Makine Öğrenmesi

Yapay Sinir Ağları ve Derin Öğrenme

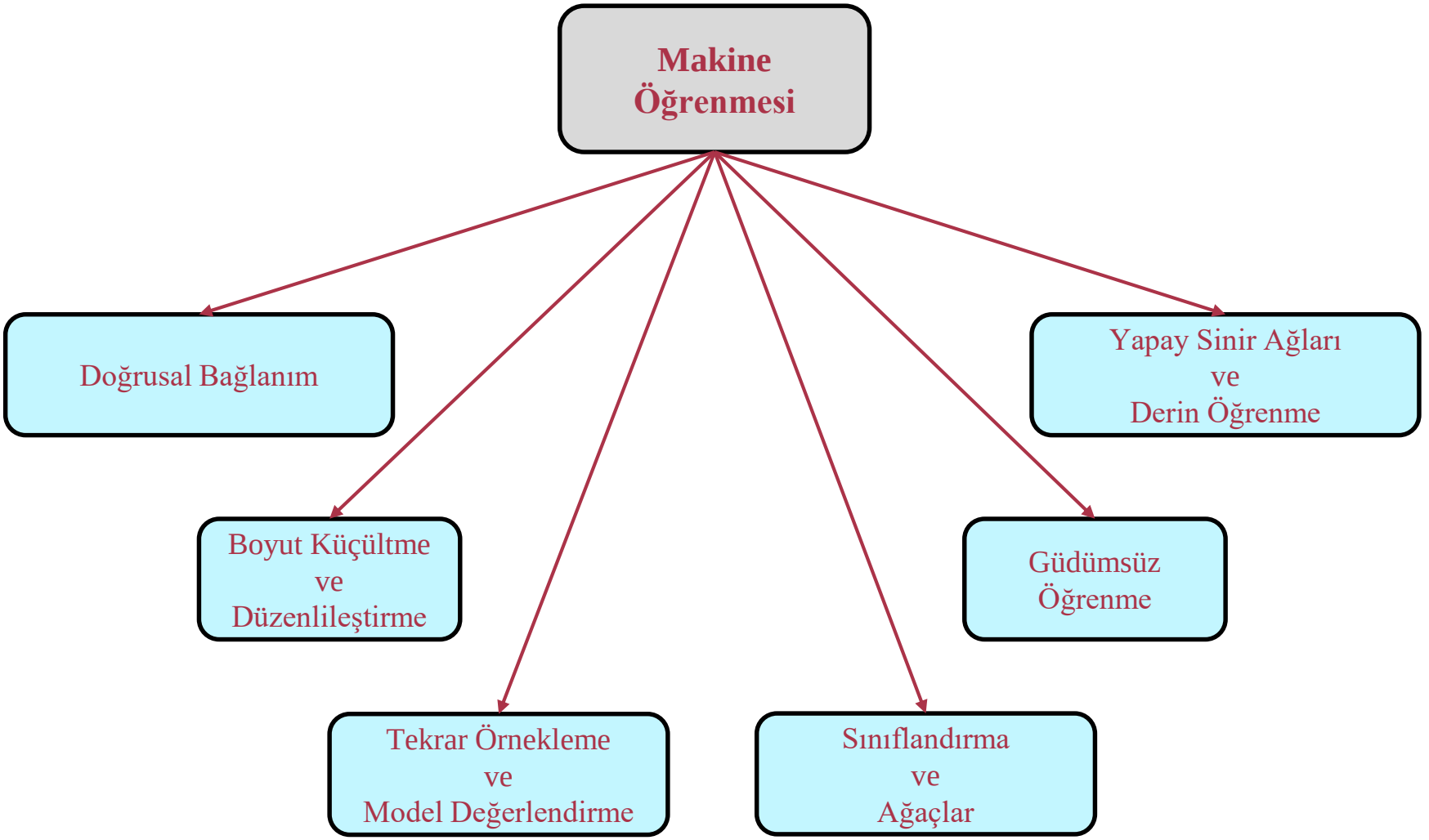
İlker Birbil ve Utku Karaca

Erasmus Üniversitesi Rotterdam

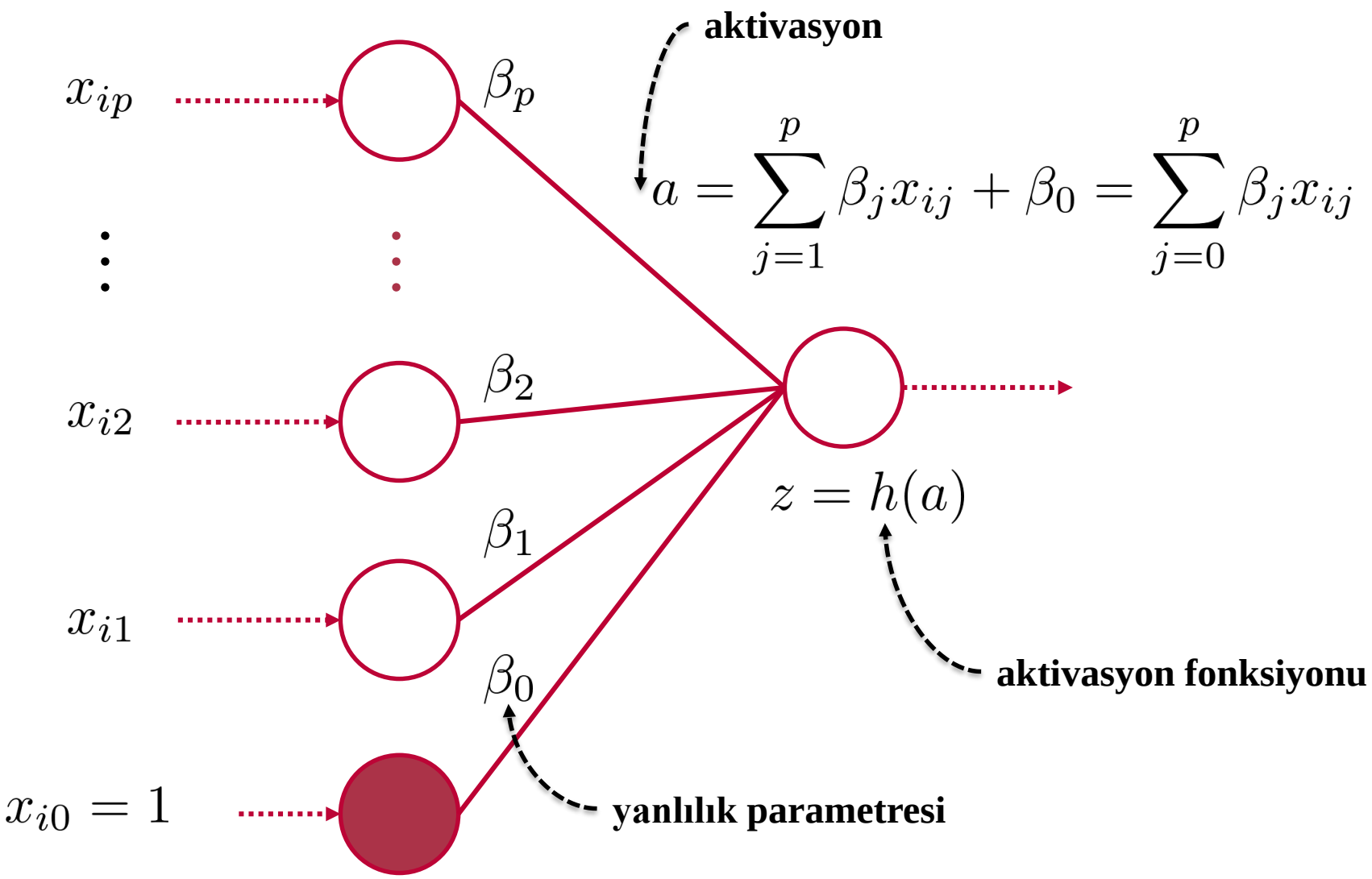
İstanbul'da Makine Öğrenmesi

27 Ocak – 2 Şubat, 2020

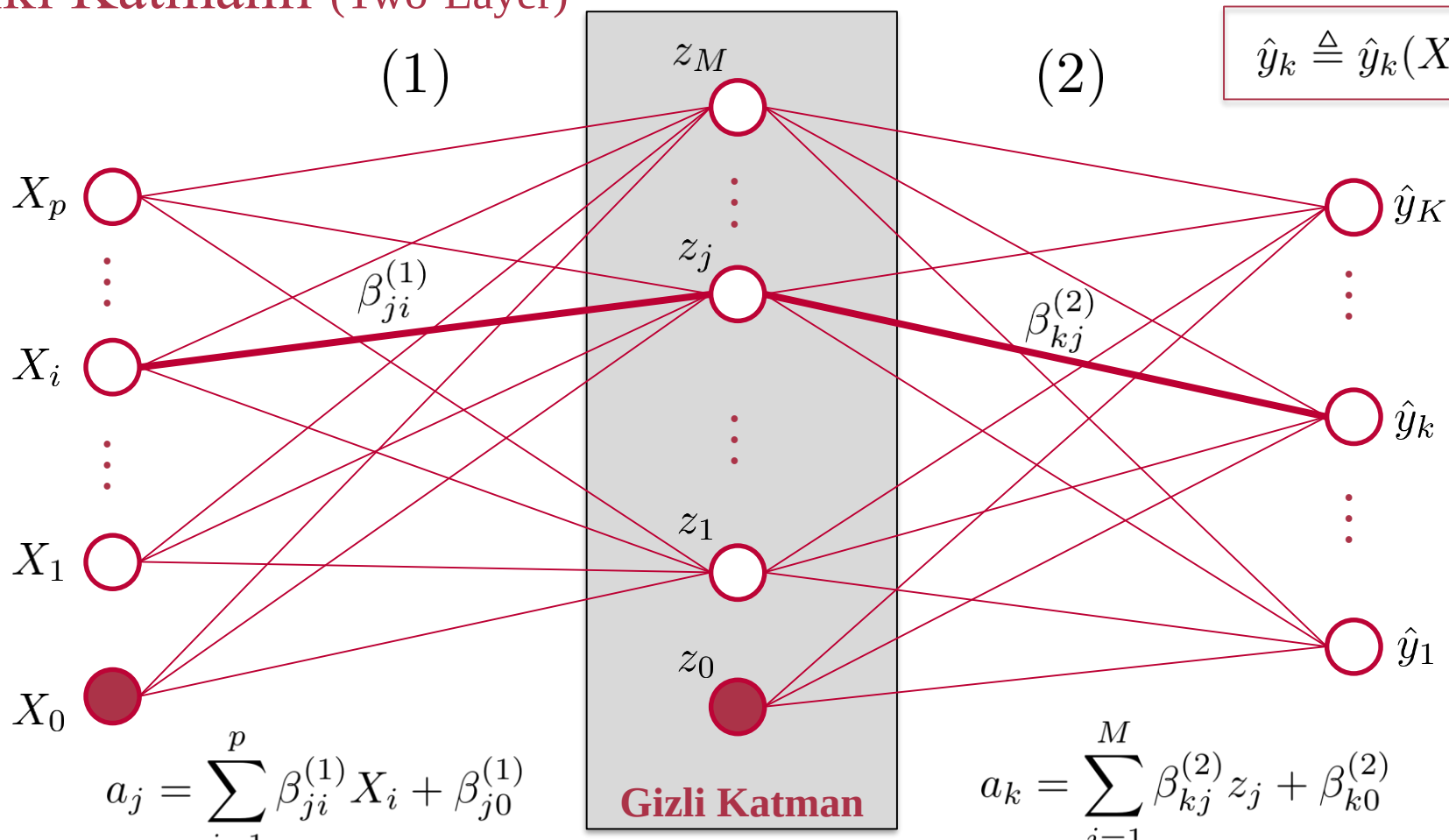
EUR
D4C
Bol Bilim
Veri Defteri
@sibirbil


Makine
Öğrenmesi
Doğrusal Bağlanım
Yapay Sinir Ağları
ve
Derin Öğrenme
Boyut Küçültme
ve
Düzenlileştirme
Güdümsüz
Öğrenme
Tekrar Örnekleme
ve
Model Değerlendirme
Sınıflandırma
ve
Ağaçlar

İşlem Birimleri (Processing Units)



İleribeslemeli Yapay Sinir Ağı (Feed-Forward Neural Network)
İki Katmanlı (Two-Layer)



$$a_j = \sum_{i=1}^{p} \beta_{ji}^{(1)} X_i + \beta_{j0}^{(1)}$$

$$z_j = h(a_j), \ j = 1, \ldots, M$$

$$a_k = \sum_{j=1}^{M} \beta_{kj}^{(2)} z_j + \beta_{k0}^{(2)}$$

$$\hat{y}_k = \sigma(a_k), \ k = 1, \ldots, K$$

çıktı birimi aktivasyon fonksiyonu

Aktivasyon Fonksiyonları

$$h(a_j) = \frac{1}{1 + e^{-a_j}}$$ Sigmoid Fonksiyonu

$$h(a_j) = \tanh(a_j)$$ "tanh" Fonksiyonu

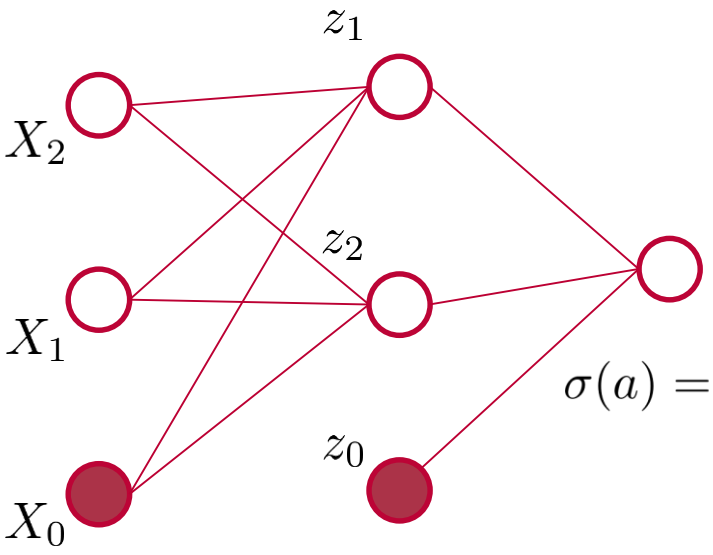
$$h(a_j) = \max\{0, a_j\}$$ *Rectified Linear Unit* (ReLU)

