Mensch-Roboter-Interaktion

Berliner Hochschule für Technik

Kinematik – Teil IV

DH-Parameter

Studiere Zukunft

WiSe 2022/2023

Prof. Dr.-Ing. Hannes Höppner

Transformationen: Homogene Transformation

Berechnung der Transformation von der Basis bis zum Endeffektor mit einer kompakten Matrix, welche Rotationen und Translationen abbildet

$$\boldsymbol{H} = \begin{array}{cc} \text{Rotationsmatrix} & \text{Translationsvektor} \\ \end{array}$$

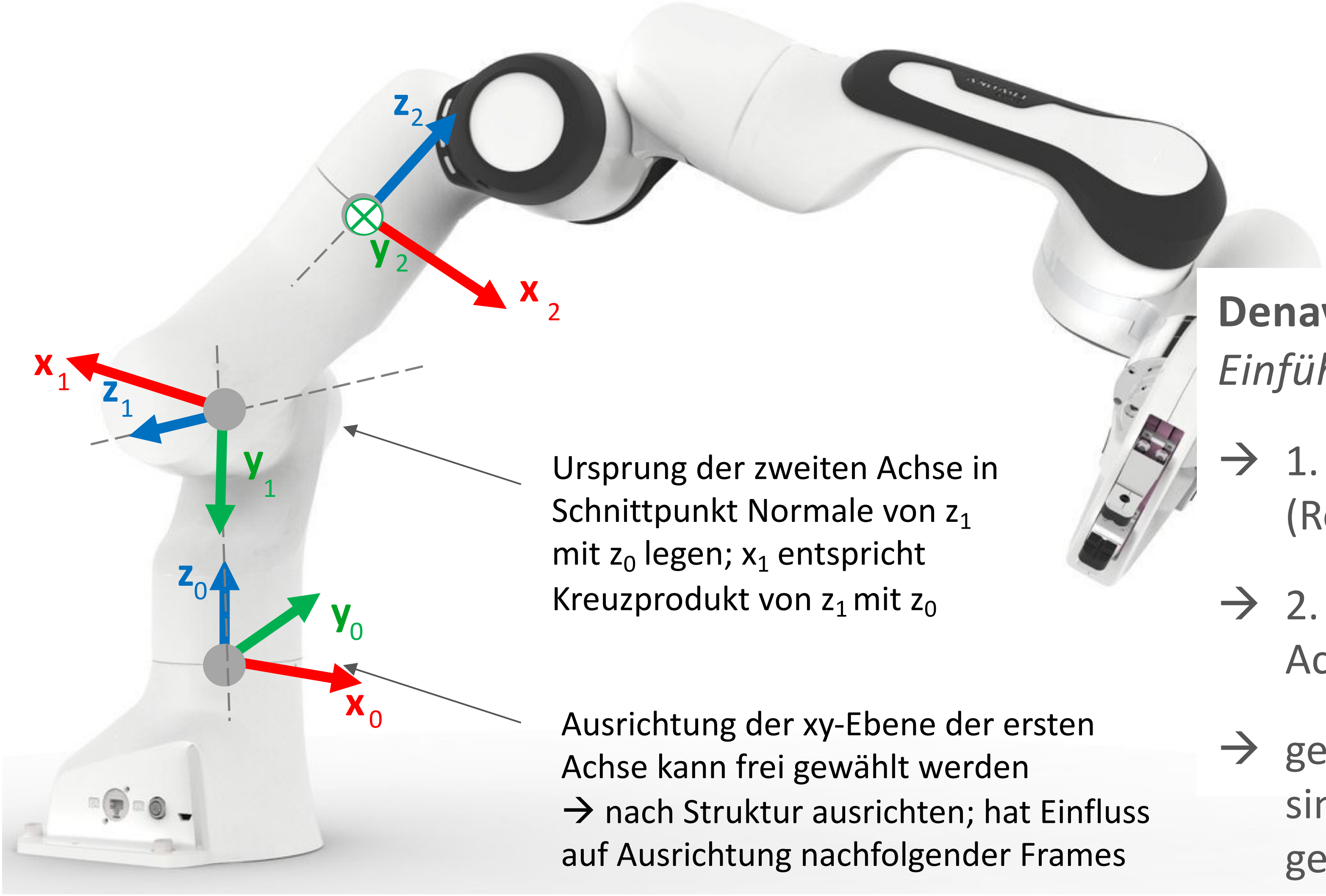
$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & v_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & v_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & v_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x_{neu} \\ y_{neu} \\ z_{neu} \\ 1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{H} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{= f(v_x, v_y, v_z, \alpha, \beta, \gamma)}$$

6 Parameter zur Definition von Lage und Orientierung zweier Roboterachsen?

Denavit Hartenberg Konvention *(klassisch)*

Festlegung der Achsen



6 Parameter zur Definition von Lage und Orientierung zweier Roboterachsen?

Geht das auch mit weniger?

Denavit-Hartenberg-Transformation

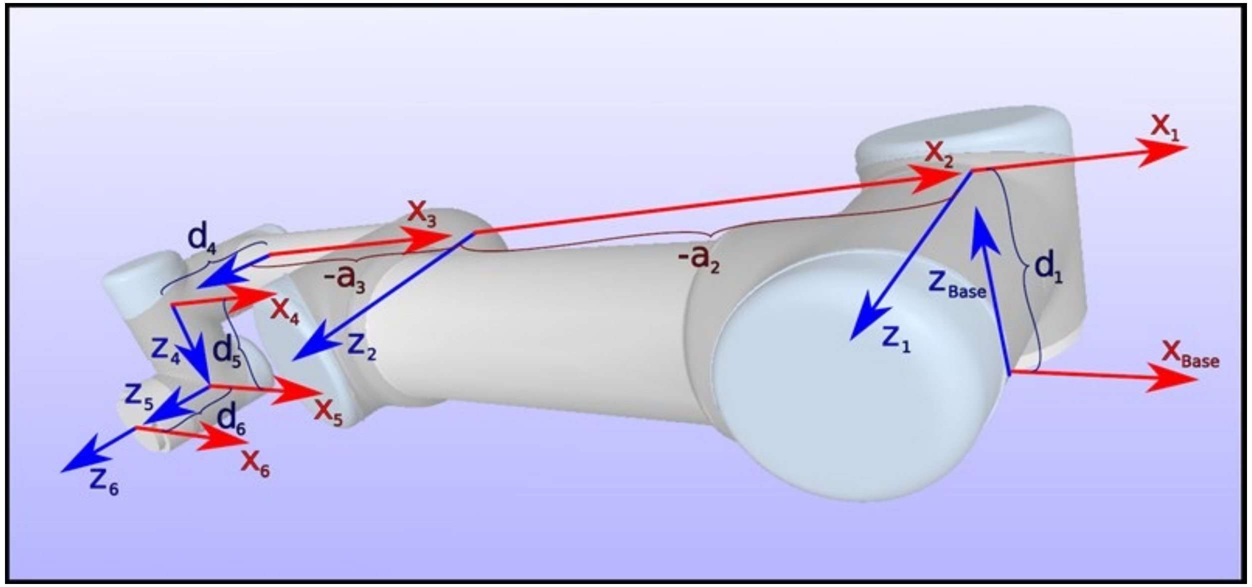
Einführung von Zwangsbedingung:

