(16)(本题满分 10 分)设位于第一象限且在原点与 x 轴相切的光滑曲线 $y=y(x)$，$P(x,y)$ 为曲线上任一点，该点与原点间的弧长为 s_1，记 P 点的切线与 y 轴交点为 A，且 P,A 两点的距离为 s_2，已知：$x(3s_1+2)=2(x+1)s_2$，求该曲线方程.

(17)(本题满分 10 分)设 $z=xf(x-y,\varphi(xy^2))$，f 具有二阶连续偏导数，φ 具有二阶导数，且 $\varphi(x)$ 满足 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\varphi(x)-1}{(x-1)^2}=1$；求 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{(1,1)}$.

(18)(本题满分 10 分)设连续函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=x+2\int_0^x(1-e^{t-x})f(t)dt$.

(Ⅰ)验证 $f(x)$ 满足 $f''(x)+f'(x)-2f(x)=1$，且 $f(0)=0,f'(0)=1$；(Ⅱ)求 $f(x)$.

(19)(本题满分 10 分)求 $\iint\limits_D\dfrac{y+1}{(x^2+y^2)^2}d\sigma$ 其中 D 为 $x^2+y^2\le2x$ 且 $x\ge1$ 的部分.

(20)(本题满分 11 分)设 $x>0$ 且 $x\ne1$，证明 $\dfrac{1}{\sqrt{x}}>\dfrac{\ln x}{x-1}$.

(21)(本题满分 11 分)求函数 $f(x,y)=x^2+4y^2+xy+2$ 在区域 D 上的最大值与最小值，其中 D 为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2\le1$ 且 $y\ge\dfrac{1}{2}x-1$.

(22)(本题满分 11 分)设线性齐次方程组 $Ax=0$ 为 $\begin{cases}x_1+3x_3+5x_4=0,\\x_1-x_2-2x_3+2x_4=0,\\2x_1-x_2+x_3+3x_4=0.\end{cases}$ 在此方程组基础上添加一个方程 $2x_1+ax_2-4x_3+bx_4=0$，得方程组 $Bx=0$.(Ⅰ)求方程组 $Ax=0$ 的基础解系和通解；(Ⅱ)问 a,b 满足什么条件时，$Ax=0$ 与 $Bx=0$ 同解.

(23)(本题满分 11 分)设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x^TAx\ \ (A^T=A)$，满足 $tr(A)=1$，$AB=O$，其中 $B=\begin{pmatrix}1&-1&1\\1&1&3\\1&0&2\end{pmatrix}$.(Ⅰ)求正交变换 $x=Py$，化二次型 f 为标准形；(Ⅱ)求该二次型.

20、21全程考研资料请加群712760929

20、21全程考研资料请加群712760929

绝密 * 启用前

2015 年全国硕士研究生入学统一考试

超 越 考 研

数学（二）模拟（一）

（科目代码：302）

考生注意事项

1. 答题前，考生须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须书写在答题纸指定位置的边框区域内，写在其他地方无效。
3. 填（书）写必须使用蓝（黑）色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束，将答题纸和试题一并装入试题袋中交回。

20、21全程考研资料请加群712760929

一、选择题：1～8 小题，每小题 4 分，共 32 分．下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合要求的．请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上．

（1）已知 $x=0$ 是函数 $f(x)=\dfrac{ax-\ln(1+x)}{x+b\sin x}$ 的可去间断点，则 a,b 的取值范围是（　　）．

（A）$a=1$，b 为任意实数　　（B）$a\neq 1$，b 为任意实数

（C）$b=-1$，a 为任意实数　　（D）$b\neq -1$，a 为任意实数

（2）设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内二阶可导，且 $f(x)>0, f'(x)>0, f''(x)<0$，则下列函数中，恒正、单调下降且为凹函数的是（　　）．

（A）$-f(x)$　　（B）$f(-x)$　　（C）$\dfrac{1}{f(-x)}$　　（D）$\dfrac{1}{f(x)}$

（3）设函数 $f(x)$ 在包含点 $x=0$ 的某个领域内有定义，且 $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x), \lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$ 存在，则下列等式不成立的是（　　）．

