清华大学硕士研究生入学考试

王树民　刘秀成
陆文娟　徐福媛　编著

# 电路原理试题选编

8

TUP
清华大学出版社

Springer
施普林格出版社

ISBN 7-302-05031-7

9 787302 050315 >

定价：15.00 元

清华大学硕士研究生入学考试

# 电路原理试题选编

王树民　刘秀成
陆文娟　徐福媛　编著

清华大学出版社　施普林格出版社

(京)新登字 158 号

## 内 容 简 介

本书选编了清华大学历年来硕士研究生"电路原理"课程的入学考试试题。所有的试题分类选编成 7 章。试题包括了本课程的主要内容。所有试题都给出了较为详细的解答,对部分题目的解题思路和方法做了必要的说明。附录中给出了 1999,2000,2001 年清华大学硕士研究生入学考试电路原理试题。

本书可作为电力、自动化、通信和计算机等专业硕士研究生报考人员的参考书,对学习电路原理课程的学生也会有很大的帮助。

书　名：电路原理试题选编
作　者：王树民　刘秀成　陆文娟　徐福媛　编著
出版者：清华大学出版社(北京清华大学学研大厦,邮编 100084)
　　　　http://www.tup.tsinghua.edu.cn
印刷者：清华大学印刷厂
发行者：新华书店总店北京发行所
开　本：850×1168　1/32　印张：8.375　字数：208 千字
版　次：2001 年 11 月第 1 版　2001 年 11 月第 1 次印刷
书　号：ISBN 7-302-05031-7/TN・124
印　数：0001～4000
定　价：15.00 元

# 前　言

电路原理课程是电力、通信、自动化、计算机等专业的一门重要的专业基础课。编者在多年的电路原理课程的教学实践和硕士研究生入学考试试卷的批阅过程中，深感有些学生和考生对电路的基本概念、基本方法的深入理解和灵活应用上还存在一些问题。为此，我们将清华大学历年来硕士研究生电路原理课程入学考试试题分类选编成此书，以期对相关人员能有所帮助。

全书分为 7 章和附录：电阻电路；正弦电流电路的稳态分析；非正弦周期电流电路稳态分析；动态电路的时域分析；动态电路的复频域分析；二端口网络；网络图论和状态方程；附录包括近三年的硕士研究生入学考试电路原理试卷。所有试题都给出了较为详细的解答，对一些较为复杂和综合性题目的解题思路做了必要的说明，对可用多种方法求解的题目则给出了不同方法的解答或最简单方法的解答。

本书第 1 章由徐福媛编写；第 2，3 章由刘秀成编写；第 4 章由陆文娟编写；第 5 章由徐福媛、陆文娟共同编写；第 6，7 章由王树民编写。由王树民、刘秀成对全书进行了统编。

教研室的多位教师参加过本书试题的命题工作，在此表示衷心感谢。

本书试题的解答虽经编者反复校核，仍难免有错误和不妥之处，敬请读者批评和指正。

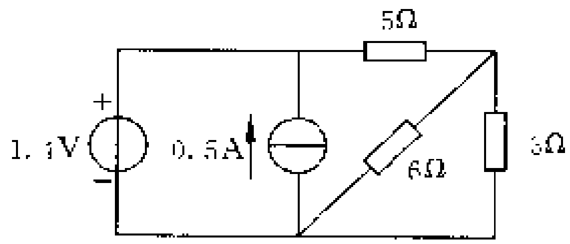
编者

2001 年 9 月

# 目　　录

# 第1章 电阻电路

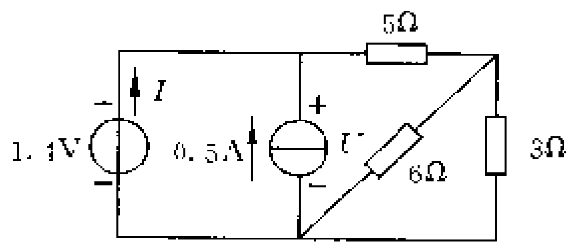
**1-1** 求题图1-1所示电路中1.4 V电压源发出的功率$P_1$和0.5 A电流源发出的功率$P_2$。




题图 1-1

**解** 设电压源中的电流和电流源两端的电压参考方向如题图1-1(a)所示。由题图1-1(a)可得

$$I=-0.5+\frac{1.4}{5+6\ /\!/\ 3}=-0.3\ \text{A},\ U=1.4\ \text{V}$$




题图 1-1(a)

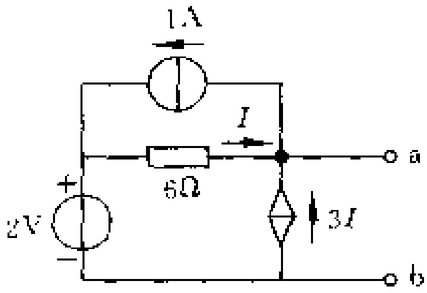
则1.4 V电压源发出的功率为

$$P_1=1.4\times(-0.3)=-0.42\ \text{W}$$

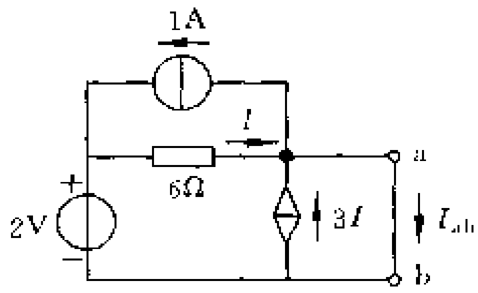
0.5 A电流源发出的功率为

$$P_2=1.4\times 0.5=0.7\ \text{W}$$

**1-2** 电路如题图 1-2 所示。求：(1) a,b 两点间开路电压 $U_{ab}$；(2) a、b 两点间短路电流 $I_{ab}$。



题图 1-2



题图 1-2(a)

