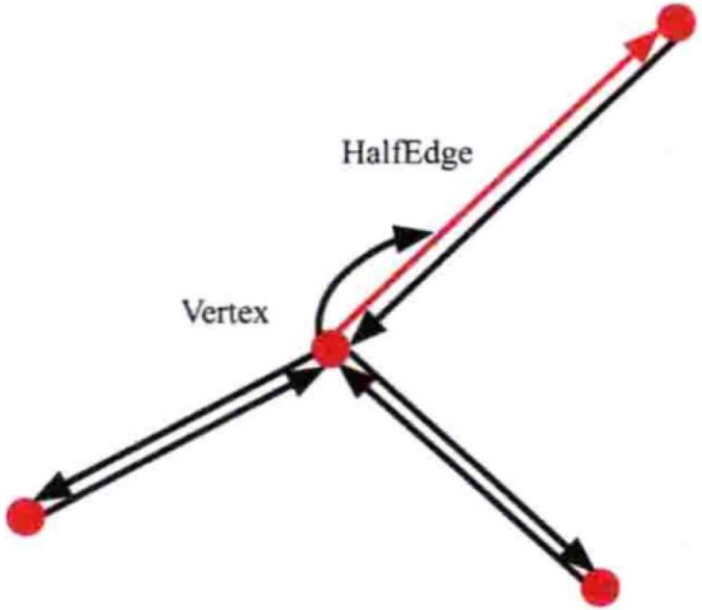
三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

半边需要保存的信息：

- 目的顶点（Target Vertex）
- 半边左侧面
- 前一个（Prev）半边
- 下一个（Next）半边
- 孪生（Twin）半边

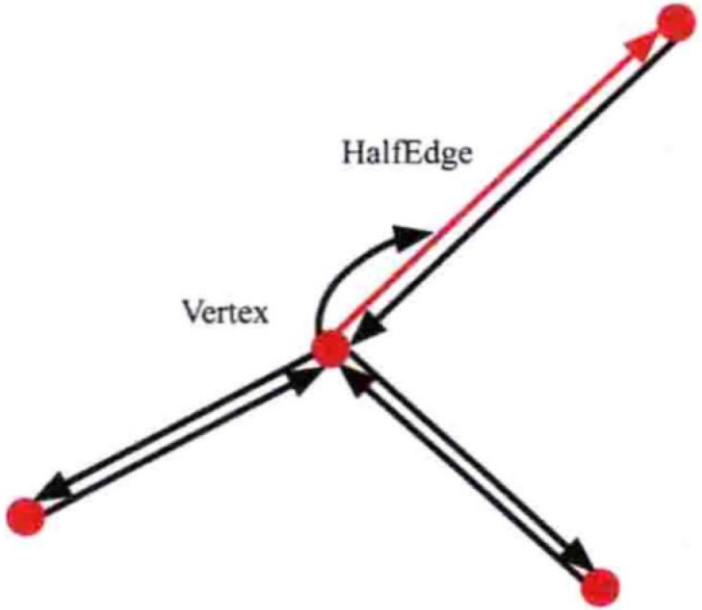


三维模型的表述方式

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

边存储的信息：

- 任意一条半边



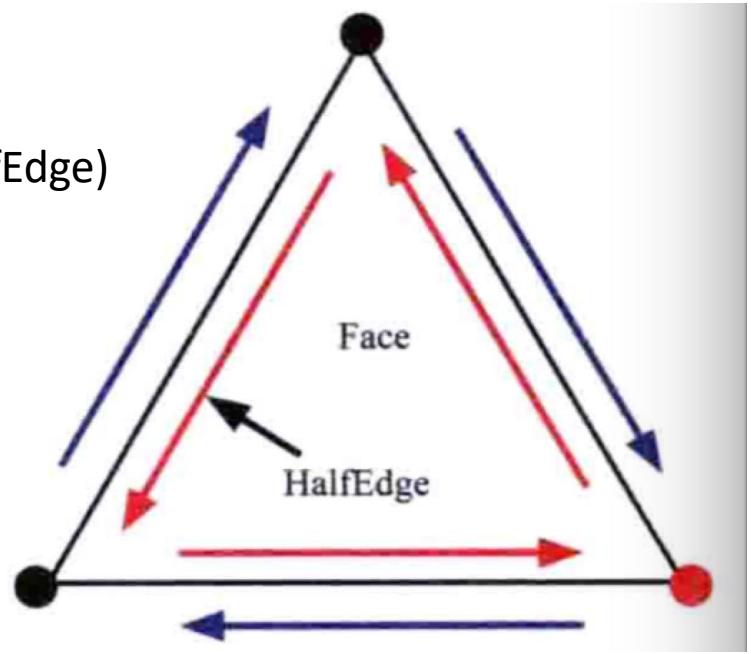
三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

面存储的信息：

- 一条和此面相邻的半边(Adjacent HalfEdge)