$$\sigma(a_k) = a_k$$ Özdeşlik (Identity) Fonksiyon

$$\sigma(a_k) = \frac{1}{1 + e^{-a_k}}$$ Sigmoid Fonksiyonu

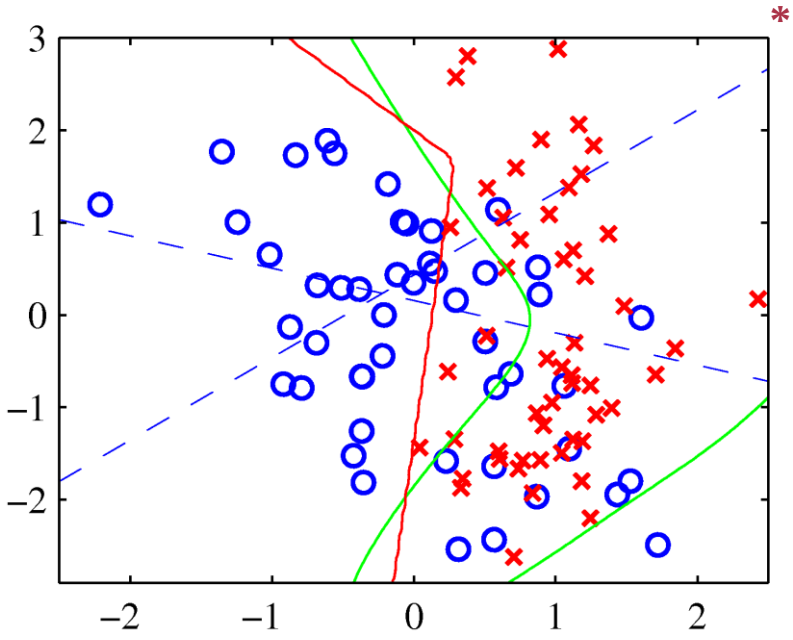
$$\sigma(a_k) = \frac{e^{a_k}}{\sum_{j=1}^{K} e^{a_j}}$$ Düzgeli Üstel (Softmax) Fonksiyon

İkili Sınıflandırma Örneği



$$\sigma(a) = \frac{1}{1 + e^{-a}}$$

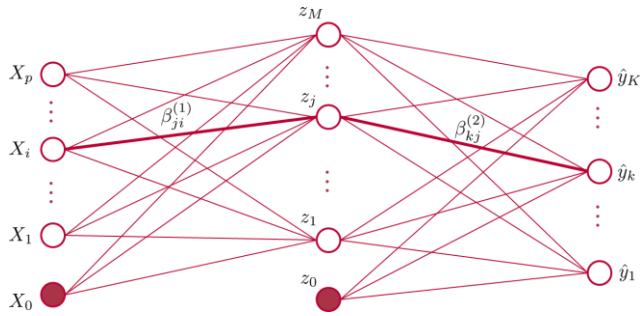
$$h(a_j) = \tanh(a_j)$$



*

**Pattern Recognition and Machine Learning*, C. M. Bishop, Springer, 2006, sf. 232.

Ağ Fonksiyonu



$$a_j = \sum_{i=1}^{p} \beta_{ji}^{(1)} X_i + \beta_{j0}^{(1)} \qquad a_k = \sum_{j=1}^{M} \beta_{kj}^{(2)} z_j + \beta_{k0}^{(2)}$$

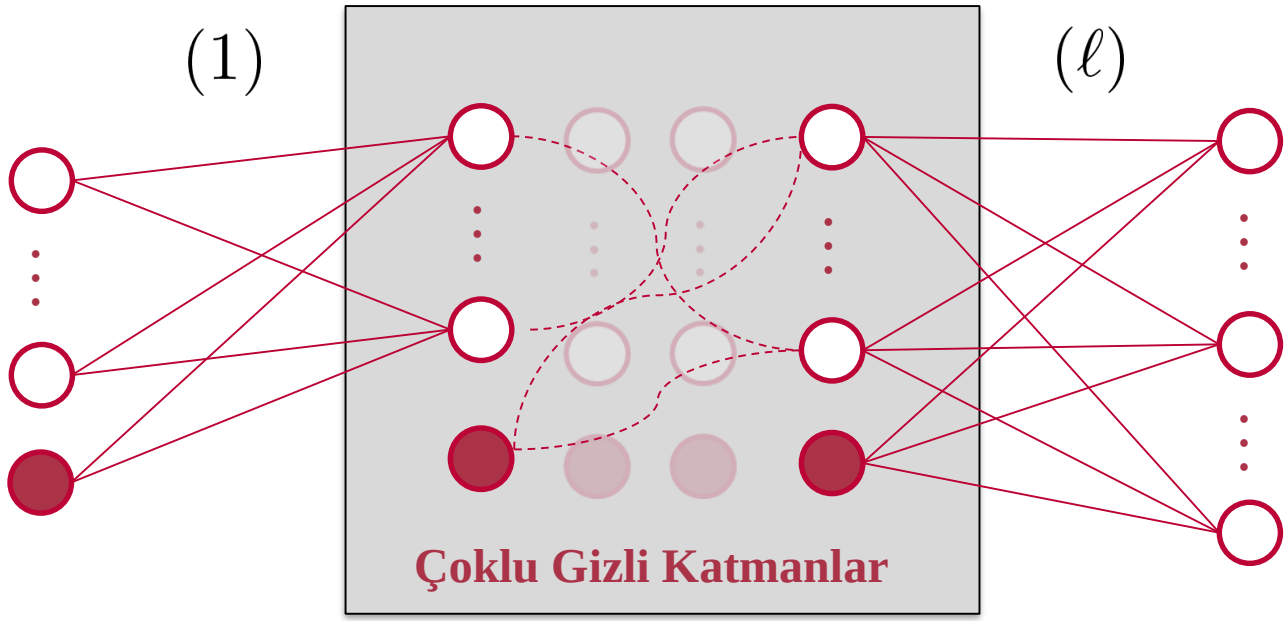
$$z_j = h(a_j),\ j = 1, \ldots, M \qquad \hat{y}_k = \sigma(a_k),\ k = 1, \ldots, K$$

$$\hat{y}_k(X, \beta) = \sigma \left(\sum_{j=1}^{M} \beta_{kj}^{(2)} h \left(\sum_{i=1}^{p} \beta_{ji}^{(1)} X_i + \beta_{j0}^{(1)} \right) + \beta_{k0}^{(2)} \right)$$

$$X_0 = 1,\ z_0 = 1$$

$$\hat{y}_k(X, \beta) = \sigma \left(\sum_{j=0}^{M} \beta_{kj}^{(2)} h \left(\sum_{i=0}^{p} \beta_{ji}^{(1)} X_i \right) \right)$$