**解**

(1) 当 a,b 两端开路时，由 KCL 有 $I+3I=1$，解得 $I=0.25$ A。由此可得开路电压

$$U_{ab}=-6I+2=-0.25\times 6+2=0.5\ \text{V}$$

(2) 设短路电流方向如题图 1-2(a)所示。

由 KCL 有

$$I+3I=1+I_{ab}$$

则

$$I=\frac{1+I_{ab}}{4}$$

由 KVL 有

$$6\times\frac{(1+I_{ab})}{4}=2$$

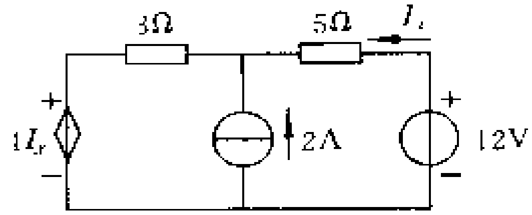
解得 $I_{ab}=\frac{1}{3}$ A。

**1-3** 求题图 1-3 所示电路中的电流 $I_1$。

**解** 由 KCL 及 KVL，有

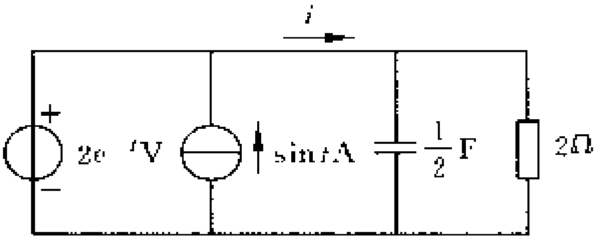
$$5I_1+(2+I_1)\times 3+4I_1=12$$

解得 $I_1=0.5$ A。




题图 1-3

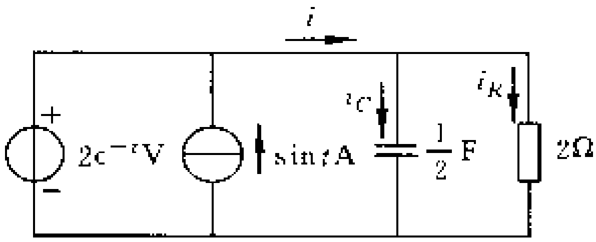
**1-4** 求题图 1-4 所示电路中的电流 $i$。




题图 1-4

**解** 解据电路元件特性及 KCL(题图 1-4(a)所示电路),可得

$$i = i_C + i_R = \frac{1}{2} \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(2\mathrm{e}^{-t}) + \frac{2\mathrm{e}^{-t}}{2} = -\mathrm{e}^{-t} + \mathrm{e}^{-t} = 0$$



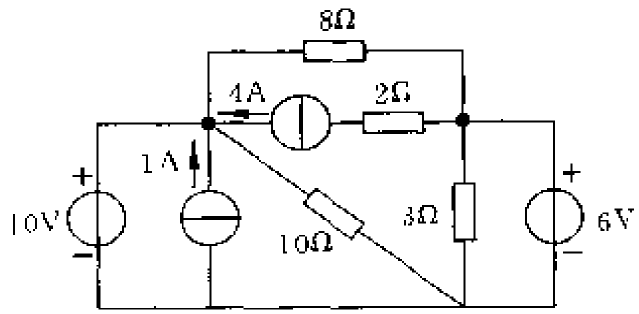

题图 1-4(a)

**1-5** 电路如题图 1-5 所示。求题图中 10 V 电压源发出的功率。

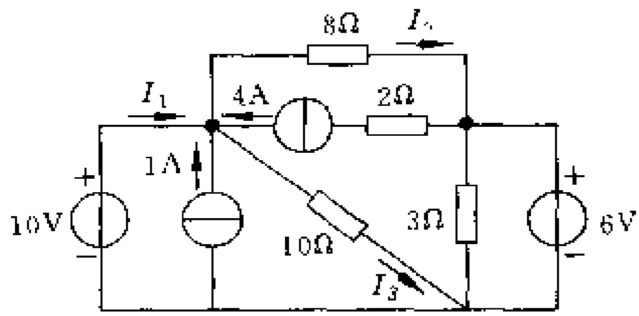
**解** 设所需支路电流如题图 1-5(a)所示。由题图 1-5(a)得

$$I_2 = \frac{10-6}{8} = 0.5\ \mathrm{A},\ I_1 = \frac{10}{10} = 1\ \mathrm{A}$$

由 KCL 可得 10 V 电压源中的电流




题图 1-5



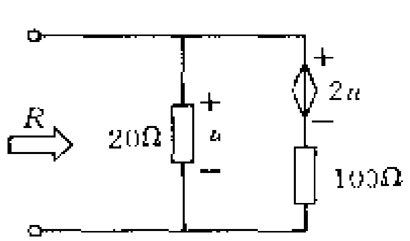

题图 1-5(a)

$$I_1 = -1 - 4 + I_2 + I_3 = -1 - 4 + 0.5 + 1 = -3.5\ \mathrm{A}$$

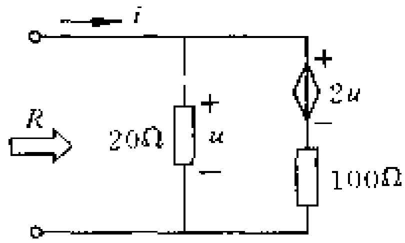
所以 10 V 电压源发出的功率为

$$P = 10I_1 = 10 \times (-3.5) = -35\ \mathrm{W}$$

**1-6** 求题图 1-6 所示电路的入端电阻 $R$。




题图 1-6




题图 1-6(a)

