2018年全国硕士研究生入学统一考试超越考研数学（二）模拟一

一、选择题：1～8小题，每小题4分，共32分，下列每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的，请把所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

（1）设$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{ax^3+bx^2+cx+d}{x-1}=4,\lim\limits_{x\to2}\dfrac{ax^3+bx^2+cx+d}{x-2}=-2,$当$\lambda\neq1,2$时，

$\lim\limits_{x\to\lambda}\dfrac{ax^3+bx^2+cx+d}{x-\lambda}=l$存在，则$l=$（　　）

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（2）设$f(x)$在$[0,2\pi]$上有二阶连续导数，且$f''(x)>0,$则积分$\int_0^{2\pi}f(x)\cos xdx$的值为（　　）

（A）恒正　　（B）恒负　　（C）非正　　（D）非负

（3）设$f(x)$在$[-1,1]$上连续且在内$f''(x)<0,(0,1)$内$f''(x)>0(-1,0)$则（　　）

（A）点$x=0$一定不是$f(x)$的极值点　　（B）点$x=0$是$f'(x)$的极小值点

（C）若$f''(0)$存在，则$f''(0)=0$　　（D）若$f'''(0)$存在，则$f'''(0)\neq0$

（4）积分$I=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\tan x\cdot\ln(1+e^{\tan x})dx=$（　　）

（A）0　　（B）1　　（C）$\dfrac{\pi}{4}$　　（D）$1-\dfrac{\pi}{4}$

（5）设$F(x)=\int_{e^{-x^2}}^{1}dv\int_{-\ln v}^{x^2}f(u)du,$其中$f(x)$为连续函数，则$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{F'(x)}{x^3}$等于（　　）

（A）$2f(0)$　　（B）$f(0)$　　（C）$2F(0)$　　（D）$F(0)$

（6）设$f(x,y)$为连续函数，则$\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}d\theta\int_0^1f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$ 等于

（　　）

（A）$\int_0^1dx\int_0^{1-x}f(x,y)dy$　　（B）$\int_{-1}^1dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$

（C）$\int_0^1dy\int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y}f(x,y)dx$　　（D）$\int_0^1dy\int_{\sqrt{1-y^2}}^{1-y}f(x,y)dx$

（7）若把可逆阵A的第一行的3倍加到第二行，得到矩阵B，则（　　）

（A）把A^{-1}的第一行的(-3)倍加到第二行就得B^{-1}

（B）把A^{-1}的第二行的(-3)倍加到第一行就得B^{-1}

（C）把A^{-1}的第一列的(-3)倍加到第二列就得B^{-1}

（D）把A^{-1}的第二列的(-3)倍加到第一列就得B^{-1}

20、21全程考研资料请加群712760929

（8）设ξ是n维单位列向量，设$A=E-\xi\xi^{T}$，则下列命题正确的是（　　）

（A）线性方程组 $Ax=0$ 仅有零解
（B）线性方程组 $Ax=0$ 仅有一个线性无关的解
（C）线性方程组 $Ax=0$ 有 $n-1$ 个线性无关的解
（D）线性方程组 $Ax=0$ 有 n 个线性无关的解

二、填空题：9~14 小题，每小题 4 分，共 24 分，请将答案写在答题纸指定位置上.

（9）$\int_{-1}^{1}dx\int_{0}^{x}(e^{x}+e^{y^{3}}+e^{-y^{3}})dy=$______________.

（10）设函数 $f(x)=(x-[x])\sin 2\pi x$, 其中$[x]$为取整函数，则 $f^{(100)}(\dfrac{2017}{2})=$______________.

（11）设$y=f(x)$由$\begin{cases} x=t^{2}+2t \\ t^{2}-y-\sin y=0 \end{cases}(t\geq 0)$确定，则$\left.\dfrac{d^{2}y}{dx^{2}}\right|_{t=0}=$______________.

（12）$\int_{0}^{+\infty}\dfrac{1}{(x^{2}+1)^{1010}}dx=$______________.

（13）函数 $f(x,y)=\sin^{2}x\sin^{2}y$在正方形$0\leq x,y\leq\dfrac{\pi}{2}$ 内的平均值为______________.

（14）二次型$f(x_{1},x_{2},x_{3})=a(x_{1}^{2}+x_{2}^{2}+x_{3}^{2})+2x_{1}x_{2}+2x_{1}x_{3}+2x_{2}x_{3}$的规范形为$f=-y_{1}^{2}-y_{2}^{2}$, 则常数

$a=$______________.