→ 1. z-Achsen definieren die Gelenkachsen (Rotationsrichtung beachten; Right-Hand-Rule)

→ 2. die x_i-Achsen stehen senkrecht auf den z_{i-1}-Achsen des vorigen Gelenks ($x_i = z_i \times z_{i-1}$)

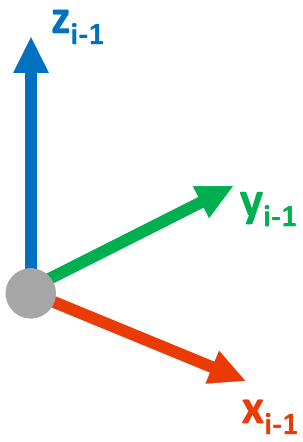
→ gewisse Wahlfreiheit bleibt erhalten; durch sinnvolle Festlegungen können DH-Parameter gezielt auf 0 gesetzt werden

Denavit Hartenberg Konvention *(klassisch)*



UR5				
Kinematics	theta [rad]	a [m]	d [m]	alpha [rad]
Joint 1	0	0	0.089159	π/2
Joint 2	0	-0.425	0	0
Joint 3	0	-0.39225	0	0
Joint 4	0	0	0.10915	π/2
Joint 5	0	0	0.09465	-π/2
Joint 6	0	0	0.0823	0

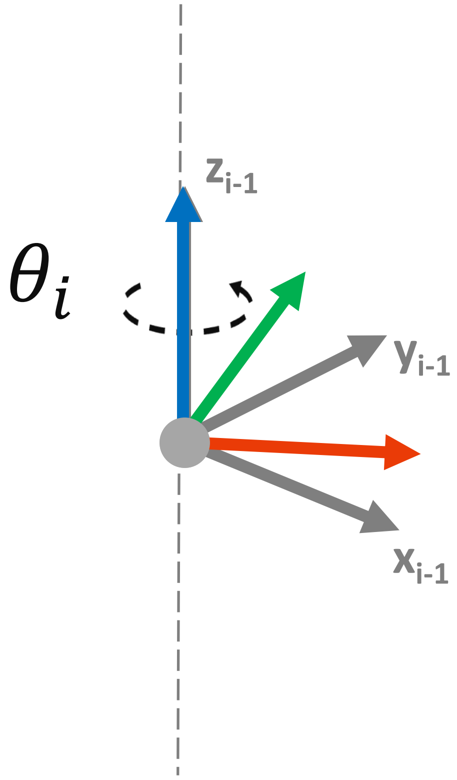
https://www.universal-robots.com/articles/ur/application-installation/dh-parameters-for-calculations-of-kinematics-and-dynamics/



Denavit-Hartenberg-Transformation

Ausführung folgender Einzeltransformationen

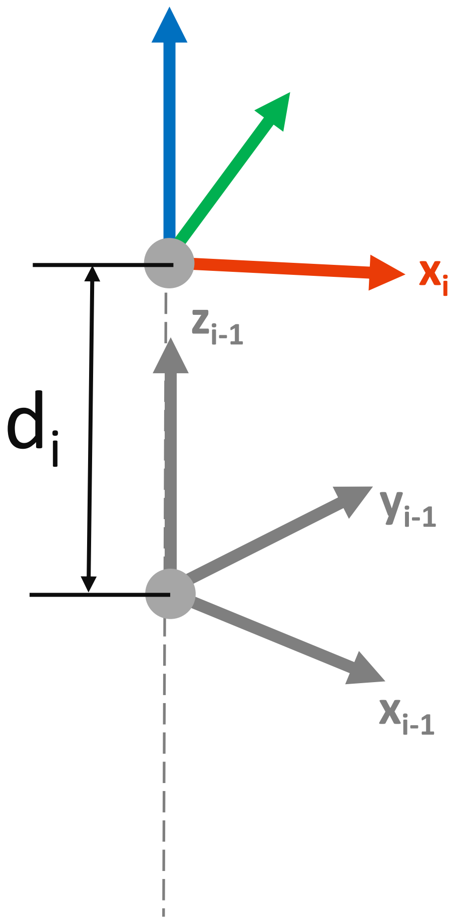
1. Drehung um die z_{i-1}-Achse um θ_i
2. Verschiebung entlang der z_{i-1}-Achse um d_i
3. Verschiebung entlang der x_i-Achse um r_i
4. Drehung um die x_i-Achse um α_i



