

Лабораторная работа 4.4.4.
ИНТЕРФЕРОМЕТР ФАБРИ-ПЕРО

Державин Андрей, Б01-901

14 апреля 2021 г.

Содержание

1	Теоретические сведения	3
1.1	Измерение длин волн λ и расстояний $d\lambda$ между спектральными линиями	5
1.2	Дисперсия интерферометра	7
1.3	Дисперсионная область	7
1.4	Разрешающая способность интерферометра Фабри-Перо	8
2	Экспериментальная установка	8
3	Ход работы	10
3.1	Ртутная лампа	10
3.2	Натриевая лампа	13
3.3	Общие расчёты	15

Цель работы: Изучение интерферометра Фабри-Перо и определение его характеристик, как спектрального прибора.

В работе используются: Интерферометры Фабри-Перо, линзы, светофильтр, ртутная лампа ПРК-2, высокочастотная натриевая лампа, катетометры КМ-6.

1 Теоретические сведения

Интерферометр Фабри-Перо как спектральный прибор высокой разрешающей силы находит широкое применение в лабораторной практике. Он предназначен главным образом для исследования тонкой структуры спектральных линий, а также является неотъемлемым элементом любого лазера, где выполняет роль оптического резонатора.

Интерферометр Фабри-Перо состоит из двух стеклянных (или кварцевых) пластин P_1 и P_2 (рис. 1.1), внутренние плоские поверхности которых хорошо отполированы (с точностью до $10^{-2}\lambda$) и установлены параллельно друг другу. На эти поверхности наносятся хорошо отражающие покрытия. Наряду с металлическими покрытиями (Ag , Al), для которых коэффициент отражения $r \simeq 0.9$, в настоящее время широко применяются диэлектрические многослойные интерференционные покрытия, для которых $r \simeq 0.99$ и даже выше. Наружные поверхности пластин обычно составляют небольшой угол с внутренними, чтобы световой блик, отражённый от наружных поверхностей, не мешал наблюдениям.

Интерферометр Фабри-Перо можно рассматривать как плоскопараллельную воздушную пластину, на которой происходят многократные отражения и интерференция световых лучей. Интерференционная картина, наблюдаемая в фокальной плоскости линзы L , состоит из концентрических колец равного наклона. Для двух соседних лучей,

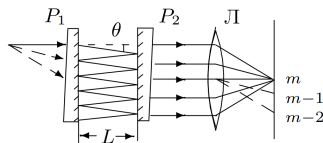


Рис. 1.1: Интерферометр Фабри-Перо

распространяющихся между зеркалами интерферометра под углом θ , разность хода определяется соотношением

$$\Delta = 2L \cos \theta, \quad (1)$$

где L — расстояние между зеркалами интерферометра. Равенство (1) — частный случай известной формулы для плоскопараллельной пластины с показателем преломления n : $\Delta = 2Ln \cos \psi$; ψ — угол преломления луча в пластине.

Пусть r и t — коэффициенты отражения и пропускания зеркал интерферометра (по интенсивности). Если амплитуду падающей волны обозначить через A_0 , то амплитуда первого луча, прошедшего через интерферометр, равна $A_0 t$, второго $A_0 t r$, третьего $A_0 t r^2$ и т. д. В комплексном представлении амплитуды этих лучей составляют бесконечную геометрическую прогрессию

$$A_0 t, A_0 t r e^{ik\Delta}, A_0 t r^2 e^{i2k\Delta}, A_0 t r^3 e^{i3k\Delta}, \dots, \quad (2)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число для света. Знаменатель прогрессии равен $r e^{ik\Delta}$. В фокальной плоскости линзы происходит сложение всех лучей. Результирующая амплитуда равна

$$A = \frac{A_0 t}{1 - r e^{ik\Delta}}. \quad (3)$$

Найдём интенсивность I прошедшего света:

$$I = AA^* = \frac{I_0 t^2}{1 + r^2 - 2r \cos k\Delta}, \quad (4)$$

где $I_0 = A_0^2$ — интенсивность падающей волны. На рис. 1.2 представлена зависимость отношения $\frac{I}{I_0}$ от порядка интерференции $\frac{\Delta}{\lambda}$ для разных значений коэффициента отражения. Как видно из (4), максимумы этого распределения достигаются при целых значениях $\frac{\Delta}{\lambda}$. При этом $I_{max} = I_0$, т. е. интерферометр в этом случае является идеально прозрачной системой. Разумеется, этот результат справедлив только в отсутствие поглощения света в зеркалах. При достаточно больших значениях коэффициента отражения ($r \gtrsim 0.9$) интерференционная картина состоит из узких светлых колец, разделённых широкими тёмными промежутками. Это является следствием интерференции большого

числа лучей (многолучевая интерференция). При $r \lesssim 0.1$ наблюдается плавное чередование слабо выраженных максимумов и минимумов, характерное для интерференции двух лучей, сильно различающихся по амплитуде.

1.1 Измерение длин волн λ и расстояний $d\lambda$ между спектральными линиями

Исследуем диаметры интерференционных колец, предполагая для простоты, что углы θ достаточно малы. Рассмотрим два интер-

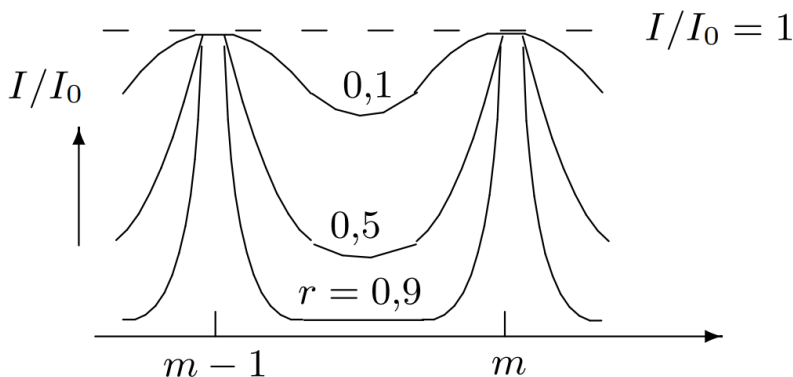


Рис. 1.2: Распределение интенсивности в проходящем свете в зависимости от порядка интерференции $\frac{\Delta}{\lambda}$

ференционных кольца, для которых порядки интерференции $\frac{\Delta}{\lambda}$ равны m_i и m_j . Из формул (1) и (4) следует, что светлое кольцо порядка m образуется при

$$\Delta = 2L \cos \theta = m\lambda \quad (m - \text{целое}). \quad (5)$$

Отметим, что порядок интерференции возрастает при переходе к кольцам меньшего диаметра, т. е. при уменьшении угла θ .

При малых θ имеем

$$2L \left(1 - \frac{\theta_i^2}{2} \right) = m_i \lambda; \quad 2L \left(1 - \frac{\theta_j^2}{2} \right) = m_j \lambda. \quad (6)$$

Вычитая второе уравнение из первого и принимая во внимание, что при переходе к соседнему кольцу порядок интерференции меняется на единицу, получим

$$L (\theta_j^2 - \theta_i^2) = (m_i - m_j) \lambda = (j - i) \lambda.$$

В приведённой формуле номера колец i и j отсчитываются от центра.

Диаметр D кольца в фокальной плоскости линзы L связан с её фокусным расстоянием f соотношением

$$D = 2f\theta. \quad (7)$$

Следовательно,

$$\lambda = \frac{L}{4f^2} \frac{D_j^2 - D_i^2}{j - i}. \quad (8)$$

Эта формула используется при измерении длины волны света с помощью интерферометра Фабри–Перо или для определения постоянной интерферометра L по известному значению λ .

