绝密★启用前

2015 年全国硕士研究生入学统一考试

数学二（模拟 1）

考生注意:本试卷共二十三题,满分 150 分,考试时间为 3 小时.

得分	评卷人

一、选择题:（1）～（8）小题,每小题 4 分,共 32 分.
在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合要求,将所选项前的字母填在题后的括号里.

（1） 函数 $f(x)=\dfrac{\ln|x^2-1|\sin(x+1)}{x^2}e^{-\frac{1}{|x|}}$ 的可去间断点个数为（ ）.

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

(2) 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域内连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln[1+f(x)+e^{x^2}]}{2x^2}=1$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（ ）.

（A）不可导点　　（B）可导点但不是驻点

（C）驻点且为极小值点　　（D）驻点且为极大值点

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{i}{n^2+n+i^2}=$（ ）。

（A）$\dfrac{1}{2}\ln 2$　　（B）$\ln 2$　　（C）$\dfrac{\pi}{4}$　　(D) $\dfrac{\pi}{8}$

(4) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界连续的奇函数,则 $F(x)=\int_0^x te^{-t^2}f(t)\,\mathrm{d}t$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内（ ）。

（A）必为有界的奇函数　　（B）必为有界的偶函数

（C）为奇函数但未必有界　　（D）为偶函数但未必有界

(5) 若 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的偏导数 $f_x'(x_0,y_0),\ f_y'(x_0,y_0)$ 均存在,则（ ）。

(A) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续　　(B) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处可微

(C) $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y)$ 存在　　(D) $\lim\limits_{x\to x_0} f(x,y_0)$, $\lim\limits_{y\to y_0} f(x_0,y)$ 均存在

(6) 累次积分 $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$ 可写成 （ ）

A $I=\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)dx$　　B $I=\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

C $I=\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$　　D $I=\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)dy$

（7）已知 5×4 矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$，若 $\eta_1=(3\ \ 1\ \ -2\ \ 1)^T$，$\eta_2=(0\ \ 1\ \ 0\ \ 1)^T$ 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系，那么下列命题

（1）α_1,α_3 线性无关；　（2）α_1 可由 α_2,α_3 线性表出；（3）α_3,α_4 线性无关；

（4）秩 $r(\alpha_1,\alpha_1,+\alpha_2,\alpha_3-\alpha_4)=3$ 中正确的是

（A）（1）（3）　（B）（2）（4）　（C）（2）（3）　（D）（1）（4）

（8）对三阶矩阵 A 的伴随矩阵 A^* 先交换第一行与第三行，然后将第二列的 -2 倍加到第三列得 $-E$，且 $|A|>0$，则 A 等于(　)

(A) $-\begin{pmatrix}0&0&1\\-2&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$　　(B) $-\begin{pmatrix}&&1\\&1&-2\\1&&\end{pmatrix}$

(C) $-\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　(D) $\begin{pmatrix} & & 1 \\ -2 & 1 & \\ 1 & & \end{pmatrix}$

得分	评卷人

二、填空题:(9)～(14)小题,每小题4分,共24分.把答案填在题中的横线上.

（9）设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}(1-\dfrac{x^2}{2n}+\dfrac{x}{n^2})^n$，则曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为__________.

(10) 设 f,g 均可微，$z=f(xy,\ln x+g(xy))$，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}-y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$_________。

(11) 设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调可导，$f(0)=1$，f^{-1} 为 f 的反函数，若 $\int_{x^2}^{x^2+f(x)} f^{-1}(t-x^2)\,\mathrm{d}t=x^2e^x$，则 $f(x)=$__________.

(12) 设 D=$\left\{(x,y)\middle|(x-2)^2+(y-2)^2\le 1\right\}$，则 $\iint\limits_D (e^{\frac{x}{y}}-e^{\frac{y}{x}}+2)\,\mathrm{d}\sigma=$_______.

(13) $\lim\limits_{x\to+\infty}\int_x^{x+1}\dfrac{\ln^2 t}{t+1}\mathrm{d}t=$____________.

(14) 设3阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 有3个线性无关的特征向量，$\lambda=3$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的二重特征值，则 $R(\boldsymbol{A}-3\boldsymbol{E})=$______.