Denavit-Hartenberg-Transformation

Ausführung folgender Einzeltransformationen

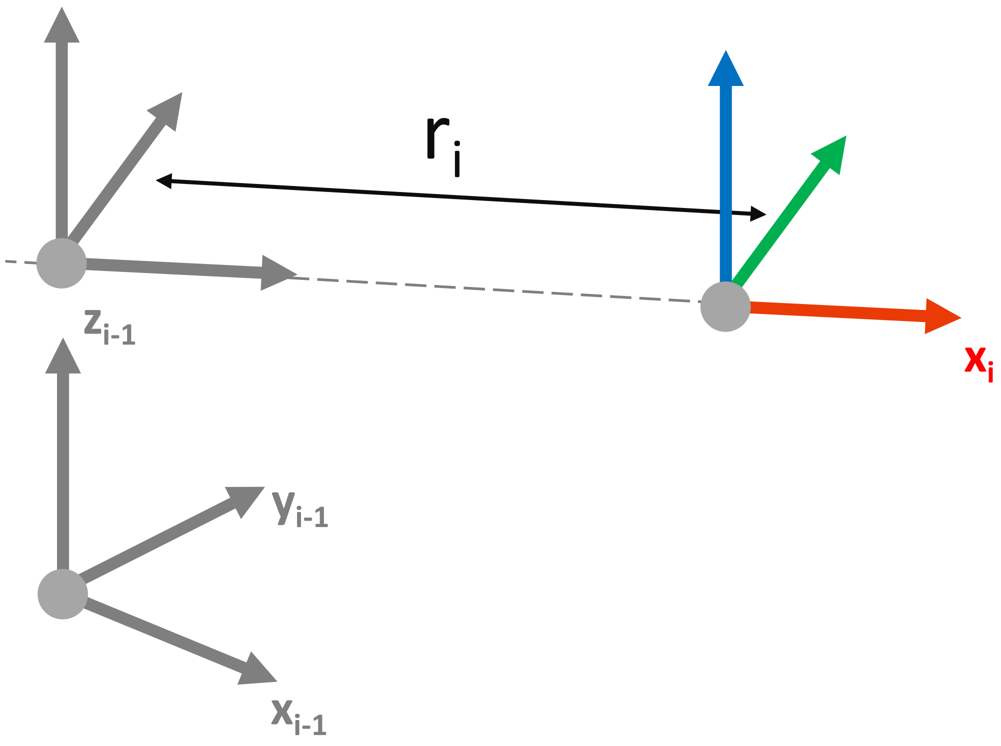
1. **Drehung um die z_{i-1}-Achse um θ_i**
2. Verschiebung entlang der z_{i-1}-Achse um d_i
3. Verschiebung entlang der x_i-Achse um r_i
4. Drehung um die x_i-Achse um α_i



Denavit-Hartenberg-Transformation

Ausführung folgender Einzeltransformationen

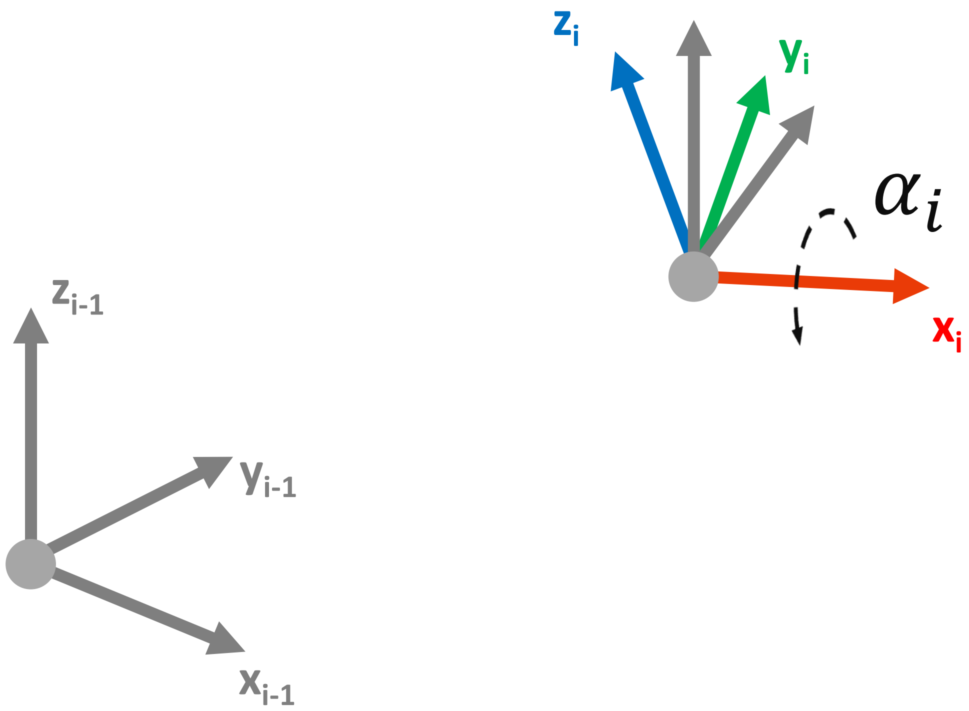
1. Drehung um die z_{i-1}-Achse um θ_i
2. **Verschiebung entlang der z_{i-1}-Achse um d_i**
3. Verschiebung entlang der x_i-Achse um r_i
4. Drehung um die x_i-Achse um α_i



Denavit-Hartenberg-Transformation

Ausführung folgender Einzeltransformationen

1. Drehung um die z_{i-1}-Achse um θ_i
2. Verschiebung entlang der z_{i-1}-Achse um d_i
3. **Verschiebung entlang der x_i-Achse um r_i**
4. Drehung um die x_i-Achse um α_i