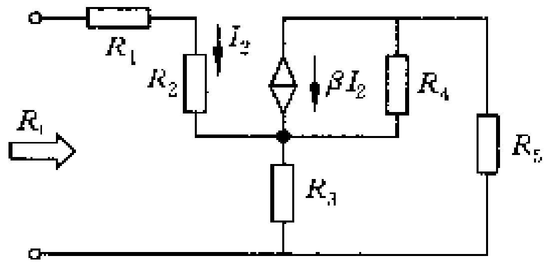
**解** 端口电流如题图 1-6(a)所示。$u$ 即为端口电压。则端口电压、电流的关系为

$$i = \frac{u}{20} + \frac{u-2u}{100} = \frac{4u}{100}$$

则入端电阻为

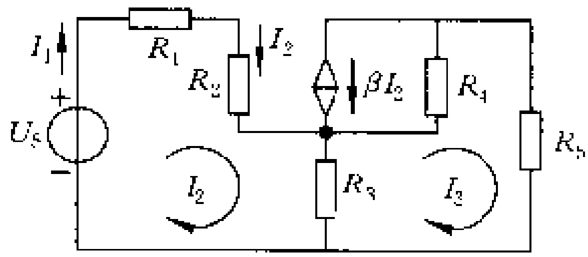
$$R = \frac{u}{i} = 25\ \Omega$$

**1-7** 求题图 1-7 所示电路的入端电阻 $R_i$。图中受控源是电流控制的电流源。




题图 1-7

**解** 用加压求流法求 $R_i$。电路如题图 1-7(a)所示。




题图 1-7(a)

回路方程为

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)I_2 - R_3 I_3 = U_S & (1) \\ -R_3 I_2 + (R_3 + R_4 + R_5)I_3 + \beta I_2 R_4 = 0 & (2) \end{cases}$$

由(2)式得

$$I_3 = \frac{R_3 - \beta R_4}{R_3 + R_4 + R_5} I_2 \qquad (3)$$

将(3)式代入(1)式,得

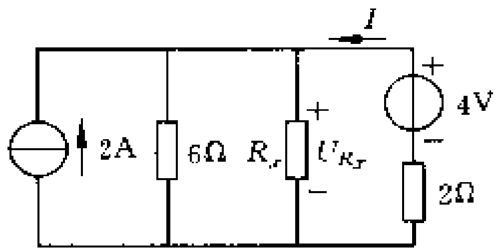
$$U_S = \left[(R_1 + R_2 + R_3) - \frac{R_3 - \beta R_4}{R_3 + R_4 + R_5} R_3\right] I_2$$

则入端电阻为

$$R_i = \frac{U_S}{I_1} = \frac{U_S}{I_2}$$

$$= \frac{(R_1 + R_2 + R_3)(R_3 + R_4 + R_5) - R_3(R_3 - \beta R_4)}{R_3 + R_4 + R_5}$$

**1-8** 电路如题图 1-8 所示。问 $R_x$ 为何值时电流 $I$ 为零?

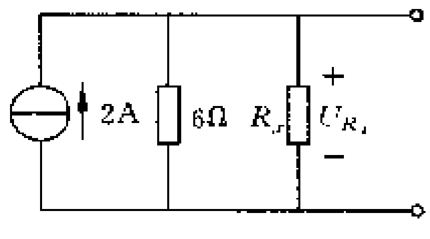



题图 1-8

**解** 当 $U_{R_x}=4$ V 时,$I=0$。$I=0$ 时电路如题图 1-8(a)所示。由题图 1-8(a)有

$$U_{R_x} = \frac{6R_x}{6 + R_x} \times 2 = 4$$

解得 $R_x = 3\ \Omega$。



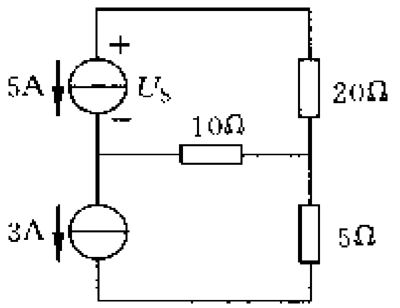

题图 1-8(a)

**1-9** 求题图 1-9 所示电路中 5 A 电流源两端的电压 $U_S$。

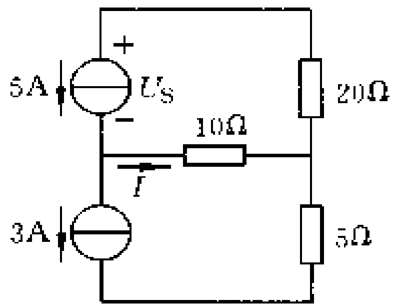
**解** 设电流 $I$ 如题图 1-9(a)所示。由 KCL,有 $I=2$ A。再

由 KVL 有

$$U_S = 20 \times (-5) - 10I = -100 - 20 = -120 \text{ V}$$

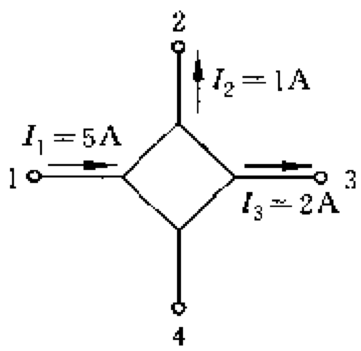



题图 1-9




题图 1-9(a)

**1-10** 题图 1-10 所示四端网络外部若干电压为 $U_{12}=10$ V，$U_{14}=20$ V，$U_{32}=5$ V。电流如图中所注明(电压、电流均为直流)，求这个四端网络所吸收的总功率。




题图 1-10

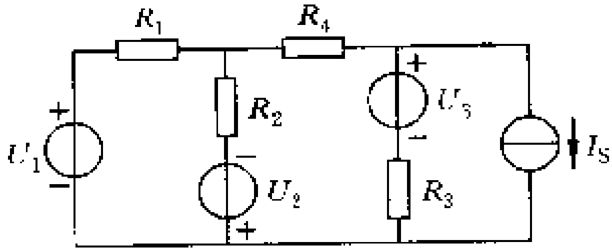
**解** 由 KVL 有 $U_{34}=U_{14}-U_{12}+U_{32}=20-10+5=15$ V

