绝密★启用前

2017 年全国硕士研究生入学统一考试

数　学（二）

（科目代码:304）

（模拟试卷 1）

考生注意事项

1. 答题前，考生须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须书写在答题纸指定的位置上，写在其他地方无效。
3. 填（书）写必须使用蓝（黑）色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束，将答题纸和试题一并装入试题袋中交回。

2017 年全国硕士研究生入学统一考试

数学二（模拟一）

考生注意:本试卷共二十三题, 满分 150 分, 考试时间为 3 小时.

一、选择题：1～8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 下面每小题给出的四个选项中, 只有一个选项符合要求, 将所选项前的字母填在答题纸指点位置上.

（1）函数 $f(x)=\dfrac{(x+1)\ln\left|x^2-1\right|}{x^2}e^{-\frac{1}{x^2}}$ 的可去间断点个数为（ ）.

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

(2). 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界连续的奇函数, 则 $F(x)=\int_0^x te^{-|t|}f(t)\,\mathrm{d}t$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内（ ）.

（A）必为有界的奇函数　　（B）必为有界的偶函数

（C）为奇函数但未必有界　　（D）为偶函数但未必有界

（3）广义积分 $\int_2^{+\infty}\dfrac{1}{(x-1)^3\sqrt{x^2-2x}}\mathrm{d}x=$（　）.

(A) π　　(B) $\dfrac{\pi}{2}$　　(C) $\dfrac{\pi}{4}$　　(D) $\dfrac{\pi}{6}$

（4）若 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的偏导数 $f_x'(x_0,y_0), f_y'(x_0,y_0)$ 均存在,则（　）。

(A) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续　　(B) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微

(C) $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y)$ 存在　　(D) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x,y_0), \lim\limits_{y\to y_0} f(x_0,y)$ 均存在

(5) 设平面区域 $D: x^2+y^2\le 1$，记 $I_1=\iint\limits_D (x+y)^3 d\sigma$， $I_2=\iint\limits_D \cos x^2\sin y^2 d\sigma$，

$I_3=\iint\limits_D\left(e^{-(x^2+y^2)}-1\right)d\sigma$，则有　（　）。

（A） $I_1>I_2>I_3$　（B） $I_2>I_1>I_3$　（C） $I_1>I_3>I_2$　（D） $I_2>I_3>I_1$

(6) 已知微分方程 $y''-2y'+\lambda y=xe^{ax}$ 的通解形式是 $y=C_1e^x+C_2xe^x+(Ax+B)e^{ax}$ (其中 C_1 ，C_2 是任意常数)，则（　）

(A) $\lambda=1, a=1$　　(B) $\lambda=1, a\ne 1$　　(C) $\lambda\ne 1, a=1$　　(D) $\lambda\ne 1, a\ne 1$

(7) 设 $\boldsymbol{A}$ 是三阶矩阵, $\xi_1=(1,2,-2)^T$, $\xi_2=(2,1,-1)^T$, $\xi_3=(1,1,t)^T$ 是线性非齐次方程组的 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 解向量, 其中 $\boldsymbol{b}=(1,3,-2)^T$, 则(　　)

(A) $t=-1$, 必有 $r(\boldsymbol{A})=1$　　(B) $t=-1$, 必有 $r(\boldsymbol{A})=2$

(C) $t\ne -1$, 必有 $r(\boldsymbol{A})=1$　　(D) $t\ne -1$, 必有 $r(\boldsymbol{A})=2$

(8) 设 $\boldsymbol{A}$ 为可逆的实对称矩阵，则二次型 $\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{AX}$ 与 $\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{X}$　（　　）

（A）规范形与标准形都不一定相同　　（B）规范形相同但标准形不一定相同

（C）标准形相同但规范形不一定相同　　（D）规范形与标准形都相同

二、填空题：9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分。请将答案写在答题纸指点位置上.

（9）. 设 $y=y(x)$ 由 $x-\int_1^{2x+y}e^{-u^2}\,\mathrm{d}u=0$ 确定，则曲线 $y=y(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的法线方程为

________________.

（10）. 已知 $f(1+\ln x)$ 有一个原函数为 $\frac{e}{2}x^2+x\ln x+5$，那么由曲线 $y=f(x)$ 与直线 $x=1$ 以及两个坐标轴围成的图形面积为________________.