三、解答题：15～23 小题，共 94 分.请将解答写在答题纸指定的位置上.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

（15）（本题满分 10 分）（Ⅰ）证明当$0\leq x\leq 1$时，

$$\max_{0\leq x\leq 1}\{x,1-x\}\leq\sqrt[n]{x^{n}+(1-x)^{n}}\leq\sqrt[n]{2}\max_{0\leq x\leq 1}\{x,1-x\};$$

（Ⅱ）求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\int_{0}^{1}\sqrt[n]{x^{n}+(1-x)^{n}}dx.$

（16）（本题满分 10 分）设有二阶微分方程 $y''+(4x+e^{2y})(y')^{3}=0.$

（Ⅰ）视 x为y 的函数，变换此方程；

（Ⅱ）求此方程的通解.

（17）（本题满分 10 分）抛物线 $y=3-x^{2}$与直线$y=-2x$交于A,B两点，M是抛物线$\overset{\frown}{AB}$ 上的动点，

求弦 MA,MB 分别与抛物线相应弧段 $\overset{\frown}{MA},\overset{\frown}{MB}$ 所围成两弓形面积之和的最小值.

.

（18）（本题满分 10 分）设函数 $f(x)=\begin{cases} x-1, & -1\leq x<0, \\ 0, & x=0, \\ x+1, & 0<x\leq 1. \end{cases}$（Ⅰ）问 $f(x)$在$[1-,1]$上是否可积？

（Ⅱ）问 $f(x)$在$[1-,1]$上是否存在原函数，即是否存在可导函数 $F(x)$,使得$F'(x)=f(x)$？分别给出理由.

（19）（本题满分 10 分）证明当 $x>0$时，

$$\frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}(x-\arctan x)<\ln(x+\sqrt{1+x^2})<\sqrt{1+x^2}\arctan x.$$

（20）（本题满分 11 分）设$f(u,v)$ 有二阶连续偏导数，且在点 $(1,3)$ 处取得极值 $f(1,3)=0.$

记 $z=xyf(2x-y^2,x^2-2y)$, 求 $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=-1}}$

（21）（本题满分 11 分）计算二重积分 $\iint\limits_D \sqrt{y}\left|x^2-y\right|d\sigma$, 其中 D:$0\le x\le 1,0\le y\le 1.$

（22）（本题满分 11 分）已知线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=-1, \\ 4x_1+3x_2+5x_3-x_4=-1, \\ \lambda x_1+x_2+3x_3+\mu x_4=1 \end{cases}$ 有三个线性无关的解，其系数矩阵为

A

（Ⅰ）证明方程组 $A^TAx=0$ 仅有两个线性无关的解；

（Ⅱ）求λ，μ 的值及该方程组的通解.

（23）（本题满分 11 分）设 A 为三阶实对称阵，A 的特征值为 6,3,3，特征向量为

$\alpha_1=(1,1,-2)^T,\alpha_2=(1,-1,0)^T,\alpha_3=(2,0,-2)^T,\alpha_4=(4,0,-4)^T$,

求

（Ⅰ）$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的极大线性无关组，并将其余的向量由极大无关组线性表示；

（Ⅱ）A 的属于特征值 $\lambda_1=6$ 的所有特质向量；

（Ⅲ）A.

2018 年全国硕士研究生入学统一考试超越考研数学（二）模拟二

一、选择题：1～8 小题，每小题 4 分，共 32 分，下列每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的，请把所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

（1）设函数 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内有定义，在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$内可导，$\lim\limits_{x\to0}f'(x)$存在，则$f(x)$在点 $x=0$ 处可导的一个充分条件为（　　）

（A）$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}$存在　　（B）$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f'(x)}{x}$存在

（C）$f(x)$在点$x=0$处连续　　（D）$\int_0^x f(t)dt$在点$x=0$处可导

（2）设 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上是周期为T的连续奇函数，则下列函数中不是周期函数的是（　　）

（A）$\int_a^x f(t)dt$　　（B）$\int_{-x}^a f(t)dt$　　（C）$\int_{-x}^x tf(t)dt$　　（D）$\int_{-x}^x t^2f(t)dt$

（3）设非负函数$f(x)$和$g(x)$在$x=0$处有二阶导数，且$f(0)=g(0), f'(0)=g'(0)$, $f''(0)\neq g''(0)$,若$x\to0$时，$e^{\sqrt{1+f(x)}-\sqrt{1+g(x)}}-1$与$x^n$为同阶无穷小，则$n=$（　　）

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（4）极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\ln\sqrt[n]{(1+\frac{1}{n})^2(1+\frac{2}{n})^2\cdots(1+\frac{n}{n})^2}$ 化为定积分有如下结果：

