一、单项选择题

（D）1. 电流密度包括

A 体电流的体密度　　B 面电流的面密度　C 线电流的点密度　　D 体电流的面密度

(A) 2. 对均匀线性各向同性的介质，介质中的恒定磁场方程为___

A $\nabla\times\vec{H}=\vec{J}$　　B $\nabla\times\vec{B}=\vec{J}$　　C $\nabla\bullet\vec{B}=u\vec{J}$　D $\nabla\times\vec{H}=0$

(A)3. 磁化强度 $\vec{M}$ 和磁化电流密度 $\vec{J}_M$ 或 $\vec{J}_{SM}$ 的表达式错误的是

A $\vec{J}_M=\nabla\bullet\vec{M}$　B $\vec{J}_{SM}=\vec{M}\times\vec{n}$　C $\vec{J}_{SM}=\vec{M}_{\mathrm{t}}$　D $\vec{J}_M=\nabla\times\vec{M}$

(A)4 $\vec{e}_n\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=0$ 成立的条件是

A 理想介质界面上　（B）理想导体界面上　　（C）任何媒质界面上　（D）均匀媒质界面上

（A）5. 下面关于电流密度的描述正确的是

A.电流密度的大小为单位时间垂直穿过单位面积的电荷量，方向为正电荷运动的方向。
B.电流密度的大小为单位时间穿过单位面积的电荷量，方向为正电荷运动的方向。
C.电流密度的大小为单位时间垂直穿过单位面积的电荷量，方向为负电荷运动的方向。
D.电流密度的大小为单位时间通过任一横截面的电荷量

(A) 6 对于各向同性的线性介质，介质中磁感应强度与磁场强度的关系是____

A $\vec{B}=\mu\vec{H}$　　B $\vec{B}=\mu_r\vec{H}$　　C $\vec{H}=\mu\vec{B}$　　D $\vec{H}=\mu_0\vec{B}$

(B)7. 平行板电容器之间的电流属于____

A.传导电流　B.位移电流　C.运流电流　D.线电流

(B)8 在电磁场中，分界面两边电场强度矢量的切向方向是

A. 不连续的　B. 连续的　C.不确定的　D.等于零

（D）9. 下列对电流连续性方程表述正确的是

A. $\nabla\bullet\vec{J}=\dfrac{\partial\rho}{\partial t}$

B 对于恒定电场，电流连续性方程的形式为 $\nabla\times\vec{J}=0$

C 电流连续性方程仅适用于静态场，不适用于时变电磁场。

D $\nabla\bullet\vec{J}=-\dfrac{\partial\rho}{\partial t}$

(A) 10.根据亥姆霍兹定理，一个矢量场由它的_______和边界条件唯一确定。

A.旋度和散度　 B.旋度和梯度　C.梯度和散度　D.旋度

(A)11 磁介质中的安培环路定理的积分形式为 $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$，其中电流媒质的 I 是指

A 传导电流 B 磁化电荷 C 传导电流和磁化电流代数和 D 传导电流和磁化电流之差

(B)12 在电磁场中，分界面两边磁感应强度矢量的法向方向是

A.不连续的　B. 连续的　C.不确定的　D.等于零

(B)13.恒定电场中，电流密度的散度在源外区域中等于____

A. 电荷密度　B.零. C 电荷密度与介电常数之比　D. 电位

(C) 14 下列关于静磁场的描述正确的是（）

A 由恒定电流产生的磁场是无旋场

B 磁力线在特殊的情况下可以是不闭合的

C 由磁通连续性定理，磁场可以由一个矢量的旋度来表示

D 在安培环路定理中，电流方向与 C 积分方向符合左手定则者为正，否则为负。

（B）15 关于媒质的传导特性，下列描述错误的是()

A 在理想导体内，恒定电场为 0

B 恒定电场不可以存在于非理想导体内部

C 在导电媒质中，恒定电场 $\vec{E}$ 和 $\vec{J}$ 的方向相同。

D 欧姆定律得微分形式为 $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

(A)16 $\vec{e}_n \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0$ 成立的条件是

A 理想介质界面上　　（B）理想导体界面上　　　（C）任何媒质界面上　　（D）均匀媒质界面上

A 17. 电流连续性方程反映了____

A.电荷守恒定律　B.欧姆定律　C. 全电流定律 D.焦耳定律

D18. 处于静电平衡状态下静电场中导体的性质不正确的是()

A 导体内的电场强度应为 0

B 导体是一个等位体，它的表面是等位面;