（11）设函数 $f(x)=\int_0^{\sqrt{x}}e^{-t^2}dt$，$f(1)=a$，则 $\int_0^1\frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx=$_______.

（12）微分方程 $2yy'-xy^2=x$ 满足条件 $y(0)=0$ 的解为__________________.

（13）设 D: $0\le x\le 1$，$0\le y\le 1$，则 $\iint\limits_D (x-y)\operatorname{sgn}(x-y)d\sigma=$_______.

（14）设矩阵 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&3&0\\1&1&2\\0&0&-1\end{pmatrix}$，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{B}^{-1}=\boldsymbol{B}^*\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}$，则 $\boldsymbol{A}=$_______ .

三、解答题：15～23 小题，共 94 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

（15）.（本小题满分 10 分）

设 $f(x)$ 为连续函数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+1-\sin x}{e^x-1}=1, F(x)=\int_0^x tf(t)\,dt$，若 $x\to 0$ 时，$F(x)$ 与 kx^m 是等价无穷小，求常数 m,k 的值.

（16）.（本小题满分 10 分）

已知 $f(x),g(x)$ 连续可导，且 $f'(x)=g(x)$，
$g'(x)=f(x)+\varphi(x)$，其中 $\varphi(x)$ 为某已知连续函数，$g(x)$ 满足微分方程
$g'(x)-xg(x)=\cos x+\varphi(x)$，求 $\int xf''(x)dx$。

（17）（本小题满分 10 分）

设 $u=u(\sqrt{x^2+y^2})$ 具有二阶连续偏导数，且满足：$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\frac{1}{x}\frac{\partial u}{\partial x}+u=x^2+y^2$ 试求函数 u 的表达式。

(18) （本小题满分 10 分）

设 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y=\ln x$ 上的曲率最大的点，计算由 x 轴、y 轴、$x=x_0$ 与曲线 $y=\ln x$ 所围成的面积 S_1 及 x 轴、$x=x_0$ 与曲线 $y=\ln x$ 所围成的图形面积 S_2，并比较 S_1 和 S_2 的大小.

(19)（本小题满分 10 分）

设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $\int_0^{\frac{2}{\pi}}e^{f(x)}\arcsin x\,d\,x=1, f(1)=0$，求证：$\exists\xi\in(0,1)$ 使得 $\sqrt{(1-\xi^2)}f'(\xi)\arcsin\xi=-1$.

(20)（本小题满分 11 分）

计算二重积分 $I=\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ 其中 $f(x,y)=\begin{cases}xe^{-y}, & x+y\le 1\\ x^2+y^2, & x+y>1\end{cases}$ 且积分区域

$D=\{(x,y)\,|\,x\ge 0, y\ge 0, x^2+y^2\le 1\}$

(21)（本小题满分 11 分）

高温物体冷却遵循所谓冷却定理：“物体冷却的速度与该物体和周围介质的温度差成正比”. 设某物体开始温度为 100^0C，放在 20^0C 的空气中，头 600 秒下降到 60^0C，问从 100^0C 下降到 25^0C，需

20、21全程考研资料请加群712760929

用多少时间？

(22)（本小题满分 11 分）

设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\beta}$ 为 4 维列向量组，且 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4)$

已知线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{\beta}$ 的通解为：$\xi_0+k\xi_1=(-1,1,0,2)^T+k(1,-1,2,0)^T$，（I）考察 $\boldsymbol{\beta}$ 是否可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表出？可以时，写出表达式；不可以时，写出理由；（II）求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\beta}$ 的一个极大无关组.

(23)（本小题满分 11 分）

设 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶矩阵，$\boldsymbol{A}$ 的第 i 行，j 列元素 $a_{ij}=i\cdot j$

（1）求 $r(\boldsymbol{A})$；（2）求 $\boldsymbol{A}$ 的特征值，特征向量，并问 $\boldsymbol{A}$ 能否相似于对角阵，若能，求出相似对角阵，若不能，则说明理由.

