1. El conjunto de los números reales.

Definición - 1. Sea $A \subset \mathbb{R}$.

A se llama **acotado superiormente** $\iff \exists\, K \in \mathbb{R} : K \geq a, \forall\, a \in A$.

A se llama **acotado inferiormente** $\iff \exists\, k \in \mathbb{R} : k \leq a, \forall\, a \in A$.

A se llama **acotado** $\iff$ A es acotado superiormente e inferiormente.

K y k se llaman **cota superior e inferior**, respectivamente.

Definición - 2. Sea $A \subset \mathbb{R}$ y S, $I \in \mathbb{R}$.

S es **supremo** de A ($S = \sup A$) $\iff$ $i)$ S es una cota superior de A, $ii)$ $(S - \varepsilon)$ no es una cota superior $\forall \varepsilon > 0$.

Nota: $S = \sup A$ es la menor de las cotas superiores.

I es **ínfimo** de A ($I = \inf A$) $\iff$ $i)$ I es una cota inferior de A, $ii)$ $(I + \varepsilon)$ no es una cota inferior $\forall \varepsilon > 0$.

Nota: $I = \inf A$ es la mayor de las cotas inferiores.

Definición - 3. Sea $A \subset \mathbb{R}$, $S = \sup A$ e $I = \inf A$.

Si $S \in A \implies S$ se llama máximo de A ($S = \max A$).

Si $I \in A \implies I$ se llama mínimo de A ($I = \min A$).

Definición - 4. Sea $x \in \mathbb{R}$. El valor absoluto de x es

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Sentido geométrico: $|x| = d(x, 0)$, es decir, $|x|$ representa la distancia de x al origen en la recta real.

Propiedades.

1. $|x| \geq 0, \quad |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0.$
2. $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|.$ Corolario: $|x^n| = |x|^n$, $\forall n \in \mathbb{N}$.
3. $|x + y| \leq |x| + |y|.$
4. Sea $a > 0 \implies |x| \leq a \iff -a \leq x \leq a.$

Corolario: 4.1) $|x| < a \iff -a < x < a;$

4.2) $|x| = a \iff x = \pm a;$

4.3) $|x| \geq a \iff x \geq a \quad \text{y} \quad x \leq -a;$

4.4) $|x| > a \iff x > a \quad \text{y} \quad x < -a.$