三、解答题:(15)～(23)小题，共94分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

得分	评卷人

（15）（**本题满分 10 分**）1.设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域内二阶可导，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=0$，若 $x\to 0$ 时 $\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t\sim x^k-\sin x$，求常数 k 的值及 $f''(0)$。

得分	评卷人

（16）（**本题满分 10 分**）求函数 $z=x^2+y^2-xy$ 在区域 $D:|x|+|y|\le 1$ 上的最大值与最小值。

得分	评卷人

（17）（**本题满分10分**）设 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2}), a_n=\underbrace{\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\cdots+\sqrt{\sin x}}}}_{n\text{项}}$。

（Ⅰ）证明：数列 $\{a_n\}$ 收敛；（Ⅱ）求 $\lim\limits_{n\to\infty}\int_0^{\frac{\pi}{2}} a_n\cos x\,\mathrm{d}x$.

得分	评卷人

（18）（**本题满分10分**）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，$f(0)=0$，且 $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=0$，证明：$\exists\xi\in(0,1)$，使得 $\int_0^{\xi} f(x)\,\mathrm{d}x=\xi f(\xi)$。

得分	评卷人

（19）（**本题满分10分**）半径为 R 的球沉入水中，球面顶部与水面相切，球的密度为 ρ 水的密度为 $\rho_0(\rho>\rho_0)$，要把球完全从水中取出，问至少要做多少功？。

得分	评卷人

（20）（**本题满分 11 分**）设连续曲线 $y=y(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$ 内有定义且是凸的,其上任一点 $(x,y(x))$ 处的曲率为 $\frac{1}{\sqrt{1+(y')^2}}$,且此曲线在点 $(0,1)$ 处切线方程为 $y=x+1$,求函数 $y=y(x)$ 的最大值.

得分	评卷人

（21）（**本题满分 11 分**）设函数 $f(x)=\begin{cases} x, & -1\le x\le 2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ $D=\{(x,y)\,|\,-1\le x\le 5,-2\le y\le 10\}$，求二重积分 $\iint\limits_D f(x^2-y)f(x-1)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$ 的值.

得分	评卷人

（22）（**本题满分 11 分**）设 $\boldsymbol{\alpha}$ 是线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 的解，$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$ 是其导出组的基础解系，令

$$\boldsymbol{\gamma}_1=\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\gamma}_2=\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_t=\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}_t$$

试证：（Ⅰ）$\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\gamma}_1,\boldsymbol{\gamma}_2,\cdots,\boldsymbol{\gamma}_t$ 线性无关；

（Ⅱ） 方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 的任意一解 r 可表示为 $\boldsymbol{\gamma}=l_0\boldsymbol{\alpha}+l_1\boldsymbol{\gamma}_1+l_2\boldsymbol{\gamma}_2+\cdots+l_t\boldsymbol{\gamma}_t$, 其中

$$l_0+l_1+\cdots+l_t=1.$$

得分	评卷人

（23）（**本题满分 11 分**）已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 8 & 2 & 0 \\ 0 & a & 6 \end{pmatrix}$ 能相似对角化，

（1） 求参数 a； (II) 求正交变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Qy}$ 化二次型 $f(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{Ax}$ 化为标准形.

绝密★启用前

2015 年全国硕士研究生入学统一考试

数学二（模拟 2）

考生注意:本试卷共二十三题,满分 150 分,考试时间为 3 小时.

得分	评卷人

一、选择题:（1）～（8）小题,每小题 4 分,共 32 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合要求,将所选项前的字母填在题后的括号里.

（1）设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1+|x|^n+e^{nx}}$，则 $f(x)$ 不可导点个数为（　　）.

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）3

(2) 曲线 $y=\dfrac{x^2+1}{x+1}e^{\frac{1}{x-1}}$ 的渐近线有（ ）。

（A）1条　　（B）2 条　　（C）3 条　　（D）4 条

(3) 设 $f(x), f'(x)$ 为已知的连续函数,则方程 $y'+f'(x)y=f(x)f'(x)$ 的解是(　　)

（A）$y=f(x)-1+ce^{-f(x)}$；　　（B）$y=f(x)+1+ce^{-f(x)}$；

（C）$y=f(x)-c+ce^{-f(x)}$；　　（D）$y=f(x)+ce^{-f(x)}$

(4) 设 $f(0)=f'(0)=0, f''(0)=1, g(x)=\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$，$h(x)=cx^k$，若 $x\to 0$ 时 $g(x)\sim h(x)$，则（ ）.

