一、单项选择题

1. (D) 在理想介质中，均匀平面波的相速不可以表示为____________。

A. $v_p = \dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$　　B. $v_p = \dfrac{\omega}{k}$　　C. $v_p = f\lambda$　　D. $v_p = c\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$

2. (A) 在色散材料中群速 v_g 与相速 v_p 一般是不相等的，并具有如下关系

$$v_g = \frac{v_p}{1 - \dfrac{\omega}{v_p}\dfrac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\omega}}$$

当 $\dfrac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\omega} < 0$ 时，该色散成为____________。

A. 正常色散　　B. 反常色散　　C. 零色散　　D. 无色散

3. （ B ）已知铜的电导率为 $\sigma = 5.8\times10^7\,\mathrm{S/m}$，磁导率为 $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H/m}$，频率为 1 MHz 的电磁波在铜中的趋肤深度（穿透深度）为____________。

A. 6.6μm　　B. 0.066mm　　C. 0.66mm　　D. 6.6mm

4. (B) 电场表示式

$$\vec{E}(z,t) = \vec{e}_x E_m \sin(\omega t + kz) + \vec{e}_y E_m \cos(\omega t + kz)$$

所表征的电磁波的极化形式是____________。

A. 左旋圆极化　　B. 右旋圆极化　　C. 左旋椭圆极化　　D. 右旋椭圆极化

5. (C) 已知海水的电磁特性参数为 $\varepsilon_{\mathrm{r}} = 80,\ \mu_{\mathrm{r}} = 1,\ \sigma = 4\ (\mathrm{S/m})$，对于频率为 5 MHz 的电磁波而言，电磁波可以视为____________。

A. 弱导电媒质　　B. 一般导电媒质　　C. 良导体　　D. 理想介质

6. (C)对于理想介质中均匀平面电磁波具有____________特性。

A. 电磁波的相速与频率有关　　B. 电场与磁场振幅相等

C．波阻抗为实数　　D. 不是 TEM 波

7. （ C ）在导电媒质中传播的均匀平面波的衰减常数 $\alpha =$ __________。

A. $\omega\sqrt{\dfrac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1+\left(\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2}+1\right]}$　　B. $\sqrt{\pi f \mu\sigma}$

C. $\omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2}-1\right]}$　　　　D. $\frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

8. （ A ）在良导体中，电场与磁场的相位关系为__________。

A．电场相位超前磁场相位 45°　　　　B．电场相位滞后磁场相位 45°

C．电场相位与磁场相位同相　　　　D．电场相位与磁场相位相差 90°

9. (A) 关于电磁波的传播速度（即相速度），下述结论正确的是_______。

A．传播速度与传播媒质有关　　　　B．频率越小，传播速度越小

C．发射能量越小，传播速度越小　　D．波长越小，传播速度越小

10. (A)在良导体中传播的均匀平面电磁波的相位常数 β≈_____________。

A. $\sqrt{\pi f\mu\sigma}$　　　B. $\frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$　　　C. $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$　　　D. $\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

11. (D)对于理想介质中均匀平面电磁波不具有____________特性。

A．是 TEM 波　　　　B．电场与磁场振幅不变

C．电场与磁场同相位　　　　D．波阻抗为虚数

12. (A)下列关于群速度，描述不正确的有____________特性。

A．群速度是等相位面的推进速度　　　B．群速度与相速度一般不相等

C．正常色散时，群速度小于相速度　　D．无常色散时，群速度等于相速度

13. （ D ）电场表示式

$$\vec{E}(z)=\vec{e}_x jE_m e^{jkz}+\vec{e}_y jE_m e^{jkz}$$

所表征的电磁波的极化形式是___________。

A. 右旋椭圆极化　　B. 左旋圆极化　　C. 右旋圆极化　　D．线极化

14. (D)对电磁波而言，媒质导电性的强弱由 $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}$ 决定。当 $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}>>1$ 时的媒质是___________。

A. 弱导体　　　B. 半导体　　　C. 绝缘体　　　D. 良导体

15. (C)理想介质中均匀平面波的电场能量密度为 10 J/m^3，则该平面波电磁场能量密度为___________。

A．10 J/m^3　　　　B．15 J/m^3

C．20 J/m^3　　　　D．不确定

16. (B) 电场表示式

$$\vec{E}=\vec{e}_x jE_m e^{jkz}-\vec{e}_y E_m e^{jkz}$$

所表征的电磁波的极化形式是____________。

A．线极化　　　B. 右旋圆极化　　　C. 左旋圆极化　　　D. 椭圆极化

17. （　A　）在电磁特性参数为$\varepsilon_r = 4,\ \mu_r = 1$的理想介质中，均匀平面波的传播速度

为___________。

A. 1.5×10^8m/s　　B. 3×10^8m/s　　C. 6×10^8m/s　　D. 0.75×10^8m/s

18. (　D　)对于导电媒质中均匀平面电磁波具有____________特性。

A．平均磁场能量密度等于平均电场能量密度　　B．电场与磁场振幅不变

C．电场与磁场同相位　　D．波阻抗为虚数

19. (　D　) 在色散材料中群速v_g与相速v_p一般是不相等的，并具有如下关系

$$v_g = \frac{v_p}{1 - \dfrac{\omega}{v_p}\dfrac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\omega}}$$