绝密★启用前

2017 年全国硕士研究生入学统一考试

数 学（二）

（科目代码:304）

（模拟试卷 2）

考生注意事项

1. 答题前，考生须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须书写在答题纸指定的位置上，写在其他地方无效。
3. 填（书）写必须使用蓝（黑）色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束，将答题纸和试题一并装入试题袋中交回。

2017 年全国硕士研究生入学统一考试

数学二（模拟 2）

考生注意:本试卷共二十三题, 满分 150 分, 考试时间为 3 小时.

一、选择题：1～8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 下面每小题给出的四个选项中, 只有一个选项符合要求, 将所选项前的字母填在答题纸指点位置上.

（1）设有曲线 $y=\ln x$ 与 $y=kx^2$，当 $k>\dfrac{1}{2e}$ 时，它们之间（　　）.

(A) 没有交点　(B) 仅有一个交点　(C) 有两个交点　(D) 有三个交点

（2）积分 $I=\int_a^{a+2\pi}\ln(1+e^{\cos x})\cos x\,\mathrm{d}x$ 的值（　　）.

(A) 是与 a 无关的正常数　(B) 是与 a 无关的负常数

(C) 恒为零　(D) 不为常数

（3）设积分方程 $\int_0^1 f(xt)dt=af(x)\ (x>0)$ 其中 a 为常数，且 $f(1)=1$ 条件下，则 $f(x)=$（　　）

(A) $x^{\frac{1-a}{a}}$　(B) $x^{1-\frac{1}{a}}$　(C) $x^{-\frac{1-a}{a}}$　(D) $x^{\frac{1}{a}}$

（4）设 $f(u)$ 为可导函数，曲线 $y=f(1+x^2)$ 过点 $(1,4)$，且它在点 $(1,4)$ 处的切线过点 $(0,0)$，那么函数 $f(u)$ 在 $u=2$ 处当 u 取得增量 $\Delta u=0.01$ 时相应的函数值增量的线性主部是（ ）.

(A) -0.02　(B) 0.02　(C) -0.04　(D) 0.04

（5）设 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处偏导数 $f_x(x_0,y_0)=0$，$f_y(x_0,y_0)=0$，则（　　）.

(A) $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y)$ 存在　(B) $f(x,y_0)$ 在 x_0 连续，$f(x_0,y)$ 在 y_0 连续

(C) 全微分 $df(x,y)|_{(x_0,y_0)}=0$　(D) $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 一定存在极值.

（6）设 $P=\iint\limits_D (x+y)^3dxdy,\ Q=\iint\limits_D(\cos x\sin y^2)dxdy,\ R=\iint\limits_D(e^{-x^2-y^2}-1)dxdy$，其中积分区域为 $D=\{(x,y)\,|\,|x|+|y|\le 1\}$，则（　　）

(A) $P\ge Q\ge R$　(B) $Q\ge P\ge R$　(C) $P\ge R\ge Q$　(D) $R\ge P\ge Q$

（7）已知 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为 3 维列向量，$A=(\alpha_1\ \ \alpha_2\ \ \alpha_3)$，且 $|A|=-1$

$B=(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,\ \ \alpha_1+3\alpha_2+9\alpha_3\ \ \alpha_1+4\alpha_2+16\alpha_3)$，则 $|B|=$（　　）

(A) 3　(B) -3　(C) 6　(D) -6

（8） 设 $\boldsymbol{A}$ 是三阶方阵，$\lambda_1=1,\lambda_2=-2,\lambda_3=-1$ 为其三个特征值，对应的特征向量依次为 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 令 $P=(3\alpha_2,2\alpha_3,-\alpha_1)$，则 $\boldsymbol{P}^{-1}(\boldsymbol{A}^*+\boldsymbol{E})\boldsymbol{P}=$（ ）

(A) $\begin{pmatrix}0&&\\&-1&\\&&3\end{pmatrix}$　(B) $\begin{pmatrix}3&&\\&0&\\&&-1\end{pmatrix}$　(C) $\begin{pmatrix}1&&\\&2&\\&&-1\end{pmatrix}$　(D) $\begin{pmatrix}-2&&\\&-1&\\&&1\end{pmatrix}$

二、填空题：9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分。请将答案写在答题纸指点位置上.

（9）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin x}-e^{\tan x}}{x(\sec x-\cos x)}=$ ________.