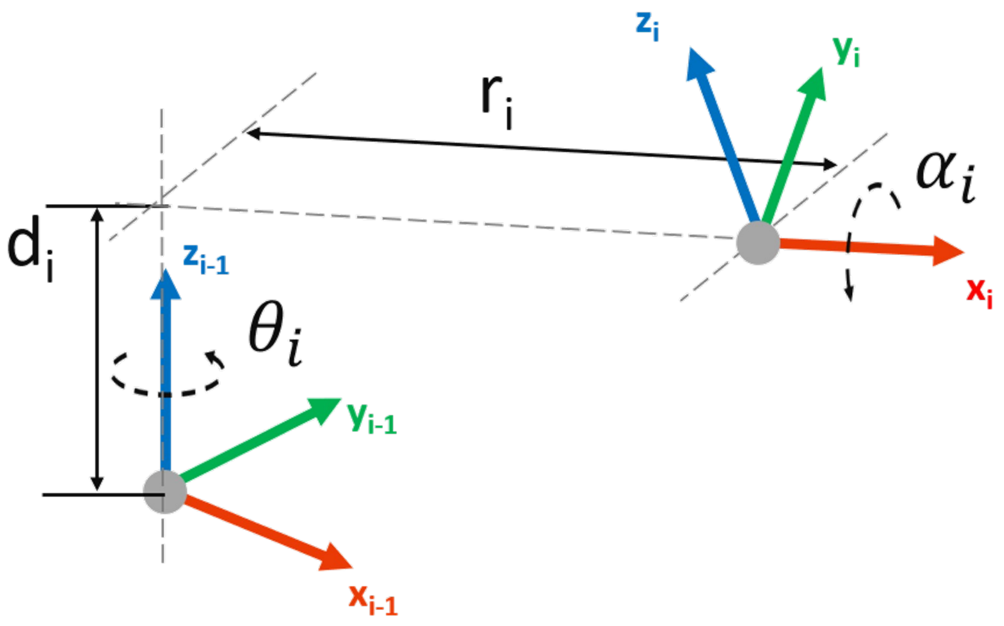


Denavit-Hartenberg-Transformation

Ausführung folgender Einzeltransformationen

1. Drehung um die z_{i-1}-Achse um θ_i
2. Verschiebung entlang der z_{i-1}-Achse um d_i
3. Verschiebung entlang der x_i-Achse um r_i
4. **Drehung um die x_i-Achse um α_i**

Denavit-Hartenberg-Konvention



1. Drehung um die z_{i-1}-Achse um θ_i
2. Verschiebung entlang der z_{i-1}-Achse um d_i
3. Verschiebung entlang der x_i-Achse um r_i
4. Drehung um die x_i-Achse um α_i

$$\boxed{T_i^{i-1} = R_{z_{i-1},\theta_i} \cdot T_{z_{i-1},d_i} \cdot T_{x_i,r_i} \cdot R_{x_i,\alpha_i}}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention

$$\boxed{\boldsymbol{T_i^{i-1} = R_{z_{i-1},\theta_i} \cdot T_{z_{i-1},d_i} \cdot T_{x_i,r_i} \cdot R_{x_i,\alpha_i}}}$$

$$\boldsymbol{R_{x_i,\alpha_i}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{T_{z_{i-1},d_i}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

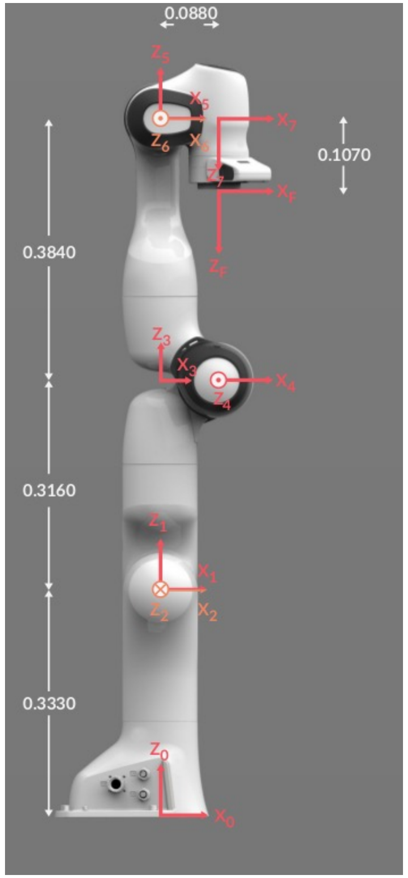
$$\boldsymbol{R_{z_{i-1},\theta_i}} = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{T_{x_i,r_i}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & r_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{T_i^{i-1}} = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i\cos\alpha_i & \sin\theta_i\sin\alpha_i & r_i\cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i\cos\alpha_i & -\cos\theta_i\sin\alpha_i & r_i\sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \underbrace{f(\theta_i, d_i, r_i, \alpha_i)}_{\textit{DH-Parameter}}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention – Wozu?

Joint	a (m)	d (m)	α (rad)	θ (rad)
Joint 1	0	0.333	0	θ_1
Joint 2	0	0	$-\frac{\pi}{2}$	θ_2
Joint 3	0	0.316	$\frac{\pi}{2}$	θ_3
Joint 4	0.0825	0	$\frac{\pi}{2}$	θ_4
Joint 5	-0.0825	0.384	$-\frac{\pi}{2}$	θ_5
Joint 6	0	0	$\frac{\pi}{2}$	θ_6
Joint 7	0.088	0	$\frac{\pi}{2}$	θ_7
Flange	0	0.107	0	0



Denavit-Hartenberg-Konvention

$$\boxed{T_i^{i-1} = R_{z_{i-1},\theta_i} \cdot T_{z_{i-1},d_i} \cdot T_{x_i,r_i} \cdot R_{x_i,\alpha_i}}$$

$$T_i^{i-1} = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & r_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & r_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Klassisch
1955

$${}^{n-1}T_n = \mathrm{Rot}_{x_{n-1}}(\alpha_{n-1}) \cdot \mathrm{Trans}_{x_{n-1}}(a_{n-1}) \cdot \mathrm{Rot}_{z_n}(\theta_n) \cdot \mathrm{Trans}_{z_n}(d_n)$$

$${}^{n-1}T_n = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos\theta_n & -\sin\theta_n & 0 & a_{n-1} \\ \sin\theta_n \cos\alpha_{n-1} & \cos\theta_n \cos\alpha_{n-1} & -\sin\alpha_{n-1} & -d_n \sin\alpha_{n-1} \\ \sin\theta_n \sin\alpha_{n-1} & \cos\theta_n \sin\alpha_{n-1} & \cos\alpha_{n-1} & d_n \cos\alpha_{n-1} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

modifiziert
(bspw. nach Craig *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*)

Wenn DH-Parameter mit Bezug auf das vorangegangene Gelenk angegeben sind (i-1 / n-1), dann zumindest stutzig werden