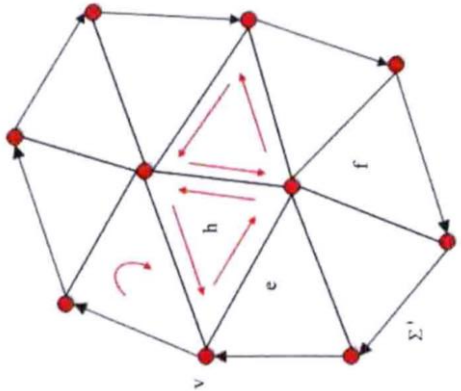


三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

Mesh存储的信息：



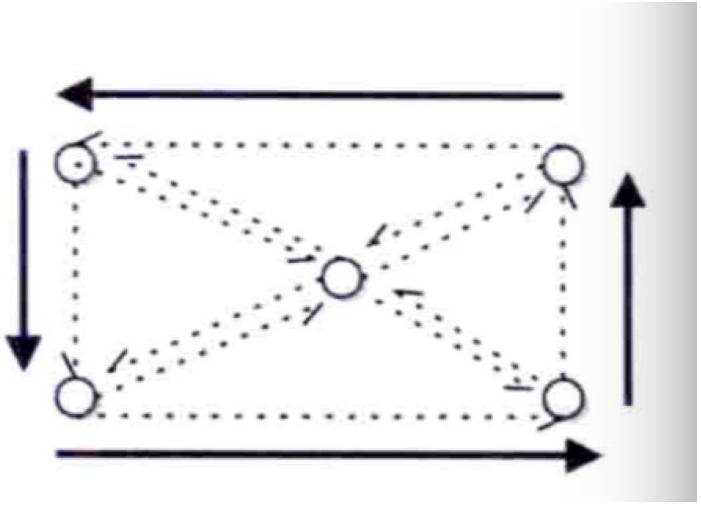
顶点列表　边列表　半边列表　面列表

三维模型的表述方式

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

示例：找顶点的邻域顶点



三维模型的表述方式

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

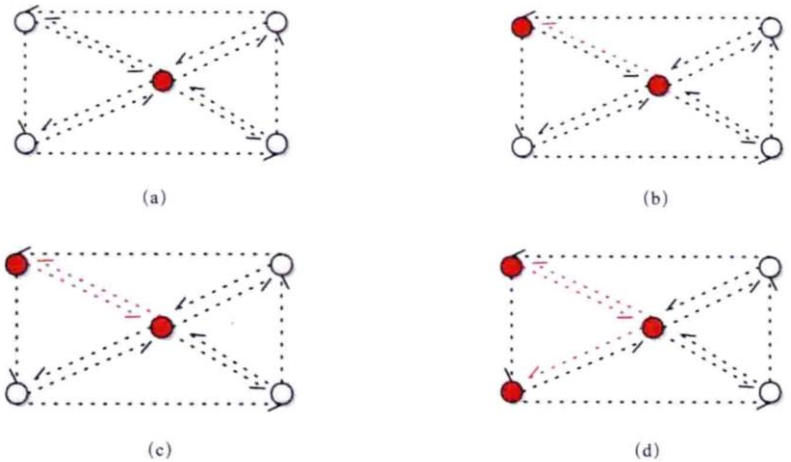
示例：找顶点的邻域顶点

a）确定给顶点

b）通过该点可以直接得到此点的一个相邻的半边

c）通过该半边便可以确定一个相邻的顶点,以及此半边下一个相邻的半边

d）重复上述过程可以得到所有的相邻顶点



三维模型的表述方式

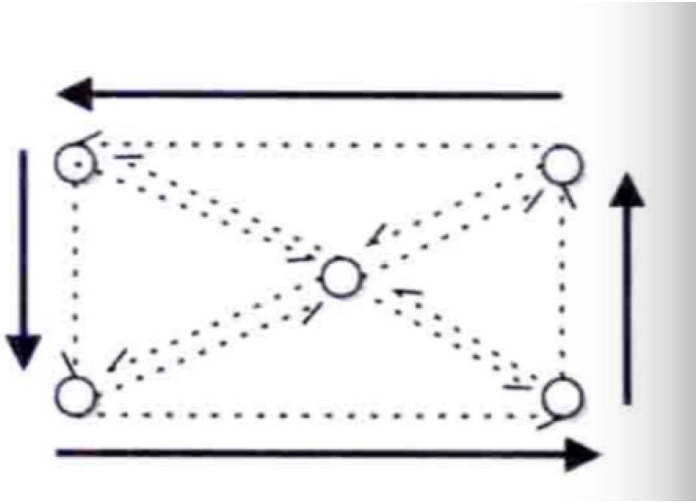
深蓝学院
shenlanxueyuan.com

半边数据结构 (Half-Edge Data Structure)

思考：

1）如何通过半边结构遍历顶点所有的相邻的面？

2） 如果通过半边结构遍历面片的所有顶点？



课程内容

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

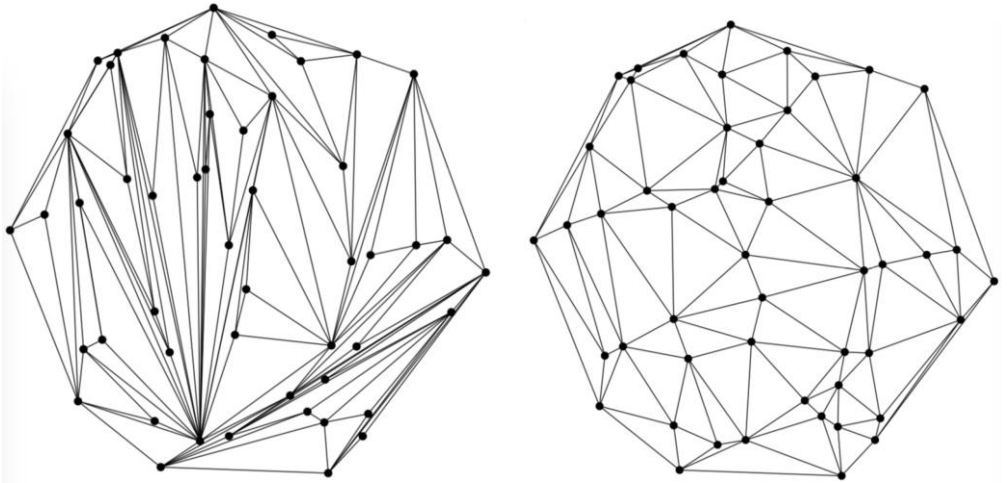
- ✓ 三维模型的表述方式
  - ✓ 边界表述法
  - ✓ 空间划分法
- ✓ **德劳内三角剖分(Delaunay Triangulation)**
  - ✓ 空圆特性
  - ✓ 德劳内重建算法流程
- ✓ 基于隐函数的三维模型重建
  - ✓ 符号距离场(Signed Distance Field)与隐函数(Implicit Function)
  - ✓ 均匀划分(Grid)与八叉树(Octree)
  - ✓ Marching Cube算法生成表面网格

