

校门外的树 (tree)

【题目背景】

L 校门外有一条大马路，路边种了许多的树。 L 校的新校长 Lsy 认为学校应该在校门内的马路边种许多的树来绿化环境。在他的植树计划中，共需种植 n 棵树，每棵树都有一个高度 h_i 。然而他是一个很信风水的人，为了保证校园的风水，他请来了作为风水大师的你来为他计算这个植树方案的幸运值。

【题目描述】

对于 n 棵树组成的序列，定义其中一个区间 $[u, v]$ 的幸运值为：

$$\prod_{i=u}^{v-1} \prod_{j=i+1}^v gcd(h_i, h_j)$$

如果 $u = v$ 则输出 1。

现在你需要回答 L 校长对于 q 个区间的询问，对于每个询问回答该区间幸运值 $\text{mod} 998244353$ 的值。

【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行为两个整数 n, q 。

第二行为 n 个整数 h_i 。

接下来 q 行，每行两个整数 u, v ，表示 q 次询问。

【输出格式】

输出到标准输出。

对于每个询问输出一行，为该区间的幸运值 $\text{mod} 998244353$ 的值。

【样例 1 输入】

```
6 2
7 9 10 6 2 5
1 4
2 5
```

【样例 1 输出】

6

24

【子任务】

任何时候，保证 $1 \leq n, q, h_i \leq 10^5$ 。

每个子任务的额外约定：

Subtask1 (10 分)

$n, q \leq 100$

Subtask2 (10 分)

$q = 1$

Subtask3 (10 分)

h_i 全部相等。

Subtask4 (15 分)

$h_i \leq 10^3$

Subtask5 (25 分)

$n, q \leq 3 \times 10^4$

Subtask6 (30 分)

无额外约束。

幸运盒 (Box)

【题目描述】

小明有 n 个幸运盒，每次运转一个盒子的结果要么出现糖果，要么出现芥末。每一轮，小明可以每次选择恰好 k 个盒子一起运转，每个盒子有 $p\%$ 的概率开出糖果， $(100 - p)\%$ 的概率开出芥末；或者他可以选择这一轮使用法术：选择恰好 t 个盒子，对这些盒子的开出糖果的概率进行调整，使这些盒子分别有 $p\%$, $(\min(p + 1, 100))\%$, \dots , $(\min(p + t - 1, 100))\%$ 的概率获得糖果；当然，他也可以什么都不做，放弃这一轮。

小明很聪明，每一轮都会选择最优的策略运转这些盒子，包括选择 k 个盒子重新运转，或者选择 t 个盒子使用法术，亦或是放弃这一轮的运转。他可以进行 m 轮操作，在所有操作结束之前他不能拿走盒子里的东西。他想知道 m 轮操作之后，他期望获得多少的糖果。

【输入格式】

本题仅有 1 个测试点，只有当你的输出与标准输出完全相同时，才能得到该测试点的满分。下表为各个测试点的数据范围和约定。

第一行一个整数 T ，表示数据组数。

对每组数据，输入一行五个整数： n, m, t, k, p ，分别表示盒子的数量 n 、运转轮数 m 、使用法术需要选择的盒子数量 t 、不使用法术需要选择的盒子数量 k ，以及 p 表示初始概率 $p\%$ 。

$$1 \leq T \leq 100$$

$$1 \leq n \leq 500$$

$$1 \leq m \leq 500$$

$$1 \leq t \leq 20$$

$$t \leq k \leq n$$

$$1 \leq p \leq 100$$

对于测试点中 90% 的数据， $1 \leq n \leq 50$ ， $1 \leq m \leq 50$ ， $1 \leq t \leq 10$ 。

【输出格式】

每组测试数据输出一行，一个 5 位小数，表示最佳策略下的期望。数据保证解的第 6 位小数不是 4，5，6，即不用担心舍入精度问题。

【样例输入】

```
2
500 500 19 300 50
39 42 4 27 86
```

【样例输出】

```
497.89734
39.00000
```

与我无关 (correlation)

【题目背景】

这天，白大哥找到了小莉。

“cp 拿不出题了，题目全被 zgg 抢走了，这次就由你来出题吧。”

于是小莉在概统课上糊出了这道题。

【题目描述】

设有两个离散型随机变量 X, Y ，已知其联合分布列。

由 X, Y 的线性组合构造出 n 个新的随机变量：令 $Z_i = a_i X + b_i Y$ ，其中 $i = 1, 2, \dots, n$ ， a_i, b_i 为已知实系数，且不存在两对相同的 a_i, b_i 。

现在，从 Z_1, Z_2, \dots, Z_n 中随机取出 Z_i, Z_j, Z_k ，其中 i, j, k 两两不同（即从 $\binom{n}{3}$ 种组合中，随机等概率地选选出一种组合），考虑如下三个命题：

- $p_1 : Z_i - Z_j$ 与 $Z_j - Z_k$ 不相关；
- $p_2 : Z_j - Z_k$ 与 $Z_k - Z_i$ 不相关；
- $p_3 : Z_k - Z_i$ 与 $Z_i - Z_j$ 不相关；