C 电场强度方向一定会与导体表面垂直

D 如果导体带净电，电荷均匀的分布于其内部

A19.静电场在自由空间中是_____

A. 有散无旋场　 B.无旋无散场　C.有旋无散场　D.有旋有散场

C20 对法拉第电磁感应定律描述正确的是
A 法拉第电磁感应定律对只对由导体构成的回路才成立
B 法拉第电磁感应定律仅对时变电磁场才成立
C 磁场随时间变化处会激发漩涡状的感应电场
D 感应电场与静电场的电力线都是非闭合的

(D) 21.电场强度的定义式为 $\vec{E}=\lim_{q\to 0}\frac{\vec{F}}{q}$，关于电场强度错误的表述是

A $q\to 0$ 表示试验电荷 q 应为电量足够小的点电荷；

B 引入的试验电荷 q 不要扰动源电荷的电场；
C 电场强度的方向正电荷的受力方向
D 电场强度的大小与源电荷和受力电荷的电量都有关系

B 22. 静电场中的介质产生极化现象，介质内电场与外加电场相比，有何变化？

A. 变大 B. 变小 C.不变 D. 不确定
B 23 下列表述错误的是()
A 恒定磁场中的安培环路定律用于时变场时出现了矛盾
B 位移电流和传导电流一样是真实存在的
C 在时变电磁场中，只有传导电流与位移电流之和才是连续的
D 随时间变化的电场能产生磁场。

C 24 关于麦克斯韦方程的描述错误的一项是：
A.适合任何介质
B.静态场方程是麦克斯韦方程的特例
C.麦克斯韦方程中的安培环路定律与静态场中的相同
D.麦克斯韦方程中的磁通连续性定律与静态场中的相同

（D）25. 关于静电场的电力线的表述错误的是
A 电力线，其上每点的切线方向就是该点电场强度的方向
B 电力线分布疏密正比于电场强度的大小；
C 电力线是一簇从正电荷发出，而终止于负电荷的非闭合曲线
D 在没有电荷的空间里，电力线可以相交。
A 26 关于电介质极化的描述错误的是

A 定义电偶极矩 $\bar{p}=\bar{e}_z ql$，其方向由正电荷指向负电荷

B 电介质极化后在电介质内部和表面形成了束缚电荷或极化电荷
C 极化电荷在产生电场效应方面与自由电荷一样
D 电介质极化后其内部电场强度一般不为 0

D27.恒定磁场的散度等于____

A. 电流密度 B.电流密度与磁导率之积 C. 矢量磁位 D. 零

B 28 关于麦克斯韦方程组描述正确的是
A 时变电磁场的场源是变化的电流和电荷
B 麦克斯韦方程组预言了电磁波的存在
C 场源激发电磁波后，场源消失，则电磁波也消失
D 麦克斯韦方程的仅适用于时变电磁场
D 29. 静电场的旋度等于___。

A. 电荷密度　B. 电荷密度与介电常数之比 C. 电位　D. 零

B　30. 电介质被极化后,其内部和表面可能会出现
A 自由正电荷　B 极化电荷　C 自由负电荷　D 磁偶极子
C31 电磁场的边界条件正确的是
A 在两种介质分界面上，磁场强度的切向分量都连续
B 推导边界条件的依据是麦克斯韦方程的微分形式
C 在两种介质界面上，介质性质有突变，电磁场也有突变
D 电场强度在不同媒质分界面两侧的法向分量连续

（B）32 关于安培定律表述错误的是:
A 描述了真空中两个电流回路之间相互作用力的规律
B 电流元之间的相互作用力满足作用力与反作用力的规律。
C 载流回路之间的相互作用力满足牛顿力学第三定律
D 在安培定律的基础上导出磁感应强度的表达式。
A33. 有介质存在时，高斯通量定理形式为$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=q$，其中$q$是指
A 自由电荷　B 极化电荷　C 自由电荷和极化电荷之和 D 自由电荷和极化电荷之差

C 34.恒定磁场在自由空间中是_____

A. 有散无旋场　B.无旋无散场　C.有旋无散场　D.有旋有散场
B 35 电磁场的边界条件正确的是

A 磁场强度在不同媒质分界面两侧的法向分量不连续，其差值恰好等于分界面上的电流密度
B 电场强度在不同媒质分界面两侧的切向分量连续
C 电位移矢量的切向分量连续，
D 磁感应强度的切向分量不连续，其差值恰好等于分解面上的电流密度

A 36 下列恒定磁场的基本方程正确的是

A $\nabla\cdot\vec{B}=0$　B $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l}=0$　C $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l}=I$　D $\nabla\cdot\vec{B}=u_0 J$
B37. 时变电场是　　　静电场是
A　有旋场；有旋场
B　有旋场；无旋场
C　无旋场；有旋场