Пусть теперь в интерферометре Фабри–Перо наблюдается система колец для двух близких спектральных линий λ и $\lambda + d\lambda$. Дифференцируя (5), при малых θ найдём

$$-2L\theta d\theta = m d\lambda,$$

откуда следует:

$$d\lambda = -\frac{2L\theta}{m} d\theta \simeq -\lambda \theta d\theta = -\frac{\lambda \bar{D}}{4f^2} dD, \quad (9)$$

где \bar{D} – средний диаметр колец, а dD – разность диаметров колец, образующихся для спектральных линий с длинами волн λ , и $\lambda + d\lambda$ при одинаковом порядке интерференции. С помощью формулы (9) можно определять $d\lambda$, не зная постоянной интерферометра L . Выбирая прибор для исследования спектра, обычно сравнивают три характеристики: *дисперсию, дисперсионную область и разрешающую способность*.

1.2 Дисперсия интерферометра

Отношение расстояния dl между спектральными линиями в плоскости спектра к разности длин волн $d\lambda$ этих линий называют линейной дисперсией D^* спектрального прибора ($D^* = \frac{dl}{d\lambda}$) и выражают обычно в миллиметрах на ангстрем. Можно выразить линейную дисперсию D^* через угловую ($\frac{d\Theta}{d\lambda}$). Как следует из формулы (9), для интерферометра Фабри-Перо

$$D^* = f \frac{d\Theta}{d\lambda} = \frac{dD}{2d\lambda} = \frac{2f^2}{\lambda D}.$$

Высокая дисперсия является основным преимуществом интерферометра Фабри-Перо.

1.3 Дисперсионная область

Областью дисперсии спектрального прибора называют максимальный интервал длин волн $\Delta\lambda$, при котором ещё не происходит перекрытия интерференционных полос соседних порядков. Ширина этой области определяется из условия наложения кольца $(m+1)$ -го порядка для длины волны λ и кольца m -го порядка для длины волны $\lambda + \Delta\lambda$:

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda,$$

откуда

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} \approx \frac{\lambda^2}{2L}. \quad (10)$$

Порядок интерференции m в интерферометрах Фабри-Перо чрезвычайно высок. Так, для $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см и $L = 0.5$ см получаем: $m \approx 2L/\lambda = 2 \cdot 10^4$. Область дисперсии при этом равна $\Delta\lambda = 0.25$ Å. Таким образом, спектральный интервал, который можно анализировать с помощью интерферометра Фабри-Перо, весьма мал. Поэтому перед интерферометром Фабри-Перо обычно располагают светофильтр или другой спектральный прибор, вырезающий спектральную полосу, не превышающую $\Delta\lambda$. Отметим, что если спектральная полоса $\Delta\lambda$ исследуемого излучения известна, то с помощью формулы (10) можно определить допустимое значение постоянной интерферометра L .

1.4 Разрешающая способность интерферометра Фабри-Перо

Разрешающая способность спектрального прибора определяется отношением

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (11)$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн, разрешимая прибором вблизи длины волны λ . При определении $\delta\lambda$ обычно используют условный критерий разрешения Релея, согласно которому две линии разрешаются, если их максимумы отстоят друг от друга на половину их ширины. Определяя ширину линии на уровне, на котором интенсивность падает в два раза по сравнению с максимальным значением в середине линии, можно получить из (4):

$$R \approx \frac{2\pi L\sqrt{r}}{\lambda(1-r)} \approx \frac{2\pi L}{\lambda(1-r)} \quad (12)$$

Из (12) следует, что при $r \rightarrow 1$ добротность $Q \approx R \rightarrow \infty$. Однако на самом деле этого не происходит. При r , достаточно близких к единице, существенное влияние на разрешающую способность начинает оказывать рассеяние света из-за неоднородностей поверхностей зеркал. Например, при $r \approx 95\%$ глубина неровностей поверхности должна быть меньше $\lambda/50$

2 Экспериментальная установка

Схема установки для изучения работы интерферометра Фабри-Перо представлена на рис. 3. Свет от ртутной лампы S , пройдя через линзу L_0 и зелёный светофильтр C , попадает в интерферометр Фабри-Перо (ИФП). Линза L служит для формирования пучка лучей (слегка сходящегося или слегка расходящегося). Интерференционные кольца наблюдаются в фокальной плоскости линзы L . Картина рассматривается через зрительную трубу T , сфокусированную на эту плоскость. Диаметры колец измеряются с помощью отсчётного микроскопа (не показанного на рис. 3). Зрительная труба T и отсчётный микроскоп – это составные части катетометра – прибора, предназна-

ченного для измерения расстояний в вертикальной плоскости. Подробное описание катетометра и инструкция к пользованию прилагаются к работе.