（A）$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}f(-x)$　　（B）$\lim\limits_{x\to 0}f(|x|)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$

（C）$\lim\limits_{x\to 0}f(x^2)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$　　（D）$\lim\limits_{x\to 0}f(x^3)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$

（4）设 n 为正整数，则 $\int_0^{2\pi}\sin(\sin x+nx)dx$ 的值（　　）．

（A）等于1　　（B）等于 -1　　（C）等于0　　（D）与 n 有关

（5）设函数 $f(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处连续，且 $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 1}}\dfrac{f(x,y)-2x+2y}{(x-1)^2+(y-1)^2}=1$，则下列说法不正确的是（　　）．

（A）$f(1,1)=0$　　（B）$f_x'(1,1)=2,\ f_y'(1,1)=-2$

（C）$f(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处可微　　（D）$f(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处取极值

（6）二次积分 $\int_0^{\frac{R}{\sqrt{1+R^2}}}dx\int_0^{Rx}f(\sqrt{x^2+y^2})dy+\int_{\frac{R}{\sqrt{1+R^2}}}^{R}dx\int_0^{\sqrt{R^2-x^2}}f(\sqrt{x^2+y^2})dy$ 化为极坐标形式的二次积分为（　　）．

（A）$\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^R f(r)rdr$　　（B）$\int_0^{\text{atctan}R}d\theta\int_0^R f(r)rdr$

（C）$\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^R f(r)dr$　　（D）$\int_0^{\arctan R}d\theta\int_0^R f(r)dr$

20、21全程考研资料请加群712760929

20、21全程考研资料请加群712760929

超　越　考　研

（7）设 A 是三阶非零矩阵，满足 $A^2=O$ 若线性非齐次方程组 $Ax=b$ 有解，则其线性无关解向量的个数是（　　）．

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（8）设 A 为三阶可逆矩阵，将 A 的第一行的3倍加到第二行得到 B，则下列命题正确的是（　　）．

（A）将 A^{-1} 的第一行的3倍加到第二行得到 B^{-1}

（B）将 A^{-1} 的第一行的 -3 倍加到第二行得到 B^{-1}

（C）将 A^{-1} 的第一列的 -3 倍加到第二列得到 B^{-1}

（D）将 A^{-1} 的第二列的 -3 倍加到第一列得到 B^{-1}

二、填空题:9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分．请将答案写在答题纸指定位置上．

（9）$\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x^3}\arccos\dfrac{1}{x}dx=$________．

（10）设 $f(x)$ 连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$，则 $\lim\limits_{x\to 0}[1+\dfrac{1}{x^2}\int_0^{x^2}f(t)dt]^{\frac{\cot x}{\ln(1+x)}}=$________．

（11）设 $f(x)=\int_0^x e^{-|t|}dt$，则 $\int f(\ln x)dx=$________．

（12）已知方程 $y'+y=\sin x+\cos x$ 的解均为方程 $y''+y'+ay=f(x)$ 的解，其中 a 为常数，则 $f(x)=$________．

（13）设 $z=z(x,y)$ 由方程 $\varphi(az-by,bx-cz,cy-ax)=0$ 确定，其中 φ 具有连续偏导数，则 $c\dfrac{\partial z}{\partial x}+a\dfrac{\partial z}{\partial y}=$________．

（14）已知三阶矩阵 A 的特征值为 $1,2,3$，$f(x)=x^3-6x^2+11x-5$，则 $f(A)=$________．

三、解答题:15～23 小题，共 94 分．请将解答写在答题纸指定位置上．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

（15）（本题满分 10 分）设 $f(x)$ 可导，且 $f(0)\neq 0$，（Ⅰ）证明当 $x\to 0$ 时，$\int_0^x f(t)dt\sim f(0)x$；（Ⅱ）求 $\lim\limits_{x\to 0}[\dfrac{1}{\int_0^x f(t)dt}-\dfrac{1}{xf(0)}]$；（Ⅲ）设 $f'(x)$ 连续，且 $f'(0)\neq 0$，如果当 $x\neq 0$ 时，$\int_0^x f(t)dt=xf(\xi)$，其中 ξ 介于 x 与0之间．求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\xi}{x}$．

20、21全程考研资料请加群712760929

（15）（本题满分 10 分）求微分方程 $y''-3y'+2y=e^{2x}(4x+\cos x+5)$ 的通解.

