Càlcul d'àrees

ENTRE f(x) i l'eix d'abscisses

1) Àrea entre la corba amb funció $f(x)=-x^2+4$ i l'eix d'abscisses en l'interval $[0,2]$.

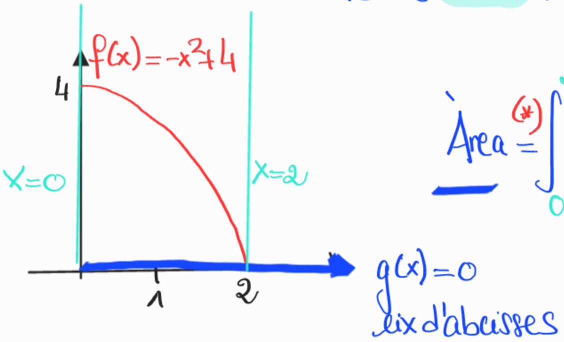
↳ limitada
- corba $f(x)=-x^2+4$
- eix d'abscisses $g(x)=0$
- rectes $x=0$ i $x=2$

} punts tall $f(x)=g(x) \rightarrow f(x)=0$

$-x^2+4=0$

$x=-2 \notin [0,2]$

$x=2 \in [0,2]$



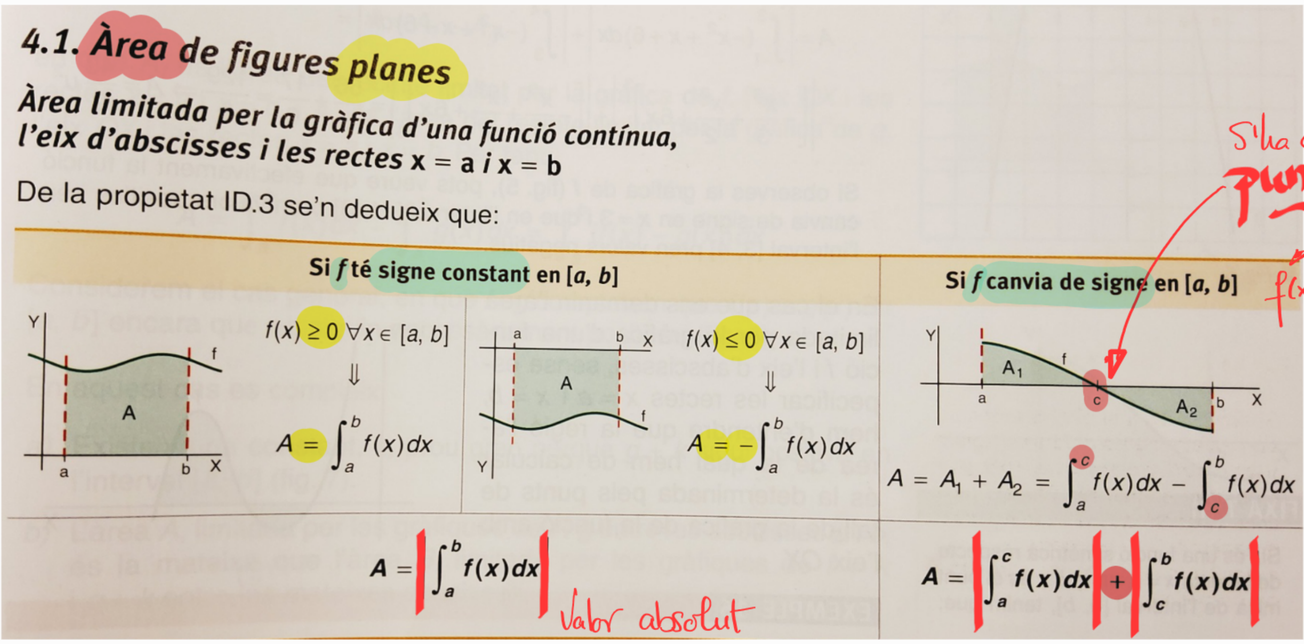
$$\text{Àrea} \overset{(*)}{=} \int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 (-x^2+4)\,dx =$$

$$= \int_0^2 -x^2\,dx + 4\int_0^2 dx = \left[-\frac{x^3}{3}+4x\right]\Big|_0^2 =$$

$$= -\frac{2^3}{3}+4\cdot 2 - \left(-\frac{0^3}{3}+4\cdot 0\right) = -\frac{8}{3}+8 = \frac{16}{3} \text{ unitats àrea}$$

(*) Com que f(x) està per sobre de l'eix OX

↳ $\int f(x) \geq 0$ i $\int f(x)dx = A$



4.1. Àrea de figures planes

Àrea limitada per la gràfica d'una funció contínua, l'eix d'abscisses i les rectes x = a i x = b

De la propietat ID.3 se'n dedueix que:

Si f té signe constant en $[a, b]$		Si f canvia de signe en $[a, b]$
$f(x) \geq 0\ \forall x \in [a, b]$ ⇓ $A = \int_a^b f(x)\,dx$	$f(x) \leq 0\ \forall x \in [a, b]$ ⇓ $A = -\int_a^b f(x)\,dx$	$A = A_1 + A_2 = \int_a^c f(x)\,dx - \int_c^b f(x)\,dx$
$A = \left\| \int_a^b f(x)\,dx \right\|$		$A = \left\| \int_a^c f(x)\,dx \right\| + \left\| \int_c^b f(x)\,dx \right\|$

Valor absolut

S'ha de trobar **punt tall**

f(x)   eix OX

ENTRE $f(x)$ i $g(x)$

(4) Troba l'àrea limitada per $f(x)=x^2-3x$ i $g(x)=-x^2+5x$

PAS 1 **punts de tall** entre $f(x)$, $g(x)$ $\Rightarrow$ $\boxed{f(x)=g(x)}$

$$x^2-3x=-x^2+5x$$

$$x^2+x^2-3x-5x=0$$

$$2x^2-8x=0$$

$$2x(x-4)=0 \rightarrow \begin{cases} 2x=0 \Rightarrow x=0 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

PAS 2

$$\text{Àrea}=\left|\int_0^4 [f(x)-g(x)]dx\right| = \left|\int_0^4 [(x^2-3x)-(-x^2+5x)]dx\right| = \{\text{fem operacions}\}$$

$$=\left|\int_0^4 (2x^2-8x)dx\right| = \{\text{fem la integral indefinida}\}$$

$$=\left|\left[2\cdot\frac{x^3}{3}-8\frac{x^2}{2}\right]\Big|_0^4\right| = \left|\left[\frac{2}{3}x^3-4x^2\right]\Big|_0^4\right| = \{\text{apliquem la regla de Barrow}\}$$

$$=\left|\frac{2}{3}\cdot 4^3-4\cdot 4^2-\left(\frac{2}{3}\cdot 0^3-4\cdot 0^2\right)\right| = \left|4^3\cdot\left(\frac{2}{3}-1\right)\right| = \left|-\frac{64}{3}\right| = \frac{64}{3} \text{ unitats àrea}$$