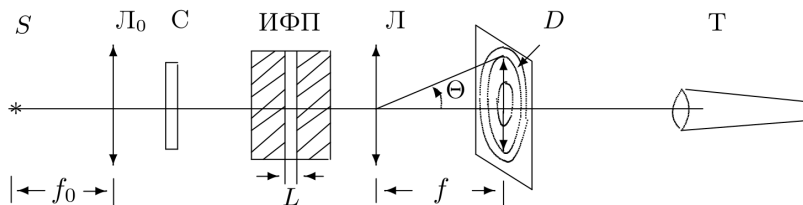


Рис. 2.1: Схема экспериментальной установки

При достаточной яркости ртутной лампы можно увидеть, что зелёная линия ртути состоит из нескольких компонентов. Расщепление этой спектральной линии связано с дополнительной энергией, возникающей как в результате взаимодействия магнитных моментов ядра и электрона – сверхтонкая структура (магнитное поле ядра действует на спиновый магнитный момент электрона), так и с изотопическим сдвигом (в парах ртути присутствуют в заметных количествах изотопы с атомными массами от 198 до 204 а.е.м.). Каждое зелёное кольцо содержит более десятка близко расположенных компонент, но разрешение нашего прибора не позволяет все их рассмотреть. Спектр натриевой лампы исследуется по аналогичной схеме, но светофильтр в этом случае не нужен, а интерферометр, линзы и зрительная труба катетометра имеют другие параметры.

3 Ход работы

3.1 Ртутная лампа

Построим график $d_i^2 = F(i)$ для зелёной линии ртути, приняв длину её волны $\lambda(Hg) = 5461 \text{ \AA}$. По наклону полученной прямой рассчитаем базу L интерферометра, используя формулу

$$\frac{\lambda}{L} = \frac{1}{4f^2} \frac{\Delta(d_i)}{\Delta(i)} \quad (13)$$

i	x_i^- , мм	x_i^+ , мм	d_i^2 , мм ²	$\sigma_{d_i^2}$, мм
1	167.61	179.85	1.5	0.01
2	163.87	183.55	3.88	0.03
3	161.19	186.11	6.21	0.05
4	159.16	188.15	8.4	0.07
5	157.39	189.96	10.61	0.09
6	155.82	191.55	12.77	0.11

Таблица 1: Измерение диаметров зелёных колец ртутной лампы

По полученным данным построим график:

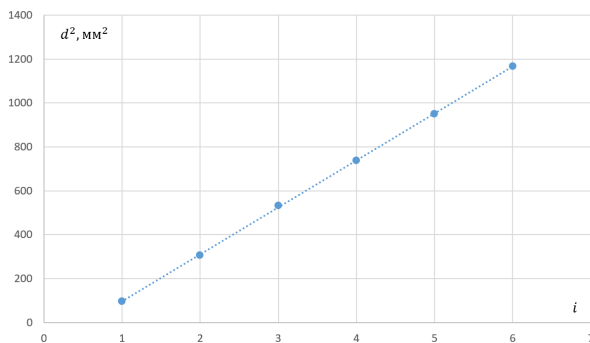


Рис. 3.1: График зависимости d_i^2 от i

С помощью метода наименьших квадратов найдём коэффициент

наклона этой прямой, откуда по формуле (13):

$$L = (1.17 \pm 0.01) \cdot 10^{-1} \text{ мм.}$$

Рассчитаем средние диаметры \bar{d} для жёлтых пар колец Hg и разности этих диаметров Δd для колец одного порядка.