Denavit-Hartenberg-Konvention

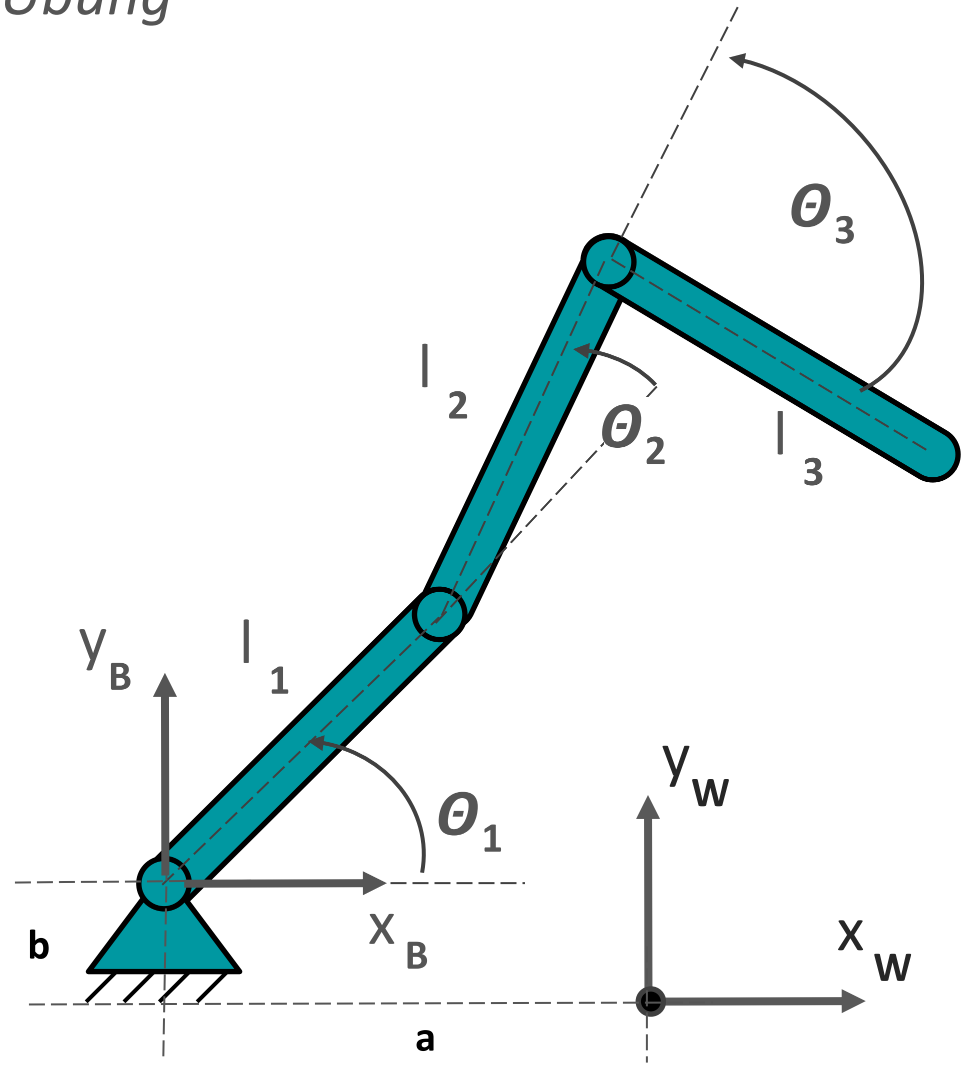
A NOTE ON DENAVIT-HARTENBERG NOTATION IN ROBOTICS

HARVEY LIPKIN
Mechanical Engineering
Georgia Institute of Technology
Atlanta, GA 30332-0405
harvey.lipkin@me.gatech.edu

@Moodle

Denavit-Hartenberg-Konvention

Übung



→ z-Achsen definieren die Gelenkachsen (Rotationsrichtung beachten; Right-Hand-Rule)

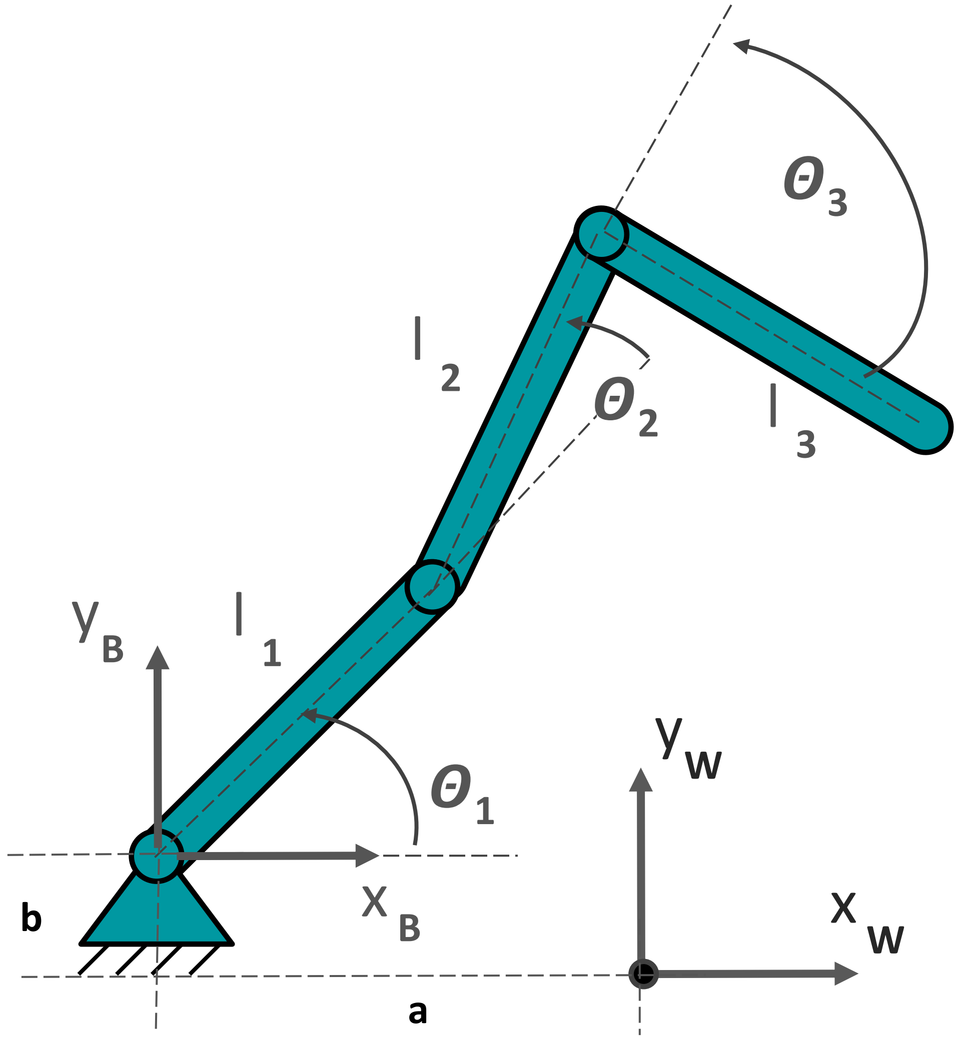
→ die x_i-Achsen stehen senkrecht auf den z_{i-1}-Achsen des vorigen Gelenks ($x_i = z_i \times z_{i-1}$)

i	θ_i	d_i	r_i	α_i
1				
2				
3				

$$\boxed{T_i^{i-1} = R_{z_{i-1},\theta_i} \cdot T_{z_{i-1},d_i} \cdot T_{x_i,r_i} \cdot R_{x_i,\alpha_i}}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention

Übung



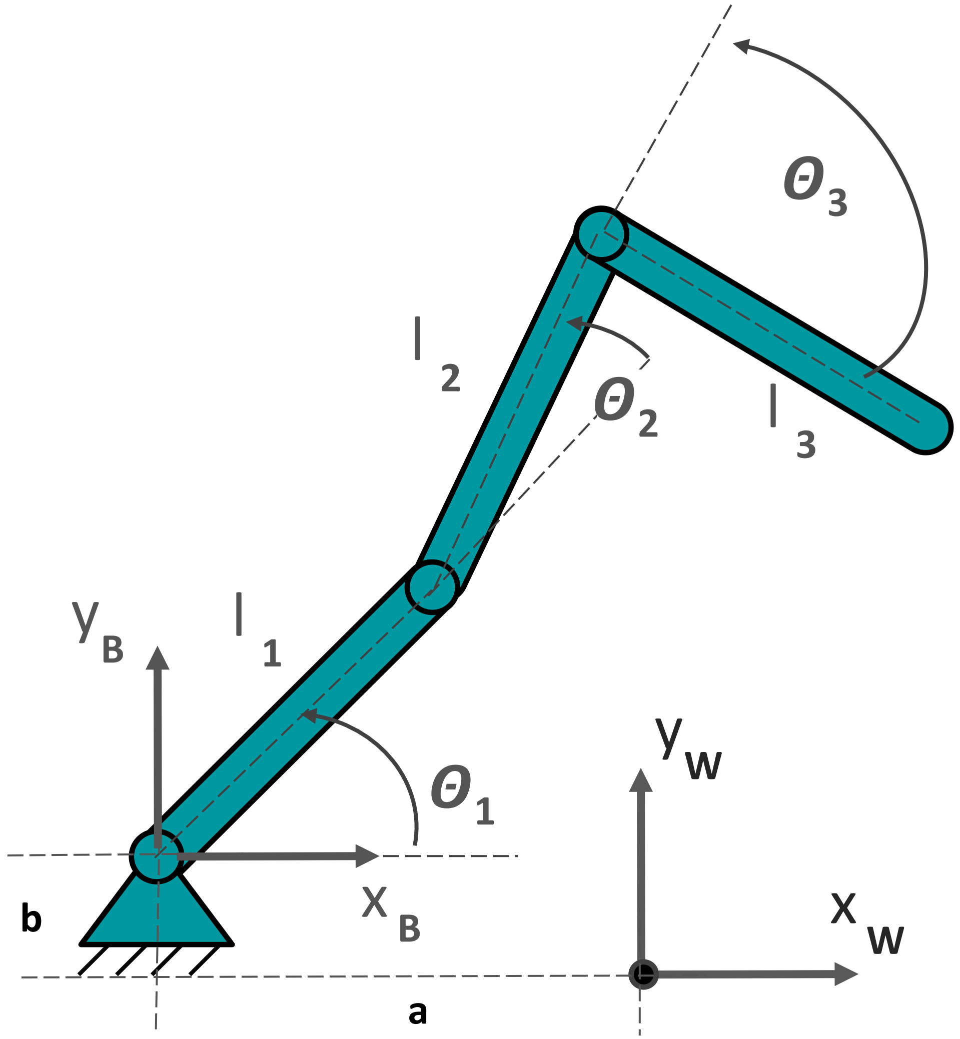
Keine Verschiebung in z

i	θ_i	d_i	r_i	α_i
1		0		
2		0		
3		0		

$$T_i^{i-1} = R_{z_{i-1},\theta_i} \cdot T_{z_{i-1},d_i} \cdot T_{x_i,r_i} \cdot R_{x_i,\alpha_i}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention

Übung



z-Achse zeigt aus Ebene raus (keine Rotationen um x)

