TOTES LES RESPOSTES HAN DE SER RAONADES.

1. (*4 punts*) Sigui $(a_n)_{n\geq 1}$ la successió definida per $a_1 = e^2$ i $a_{n+1} = e^{\sqrt{ln(a_n)}}$, $\forall n \geq 1$.

   (a) Demostreu que $2 < a_n < e^4$, $\forall n \geq 1$.

   (b) Demostreu que $(a_n)_{n\geq 1}$ és decreixent.

   (c) Demostreu que $(a_n)_{n\geq 1}$ és convergent i calculeu el seu límit.

   (d) Si canviem el valor de a_1 per $a_1 = e^{0,5}$, la successió $(a_n)_{n\geq 1}$ continua sent acotada, decreixent i convergent? Justifiqueu la resposta.

2. (*3 punts (1+2)*) Sigui $f : [0,1] \to [0,1]$ una funció contínua i derivable tal que $f'(x) \neq 2x$ per a tot $x \in [0,1]$.

   (a) Enuncieu el Teorema de Bolzano i el Teorema de Rolle.

   (b) Demostreu que existeix un únic $c \in [0,1]$ tal que $f(c) = c^2$.

3. (*3 punts*) Considereu la funció $f(x) = e^{x/10}$.

   (a) Escriviu el polinomi de Taylor d'ordre n centrat a l'origen de la funció $f(x)$ i l'expressió del residu corresponent en la forma de Lagrange.

   (b) Determineu el grau del polinomi de Taylor de la funció $f(x)$ per obtenir el valor aproximat de $e^{-0.1}$ amb error més petit que $0.5 \cdot 10^{-3}$.

   (c) Utilitzeu el polinomi de Taylor de l'apartat (c) per trobar el valor aproximat de $e^{-0.1}$ amb la precisió demanada.

Durada de l'examen: 1h 30m.
Cal lliurar els exercicis per separat.
S'ha de respondre amb tinta blava o negra.
No es poden utilitzar ni llibres, ni apunts, ni mòbils, ni dispositius electrònics que puguin emmagatzemar, emetre o rebre informació.

TODAS LES RESPUESTAS DEBEN SER RAZONADAS.

1. (*4 puntos*) Sea $(a_n)_{n\geq 1}$ la sucesión definida por $a_1 = e^2$ y $a_{n+1} = e^{\sqrt{ln(a_n)}}$, $\forall n \geq 1$.

   (a) Demuestra que $2 < a_n < e^4$, $\forall n \geq 1$.

   (b) Demuestra que $(a_n)_{n\geq 1}$ es decreciente.

   (c) Demuestra que $(a_n)_{n\geq 1}$ es convergente y calcula su límite.

   (d) Si se cambia el valor de a_1 por $a_1 = e^{0,5}$, ¿la sucesión $(a_n)_{n\geq 1}$ sigue siendo acotada, decreciente i convergente? Justifica la respuesta.

2. (*3 puntos (1+2)*) Sea $f : [0,1] \to [0,1]$ una función continua y derivable tal que $f'(x) \neq 2x$ para todo $x \in [0,1]$.

   (a) Enuncia el Teorema de Bolzano y el Teorema de Rolle.

   (b) Demuestra que existe un único $c \in [0,1]$ tal que $f(c) = c^2$.

3. (*3 puntos*) Considera la función $f(x) = e^{x/10}$.

   (a) Escribe el polinomio de Taylor de orden n centrado en el origen de la función $f(x)$ y la expresión del resto correspondiente en la forma de Lagrange.

   (b) Determina el grado del polinomio de Taylor de la función $f(x)$ para obtener el valor aproximado de $e^{-0.1}$ con error menor que $0.5 \cdot 10^{-3}$.

   (c) Utiliza el polinomio de Taylor del apartado (c) para calcular el valor aproximado de $e^{-0.1}$ con la precisión pedida.

Duración del examen: 1h 30m.
Es necesario entregar los ejercicios por separado.
Se debe responder con tinta azul o negra.
No pueden utilizarse ni libros, ni apuntes, ni móviles, ni dispositivos electrónicos que puedan almacenar, emitir o recibir información.