Таблица 2: Измерение диаметров желтых колец ртутной лампы

i	x_i^- , мм	x_i^+ , мм	d , мм
1	170.38	176.93	6.55
2	166.66	180.88	14.22
	164.94	182.275	17.33
3	162.94	184.27	21.33
	161.995	185.295	23.3
4	160.53	186.85	26.315
	159.7	187.69	27.99
5	158.36	188.95	30.585
	157.69	189.03	31.34
6	156.62	190.66	34.045
	156.09	191.24	35.155

Обработаем данные этой таблицы и получим:

Таблица 3: Зависимость \bar{d} от $\frac{1}{\Delta d}$

\bar{d} , мм	σ_d , мм	Δd , мм	$\frac{1}{\Delta d}$, мм ⁻¹	$\sigma_{\frac{1}{\Delta d}}$, мм ⁻¹
6.55	0.42	0	-	-
15.78	0.42	3.12	0.32	0.04
22.31	0.42	1.97	0.51	0.08
27.15	0.42	1.68	0.6	0.12
30.96	0.42	1.35	0.74	0.18
34.61	0.42	1.11	0.9	0.24

По полученным данным построим график

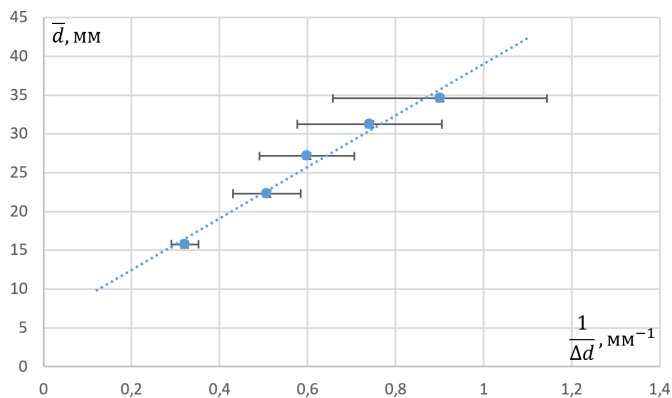


Рис. 3.2: График зависимости \bar{d} от $\frac{1}{\Delta d}$

По углу наклона прямой полученного графика рассчитаем разность длин волн для жёлтой пары линий ртути:

$$\Delta\lambda = 3.9 \pm 0.3 \text{ \AA}$$

3.2 Натриевая лампа

Построим график $d_i^2 = F(i)$ для одной из линий дуплета натрия, приняв длину волны $\lambda(Hg) = 5893 \text{ \AA}$. По наклону полученной прямой рассчитаем базу L интерферометра, используя формулу

$$\frac{\lambda}{L} = \frac{1}{4f^2} \frac{\Delta(d_i)}{\Delta(i)} \quad (14)$$

Таблица 4: Измерение диаметров жёлтых колец для Na

i	x_i^- , мм	x_i^+ , мм	d_i , мм	d_i^2 , мм ²	$\sigma_{d_i^2}$, мм ²
1	152,06	142,22	9,840	96,83	0,02
2	155,805	138,33	17,475	305,38	0,03
3	158,68	135,63	23,050	531,30	0,05
4	160,665	133,485	27,180	738,75	0,05
5	162,515	131,675	30,840	951,11	0,06
6	164,03	129,88	34,150	1166,22	0,07

По полученным данным построим график:

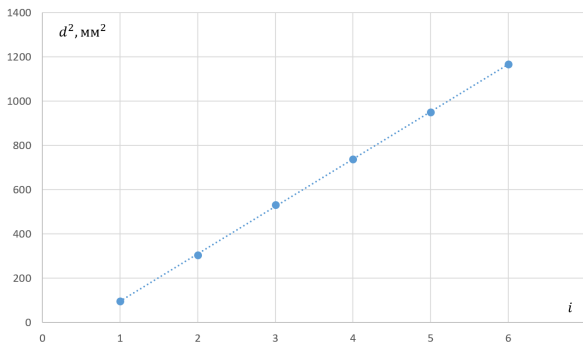


Рис. 3.3: График зависимости d_i^2 от i

С помощью метода наименьших квадратов найдём коэффициент

наклона этой прямой, откуда по формуле (14):

$$L = (9.73 \pm 0.11) \cdot 10^{-2} \text{ мм.}$$

Рассчитаем средние диаметры \bar{d} для жёлтых пар колец Na и разности этих диаметров Δd для колец одного порядка.