Ağ Fonksiyonu



$$\hat{y}_k(X,\beta) = \sigma\left(\sum_j \beta_{kj}^{(\ell)} h\left(\sum_s \beta_{js}^{(\ell-1)} h\left(\ldots h\left(\sum_i \beta_{ji}^{(1)} X_i\right)\ldots\right)\right)\right)$$

Ağın Eğitilmesi

Hata Fonksiyonları

Bağlanım

$$(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n$$

$$x_i \in \mathbb{R}^p \quad y_i \in \mathbb{R}^K$$

$$E(\beta) = \sum_{i=1}^{n} E_i(\beta)$$

Kareler Toplamı

$K = 1$

$$E(\beta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}(x_i, \beta) - y_i)^2$$

$K > 1$

$$E(\beta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \|\hat{y}(x_i, \beta) - y_i\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} (\hat{y}_k(x_i, \beta) - y_{ik})^2$$

$$\hat{y}_k = \sigma(a_k) = a_k$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial a_k} = \hat{y}_k(x_i, \beta) - y_{ik}$$

Ağın Eğitilmesi

Hata Fonksiyonları

K-Farklı İkili Sınıflandırma

$$(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n$$

$$x_i \in \mathbb{R}^p \quad y_i \in \{0, 1\}^K$$

$$E(\beta) = \sum_{i=1}^{n} E_i(\beta)$$

Çapraz (Cross) Entropi

K = 1

$$E(\beta) = -\sum_{i=1}^{n} \left(y_i \ln(\hat{y}(x_i, \beta)) + (1 - y_i) \ln(1 - \hat{y}(x_i, \beta)) \right)$$

K > 1

$$E(\beta) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} \left(y_{ik} \ln(\hat{y}_k(x_i, \beta)) + (1 - y_{ik}) \ln(1 - \hat{y}_k(x_i, \beta)) \right)$$

$$\hat{y}_k = \sigma(a_k) = \frac{1}{1 + e^{-a_k}}$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial a_k} = \hat{y}_k(x_i, \beta) - y_{ik}$$

Ağın Eğitilmesi

Hata Fonksiyonları

Çoklu Sınıflandırma

$(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n \quad x_i \in \mathbb{R}^p$

$y_i \in \mathbb{R}^K$, birim vektör

$$E(\beta) = \sum_{i=1}^{n} E_i(\beta)$$

Çapraz Entropi

$$E(\beta) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} y_{ik} \ln(\hat{y}_k(x_i, \beta))$$

$$\hat{y}_k = \sigma(a_k) = \frac{e^{a_k}}{\sum_{j=1}^{K} e^{a_j}}$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial a_k} = \hat{y}_k(x_i, \beta) - y_{ik}$$

Ağın Eğitilmesi

Optimizasyon

$$\min_{\beta} \; E(\beta) = \min_{\beta} \; \sum_{i=1}^{n} E_i(\beta)$$

$$\nabla E(\beta) = \sum_{i=1}^{n} \nabla E_i(\beta) = 0$$

Yığın Gradyan İnişi (Batch Gradient Descent)

$$\beta^{\tau+1} = \beta^{\tau} - \eta \sum_{i=1}^{n} \nabla E_i(\beta^{\tau})$$

τ : iterasyon
η : öğrenme hızı
(learning rate)

Rassal (Stochastic) Gradyan İnişi (RGİ)

$$\beta^{\tau+1} = \beta^{\tau} - \eta \nabla E_j(\beta^{\tau}), \quad j \in \{1, \ldots, n\}$$

Mini-yığın RGİ

$$\beta^{\tau+1} = \beta^{\tau} - \eta \sum_{j \in \mathcal{J}} \nabla E_j(\beta^{\tau}), \quad \mathcal{J} \subseteq \{1, \ldots, n\}$$

Ağın Eğitilmesi

Geri Yayılım (Backpropagation)

$$\nabla E(\beta) = \sum_{i=1}^{n} \nabla E_i(\beta) = 0 \qquad \frac{\partial E}{\partial \beta_{ts}^{(l)}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial E_i}{\partial \beta_{ts}^{(l)}} \quad ?$$

Hatırlatma

$$E(\beta) = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{K} y_{ik} \ln(\hat{y}_k(x_i, \beta)) \qquad E(\beta) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{K} (\hat{y}_k(x_i, \beta) - y_{ik})^2 \qquad \frac{\partial E_i}{\partial a_k} = \hat{y}_k(x_i, \beta) - y_{ik}$$

$$\hat{y}_k(X, \beta) = \sigma\left(\sum_j \beta_{kj}^{(\ell)} h\left(\sum_s \beta_{js}^{(\ell-1)} h\left(\ldots h\left(\sum_i \beta_{ji}^{(1)} X_i\right)\ldots\right)\right)\right)$$

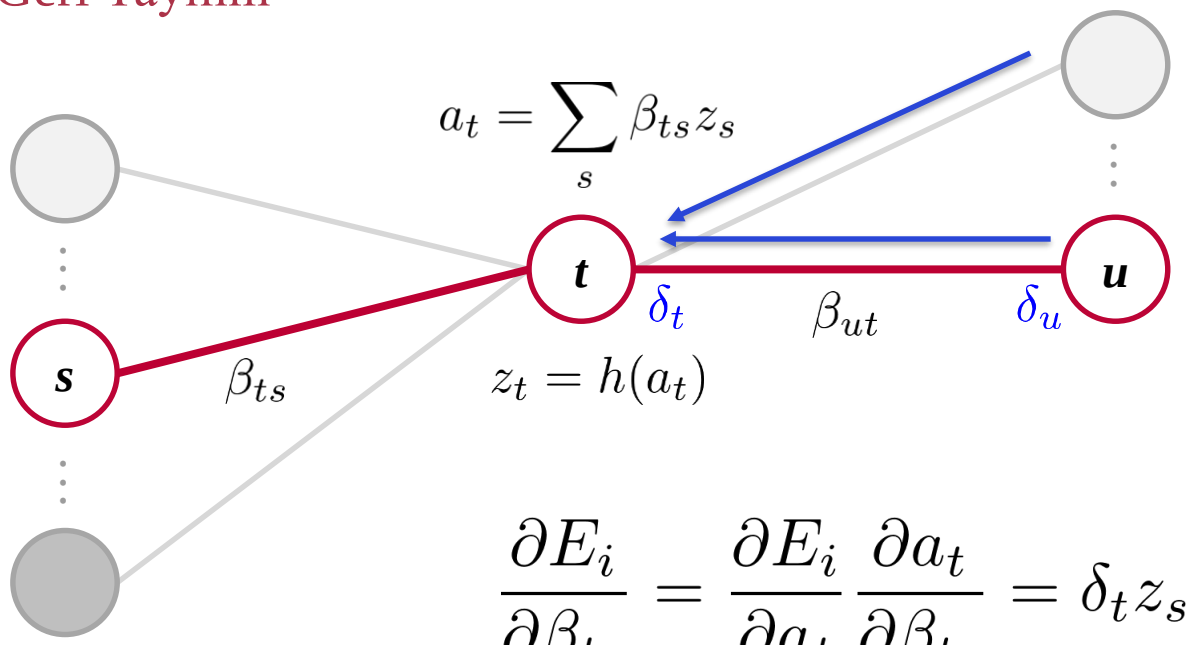
Zincir kuralını arka arkaya uygulasak?

Evet ama bunu doğrudan ağın üzerinde de yapabiliriz!

