

JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES

1. a) (0.5 punts) Definiu graf bipartit.
b) (0.5 punts) Doneu una condició necessària i suficient perquè un graf G sigui bipartit.
c) (1 punt) Demostreu que si $G = (V, A)$ és un graf bipartit d'ordre n i mida m , aleshores es compleix $m \leq n^2/4$.
2. Sigui $G = (V, A)$ un graf d'ordre n i mida m amb conjunt de vèrtexs $V = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Definim el graf $G^* = (V^*, A^*)$ que té per conjunt de vèrtexs $V^* = V \cup \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ i arestes $A^* = A \cup \{x_1y_1, x_2y_2, \dots, x_ny_n\}$.
 - (a) i) (0.5 punts) Calculeu l'ordre i la mida de G^* en funció de n i m .
ii) (0.5 punts) Suposem que la seqüència de graus de G és (d_1, \dots, d_n) . Quina és la seqüència de graus de G^* ?
 - (b) (1 punt) Suposem que G és un graf cicle d'ordre n , $n \geq 3$. Calculeu el radi i el diàmetre de G^* segons els valors de n . Quins són els vèrtexs centrals?
 - (c) Raoneu per a quins valors de n el graf G^* és bipartit en els casos següents:
 - i) (0.5 punts) si G és un cicle d'ordre n , $n \geq 3$;
 - ii) (0.5 punts) si G és un graf complet d'ordre n , $n \geq 1$.
 - (d) (1 punt) Suposem que G és un graf connex d'ordre n amb exactament 3 arestes pont. Quants vèrtexs de tall i quantes arestes pont té el graf G^* ?
 - (e) Suposem que G és un graf bipartit complet $K_{3,4}$. Calculeu en cada cas el mínim nombre d'arestes que cal afegir a G^* :
 - i) (1 punt) per tal d'obtenir un graf que sigui eulerià;
 - ii) (1 punt) per tal d'obtenir un graf que sigui hamiltonià.
 - (f) (2 punts) Dibuixeu els arbres generadors de G^* obtinguts en aplicar els algorismes BFS i DFS quan G és el graf $K_{3,4}$. En aplicar els algorismes suposeu que: les parts estables de $K_{3,4}$ són $\{x_1, x_2, x_3\}$ i $\{x_4, x_5, x_6, x_7\}$; l'algorisme comença en el vèrtex x_1 ; i els vèrtexs de G^* estan ordenats $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7$. Doneu en cada cas l'ordre en que s'afegeixen els vèrtexs a l'arbre generador.

Informacions

- Durada de l'examen: 1h 25m
- S'ha de respondre amb tinta blava o negra.
- Cal lliurar els dos exercicis per separat.
- No es poden utilitzar ni llibres, ni apunts, ni calculadores, ni mòbils, ni dispositius electrònics que puguin emmagatzemar, emetre o rebre informació, ...
- Publicació de les notes: 25/11/2020.
- Revisió de l'examen: es publicarà al racó el procediment a seguir.