

TOTES LES RESPOSTES HAN DE SER RAONADES

1. Considereu la successió definida per $a_0 = 0.5$, $a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 2a_n + 1}{4}$, $n \geq 0$.
- a) Calculeu els quatre primers termes de la successió. [1 punt]
 - b) Si la successió fos convergent quin seria el seu límit? [2 punts]
 - c) Com podríeu demostrar que és convergent? [2 punts]
 - d) Demostreu que és convergent. [5 punts]
2. Considereu la funció $f(x) = e^x \sin(x)$.
- a) Escriviu el polinomi de Taylor de grau 3 de la funció f centrat a l'origen i l'expressió del residu corresponent en la forma de Lagrange. [5 punts]
 - b) Utilitzeu l'expressió de Lagrange del residu per acotar l'error absolut comès en aproximar el valor de la funció en el punt $x = -0.4$ utilitzant el polinomi de Taylor de grau 3 de la funció f centrat a l'origen. [5 punts]
3. L'energia que consumeix un xip es pot calcular amb la fórmula $\int_{t_0}^{t_1} P(t)dt$, on $P(t)$ és la potència que ve donada en funció del temps.
- S'ha messurat la potència entregada en diferents moments i s'ha obtingut la taula:

t	$P(t)$	t	$P(t)$
0.0	1.0000	0.6	1.1990
0.1	0.9010	0.7	0.7900
0.2	1.1100	0.8	0.8010
0.3	1.0990	0.9	1.2100
0.4	0.8900	1.0	1.0000
0.5	1.0000		

- a) Utilitzant totes aquestes dades, doneu un valor per l'energia consumida entre $t_0 = 0.0$ i $t_1 = 1.0$. [5 punts]
- b) Acoteu l'error comès sabent que, pel disseny, $P(t)$ i totes les seves derivades prenen valors entre 0 i 200. [5 punts]

Els tres problemes valen els mateixos punts: Nota examen = $\frac{P_1 + P_2 + P_3}{3}$.