D　无旋场；无旋场

D 38 电磁场的边界条件错误的是
A 理想介质的内部和表面不存在自由电荷和传导电流
B 理想导体是电导率为无穷大的导体
C 理想导体内部的电场强度和磁感应强度均为零

D 在理想介质分介面上，$\vec{B},\vec{D}$ 的切向分量连续，$\vec{E},\vec{H}$ 法向分量连续

C39 下面哪种情况不会在闭和回路中会产生感应电动势？

A.通过导体回路的磁通量发生变化

B.导体回路的面积发生变化

C.通过导体回路的磁通量恒定

D.穿过导体回路的磁感应强度发生变化

A40 导体中的位移电流密度和传导电流密度的比值为

A $\dfrac{\omega\varepsilon}{\sigma}$　B $\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon}$　C $\dfrac{\omega}{\sigma}$　D $\dfrac{\varepsilon}{\sigma}$

二、证明题

1. 两种媒质的参数分别为$\varepsilon_1,\mu_1,\sigma_1$和$\varepsilon_2,\mu_2,\sigma_2$，试推导在分界面上磁场强度$\vec{H}$满足的边界条件。（10 分）

解：设分界面的法向单位矢量为$\vec{e}_n$,设定它为离开分界面指向媒质 1，$\vec{e}_t$是沿分界面的切向单位矢量。在分界面上取矩形闭合回路 abcda，其宽边 ab=cd=Δl,高 bc=da=$\Delta h\to 0$，边 ab、cd 平行于分界面。　2 分

将全电流定律$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l}=\int_S(\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t})\bullet d\vec{S}$应用于矩形回路得：

$$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l}=\int_a^b \vec{H}\bullet d\vec{l}+\int_b^c \vec{H}\bullet d\vec{l}+\int_c^d \vec{H}\bullet d\vec{l}+\int_d^a \vec{H}\bullet d\vec{l}=\int_S \vec{J}\bullet d\vec{S}+\int_S \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\bullet d\vec{S}$$

2 分

当 bc=da=$\Delta h\to 0$时，上式变为：

$$\oint_C \vec{H}\bullet d\vec{l}=\int_a^b \vec{H}_1\bullet d\vec{l}+\int_c^d \vec{H}_2\bullet d\vec{l}=\lim_{\Delta h\to 0}[\int_S \vec{J}\bullet d\vec{S}+\int_S \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\bullet d\vec{S}]$$

其中，如果分界面上存在自由面电流$\vec{J}_S$,则$\lim\limits_{\Delta h\to 0}\int_S \vec{J}\bullet d\vec{S}=\int_{\Delta l}\vec{J}_S\bullet\vec{e}_P dl$，其中$\vec{e}_P=\vec{e}_n\times\vec{e}_t$是回路所围面积 S 的法向单位矢量，与绕行方向成右手螺旋关系。

另外，因为$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$为有限值， $\lim_{\Delta h \to 0}\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \bullet d\vec{S} = 0$

因此可得$\int_{\Delta l}(\vec{H}_1 - \vec{H}_2)\bullet(\vec{e}_P \times \vec{e}_n)dl = \int_{\Delta l}\vec{J}_S \bullet \vec{e}_P dl$ 3 分

利用矢量恒等式$\vec{A}\bullet(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}\bullet(\vec{C}\times\vec{A}) = \vec{C}\bullet(\vec{A}\times\vec{B})$上式变为

$$\int_{\Delta l}\vec{e}_n \times(\vec{H}_1 - \vec{H}_2)\bullet \vec{e}_P dl = \int_{\Delta l}\vec{J}_S \bullet \vec{e}_P dl$$

故得$\vec{e}_n \times(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_S$，或标量形式$H_{1t} - H_{2t} = J_S$ 3 分

2. 两种媒质的参数分别为$\varepsilon_1, \mu_1, \sigma_1$和$\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$，试推导在分界面上电场强度$\vec{E}$满足的边界条件。（10 分）

解：设分界面的法向单位矢量为$\vec{e}_n$,设定它为离开分界面指向媒质 1，$\vec{e}_t$是沿分界面的切向单位矢量。在分界面上取矩形闭合回路 abcda，其宽边 ab=cd=Δl ,高 bc=da=$\Delta h \to 0$，边 ab、cd 平行于分界面。 2 分

将法拉第电磁感应定律$\oint_C \vec{E}\bullet d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\bullet d\vec{S}$应用于矩形回路得：

$$\oint_C \vec{E}\bullet d\vec{l} = \int_a^b \vec{E}\bullet d\vec{l} + \int_b^c \vec{E}\bullet d\vec{l} + \int_c^d \vec{E}\bullet d\vec{l} + \int_d^a \vec{E}\bullet d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\bullet d\vec{S}$$