Ağın Eğitilmesi

Geri Yayılım

$$\hat{y}_{ik} \triangleq \hat{y}_k(x_i, \beta)$$
$$\frac{\partial E_i}{\partial a_k} = \hat{y}_{ik} - y_{ik}$$



$$\frac{\partial E_i}{\partial \beta_{ts}} = \frac{\partial E_i}{\partial a_t} \frac{\partial a_t}{\partial \beta_{ts}} = \delta_t z_s$$

$$\delta_t \triangleq \frac{\partial E_i}{\partial a_t}$$

$$\delta_t = \frac{\partial E_i}{\partial a_t} = \sum_u \frac{\partial E_i}{\partial a_u} \frac{\partial a_u}{\partial a_t} = h'(a_t) \sum_u \delta_u \beta_{ut}$$

$$\delta_k = \frac{\partial E_i}{\partial a_k} = \hat{y}_{ik} - y_{ik}, \quad k = 1, \ldots, K$$

Ağın Eğitilmesi

Geri Yayılım

x_i girdi vektörünü uygula ve aşağıdaki şekilde ağ üzerinde yayılımını sağla:

$$a_t = \sum_s \beta_{ts} z_s, \quad z_t = h(a_t) \quad \text{ve} \quad \hat{y}_k = \sigma(a_k)$$

Çıktı birimleri için şu hesapları yap:

$$\delta_k = \frac{\partial E_i}{\partial a_k} = \hat{y}_{ik} - y_{ik}, \quad k = 1, \ldots, K$$

Gizli katmanlar için aşağıdaki ifadeleri uygula:

$$\delta_t = \frac{\partial E_i}{\partial a_t} = \sum_u \frac{\partial E_i}{\partial a_u} \frac{\partial a_u}{\partial a_t} = h'(a_t) \sum_u \delta_u \beta_{ut}$$

Gradyanın bileşenlerini hesapla:

$$\frac{\partial E_i}{\partial \beta_{ts}} = \frac{\partial E_i}{\partial a_t} \frac{\partial a_t}{\partial \beta_{ts}} = \delta_t z_s$$

Ağın Eğitilmesi

Aşırı Modelleme

- Çapraz Geçerlilik Sınaması

- **Düğüm atma yöntemi:** rasgele bazı düğümleri ve onların bağlantılarını ağdan çıkarma (www)

Ağın Eğitilmesi

Düzenlileştirme (Regularization)

ℓ_2-norm

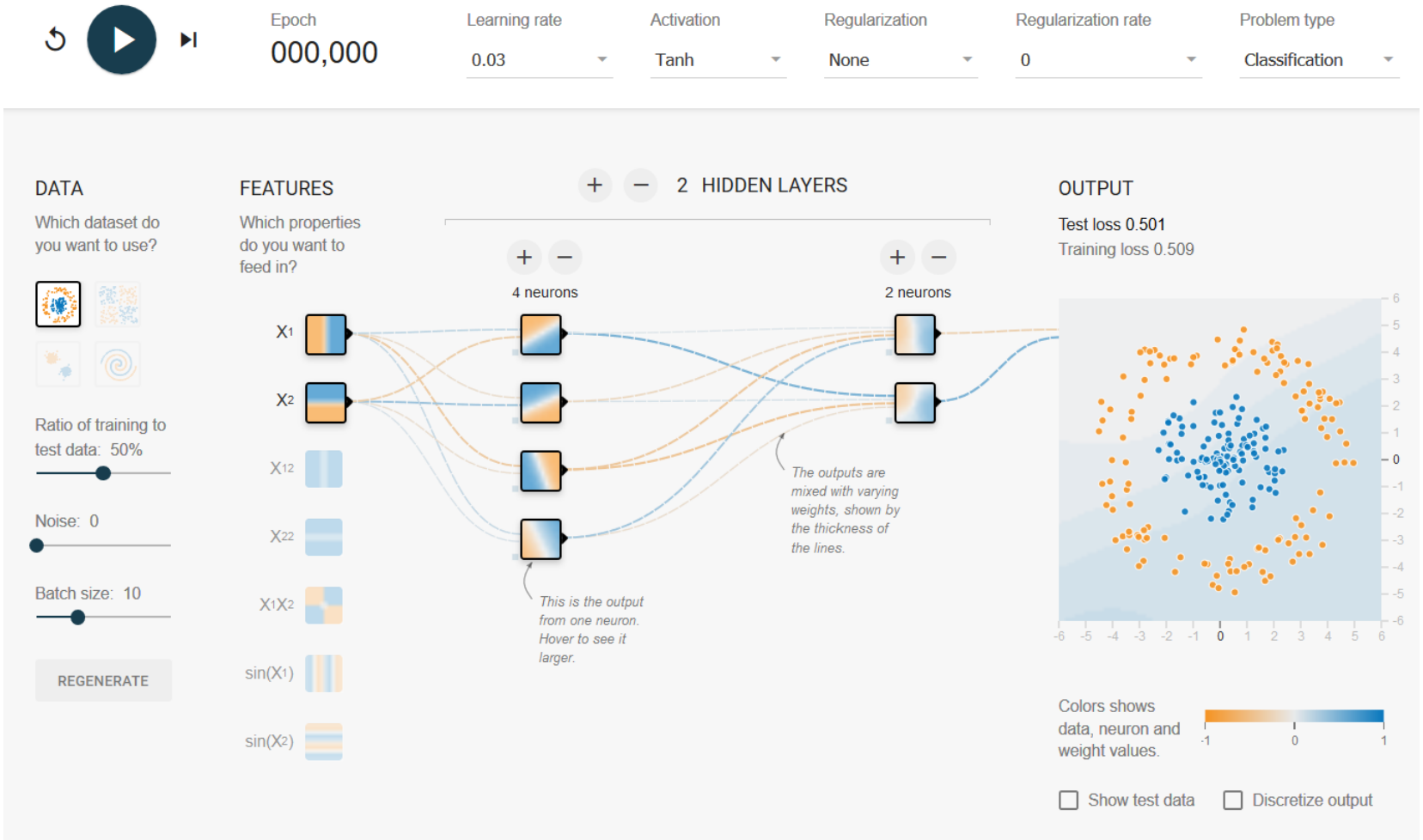
$$\min_{\beta} E(\beta) + \lambda \sum_{s,t} \beta_{st}^2$$

ℓ_1-norm

$$\min_{\beta} E(\beta) + \lambda \sum_{s,t} |\beta_{st}|$$

türevlenebilir değil!

Tensorflow


Epoch
000,000
Learning rate
0.03
Activation
Tanh
Regularization
None
Regularization rate
0
Problem type
Classification
DATA
Which dataset do you want to use?
Ratio of training to test data: 50%
Noise: 0
Batch size: 10
REGENERATE
FEATURES
Which properties do you want to feed in?
X1
X2
X12
X22
X1X2
sin(X1)
sin(X2)
2 HIDDEN LAYERS
4 neurons
2 neurons
The outputs are mixed with varying weights, shown by the thickness of the lines.
This is the output from one neuron. Hover to see it larger.
OUTPUT
Test loss 0.501
Training loss 0.509
Colors shows data, neuron and weight values.
Show test data
Discretize output

Çok azalan/artan Gradyan

- Son katmanlardan ilk katmanlara doğru giderken gradyan azalır (artar)
- Eğitim ya çok uzun sürer ya da başarısız olur

$$\sigma(a) = \frac{1}{1+e^{-a}} \implies \max_{a \in \mathbb{R}} \sigma'(a) = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_i}{\partial \beta_{ts}} &= \delta_t z_s \\
&= \left(\sigma'(a_t) \sum_u \delta_u \beta_{ut} \right) z_s \\
&= \left(\underbrace{\sigma'(a_t)}_{<1} \sum_u \left(\underbrace{\sigma'(a_u)}_{<1} \sum_v \delta_v \beta_{vu} \right) \beta_{ut} \right) \underbrace{z_s}_{\leq 1}
\end{aligned}$$

- Küçük başlangıç ağırlıkları çok azalan gradyana sebep olur
- Büyük başlangıç ağırlıkları gradyanın çok büyümesine sebep olur

Ağın Eğitilmesi

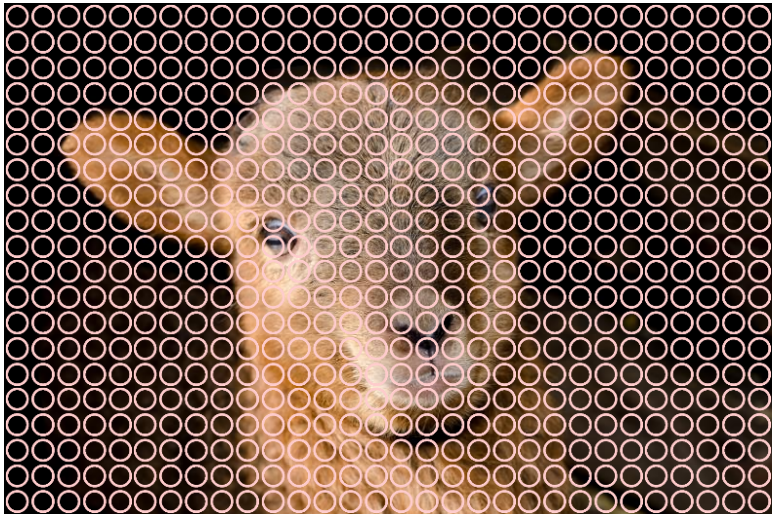
Sıkça Sorulan Sorular

- Kaç gizli katman? Her katmanda kaç düğüm? Hangi aktivasyon fonksiyonları?
  - *Neural Network Design*, M.T. Hagan vd. (PDF)
  - Sıkça Sorulan Sorular (www)
  - Ve daha pek çoğu… (StackExchange!)