设 4 端为参考点，该四端网络对外等效为三个端口，分别为 1－4，2－4，3－4 端口，则四端网络吸收的总功率为

$$P = I_1U_{14} - I_2U_{24} - I_3U_{34}$$

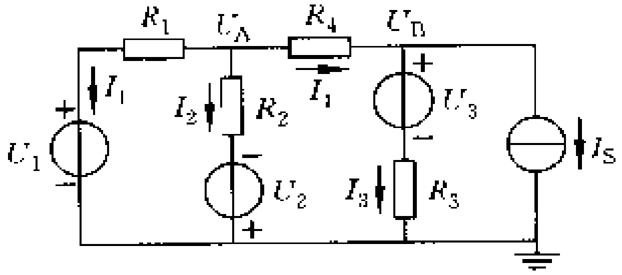
$$= 5 \times 20 - (-10+20) \times 1 - 2 \times 15 = 60 \text{ W}$$

**1-11** 写出用节点电压法求解题图 1-11 所示电路中各节点电压、各支路电流所需的方程式(不必求解，只写方程)。




题图 1-11

**解** 设节点电压和各支路电流如题图 1-11(a)所示。




题图 1-11(a)

节点电压方程为

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_4}\right)U_A-\dfrac{1}{R_4}U_B=\dfrac{U_1}{R_1}-\dfrac{U_2}{R_2} \\ -\dfrac{1}{R_4}U_A+\left(\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_3}\right)U_B=-I_S+\dfrac{U_3}{R_3} \end{cases}$$

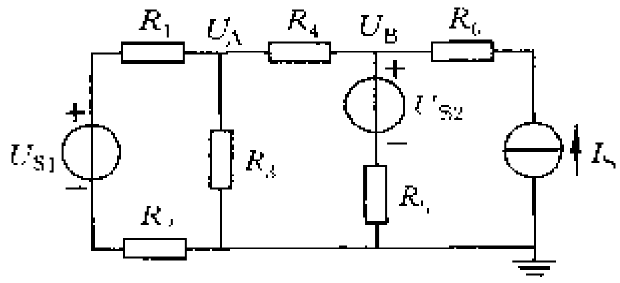
各支流电流为

$$I_1=\frac{U_A-U_1}{R_1},\quad I_2=\frac{U_A+U_2}{R_2}$$

$$I_3=\frac{U_B-U_3}{R_3},\quad I_4=\frac{U_A-U_B}{R_4}$$

**1-12** 写出用节点电压法求题图 1-12 所示电路中节点电压 $U_A$ 和 $U_B$ 所需的方程(只列方程,不必求解)。

**解** 节点电压方程为



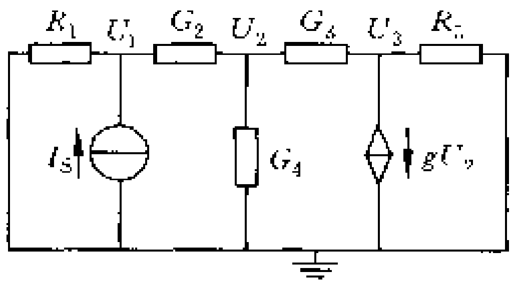

题图 1-12

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{R_2+R_1}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)U_A-\dfrac{1}{R_4}U_B=\dfrac{U_{S1}}{R_1+R_2}\\ -\dfrac{1}{R_4}U_A+\left(\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}\right)U_B=I_S+\dfrac{U_{S2}}{R_5}\end{cases}$$

**1-13** 给定一个网络的节点电压方程组可用下列矩阵方程来表示。试说明该网络中有无受控电源，并画出其具体电路图。

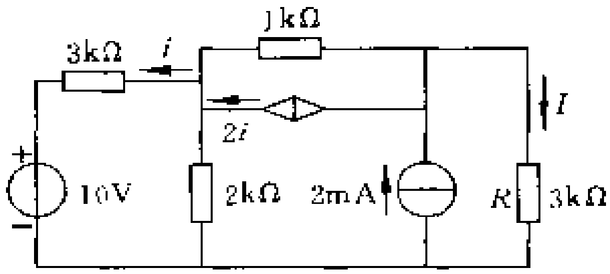
$$\begin{bmatrix}\dfrac{1}{R_1}+G_2 & -G_2 & 0\\ -G_2 & G_2+G_3+G_4 & -G_3\\ 0 & g-G_3 & G_3+\dfrac{1}{R_5}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_1\\U_2\\U_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}I_S\\0\\0\end{bmatrix}$$

**解** 因系数行列式不对称，所以电路中有受控源（压控电流源）。受控源接在节点 3 上，控制量为节点 2 的电压。此方程对应电路如题图 1-13 所示。



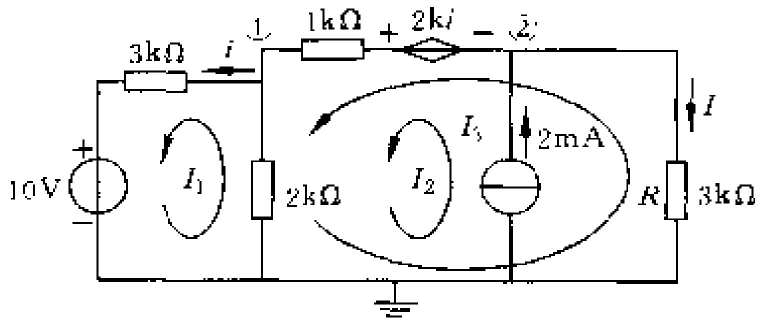

题图 1-13

**1-14** 求题图 1-14 所示电路中流过电阻 $R$ 的电流 $I$。




题图 1-14

**解** 将题图 1-14 中受控电流源转换成受控电压源(题图1-14(a)所示电路)。




题图 1-14(a)

