Teorema fonamental del Càlcul

Si f contínua en $[a,b]$
i $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$
$\Rightarrow$ F contínua en $[a,b]$
i és una primitiva de f: $F' = f$

Regla de Barrow

Si f contínua en $[a,b]$
i $F(x)$ contínua en $[a,b]$
i derivable en (a,b) tal que $F' = f$
$\Rightarrow$ $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$!

aplicació

Calcular integrals definides

Exemple

(a) $\int_1^4 f(x)\,dx = \int_1^4 x^2\,dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_1^4 =$ **PAS 1**

$= \frac{4^3}{3} - \frac{1^3}{3} =$ **PAS 2**

$= \frac{63}{3} = \underline{\underline{21}}$ **PAS 3**

Pas 1. Calcular $\int f(x)\,dx = F$ **indefinida**

PAS 2. substituir $F(x=b)$
$F(x=a)$

Pas 3. restar $F(b) - F(a)$

Aplicacions:

→ **física**

(b) velocitat $v(t) = 4t+3$ m/s ⟶ espai recorregut $x(t=10) - x(t=5) =$

$= \int_5^{10} v(t)\,dt = \int_5^{10} (4t+3)\,dt = \left.(2t^2+3t)\right|_5^{10} =$

$= 230 - 65 = 165$ m

(c) acceleració $a(t) = \sqrt{t}$ m/s² ⟶ canvi de velocitat $v(t=9) - v(t=4) =$

$= \int_4^9 a(t)\,dt = \int_4^9 \sqrt{t}\,dt = \left.\frac{2}{3}t^{3/2}\right|_4^9 =$

$= 18 - \frac{16}{3} = \frac{38}{3}$ m/s

Càlcul d'àrees

1) Àrea entre la corba amb funció $f(x)=-x^2+4$ i l'eix d'abcisses en l'interval $[0,2]$.

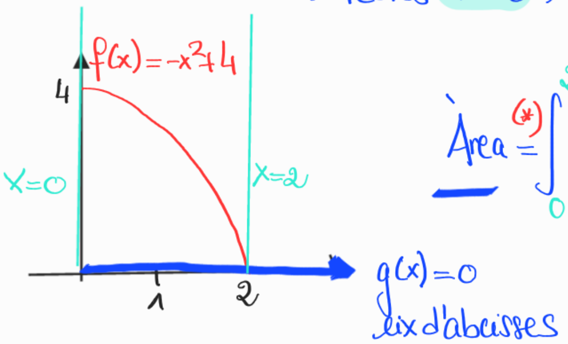
↳ limitada
- → corba $f(x)=-x^2+4$
- → eix d'abcisses $g(x)=0$
- → rectes $x=0$ i $x=2$

} punts tall $\underline{f(x)=g(x)}$ → $f(x)=0$

$-x^2+4=0$

$x=-2 \notin [0,2]$

$x=2 \in [0,2]$



$$\underline{\text{Àrea}} \overset{(*)}{=} \int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 (-x^2+4)\,dx =$$

$$= \int_0^2 -x^2\,dx + 4\int_0^2 dx = \left[-\frac{x^3}{3}+4x\right]\Big|_0^2 =$$

$$= -\frac{2^3}{3}+4\cdot 2-\left(-\frac{0^3}{3}+4\cdot 0\right) = -\frac{8}{3}+8 = \underline{\frac{16}{3}} \text{ unitats àrea}$$

(*) Com que $f(x)$ està per sobre de l'eix OX

↳ $\int f(x) \geq 0$ i $\int f(x)dx = A$