（i）$\int_1^2\ln^2xdx$,（ii）$\int_1^2\ln xdx$,（iii）$\int_0^1\ln(1+x)dx$,（iv）$\int_0^1\ln^2(1+x)dx$

以上结果中正确的是（　　）

（A）（i）（ii）．　　（B）（i）（iv）．　　（C）（ii）（iii）．　　（D）（ii）（iv）．

（5）设有积分$I_1=\int_0^1\dfrac{x}{\ln(1+x)}dx, I_2=\int_0^1\dfrac{x^2}{\ln^2(1+x)}dx, I_3=\int_0^1\dfrac{x^2}{\ln(1+x^2)}dx$,则$I_1,I_2,I_3$按大小不同排列的顺序是（　　）

（A）$I_1<I_2<I_3$　　（B）$I_1<I_3<I_2$　（C）$I_3<I_2<I_1$　　（D）$I_3<I_1<I_2$

（6）设函数$f(x,y)$在区域$D:0<x<1,0<y<1$内可微分,$(x_0,y_0)\in D$,则以下结论不正确的是（　　）

（A）极限 $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}}f(x,y)$存在

（B）函数$h(t)=f(t,t)$在区间$(0,1)$内可导

（C）函数 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x,y_0)=f(x_0,y_0)$且 $\lim\limits_{y\to y_0}f(x_0,y)=f(x_0,y_0)$

（D）$f(x,y)$在D 内必取得最大值和最小值

（7）设A为$m\times n$矩阵，B为$l\times n$矩阵，α，β为列向量，若$r(A)=r\begin{pmatrix} A & \beta \\ B & \alpha \end{pmatrix}$,则（　　）

（A）β由A的列向量线性表示，α由B的列向量线性表示

（B）β由A的列向量线性表示，α不可由B的列向量线性表示

（C）β不可由A的列向量线性表示，α可由B的列向量线性表示

（D）β不可由A的列向量线性表示，α也不可由B的列向量线性表示

（8）已知A为n阶矩阵，E为n阶单位矩阵，且$(A-E)^2=3(A+E)^2$，则在$A,A+E,A+2E,A+3E$四个矩阵中可逆的共有（　　）个.

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

二、填空题：9~14 小题，每小题 4 分，共 24 分，请将答案写在答题纸指定位置上.

（9）设函数$f(x)=\begin{cases} 1-\dfrac{1}{x^2}, & x<0 \\ e^x, & x\geq 0 \end{cases}$的反函数为$f^{-1}(x)$，则$\int_0^2 f^{-1}(x)dx=$__________.

（10）函数$f(x)=\dfrac{(x^2+x)\ln|x|\cdot\sin\frac{1}{x}}{x^2-1}$的可去间断点个数为__________.

（11）$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^2}\int_x^{x^2}\dfrac{\sin xt}{t}dt=$__________.

（12）

设$f(x,y,z)=xy^2z^3$，而函数$z=z(x,y)$由方程$x^2+y^2+z^2-3xyz=0$确定，则$f_x'(1,1,1)=$________.

（13）交换积分次序，$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}dx\int_{\cos x}^{1}f(x,y)dy=$__________.

（14）已知三阶矩阵 A 的特征值为-1,1,2，则矩阵$\begin{bmatrix} 2A^{-1} & 0 \\ 0 & (A^*)^{-1} \end{bmatrix}$的特征值为__________.

三、解答题：15～23 小题，共 94 分.请将解答写在答题纸指定的位置上.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

（15）（本题满分 10 分）设$f(x)$在$(0,+\infty)$内连续且满足

$$f(x)=\int_0^{\ln x}f(e^t)dt+\frac{1}{3}x^3+\int_0^1 f(x)dx,$$

求 $f(x)$.

（16）（本题满分 10 分）求曲线 $y(x)=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{x\cos t}{\sqrt{x^2+2x\sin t+1}}dt(-2\leq x\leq 2)$ 与直线 $x=-2,x=2,y=0$ 所围图形绕 x 轴旋转而成立体的体积.

（17）（本题满分 10 分）讨论方程$(x^2-3)-ke^{-x}=0$根的情况，其中k为实数.

（18）（本题满分 10 分）设$f(x)$在$[a,b]$上连续且有$\int_a^b f(x)dx\neq 0,$

（Ⅰ）证明：存在$\xi\in(a,b),$使得$\int_a^{\xi} f(x)dx=\int_{\xi}^b f(x)dx.$

（Ⅱ）存在$\eta\in(\xi,b),$使$\int_a^{\xi} f(x)dx=(b-\xi)f(\eta).$

（19）（本题满分 10 分）设函数$f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0 & x^2+y^2=0,\end{cases}$ 证明

（Ⅰ）$f_x'(x,y),f_y'(x,y)$存在；

（Ⅱ）在点$(0,0)$处$f_x'(x,y),f_y'(x,y)$不连续，但$f(x,y)$可微分.