2 分

当 bc=da=$\Delta h \to 0$时，上式变为：

$$\oint_C \vec{E}\bullet d\vec{l} = \int_a^b \vec{E}_1 \bullet d\vec{l} + \int_c^d \vec{E}_2 \bullet d\vec{l} = \lim_{\Delta h \to 0}\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\bullet d\vec{S}$$

因为$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$为有限值， $\lim_{\Delta h \to 0}\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\bullet d\vec{S} = 0$ 2 分

所以$\int_{\Delta l}(\vec{E}_1 - \vec{E}_2)\bullet \vec{e}_t dl = 0$

故得$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2)\bullet \vec{e}_t = 0$，或标量形式$E_{1t} - E_{2t} = 0$ 4 分

3. 两种媒质的参数分别为$\varepsilon_1, \mu_1, \sigma_1$和$\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$，试推导在分界面上电位移矢量$\vec{D}$满足的边界条件。（10 分）

解：在两种媒质的分界面上作一个底面积为ΔS，高为Δh的扁圆柱形闭合面，其一半在媒

质 1 中，另一半在媒质 2 中。 2 分

因为ΔS足够小，故可认为穿过此面积的电位移矢量为常数，又因为$\Delta h \to 0$，故圆柱侧面对面积分$\oint_S \vec{D} \bullet d\vec{S}$的贡献可以忽略。且此时分界面上存在的自由电荷面密度为ρ_S

2 分

将高斯通量定理$\oint_S \vec{D} \bullet d\vec{S} = q$应用于圆柱形闭合面，得 2 分

$$\oint_S \vec{D} \bullet d\vec{S} = \int_{\text{顶面}} \vec{D} \bullet d\vec{S} + \int_{\text{底面}} \vec{D} \bullet d\vec{S} + \int_{\text{侧面}} \vec{D} \bullet d\vec{S} = \int_{\text{顶面}} \vec{D}_1 \bullet \vec{e}_n dS - \int_{\text{底面}} \vec{D}_2 \bullet \vec{e}_n dS = \int_S \rho_S dS$$

即$\vec{e}_n \Delta S \bullet (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S \Delta S$

故得

$\vec{e}_n \bullet (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_S$或$D_{1n} - D_{2n} = \rho_S$

4 分

4 两种媒质的参数分别为$\varepsilon_1, \mu_1, \sigma_1$和$\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$，试推导在分界面上磁感应强度$\vec{B}$满足的边界条件。（10 分）

解：在两种媒质的分界面上作一个底面积为ΔS，高为Δh的扁圆柱形闭合面，其一半在媒质 1 中，另一半在媒质 2 中。 2 分

因为ΔS足够小，故可认为穿过此面积的磁通量为常数，又因为$\Delta h \to 0$，故圆柱侧面对面积分$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{S}$的贡献可以忽略。 2 分

将磁通连续性定理$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$应用于圆柱形闭合面，得 2 分

$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{S} = \int_{\text{顶面}} \vec{B} \bullet d\vec{S} + \int_{\text{底面}} \vec{B} \bullet d\vec{S} + \int_{\text{侧面}} \vec{B} \bullet d\vec{S} = \int_{\text{顶面}} \vec{B}_1 \bullet \vec{e}_n dS - \int_{\text{底面}} \vec{B}_2 \bullet \vec{e}_n dS = 0$$

故得

$\vec{e}_n \bullet (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0$或$B_{1n} = B_{2n}$ 4 分

5 推导电介质被极化后，其极化电荷的体密度与极化强度的关系（10 分）

解：在电介质中的任意闭合曲面上取一小的面积元$d\vec{S}$，其法向单位矢量为$\vec{e}_n$，可近似认为

$d\vec{S}$上的极化强度$\vec{P}$不变。在电介质极化时，设每个分子的正负电荷的平均相对位移为 d，

则分子电偶极矩为 $\vec{p}=q\vec{d}$，$\vec{d}$ 由负电荷指向正电荷。以 $d\vec{S}$ 为底，$\vec{d}$ 为斜高构成一个体积元 $\Delta V=d\vec{S}\bullet\vec{d}$。 3 分

则，只有电偶极子的中心在 ΔV 内的分子的正电荷才能穿出面积元 $d\vec{S}$。

设电介质单位体积中的分子数为 N，则穿出面积元 $d\vec{S}$ 的正电荷为

$$Nq\vec{d}\bullet d\vec{S}=\vec{P}\bullet d\vec{S}=\vec{P}\bullet\vec{e}_n dS$$

因此，从闭合面 S 穿出的正电荷为 $\oint_S \vec{P}\bullet d\vec{S}$，与之相对于，留在闭合面内 S 内的极化电荷量为 $q_P=-\oint_S \vec{P}\bullet d\vec{S}$， 3 分

