论文名称	状态变量 X	转移矩阵 F	观测变量 Z	观测矩阵 H	过程噪声 Q	观测噪声 R	备注
基于 ARM 与低成本 MEMS 器件的 AHRS 设计	4×四元数$\boldsymbol{q}$	四元数微分方程的矩阵形式	3×加速度计$\boldsymbol{g}$ or 3×电子罗盘$\boldsymbol{m}$	观测方程:$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{C}_n^b\boldsymbol{v}$($\boldsymbol{v}$为加速度计或电子罗盘在$\boldsymbol{n}$系中的参考向量) 对观测方程在先验概率估计处求偏导 $\boldsymbol{H} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}}\right\|_{x=x^-}$			原文在上一次状态估计处求偏导，而这里的观测矩阵的线性化属于广义 EKF 算法
用于微小型飞行器姿态估计的四元数扩展卡尔曼滤波算法	3×误差四元数$\boldsymbol{q}_e$ 3×陀螺仪随机漂移Δ_b	误差四元数微分方程 $\dot{\boldsymbol{q}}_e = -[\widehat{\boldsymbol{\omega}}_b \times]\boldsymbol{q}_e - \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\varepsilon} = \Delta_b + \boldsymbol{w}_g)$ 陀螺仪随机漂移方程 $\dot{\Delta}_b = \boldsymbol{w}_b$(随机漂移导数$\boldsymbol{w}_b$文章未给出定义，一般而言为 0 或者极小的常数)	3×误差四元数$\boldsymbol{q}_e$	高斯-牛顿法求得观测四元数$\boldsymbol{Q}_s$ $\boldsymbol{Q}_I \otimes \boldsymbol{Q}_s^{-1}$取后三行向量作为$\boldsymbol{Z}$ $\boldsymbol{H} = [-I_{3\times3}\ O_{3\times3}]$			最终的四元数$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}_I \otimes \widehat{\boldsymbol{Q}}_{Ie}$($\boldsymbol{Q}_I$为四元数微分方程而来，$\widehat{\boldsymbol{Q}}_{Ie}$为 Kalman 滤波器输出)
基于 MEMS 的分散式低阶 AHPRS 系统设计	姿态 Kalman： 3×误差四元数$\boldsymbol{q}_e$ 3×陀螺仪随机漂移$\boldsymbol{\varepsilon}_b$ 3×一阶马尔可夫过程$\boldsymbol{\varepsilon}_r$	误差四元数微分方程 $\dot{\boldsymbol{q}}_e = -[\widehat{\boldsymbol{\omega}}_b \times]\boldsymbol{q}_e - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\varepsilon}_b + \boldsymbol{\varepsilon}_r + \boldsymbol{w}_g)$ $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_b = 0$ $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_r = -\frac{1}{T_r}\boldsymbol{\varepsilon}_r + \boldsymbol{w}_{gw}$	3×误差四元数$\boldsymbol{q}_e$	$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Q}_I \otimes \boldsymbol{Q}_a^{-1}$($\boldsymbol{Q}_a$为补偿 Kalman 滤波器输出，$\boldsymbol{Q}_I$由四元数微分方程求出)，取后三行 $\boldsymbol{H} = [-I_{3\times3}\ O_{3\times6}]$			两个亮点：1、补偿 Kalman 和姿态 Kalman；2、加入了位置参考，即 AHPRS
Quaternion-based extended Kalman filter for determining orientation by inertial and magnetic sensing	4×四元数$\boldsymbol{q}$ 3×加计随机漂移 ${}^a\boldsymbol{b}$ 3×地磁随机漂移${}^m\boldsymbol{b}$	四元数微分方程的状态转移矩阵$e^{\Omega T_s}$ (近似解法：毕卡法，泰勒级数展开) 加计和地磁的随机漂移方程直接传递 四元数过程噪声与陀螺仪测量噪声的关系： ${}^q\boldsymbol{w} = -\frac{T_s}{2}\Xi\,{}^g\boldsymbol{v} = -\frac{T_s}{2}\begin{bmatrix}[e\times]+q_0\mathrm{I}\\ -\boldsymbol{e}^T\end{bmatrix}{}^g\boldsymbol{v}$ ($\boldsymbol{e}$为四元数向量部分，${}^g\boldsymbol{v}$为陀螺仪测量噪声。 