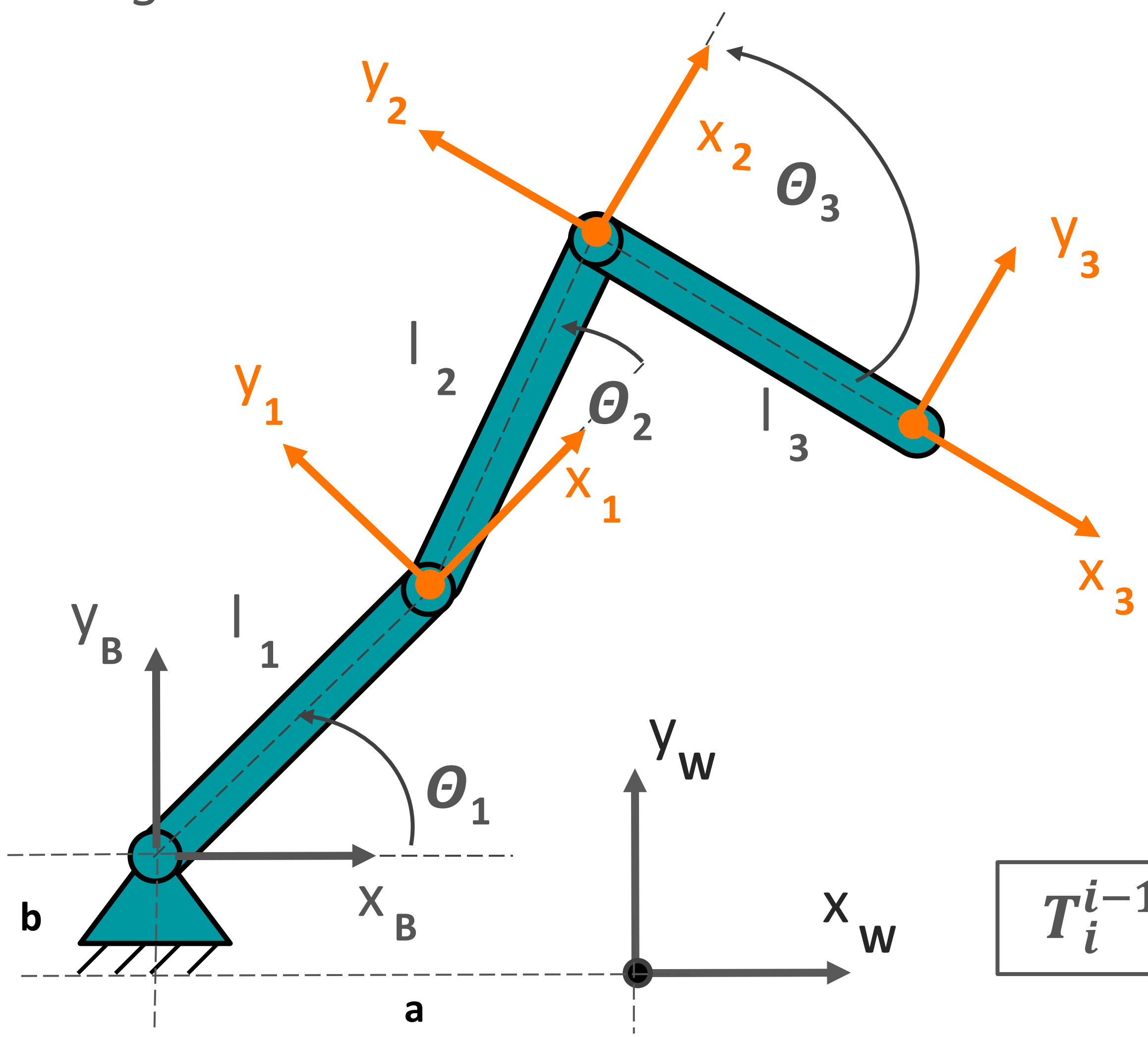
Keine Verschiebung in z

i	θ_i	d_i	r_i	α_i
1		0		0
2		0		0
3		0		0

$$\boxed{T_i^{i-1} = R_{z_{i-1},\theta_i} \cdot T_{z_{i-1},d_i} \cdot T_{x_i,r_i} \cdot R_{x_i,\alpha_i}}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention

Übung



$$T_3^B = T_1^B \cdot T_2^1 \cdot T_3^2$$

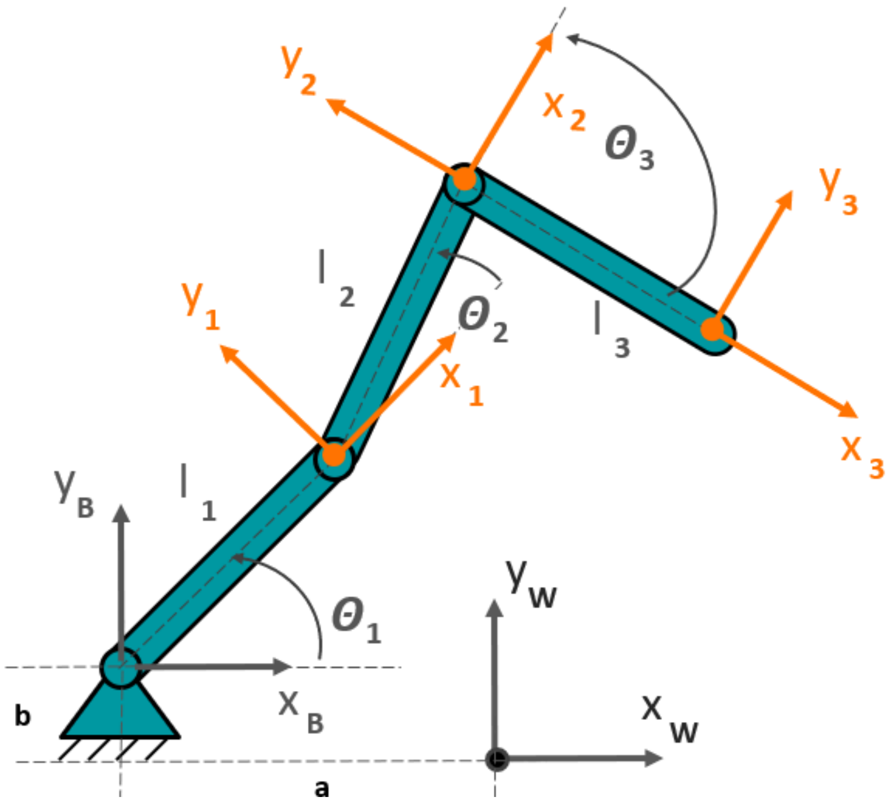
	i	θ_i	d_i	r_i	α_i
T_1^B	1	θ_1	0	l_1	0
T_2^1	2	θ_2	0	l_2	0
T_3^2	3	θ_3	0	l_3	0

$$\boxed{T_i^{i-1} = R_{z_{i-1},\theta_i} \cdot T_{z_{i-1},d_i} \cdot T_{x_i,r_i} \cdot R_{x_i,\alpha_i}}$$