德劳内三角剖分

德劳内三角剖分 Delaunay Triangulation

点集P的德劳内三角剖分满足满足任意P内任意一个点都不在P 内任意一个三角面片的外接圆内。

德劳内三角剖分最大化三角面片内三角形的最小角



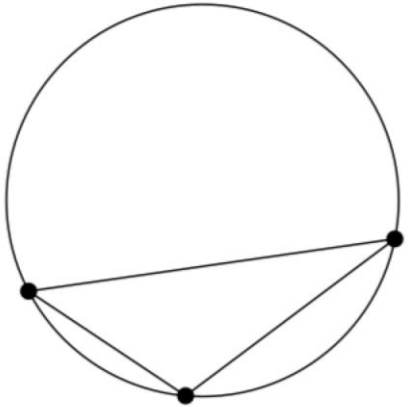
非德劳内三角剖分与非德劳内三角剖分的对比

德劳内三角剖分

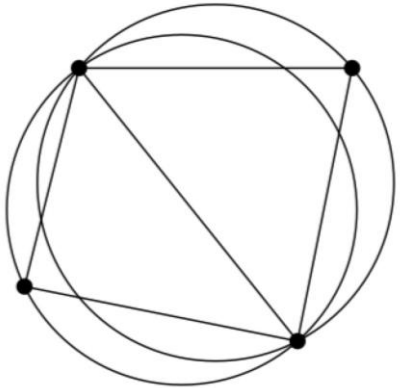
深蓝学院
shenlanxueyuan.com

空圆特性

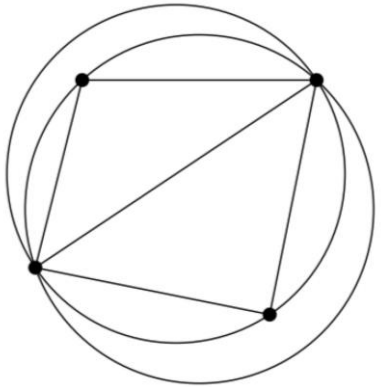
任意3个点的外接圆不包含第4个点，即任意3个点的外接圆是空的



三角形的外接圆



满足空圆特性的三角剖分



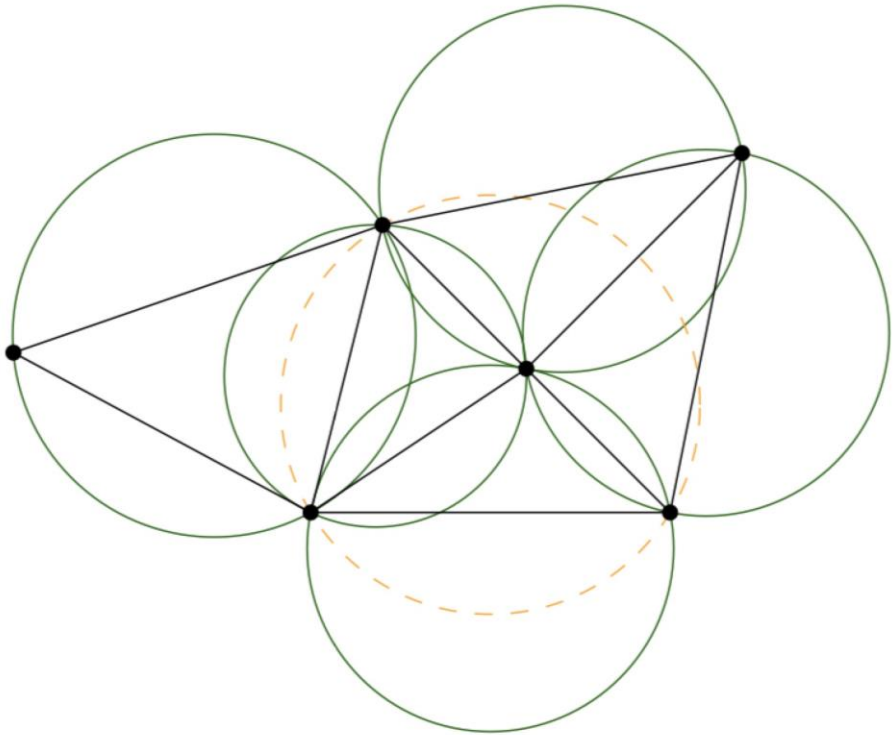
不满足空圆特性的三角剖分

德劳内三角剖分

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

空圆特性

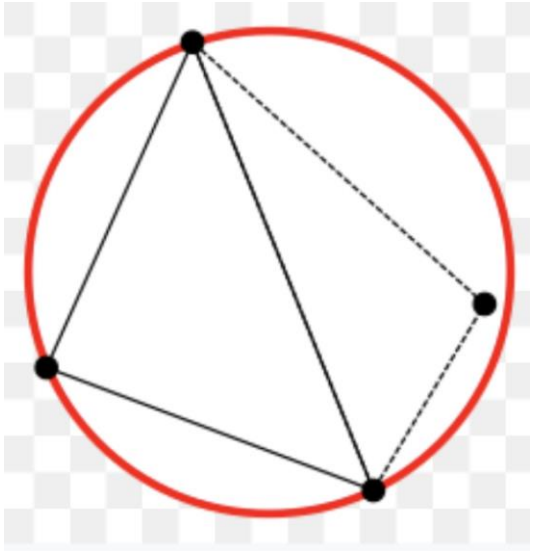
德劳内三角剖分中所有的
三角形都满足空圆特性



德劳内三角剖分

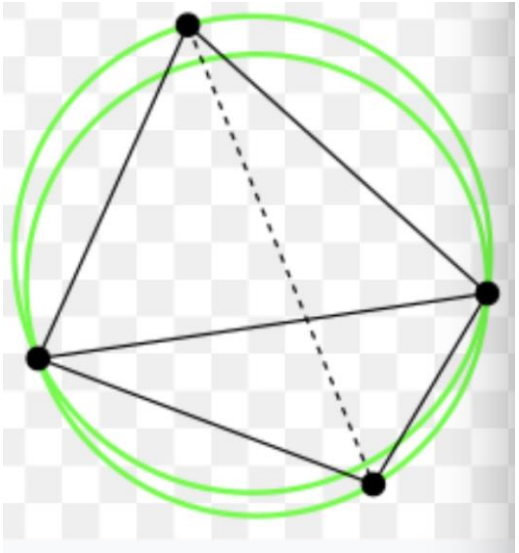
深蓝学院
shenlanxueyuan.com

Lawson Flip Algorithm



不满足空圆特性

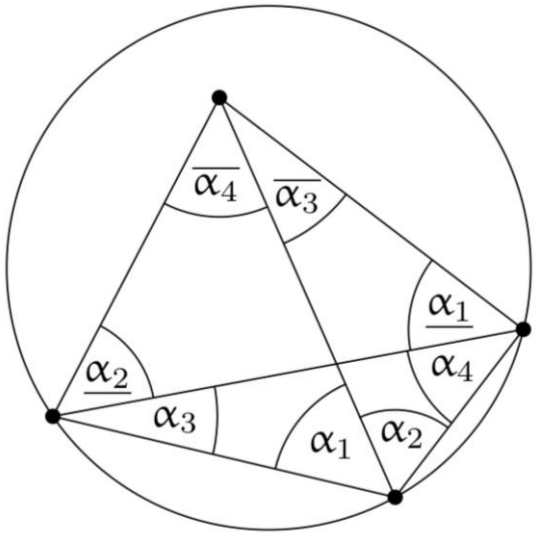
翻转（Flip）



满足空圆特性

德劳内三角剖分

最大化最小角



翻转前后的三角形内角

翻转前的内角：$\alpha_1 + \alpha_2,\quad \alpha_3,\quad \alpha_4,\quad \underline{\alpha_1},\quad \underline{\alpha_2},\quad \overline{\alpha_3} + \overline{\alpha_4}$

翻转后的内角：$\alpha_1,\quad \alpha_2,\quad \overline{\alpha_3},\quad \overline{\alpha_4},\quad \underline{\alpha_1} + \alpha_4,\quad \underline{\alpha_2} + \alpha_3$

$$
\begin{aligned}
\alpha_1 &> \underline{\alpha_1},\\
\alpha_2 &> \underline{\alpha_2},\\
\overline{\alpha_3} &> \alpha_3,\\
\overline{\alpha_4} &> \alpha_4,\\
\underline{\alpha_1} + \alpha_4 &> \alpha_4,\\
\underline{\alpha_2} + \alpha_3 &> \alpha_3.
\end{aligned}
$$