（10）设 $f'(e^x)=\begin{cases} x+1, & x\in(-\infty,0], \\ 1, & x\in(0,+\infty), \end{cases}$ 又 $f(1)=0$，则 $f(x)=$______．

（11）已知 $f(x)$ 是微分方程 $xf'(x)-f(x)=\sqrt{2x-x^2}$ 满足初始条件 $f(1)=0$ 的特解，则 $\int_0^1 f(x)dx=$______.

（12）将直角坐标系下的二次积分 $I=\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx+\int_1^{+\infty} dy\int_{-y}^{y} f(x,y)dx$ 化为极坐标系下的二次积分为______；

（13）设方程 $F(t^2-x^2,t^2-y^2,t^2-z^2)=0$ 确定了 t 为 x,y,z 的非零函数，其中 F 为可微函数，且 $F_1'+F_2'+F_3'\neq 0$，则当 $xyz\neq 0$ 时，$\frac{t}{x}\frac{\partial t}{\partial x}+\frac{t}{y}\frac{\partial t}{\partial y}+\frac{t}{z}\frac{\partial t}{\partial z}=$______.

（14）已知三阶方阵 A, B 满足关系式 $E+B=AB$, A 的三个特征值分别为 3，-3，0，则 $|B^{-1}+2E|=$______.

三、解答题：15～23 小题，共 94 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

（15）（本小题满分 10 分）

设 $f(x)=\begin{cases} ax+x^c\sin\frac{1}{x}, & x>0, \\ \lim\limits_{n\to\infty}(\frac{n+2x}{n-x})^n+b, & x\le 0, \end{cases}$，若 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，试确定常数 a,b,c 的取值情况.

（16）（本小题满分 10 分）

设 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 可导，而 $g(x)$ 为 $f(x)$ 的反函数且 $f(1)=1$，满足积分方程为：

$$\int_0^{\frac{f(x)}{x}} g(xt)dt=(x+1)f(x)$$

求（I）积分 $\int_0^1 g(x)dx$；（II）函数 $f(x)$.

（17）（本小题满分 10 分）

设函数 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，若函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $z-f(x^2+y^2,z)=xy$ 决定，且 $f_v'(u,v)\neq 1$ 时，(I)求全微分 dz；（II）若函数 $z=z(x,y)$ 在（1,1）处取得极值，求 $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{(1,1)}$.

（18）（本小题满分 10 分）

设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)f(1)>0,\ f(0)f(\frac{1}{2})<0$，证明：(I)在 $(0,1)$ 内存在两个不同的点 ξ,η 使得 $f(\xi)=f(\eta)=0$；（II）$\exists\zeta\in(0,1)$ 使得 $f'(\xi)+\xi f(\xi)=0$.

（19）（本小题满分 10 分）

计算二重积分：$I=\iint\limits_D \frac{x^3y-x-y-2}{2-x^3y}e^{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$，区域 $D: x^2+y^2\le 1$

(20)　（本小题满分 11 分）

设过点$(0,1)$的单调增函数$y(x)$在$x\ge 0$连续可导，已知曲线$y=f(x)$与x轴，y轴以及过曲线任意一点$P(x,y)$垂直于y轴的直线围成的面积与曲线$y=y(x)$在$[0,x]$的弧长值相等，（I）求此曲线方程；（II）此曲线与x轴，y轴及$x=1$围成的区域绕y轴旋转一周，求对应的体积.

(21)（本小题满分 11 分）

设$f(x)$在$[-a,a]$上为连续的正值偶函数，若$F(x)=\int_{-a}^{a}|x-t|f(t)dt$，（I）证明$F'(x)$单调增加；（II）$x$在何处$F(x)$取得最小值；（III）若$F(x)$的最小值为$f(a)-a^2-1$时，求函数$f(x)$.

（22）（本小题满分 11 分）

已知齐次方程组$Ax=0$为$\begin{cases} x_1+a_2x_2+a_3x_3+a_4x_4=0 \\ a_1x_1+4x_2+a_2x_3+a_3x_4=0 \\ 2x_1+7x_2+5x_3+3x_4=0 \end{cases}$，有矩阵 B 是$2\times 4$矩阵，$Bx=0$的基础解系为$a_1=(1\quad -2\quad 3\quad -1)^T$，$a_2=(0\quad 1\quad -2\quad 1)^T$；（I）求矩阵 B；（II）若$Ax=0$与$Bx=0$同解，求$a_1,a_2,a_3,a_4$的值；III）求方程组$Ax=0$满足$x_3=-x_4$所有解.