方法 1：回路法

设回路电流如题图 1-14(a)所示，则回路电流方程为

$$\begin{cases} 5I_1 - 2I_2 - 2I_3 = -10 \\ -4I_1 - 3I_2 + 6I_3 = 0 \\ I_2 = 2 \end{cases}$$

解得 $I_3 = -2.45$ mA，则流过电阻 $R$ 的电流 $I = 2.45$ mA。

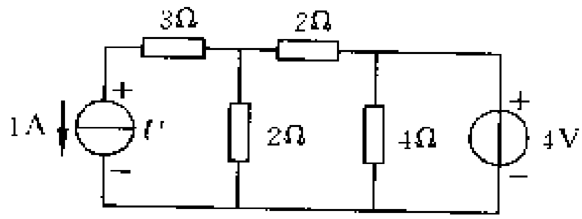
方法 2：节点法

选参考节点如题图 1-14(a)所示，节点电压方程为

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{3}+1+\dfrac{1}{2}\right)U_1-U_2=\dfrac{10}{3}+2i \\ -U_1+\left(1+\dfrac{1}{3}\right)U_2=2-2i \\ i=\dfrac{U_1-10}{3}\end{cases}$$

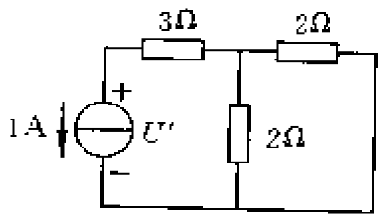
以上 3 式联立求解，得 $U_2=7.36\ \text{V}$，则 $I=\dfrac{7.36}{3}=2.45\ \text{mA}$。

**1-15** 电路如题图 1-15 所示。求图中 1 A 电流源两端的电压 $U$。

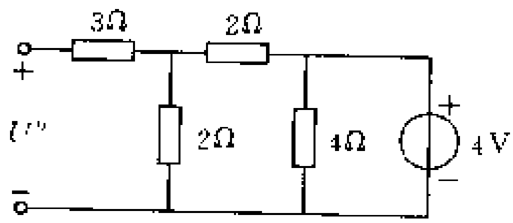



题图 1-15

**解** 按叠加定理将原电路分解为二个分电路如题图 1-15(a)和题图 1-15(b)所示。




题图 1-15(a)




题图 1-15(b)

由题图 1-15(a)得

$$U'=-(3+2//2)\times 1=-4\ \text{V}$$

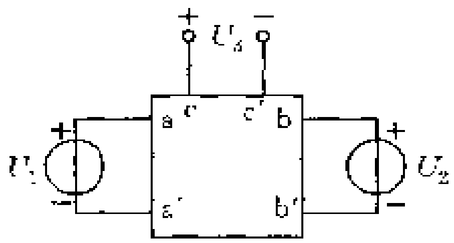
由题图 1-15(b)得

$$U'' = \frac{2}{2+2} \times 4 = 2\ \text{V}$$

则

$$U = U' + U'' = -2\ \text{V}$$

**1-16** 题图 1-16 所示电路方框内是不含有独立电源的线性电阻网络。aa′接直流电压 $U_1$，bb′接直流电压 $U_2$，cc′两端的开路电压为 $U_3$。已知 $U_1 = 2\ \text{V}$，$U_2 = 3\ \text{V}$ 时，$U_3 = 1\ \text{V}$；$U_1 = 3\ \text{V}$，$U_2 = 2\ \text{V}$ 时，$U_3 = 2\ \text{V}$。当 $U_1 = 10\ \text{V}$，$U_2 = 10\ \text{V}$ 时，$U_3$ 的大小应是多少？




题图 1-16

**解** 由叠加定理，可设 $U_3 = K_1 U_1 + K_2 U_2$，代入已知条件有

$$\begin{cases} 1 = K_1 \times 2 + K_2 \times 3 \\ 2 = K_1 \times 3 + K_2 \times 2 \end{cases}$$

解得 $K_1 = -\frac{1}{5}$，$K_2 = \frac{4}{5}$。则

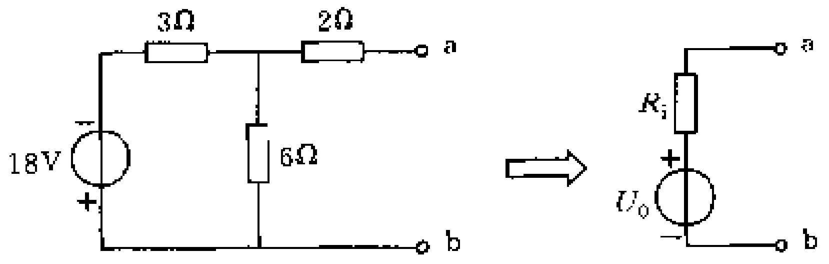
$$U_3 = -\frac{1}{5} \times 10 + \frac{4}{5} \times 10 = 6\ \text{V}$$

**1-17** 求题图 1-17 所示电路的等效二端网络中的 $U_0$ 和 $R_0$。

**解**

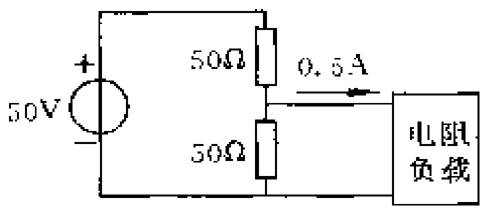
$$U_0 = -\frac{18}{3+6} \times 6 = -12\ \text{V}$$

$$R_0 = 2 + \frac{3 \times 6}{3+6} = 4\ \Omega$$

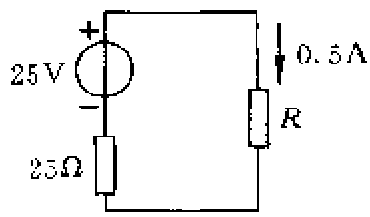



题图 1-17

1-18　求题图 1-18 所示电路中电阻负载吸收的功率。




题图 1-18




题图 1-18(a)