当$\dfrac{dv_p}{d\omega} = 0$时，该色散成为____________。

A. 正常色散　　　B. 反常色散　　　C. 零色散　　　D. 无色散

20. （　C　）均匀平面电磁波不可能在____________内部存在。

A. 导电媒质　B. 电介质　　C. 良导体　　D. 弱导电媒质

21. (　A　)下列关于趋肤深度的描述，不正确的是____________。

A．趋肤深度与衰减系数成正比；

B．电磁波的频率越高，趋附深度越小；

C．媒质的电导率越大，振趋附深度越小；

D．媒质的磁导率越大，振趋附深度越小；

22. (　B　) 在色散材料中群速v_g与相速v_p一般是不相等的，并具有如下关系

$$v_g = \frac{v_p}{1 - \dfrac{\omega}{v_p}\dfrac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\omega}}$$

当 $\dfrac{dv_p}{d\omega}>0$ 时，该色散成为____________。

A. 正常色散　　B. 反常色散　　C. 零色散　　D. 无色散

23. （ A ）在良导体中传播的均匀平面电磁波的衰减常数α≈_____________。

A. $\sqrt{\pi f\mu\sigma}$　　B. $\dfrac{\sigma}{2}\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}$　　C. $\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon}$　　D. $\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

24. （ C ）对电磁波相速度描述正确的是_______。

A．相速度总是大于群速度　　B．它是电磁能传播的速度

C．是电磁波等振幅面传播的速度　　D．可大于光速

25. (A) 电场表示式

$$\vec{E}=\vec{e}_x E_m \sin\left(\omega t-kz-\frac{\pi}{4}\right)+\vec{e}_y E_m \cos\left(\omega t-kz+\frac{\pi}{4}\right)$$

所表征的电磁波的极化形式是____________。

A．线极化　　B. 右旋圆极化　　C. 左旋圆极化　　D. 椭圆极化

26. (A) 均匀平面电磁波的波阻抗 $\eta=$___________。

A. $\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}$　　B. $\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$　　C. $\omega\sqrt{\varepsilon\mu}$　　D. $\dfrac{k}{\omega}$

27. (D)下列关于均匀平面电磁波的描述，不正确的是____________。

A．是 TEM 波　　B．电场 $\vec{E}$、磁场 $\vec{H}$ 与传播方向三者遵循右手螺旋法则

C．在理想介质中振幅不衰减　　D．能够存在良导体内部

28. （ B ）对于圆极化电磁波，两个相互垂直的电场分量必然的情况为_________。

A. 反相　　B. 相差 90°　　C. 同相　　D. 振幅不等

29. （ C ）对趋肤深度描述正确的是_______。

A．电磁场强度越大趋肤深度越大

B．趋肤深度是电磁场进入媒质的最大深度

C．通常它与电磁波的频率有关

D．趋肤深度越大衰减常数也越大

30. (C)对于理想介质中均匀平面电磁波不具有____________特性。

A．平均磁场能量密度等于平均电场能量密度　　B．电场与磁场振幅不变

C．电磁波的相速与频率有关　　D．电场与磁场同相位

二、填空题

1. 在理想介质中，均匀平面波的电场能量密度___等于_________磁场能量密度（【填】大于、小于或等于）。
2. ___群速度_______表示包络波上任一恒定相位点的推进速度。
3. 若相速于频率无关，群速等于相速，称为______无________色散。
4. 在良导体中，磁场的相位____滞后________于电场 45º。
5. 在理想介质中，均匀平面波的电场与磁场相位____相同________（【填】相同或不同）。
6. 任何两个同频率、同传播方向且极化方向相互垂直的线极化波，当它们的相位相同或相差π时，合成波为______直线_______极化波。
7. 导电媒质中，均匀平面波电磁波的相速度与频率_____有关_______（【填】有关或无关）。
8. 任何两个同频率、同传播方向且极化方向相互垂直的线极化波，当它们的振幅相同且相位相差π/2时，合成波为______圆_____极化波。
9. 良导体中的电磁波局限于导体表面附近的区域，这种现象称为______趋肤效应________。
10. 无色散情况下，群速____等于_______相速。
11. 在良导体中，磁场的相位滞后于电场____45________°（度）。
12. 在同一种导电媒质中，不同频率的电磁波的相速度是不同的，这种现象称为色散__。
13. 任何两个同频率、同传播方向且极化方向相互垂直的线极化波，当它们的振幅不相同，相位相差π/2，合成波为______椭圆_____极化波。
14. 均匀平面波的电场 $\vec{E}$ 、磁场 $\vec{H}$ 与传播方向之间相互垂直，并遵循______右手螺旋________关系。
15. 导电媒质中均匀平面波的电场 $\vec{E}$ 、磁场 $\vec{H}$ 与传播方向之间相互垂直，它是横_电磁波。（【填】横或纵）
16. 任何两个同频率、同传播方向且极化方向相互垂直的线极化波，若它们的振幅和相位是任意的，则合成波为_____椭圆_____极化波。
17. 在导电媒质中，均匀平面波的电场振幅和磁场振幅呈________指数衰减________。
18. 群速与相速一般是不相等的。若相速随频率升高而增加，群速大于相速，这种情况称为______反常________色散。
19. 在导电媒质中，均匀平面波的平均电场能量密度____小于________平均磁场

能量密度（【填】大于、小于或等于）。

20. 群速与相速一般是不相等的。若相速随频率升高而减小，群速小于相速，这种情况称为<u>　　　正常　　　　</u>色散。

21.