（23）（本小题满分 11 分）

已知二次型$f(x_1\quad x_2\quad x_3)=x^TAx$通过正交变换$x=Uy$化为标准形：$2y_1^2+2y_2^2$，且线性方程组$Ax=0$有解$\xi_3=(1\quad 0\quad 1)^T$（I）求所作的正交变换；（II）求该二次型

绝密★启用前

2017 年全国硕士研究生入学统一考试

数　学（二）

（科目代码:304）

（模拟试卷 3）

考生注意事项

1. 答题前，考生须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须书写在答题纸指定的位置上，写在其他地方无效。
3. 填（书）写必须使用蓝（黑）色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束，将答题纸和试题一并装入试题袋中交回。

2017年全国硕士研究生入学统一考试

数学二（模拟三）

考生注意:本试卷共二十三题,满分150分,考试时间为3小时.

一、选择题：1～8小题,每小题4分,共32分.下面每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合要求,将所选项前的字母填在答题纸指点位置上.

（1）设$x\to 0$时$e^{x^2}-e^{\sin^2 x}$与x^m是同阶无穷小，则$m=$（ ）.

(A)　3　　(B)　4　　(C)　5　　(D) 6

(2) 设$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{1+x^{2n}}}{1+x^n}\sin\pi x$，则$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内（ ）。

（A）处处可导　　（B）仅有一个点处不可导

（C）有两个点处不可导　　（D）至少有三个点处不可导

(3) 设函数$f(x)$在$x=0$的某个邻域内可导，$g(x)$在$x=0$的某个邻域内连续，且$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)}{x}=0$，又$f'(x)=\ln(1+x^2)+\int_0^x g(x-t)\,\mathrm{d}t$，则（ ）.

（A）$x=0$是$f(x)$的极小值点　（B）$x=0$是$f(x)$的极大值点

（C）点$(0,f(0))$是曲线$y=f(x)$的拐点

（D）$x=0$不是$f(x)$的极值点，点$(0,f(0))$也不是曲线$y=f(x)$的拐点

(4)　设$I_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x, I_2=\dfrac{4}{\pi^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{x}{\sin x}\,\mathrm{d}x$，则（ ）.

（A）$I_1<1<I_2$　（B）$1<I_2<I_1$　（C）$I_2<I_1<1$　（D）$I_2<1<I_1$

(5)　设$f(x,y)=g(x,y)|x-y|$，$g(x,y)$在点$(0,0)$的某个领域内连续，则$g(0,0)=0$是$f'_x(0,0)$和$f'_y(0,0)$存在的（ ）。

(A) 充分非必要条件　　(B) 必要非充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既非充分又非必要条件

（6）已知$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 xf(x)dx=1$，$D$: $x+y\le 1, y\ge 0, x\ge 0$，那么$\iint\limits_D f(y)dxdy=$（ ）.

（A）2　　（B）1　　（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）0。

（7）　已知5×4矩阵$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4)$，若$\boldsymbol{\eta}_1=(3\quad 1\quad -2\quad 1)^T$，$\boldsymbol{\eta}_2=(0\quad 1\quad 0\quad 1)^T$是齐次线性方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$的基础解系，那么下列命题

（1）$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_3$线性无关；　　（2）$\boldsymbol{\alpha}_1$可由$\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$线性表出；

20、21全程考研资料请加群712760929

（3）$\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关；　　（4）秩 $r(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_1,+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_4)=3$；

中正确的是（　）.

（A）（1）（3）　（B）（2）（4）　（C）（2）（3）　（D）（1）（4）

（8） 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 都是 3 阶矩阵，将 $\boldsymbol{A}$ 中的第一行的 2 倍加至第 2 行的得到矩阵, $\boldsymbol{A}_1$，将 $\boldsymbol{B}$ 中的第 3 列乘以 $-\frac{1}{3}$ 得到矩阵 $\boldsymbol{B}_1$，如果 $\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{B}_1=\begin{pmatrix}1&2&-1\\3&5&-2\\0&1&2\end{pmatrix}$,则 $\boldsymbol{AB}$=（　）.