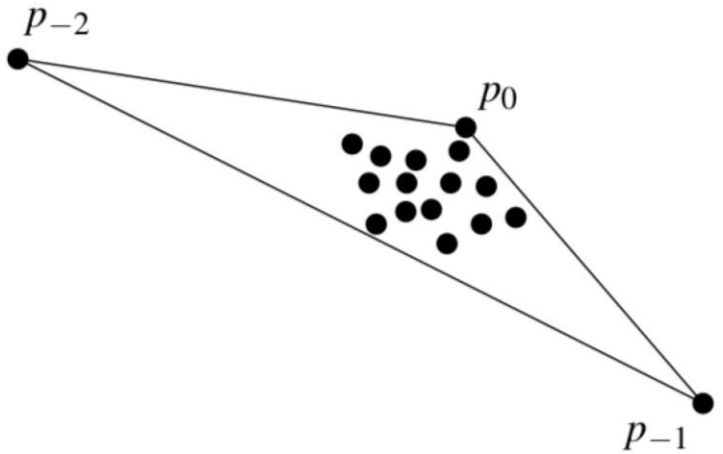
每一次翻转都是在增大三角剖分的最小角

德劳内三角剖分

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

一种增量的德劳内三角剖分算法

Step 1 添加两个足够远的点p_{-1}, p_{-2}
以保证p_{-1}, p_{-2} 位于所有三角形
的外接圆外

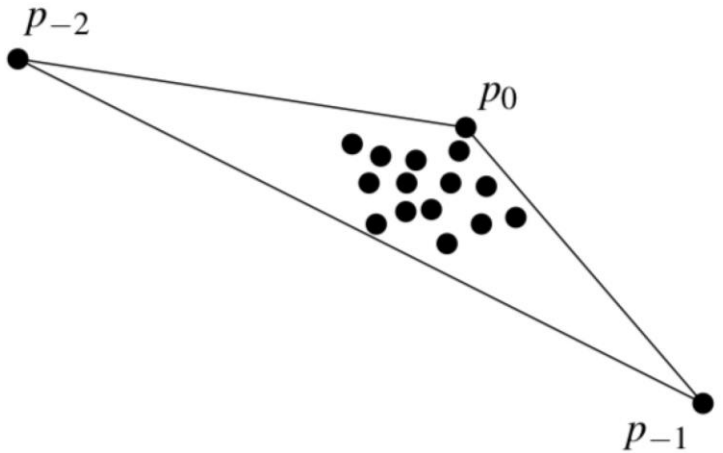


德劳内三角剖分

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

一种增量的德劳内三角剖分算法

Step 1 添加两个足够远的点p_{-1}, p_{-2}
以保证p_{-1}, p_{-2} 位于所有三角形的外接圆外。三角形$p_0 p_{-1} p_{-2}$ 包含所有的点。初始的时候仅有一个空的三角形。

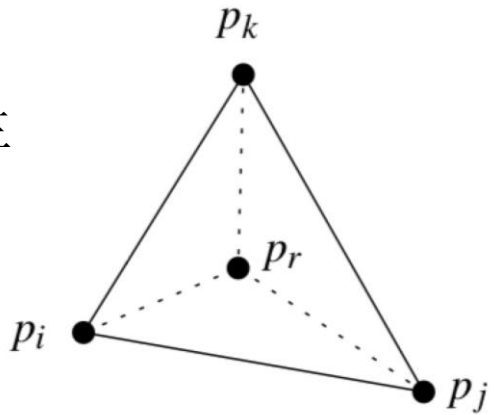


德劳内三角剖分

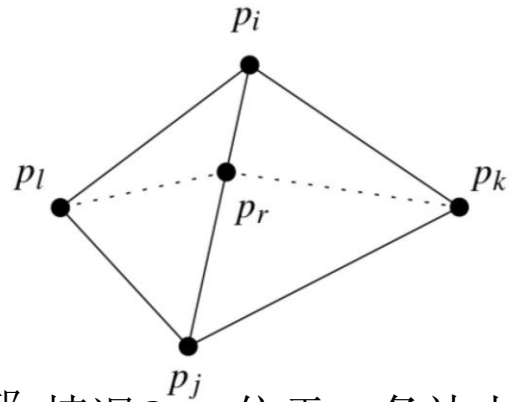
一种增量的德劳内三角剖分算法

Step 2 依次添加新的点p_r

第一种情况： 分别连接p_rp_i, p_rp_j, p_rp_k，分别检查与三角形$p_rp_ip_k$，$p_rp_jp_k$，$p_rp_ip_k$相邻的三角形的空圆特性



情况1：p_r位于三角形$p_ip_j\ p_k$内部



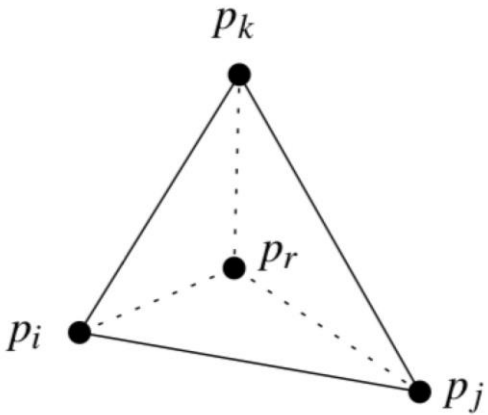
情况2: p_r位于一条边上

德劳内三角剖分

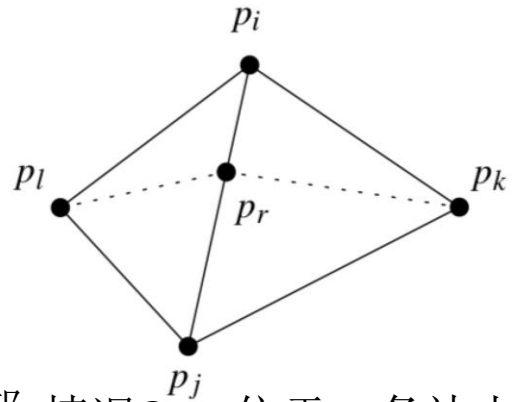
一种增量的德劳内三角剖分算法

Step 2 依次添加新的点p_r

第二种情况： 分别连接$p_r p_l, p_r p_k$, 分别检查与三角形$p_r p_j p_k$, $p_r p_j p_l$, $p_r p_l p_i$, $p_r p_k p_i$相邻的三角形的空圆特性



情况1：p_r位于三角形$p_i p_j\ p_k$内部



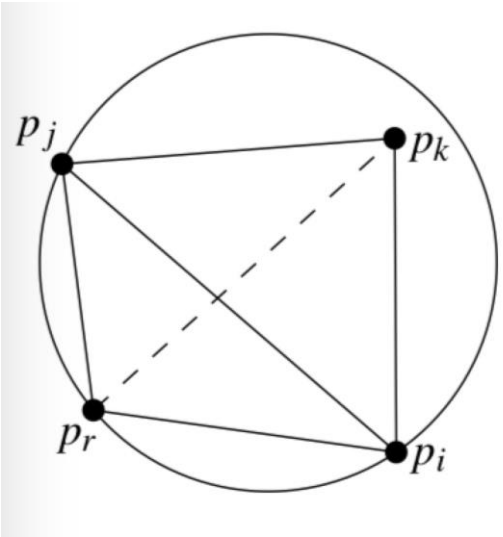
情况2: p_r位于一条边上

德劳内三角剖分

一种增量的德劳内三角剖分算法

Step 2 依次添加新的点p_r

检测相关三角形的空圆特性



德劳内三角剖分

一种增量的德劳内三角剖分算法

Algorithm DELAUNAYTRIANGULATION(P)
Input. A set P of $n+1$ points in the plane.
Output. A Delaunay triangulation of P.