（20）（本题满分 11 分）求函数$z=f(x,y)=x^2+y^2-2x+2y$在闭区域D：$x^2+y^2\leq 4$，$x\geq 0$上的最大值与最小值.

（21）（本题满分 11 分）计算二重积分$\iint\limits_D\left(x\sin y+y\arctan\dfrac{y}{x}\right)d\sigma,$其中

$D=\left\{(r,\theta)\,|\,1\leq r\leq 2,-\dfrac{\pi}{3}\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{3}\right\}.$

（22）（本题满分 11 分）已知两个线性方程组

$$①\begin{cases}x_1+x_2-2x_4=-6,\\ 4x_1-x_2-x_3-x_4=1,\\ 3x_1-x_2-x_3=3,\end{cases}\quad ②\begin{cases}x_1+mx_2-x_3-x_4=-5,\\ nx_2-x_3-2x_4=-11,\\ x_3-2x_4=-t+1,\end{cases}$$

（Ⅰ）求①的通解；　　（Ⅱ）问当m,n,t为何值时，方程组①和②同解？

（23）（本题满分 11 分）

已知二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2-k^2(ax_1+bx_2+cx_3)^2,$其中$\alpha=(a,b,c)^T$为单位向量，$k\neq 0.$

（Ⅰ）证明二次型$f(x_1,x_2,x_3)$的矩阵为$A=E-k^2\alpha\alpha^T$；

（Ⅱ）问k满足何条件时f为正定二次型.

2018 年全国硕士研究生入学统一考试超越考研数学（二）模拟三

一、选择题：1～8 小题，每小题 4 分，共 32 分，下列每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的，请把所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

（1）设$F(x,t)=(\frac{x-1}{t-1})^{\frac{t}{x-t}}$,其中$(x-1)(t-1)>0,x\neq t$,则函数$f(x)=\lim\limits_{t\to x}F(x,t)$（　　）

（A）有间断点 $x=0$ 且有一条渐近线　　（B）有间断点 $x=0$ 且有两条渐近线

（C）有间断点 $x=1$ 且有一条渐近线　　（D）有间断点 $x=1$ 且有两条渐近线

（2）函数$f(x)=\left|\ln x-\frac{x}{3}\right|$在$(0,+\infty)$内不可导点的个数为（　　）

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）3

（3）关于三角函数与反三角函数有以下两个结论

①$\cos(\arcsin x)=\sqrt{1-x^2}\,(0<x<1)$;　　②$\arcsin(\cos x)=\frac{\pi}{2}-x(0<x<\frac{\pi}{2})$,

则（　　）

（A）①②都正确　　（B）①正确，②不正确

（C）①不正确，②正确　　（D）①②都不正确

（4）设常数 $p\in(0,1)$, 下列结论不正确的是（　　）

（A）$\int_0^1\frac{1}{x^2+1}dx=\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2+1}dx$　　（B）$\int_0^1\frac{x^{p-1}}{x+1}dx=\int_1^{+\infty}\frac{x^{-p}}{x+1}dx$

（C）$\int_0^1\frac{\ln x}{x^2+1}dx=\int_1^{+\infty}\frac{\ln x}{x^2+1}dx$　　（D）$\int_0^{+\infty}\frac{x^{p-1}}{x+1}dx=\int_1^{+\infty}\frac{x^{-p}}{x+1}dx$

（5）设$f(x)=ax^2+bx+c$，对给定的x，由$Lagrangge$中值定理知

$f(x+h)-f(x)=f'(x+\theta h)h\ \ (0<\theta<1)$, 则有（　　）

（A）$\theta'(h)=0$　　（B）$\theta'(h)\neq 0$　（C）$\lim\limits_{h\to 0}\theta(h)=0$　　（D）$\lim\limits_{h\to 0}\theta(h)=1$

（6）设函数$f(x,y)$在点$(0,0)$处连续，且$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{f(x,y)}{\ln(1-\sqrt{x^2+y^2})}=1$，则$f(x,y)$在点$(0,0)$处（　　）

（A）两个偏导数都存在（B）可微分　　（C）取极小值　　（D）取极大值

（7）设A,B,C为方阵，若$\begin{pmatrix}A\\B\end{pmatrix}$经初等列变换化为$\begin{pmatrix}C\\E\end{pmatrix}$，则$C$为（　　）

