TOTES LES RESPOSTES HAN DE SER RAONADES

1. (2 punts) Sigui $f(x) = \sqrt{x^2+1}$.

   a) Proveu que el màxim de $|f''(x)|$, per $x \in [-1,1]$, val 1.

   b) Calculeu el valor aproximat de $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$ pel mètode dels Trapezis amb 4 subintervals.

   c) Proveu que l'error comès en l'apartat anterior és més petit que 0.05.

2. (2 punts) Sabem que una funció $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de classe C^∞ satisfà que f i totes les seves derivades estan fitades en valor absolut per 1. A més a més, sabem que $f(1) = 0$, $f'(1) = 1$, $f''(1) = -1$ i $f'''(1) = \frac{1}{2}$. Fent servir aquestes dades, doneu el valor més aproximat possible per $f(0.9)$ i fiteu l'error comés.

3. (3 punts) Considereu la funció $f(x,y) = \dfrac{y}{1+x^2}$ i el punt P de coordenades $(1,2)$.

   a) Calculeu el gradient de la funció f en el punt P.

   b) Dibuixeu la corba de nivell que passa pel punt P i el vector gradient en aquest punt.

   c) Calculeu la derivada de la funció f en el punt P en la direcció del vector $\vec{v} = (5,12)$.

   Considerem la superfície $z = f(x,y)$ i el punt $Q = (1,2,1)$.

   d) Trobeu l'equació de la recta normal a la superfície pel punt Q.

   e) Doneu l'equació del pla tangent a la superfície en el punt Q.

4. (3 punts) Considereu la funció $f(x,y) = (x+y)(x+y+8)$ i el conjunt definit per:

$$K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 1, y \leq x\}.$$

   a) Justifiqueu l'existència d'extrems absoluts de f en K.

   b) Trobeu els extrems absoluts de f en K i els punts on s'assoleixen.

Les SOLUCIONS sortiran publicades avui al Racó. Les NOTES sortiran com a molt tard dimarts 29 al matí. Si algú vol REVISIÓ d'algun problema, s'haurà d'apuntar a Atenea dimarts 29 entre les 12.00 i les 15.00.