1. Let p_0 be the lexicographically highest point of P, that is, the rightmost among the points with largest y-coordinate.
2. Let p_{-1} and p_{-2} be two points in $\mathbb{R}^2$ sufficiently far away and such that P is contained in the triangle $p_0p_{-1}p_{-2}$.
3. Initialize $\mathcal{T}$ as the triangulation consisting of the single triangle $p_0p_{-1}p_{-2}$.
4. Compute a random permutation $p_1, p_2, \ldots, p_n$ of $P \setminus \{p_0\}$.
5. **for** $r \leftarrow 1$ **to** n
6. **do** ($*$ Insert p_r into $\mathcal{T}$: $*$)
7. Find a triangle $p_ip_jp_k \in \mathcal{T}$ containing p_r.
8. **if** p_r lies in the interior of the triangle $p_ip_jp_k$
9. **then** Add edges from p_r to the three vertices of $p_ip_jp_k$, thereby splitting $p_ip_jp_k$ into three triangles.
10. LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_ip_j}, \mathcal{T}$)
11. LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_jp_k}, \mathcal{T}$)
12. LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_kp_i}, \mathcal{T}$)
13. **else** ($*$ p_r lies on an edge of $p_ip_jp_k$, say the edge $\overline{p_ip_j}$ $*$)
14. Add edges from p_r to p_k and to the third vertex p_l of the other triangle that is incident to $\overline{p_ip_j}$, thereby splitting the two triangles incident to $\overline{p_ip_j}$ into four triangles.
15. LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_ip_l}, \mathcal{T}$)
16. LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_lp_j}, \mathcal{T}$)
17. LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_jp_k}, \mathcal{T}$)
18. LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_kp_i}, \mathcal{T}$)
19. Discard p_{-1} and p_{-2} with all their incident edges from $\mathcal{T}$.
20. **return** $\mathcal{T}$

LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_ip_j}, \mathcal{T}$)

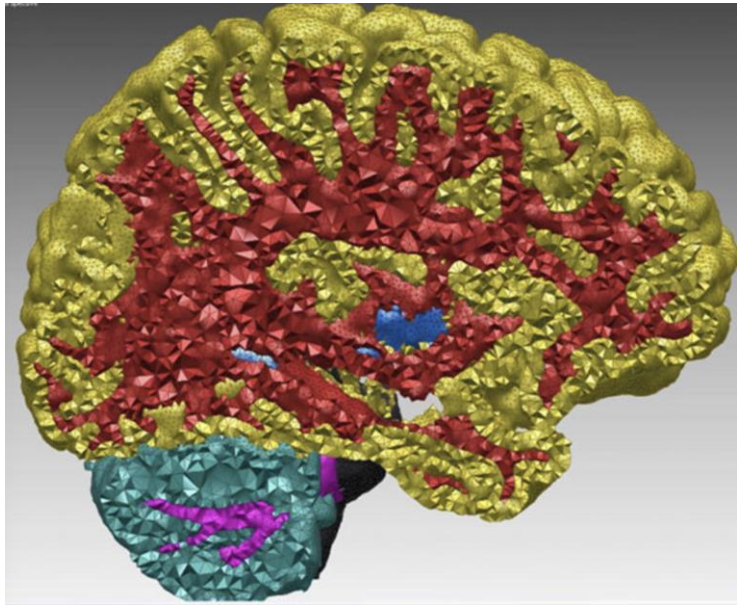
1. ($*$ The point being inserted is p_r, and $\overline{p_ip_j}$ is the edge of $\mathcal{T}$ that may need to be flipped. $*$)
2. **if** $\overline{p_ip_j}$ is illegal
3. **then** Let $p_ip_jp_k$ be the triangle adjacent to $p_rp_ip_j$ along $\overline{p_ip_j}$.
4. ($*$ Flip $\overline{p_ip_j}$: $*$) Replace $\overline{p_ip_j}$ with $\overline{p_rp_k}$.
5. LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_ip_k}, \mathcal{T}$)
6. LEGALIZEEDGE($p_r, \overline{p_kp_j}, \mathcal{T}$)

德劳内三角剖分

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

三维上的德劳内三角剖分（四面体剖分）

3D 对应的是德劳内四面体剖分，得到的是体数据，无法直接得到面片

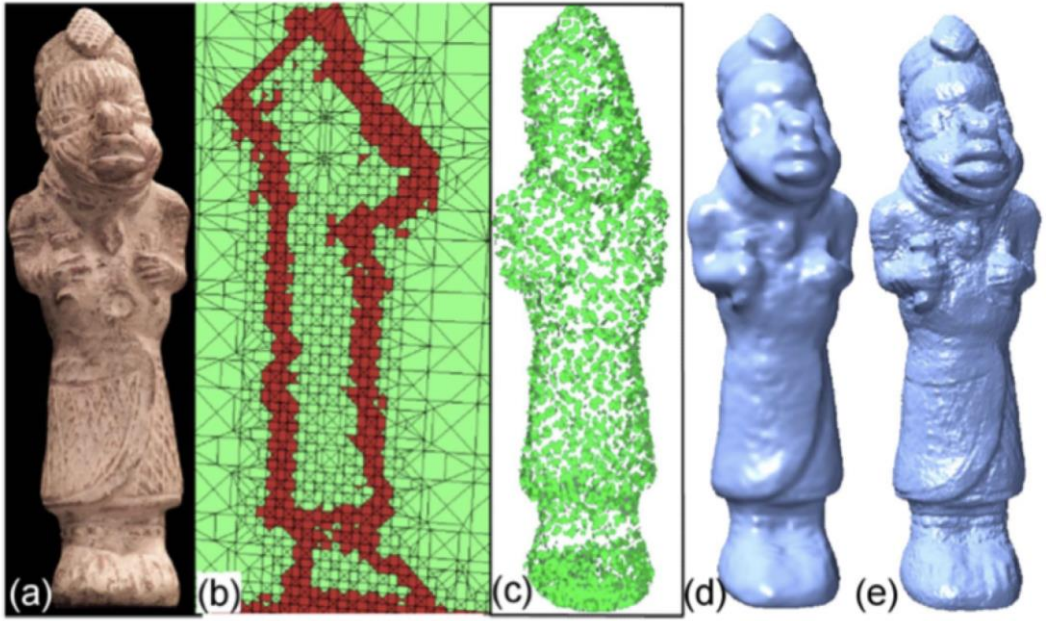


德劳内三角剖分

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

三维上的德劳内三角剖分（四面体剖分）

3D 上德劳内四面体剖分+MRF
优化得到三维网格



课程内容

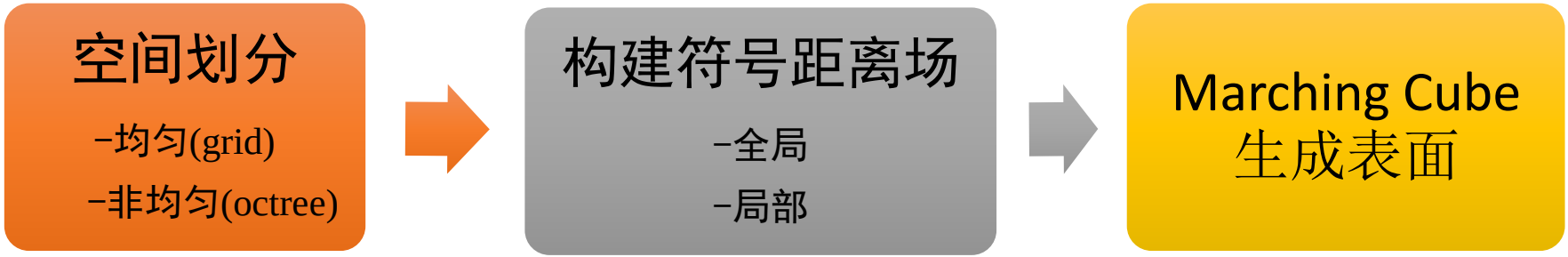
深蓝学院
shenlanxueyuan.com

- ✓ 三维模型的表述方式
  - ✓ 边界表述法
  - ✓ 空间划分法
- ✓ 德劳内三角剖分(Delaunay Triangulation)
  - ✓ 空圆特性
  - ✓ 德劳内重建算法流程
- ✓ **基于隐函数的三维模型重建**
  - ✓ 符号距离场(Signed Distance Field)与隐函数(Implicit Function)
  - ✓ 均匀划分(Grid)与八叉树(Octree)
  - ✓ Marching Cube算法生成表面网格