（A）BA^{-1}　　（B）$B^{-1}A$　　（C）$A^{-1}B$　　（D）AB^{-1}

（8）设向量 ξ_1,ξ_2 为齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系，k_1,k_2 为任意常数，则 $Ax=0$ 的通解为（　　）

（A）$x=k_1^2\xi_1+k_2^2\xi_2$　　（B）$x=k_1^3\xi_1+k_2^3\xi_2+\frac{\xi_1+\xi_2}{2}$

（C） $x=k_1\xi_1+k_2^2\xi_2+\dfrac{\xi_1+\xi_2}{2}$　　　　（D） $x=(1+k_1^2)\xi_1+(1+k_2^2)\xi_2$

二、填空题：9~14 小题，每小题 4 分，共 24 分，请将答案写在答题纸指定位置上.

（9） $\displaystyle\int\frac{\sin^2 x}{(1+\cos x)^2}dx=$______.

（10）

设$f(x)$连续，且当$x\to 0$时，$\varphi(x)=\int_0^x(\sin^5 x-\sin^5 t)f(t)dt$的导数与$x^5$为等价无穷小,则$f(0)=$_.

（11）已知二阶线性非齐次方程的三个特解分别为 $y_1=e^x, y_2=x+e^x, y_3=x^2+e^x$, 则该方程为-______.

（12） 设$xy^2-z\ln x+e^{yz}=2$，则$dz\Big|_{\substack{x=1\\y=1}}=$______.

（13） 设$\int_0^1 xf(x)dx=a$，则$\int_0^1 dx\int_0^{1-x}f(x+y)dy=$______.

（14） A 为四阶实对称正交矩阵且 A 的迹为$trA=2$,则A的四个特征值为______.

三、解答题：15～23 小题，共 94 分.请将解答写在答题纸指定的位置上.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

（15）（本题满分 10 分）设数列$\{x_n\}$定义如下：$x_1=3, x_{n+1}=\dfrac{x_n^3}{3x_n^2-6x_n+4}(n=1,2,3,\ldots)$,

证明：$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$存在并求其值.

（16）（本题满分 10 分）设$f(x)$在$[0,2]$上连续，在$(0,2)$内二阶可导，$f(0)=f(2)=0, f(1)=1$,

证明：（Ⅰ）在$(0,2)$内存在ξ，使$f'(\xi)=1-\xi$;　（Ⅱ）在$(0,2)$内存在η，使$f''(\eta)<-1$.

（17）（本题满分 10 分）设函数$y(x)(x\ge 0)$由方程$y^3+xy-8=0$唯一确定，证明：

（Ⅰ） $y^2dx=-2(y^3+4)dy$;

（Ⅱ）计算积分 $\int_0^7 y^2(x)dx$.

（18）（本题满分 10 分）有一滴雨滴，以初速为零开始从高空落下，设其初始质量为 m_0，在下落过程中，由于不断地蒸发，所以其质量以单位 a 的速率逐渐减少.已知雨滴在下落时，所受到的空气阻力和下落的速度成正比，比例系数为 $k(>0)$，试求在时刻 $t(0<t<\dfrac{m_0}{a})$，雨滴的下落速度 $v(t)$（单位克/秒）.

（19）（本题满分 10 分）设函数 $f(x)$在$[0,1]$上具有一阶连续导数，证明：

$$|f(x)|\le\int_0^1|f(x)|dx+\int_0^1|f'(x)|dx, x\in[0,1].$$

（20）（本题满分 11 分）

已知$z=xf(\frac{y}{x})+2yf(\frac{x}{y})$,其中$f$有二阶导数，若$\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{x=1}=-y^2$, 求 $f(y)$.

（21）（本题满分 11 分）

计算二重积分$\iint\limits_D (x^{2017}y^{2018}+9x^4y^3)d\sigma$,其中$D:x^2+y^2\le 1, y\ge 0$.

（22）（本题满分 11 分）

求$\begin{cases} x_1-x_2+2x_3+x_4=1, \\ 2x_1-x_2+x_3+2x_4=3, \\ x_1-x_3+x_4=2, \\ 3x_1-x_2+3x_4=5 \end{cases}$的通解，并求出满足$x_1^2=x_2^2$的全部解.

（23）（本题满分 11 分）

已知三元二次型 x^TAx 的平方项系数为0,其中 A为3阶实对称阵，并且$\alpha=(1,2,-1)^T$满足$A\alpha=2\alpha$

（Ⅰ）求该二次型表达式；

（Ⅱ）求出正交变换下的二次型的标准形；

（Ⅲ）若 $A^3+2A^2-4A+kE$ 正定，求 k 的范围.