三、计算题

1、自由空间中的平面波的电场强度 $\vec{E}=\vec{e}_x 50\cos(\omega t-kz)\,V/m$，试求：

（1）该平面波的磁场强度瞬时表达式（3 分）

（2）瞬时坡印廷矢量和平均坡印廷矢量；（5 分）

（3）在 $z=z_0$ 处垂直穿过半径 R=2.5m 的圆平面的平均功率；（2 分）

解：（1）由 $\vec{H}=\dfrac{1}{\eta_0}\vec{e}_z\times\vec{E}$ 可得　　　　　　　　（1 分）

$$\vec{H}=\frac{1}{120\pi}\vec{e}_z\times\vec{e}_x 50\cos(\omega t-kz)=\vec{e}_y\frac{5}{12\pi}\cos(\omega t-kz)\quad A/m \qquad （2 分）$$

（2）瞬时坡印廷矢量

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}=\vec{e}_x 50\cos(\omega t-kz)\times\vec{e}_y\frac{5}{12\pi}\cos(\omega t-kz)=\vec{e}_z\frac{125}{6\pi}\cos^2(\omega t-kz)\,\mathrm{W/m^2}$$

或 $\vec{S}=\vec{e}_z\dfrac{1}{\eta}\left|\vec{E}\right|^2=\vec{e}_z\dfrac{1}{120\pi}\left[50\cos(\omega t-kz)\right]^2=\vec{e}_z\dfrac{125}{6\pi}\cos^2(\omega t-kz)\quad \mathrm{W/m^2}$（2 分）

平均坡印廷矢量

$$\vec{S}_{av}=\vec{e}_z\frac{1}{2\eta}\left|E_m\right|^2=\vec{e}_z\frac{1}{240\pi}50^2=_z\frac{125}{12\pi}\quad \mathrm{W/m^2} \qquad （2 分）$$

（3）$P_{av}=\int_S\vec{S}_{av}\cdot d\vec{S}=\dfrac{125}{12\pi}\times\pi R^2=\dfrac{125}{12\pi}\times\pi(2.5)^2=65.1\quad \mathrm{W}$　　　　（2 分）

2. 已知无界理想媒质（$\varepsilon=9\varepsilon_0,\mu=\mu_0,\sigma=0$）中正弦均匀平面波的频率 $f=10^8$ Hz，电场强度为

$$\dot{\vec{E}}=\vec{e}_x 4e^{-jkz}+\vec{e}_y 3e^{-jkz+j\frac{\pi}{3}}\quad \mathrm{V/m}$$

试求：(1) 均匀平面波的相速 v_p、波长 λ、相位常数 k 和波阻抗 η；（4 分）

(2) 电场强度和磁场强度的瞬时值表达式；（3 分）

(3) 平均坡印廷矢量。（3 分）

解：

(1) 相速、波长、相位常数和波阻抗分别为

$$v_{\mathrm{p}}=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}=\frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}=\frac{3\times10^8}{\sqrt{9}}=10^8\quad \mathrm{m/s}$$

（1 分）

$$\lambda=\frac{v_{\mathrm{p}}}{f}=1\quad \mathrm{m}$$

（1 分）

$$k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}=\frac{\omega}{v_{\mathrm{p}}}=2\pi\quad \mathrm{rad/m}$$

（1 分）

$$\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=\eta_0\sqrt{\frac{u_r}{\varepsilon_r}}=120\pi\sqrt{\frac{1}{9}}=40\pi\ \ \Omega$$

（1 分）

(2) 与题中电场强度相伴的磁场强度为

$$\dot{\vec{H}}=\frac{1}{\eta}\vec{e}_z\times\dot{\vec{E}}=\frac{1}{40\pi}(\vec{e}_y4e^{-jkz}-\vec{e}_x3e^{-jkz+j\frac{\pi}{3}})\quad \mathrm{A/m}$$ （1 分）

而电场强度和磁场强度的瞬时值表达式分别为

$$\begin{aligned}\vec{E}(t)&=\mathrm{Re}[\dot{\vec{E}}e^{j\omega t}]\\&=\vec{e}_x4\cos(2\pi\times10^8t-2\pi z)\\&\quad+\vec{e}_y3\cos\left(2\pi\times10^8t-2\pi z+\frac{\pi}{3}\right)\quad \mathrm{V/m}\end{aligned}$$

（1 分）

$$\begin{aligned}\vec{H}(t)&=\mathrm{Re}[\dot{\vec{H}}e^{j\omega t}]\\&=-\vec{e}_x\frac{3}{40\pi}\cos(2\pi\times10^8t-2\pi z+\frac{\pi}{3})\\&\quad+\vec{e}_y\frac{1}{10\pi}\cos\left(2\pi\times10^8t-2\pi z\right)\quad \mathrm{A/m}\end{aligned}$$