基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

重建流程

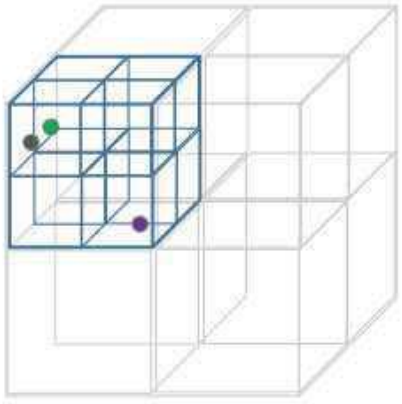


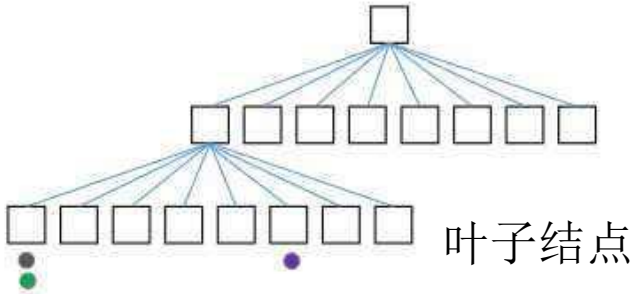
基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

空间划分

Grid 空间均匀划分



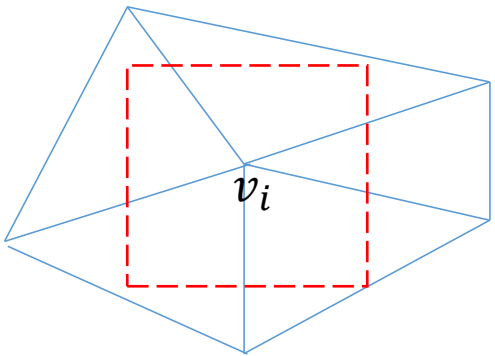


Octree 非均匀划分

基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

八叉树深度的确定—点的尺度



点的尺度scale可以定义为顶点到最近邻的平均距离，它反映的点的分辨率

用点的尺度决定八叉树Node的宽度，从而确定深度

$$S_\ell \le s_i < S_{\ell-1} \quad \Leftrightarrow \quad S_\ell \le s_i < 2S_\ell$$

$$1/2\, s_i < S_\ell \le s_i$$

s_i表示点的尺度 S_l和S_{l-1}分别表示第l和第$l-1$层节点的宽度
且$S_l = 2S_{l-1}$

基于隐函数的三维模型重建

符号距离函数(Signed Distance Function)

$$f(x) = \begin{cases} d(x, \partial\Omega) & if\ x \in \Omega_i \\ -d(x, \partial\Omega) & if\ x \in \Omega_o \end{cases}$$

$f(x) = 0$ 表示零势面

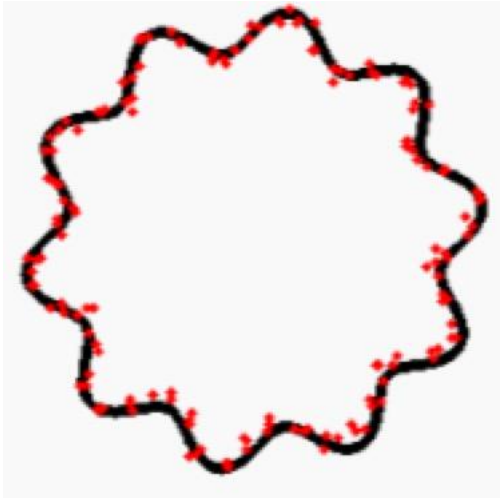
符号距离函数Signed Distance Function是某度量空间X中的一个集合Ω的函数，决定X中任一点到 Ω边界∂Ω的距离，并且由x是在Ω 内还是Ω外确定其SDF的正负号：当x在Ω内时，SDF为正；当x在Ω外时，SDF为负。

基于隐函数的三维模型重建

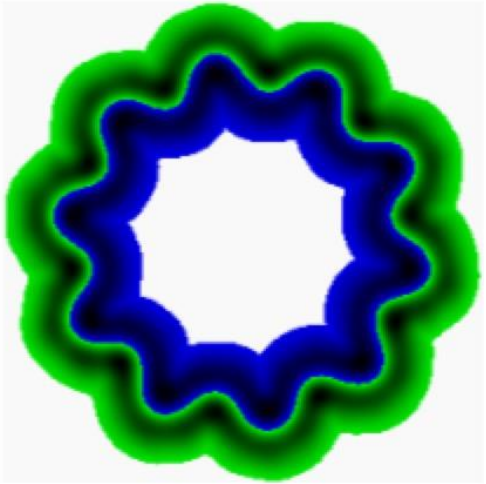
	4	3	3	2	1	1	0	-1	-2
	4	3	2	1	1	0	-1	-2	-3
4	3	2	1	0	0	-1	-2	-3	4
4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	
4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	
4	3	2	2	1	0	-1	-2	-3	-4
3	2	1	1	0	-1	-2	-3	-4	
3	2	1	0	-1	-2	-3	-4		
2	1	0	-1	-2	-3	-4			

基于隐函数的三维模型重建

符号距离函数(Signed Distance Function)



输入点云



符号距离场

基于隐函数的三维模型重建

符号距离场的构建

- 对于grid计算每个node的符号距离
- 对于octree计算每个叶子结点的符号距离值

基于隐函数的三维模型重建

符号距离场的构建-全局的方法

把节点处的符号距离值看作是对空间隐函数的采样，采用拟合的方式计算符号距离函数，最常用的方法是在每个节点上建立一个基函数$\emptyset(x)$

$$s(x) = p(x) + \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \phi(|x - x_i|)$$

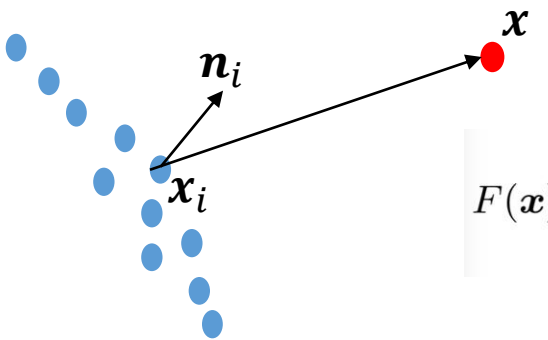
Carr J C, Beatson R K, Cherrie J B, et al. Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions[C] 2001:67-76.