（16）（本题满分 10 分）设函数 $z=z(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，变换 $u=ax+y,v=x+by$，把方程 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{1}{4}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ 化为 $\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$，试求 a,b 的值.

（17）（本题满分 10 分）设 $0<x_1<1$，$x_n=\int_0^1 \max\{x_{n-1},t\}dt, n=1,2,3,\cdots$，证明 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在，并求此极限.

（18）（本题满分 11 分）设 D：$0\le x\le 1,0\le y\le 1$，计算二重积分 $I=\iint\limits_D [x+y]\ln\frac{y+1}{x+1}dxdy$，其中 $[\bullet]$ 为取整函数.

（19）（本题满分 10 分）在 x 轴上有一动点 P 从点 $(0,0)$ 开始以 1m/s 的速度向 x 轴正向移动，在 xOy 面上另一动点 M 同时从点 $(0,1)$ 开始以 2m/s 的速度移动，且点 M 运动方向总是对着点 P.（Ⅰ）求动点 M 运动轨迹方程；（Ⅱ）求点 M 追赶到点 P 时，点 P 所走过的路程.

（20）（本题满分 10 分）设 $f(x),g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，若

$$f(x)=f(a+b-x),\ g(x)+g(a+b-x)=m\ （常数），$$

（Ⅰ）证明 $\int_a^b f(x)g(x)dx=\frac{m}{2}\int_a^b f(x)dx$；（Ⅱ）由（Ⅰ）计算 $I=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x\sin x}{(e^x+1)(\cos^2 x+1)}dx$.

（21）（本题满分 11 分）设 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上连续，在 $(0,\pi)$ 内可导，若存在 $x_1,x_2\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，使 $2\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)x\sin xdx=f(x_1)+f(x_2)$，证明：在 $(0,\pi)$ 内存在 ξ，使 $f'(\xi)=0$.

（22）（本题满分 11 分）已知三阶方阵 A,B 满足关系式 $A^2-2AB=E$.（Ⅰ）证明 $AB=BA$；（Ⅱ）若 $B=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&3&a\\0&0&5\end{pmatrix}$，求秩 $r(AB-2BA+3A)$.

（23）（本题满分 11 分）设 A 是三阶实对称矩阵，$|A|=-12$，A 的三个特征值之和为 1，且 $\alpha=(1,0,-2)^{\mathrm T}$ 是方程组 $(A^*-4E)x=0$ 的一个解向量.（Ⅰ）求矩阵 A；（Ⅱ）求方程组 $(A^*+6E)x=0$ 的通解.

绝密 ＊ 启用前

2015 年全国硕士研究生入学统一考试

超 越 考 研

数学（二）模拟（二）

（科目代码：302）

考生注意事项

1. 答题前，考生须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须书写在答题纸指定位置的边框区域内，写在其他地方无效。
3. 填（书）写必须使用蓝（黑）色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束，将答题纸和试题一并装入试题袋中交回。

20、21全程考研资料请加群712760929

一、选择题：1～8 小题，每小题 4 分，共 32 分．下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合要求的．请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上．

（1）设有命题

①函数 $f(x),g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续可导，若 $f(x)\ge g(x)$，则 $f'(x)\ge g'(x)$

②函数 $f(x),g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续可导，若 $f'(x)\ge g'(x)$，则 $f(x)\ge g(x)$

③函数 $f(x),g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，若 $f(x)\ge g(x)$，则 $\int_a^b f(x)dx\ge\int_a^b g(x)dx$

④函数 $f(x),g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，若 $\int_a^b f(x)dx\ge\int_a^b g(x)dx$，则 $f(x)\ge g(x)$

则以上 4 各结论中正确的个数是（　　）.