**解**　电阻负载左侧电路的戴维南等效电路如题图 1-18(a)所示。由题图 1-18(a)有

$$0.5 = \frac{25}{25+R}$$

解得 $R=25\ \Omega$。

电阻吸收的功率

$$P = 0.5^2 \times 25 = 6.25\ \text{W}$$

1-19　用戴维南定理求题图 1-19 所示电路中的电流 $I$。

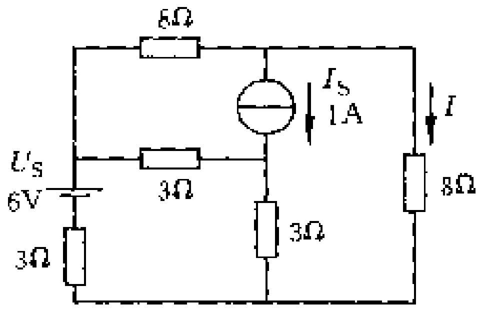
**解**　(1) 求开路电压 $U_0$ 的电路如题图 1-19(a)所示。

列写回路方程

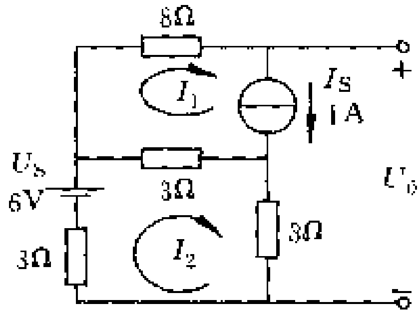
$$\begin{cases} I_1 = 1\ \text{A} \\ 9I_2 - 3I_1 = 6 \end{cases}$$

解得 $I_2=1\ \text{A}, I_1=1\ \text{A}$。

由题图 1-19(a)中外电路的 KVL 方程得




题图 1-19

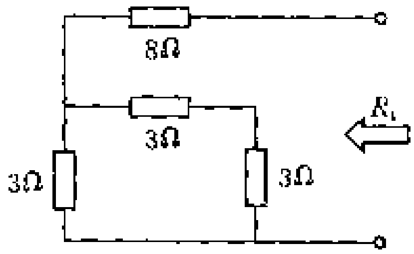



题图 1-19(a)

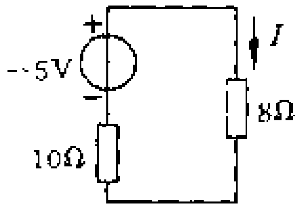
$$U_0 = -8 + 6 - 3 = -5\ \text{V}$$

(2) 求等效内阻 $R_i$ 的电路如题图 1-19(b)所示。可求得

$$R_i = 8 + \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 10\ \Omega$$




题图 1-19(b)

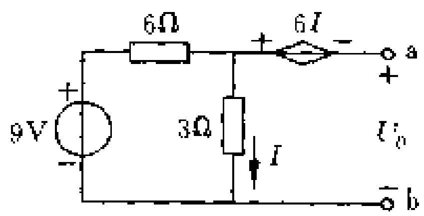



题图 1-19(c)

(3) 戴维南等效电路如题图 1-19(c)所示,并由此求得

$$I = -\frac{5}{18} = -0.278\ \text{A}$$

**1-20** 电路如题图 1-20 所示。




题图 1-20

(1) 求 ab 端口的戴维南等效电路；

(2) 若 a,b 两端接 5 Ω 电阻,求该电阻吸收的功率。

**解** 题图 1-20 所示电路中

$$I = \frac{9}{6+3} = 1\ \text{A}$$

$$U_0 = -6I + 3I = -3I = -3\ \text{V}$$

求内阻电路如题图 1-20(a)所示。图中

$$I = \frac{6I_1}{3+6} = \frac{2}{3}I_1$$

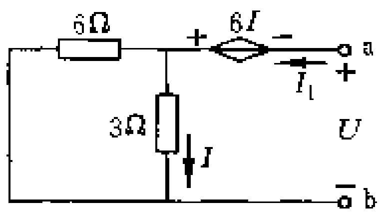
$$U = -6 \times \frac{2I_1}{3} + 3 \times \frac{2I_1}{3} = -2I_1$$

则

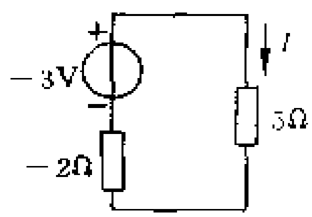
$$R_i = \frac{U}{I_1} = -2\ \Omega$$

其戴维南等效电路如题图 1-20(b)所示。由题图 1-20(b)可得，$I=-1$ A。则电阻吸收的功率为

$$P = I^2R = 5\ \text{W}$$




题图 1-20(a)

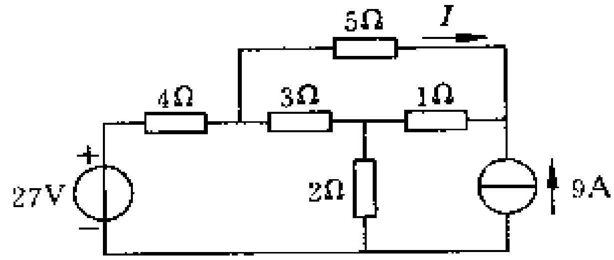



题图 1-20(b)

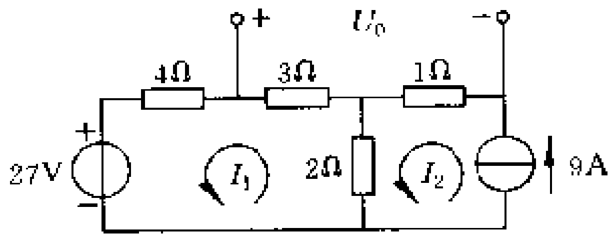
**1-21** 电路如题图 1-21 所示,试用戴维南定理求流过 5 Ω 电阻的电流 $I$。