由散度定理得 $q_P=-\oint_S \vec{P}\bullet d\vec{S}=-\int_V \nabla\bullet\vec{P}dV$。

若 S 限定的体积 V 为内的极化电荷体密度 ρ_P 则 $q_P=\int_V \rho_P dV=-\int_V \nabla\bullet\vec{P}dV$

因为闭合面 S 是任意取得，所以

$$\rho_P=-\nabla\bullet\vec{P}$$ 4 分

三、计算题

1. 真空中有一半径为 a 的带电细圆环，其单位长度带电为 ρ，总电量为 Q，求其轴线上任一点的电场强度。并讨论圆环中心点及轴线上无穷远点的电场强度为多少。（10 分）

解：设圆环中心为坐标原点，圆环平面位于 xoy 平面，其轴线方向为 z 方向，在其轴线上任意取一点 P(0,0,z)。

将圆环分解为无数个线元，每个线元可看成是点电荷 ρdl，该线元在轴线上任意点产生的电场为：$d\vec{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\rho dl}{R^2}\vec{e}_R$，其中 R 为线元到圆环轴线上某一点的距离，$\vec{e}_R$ 为线元到圆环轴线上某一点的位置单位矢量 3 分

因为场源具有对称性，又根据场强叠加原理，轴线上的电场强度只有沿轴线（z）方向分量。若点 P 到线元的连线与 z 轴夹角为 θ，则

$$\vec{E}(z)=\vec{e}_z\oint_l d\mathrm{E}_z=\frac{\vec{e}_z\rho}{4\pi\varepsilon_0}\oint_l\frac{\cos\theta dl}{R^2}$$

$$=\frac{\vec{e}_z\rho}{4\pi\varepsilon_0}\oint_l\frac{zdl}{R^3}=\frac{\vec{e}_z\rho}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{R^3}\oint_l dl$$

$$=\frac{\vec{e}_z 2\pi a\rho}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{R^3}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z}{R^3}\vec{e}_z$$

4 分

对于圆环中心点，$z=0$，所以其电场强度也为 0

对于轴线上无穷远点，$z\to\infty$ 时，R 与 Z 平行，带电细圆环可以看作一点电荷，有

$$\vec{E}(z)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{}{R^2}\vec{e}_z$$ 3 分

2 真空中有一半径为 a 线电流圆环，其电流为 I，求其轴线上任一点的磁场强度。并讨论圆环中心点及轴线上无穷远点的磁场强度为多少。（10 分）

解：设圆环中心为坐标原点，圆环平面位于 xoy 平面，其轴线方向为 z 方向，在其轴线上任意取一点 P(0,0,z)。

将圆环分解为无数个线电流元 $I d\vec{l}$，其位置矢量为 $\vec{r}'$，取圆柱坐标系，

易知 2 分

$I d\vec{l}=Iad\varphi\vec{e}_\varphi$，$\vec{r}'=a\vec{e}_\rho$，而场点 P 的位置矢量为 $\vec{r}=z\vec{e}_z$，

故得 $\vec{r}-\vec{r}'=z\vec{e}_z-a\vec{e}_\rho$ 又 $\vec{e}_\rho=\sin\varphi\vec{e}_y+\cos\varphi\vec{e}_x$

所以

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_C\frac{I d\vec{l}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{az\vec{e}_\rho+a^2\vec{e}_z}{(a^2+z^2)^{3/2}}d\varphi$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{a^2\vec{e}_z}{(a^2+z^2)^{3/2}}d\varphi$$

$$=\frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}\vec{e}_z$$

可见，线电流圆环轴线上的磁场强度只有 z 方向分量。 5 分

在圆环中心，$z=0$，磁感应强度最大为 $\vec{B}(0)=\frac{\mu_0 I}{2a}\vec{e}_z$

对于轴线上无穷远点，$z \to \infty$ 时， $(a^2+z^2)^{3/2} \approx z^3$，故 $\vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2z^3}\vec{e}_z$ 3 分

3.真空中有一半径为 *b* 的无限长直导线，载有电流 *I*，计算导体内、外的磁感应强度。 （10 分）

解：由于场源电流为无限长直导线，具有轴对称，因此其产生的磁场也具有轴对称性，因此可利用真空中恒定磁场的安培环路定理求解：$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} == \mu_0 I$ 2 分

取与长导线同轴的半径为 r 的圆周 C，则在此圆周 C 上，磁感应强度的大小为一定值，

即 $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\pi r B$ 1 分

设在导线内电流均匀分布， 导线外电流为零：

则可知当 $r \leqslant b$ 时 $\vec{J} = \vec{e}_z \frac{I}{\pi b^2}$

当 $r>b$ 时， $\vec{J} = 0$ 2 分

由电流密度和电流强度的关系 $I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$，电流 I 为与 C 相交链的电流，