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）3

（2）设 $f(x)=\sqrt{x^2+\sin^2 x}+x$，则曲线 $y=f(x)$ 有（　　）.

（A）两条斜渐近线　　（B）一条水平渐近线一条斜渐近线

（C）两条水平渐近线　　（D）一条斜渐近线，没有水平渐近线

（3）设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{(1-x^2)^n+x^{2n}}$，$x\in[0,1]$，则下列结论不正确的是（　　）.

（A）$f(x)$ 连续　　（B）$f(x)$ 可导　　（C）$f(x)$ 有极值点　　（D）曲线 $y=f(x)$ 有拐点

（4）设函数 $f(x)>0$ 且单调递增，则积分 $I_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\sin xdx, I_2=\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\cos xdx$，

$I_3=\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\tan xdx$ 的大小顺序为（　　）.

（A）$I_1>I_2>I_3$　　（B）$I_1>I_3>I_2$　　（C）$I_2>I_3>I_1$　　（D）$I_3>I_1>I_2$

（5）设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的某邻域内有连续二阶偏导数，且满足 $B^2-AC<0$，其中

$A=f''_{xx}(x_0,y_0),B=f''_{xy}(x_0,y_0),C=f''_{yy}(x_0,y_0)$，则点 (x_0,y_0)（　　）.

（A）必为 $f(x,y)$ 的极大值点　　（B）必为 $f(x,y)$ 的极小值点

（C）必不为 $f(x,y)$ 的极值点　　（D）可能不是 $f(x,y)$ 的极值点

（6）设函数 $f(x,y)$ 点 $(0,0)$ 处一阶偏导数存在，且 $f'_x(0,0)=0, f'_y(0,0)=0$，则下列结论正确的是（　　）.

（A）$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}[f'_x(x,y)-f'_x(0,0)]=0$　　（B）$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$

（C）$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}f(x,y)=f(0,0)$　　（D）$\lim\limits_{x\to0}f(x,0)=\lim\limits_{y\to0}f(0,y)$

（7）设 A 为 $m\times n$ 矩阵，$m\ne n,b$ 为 m 维列向量，则下列结论

①若 $r(A)=n$，则 $Ax=b$ 必有解；　　②若 $r(A)=m$，则 $Ax=b$ 必有解；

③ $Ax=0$ 与 $A^TAx=0$ 必同解；　　④ $A^TAx=A^Tb$ 必有解

中正确的个数是（　　）.

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）3

（8）A,B 同为 n 阶实对称矩阵，则 A,B 相似的充要条件为（　　）.

（A）A,B 等价　　（B）A,B 合同

（C）$|\lambda E-A|=|\lambda E-B|$　　（D）A,B 的正负惯性指数相同

二、填空题：9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分．请将答案写在答题纸指定位置上．

（9）$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^x-x}{\ln x-x+1}=$__________.

（10）设 $y=y(x)$ 是由方程组 $\begin{cases}x=t^2+t,\\ e^y\sin t-y=0\end{cases}$ 所确定的函数，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{t=0}=$__________.

（11）设 $F(x)=\int_{e^{-x^2}}^1 dv\int_{-\ln v}^{x^2}f(u)du$，其中 $f(x)$ 为连续函数，则 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{F'(x)}{x^3}=$__________.

（12）曲线 $y=x^2\sqrt{1-x^2}$ 与 x 轴所围平面图形的面积为__________.

（13）设连续函数 $y=y(x)$ 满足 $y(x)+1=\int_x^{\frac{1}{2}}\dfrac{y(t)}{y^3(t)-t}dt$，则 $y=$__________.

（14）设 $A=\begin{pmatrix}1&1&2\\-1&2&1\\0&1&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}4&-1\\2&k\\2&-1\end{pmatrix}$，若存在矩阵 C，使得 $AC=B$，则 $k=$__________.

三、解答题：15～23 小题，共 94 分．请将解答写在答题纸指定位置上．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

(17)(**本题满分 10 分**)设函数 $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0 & x^2+y^2=0,\end{cases}$ 证明(Ⅰ) $f_x'(x,y)$，$f_y'(x,y)$ 存在；(Ⅱ) 在点 $(0,0)$ 处 $f_x'(x,y)$，$f_y'(x,y)$ 不连续，但 $f(x,y)$ 可微分.

