

考题知识点索引：

1. 时间复杂度分析 P27-48
2. 二分查找 P172、Fib 查找 P184
3. 排序：选择 P255、插入 P270、归并 P277
4. 栈混洗：P337
5. RPN：P345

第 1 题 正误判断（凡交代未尽之处，皆以讲义及示例代码为准）

1. (1) 对有序向量做 Fibonacci 查找，就最坏情况而言，成功查找所需的比较次数与失败查找相等。注：Fibonacci 查找是对普通二分查找的一个优化（3 比较），目的是减少成功比较与失败比较的次数。
2. (1) $f(n) = O(g(n))$ ，当且仅当 $g(n) = \Omega(f(n))$ 。注：上界、下界、恰好的时间复杂度
3. (0) 若借助二分法查找确定每个元素的插入位置，向量的插入排序只需时间 $O(n \log n)$ 时间。注：单次查找是 $\log N$ ，但单次插入则不一定（最好 $O(1)$ ，最坏 $O(N)$ ），故插入排序还是 $O(N^2)$ 的
4. (1) RPN 中各操作数的相对次序，与原中缀表达式完全一致。
5. (1) 对不含括号的中缀表达式求值时，操作法栈的容量可以固定为某一常数。注：运算符有多少级别种类，操作栈就可以只开这么大（例：+，-，*，/，乘方，共三种不同的运算级别）
6. (0) 无论有序向量或有序列表，最坏情况下均可在 $O(\log n)$ 时间内完成一次查找。注：列表最坏情况下是 $O(N)$
7. (0) 只要是采用基于比较的排序算法，对任何输入序列都至少需要运行 $\Omega(n \log n)$ 时间。注：插入排序对原本就有序的序列排序，时间是 $O(N)$ （注意题目中所说的是“对任何输入序列”）
8. (0) 对于同一有序向量，每次折半查找绝不会慢于顺序查找。注：每次找第一个，顺序 $O(1)$ ，折半 $O(\log N)$

第 2 题 多重选择

1. (C) 共有几种栈混洗方案，可以使字符序列 $\{x'o'o'o'x\}$ 的输出保持原样？
A. 12 B. 10 C. 6 D. 5
2. (AD)

若 $f(n) = O(n^2)$ 且 $g(n) = O(n)$ ，则下列结论正确的是：注：O 为上界，没有明确究竟是多少；故不能使用除法

- A. $f(n)+g(n) = O(n^2)$ B. $f(n)/g(n) = O(n^2)$ C. $g(n) = O(f(n))$ D. $f(n)*g(n) = O(n^3)$

3. (B) 对长度为 $n = Fib(k) - 1$ 的有向序列做 Fibonacci 查找。若个元素的数值等概率独立均匀分布，且平均成功查找长度为 L，则失败平均查找长度为：(举例子 or 习题解析 P46)

注：P184：平均成功查找长度 $L=k-2$ ，平均失败查找长度 $n(k-1)/(n+1) = n(L+1)/(n+1)$ (这是错的)，正确的在后面附图；比较次数至多为 $k-1$ 。

- A. $n(L-1)/(n-1)$ B. $n(L+1)/(n+1)$ C. $(n-1)L/n$ D. $(n+1)L/n$

4. (B) 对长度为 $Fib(12) - 1 = 143$ 的有序向量做 Fibonacci 查找，比较操作的次数至多为：

- A. 12 B. 11 C. 10 D. 9

5. (D?) 算法 $g(n)$ 的复杂度为 $\Theta(n)$ 。若算法 $f(n)$ 中有 5 条调用 $g(n)$ 的指令，则 $f(n)$ 的复杂度为：注：没有说明 f 算法是否“只”包含 g 指令

- A. $\Theta(n)$ B. $O(n)$ C. $\Omega(n)$ D. 不确定

第 3 题 估计以下函数 $F(n)$ 的复杂度 (假定 int 类型字长无限，且递归不会溢出)