当 $r>b$ 时，积分回路 C 包围的电流为 I；当 $r\leqslant b$ 时，包围电流为 $\frac{Ir^2}{b^2}$

所以当 $r\leqslant b$ 时：

$$B\cdot 2\pi r = \frac{\mu_0 I r^2}{b^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi b^2}$$

当 $r>b$ 时：

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$ 5 分

4．在坐标原点附近区域内，传导电流密度为：

$$\vec{J} = \vec{e}_r 8 r^{-1} (A/m^2)$$

试求：

(1) 通过半径 *r*=2mm 的球面的电流值；

(2) 在 *r*=2mm 的球面上电荷密度的增加率；

(3) 在 r=2mm 的球内总电荷的增加率。 （10 分）

解：

（1）

$$I=\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{S}=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}8r^{-1}\cdot r^2\sin\theta d\theta d\varphi\Big|_{r=2mm}$$
$$=32\pi r\Big|_{r=2mm}=64\pi(\mathrm{A})$$

3 分

（2）$\nabla\cdot\vec{J}=\dfrac{1}{r^2}\dfrac{d}{dr}(r^2\cdot 8r^{-1})=8r^{-2}$

由电流连续性方程式， 得：

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}\Big|_{r=2mm}=-\nabla\cdot\vec{J}\Big|_{r=2mm}=-2\times10^4\quad(A/m^2)$$

4 分

(3) 在 r=2mm 的球内总电荷的增加率：

$$\frac{dQ}{dt}=-I=-64\pi(A)$$

3 分

5. 真空中在 z=0 和 z=d 位置有两块无限大的理想导体平板（平行于 xoy 平面），若平板间的电场强度为

$\vec{E}=\vec{e}_x E_m\cos(wt-kz)$ V/m，

式中 E_m,w,k 皆为常数，试求：

（1）与电场强度相伴的磁场强度；

（2）两导体表面上的面电流密度 $\vec{J}_S$ 和面电荷密度 ρ_S。(10 分)

解：（1）由 $\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ 得 2 分

$$\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=-\vec{e}_y\frac{\partial E_x}{\partial z}=-\vec{e}_y\frac{\partial}{\partial z}[E_m\cos(wt-kz)]=-\vec{e}_y kE_m\cos(wt-kz)$$

对上式积分，得

$$\vec{B}=\vec{e}_y\frac{kE_m}{w}\cos(wt-kz)$$

由 $\vec{B}=\mu\vec{H}$ 得 2 分

$$\vec{H}=\vec{e}_y\frac{kE_m}{w\mu}\cos(wt-kz)$$ 1 分

（2）面电流和面电荷出现在两个理想导体板的内表面上，分别为
在 z=0 处的导体板上

$$\vec{J}_S=\vec{e}_n\times\vec{H}\big|_{z=0}=\vec{e}_z\times\vec{H}\big|_{z=0}=-\vec{e}_x\frac{kE_m}{w\mu}\cos(wt-kz)\big|_{z=0}=-\vec{e}_x\frac{kE_m}{w\mu}\cos wt\quad \text{A/m}$$

$$\rho_S=\vec{e}_n\bullet\vec{D}\big|_{z=0}=\vec{e}_z\bullet\varepsilon_0\vec{E}\big|_{z=0}=0$$ 3 分

在 z=d 处的导体板上

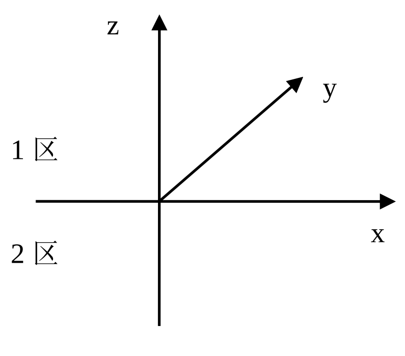
$$\vec{J}_S=\vec{e}_n\times\vec{H}\big|_{z=d}=-\vec{e}_z\times\vec{H}\big|_{z=d}=\vec{e}_x\frac{kE_m}{w\mu}\cos(wt-kz)\big|_{z=d}=\vec{e}_x\frac{kE_m}{w\mu}\cos(wt-kd)\quad \text{A/m}$$

$$\rho_S=\vec{e}_n\bullet\vec{D}\big|_{z=d}=-\vec{e}_z\bullet\varepsilon_0\vec{E}\big|_{z=d}=0$$