请求出 p_1, p_2, p_3 至少有一个为真的概率。

可能用到的相关知识

本题中涉及到的随机变量都是离散型随机变量，并且取值为不小于 2333 的整数。

两个随机变量 X, Y 不相关当且仅当 $E(XY) = E(X)E(Y)$ ，其中 $E(X)$ 表示随机变量 X 的期望。

设 $P(X = x)$ 表示 X 的取值为 x 的概率。关于 X 的函数 $f(X)$ 也是一个随机变量，其期望为：

$$E[f(X)] = \sum_{x=2333}^{\infty} f(x)P(X = x)$$

显然，令 $f(X) = X$ ，就可以得到 X 的期望为：

$$E(X) = \sum_{x=2333}^{\infty} xP(X = x)$$

对于关于 X, Y 的二元函数 $Z = g(X, Y)$ 也是一个随机变量，设 Y 的取值集合为 D_Y ，则 Z 的期望为：

$$E[g(X, Y)] = \sum_{x=2333}^{\infty} \sum_{y=2333}^{\infty} g(x, y)P(X = x, Y = y)$$

其中， $P(X = x, Y = y)$ 表示 X 取值为 x 且同时 Y 取值为 y 的概率。

对于题目中涉及的 $E(XY)$ ，令 $g(X, Y) = XY$ 即可算出。

【输入格式】

从标准输入读入数据。

第一行两个正整数 w_x, w_y , 是用来描述 X, Y 联合分布列的参数, 表示若 $x \geq w_x + 2333$ 或 $y \geq w_y + 2333$, 则 $P(X = x, Y = y) = 0$ 。

接下来 w_x 行中, 第 i 行有 w_y 个实数, 第 j 个数表示 $P(X = i + 2332, Y = j + 2332)$, 即 X 取值为 $i + 2332$ 且 Y 取值为 $j + 2332$ 的概率, 记为 $p_{i,j}$ 。

接下来一行一个正整数 n , 表示由 X, Y 构造的随机变量的个数。

接下来 n 行中, 第 i 行为两个实数 a_i, b_i , 表示 $Z_i = a_i X + b_i Y$ 。

对于所有的输入数据, 有 $2 \leq w_x, w_y \leq 100$, $3 \leq n \leq 1500$, $0 < p_{i,j} < 1$, 且 $\sum_{i \geq 2333} \sum_{j \geq 2333} p_{i,j} = 1$, $\|a_i\|, \|b_i\| < 10^9$ 。

【输出格式】

输出到标准输出。

输出一行一个 $[0, 1]$ 间的实数, 表示题目所求的概率。

设我们的答案为 ans , 你的输出为 out , 那么当且仅当 $\|ans - out\| < 10^{-6}$ 时, 你的答案才能被认为是正确的。因此在输出时, 请保留足够多的小数位数 (但不要超过输出长度限制)。

【样例 1 输入】

```
2 2
0.25 0.25
0.25 0.25
4
-1 0
0 0
1 0
0 1
```

【样例 1 输出】

```
0.75000
```

【样例 1 解释】

除 (Z_1, Z_2, Z_3) 不合法外, 其余组合都合法, 故概率为 $\frac{3}{4}$ 。

【样例 2】

见题目目录下的 *2.in* 与 *2.ans*。

【子任务】

子任务编号	n
1	≤ 100
2	≤ 300
3	≤ 1500

【提示】

即使 X, Y 不相关, X, Y 也不一定独立。

进阶法师 (master)

【题目描述】

传说在 100000 年后，又有大量陨石即将撞击企鹅大陆。散布在企鹅大陆各个地点的进阶企鹅法师们张开法阵保护企鹅大陆。

法师站在一些固定的点，如果一个点与某两个法师连线形成的夹角大于等于 90 度，那么这个点可以免于灾害。

每个法师的坐标可以使用一组非负整数 (X, Y) 表示。不存在两个法师在同一个位置。

一想到这里，企鹅豆豆又想到一个问题——能被保护的区域的面积有多大？

【输入格式】

从标准输入读入数据。

输入的第一行包含一个正整数 n ，表示法师人数，保证 $2 \leq n \leq 10^5$ 。

接下来 n 行每行两个非负整数，表示一位法师的坐标位置。保证数值不超过 10^9 。

【输出格式】

输出到标准输出。

输出一个小数，表示被保护的区域的面积。如果你的输出与标算的答案的相对误差不超过 10^{-7} 即被认为是正确的。

【样例 1 输入】

```
2
0 0
0 2
```

【样例 1 输出】

```
3.14159265358979326666666666666623333333
```

【样例 1 解释】

对于样例一，显然被保护面积是以这两点连线作为直径的圆形。根据圆的面积计算公式即可得出答案。而且你与标算的相对误差不超过 10^{-7} 即被认为正确。

【样例 2】

见题目目录下的 *2.in* 与 *2.ans*。

【样例 3】

见题目目录下的 *3.in* 与 *3.ans*。

【提示】

实际上角度可以不限定为直角，任意角度都是可以求的。