基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

符号距离场的构建-局部的方法

直接计算每个节点处分符号距离值



$$F(\boldsymbol{x}) = \frac{\sum_i c_i w_i(\boldsymbol{x}) f_i(\boldsymbol{x})}{\sum_i c_i w_i(\boldsymbol{x})} \qquad W(\boldsymbol{x}) = \sum_i c_i w_i(\boldsymbol{x})$$

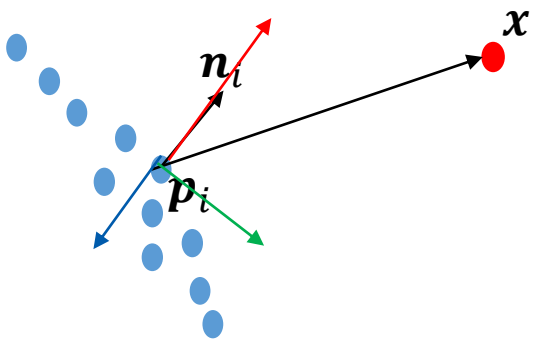
最简单的情况

$$f_i(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_i) \cdot \boldsymbol{n}_i \quad w_i(x) = \exp(-||\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_i||^2)$$

基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

符号距离场的构建-局部的方法



$$\boldsymbol{x}_i = R_i \cdot (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_i)$$

$$f(\boldsymbol{x}_i) = f_x(x) f_y(y) f_z(z) = \frac{x}{\sigma^4 2\pi} \cdot e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(x^2+y^2+z^2)}$$

$$w(\boldsymbol{x}_i) = w_x(x) \cdot w_{yz}(\sqrt{y^2+z^2})$$

$$w_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}\frac{x^2}{\sigma^2} + \frac{2}{3}\frac{x}{\sigma} + 1 & x \in [-3\sigma, 0) \\ \frac{2}{27}\frac{x^3}{\sigma^3} - \frac{1}{3}\frac{x^2}{\sigma^2} + 1 & x \in [0, 3\sigma) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$w_{yz}(r) = \begin{cases} \frac{2}{27}\frac{r^3}{\sigma^3} - \frac{1}{3}\frac{r^2}{\sigma^2} + 1 & r < 3\sigma \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$r = \sqrt{y^2+z^2}.$$

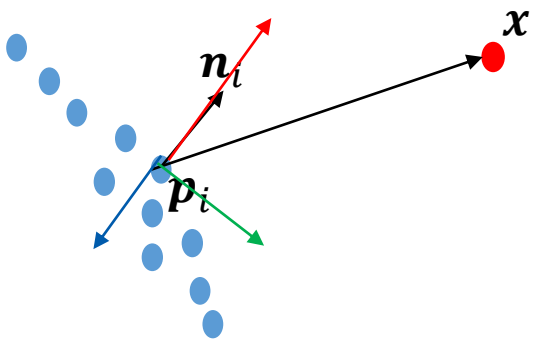
Simon Fuhrmann, Michael Goesele. Floating scale surface reconstruction[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2014, 33(4):1-11.

基于隐函数的三维模型重建

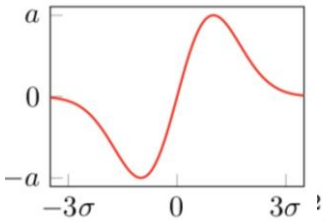
深蓝学院 shenlanxueyuan.com

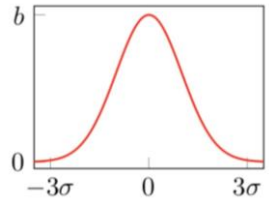
符号距离场的构建-局部的方法

符号距离函数



$$f(\boldsymbol{x}_i) = f_x(x) f_y(y) f_z(z) = \frac{x}{\sigma^4 2\pi} \cdot e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(x^2+y^2+z^2)}$$





$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma^2} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}}$$

$$f_y(x) = f_z(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}}$$

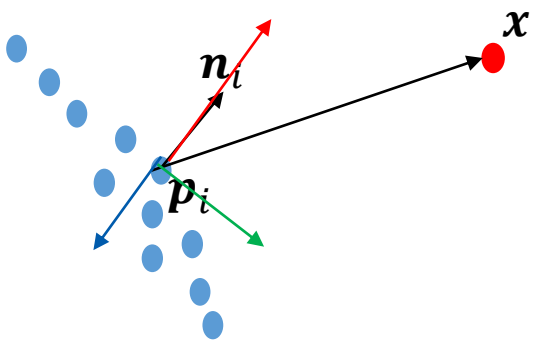
$$\boldsymbol{x}_i = R_i \cdot (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_i)$$

Simon Fuhrmann, Michael Goesele. Floating scale surface reconstruction[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2014, 33(4):1-11.

基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

符号距离场的构建-局部的方法

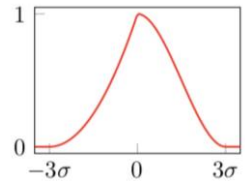


$$\boldsymbol{x}_i = R_i \cdot (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{p}_i)$$

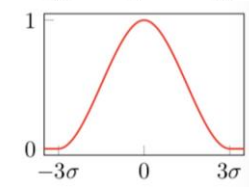
权重函数

$$w(\boldsymbol{x}_i) = w_x(x) \cdot w_{yz}(\sqrt{y^2 + z^2})$$

$$w_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}\frac{x^2}{\sigma^2} + \frac{2}{3}\frac{x}{\sigma} + 1 & x \in [-3\sigma, 0) \\ \frac{2}{27}\frac{x^3}{\sigma^3} - \frac{1}{3}\frac{x^2}{\sigma^2} + 1 & x \in [0, 3\sigma) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



$$w_{yz}(r) = \begin{cases} \frac{2}{27}\frac{r^3}{\sigma^3} - \frac{1}{3}\frac{r^2}{\sigma^2} + 1 & r < 3\sigma \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



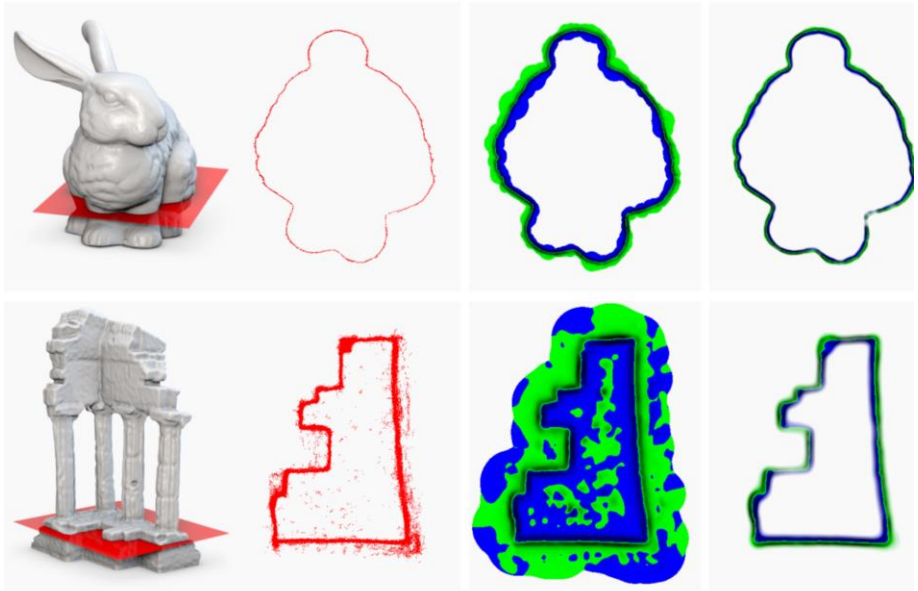
$$r = \sqrt{y^2 + z^2}.$$

Simon Fuhrmann, Michael Goesele. Floating scale surface reconstruction[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2014, 33(4):1-11.

