2010 年《数据结构》期终考试试卷（A）

班级　　学号　　姓名

一、简答题（每小题 6 分，共 30 分）

(1) 假设一个线性链表的类名为 linkedList，链表结点的类名为 ListNode，它包含两个数据成员 data 和 link。data 存储该结点的数据，link 是链接指针。下面给定一段递归打印一个链表中所有结点中数据的算法：

```
void PrintList (ListNode *L) {
  if ( L != NULL ) {
      cout << L->data << endl;

      PrintList ( L->link );

  }
}
```

试问此程序在什么情况下不实用？给出具体修改后的可实用的程序？

(1) 此程序在内存容量不足时不适用。因为需要一个递归工作栈。当链表越长，递归工作栈的深度越深，需要的存储越多。可采用非递归算法节省存储。

```
void PrintList (ListNode *L) {
  while ( L != NULL ) {
      cout << L->data << endl;

      L = L->link;

  }
}
```

(2) 如果每个结点占用 2 个磁盘块因而需要 2 次磁盘访问才能实现读写，那么在一棵有 n 个关键码的 2m 阶 B 树中，每次搜索需要的最大磁盘访问次数

是多少?

(2) 在 2m 阶 B 树中关键码个数 n 与 B 树高度 h 之间的关系为 $h \leqslant \log_m((n+1)/2)+1$，那么**每次搜索最大磁盘访问次数为 $2h_{max} = 2\log_m((n+1)/2)+2$。**

(3) 给定一棵保存有 n 个关键码的 m 阶 B 树。从某一非叶结点中删除一个关键码需要的最大磁盘访问次数是多少?

(3) 在 m 阶 B 树中关键码个数 n 与 B 树最大高度 h 的关系为 $h = \log_{\lceil m/2 \rceil}((n+1)/2)+1$。若设寻找被删关键码所在非叶结点读盘次数为 h’，被删关键码是结点中的 k_i，则从该结点的 p_i 出发沿最左链到叶结点的读盘次数为 h−h’。当把问题转化为删除叶结点的 k_0 时，可能会引起结点的调整或合并。极端情况是从叶结点到根结点的路径上所有结点都要调整，除根结点外每一层读入 1 个兄弟结点，写出 2 个结点，根结点写出 1 个结点，假设内存有足够空间，搜索时读入的盘块仍然保存在内存，则结点调整时共读写盘 3(h−1)+1。总共的磁盘访问次数为

$$h'+(h-h')+3(h-1)+1 = 4h-2 = 4(\log_{\lceil m/2 \rceil}((n+1)/2)+1)-2 =$$

$$= 4\log_{\lceil m/2 \rceil}((n+1)/2)+2$$

(4) 给定一个有 n 个数据元素的序列，各元素的值随机分布。若要将该序列的数据调整成为一个堆，那么需要执行的数据比较次数最多是多少?

(4) 设堆的高度为 $h = \lceil \log_2(n+1) \rceil$，当每次调用 siftDown 算法时都要从子树的根结点调整到叶结点，假设某子树的根在第 i 层（$1 \leqslant i \leqslant h-1$），第 h 层的叶结点不参加比较。从子树根结点到叶结点需要比较 h−i 层，每层需要 2 次比较：横向在两个子女里选一个，再纵向做父子结点的比较。因此，**在堆中总的比较次数为**

$$2\sum_{i=1}^{h-1} 2^{i-1}(h-i) = 2\sum_{j=1}^{h-1} 2^{h-j-1}\cdot j = 2\cdot 2^{h-1}\sum_{j=1}^{h-1} 2^{-j}\cdot j = 2\cdot 2^{h-1}\cdot\sum_{j=1}^{h-1}\frac{j}{2^j} \qquad (\text{代换} j = h-i)$$