- TensorFlow oyun alanı (www)

Evrişimsel Sinir Ağı - ESA (Convolutional Neural Network)

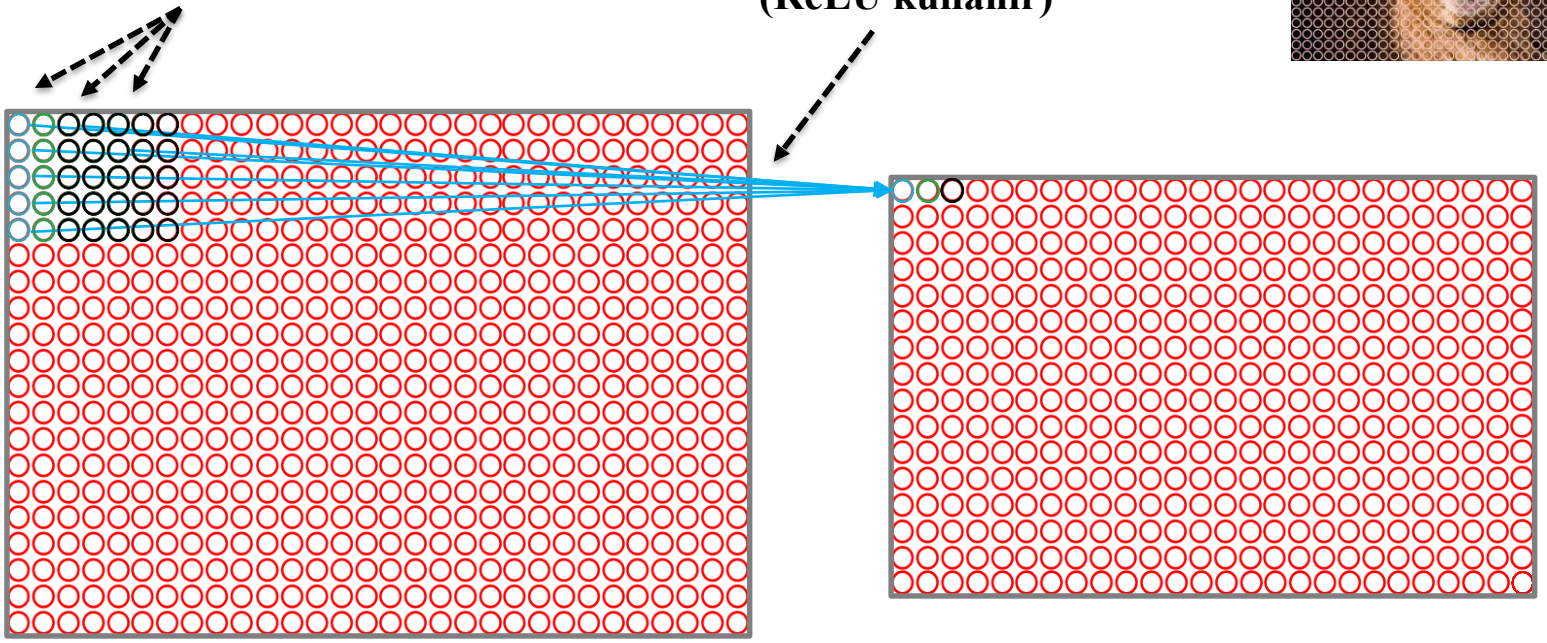
- Özenli kurgulanmış çok katmanlı sinir ağı
- Verinin uzamsal yapısını (spatial structure) kullanır (nesne tanıma)
- İlk katmanlar kolay örüntüleri öğrenir
- Sonraki katmanlar da ilk katmanları yeniden şekillendirir
- Gizli katmanlar lokal yapıyı ortaya çıkarır
- Aktivasyon fonksiyonu olarak ReLU kullanılır
- Ağırlık ve yanlılık sayısı ciddi oranda düşer



ESA - Kurgulama

lokal alıcı alanları (5×5)

öznitelik eşlemi (feature map)
(ReLU kullanır)



adım uzunluğu(one)

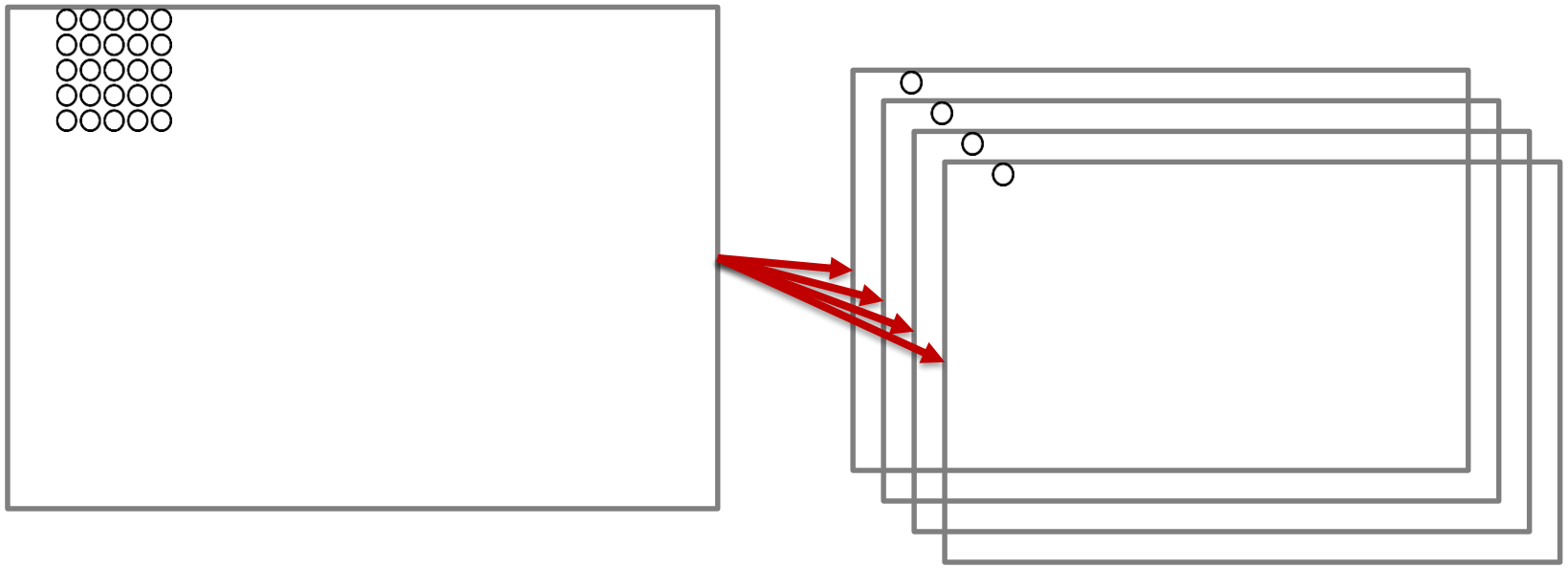
girdi: 20 × 30 nöron

16 × 26 nöron

Ağırlıklar ve yanlılık her bir nöron tarafından paylaşılır
(paylaşılan ağırlıklar ve yanlılık bir **filtre** veya **çekirdek** tanımlar)

ESA – Gizli Katman

birçok öznitelik eşlemi

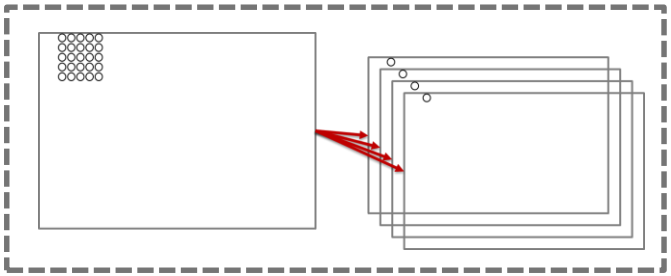


girdi: 20 × 30 nöron

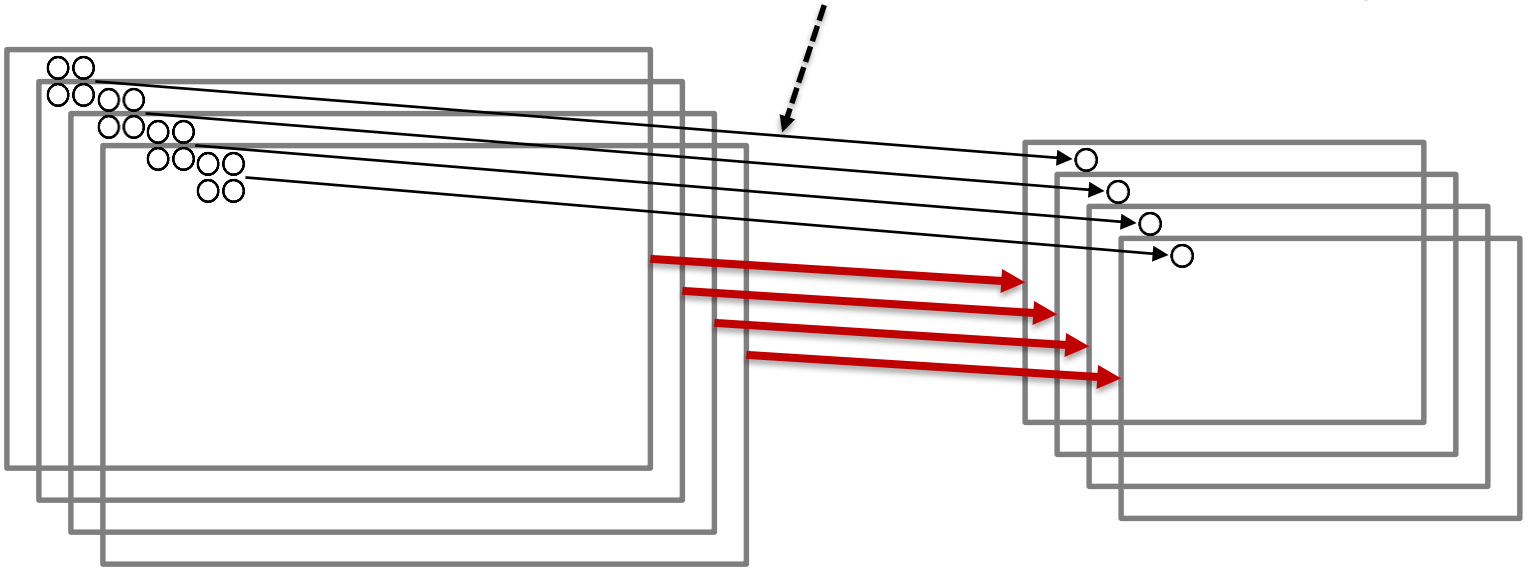
ilk gizli katman: 4 × 16 × 26 nöron
(**evrişimsel katman**)

ağırlıkların ve yanlılıkların sayısı = (25 + 1) × 4 = 104

ESA – Ortaklama Katmanı (Pooling Layer)