Таблица 5: К расчёту \bar{d} и $\frac{1}{\Delta d}$

i	\bar{d} , мм	$\sigma_{\bar{d}}$, мм	$\frac{1}{\Delta d}$, мм ⁻¹	σ , мм ⁻¹
1	7,32	$3 \cdot 10^{-2}$	0,20	0,002
2	16,60	$3 \cdot 10^{-2}$	0,57	0,02
3	22,27	$3 \cdot 10^{-2}$	0,64	0,02
4	26,60	$3 \cdot 10^{-2}$	0,86	0,04
5	30,29	$3 \cdot 10^{-2}$	0,90	0,05
6	33,63	$3 \cdot 10^{-2}$	0,97	0,06

По полученным данным построим график

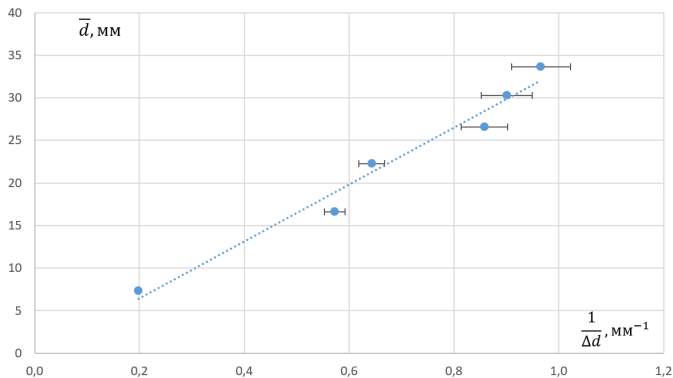


Рис. 3.4: График зависимости \bar{d} от $\frac{1}{\Delta d}$

По углу наклона прямой полученного графика рассчитаем разность длин волн для жёлтой пары линий натрия:

$$\Delta\lambda = 5.6 \pm 0.4 \text{ Å}$$

3.3 Общие расчёты

Используя разность диаметров и разность длин волн жёлтых пар Na и Hg оценим экспериментальные значения линейной дисперсии интерферометров:

Таблица 6: Сравнение теории и эксперимента для Na

D_{Ξ} , мм/Å	σ , мм/Å	D_T , мм/Å	σ , мм/Å	\bar{d} , мм	Δd , мм
0,093	0,007	0,089	0,001	33,63	1,04
0,1	0,007	0,099	0,0011	30,29	1,11
0,105	0,007	0,1127	0,0012	26,60	1,16
0,14	0,01	0,1346	0,0014	22,27	1,56
0,157	0,011	0,181	0,002	16,60	1,75
0,45	0,03	0,41	0,004	7,32	5,05

Таблица 7: Сравнение теории и эксперимента для Hg

Δd , мм	D_{Ξ} , мм/Å	\bar{d} , мм	D_T , мм/Å
2.22	0.2	16.14	0.19
1.61	0.14	21.97	0.14
1.22	0.11	26.46	0.11
1.13	0.1	30.33	0.1
1.01	0.09	33.56	0.09

Оценим также аппаратную разрешающую способность по формуле:

$$R_{\text{апп}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \simeq \frac{1}{\Theta \cdot \delta\Theta} \simeq \frac{4f^2}{d \cdot \delta r}$$

Откуда получим для Hg и Na :

$$R_{\text{апп}}^{Na} = (5.06 \pm 0.05) \cdot 10^3, \quad R_{\text{апп}}^{Hg} = (7.10 \pm 0.05) \cdot 10^3$$

Оценим число максимумов $m_{Na} \approx \frac{2L}{\lambda} = 340$, откуда число интерферирующих полос $N = \frac{R_{Na}}{m_{Na}} \approx 15$.

Приняв коэффициент отражения $r \simeq 0.85$, получим для добротности:

$$Q = \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r}m \approx 6500$$