基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

符号距离场的构建-局部的方法



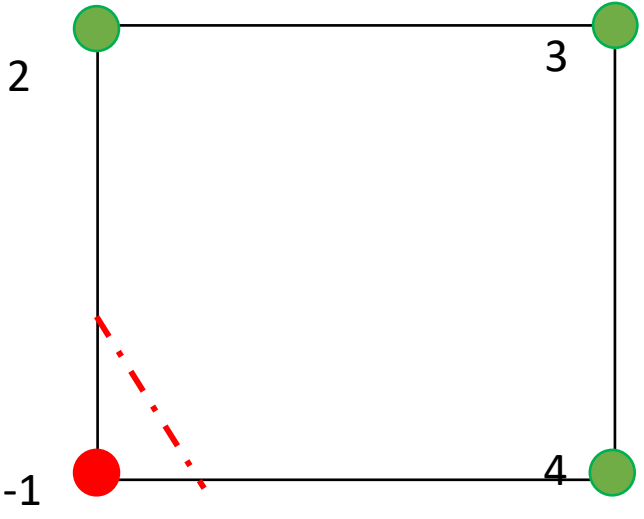
Simon Fuhrmann, Michael Goesele. Floating scale surface reconstruction[J]. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2014, 33(4):1-11.

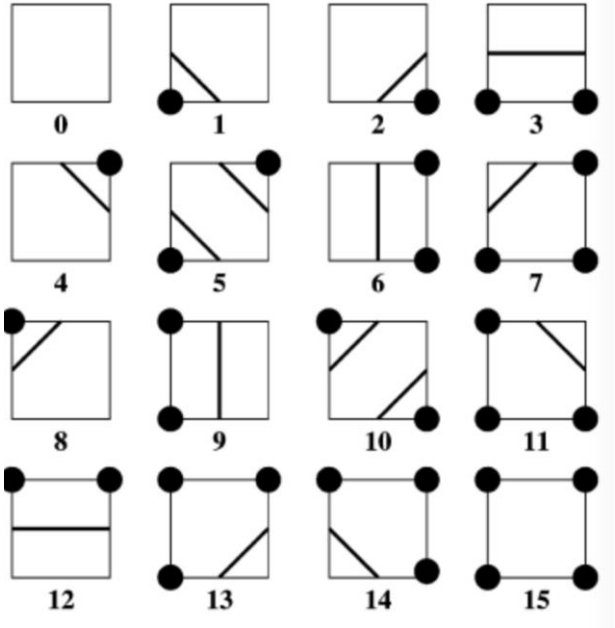
基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院 shenlanxueyuan.com

Marching Cube生成表面(二维)

根据四边形的4个顶点的符号距离值，通过插值的方法生成直线段





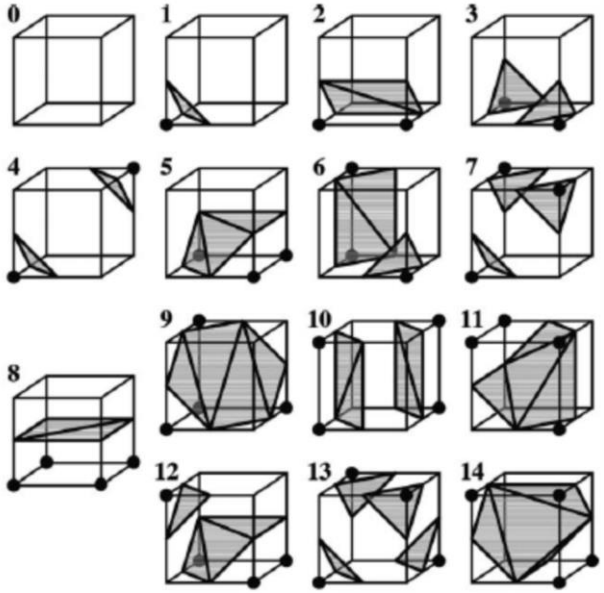
二维一共有16种情况

基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

Marching Cube生成表面

根据体素的8个顶点的符号距离值，通过插值的方法生成面片



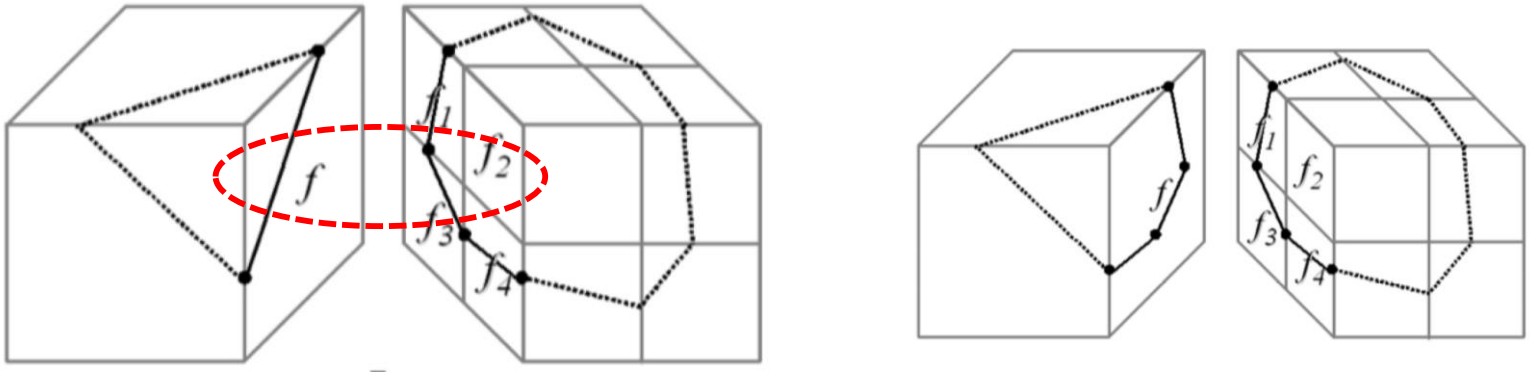
三维一共有256种情况

基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

针对Octree的Marching Cube

相邻体素分辨率不同，导致出现空洞



Kazhdan M, Klein A, Dalal K, et al. Unconstrained isosurface extraction on arbitrary octrees[J]. 2007.

基于隐函数的三维模型重建

深蓝学院
shenlanxueyuan.com

常用的表面重建算法

泊松表面重建算法	http://hhoppe.com/proj/poissonrecon/
Fssr重建算法	http://mesh.brown.edu/ssd/paper.html
Ssd 重建算法	http://www.regard3d.org/index.php/documentation/details/surface

感谢各位聆听！

Thanks for Listening