(A) $\begin{pmatrix}-3&2&-1\\-7&5&-2\\6&-3&-6\end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix}1&2&3\\1&1&0\\0&1&-6\end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix}1&2&-3\\1&1&0\\0&1&6\end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix}1&2&3\\5&9&12\\0&1&6\end{pmatrix}$

二、填空题：9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分。请将答案写在答题纸指点位置上.

（9） $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{i}{n^2+n+i^2}=$______ .

（10） 已知 $f(x)=x^2\ln(1+x)$，当 n 为大于 2 的正整数时，则 $f^{(n)}(0)=$______.

（11） 设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 有定义，且对任给的 $x\in(0,2)$ 以及 $x+\Delta x\in(0,2)$，均有

$$f(x+\Delta x)-f(x)=\frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}\Delta x+o(\Delta x)$$，且 $f(0)=0$，则 $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=$______ .

（12）设 $\varphi(u)$ 可导，且 $\varphi(0)=1$，二元函数 $z=\varphi(x+y)e^{xy}$ 满足 $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}=0$，则 $\varphi(u)=$______

（13）设区域 $D:y\le 4-x^2,y\ge -3x,x\le 1$，则积分 $\iint\limits_D x[\ln(y+\sqrt{1+y^2})+1]dxdy=$______ .

（14）设 3 阶实对称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{E}=\boldsymbol{0}$ 且 $r(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E})=1$，则 $|\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{E}|=$____ .

三、解答题：15～23 小题，共 94 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(15).（本小题满分 10 分）

选择常数 a,b,c 的值，使得当 $x\to 0$ 时函数 $a+bx-(1+c\sin x)e^x$ 是 x^3 的高阶无穷小.

(16)（本小题满分 10 分）

设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=t-\lambda\sin t,\\ y=1-\lambda\cos t\end{cases}$ 确定，其中 $t\in(0,2\pi)$，λ 是在 $(0,1)$内取值的常数.（Ⅰ）求函数 $y(x)$ 的极值;（Ⅱ）求曲线 $y=y(x)$ 的拐点.

（17）（本小题满分 10 分）

设函数 $f(x),g(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续且为严格单调递增的函数，证明：

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x\int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x<(b-a)\int_a^b f(x)g(x)\,\mathrm{d}x .$$

（18）（本小题满分 10 分）

求函数 $f(x,y)=x(y-1)$ 在 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 3,y-x\ge 0\}$ 上的最大值与最小值.

（19）（本小题满分 10 分）

计算 $I=\iint\limits_D \sin x\sin y\min\{x,y\}dxdy$，其中区域 D：$0\le x\le\pi;0\le y\le\pi$.

（20）（本小题满分 11 分）

设 $a>1,b>0$，讨论方程 $\log_a^x=x^b$ 有实根时，a,b 所满足的条件。

（21）（本小题满分 11 分）

设 C 是一条在原点处与 x 轴相切的并位于第一象限的光滑曲线，$P(x,y)$ 为曲线上的任一点。设曲线在原点与 P 点之间的弧长为 S_1， P 点与曲线在 P 点处切线跟 y 轴的交点之间的长度为 S_2，且 $\dfrac{3S_1+2}{S_2}=\dfrac{2(x+1)}{x}$，求该曲线的方程.

（22）（本小题满分 11 分）

设 $\boldsymbol{A}$ 是 3 阶实对称矩阵，$r(\boldsymbol{A})=1$，$\lambda_1=2$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征值。对应的一个特征向量 $\xi_1=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\end{pmatrix}^T$. （I）求 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 通解；（II）求矩阵 $\boldsymbol{A}$.

（23）（本小题满分 11 分）

设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2ax_1x_2+2x_1x_3+2bx_2x_3$ 的秩为 1,且 $(0,1,-1)^T$ 为二次型的矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量.(Ⅰ)求常数 a,b 的值；(Ⅱ)用正交变换法 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Qy}$, 使二次型 $\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{Ax}$ 化为标准形.