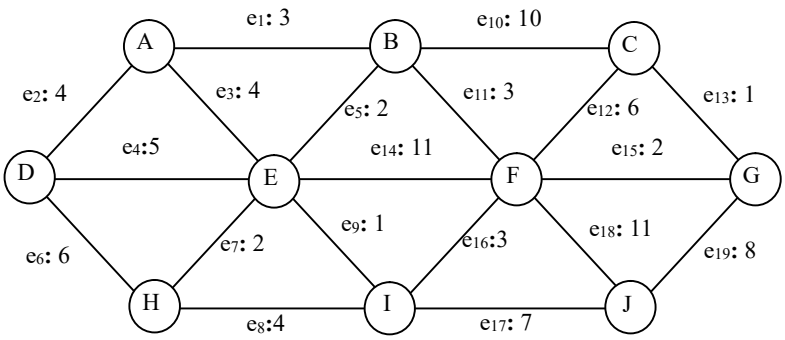
因为 $2^{h-1} \leqslant n \leqslant 2^h-1$，且 $\lim\limits_{h\to\infty}\sum\limits_{j=1}^{h-1}\frac{j}{2^j} = 2$，则 $2\cdot 2^{h-1}\cdot\sum\limits_{j=1}^{h-1}\frac{j}{2^j} \leq 2\cdot n\cdot 2 = 4n$

(5) 设有两个分别有 n 个数据元素的有序表，现要对它们进行两路归并，生成一个有 2n 个数据元素的有序表。试问最大数据比较次数是多少？最少数据比较次数是多少？

(5) 两个长度为 n 的有序表，当其中一个有序表的数据全部都小于另一个有序表的数据时，**关键码的比较次数达到最小（= n）**。而当两个有序表的数据交错排列时，**关键码的比较次数达到最大（= 2n−1）**。

二、简作题（每小题 5 分，共 15 分）

针对如下的带权无向图



其中，每条边上所注的 e_i 为该边的编号，冒号后面是该边所对应的权值。

(1) 使用 Prim 算法，从顶点 A 出发求出上图的最小生成树。要求给出生成树构造过程中依次选择出来的边的序列（用边的编号表示），权值相等时编号小的边优先。（不必画图）

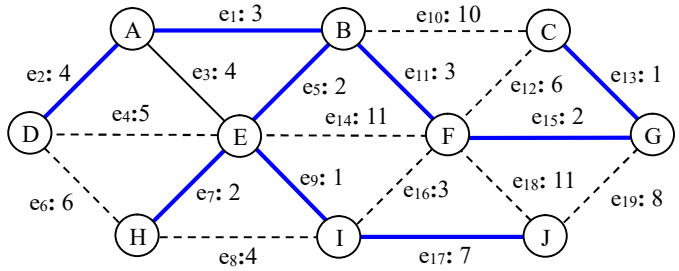
(2) 使用 Kruskal 算法求出上图的最小生成树。要求给出生成树构造过程中依次选择出来的边的序列（用边的编号表示），权值相等时编号小的边优先。（不必画图）

(3) 上面求出的最小生成树是唯一的吗？试举理由说明。

(1) 使用 Prim 算法

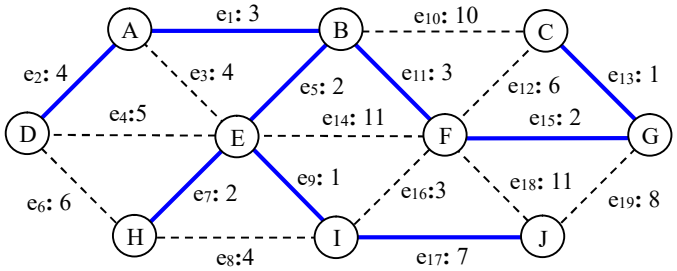
(2)

e1	e5	e9	e7	e11	e15	e13	e2	e17
3	2	1	2	3	2	1	4	7



(2) 使用 Kruskal 算法

e9	e13	e5	e7	e15	e1	e11	e2	e17
1	1	2	2	2	3	3	4	7



(3) 这样**选取的最小生成树是唯一的**。因为在边上的权值相等时先选编号小的，限定了选择的机会。假如不限定在具有相等权值的边中的选择次序，结果可能就可能不唯一了。