**解** 求开路电压 $U_0$ 和等效电阻 $R_i$ 的电路如题图 1-21(a)和题图 1-21(b)所示。

由题图 1-21(a)得回路电流方程为




题图 1-21



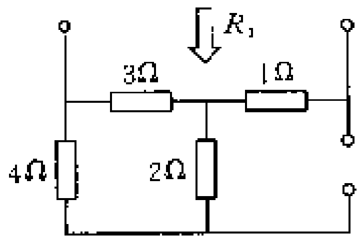

题图 1-21(a)

$$\begin{cases} 9I_1 - 2I_2 = -27 \\ I_2 = 9 \end{cases}$$

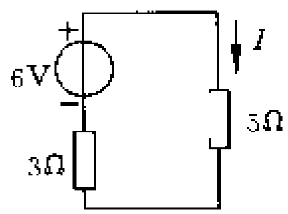
解得 $I_1 = -1$ A。

则

$$U_0 = -3I_1 - 9I_2 = 3 - 9 = -6 \text{ V}$$




题图 1-21(b)




题图 1-21(c)

由题图 1-21(b)得入端电阻

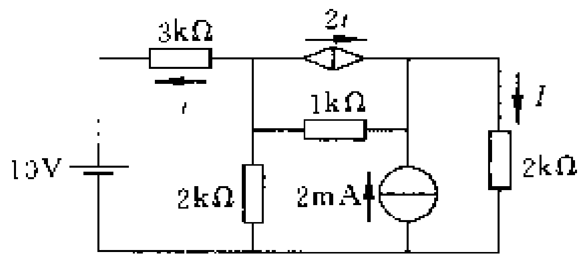
$$R_i = \frac{6 \times 3}{6 + 3} + 1 = 3 \ \Omega$$

其戴维南等效电路如题图 1-21(c)所示。

则

$$I=\frac{-6}{3+5}=-0.75\ \text{A}$$

**1-22** 用戴维南定理求题图 1-22 所示电路中的电流 $I$。

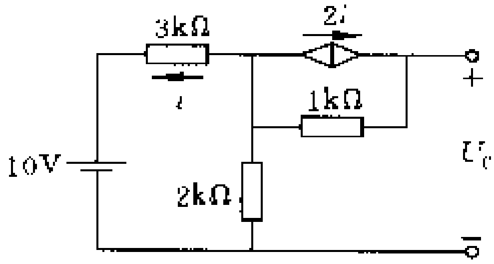



题图 1-22

**解** 电流源左侧开路时的电路如题图 1-22(a)所示，图中

$$i=\frac{-10}{5\times10^3}=-2\ \text{mA}$$

$$U_o=2i\times1-i\times2=0\ \text{V}$$




题图 1-22(a)

用加压求流法求内阻 $R_i$ 的电路如题图 1-22(b)所示，图中

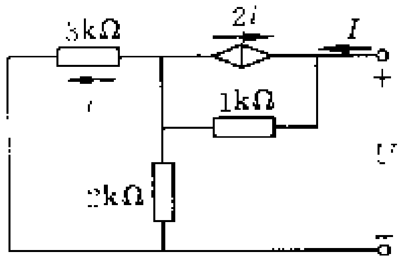
$$i=\frac{2}{5}I$$

由 KVL 可得

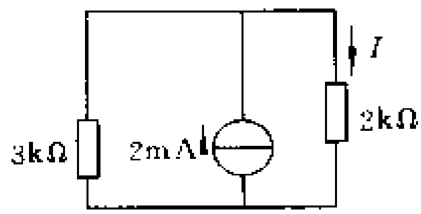
$$U=(I+2i)\times10^3+\frac{6\times10^6}{5\times10^3}I=3\times10^3I$$

则等效内阻 $R_i = \dfrac{U}{I} = 3\ \text{k}\Omega$。

其戴维南等效电路为一 3 kΩ 的电阻，题图 1-22 电路可等效为题图 1-22(c)所示的电路。




题图 1-22(b)

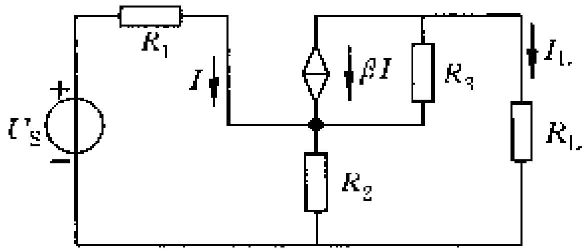



题图 1-22(c)

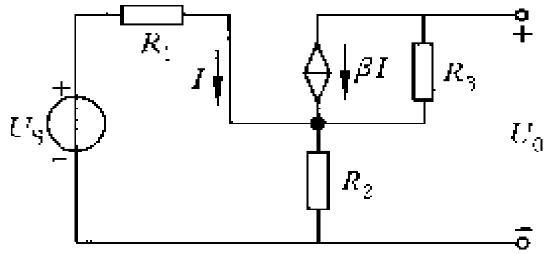
由题图 1-22(c)所示电路，可求得

$$I = \frac{3}{3+2} \times 2 = 1.2\ \text{mA}$$

**1-23** 用戴维南定理求题图 1-23 所示电路中的电流 $I_L$。

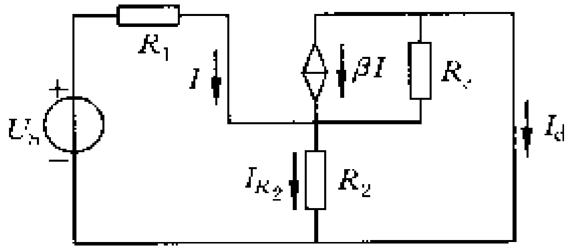



题图 1-23




题图 1-23(a)