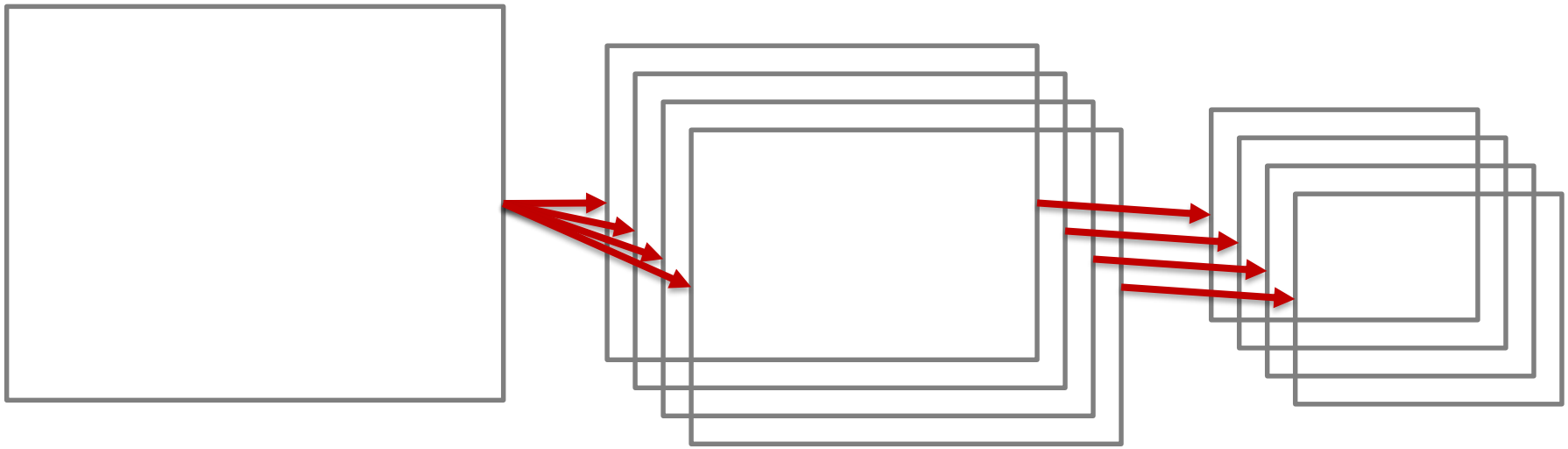
***max* ortaklama**
(2 × 2 alanda maksimum aktivasyon)



ilk gizli katman: 4 × 16 × 26 nöron

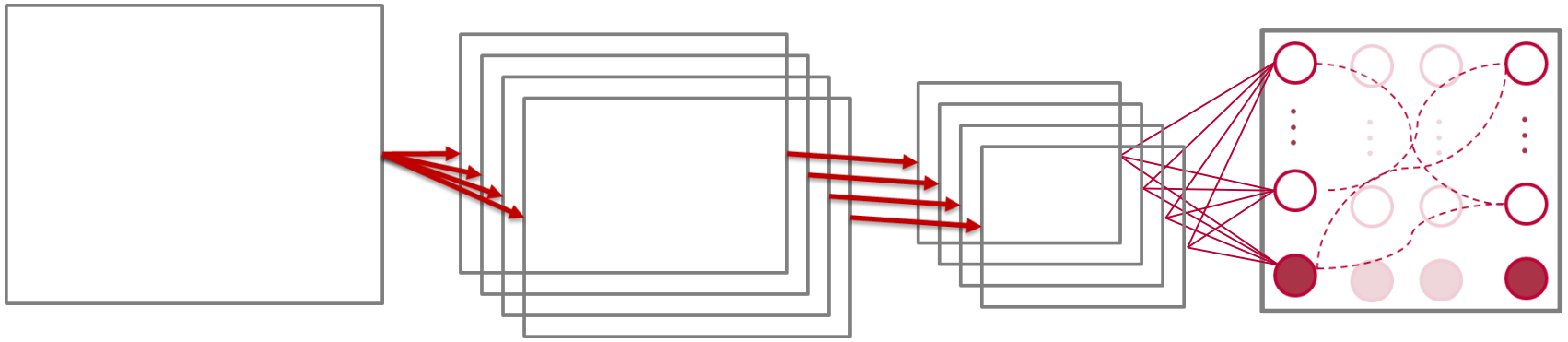
ikinci gizli katman: 4 × 8 × 13 nöron
(ortaklama katmanı)

ESA – Birleştirme Katmanı (Merging Layers)



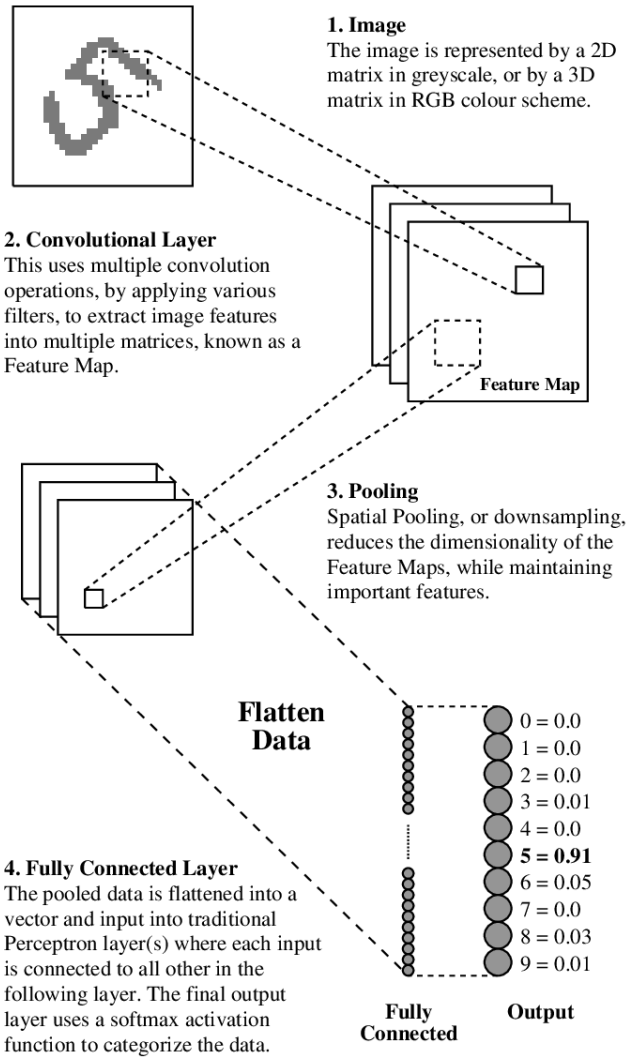
20×30 $4 \times 16 \times 26$ $4 \times 8 \times 13$

ESA – Bütün Ağ



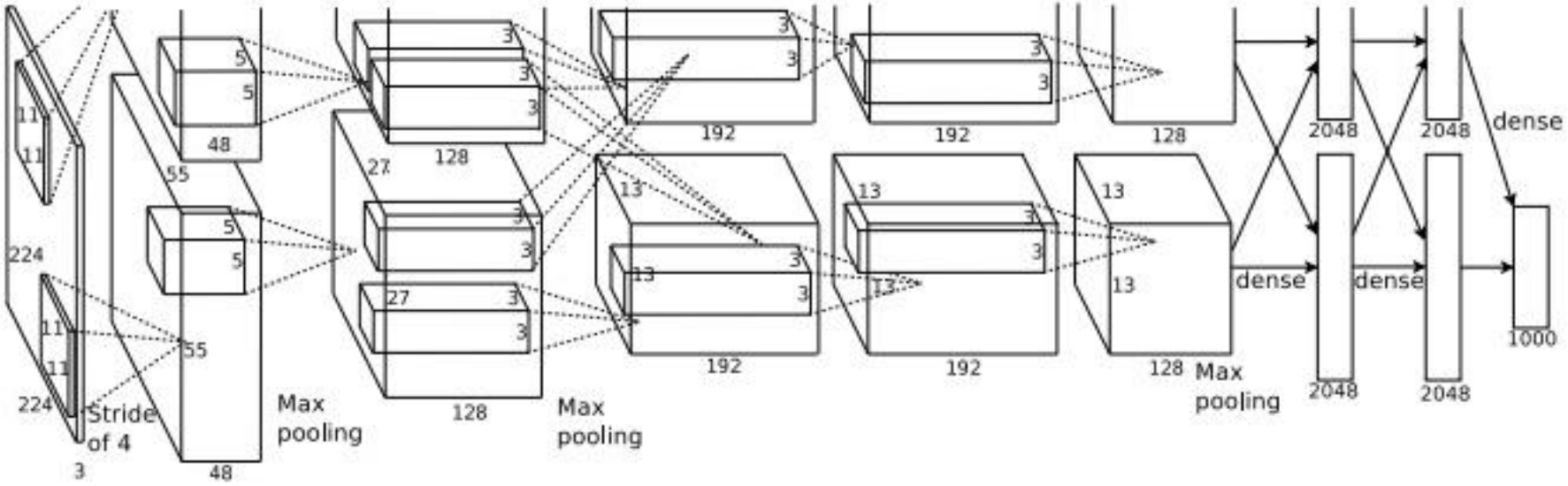
- Sınıflandırma için son aşamada genellikle tek katman kullanılır
- Birden çok evrişimsel katman olabilir
- Çok fazla matrix veya vektör çarpımı gerekiyor
- Ekran kartları (GPU) ile vektörleştirme (vectorization) kullanılır

ESA – Nesne Tanıma



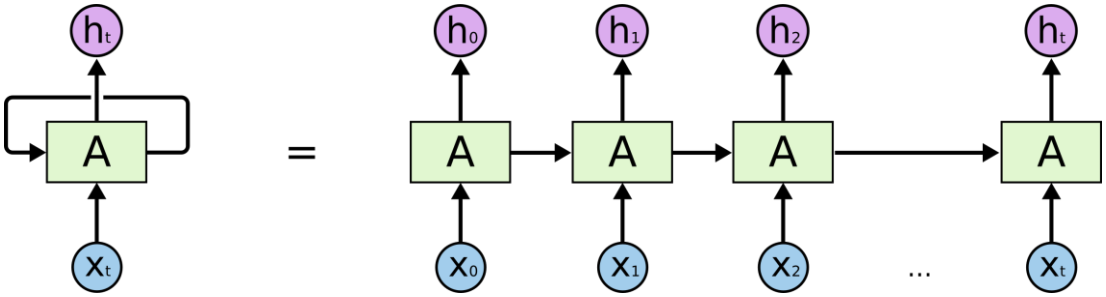
(kaynak)