三、简作题（共 10 分）

假设一个散列表中已装入 100 个表项并采用线性探查法解决冲突，要求搜索到表中已有表项时的平均搜索次数不超过 4，插入表中没有的表项时找到插

入位置的平均探查次数不超过 50.5。请根据上述要求确定散列表的容量，并用除留余数法设计相应的散列函数。

$$S_n \approx \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{1-\alpha}\right) \qquad U_n \approx \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{(1-\alpha)^2}\right)$$

三、简作题（共 10 分）

$$S_n \approx \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{1-\alpha}\right) \le 4, \quad U_n \approx \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{(1-\alpha)^2}\right) \le 50.5$$

由前一式得到$\alpha \le \frac{6}{7}$，由后一式得到$\alpha \le \frac{9}{10}$，综合得$\alpha \le \frac{6}{7}$

因 n = 100，有$\frac{100}{m} = \alpha \le \frac{6}{7}$，$m \ge \frac{700}{6} = 116.67$，

可取 m = 117。用除留余数法设计散列函数：

Hash(key) = key % 113　　(注：117 不是质数，117 = 9 * 13)

四、算法设计题（每小题 5 分，共 15 分）

设中序线索化二叉树的类声明如下：

```
template <class Type>
struct ThreadNode {                                    //中序线索化二叉树的结点类
    int leftThread, rightThread;                       //线索标志
    ThreadNode<Type> *leftChild, *rightChild;          //线索或子女指针
    Type data;                                         //结点中所包含的数据
};

template <class Type>
class inOrderThreadTree {                              //中序线索化二叉树类
public:
    ThreadNode<Type> * getRoot ( ) { return root; }
```

```
    //其他公共成员函数
    ……
private:
    ThreadNode<Type> *root;                    //树的根指针
};
```

试依据上述类声明，分别编写下面的函数。

(1) ThreadNode<**Type**> * getPreorderFirst (ThreadNode<**Type**> *p);

//寻找以 p 为根指针的中序线索化二叉树在前序下的第一个结点。

(2) ThreadNode<**Type**> * getPreorderNext (ThreadNode<**Type**> *p)

//寻找结点*p 的在中序线索化二叉树中前序下的后继结点。

(3) **void** preorder (inOrderThreadTree<**Type**>**&** T);

//应用以上两个操作，在中序线索化二叉树上做前序遍历。

四、算法设计题（每小题 5 分，共 15 分）

(1)

```
template <class Type>
ThreadNode<Type> * getPreorderFirst (ThreadNode<Type> *p) {
    return p;
}
```

(2)

```
template <class Type>
ThreadNode<Type> * getPreorderNext (ThreadNode<Type> *p) {
    if ( p->leftThread == 0 ) return p->leftChild;

    if (p->rightThread == 0 ) return p->rightChild;

    while ( p->rightThread != 0 && p->rightChild != NULL )

        p = p->rightChild;

    return p->rightChild;
```

```
}
```

(3)
```
template <class Type>
void preorder ( inOrderThreadTree<Type>& T ) {
    ThreadNode<Type> *p = getRoot();
    p = getPreorderFirst ( p );
    while ( p != NULL ) {
        cout << p->data << endl;
        p = getPreorderNext ( p );
    }
}
```

五、算法分析题（每小题 5 分，共 15 分）

下面给出一个排序算法，其中 n 是数组 A[ ]中元素总数。

```
template<class Type>
void unknown (Type a[ ], int n) {
    int d = 1, j;
    while ( d < n /3 ) d = 3*d+1;
    while ( d > 0 ) {
        for ( int i = d; i < n; i++ ) {
            Type temp = a[i];
            j = i;
            while ( j >= d && a[j-d] > temp ) { a[j] = a[j-d];   j -= d; }
            a[j] = temp;
        }
        d /= 3;
    }
}
```

