

JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES

R1. (5 punts)

- Si G és un graf connex d'ordre n i mida m . Demostreu que G conté exactament un cicle si i només si $m = n$.
- Trobeu tots els grafs no isomorfs d'ordre 5, connexos i amb exactament un cicle (Indicació: considereu casos segons la longitud del cicle).
- Demostreu que si un graf G d'ordre 5 és autocomplementari, aleshores G és connex i conté exactament un cicle. (Un graf G és *autocomplementari* si G i el seu complementari, G^c , són isomorfs).
- Deduïu que hi ha exactament dos grafs d'ordre 5 autocomplementaris, llevat isomorfismes.

R2. (2 punts) Després d'una gran nevada, una màquina llevaneus ha de netejar unes carreteres de l'àrea de Madrid. Qui organitza el servei es planteja a quina d'aquestes dues zones li pot assignar un operari de manera que la pugui netejar sencera sense passar dos cops pel mateix tram de carretera.



- Quina de les dues opcions permetrà netejar tota la zona sense passar dos cops per un mateix tram? Indiqueu els punts inicial i final del trajecte.
- Per a l'opció donada a l'apartat anterior, indiqueu per quants trams caldrà passar almenys dos cops si un cop netejada tota la zona la màquina ha de retornar al punt d'inici.

Nota: l'esquema de carreteres és real però les distàncies i les característiques de les mateixes no permetrien que el problema fos tan simple.

R3. (3 punts) La seqüència de graus d'un arbre T d'ordre 15 comença amb 5,4,3,3 i la resta de vèrtexs tenen grau inferior a 3.

- Quina ha de ser la seqüència de graus de T ?
- Suposem a més que el vèrtex de grau 5 no és adjacent a cap fulla. Quants arbres possibles hi ha llevat isomorfismes amb aquestes condicions? Doneu-ne una representació gràfica.
- Quants valors diferents apareixen a la seqüència de Prüfer? Quants valors apareixen almenys dos cops?

Informacions

- Durada de l'examen: 85 minuts
- S'ha de respondre amb tinta blava o negra.
- Cal lliurar els problemes per separat.
- No es poden utilitzar ni llibres, ni apunts, ni calculadores, ni mòbils, ni dispositius electrònics que puguin emmagatzemar, emetre o rebre informació.
- Publicació de les notes: 24/01/2022.
- Revisió de l'examen: 25/01/2022 a les 15:00 (s'haurà de demanar segons el procediment que es publicarà al racó).