Denavit-Hartenberg-Konvention

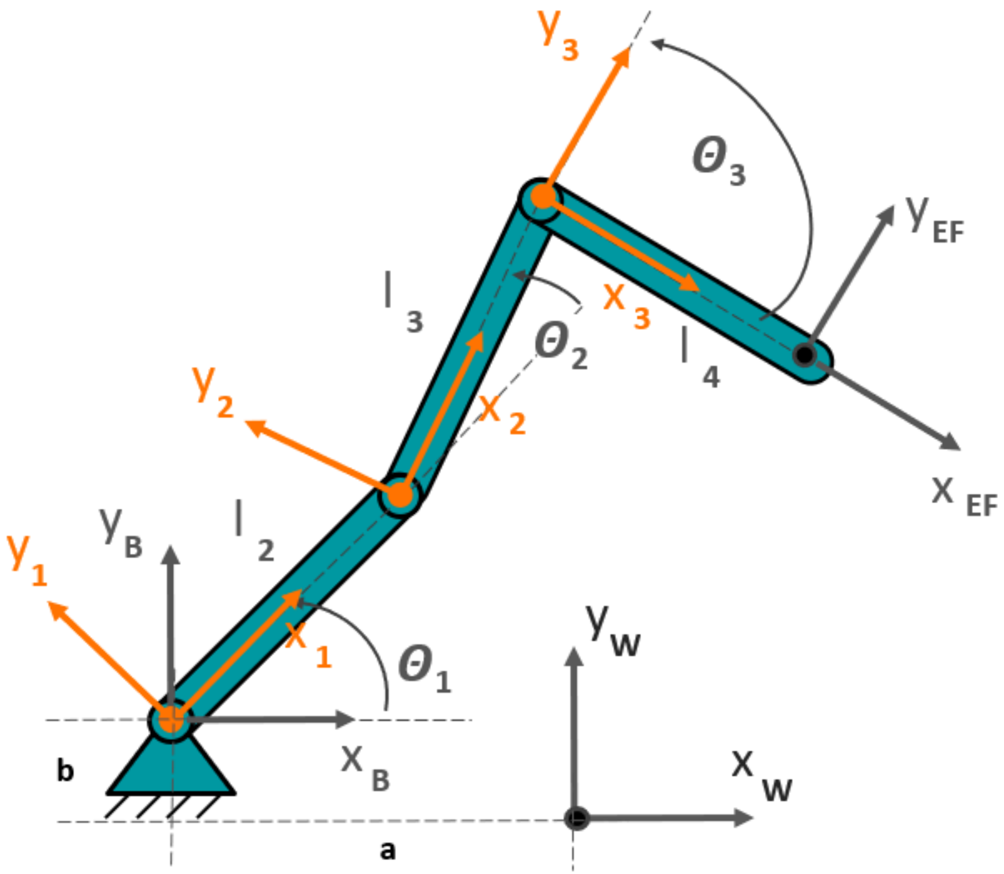
Übung

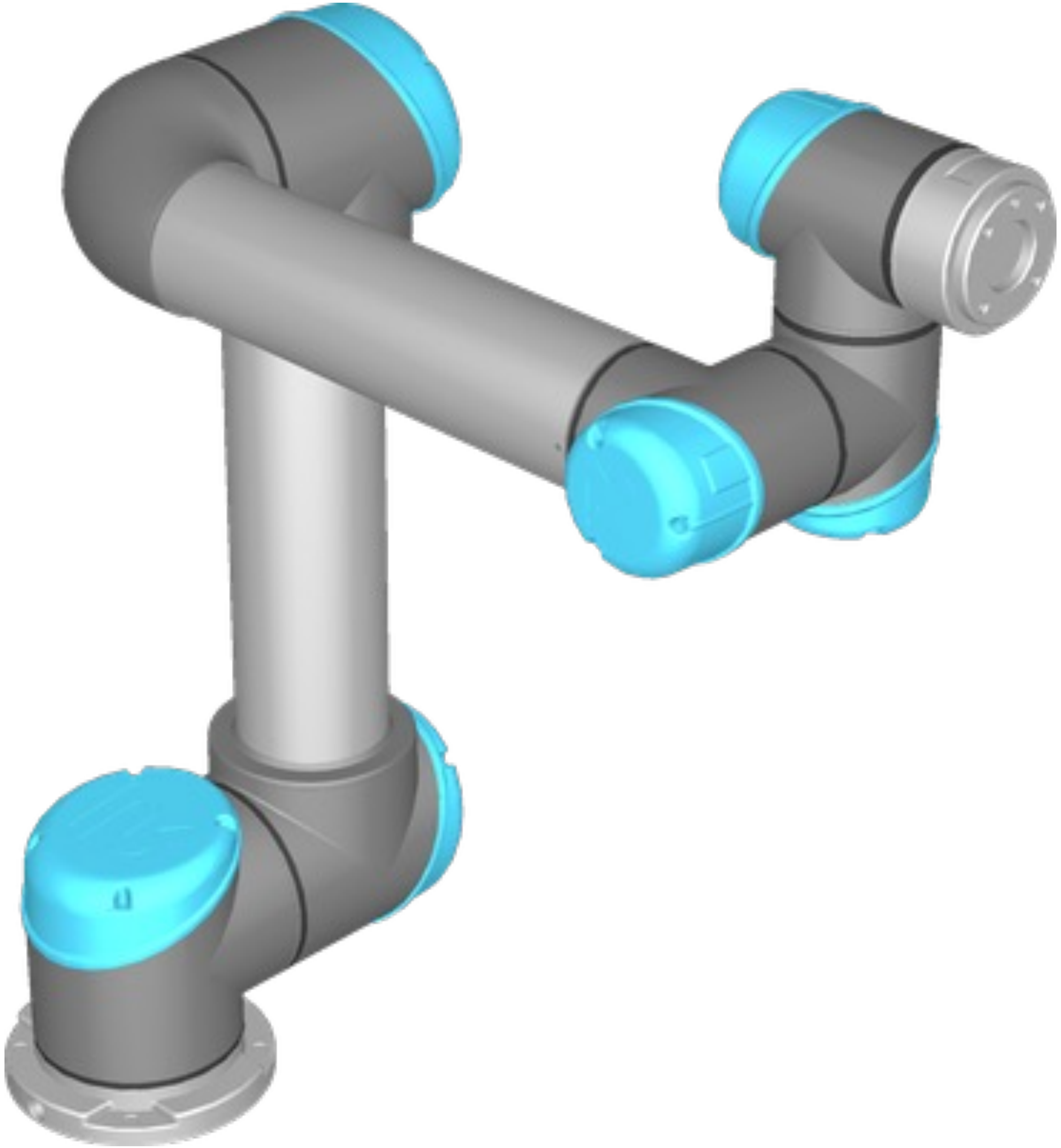
vs.



Homogene Transformation

Übung





Ende.

WiSe 2022/2023
Prof. Dr.-Ing. Hannes Höppner

BHT Berliner Hochschule für Technik

Studiere Zukunft