Matemàtiques 1 - GEI - FIB 31-03-2022
Examen Parcial

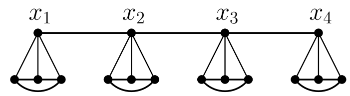
JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES

P1. Sigui G un graf d'ordre n i mida m, amb conjunt de vèrtexs $\{x_1, \ldots, x_n\}$, i H un graf d'ordre n' i mida m'. Siguin $H_1, H_2, \ldots, H_n$ grafs isomorfs a H de manera que els conjunts de vèrtexs de $G, H_1, \ldots, H_n$ són disjunts dos a dos. Definim el graf $G \circ H$ com el graf que té per conjunt de vèrtexs i arestes:

$V(G \circ H) = \{x_1, \ldots, x_n\} \cup V(H_1) \cup \cdots \cup V(H_n)$,

$A(G \circ H) = A(G) \cup A(H_1) \cup \cdots \cup A(H_n) \cup \{x_1 u : u \in V(H_1)\} \cup \cdots \cup \{x_n u : u \in V(H_n)\}$.

(O sigui, "pengem" una còpia de H de cada vèrtex de G de la manera que s'especifica a l'enunciat.

Per exemple, una representació del graf $T_4 \circ C_3$ seria: 

)

Responeu les preguntes següents per a grafs G i H connexos qualssevol d'ordre almenys 2, si no s'indica el contrari, en funció dels paràmetres corresponents dels grafs G i H.

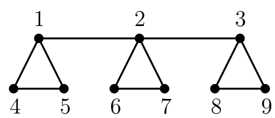
(a) (1 punt) Doneu l'ordre, la mida i els graus dels vèrtexs de $G \circ H$.

(b) (1 punt) Calculeu el radi i el diàmetre de $G \circ H$.

(c) (1 punt) Determineu tots els vèrtexs de tall i les arestes pont de $G \circ H$.

(d) (1 punt) Suposem que G i H són grafs complets. Per a quins valors de n i n' serà $G \circ H$ eulerià?

(e) (1 punt) Suposem que G és un cicle d'ordre parell i H és un graf hamiltonià. Quin és el mínim nombre d'arestes que cal afegir a $G \circ H$ per tal d'obtenir un graf hamiltonià?

P2. (1 punt) Considerem el graf de la figura: 

Doneu una representació gràfica dels arbres generadors obtinguts en aplicar els algorismes BFS i DFS si es comença en el vèrtex 1 i, en tot moment, l'algorisme escull el vèrtex d'etiqueta més petita, si hi ha més d'una opció. Indiqueu en quin ordre s'afegeixen els vèrtexs a cadascun dels arbres.

P3. Digueu si és certa o falsa cadascuna de les afirmacions següents. Si és certa, justifiqueu-la, i si no, doneu-ne un contraexemple.

(a) (1 punt) Si afegim una aresta entre dos vèrtexs de la mateixa part estable d'un graf bipartit, el resultat és sempre un graf no bipartit.

(b) (1 punt) Un graf d'ordre 30 amb tots els vèrtexs de grau almenys 15 és sempre connex.

P4. (2 punts) Sabem que la seqüència de Prüfer d'un arbre T té longitud 4 i hi apareix exactament dues vegades el valor a, exactament una vegada el valor b, i exactament una vegada el valor c. Quina és la seqüència de graus de l'arbre? Quants arbres hi ha, llevat isomorfismes, que tinguin aquesta seqüència de graus? Doneu una representació gràfica de cadascun d'aquests arbres.

Informacions

- Durada de l'examen: 1h 45m
- S'ha de respondre amb tinta blava o negra.
- Cal lliurar els exercicis per separat.
- No es poden utilitzar ni llibres, ni apunts, ni calculadores, ni mòbils, ni dispositus electrònics que puguin emmagatzemar, emetre o rebre informació.
- Publicació de les notes: 20/04/2022.
- Revisió de l'examen: es publicarà al racó el procediment a seguir amb prou antelació.