ESA – ImageNet Sınıflandırma



(kaynak)

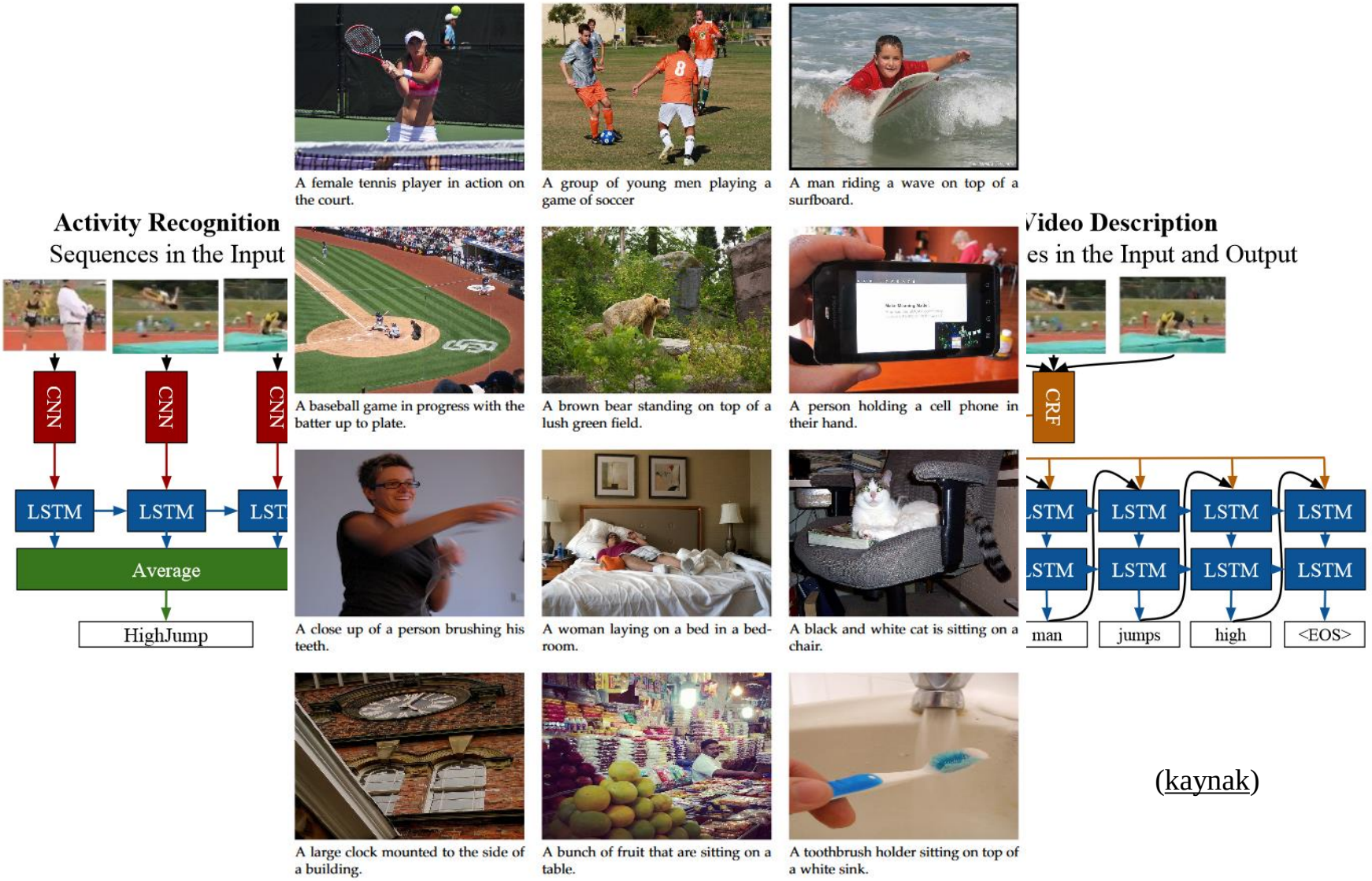
Yineleyen Sinir Ağları -YSA (Recurrent Neural Network)



(kaynak)

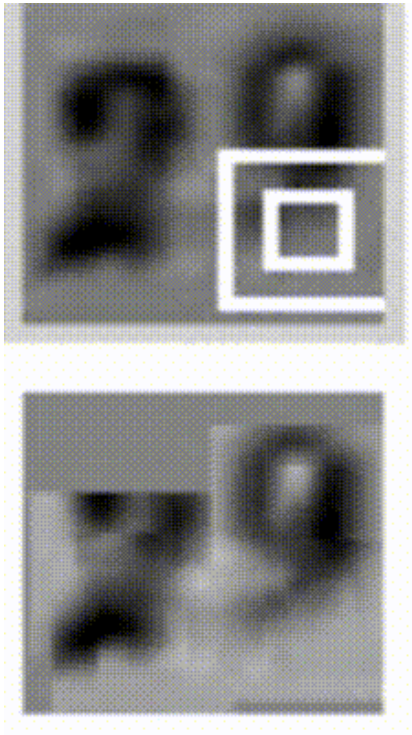
- Geçmiş bilginin kullanımının öğrenilmesi: yinelenen alt ağlar (subnetworks)
- Evrelerde değişkenlik gösteren veriler – zaman serileri analizi
- Girdi dizileri – Çıktı dizileri
- Düşük uzun dönem bağlılık (çok azalan gradyan)
    - Uzun Kısa Dönemli Hafıza (Long Short Term Memory)
    - GRU (Gated Feedback Recurrent Neural Networks)
- Yineleyen sinir ağları hakkında iyi bir çalışma (link)

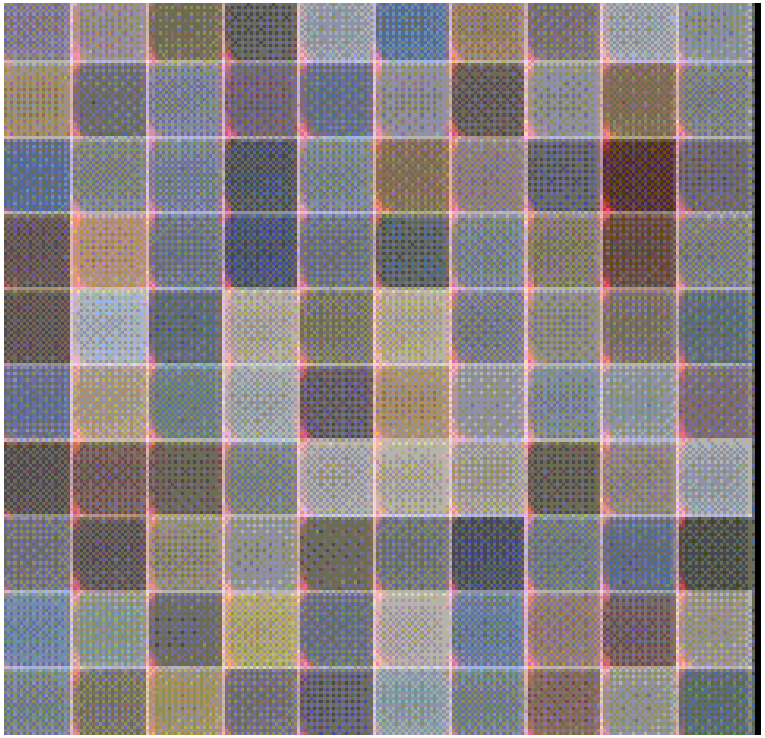
YSA – Görüntülere Altyazı Ekleme (Image Captioning)



(kaynak)

YSA – Karakter Üretimi (Character Generation)





(kaynak)

Özkodlayıcılar (Autoencoders)

- Güdümsüz öğrenme
- İlke: Öznitelikleri çıkarma, girdiyi tekrar kurgulama
- Boyut küçültme tekniği