（1 分）

(3) 平均坡印延矢量为

$$\begin{aligned}\vec{S}_{av}&=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\vec{E}\times\vec{H}^*]\\&=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\left[\vec{e}_x4e^{-jkz}+\vec{e}_y3e^{-j\left(kz-\frac{\pi}{3}\right)}\right]\times\left[-\vec{e}_x\frac{3}{40\pi}e^{j\left(kz-\frac{\pi}{3}\right)}+\vec{e}_y\frac{1}{10\pi}e^{jkz}\right]\right\}\\&=\vec{e}_z\frac{5}{16\pi}\quad \mathrm{W/m^2}\end{aligned}$$

（3 分）

3、均匀平面电磁波在自由空间中传播，其电场强度复矢量为：

$$\vec{H}=\vec{e}_x10^{-4}e^{-j20\pi z}+\vec{e}_y10^{-4}e^{-j(20\pi z-\frac{\pi}{2})}V/m$$

试求：

(1) 平面波的传播方向和极化方式；（3 分）

(2) 磁场强度；（3 分）

(3) 流过与传播方向垂直的单位面积的平均功率。（4 分）

解：(1) 平面波的传播方向为 $\vec{e}_z$。（1 分）

题中电场强度可表示为

$$\vec{E}(z)=\vec{e}_x 10^{-4} e^{-j20\pi z}+\vec{e}_y 10^{-4} e^{-j20\pi z} e^{j\frac{\pi}{2}}=\left(\vec{e}_x+j\vec{e}_y\right)10^{-4} e^{-j20\pi z} \quad \mathrm{V/m}$$

其对应的瞬时值形式为

$$\vec{E}(z,t)=\vec{e}_x 10^{-4}\cos(\omega t-20\pi z)+\vec{e}_y 10^{-4}\cos(\omega t-20\pi z+\frac{\pi}{2}) \quad \mathrm{V/m}$$

由于 $\phi_y-\phi_x=\dfrac{\pi}{2}$ 且 $E_x=E_y=10^{-4}$，故为左旋圆极化波。（2 分）

(2) 由 $\vec{H}=\dfrac{1}{\eta_0}\vec{e}_z\times\vec{E}$，得磁场强度为（1 分）

$$\vec{H}=\frac{1}{120\pi}\vec{e}_z\times\left(\vec{e}_x+j\vec{e}_y\right)10^{-4}e^{-j20\pi z}$$

$$=\left(\vec{e}_y-j\vec{e}_x\right)\frac{10^{-4}}{120\pi}e^{-j20\pi z}$$

$$=-\vec{e}_x\frac{10^{-4}}{120\pi}e^{-j(20\pi z-\frac{\pi}{2})}+\vec{e}_y\frac{10^{-4}}{120\pi}e^{-j20\pi z}$$

$$\approx-\vec{e}_x 2.65\times10^{-7}e^{-j(20\pi z-\frac{\pi}{2})}+\vec{e}_y 2.65\times10^{-7}e^{-j20\pi z}$$

（2 分）

(3) 平均坡印延矢量为

$$\vec{S}_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\vec{E}\times\vec{H}^*]$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\left(\vec{e}_x+j\vec{e}_y\right)10^{-4}e^{-j20\pi z}\times\left(\vec{e}_y+j\vec{e}_x\right)2.65\times10^{-7}e^{j20\pi z}\right]$$

$$=\vec{e}_z 2.65\times10^{-11} \quad \mathrm{W/m^2}$$

（2 分）

而流过与传播方向垂直的单位面积的平均功率则为

$$P_{av}=\int_S \vec{S}_{av}\cdot d\vec{S}=2.65\times10^{-11} \quad \mathrm{W}$$

（2 分）

4、均匀平面电磁波在自由空间传播，其磁场强度为：

$$\vec{H}(z,t)=(\vec{e}_x+\vec{e}_y)\times 0.8\cos(6\pi\times10^8 t-2\pi z)A/m$$

试求：

（1）波的频率、相位常数、波长、相速；（4 分）

（2）电场强度 $\vec{E}(z,t)$；（3 分）

（3）瞬时坡印廷矢量。（3 分）

解：

（1）由题意角频率 $\omega=6\times10^8\pi$，相位常数为 $\beta=2\pi$ （1 分）

频率 $f=\dfrac{\omega}{2\pi}=3\times10^8$ Hz （1 分）

波长 $\lambda=\dfrac{2\pi}{\beta}=1$ m （1 分）

相速度 $v=\lambda f=3\times10^8$ m/s （1 分）

（2）

$$\vec{E}(z,t)=\eta_0\vec{H}(z,t)\times\vec{e}_z$$

$$=120\pi\left(\vec{e}_x+\vec{e}_y\right)\times 0.8\cos(6\pi\times10^8 t-2\pi z)\times\vec{e}_z$$ （3 分）

$$=96\pi\left(\vec{e}_x-\vec{e}_y\right)\cos(6\pi\times10^8 t-2\pi z)$$

（3）

$$\vec{S}(z,t)=\vec{E}(z,t)\times\vec{H}(z,t)$$

$$=96\pi\left(\vec{e}_x-\vec{e}_y\right)\cos(6\pi\times10^8 t-2\pi z)\times 0.8\left(\vec{e}_x+\vec{e}_y\right)\cos(6\pi\times10^8 t-2\pi z)_z$$ （3 分）

$$=\vec{e}_z 153.6\cos^2(6\pi\times10^8 t-2\pi z)\quad \mathrm{W}/m^2$$

5、已知频率为 5 MHz 的均匀平面波沿正 z 方向传播，z = 0 处电场强度为 x 方向，其有效值为 100(V/m)。若 z≥0 区域为海水，其电磁特性参数为 $\varepsilon_r=80,\ \mu_r=1,\ \sigma=4\quad(\mathrm{S/m})$。试求:

（1）该平面波在海水中的相位常数、衰减常数、趋肤深度、相速度；（6 分）

（2）电场强度的复振幅和瞬时表达式。（4 分）

解：

（1） $f=5\times10^6\,\mathrm{Hz}\qquad \omega=2\pi f=10^7\pi$

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}=\frac{4}{10^7\pi\left(\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}\right)80}=180>>1$$

可见，对于 5MHz 频率的电磁波，海水可以当作良导体 （2 分）

其相位常数为 $\beta=\sqrt{\pi f\mu\sigma}=8.89\ (\text{rad/m})$ （1 分）

衰减常数为 $\alpha=\beta=\sqrt{\pi f\mu\sigma}=8.89\ (\text{rad/m})$ （1 分）

趋附深度 $\delta=\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{1}{\sqrt{\pi f\mu\sigma}}=0.112(\text{m})$ （1 分）

相速为 $v_{\text{p}}=\dfrac{\omega}{\beta}=3.53\times10^{6}\ (\text{m/s})$ （1 分）

（2）根据以上参数获知，

电场强度的复振幅为

$\vec{\boldsymbol{E}}(z)=\vec{e}_x100\,\text{e}^{-\alpha z}\text{e}^{-\text{j}\beta z}=\vec{e}_x100\,\text{e}^{-8.89z}\text{e}^{-\text{j}8.89z}\ (\text{V/m})$ （2 分）

电场强度的瞬时表达式

$\vec{\boldsymbol{E}}(z,\ t)=\vec{e}_x100\,\text{e}^{8.89z}\cos(10^{7}\pi t-8.89z)\ \ \text{V/m}$ （2 分）

6、判断下列均匀平面波的极化形式，如果为椭圆或圆极化，请写出是左旋还是右旋。

（1） $\vec{\boldsymbol{E}}(z)=\vec{e}_x jE_m e^{jkz}+\vec{e}_y jE_m e^{jkz}$ （2 分）

（2） $\vec{\boldsymbol{E}}(z,t)=\vec{e}_x E_m\sin(\omega t+kz)+\vec{e}_y E_{\text{m}}\cos(\omega t+kz)$ （4 分）

（3） $\vec{\boldsymbol{E}}(z,t)=\vec{e}_x E_m\sin(\omega t-kz)+\vec{e}_y E_{\text{m}}\cos(\omega t-kz+40^{\circ})$ （4 分）

解：（1）

由题意

$$\boldsymbol{E}_x(z)=\text{Re}[jE_m e^{jkz}e^{j\omega t}]=E_{\text{m}}\cos(\omega t+kz+\frac{\pi}{2})$$

$$\boldsymbol{E}_y(z)=\text{Re}[jE_m e^{jkz}e^{j\omega t}]=E_{\text{m}}\cos(\omega t+kz+\frac{\pi}{2})$$

则 $\phi_y-\phi_x=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{2}=0$，所以合成波为线极化波。 （2 分）

（2）

$$\boldsymbol{E}_x(z,t)=E_m\sin(\omega t+kz)=E_{\text{m}}\cos(\omega t+kz-\frac{\pi}{2})$$

$$\boldsymbol{E}_y(z,t)=E_{\text{m}}\cos(\omega t+kz)$$

（2 分）

则有 $\phi_y - \phi_x = 0 - (-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$

由于该波沿-z 轴方向传播，所以合成波为右旋圆极化波 （2 分）

（3）

$\boldsymbol{E}_x(z,t) = E_m \sin(\omega t - kz) = E_m \cos(\omega t - kz - 90^\circ)$

$\boldsymbol{E}_y(z,t) = E_m \cos(\omega t - kz + 40^\circ)$ （2 分）

则 $\phi_y - \phi_x = 40^\circ - (-90^\circ) = 130^\circ$

所以合成波为左旋椭圆极化波。 （2 分）

7、频率为 9.4 GHz 的均匀平面波在聚乙烯中传播，设其为无耗材料，电磁参数为 $\varepsilon_r = 2.26,\ \mu_r = 1$，若磁场的振幅为 7 mA/m。

求：角频率、相速、波长、波阻抗和电场的幅值

解：由题意，平面波的频率 $f = 9.4 \times 10^9 \quad Hz$

则角频率 $\omega = \frac{f}{2\pi} = \frac{9.4 \times 10^9}{2\pi} \approx 1.5 \times 10^9 \quad rad/m$ （2 分）

相速度 $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\eta}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \eta_r}} = \frac{c}{\sqrt{2.26}} \approx 1.996 \times 10^8 \quad m/s$ （2 分）

波长 $\lambda = \frac{v}{f} = 2.12 \quad cm$ （2 分）

波阻抗 $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} = 251 \quad \Omega$ （2 分）

