

## JUSTIFIQUEU TOTES LES RESPOSTES

**FG1.** (3 punts)

- (a) Determineu el mínim valor de  $n$  tal que hi ha un graf regular de grau 4 i ordre  $n$  amb algun vèrtex de tall.
- (b) Sigui  $G$  un graf d'ordre  $n$  que no té cap subgraf isomorf a un cicle d'ordre 3. Demostreu que si  $u, v$  són vèrtexs adjacents, aleshores  $g(u) + g(v) \leq n$ .
- (c) Demostreu que si un graf bipartit d'ordre almenys 3 té diàmetre 2, aleshores és isomorf a un graf bipartit complet.

**FG2.** (2 punts) Considerem el graf bipartit complet  $K_{r,s}$ , on  $r \geq s \geq 2$ .

- (a) Trobeu tots els valors de  $r, s$  tals que  $K_{r,s}$  és eulerià.
- (b) Trobeu tots els valors de  $r, s$  tals que  $K_{r,s}$  és hamiltonià.

**FG3.** (3 punts) Sigui  $T$  un arbre d'ordre  $n$  i  $d$  un enter,  $d \geq 3$ .

- (a) Demostreu que si  $T$  té almenys dos vèrtexs de grau  $d$ , aleshores  $T$  té com a mínim  $2d - 2$  fulles.
- (b) Deduïu quina ha de ser la seqüència de graus de  $T$  si té almenys 2 vèrtexs de grau  $d$  i  $n = 2d + 1$ . Quants arbres hi ha llevat isomorfismes que compleixin aquestes condicions?

**FG4.** (2 punts) Considerem el graf  $G = ([7], \{12, 23, 34, 15, 56, 26, 27, 37\})$ .

- (a) Calculeu el nombre d'arbres generadors diferents de  $G$ .
- (b) Doneu una representació gràfica dels arbres generadors obtinguts en aplicar els algorismes BFS i DFS si es comença en el vèrtex 1 i, en tot moment, l'algorisme escull el vèrtex d'etiqueta més petita, si hi ha més d'una opció. Indiqueu en quin ordre s'afegeixen els vèrtexs a cadascun dels arbres.

---

### Informacions

- Durada de l'examen: 1h 45minuts.
- S'ha de respondre amb tinta permanent blava o negra.
- Cal lliurar els exercicis per separat.
- No es poden utilitzar ni llibres, ni apunts, ni calculadores, ni mòbils, ni dispositius electrònics que puguin emmagatzemar, emetre o rebre informació.
- Publicació de les notes i revisió de l'examen: s'informarà amb un avís al racó.