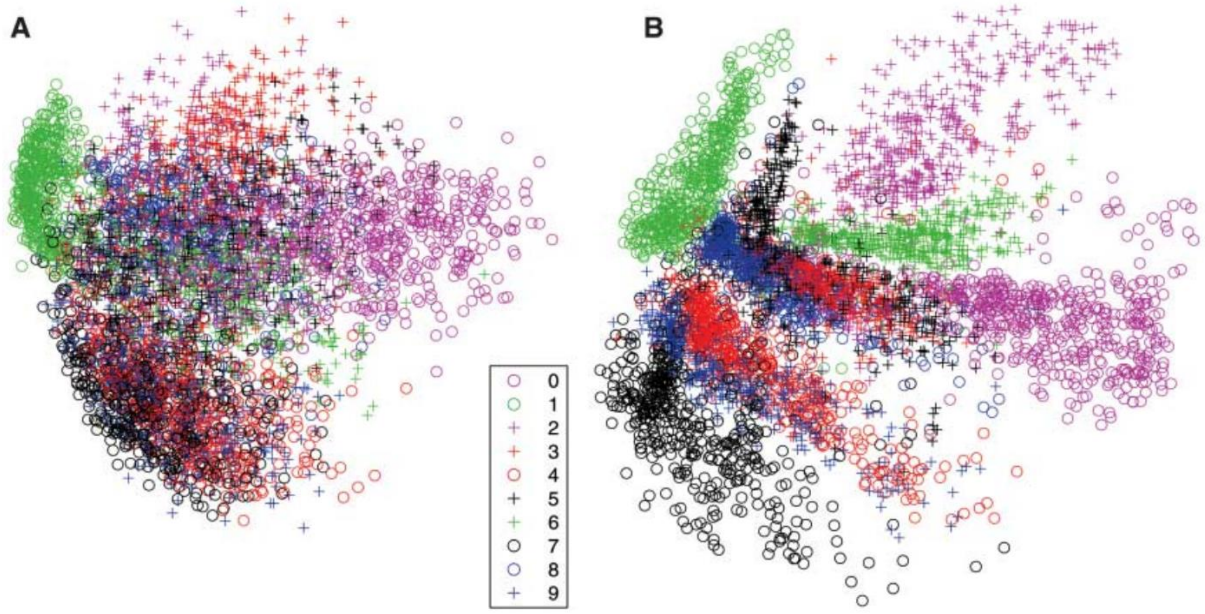
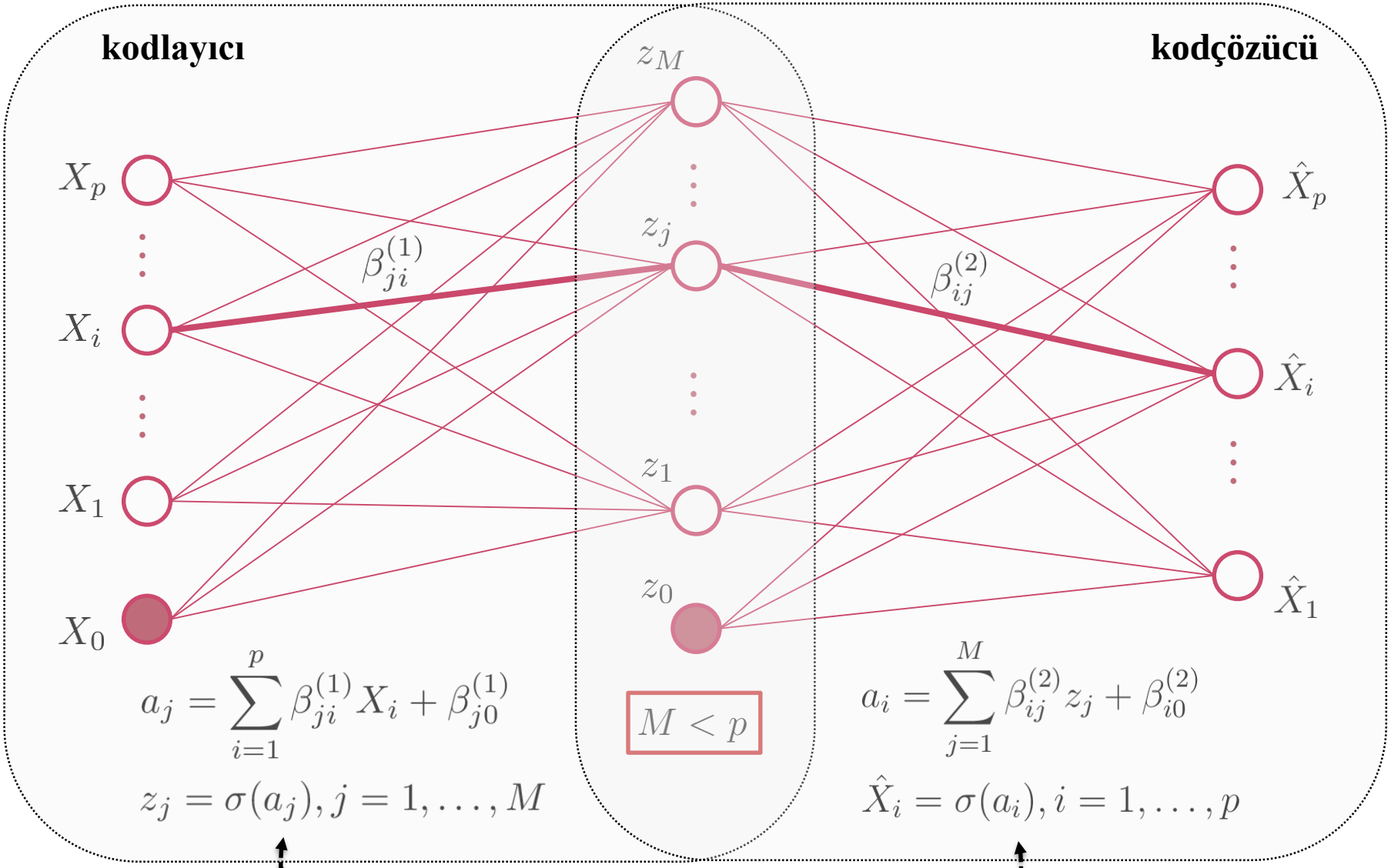
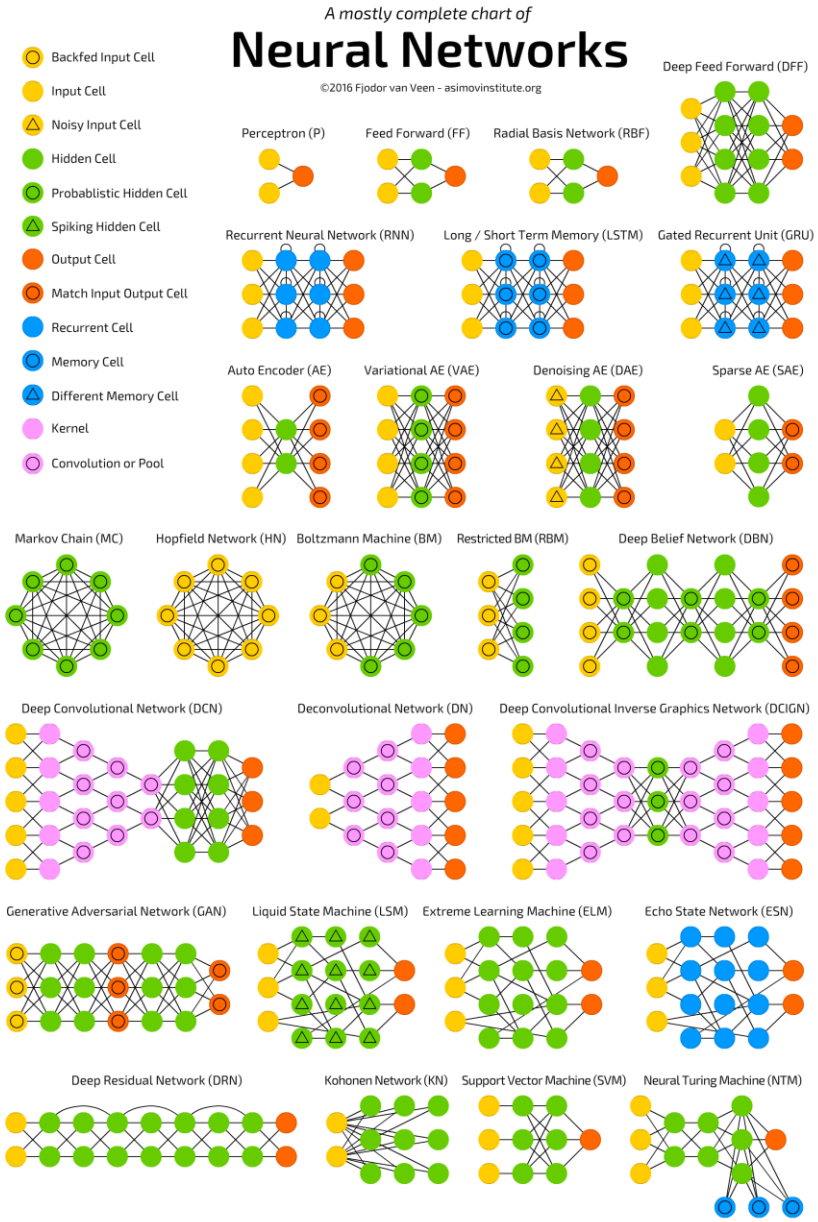


Fig. 3. (**A**) The two-dimensional codes for 500 digits of each class produced by taking the first two principal components of all 60,000 training images. (**B**) The two-dimensional codes found by a 784-1000-500-250-2 autoencoder. For an alternative visualization, see (*8*).

(kaynak)

Özkodlayıcılar (Autoencoders)




A mostly complete chart of
Neural Networks
©2016 Fjodor van Veen - asimovinstitute.org
Backfed Input Cell
Input Cell
Noisy Input Cell
Hidden Cell
Probablistic Hidden Cell
Spiking Hidden Cell
Output Cell
Match Input Output Cell
Recurrent Cell
Memory Cell
Different Memory Cell
Kernel
Convolution or Pool
Perceptron (P)
Feed Forward (FF)
Radial Basis Network (RBF)
Deep Feed Forward (DFF)
Recurrent Neural Network (RNN)
Long / Short Term Memory (LSTM)
Gated Recurrent Unit (GRU)
Auto Encoder (AE)
Variational AE (VAE)
Denoising AE (DAE)
Sparse AE (SAE)
Markov Chain (MC)
Hopfield Network (HN)
Boltzmann Machine (BM)
Restricted BM (RBM)
Deep Belief Network (DBN)
Deep Convolutional Network (DCN)
Deconvolutional Network (DN)
Deep Convolutional Inverse Graphics Network (DCIGN)
Generative Adversarial Network (GAN)
Liquid State Machine (LSM)
Extreme Learning Machine (ELM)
Echo State Network (ESN)
Deep Residual Network (DRN)
Kohonen Network (KN)
Support Vector Machine (SVM)
Neural Turing Machine (NTM)

(kaynak - 2016)

Barn owl or apple

(kaynak)

Özet

- İleribeslemeli yapay sinir ağları
- Hata fonksiyonları
- Geri yayılım
- Düzenlileştirme
- Çok azalan/artan gradyan
- Derin Öğrenme – Güdümlü
- Derin Öğrenme – Güdümsüz

Son söz …

**"Lojistik bağlanım kafi iken, 10 katmanlı derin yapay sinir ağı kullanmak."*