（A）$c=\dfrac{1}{2},k=2$　　（B）$c=\dfrac{1}{3},k=2$　　（C）$c=\dfrac{1}{3},k=3$　　（D）$c=\dfrac{1}{6},k=3$

(5) 若 $f(x,x^2)=x^3, f_x'(x,x^2)=x^2-2x^4$，则 $f_y'(x,x^2)=$ （　　）

（A）$x+x^3$　　(B) $2x^2+2x^4$　　(C) x^2+x^5　　(D) $2x+2x^2$

(6) 设 $I_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{x}\mathrm{d}x, I_2=\dfrac{4}{\pi^2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{x}{\sin x}\mathrm{d}x$，则（ ）.

（A）$I_1<1<I_2$　　（B）$1<I_2<I_1$　　（C）$I_2<I_1<1$　　（D）$I_2<1<I_1$

(7) 设 A,B,C 是 n 阶矩阵，并满足 ABAC=E,则下列结论中不正确的是

（A）$A^TB^TA^TC^T=E.$　　(B) $BAC=CAB$

(C) $BA^2C=E$　　(D) $ACAB=CABA$

(8) 设 A 是 $m\times n$ 矩阵，$r(A)=n$,则下列结论不正确的是(　)

(A) 若 $AB=O$,则 $B=O$　　(B) 对任意矩阵 B,有 $r(AB)=r(B)$

(C) 存在 B,使得 $BA=E$　　(E) 对任意矩阵 B,有 $r(BA)=r(B)$

得分	评卷人

二、填空题:(9)～(14)小题,每小题 4 分,共 24 分. 把答案填在题中的横线上.

（9）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-2\ln n}{n+3\ln n}\right)^{\frac{n}{\ln n}}=$____________。

(10) $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt[n]{n}})^{\frac{1}{n}}=$____________。

(11) 已知方程 $y''-y=0$ 的积分曲线在点 $O(0,0)$ 处与直线 $y=x$ 相切，则该积分曲线的方程为____________.

(12) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上有连续的导数, $f(1)=1$,且有 $xf'(x)-f(x)=x\sqrt{1-x^2}$,则 $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}\,x=$__________.

(13) 累次积分 $I=\int_0^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}\,y\int_{\frac{\sqrt{3}y}{3}}^{\sqrt{3}y}e^{-(x^2+y^2)}\,\mathrm{d}\,x+\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\mathrm{d}\,y\int_{\frac{\sqrt{3}y}{3}}^{\sqrt{1-y^2}}e^{-(x^2+y^2)}\,\mathrm{d}\,x=$__________ 。

(14) 向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,3,4)^T$， $\boldsymbol{\alpha}_2=(1,3,4,5)^T$， $\boldsymbol{\alpha}_3=(2,4,6,8)^T$， $\boldsymbol{\alpha}_4=(2,6,7,7)^T$ 的一个极大无关组为____________.

三、解答题：(15)～(23) 小题，共 94 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

得分	评卷人

(15)（**本题满分 10 分**）选择常数 a,b,c 的值，使得当 $x\to 0$ 时函数 $a+bx-(1+c\sin x)e^x$ 是 x^3 的高阶无穷小。

得分	评卷人

(16)（**本题满分 10 分**）设 $x_0=25,\ x_n=\arctan x_{n-1}(n=1,2,\cdots)$。（Ⅰ）证明 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 存在，并求它的值；（Ⅱ）求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n-x_{n-1}}{x_n^3}$ 。

得分	评卷人

(17)（**本题满分 10 分**）设 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上连续且满足

$$f(x)=\frac{x}{1+\cos^2 x}+\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin x\,\mathrm{d}\,x$$，求 $f(x)$ 的表达式.

得分	评卷人

(18)（**本题满分 10 分**）设函数 $z=xy+f(u),\ u=g(xy,x^2)$ 且函数 $f(u)$ 具有二阶连续导数， $g(v,w)$ 具有二阶连续偏导数，试求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

得分	评卷人

(19)（**本题满分 10 分**）求二重积分 $I=\iint\limits_D\sqrt{|y-x^2|}\,d\sigma$，其中：积分区域 $D=\{(x,y)\,|\,y=x^2+1,x=0,x=1,y=0$围成$\}$

得分	评卷人

(20)（**本题满分 11 分**）求椭圆 $x^2+2xy+5y^2-16y=0$ 与直线 $x+y=8$ 的最短距离。

得分	评卷人

(21)（**本题满分 11 分**）设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导， $f(a)=a$，且 $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}\,x=\dfrac{1}{2}(b^2-a^2)$。证明：（Ⅰ）$\exists\xi\in(a,b)$ 内，使 $\xi=f(\xi)$；（Ⅱ）在 (a,b) 内存在与（Ⅰ）中的 ξ 相异的点 η 使得 $f'(\eta)=f(\eta)-\eta+1$。