(18)(**本题满分 11 分**) 设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导，$a<c<b$，$\int_a^c f(x)dx=\int_c^b f(x)dx=0$.

(Ⅰ)证明存在 $\xi_1\in(a,c),\xi_2\in(c,b)$，使得 $f(\xi_1)=\int_a^{\xi_1} f(x)dx, f(\xi_2)=\int_a^{\xi_2} f(x)dx$；

(Ⅱ)证明存在 $\eta\in(a,b)$，使得 $f'(\eta)=\int_a^{\eta} f(x)dx$.

(19)(**本题满分 10 分**) 设 $a_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^n xdx, b_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x^n dx \quad (n=1,2,\cdots)$，证明：(Ⅰ) $a_n\geq b_n \quad (n=1,2\cdots)$；(Ⅱ) $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0, \lim\limits_{n\to\infty}b_n=0$.

(20)(**本题满分 11 分**) 设 $f(x)$ 为连续函数，若 $f(x)=e^x-e^x\int_0^x[f(t)]^2dt$，

(Ⅰ) 建立 $f(x)$ 满足的一阶微分方程；　(Ⅱ) 通过变量代换 $u=\dfrac{1}{f(x)}$，求 $f(x)$.

(21)(**本题满分 10 分**) 计算 $\iint\limits_D \min\left\{\sqrt{3-2x^2-2y^2},x^2+y^2\right\}\mathrm{d}\sigma$，其中 $D:x^2+y^2\leq\dfrac{3}{2},y\geq 0$.

(22)(**本题满分 11 分**) 设 $A=\begin{pmatrix}3&7&9\\1&7&11\\7&7&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&5&10\\-3&4&14\\6&7&2\end{pmatrix}$ 问是否存在 X，使得 $AX-A=BX$？若存在，求所有的 X；若不存在，说明理由.

(23)(**本题满分 11 分**) 设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+ax_2^2+x_3^2+2x_1x_2-2x_2x_3-2ax_1x_3$ 的正负惯性指数都是1，试计算 a 的值，并用正交变换将二次型化为标准型.

绝密 * 启用前

2015 年全国硕士研究生入学统一考试

超 越 考 研

数学（二）模拟（三）

（科目代码：302）

考生注意事项

1. 答题前，考生须在答题纸指定位置上填写考生姓名、报考单位和考生编号。
2. 答案必须书写在答题纸指定位置的边框区域内，写在其他地方无效。
3. 填（书）写必须使用蓝（黑）色字迹钢笔、圆珠笔或签字笔。
4. 考试结束，将答题纸和试题一并装入试题袋中交回。

一、选择题：1～8 小题，每小题 4 分，共 32 分．下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合要求的．请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上．

（1）设 $f(x)$ 有一阶连续导数，则下列说法正确的是（　）．

（A）若 $f(x)$ 是偶函数，且 $a\neq 0$，则 $\int_a^x f(t)dt$ 一定不是奇函数

（B）若 $f(x)$ 是周期函数，则 $\int_0^x f(t)dt$ 一定是周期函数

（C）若 $f'(x)$ 是奇函数，则 $\int_0^x f(t)dt$ 一定是奇函数

（D）若 $f'(x)$ 是偶函数，则 $\int_0^x f(t)dt$ 一定是偶函数

（2）设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处二阶可导，$f(0)=0$，若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+f'(2x)}{\sin x}=1$，则（　）．

（A）$f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值　　（B）$f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值

（C）$(0,f(0))$ 是曲线 $f(x)$ 的拐点　　（D）以上结论均不正确

（3）设 $f(x)=(x^2-1)^{2015}$，则下列结论不正确的是（　）．

（A）$f^{(2015)}(0)=0$　　（B）$f^{(2015)}(1)+f^{(2015)}(-1)=0$

（C）$f^{(2015)}(1)-f^{(2015)}(-1)=0$　　（D）$f^{(2015)}(1)-f^{(2015)}(-1)=2015!\cdot 2^{2016}$