重要公式：$\boldsymbol{Xq} = \Xi\mathbf{x}$)	3×加速度计$\boldsymbol{g}$ 3×电子罗盘$\boldsymbol{m}$	观测方程：$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_n^b(\boldsymbol{q}) & \\ & \boldsymbol{C}_n^b(\boldsymbol{q})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}\\ \boldsymbol{h}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}{}^a\boldsymbol{b}\\ {}^m\boldsymbol{b}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}{}^a\boldsymbol{v}\\ {}^m\boldsymbol{v}\end{bmatrix}$ 观测矩阵$\boldsymbol{H} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{Z}}{\partial \boldsymbol{X}}\right\|_{X=X^-}$(后验概率估计处求偏导)	$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix}(T_s/2)^2\Xi\Sigma_g\Xi^T & & \\ & {}^a\Sigma & \\ & & {}^m\Sigma\end{bmatrix}$ $\Sigma_g = \sigma_g^2\mathbf{I}$ ${}^a\Sigma = T_s\,{}^a\sigma_w^2\mathbf{I}$ ${}^m\Sigma = T_s\,{}^m\sigma_w^2\mathbf{I}$ σ_g^2为陀螺仪测量方差；${}^a\sigma_w^2$和${}^m\sigma_w^2$分别为加计和地磁计的白噪声方差？？	$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix}{}^a\mathbf{R} & \\ & {}^m\mathbf{R}\end{bmatrix}$ ${}^a\mathbf{R} = \sigma_a^2\mathbf{I}$ ${}^m\mathbf{R} = \sigma_m^2\mathbf{I}$ σ_a^2和σ_m^2分别为加计和地磁计的测量方差	当前加速度超过了$\boldsymbol{g}$，则增大加计的观测噪声σ_a^2，用以排除额外加速度的影响
An extended Kalman filter for quaternion-based orientation estimation using MARG sensors	4×四元数$\boldsymbol{q}$ 3×陀螺仪输出$\boldsymbol{\omega}$	四元数微分方程的矩阵形式	4×观测四元数$\boldsymbol{q}$ 3×陀螺仪输出$\boldsymbol{\omega}$	4 个观测四元数$\boldsymbol{q}$由高斯-牛顿法求得 观测矩阵$\boldsymbol{H} = I_{7\times7}$			状态方程没有线性化，高斯-牛顿法将观测方程线性化
An improved quaternion-based Kalman filter for real-time tracking of rigid body orientation	4×四元数$\boldsymbol{q}$ 3×陀螺仪输出$\boldsymbol{\omega}$	四元数微分方程的矩阵形式	4×观测四元数$\boldsymbol{q}$ 3×陀螺仪输出$\boldsymbol{\omega}$	3 个误差四元数由高斯-牛顿法求得后与当前估计四元数$\widehat{\boldsymbol{q}}$进行四元数乘法运算得到 4 个观测四元数 观测矩阵$\boldsymbol{H} = I_{7\times7}$			状态方程没有线性化，高斯-牛顿法将观测方程线性化（利用了误差四元数）
Implementation and experimental results of a quaternion-based Kalman filter for human body motion tracking	4×四元数$\boldsymbol{q}$ 3×陀螺仪输出$\boldsymbol{\omega}$	四元数微分方程的线性化处理 $\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}}\right\|_{x=\hat{x}}\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}(t)$	4×观测四元数$\boldsymbol{q}$ 3×陀螺仪输出$\boldsymbol{\omega}$	4 个观测四元数由 Factored Quaternion 算法得到； 观测矩阵$\boldsymbol{H} = I_{7\times7}$	四元数无过程噪声 陀螺仪有过程噪声： $\boldsymbol{Q}_i = \frac{D_i}{2\tau_i}(1 - e^{-\frac{2\Delta t}{\tau_i}})$ D_i为白噪声方差，τ_i为过程模型的时间常数，Δt为采样间隔	四元数观测噪声 0.001 陀螺仪测量噪声 0.01	状态方程线性化，Factored 法将观测方程线性化
Design, Implementation, and Experimental Results of a Quaternion-Based Kalman Filter for Human Body Motion Tracking	4×四元数$\boldsymbol{q}$ 3×陀螺仪输出$\boldsymbol{\omega}$	四元数微分方程的线性化处理 $\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}}\right\|_{x=\hat{x}}\Delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{w}(t)$	4×观测四元数$\boldsymbol{q}$ 3×陀螺仪输出$\boldsymbol{\omega}$	4 个观测四元数由 QUEST 算法得到； 观测矩阵$\boldsymbol{H} = I_{7\times7}$	四元数无过程噪声 陀螺仪有过程噪声： $\boldsymbol{Q}_i = \frac{D_i}{2\tau_i}(1 - e^{-\frac{2\Delta t}{\tau_i}})$ D_i为白噪声方差，τ_i为过程模型的时间常数，Δt为采样间隔	四元数观测噪声 0.0001 陀螺仪测量噪声 0.01	状态方程线性化，QUEST 法将观测方程线性化
其他状态向量 X	[3×误差四元数+3×陀螺仪输出]、[4×四元数+3×陀螺仪随机漂移]、[3×误差四元数+3×陀螺仪随机漂移+3×加速度计偏差]、[4×四元数+3×陀螺仪随机漂移]、[4×四元数+3×陀螺仪随机漂移]、[4×四元数]						

武汉科技大学 王立