设平面波的传播方向为 $\vec{e}_z$，则 $\vec{H} = \frac{1}{\eta} \vec{e}_z \times \vec{E}$

因此，$\left|\vec{H}\right| = \frac{1}{\eta}\left|\vec{E}\right|$，即 $E_m = \eta H_m = 251 \times 7 \times 10^{-3} = 1.757 \quad V/m$ （2 分）

8、在自由空间中，时变电磁场的电场强度复矢量 $\vec{E}(z) = \vec{e}_y E_0 e^{-jkz}$，式中 k 与 E_0 为常数。

求：(1) 磁场强度复矢量;（3 分）

(2) 坡印廷矢量的瞬时值;（4 分）

(3) 平均坡印廷矢量。（3 分）

（1） 解：相伴的磁场强度复量为

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta_0} \vec{e}_z \times \vec{E} = \frac{1}{\eta_0} \vec{e}_z \times \vec{e}_y E_0 e^{-jkz} = -\vec{e}_x \frac{1}{120\pi} E_0 e^{-jkz} \quad （3 分）$$

（2） 电场强度的瞬时值为

$\vec{E} = \vec{e}_y E_0 \cos(\omega t - kz)$ （2 分）

坡印廷矢量的瞬时值为

$\vec{S} = \vec{e}_z \frac{1}{\eta}|\vec{E}|^2 = \vec{e}_z \frac{1}{120\pi} E_0^2 \cos^2(\omega t - kz)$ W/m^2 （2 分）

（3） $\vec{S}_{av} = \vec{e}_z \frac{1}{2\eta}|E_m|^2 = \vec{e}_z \frac{1}{240\pi} E_0^2$ W/m^2 （3 分）

9、理想介质（参数为$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0, \mu = \mu_0$，$\sigma = 0$ ）中有一均匀平面波沿 x 方向传播，已知其电场瞬时值表达式为

$$\vec{E}(x,t) = \vec{e}_y 377 \cos(10^9 t - 5x)\, V/m$$

试求： （1）该理想介质的相对介电常数；（3 分）

（2）与 $\vec{E}(x,t)$ 相伴的磁场 $\vec{H}(x,t)$；（4 分）

（3）该平面波的平均功率密度。（3 分）

解：

（4） 由题意

$\omega = 10^9$ rad/m

$k = 5$ m^{-1}

由 $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_r}$ 得 $\varepsilon_r = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 2.25$ （3 分）

（5） 相伴的磁场为$\vec{H} = \frac{1}{\eta}\vec{e}_x \times \vec{E}$

$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta_0\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} = 80\pi$ （2 分）

$\vec{H} = \frac{1}{80\pi}\vec{e}_x \times \vec{e}_y 377\cos(10^9 t - 5x)$

$= \frac{377}{80\pi}\vec{e}_z \cos(10^9 t - 5x)$ V/m （2 分）

$= \vec{e}_z 1.5\cos(10^9 t - 5x)$

（6）

平均功率密度

$\vec{S}_{av}=\vec{e}_z\frac{1}{2\eta}\left|E_m\right|^2=\vec{e}_z\frac{377^2}{80\pi}=282.76\ \ \mathrm{W/m^2}$ （3 分）

10、频率为 100 MHz 的均匀平面波，在一无损耗媒质中沿正 z 轴方向传播，其电场 $\vec{E}=\vec{e}_xE_x$。已知该媒质的电磁参数为 $\varepsilon_{\mathrm{r}}=4\ \ \mu_{\mathrm{r}}=1,\ \sigma=0\,(\mathrm{S/m})$，且当 $t=0,\ z=1/8\,\mathrm{m}$ 时，电场幅值为 10^{-4}V/m。求：

（1）波的传播速度，波长，波数；（3 分）

（2）电场和磁场的瞬时表达式；（4 分）

（3）坡印廷矢量和平均坡印亭矢量；（3 分）

解：

（1） 由题意，$f=1\times10^8\,\mathrm{Hz}$ 且振幅为 10^{-4}V/m

则 $\omega=2\pi f=2\times10^8\pi\ \ \mathrm{rad/m}$

传播速度 $v_{\mathrm{p}}=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}=\frac{1}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=\frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}=1.5\times10^8\ (\mathrm{m/s})$ （1 分）

波长 $\lambda=\frac{v_{\mathrm{p}}}{f}==1.5\ \mathrm{m}$ （1 分）

波数 $k=\frac{2\pi}{\lambda}==\frac{4\pi}{3}$ （1 分）

（2） 设电场强度为 $\vec{E}=\vec{e}_xE_0\cos\left(\omega t-kz+\varphi_0\right)$

将（1）中所得代入得 $\vec{E}=\vec{e}_x10^{-4}\cos\left(2\times10^8\pi t-\frac{4}{3}\pi z+\varphi_0\right)$

由题意 $t=0,\ z=1/8\,\mathrm{m}$ 时，电场幅值为 10^{-4}V/m，代入上式

$10^{-4}=10^{-4}\cos\left(-\frac{1}{6}\pi+\varphi_0\right)$ 则 $\varphi_0=\frac{1}{6}\pi$ （1 分）