（4）设 $e^x\sin x$ 与 x 为某常系数线性齐次微分方程的两个特解，则阶数最低的微分方程为（　）．

（A）$y^{(3)}+3y''-3y=0$　　（B）$y^{(3)}-3y''=0$

（C）$y^{(4)}-2y^{(3)}+2y''=0$　　（D）$y^{(4)}-y^{(3)}+2y''=0$

（5）设 n 为正整数，$f(x)=\int_0^x \sin^n t dt$，则（　）．

（A）$f(x)$ 必为偶函数．　　（B）$f(x)$ 必为有界函数．

（C）当 n 为偶数时，$f(x)$ 为周期函数　　（D）当 n 为奇数时，$f(x)$ 为周期函数．

（6）设 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$，$I_1=\iint\limits_D |xy|dxdy$，$I_2=\iint\limits_D (e^{x^2+y^2}-1)dxdy$，$I_3=\iint\limits_D \ln(1+|xy|)dxdy$，则三者大小依次为（　）

(A) $I_1\le I_2\le I_3$　　(B) $I_1\le I_3\le I_2$　　(C) $I_3\le I_1\le I_2$　　(D) $I_3\le I_2\le I_1$

（7）设 A 为三阶矩阵，λ_1,λ_2 是矩阵 A 的两个不同特征值，α_1,α_2 是 A 的属于特征值 λ_1 的线性无关的特征向量，α_3 是 A 的属于特征值 λ_2 的特征向量，则向量组 $\alpha_1+A\alpha_3, A(\alpha_2-\alpha_3), A\alpha_1+\alpha_3$ 线性相关的必要条件是（　）．

（A）$\lambda_1=0$ 或 $\lambda_1\lambda_2=1$　　（B）$\lambda_1\neq 0$ 且 $\lambda_1\lambda_2\neq 1$

（C）$\lambda_2=0$ 或 $\lambda_1\lambda_2=1$　　（D）$\lambda_2\neq 0$ 且 $\lambda_1\lambda_2\neq 1$

（8）A 为 n 阶实对称阵，A^* 为 A 的伴随矩阵，则 A^2 为正定阵的充要条件是（　）．

（A）A 正定　（B）A^* 正定　（C）$A^*x=0$ 有非零解　（D）$A^*x=0$ 仅有零解

二、填空题:9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分．请将答案写在答题纸指定位置上．

（9）已知方程 $x^3-\lambda x+2=0$ 有三个不相等的实根，则实数 λ 的取值范围为________．

（10）$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2x}{x+y}$ 的通解为____________．

（11）曲线 $r=\sin\theta(0\le\theta\le\pi)$ 围成的图形绕直线 $\theta=\dfrac{\pi}{2}$ 旋转一周的形成的旋转体体积为____________．

（12）设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y^2-2x=2e^y$ 确定，则 $y=y(x)$ 的拐点为________．

（13）设 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$，则二重积分 $\iint\limits_D(\cos^2 x+\sin^2 y)dxdy=$____________．

（14）设 A,B 为三阶矩阵，A 相似于 B，$\lambda_1=-1,\lambda_2=1$ 为 A 的两个特征值，又 $|B^{-1}|=\dfrac{1}{3}$，

则 $\begin{vmatrix}(A-3E)^{-1} & O\\ O & B^*+(-\frac{1}{4}B)^{-1}\end{vmatrix}=$____________．

三、解答题:15～23 小题，共 94 分．请将解答写在答题纸指定位置上．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

（15）（本题满分 10 分）（Ⅰ）设 $x>0$，证明函数 $f(x)=\dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}$ 单调递增；（Ⅱ）设 $0<x<1$，证明不等式 $x-\dfrac{1}{2}x^2<\ln(1+x)<x+(\ln 2-1)x^2$．

（16）（本题满分 10 分）设函数 $g(x)=\int_{-1}^1|x-t|e^{t^2}dt$，求 $g(x)$ 的最小值．