2 分

6

如图，设区域 1 的媒质参数为 $\varepsilon_1=5\varepsilon_0$、$\mu_1=\mu_0$、$\sigma_1=0$，区域 2 的媒质参数为 $\varepsilon_2=\varepsilon_0$、$\mu_2=\mu_0$、$\sigma_2=0$。若已知区域 1 中的电场强度为 $\vec{E}_1=\vec{e}_x 2y+\vec{e}_y 5x+\vec{e}_z(\frac{3}{5}+z)$ V/m，求区域 2 中电场强度在分界面处的表达式。（10 分）



解：由边界条件，在 z=0 界面处

$\vec{e}_n\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0$

得

$$\vec{e}_z \times [\vec{e}_x 2y + \vec{e}_y 5x + \vec{e}_z (\frac{3}{5} + z) - (\vec{e}_x E_{2x} + \vec{e}_y E_{2y} + \vec{e}_z E_{2z})] = 0$$

$$\vec{e}_z \times [\vec{e}_x (2y - E_{2x}) + \vec{e}_y (5x - E_{2y}) + \vec{e}_z (\frac{3}{5} + z - E_{2z})] = 0$$

$$\vec{e}_y (2y - E_{2x}) - \vec{e}_x (5x - E_{2y}) = 0$$

则得 $E_{2x} = 2y, E_{2y} = 5x$　　5 分

又由 $\vec{e}_n \bullet (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = 0$，有

$$\vec{e}_z \bullet [\vec{e}_x D_{1x} + \vec{e}_y D_{1y} + \vec{e}_z D_{1z} - (\vec{e}_x D_{2x} + \vec{e}_y D_{2y} + \vec{e}_z D_{2z})] = 0$$

则得

$$D_{1z}\big|_{z=0} = D_{2z}\big|_{z=0} = 5\varepsilon_0 (\frac{3}{5} + z)\big|_{z=0} = 3\varepsilon_0$$

$$E_{2z} = \frac{D_{2z}}{\varepsilon_2} = \frac{3\varepsilon_0}{\varepsilon_0} = 3$$

最后得

$$\vec{E}_2 (z = 0) = \vec{e}_x 2y + \vec{e}_y 5x + \vec{e}_z 3 \quad \text{V/m}$$　　5 分

7 自由空间的磁场强度为为 $\vec{H} = \vec{e}_y H_0 \sin(wt - kz)$ A/m，式中的 k 为常数。试求位移电流密度和电场强度。（10 分）

解：自由空间的传导电流密度为 0，由　　1 分

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$　　4 分

得

$$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} = -\vec{e}_x \frac{\partial H_y}{\partial z} = -\vec{e}_x \frac{\partial}{\partial z}[H_0 \sin(wt - kz)] = \vec{e}_x k H_0 \cos(wt - kz) \quad \text{V/m}$$

2 分

而 $\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dt = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \vec{e}_x k H_0 \cos(wt - kz) dt = \frac{1}{\varepsilon_0 w} \vec{e}_x k H_0 \sin(wt - kz)$　V/m

3 分

8 媒质 1 的电参数为 $\varepsilon_1 = 10\varepsilon_0, \mu_1 = 5\mu_0, \sigma_1 = 0$；媒质 2 可视为理想导体 $\sigma_1 = \infty$。设 $y = 0$ 为理想导体表面，$y > 0$ 的区域内(媒质 1)的电场强度 $\vec{E} = \vec{e}_y 20\cos(2\times 10^8 t - 2.58z) V/m$。试计算 $t = 5ns$ 时：

（1）点 P（2，0，0.2）处的面电荷密度 ρ_S（4 分）；

（2）点 P 处的磁场强度；（4 分）

(3)点 P 处的面电流密度 J_S。（2 分）

解：

（1）点 P 位于理想导体与理想介质的分界面上，满足边界条件 $\rho_S = \vec{e}_n \bullet \vec{D}_1$

又因为 $\vec{D}_1 = \varepsilon_1 \vec{E}_1$ 2 分

所以

$$\rho_S = \vec{e}_n \bullet \vec{D}_1 = \vec{e}_n \bullet \varepsilon_1 \vec{E}_1 = \vec{e}_y \bullet [10\varepsilon_0 \times \vec{e}_y 20\cos(2\times 10^8 t - 2.58z)]$$

$$= 200\varepsilon_0 \cos(2\times 10^8 \times 5\times 10^{-9} - 2.58\times 0.2)]$$

$$= 200\varepsilon_0 \cos 0.484$$ 2 分

$$= 177\varepsilon_0 (C/m^2)$$

（2）由法拉第电磁感应定律 $\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$，又由本构关系 $\vec{B} = \mu\vec{H}$

所以 $\nabla\times\vec{E} = -\mu\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$， 2 分