电场的瞬时表达式为$\vec{E}=\vec{e}_x 10^{-4}\cos\left(2\times10^8\pi t-\frac{4}{3}\pi z+\frac{1}{6}\pi\right)$ （1 分）

相伴的磁场为$\vec{H}=\frac{1}{\eta}\vec{e}_z\times\vec{E}$，其中$\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=\eta_0\sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}=60\pi$ （1 分）

磁场的瞬时表达式

$$\begin{aligned}\vec{H}&=\frac{1}{60\pi}\vec{e}_z\times\vec{e}_x 10^{-4}\cos\left(2\times10^8\pi t-\frac{4}{3}\pi z+\frac{1}{6}\pi\right)\\&=\vec{e}_x 10^{-4}\cos\left(2\times10^8\pi t-\frac{4}{3}\pi z+\varphi_0\right)\end{aligned}$$ （1 分）

（3） 瞬时坡印廷矢量

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

$$=\vec{e}_x 10^{-4}\cos\left(2\times10^8\pi t-\frac{4}{3}\pi z+\varphi_0\right)\times\vec{e}_y\frac{10^{-4}}{60\pi}\cos\left(2\times10^8\pi t-\frac{4}{3}\pi z+\frac{1}{6}\pi\right)$$ （1.5 分）

$$=\vec{e}_z\frac{10^{-8}}{60\pi}\cos^2\left(2\times10^8\pi t-\frac{4}{3}\pi z+\varphi_0\right)\ \ \mathrm{W/m^2}$$

平均坡印廷矢量

$$\vec{S}_{av}=\vec{e}_z\frac{1}{2\eta}\left|E_m\right|^2=\vec{e}_z\frac{10^{-8}}{120\pi}\ \ \mathrm{W/m^2}$$ （1.5 分）

四、证明题

1. 圆极化波可看作为椭圆极化波的特殊情况。试证明：一个椭圆极化波可以分解为两个旋转方向相反的圆极化波。（7 分）

证明：设椭圆极化波为 $\vec{E}(z)=\left(\vec{e}_x E_{xm}e^{-j\phi_x}+\vec{e}_y E_{ym}e^{-j\phi_y}\right)e^{-j\beta z}$ （1 分）

设两个旋向相反的圆极化波分别为：

$$\vec{E}_1(z)=E_{1m}\left(\vec{e}_x-j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}$$

$$\vec{E}_2(z)=E_{2m}\left(\vec{e}_x+j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}$$ （2 分）

令 $\vec{E}(z)=\vec{E}_1(z)+\vec{E}_2(z)$ （1 分）

即 $\left(\vec{e}_x E_{xm}e^{-j\phi_x}+\vec{e}_y E_{ym}e^{-j\phi_y}\right)e^{-j\beta z}=E_{1m}\left(\vec{e}_x-j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}+E_{2m}\left(\vec{e}_x+j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}$

则有$\begin{cases} E_{xm}e^{-j\phi_x} = E_{1m} + E_{2m} \\ -jE_{ym}e^{-j\phi_y} = E_{1m} - E_{2m} \end{cases}$ 解得$\begin{cases} E_{1m} = \dfrac{1}{2}\left(E_{xm}e^{-j\phi_x} - jE_{ym}e^{-j\phi_y}\right) \\ E_{2m} = \dfrac{1}{2}\left(E_{xm}e^{-j\phi_x} + jE_{ym}e^{-j\phi_y}\right) \end{cases}$（2 分）

故$\begin{cases} \vec{E}_1 = \dfrac{1}{2}\left(E_{xm}e^{-j\phi_x} - jE_{ym}e^{-j\phi_y}\right)\left(\vec{e}_x - j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z} \\ \vec{E}_2 = \dfrac{1}{2}\left(E_{xm}e^{-j\phi_x} + jE_{ym}e^{-j\phi_y}\right)\left(\vec{e}_x + j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z} \end{cases}$

因此，一个椭圆极化波可以分解为两个旋转方向相反的圆极化波。（1 分）

2、证明：电磁波在良导体中传播时，场强每经过一个波长，振幅衰减 55dB。

证明：良导体中衰减常数α 和相位常数β 相等。

因为良导体满足$\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon} >> 1$，所以$\alpha = \beta = \sqrt{\dfrac{\omega\mu\sigma}{2}}$ 。（2 分）

设均匀平面波的电场强度矢量为$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$，那么 $z=\lambda$ 处的电场强度与 z=0 处的电场强度的振幅比为

$$\left.\frac{|\vec{E}|}{|\vec{E}_0|}\right|_{z=\lambda} = \left.e^{-\alpha z}\right|_{z=\lambda} = e^{-\alpha\lambda} = e^{-\beta\frac{2\pi}{\beta}} = e^{-2\pi} \qquad \text{（2 分）}$$

即

$$20\lg\left.\frac{|\vec{E}|}{|\vec{E}_0|}\right|_{z=\lambda} = 20\lg e^{-2\pi} \approx -55\text{dB} \qquad \text{（3 分）}$$

3、已知海水的电磁参量 σ=51Ω·m，μ_r=1, ε_r=81， 可作为良导体，试证明：欲使 90％以上的电磁能量(仅靠海水表面下部)进入 1 m 以下的深度，电磁波的频率应大于 13.78Hz。

