

Аннотация

В рамках НИР разработана компактная, реализуемая в школьной практике методика построения индивидуальных траекторий обучения теории вероятностей (7–9 классы) с использованием технологий искусственного интеллекта в формате адаптивного назначения заданий. Методика описывается на (1) граф тем (предпосылки → следствия), (2) входную диагностику, (3) интерпретируемую по-темную модель уровня освоения ученика, (4) алгоритм выбора следующей темы и сложности, (5) адресную обратную связь по типичным ошибкам, (6) инструменты учителя для мониторинга и минимальный план апробации на двух классах.

Ключевые слова: индивидуальная траектория, адаптивное обучение, теория вероятностей, knowledge tracing, граф концептов, типичные ошибки, школьная математика.

1 Введение

1.1 Актуальность

Раздел «Вероятность и статистика» в 7–9 классах часто сопровождается устойчивыми затруднениями: школьники допускают концептуальные ошибки (ложная равновероятность, путаница независимости и условной вероятности), а класс обычно неоднороден по подготовке. В этих условиях методически оправдана индивидуализация: каждому ученику нужен собственный темп, уровень сложности и набор тренировок на конкретные ошибки.

1.2 Цель, задачи, гипотеза

Цель НИР: разработать и описать методику построения и реализации индивидуальных траекторий обучения теории вероятностей (7–9 классы) на основе ИИ-технологий

Задачи:

1. Построить граф тем (concept graph) по вероятности/статистике 7–9 классов.
2. Разработать схему входной диагностики и инициализации уровня освоения тем.
3. Определить модель состояния знаний по темам и правила обновления после каждого задания.
4. Описать алгоритм выбора следующей темы и сложности, систему подсказок и обратной связи.
5. Апробация методики на двух классах и оценка метрики эффективности.

Гипотеза: если использовать граф тем и по-темную модель освоения с адаптивным подбором заданий и обратной связи по типичным ошибкам, то по итогам апробации повысится результат пост-теста и снизится частота ключевых концептуальных ошибок по сравнению с традиционной практикой.

1.3 Объект, предмет и методы

Объект: обучение школьников теории вероятностей (7–9 классы).

Предмет: методика проектирования индивидуальных траекторий на основе графа тем и модели по-темного состояния знаний.

Методы: анализ литературы; педагогическое проектирование (граф тем, банк заданий, типология ошибок); моделирование алгоритмов адаптации; апробация (две параллели/два класса); анализ результатов (пред-/пост-тест, сравнение групп).

2 Концептуальная основа методики (кратко)

2.1 Knowledge tracing в интерпретируемой постановке

Для практики важна интерпретируемость: система должна показывать, какая тема освоена, а какая нет. Поэтому используем вектор освоения по темам:

$$M = [M_1, \dots, M_{|V|}], \quad M_k \in [0, 1],$$

где M_k — оценка освоения темы T_k .

2.2 Граф тем

Вводится граф $G = (V, E)$: вершины — темы, дуги — зависимости «предпосылка → следствие». Граф задаёт допустимый порядок продвижения и позволяет реализовать частичный перенос освоения с базовых тем на связанные.

3 Разработанная методика построения индивидуальной траектории

3.1 Этап 1. Граф тем (DAG) по вероятности и статистике 7–9 классов

3.2 Этап 2. Входная диагностика

Цель: получить стартовые оценки $M^{(0)}$ по темам и выявить типичные ошибки.

Конструкция (минимально):

- 2 задания на тему (одно базовое, одно диагностическое на типичную ошибку);
- фиксация: ответ, время, факт запроса подсказки.

Инициализация:

$$M_k^{(0)} = \text{Score}_k = \frac{\#\text{верных по теме } k}{\#\text{заданий по теме } k}.$$

3.3 Этап 3. Модель состояния знаний и обновление после каждого задания

3.3.1 Обновление по теме задания

Если ученик решает задание по теме i и получает $r \in \{0, 1\}$, то

$$M_i^{(t+1)} = M_i^{(t)} + \alpha \cdot \delta \cdot (r - M_i^{(t)}), \quad M_i^{(t+1)} \leftarrow \min(1, \max(0, M_i^{(t+1)})).$$

Где α — скорость обновления (стартово $\alpha = 0.2$), δ — коэффициент сложности ($0.8/1.0/1.2/1.4$).

3.3.2 Перенос по графу предпосылок

При положительном приросте по теме i он частично переносится на потомков:

$$\begin{aligned} M_j^{(t+1)} &= M_j^{(t)} + \beta \cdot A_{i,j} \cdot \Delta M_i, \quad (i, j) \in E, \\ \Delta M_i &= \max(0, M_i^{(t+1)} - M_i^{(t)}). \end{aligned}$$

Стартово: $\beta = 0.08$, $A_{i,j} = 1$ (далее веса можно калибровать).

3.4 Этап 4. Типичные ошибки как отдельный слой диагностики

Для теории вероятностей критично диагностировать не только «неверно», но и *почему неверно*. Минимальный перечень ошибок:

- **ложная равновероятность** (equiprobability): «все суммы/исходы равновероятны»;
- **путаница независимости**: вера в влияние предыдущих исходов («ошибка игрока»);
- **путаница формул объединения/пересечения**;
- **путаница $P(A|B)$ и $P(B|A)$** .

