

TOTES LES RESPOSTES HAN DE SER RAONADES

1. (3 punts)

a) Calculeu el primer terme no nul del polinomi de Taylor centrat al punt  $a = 0$  de les funcions següents:

a.1)  $\sin(x)$ ,

a.2)  $\sin^2(x)$ ,

a.3)  $\sin^3(x)$ ,

a.4)  $\sin^n(x)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

b) Calculeu de forma aproximada, donant una cota de l'error comès:

b.1)  $\sin(0.1)$ ,

b.2)  $\sin^2(0.1)$ .

2. (3 punts) Considereu la funció  $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2 - 4}$ .

a) Trobeu el domini de la funció  $f$ .

b) Feu un esboç de les corbes de nivell  $f(x, y) = k$  per a  $k = -1, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ .

c) Quina és la direcció en la qual  $f$  creix més ràpidament en el punt  $P(1, 1)$ ? Trobeu la derivada direccional de  $f$  en aquesta direcció.

d) Trobeu la derivada direccional de la funció  $f$  en el punt  $P(1, 1)$  en la direcció del vector  $\vec{v} = (-1, 1)$ .

3. (4 punts) Considereu la funció  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1$  i el conjunt definit per:

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, 3x + 2y \leq 30, x + 4y \leq 20\}.$$

a) Justifiqueu l'existència d'extrems absoluts de  $f$  en  $K$ .

b) Trobeu els extrems absoluts de  $f$  en  $K$  i els punts on s'assoleixen.