证明：对于所给海水，当其视为良导体时，其中传播的均匀平面电磁波为：

$$\vec{E} = \vec{e}_x E_0 e^{-(1+j)\alpha z},\quad \vec{H} = \vec{e}_y \frac{E_0}{\eta_c} e^{-(1+j)\alpha z} \qquad \text{（2 分）}$$

式中良导体海水的波阻抗为

$$\eta_c = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}(1+j) = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}e^{j\frac{\pi}{4}} \qquad \text{（1 分）}$$

因此沿+z 方向进入海水的平均电磁能流密度为：

$$\vec{S}_{av}=\mathrm{Re}[S]=\mathrm{Re}\left[\vec{e}_z\frac{1}{2}E_0^2e^{-2az}\sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\mu}}(1+j)\right]$$

（2 分）

$$=\vec{e}_z\frac{1}{2}E_0^2e^{-2az}\sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\mu}}$$

故海水表面下部 $z=l$ 处的平均电磁能流密度与海水表面下部 $z=0$ 处的平均电磁能流密度之比为：

$$\frac{\left|S_{av}\right|_{z=l}}{\left|S_{av}\right|_{z=0}}=e^{-2az}$$

如果使 $\frac{\left|S_{av}\right|_{z=l}}{\left|S_{av}\right|_{z=0}}=e^{-2az}>0.9$，其中 $\alpha=\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}=\sqrt{\pi f\mu\sigma}$

则 $f<\frac{1}{\pi\mu\sigma}\left(\frac{1n0.9}{-2l}\right)^2\Bigg|_{l=1}=\frac{1}{\pi\cdot 4\pi\times10^{-7}\cdot 51}\left(\frac{1n0.9}{-2\times1}\right)^2=13.78Hz$ （2 分）

4、已知在电磁波频率为 100MHz 时，石墨的趋附深度为 0.16 mm，试证明 1 GHz 的电磁波在石墨中传播 0.175 mm 距离后振幅衰减了 30dB。（石墨的磁导率为 μ_0）

证明：

由趋附深度 $\delta=\frac{1}{\sqrt{\pi f\mu\sigma}}$ 得 $\sigma=\frac{1}{\pi f\mu\delta^2}$ （2 分）

由题意 $\sigma=\frac{1}{\pi f\mu\delta^2}=0.99\times10^5$ S/m （1 分）

当电磁波频率为 1GHz 时 $\alpha=\frac{1}{\delta}=\sqrt{\pi f\mu\sigma}=1.98\times10^4$ m^{-1} （2 分）

电磁波在石墨中传播 0.175m 后衰减了

$20\log e^{\alpha\times0.175}=20\log e^{1.98\times10^4\times0.175}=30$ dB （2 分）

5、试证明：一个线极化波可以分解为两个振幅相等、旋转方向相反的圆极化波

证明：设线极化波为 $\vec{E}(z)=\vec{e}_zE_0e^{-j\beta z}=\vec{E}_1(z)+\vec{E}_2(z)$ （2 分）

其中： $\vec{E}_1(z)=\frac{E_0}{2}\left(\vec{e}_x-j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}$ （2 分）

$\vec{E}_2(z)=\frac{E_0}{2}\left(\vec{e}_x+j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}$ （2 分）

$\vec{E}_1(z)$ 和 $\vec{E}_1(z)$ 分别是振幅为 $\frac{E_0}{2}$ 的右旋和左旋圆极化波。 （1 分）

也可用下面方法证明

设线极化波为 $\vec{E}(z)=\left(\vec{e}_x E_{xm}+\vec{e}_y E_{ym}\right)e^{-j\beta z}$ （1 分）

设两个旋向相反的圆极化波分别为：

$$\vec{E}_1(z)=E_{1m}\left(\vec{e}_x-j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}$$

$$\vec{E}_2(z)=E_{2m}\left(\vec{e}_x+j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}$$ （2 分）

令 $\vec{E}(z)=\vec{E}_1(z)+\vec{E}_2(z)$

即 $\left(\vec{e}_x E_{xm}+\vec{e}_y E_{ym}\right)e^{-j\beta z}=E_{1m}\left(\vec{e}_x-j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}+E_{2m}\left(\vec{e}_x+j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z}$

则有 $\begin{cases} E_{xm}=E_{1m}+E_{2m} \\ -jE_{ym}=E_{1m}-E_{2m} \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} E_{1m}=\dfrac{1}{2}\left(E_{xm}-jE_{ym}\right) \\ E_{2m}=\dfrac{1}{2}\left(E_{xm}+jE_{ym}\right) \end{cases}$ （2 分）

故 $\begin{cases} \vec{E}_1=\dfrac{1}{2}\left(E_{xm}-jE_{ym}\right)\left(\vec{e}_x-j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z} \\ \vec{E}_2=\dfrac{1}{2}\left(E_{xm}+jE_{ym}\right)\left(\vec{e}_x+j\vec{e}_y\right)e^{-j\beta z} \end{cases}$ 且 $\left|\vec{E}_1\right|=\left|\vec{E}_2\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{E_{xm}^2+E_{ym}^2}$ （2 分）

因此，一个线极化波可以分解为两个振幅相等、旋转方向相反的圆极化波