<pre>void F(int n) //O(sqrt(n)) { for (int i = 0, j = 0; i<n; i+=j, j++); }</pre>	<pre>void F(int n) //O(loglogn) { //同理第一题：改+1 为乘 2 for (int i = 1, r = 1; i<n; i<=&r, r<=&=1); }</pre>
<pre>void F(int n) //O(nlog(n)) { // 调和级数 for (int i=1; i<n; i++) for (int j=0; j<n; j+=i); }</pre>	<pre>void F(int n) //expected-O(n) { // 级数求和 (注意这里不能只是 Log^2n, 因为 最外层循环已经占了 O(n)) for (int i=1; i<n; i++) if(0 == rand()%i) for (int j=1; j<n; j<=&=1); }</pre>
<pre>void F(int n) //O(log*n) { // 讲义原题 for (int i=1; i<n; i=1<<i); }</pre>	<pre>void F(int n) //O(1.618^(logn)) = O(n^0.694) { // 转乘法为加法, fibonacci return (n<4) ? n : F(n>>1)+F(n>>2); }</pre>

<pre> int F(int n) //O(2^n) { // 再回头看 F, F = G(2, G(2, G(2, ..., G(2, 1))) return (n==0) ? 1 : G(2, F(n-1)); } int G(int n, int m) { // 先分析 G, G = O(m), G(n, m) = n * m return (m==0) ? 0 : n+G(n, m-1); } </pre>	<pre> int F(int n) //O(n^2) { // 再分析 F, G((n-1)*(n-1)) = O((n-1)^2) return G(G(n-1)); } int G(int n) { // 先分析 G, G=O(n), G(n) = n*n return (n==0) ? 0 : G(n-1)+2*n-1; } </pre>
--	--

第 4 题 分析与计算

- 考察如下问题：任给 12 个互异的整数，且其中 10 个已组织为一个有序序列，现需要插入剩余的两个已完成整体排序。若采用基于比较的算法（CBA），最坏情况下至少需要做几次比较？为什么？

答：8 次。 我们知道对于 CBA,我们可以将其涵盖于一棵比较树里边，而树的每一个节点可以代表一次比较运算，树的分支可以代表算法下一步执行的方向。由此可以推算，树高则可以代表比较的次数。

注：类似排序复杂度分析：总情况数为 $11 \times 12 = 132$ 。故二叉树至少要有 132 个儿子，高度至少为 8. ($2^8 = 256 > 132$)

- 向量的插入排序由 n 次迭代完成，逐次插入各元素。为插入第 k 个元素，最坏情况需要做 k 次移动，最好情况则无需移动。从期望的角度来看，无需移动操作的迭代次数平均有多少次？为什么？

假定个元素是等概率独立均匀分布的。

答： $\log n$ 。调和级数

注：总次数 $= 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots + 1/n = n \log n$ ，平均为 $\log n$ 。

- 现有一长度为 15 的有序向量 A[0...14]，个元素被成功查找的概率如下：

I	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
												1			
$P_i(\Sigma =$	1/128	1/128	1/32	1/8	1/8	1/32	1/16	1/16	1/128	1/64	1/16	1/4	3/16	1/128	1/64

若采用二分查找算法，试计算该结构的平均成功查找长度。

答：

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Length	5	4	6	3	6	5	7	2	6	5	7	4	7	6	8

平均查找长度 = $5/128 + 4/128 + 6/32 + 3/8 + 6/8 + 5/32 + 7/16 + 2/16 + 6/128 + 5/64 + 7/16 + 4/4 + 7/16 \times 3 + 6/128 + 8/64 = 659/128$

- 考察表达式求值算法。算法执行过程中的某时刻，若操作符栈中的括号多达 2010 个，则此时栈的规模（含栈底的 '\n'）至多可能多达？试说明理由，并示范性地画出当时栈中的内容。

答： $4 \times 2010 + 1 + 4 = 8045$ (考虑乘方操作后)、（注意+1，有阶乘操作！）

栈中内容：\0 + * ^ (+ * ^ (+ * ^ ... (+ * ^ !