(1) 阅读此算法，说明它的功能。

(2) 对于下面给出的整数数组，追踪第一趟 **while** (d > 0) 内的每次 **for** 循环结束时数组中数据的变化。(为清楚起见，本次循环未涉及的不移动的数据可

以不写出，每行仅写出一个 **for** 循环的变化）

(3) 以上各次循环的数据移动次数分别是多少。

五、算法分析题（每小题 5 分，共 15 分）

(1) 希尔排序

(2) 第一趟 while 循环内各 for 循环结束时数组中数据的变化：

步	a[0]	a[1]	a[2]	a[3]	a[4]	a[5]	a[6]	a[7]	a[8]	a[9]	移动次数
	77	44	99	66	33	55	88	22	44	11	
1	33				77						3
2		44				55					2
3			88				99				3
4				22				66			3
5					44				77		3
6		11				44				55	4

(3) 各趟数据移动次数见表的最右一栏。

六、算法设计题（每小题 5 分，共 15 分）

下面是队列和栈的类声明：

```
template <class Type> class queue {
public:
    queue ( );                              //队列的构造函数
    queue (const queue& qu);                //队列的复制构造函数
    queue& operator= (const queue& qu);     //赋值操作
    bool isEmpty ( );                       //判断队列空否，=1 为空, =0 不空
    Type& getFront ( );                     //返回队头元素的值
```

```
    void push (const Type& item);          //将新元素插入到队列的队尾
    void pop ( );                          //从队列的队头删除元素
    //……                                  //其他成员函数
}

template <class Type> class stack {
public:
    stack ( );                             //栈的构造函数
    bool isEmpty ( );                      //判断栈空否。=1 栈空，=0 不空
    void push ( const stack& item );       //将新元素进栈
    void pop ( );                          //栈顶元素退栈
    Type& getTop ( );                      //返回栈顶元素的值
}
```

试利用栈和队列的成员函数，编写以下针对队列的函数的实现代码（要求非递归实现）。

(1) “逆转”函数 **template <class Type> void** reverse (queue<**Type**>**&** Q);（5 分）

(2) “判等”函数 **bool** queue**::operator**== (**const** queue**&** Q);（5 分）

(3) “清空”函数 **void** queue**::**clear ( );（5 分）

六、算法设计题（每小题 5 分，共 15 分）

(1)
```
#include “stack”
template <class Type>
void reverse (queue<Type>& Q) {                    //普通函数
```

```
    stack <Type> S;    Type tmp;
    while ( !Q.isEmpty() )
        { tmp = Q.getFront();    Q.Pop();    S.Push (tmp); }
    while ( !S.isEmpty() )
        { tmp = S.getTop();    S.Pop();    Q.EnQueue(); }
};
```

(2)
```
bool queue::operator== (const queue& Q) {            //成员函数

    queue<Type> Q1, Q2;    Type t1, t2;    bool finished = true;
    while ( !is.Empty() ) {
        t1 = getFront();    Pop();    Q1.Push(t1);      //从左队列退出, 进临时队列

        t2 = Q.getFront();    Q.Pop();    Q2.Push(t2);//从右队列退出, 进临时队列

        if ( t1 != t2 ) { finished = false; break; }
    }
    while ( !Q1.isEmpty() ) { t1 = Q1.getFront();    Q1.Pop();    Push(t1); }
    while ( !Q.isEmpty() ) { t2 = Q.getFront();    Q.Pop();    Q2.Push(t2); }
    while ( !Q2.isEmpty() ) { t2 = Q2.getFront();    Q2.Pop();    Q.Push(t2); }
}
```

(3)
```
void queue::clear ( ) {                                    //成员函数

    while ( !isEmpty() ) Pop();
};
```