

August/September 2022

B.Tech (ME(Hindi Medium))/(ME/RAI) - II SEMESTER

Mathematics-II (Calculus, Ordinary Differential Equations and Complex Variables)
(BSCH-106A/BSC-106A)

Max. Marks:75

Time: 3 Hours

- Instructions:**
1. It is compulsory to answer all the questions (1.5 marks each) of Part -A in short.
 2. Answer any four questions from Part -B in detail.
 3. Different sub-parts of a question are to be attempted adjacent to each other.
 4. The candidate is required to attempt the question paper in the language as per his/her medium of instruction.

PART -A

Q1 (a) Evaluate

(1.5)

$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} x^2 y \, dx \, dy$$

मूल्यांकन करो।

$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} x^2 y \, dx \, dy$$

- (b) Find the area bounded between $r = 2 \sin \theta$ and $r = 4 \sin \theta$
 $r = 2 \sin \theta$ और $r = 4 \sin \theta$ के बीच घिरा हुआ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(1.5)

(c) Evaluate

(1.5)

$$\int_0^1 \int_0^2 \int_1^2 x^2 y z \, dx \, dy \, dz$$

मूल्यांकन करो।

$$\int_0^1 \int_0^2 \int_1^2 x^2 y z \, dx \, dy \, dz$$

- (d) Find the integrating factor of the differential equation
 $(x^2 - 3xy)dx + (x^2 - xy)dy = 0$
 विभेदक समीकरण का एकीकृत गुणांक ज्ञात कीजिये।
 $(x^2 - 3xy)dx + (x^2 - xy)dy = 0$

(1.5)

- (e) Solve the following differential equation

(1.5)

$$p^2 - 7p + 12 = 0$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिये

$$p^2 - 7p + 12 = 0$$

- (f) Solve the following differential equation

(1.5)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = e^{2x}$$

दोहरे अभिन्न का उपयोग करके $y = 2 - x$ और $x^2 + y^2 = 4$ से घिरे क्षेत्रों में से छोटे को ज्ञात कीजिए।

Q3 (a) Solve the following differential equation: (8)

$$(x^2 y^2 + xy + 1) y dx + (x^2 y^2 - xy + 1) x dy = 0$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिये

$$(x^2 y^2 + xy + 1) y dx + (x^2 y^2 - xy + 1) x dy = 0$$

(b) Solve the following differential equation: (7)

$$x^2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 2xy \frac{dy}{dx} + 2y^2 - x^2 = 0$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिये

$$x^2 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - 2xy \frac{dy}{dx} + 2y^2 - x^2 = 0$$

Q4 (a) Solve the following differential equation: (8)

$$2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} + 2y = 5 + 2x$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिये

$$2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} + 2y = 5 + 2x$$

(b) Apply the method of variation of parameters to solve the equation: (7)

$$(1-x) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = (1-x)^2$$

समीकरण को हल करने के लिए मापदंडों की भिन्नता की विधि लागू करें:

$$(1-x) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = (1-x)^2$$

Q5 (a) Using the Cauchy - Riemann equations, show that: (8)

- $f(z) = |z|^2$ is not analytic at any point.
 - $f(z) = \bar{z}$ is not analytic at any point.
- कौची - रीमैन समीकरणों का उपयोग करके, दिखाएं कि:
- $f(z) = |z|^2$ किसी भी बिंदु पर विश्लेषणात्मक नहीं है।
 - $f(z) = \bar{z}$ किसी भी बिंदु पर विश्लेषणात्मक नहीं है।

(b) Evaluate the integral: (7)

$$\oint_c \frac{z^2 + 1}{z(2z - 1)} dz ; c : |z| = 1$$

अभिन्न का मूल्यांकन करें:

$$\oint_c \frac{z^2 + 1}{z(2z - 1)} dz ; c : |z| = 1$$

Q6 (a) Find all possible Taylor's and Laurent series expansions for the function

(8)

$$f(z) = \frac{1}{(1-z)} \quad \text{about } z = 0$$

फंक्शन के लिए सभी संभव टेलर और लॉरेंट श्रृंखला विस्तार खोजें

$$f(z) = \frac{1}{(1-z)} \quad \text{about } z = 0$$

(b) Show that the function

(7)

(i). $\operatorname{cosec} z$ has a simple pole at $z = 0$.

(ii). $\frac{1}{z^2-1}$ has simple pole at $z = 1$ and $z = -1$.

दिखाएँ कि फंक्शन

(i). $\operatorname{cosec} z$ में $z = 0$ पर एक सरल ध्रुव है।

(ii). $\frac{1}{z^2-1}$ में $z = 1$ और $z = -1$ पर सरल ध्रुव है।

Q7 (a) Solve the following differential equation:

(8)

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 8x \frac{dy}{dx} + 13y = \log x$$

निम्नलिखित विभेदक समीकरण को हल कीजिए:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 8x \frac{dy}{dx} + 13y = \log x$$

(b) Compute the residues at all the singular points of the following functions:

(7)

(i). $f(z) = z \sin \left(\frac{1}{z} \right)$

(ii). $f(z) = z \cos \left(\frac{1}{z} \right)$

निम्नलिखित फलन के सभी एकवचन बिंदुओं पर अवशेषों की गणना करें:

(i). $f(z) = z \sin \left(\frac{1}{z} \right)$

(ii). $f(z) = z \cos \left(\frac{1}{z} \right)$