得分	评卷人

（22）（**本题满分 11 分**）已知齐次方程组（Ⅰ）$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = 0 \\ ax_1 + a^2 x_3 = 0 \\ ax_2 + a^2 x_4 = 0 \end{cases}$ 的解全是 4 元方程（Ⅱ）$x_1 + x_2 + x_3 = 0$ 的解。试求：（1）常数 a；（2）齐次方程组（Ⅰ）的解。

得分	评卷人

（23）（**本题满分 11 分**）设二次型 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_{i=1}^{4} x_i^2 + \sum_{1 \le i < j \le 4} 2bx_i x_j$，其中 b 为非零的实数（I）用正交变换，将该二次型化为标准形，并写出所用的正交变换和所得的标准形；（II）求出该二次型正定的充要条件。

20、21全程考研资料请加群712760929

绝密★启用前

2015 年全国硕士研究生入学统一考试

数学二（模拟 3）

考生注意:本试卷共二十三题,满分 150 分,考试时间为 3 小时.

得分	评卷人

一、选择题:(1)～(8)小题,每小题 4 分,共 32 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合要求,将所选项前的字母填在题后的括号里.

（1）设 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=A$，则下列结论正确的是（　　）

(A) 若 $A>0$,则 $\exists M>0$,当 $x>M$ 时有 $f(x)>0$　(B) 若 $A\ge 0$,则 $\exists M\ge 0$,当 $x>M$ 时有 $f(x)\ge 0$

(C) 若 $\exists M>0$,当 $x>M$ 时有 $f(x)>0$,则 $A>0$　(D) 若 $\exists M>0$,当 $x>M$ 时有 $f(x)<0$,则 $A<0$

(2) 设 $f(x)$ 为奇函数，$f'(0)=1, g(x)=\dfrac{f(x)}{|x|}$，则（　　）。

（A）$x=0$ 是 $g(x)$ 的可去间断点　　（B）$x=0$ 是 $g(x)$ 的跳跃间断点

（C）$x=0$ 是 $g(x)$ 的无穷间断点　　（D）$x=0$ 是 $g(x)$ 的第二类但非无穷间断点

(3) 设在全平面上有 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}<0$，$\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}>0$，则保证不等式 $f(x_1,y_1)<f(x_2,y_2)$ 成立的条件是（　）

（A）$x_1>x_2$，$y_1<y_2$．　　（B）$x_1<x_2$，$y_1<y_2$．

（C）$x_1>x_2$，$y_1>y_2$．　　（D）$x_1<x_2$，$y_1>y_2$．

(4) 设函数 $g(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域内连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)}{x}=0$，$f(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域内可导，且满足 $f'(x)=\sin x^2+\int_0^x g(x-t)\,\mathrm{d}t$，则 $x=0$ 关于 $f(x)$（　　）

（A）是极小值点　　（B）是极大值点

（C）点 $(0, f(0))$ 是曲线的拐点　　（D）不是极值点，点 $(0, f(0))$ 也不是曲线的拐点

(5) 设 $z=f(x,y)$ 具有连续偏导数，且 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$，则下列判断不正确的是（　　）

（A）$f_x'(0,0)=f_y'(0,0)=0$　　（B）$f(0,0)=0$

（C）$f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续　　（D）$f(x,y)$ 在（0,0）处不可微

(6) $I=\int_1^e dx\int_0^{\ln x} f(x,y)dy$ 交换积分次序得（其中 $f(x,y)$ 连续）（　　）

（A）$I=\int_1^e dy\int_0^{\ln x} f(x,y)dx$　　（B）$I=\int_{e^y}^e dy\int_0^1 f(x,y)dx$

（C）$I=\int_0^{\ln x} dy\int_1^e f(x,y)dx$　　（D）$I=\int_0^1 dy\int_{e^y}^e f(x,y)dx$

(7) 设 n 阶方阵 A 的伴随矩阵 $A^*\ne 0$, 若 ξ_1,ξ_2,ξ_3 是线性方程组 $Ax=b$ 的三个互不相等的解，则 $Ax=0$ 的基础解系为（）。