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}\nabla\times\vec{E} = -\frac{1}{\mu}(-\vec{e}_X \frac{\partial E_y}{\partial z}) = \frac{1}{5\mu_0}\vec{e}_X 20\times 2.58\sin(2\times 10^8 t - 2.58z)$$

$$\vec{H} = -\frac{1}{5\mu_0}\frac{1}{2\times 10^8}\vec{e}_X 20\times 2.58\cos(2\times 10^8 t - 2.58z)$$

$$= -\frac{5.16}{10^8\mu_0}\cos 0.484\vec{e}_X$$ 2 分

$$= -\frac{4.57}{10^8\mu_0}\vec{e}_X (A/m)$$

（1） 点 P 位于理想导体与理想介质的分界面上，满足边界条件

$$\vec{J}_S = \vec{e}_n \times \vec{H}_1 = \vec{e}_y \times \vec{e}_x H_x = -\vec{e}_z H_x = \frac{4.57}{10^8\mu_0}\vec{e}_z (A/m)$$ 2 分

9 媒质 1 的电参数为 $\varepsilon_1 = 8\varepsilon_0, \mu_1 = 5\mu_0, \sigma_1 = 0$ ；媒质 2 的电参数为 $\varepsilon_2 = 3\varepsilon_0, \mu_2 = 2\mu_0, \sigma_2 = 0$ ，两种媒质分界面上的法向单位矢量为 $\vec{e}_n = \vec{e}_x 0.64 + \vec{e}_y 0.48 - \vec{e}_z 0.6$，由媒质 2 指向媒质 1。若已知媒质 1 内邻近分界面上的点 P 处的磁感应强度 $\vec{B}_1 = (\vec{e}_x - \vec{e}_y 2 + \vec{e}_z 3) \bullet \sin 300t(T)$，求 P 点处下列量的大小：$B_{1n}, B_{1t}, B_{2n}, B_{2t}$（10 分）

解:

（1）媒质 1 中磁感应强度在分界面法向方向上的分量为：

$$B_{1n} = \left|\vec{B}_1 \bullet \vec{e}_n\right| = \left|(\vec{e}_x - \vec{e}_y 2 + \vec{e}_z 3)\sin 300t \bullet (\vec{e}_x 0.64 + \vec{e}_y 0.48 - \vec{e}_z 0.6)\right| = 2.12\sin 300t \text{ T}$$

2 分

(2) 媒质 1 中磁感应强度在分界面切向方向上的分量为：

$$B_{1t} = \left|\vec{B}_1 \times \vec{e}_n\right| = \left|(\vec{e}_x - \vec{e}_y 2 + \vec{e}_z 3)\sin 300t \times (\vec{e}_x 0.64 + \vec{e}_y 0.48 - \vec{e}_z 0.6)\right|$$

$$= \left|\sin 300t(-0.24\vec{e}_x + \vec{e}_y 2.52 + \vec{e}_z 1.76)\right| \approx 3.08\sin 300tT$$

3 分

(3)利用磁场的边界条件

$$B_{1n} = B_{2n} = 2.12\sin 300t$$ 2 分

（4）利用磁场的边界条件 $H_{1t} = H_{2t}$，又由于 $\vec{B} = \mu\vec{H}$

所以 $\dfrac{B_{1t}}{\mu_1} = \dfrac{B_{2t}}{\mu_2}$，即 $B_{2t} = \dfrac{\mu_2}{\mu_1} B_{1t} = \dfrac{2}{5} * 3.08\sin 300t = 1.23\sin 300tT$

3 分

10.下面的矢量函数,哪些可能是磁场?如果是,求出其源量 J

(1) $\vec{H} = \vec{e}_\rho b\rho, \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

(2) $\vec{H} = \vec{e}_x(-2by) + \vec{e}_y bx, \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ （10 分）

解：

（1）在圆柱坐标系中

$$\nabla \bullet \vec{B} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho B_\rho) = \frac{\mu_0}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} b\rho^2 = 2b\mu_0 \neq 0$$ 2 分

所以 $\vec{H} = \vec{e}_\rho b\rho$ 不是磁场量。 1 分

（2）在直角坐标系中

$$\nabla \bullet \vec{B} = \frac{\partial}{\partial x}B_x + \frac{\partial}{\partial y}B_y = \frac{\partial}{\partial x}(-2by) + \frac{\partial}{\partial y}(bx) = 0$$ 2 分

所以矢量 $\vec{H} = \vec{e}_x(-2by) + \vec{e}_y bx$ 是磁场矢量，其源分布为 1 分

$\vec{J} = \nabla \times \vec{H}$ 2 分

$= \nabla \times [\vec{e}_x(-2by) + \vec{e}_y bx] = 3b$ 2 分