

2019 级近世代数期末试题

WuuTang 项目

出题人：唐琳琳

一些信息：

- (1) 从 2019 级开始，试题源于大家的收集整理。因而只有 2018 级的试卷里才能提供复习建议。以下的“我”均指代贡献者。
- (2) 2019 级近世代数考试，为方向限选课，为考查课。但好像听说 20 级会变为必修课，所有整理了这份卷子。总体来说唐琳琳老师出卷风格很亲和，不会为难大家，都是基础知识点。
- (3) 复习大致从书本、作业题、课后题入手即可。

总分：100 分

一、选择题(10*2 分)

基本为概念正误判断，内容大多为 1、2 章节基础知识。能记起来的差不多了。

- (1) M 上的代数运算有 n^{n^2} 个。
- (2) 任何 n 阶有限群都同 n 元对称群 S_n 的一个子群同构。
- (3) 同态映射不一定是满射
- (4) 作业题。设 $M = \{1, 2, 3\}$ ，问 $|T(M)| = ?$ 和 $|S(M)| = ?$ 。

二、填空题(10*3 分)

内容大多为第 3、4 章节的定理、概念题。

(1) 群同态基本定理。

设 N 是群 G 的任一正规子群，则 $G \sim G/N$ ，即任何群均与其商群同态。

(2) Lagrange 定理，公式书写，以及商群条件下公式的书写。

(3) 环的特征的性质。

任何阶大于 1 的有限环若无零因子，则其特征都是素数。

(4) 除环和域的概念。

三、计算题(2*10 分)

(1) 作业题改数据。设 $G = \langle a \rangle$ 为 8 阶循环群。给出 G 的一切生成元和 G 的所有子群。

(2) 作业题改数据。设 $\tau = (327)(26)(14)$ ， $\sigma = (134)(57)$ 。试求 $\sigma\tau\sigma^{-1}$ 和 $\sigma^{-1}\tau\sigma$ 。

四、证明题(8 分、10 分、12 分)

(1) Slide 第 2 章第 2 节课后题。如果群 G 的每个元素都满足方程 $x^2 = e$ ，则 G 必为交换群。

(2) Slide 第 3 章第 3 节推论 2。循环群的商群也是循环群。

(3) Slide 第 3 章第 5 节最后一段话。无中心群的自同构群也必为无中心群。

致谢成功贡献者(排列不分先后)

考虑到贡献者并非愿意暴露，在未获得同意前不列出。虽然我也并未申请，因为这实在是太麻烦了。以后愿意被致谢的，请在贡献时显式提出。

“你们的姓名无人知晓，你们的功绩永世长存。”

----匿名贡献者

关于 WuuTang 项目

WuuTang 项目由 Leundo 发起，致力于记录、整理、分发历年期末试卷，包含公开的和非公开的两部分资料。公开资料面向所有人。非公开的资料面向项目贡献者。

请在 Github 「[HITSZ-CS-GEEK](#)」项目中查找公开资料。最新 WuuTang 项目政策请访问「[记录、整理、分发](#)」(<https://www.lzzet.com/article/2>)。

2021 年 7 月 11 日补充：

20 级的试卷基本与 19 级试卷惊人的一致，复习建议：不要跳过 Sldies 的例题和注。