（A）$\xi_1-\xi_3$　　(B) $\xi_1-\xi_2,\xi_2-\xi_3$

(C) $\xi_1-\xi_2,\xi_2-\xi_3,\xi_3-\xi_1$　　(D) $\xi_1+\xi_2,\xi_2+\xi_3,\xi_3+\xi_1$

(8) 二次型 $x^TAx=(x_1+2x_2+a_3x_3)(x_1+5x_2+b_3x_3)$ 的正惯性指数 p 与负惯性指数 q 分别是

(A) $p=2,q=1$　　(B) $p=2,q=0$

(C) $p=1,q=1$　　　　(D) 与 a_3,b_3 有关，不能确定。

得分	评卷人

二、填空题：(9)～(14) 小题，每小题 4 分，共 24 分. 把答案填在题中的横线上.

（9）已知 $f(x)=x^2\ln(1+x)$，当 n 为大于 2 的正整数时，则 $f^{(n)}(0)=$______。

(10) 以 $y_1=e^{2x}$，$y_2=xe^{2x}$ 为特解的二阶常系数线性齐次微分方程为______.

(11) $\int_2^{+\infty}\frac{1}{(x-1)^3\sqrt{x^2-2x}}\mathrm{d}x=$______。

(12) 设 g 二阶可导，f 具有二阶连续偏导数，$z=g(xf(x+y,2y))$，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$______

(13) 已知曲线 $y=f(x)$ 与 $y=\sin 2x$ 在原点相切，，则极限：$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_x^0[\int_0^t f(t-u)du]dt}{x\sin 2x^2}=$______

(14) 设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关，$\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+t\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性相关，则 $t=$______.

三、解答题：(15)～(23) 小题，共 94 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

得分	评卷人

（15）（**本题满分 10 分**）设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{\tan x}{x^2}+\frac{f(x)}{x})=3$，求 $f'(0)$。

得分	评卷人

（16）（**本题满分 10 分**）过点 $(1,5)$ 作曲线 $C:y=x^3$ 的切线，设切线为 l。（Ⅰ）求 l 的方程；（Ⅱ）求 l 与曲线 C 所围成的图形 D 的面积；（Ⅲ）求图形 D 位于 y 轴右侧部分绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积。

得分	评卷人

（17）（**本题满分 10 分**）设 $u=f(xy)$ 满足 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=(x^2y^2-2)e^{xy}$，其中 $f(t)$ 在 $t\neq 0$ 时，具有二阶连续导数，求 $f(xy)$.

得分	评卷人

（18）（**本题满分 10 分**）计算二重积分 $I=\iint\limits_D e^{(x+y)^2}dxdy$，其中积分区域为：

$$D=\{(x,y)\big|1\le x+y\le 4,x\ge 0,y\ge 0\}$$

得分	评卷人

（19）（**本题满分 10 分**）设 $M_0(x_0,y_0)$ 是曲线 $y=\ln x$ 上曲率最大的点，且设由 $y=0$、$x=0$、直线 $x=x_0$ 及曲线 $y=\ln x$ 围成的面积为 S_1，而 $y=0$、直线 $x=x_0$ 及曲线 $y=\ln x$ 围成的面积为 S_2，求（I）点 $M_0(x_0,y_0)$；（II）面积比 S_2/S_1.

得分	评卷人

（20）（**本题满分 11 分**）设 $a>1,b>0$，讨论方程 $\log_a^x = x^b$ 有实根时，a,b 所满足的条件。

得分	评卷人

（21）（**本题满分 11 分**） 设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上可导， $f(0)=f(2)=1$，且 $x\in[0,2]$ 时 $|f'(x)|\le 1$，证明：$1\le\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x\le 3$。

得分	评卷人

（22）（**本题满分 11 分**）已知三元二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x^TAx$ 经过正交变换 $x=Py$ 化为标准形 $y_1^2-y_2^2+2y_3^2$.（Ⅰ）求行列式 $|A^*-2A^{-1}|$;（Ⅱ）求 A^3-2A^2-A+4E。

得分	评卷人

（23）（**本题满分 11 分**）设 n 阶矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{n-1},\alpha_n)$ 的前 n-1 个列向量线性相关，后 n-1 个列向量线性无关， $\beta=\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n$。

（1）证明：方程组 $Ax=\beta$ 必有无穷多个解。

（2）若 $(k_1,\cdots,k_n)^T$ 是 $Ax=\beta$ 的任意一个解，则必有 $k_n=1$。