- 阅读以下程序，试给出其中 ListReport() 一句的输出结果(即当时序列 L 中个元素的数值)

```

#define LLIST_ELEM_TYPE_INT    //节点数据域为 int 型
LvalueType visit(LvalueType e)
{
    static int lemda = 1980;
    lemda += e*e;
    return lemda;
}
int main(int argc, char* argv[])
{
    LList* L = Listinit(-1);
    for(int i=0; i<5; i++)
        ListinsertLast(L, i);
    ListTraverse(L, visit);
    ListReport(L);
}
*/

ListDestroy(L);
return 0;
}
1980 1981 1985 1994 2010
(具体实现不明, 可能为)
1980 1981 1985 1994 2010
(可能为)
1 2 3 4 5

```

第 5 题 基于 ADT 操作实现算法（如有必要，可增加子函数）

1、sortOddEven(L)

```

#define LLIST_TYPE_ARRAY    //基于向量实现序列
#define LLIST_ELEM_TYPE_INT //节点数据域为 int 型
/*****
*输入：基于向量实现的序列 L
*功能：移动 L 中元素，使得所有奇数集中于前端，所有偶数都集中于后端
*输出：无
*实例：L = {2, 13, 7, 4, 6, 3, 7, 12, 9}，则排列序后
*      L = {9, 13, 7, 7, 3, 6, 4, 12, 2}
*要求：O(n)时间，O(1)附加空间
*****/
void sortOddEven(LList* L){

```

```

}
flag1 = 0;
flag2 = n-1;
for (int i=flag1; i<=flag2; i++)
{
    if (i%2==0)
    {
        flag1 = i;
        for (int j=flag2; j>flag1; j--)
        {
            if (j%2==1)
            {
                flag2 = j;
                break;
            }
        }
        //swap(L[flag1],L[flag2]);
    }
}

```

// 思路：从前往后找到第一个偶数 A[i]、从后往前找到第一个奇数 A[j]，如果 i<j，则交换两数，并继续找；否则结束。

2、shift(L,K)

```

#define LLIST_TYPE_ARRAY
#define LLIST_ELEM_TYPE_INT
/*****
*输入：基于向量实现的序列 L
*功能：将 L 中各元素循环左移 k 位
*输出：无
*实例：L = {1, ..., k, k+1, ..., n}，则左移后
*      L = {k+1, ..., n, 1, ..., k}
*要求：O(n)时间（注意：最坏情况下 k=Ω (n)），O(1)附加空间
*****/

```

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

// 书上例题

成功!!

系别 _____ 班号 _____ 姓名 _____ (同组姓名 _____)
作实验日期 _____ 年 _____ 月 _____ 日 教师评定 _____

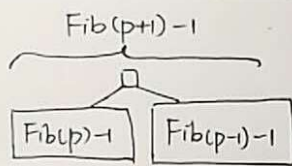
△ Fib 查找平均查找长度 (以 $n = \text{fib}(k) - 1$ 为例).

~~应为~~ 应为 $\frac{k \times \text{fib}(k) - \text{fib}(k+2) + 1}{n+1}$ 而非 $k-2$.

△ 例: $7 = \text{fib}(6) - 1$, $k=6$, $\overset{\text{平均}}{\text{长度}} = \frac{6 \times 8 - 21 + 1}{7} = 4$

$4 = \text{fib}(5) - 1$, $k=5$, $\overset{\text{平均}}{\text{长度}} = \frac{5 \times 5 - 13 + 1}{4} = \frac{13}{4}$

△ 归纳证明: 若对于 $k \leq p$, 均成立. 则对于 $p+1$, 有



总长度 = 2 (顶端/根) (左子树总长+1)
 $+ [p \cdot \text{fib}(p) - \text{fib}(p+2) + 1] + \text{fib}(p) - 1$
 $+ [(p-1) \cdot \text{fib}(p-1) - \text{fib}(p+1) + 1] + [\text{fib}(p-1) - 1] \times 2$ (右子树总长+2)

$= p \cdot \text{fib}(p+1) - \text{fib}(p+2) + 1 = (p+1) \cdot \text{fib}(p+1) - \text{fib}(p+3) + 1$. 成立.

故假设成立.