Практически ошибки удобнее всего распознавать через специально сконструированные distractors (варианты ответа) или по выбранной формуле/шагам решения (если ответы вводятся развернуто).

3.5 Этап 5. Адаптивный выбор темы и сложности

3.5.1 Правило доступности темы

Тема k доступна, если все её предпосылки выше порога:

$$\forall p \in Pre(k) \quad M[p] \geq \theta_{\text{prereq}}, \quad M[k] < \theta_{\text{mastery}}.$$

Типично: $\theta_{\text{prereq}} = 0.7$, $\theta_{\text{mastery}} = 0.8$.

3.5.2 Алгоритм выбора следующего шага (компактно)

Algorithm 1 Следующий шаг траектории
[1]

$topic \leftarrow$ самая слабая доступная тема ($\min M[k]$ при выполнении предпосылок)

$difficulty \leftarrow$ базово по $M[topic]$, затем ± 1 по серии успехов/ошибок

выдать задание ($topic, difficulty$)

получить ответ $r \in \{0, 1\}$; обновить M ; при необходимости диагностировать тип ошибки

3.6 Этап 6. Подсказки и обратная связь

Подсказки выдаются по запросу и идут «лесенкой»:

1. рефлексивная (наводящий вопрос),
2. концептуальная (какой принцип применить),
3. процедурная (план решения),
4. полное решение (последняя мера).

Обратная связь при ошибке должна ссылаться на типичное заблуждение: например, при ложной равновероятности система кратко показывает число способов получить исход (таблица/перечень), а не просто сообщает правильный ответ.

4 Минимальный план апробации на двух классах

4.1 Дизайн апробации

Планируется апробация на **двух классах** (пример: 7А и 7Б или 8А и 8Б). Минимально возможный дизайн:

- **Экспериментальный класс:** занятия + 10–15 минут адаптивной практики 1–2 раза в неделю.
- **Контрольный класс:** занятия по той же теме, но практика традиционная (одинаковый объём).

Если администрация/расписание не позволяют «контроль», допустим компромисс: **до/после** в двух классах с одинаковыми пред- и посттестами и сравнением динамики.

4.2 Материалы апробации (минимум)

- входной пред-тест по темам (20–25 минут);
- банк заданий: по 8–12 задач на каждую тему, размеченных по сложности и типичным ошибкам;

- пост-тест аналогичной структуры (20–25 минут);
- регламент для учителя (как смотреть дашборд и что делать при типовой ошибке).

4.3 Метрики эффективности

- прирост баллов: $\Delta = \text{post} - \text{pre}$ (по сумме и по темам);
- доля учеников, достигших $M_k \geq 0.8$ по ключевым темам;
- снижение частоты типичных ошибок (по профилю ошибок / по диагностическим заданиям);
- процессные метрики: среднее время на задачу, доля запросов подсказок.

4.4 Календарный план (сжатый)

Срок	Содержание работ
Нед. 1	Уточнение тем 7–9 кл.; построение графа; подготовка пред-теста.
Нед. 2	Разметка банка заданий (тема/сложность/ошибка); шаблоны подсказок и обратной связи.
Нед. 3–4	Проведение апробации (2 класса): регулярная практика + сбор данных.
Нед. 5	Пост-тест; выгрузка данных; анализ результатов и корректировка параметров (α, β, θ).

5 Ожидаемые результаты и выводы

5.1 Ожидаемые результаты

Ожидается, что экспериментальный класс покажет:

- больший средний прирост по пост-тесту и по ключевым темам;

- уменьшение доли концептуальных ошибок (в первую очередь ложной равновероятности и путаницы формул);
- повышение доли учеников, достигших порога освоения по базовым темам.

5.2 Выводы

Разработанная методика описывает полный, но минимально достаточный цикл индивидуализации: график тем → диагностика → по-темная модель освоения → адаптивный выбор следующего шага → адресная обратная связь по ошибкам → учительский мониторинг. Методика ориентирована на внедрение в школе при ограниченных ресурсах и допускает апробацию на двух классах в течение 3–5 недель.

References

- [1] Piech C. et al. *Deep Knowledge Tracing*. NeurIPS, 2015.
URL: [black`https://ganguli-gang.stanford.edu/pdf/DeepKnowledgeTracing.pdf`](https://ganguli-gang.stanford.edu/pdf/DeepKnowledgeTracing.pdf)
- [2] Intelligent tutoring system (overview). URL: [black`https://en.wikipedia.org/wiki/Intelligent_tutoring_system`](https://en.wikipedia.org/wiki/Intelligent_tutoring_system)
- [3] Adaptive curriculum sequencing (overview material). URL: [black`http://www.italk2learn.eu/wp-content/uploads/2014/04/Adaptive_content_sequencing_18.pdf`](http://www.italk2learn.eu/wp-content/uploads/2014/04/Adaptive_content_sequencing_18.pdf)
- [4] Learning and teaching dashboards for adaptive learning (overview). URL: [black`https://prometheus-x.org/learning-and-teaching-dashboards-for-adaptive-learning/`](https://prometheus-x.org/learning-and-teaching-dashboards-for-adaptive-learning/)