**解** 求开路电压 $U_o$ 和求短路电流 $I_d$ 的电路分别如题图 1-23(a),(b)所示。




题图 1-23(b)

题图 1-23(a)中

$$U_o = \frac{R_2}{R_1+R_2}U_S + \frac{-\beta R_3}{R_1+R_2}U_S = \frac{R_2-\beta R_3}{R_1+R_2}U_S$$

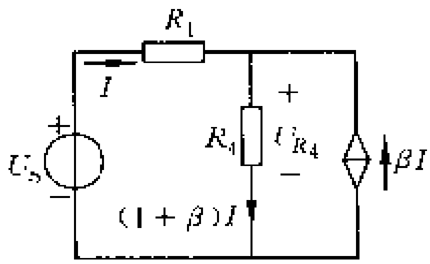
题图 1-23(b)中,$I_d = I - I_{R_2}$。

将题图 1-23(b)所示电路化简为题图 1-23(c)所示电路。图中

$$R_4 = \frac{R_3R_2}{R_3+R_2}$$

可求得电流

$$I = \frac{U_S}{R_1+(1+\beta)R_4}$$




题图 1-23(c)

由题图 1-23(b)有

$$I_{R_2} = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{(1+\beta)R_4U_S}{R_2[R_1+(1-\beta)R_4]}$$

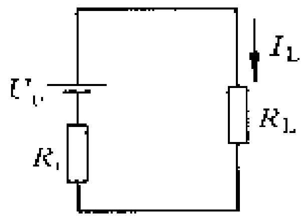
$$\begin{aligned} I_0 &= I - I_{R_2} \\ &= \frac{U_S}{R_1+(1-\beta)R_4} - \frac{(1+\beta)R_4U_S}{R_2[R_1+(1+\beta)R_4]} \\ &= \frac{[R_2-(1+\beta)R_4]U_S}{R_2[R_1+(1+\beta)R_4]} \end{aligned}$$

从而得内阻

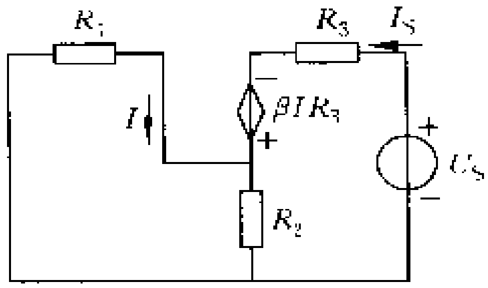
$$\begin{aligned} R_i &= \frac{U_0}{I_0} = \frac{(R_2-\beta R_3)[R_1+(1+\beta)R_4]R_2}{(R_1+R_2)[R_2-(1+\beta)R_4]} \\ &= \frac{R_1R_2+R_1R_3+(1+\beta)R_2R_3}{R_1+R_2} \end{aligned}$$

戴维南等效电路如题图 1-23(d)所示。由此求得

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{U_0}{R_i+R_L} \\ &= \frac{(R_2-\beta R_3)U_S}{R_1R_2+R_1R_3+(1+\beta)R_3R_2+R_1R_L+R_LR_2} \end{aligned}$$




题图 1-23(d)




题图 1-23(e)

求内阻 $R_i$ 也可用加压求流法，电路如题图 1-23(e)所示。由分流公式

$$I = \frac{R_2}{R_1+R_2}I_S$$

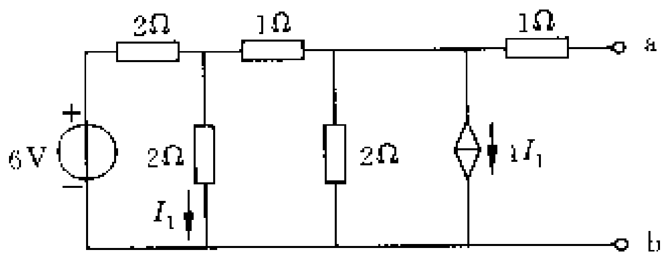
由 KVL

$$U_S = R_3 I_S - \beta R_3 I + (I + I_S) R_2$$

可求得

$$R_i = \frac{U_S}{I_S} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + (1+\beta) R_2 R_3}{R_1 + R_2}$$

**1-24** 求题图 1-24 所示电路 ab 端口的戴维南等效电路。

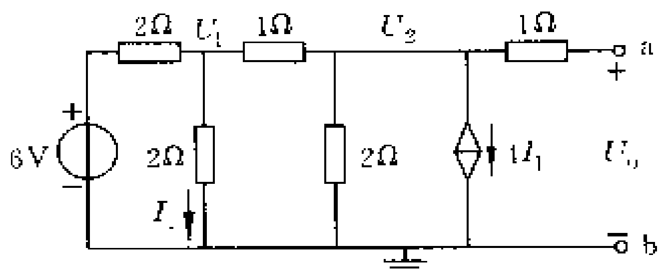



题图 1-24

**解** 题图 1-24(a)所示电路中，ab 端口的开路电压 $U_o = U_2$，求 $U_2$ 的节点电压方程为

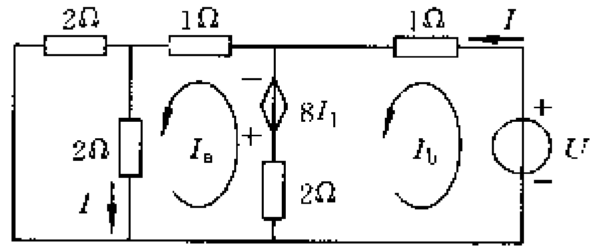
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1\right) U_1 - U_2 = 3 \\ \left(1 + \frac{1}{2}\right) U_2 - U_1 = -4 I_1 \\ I_1 = \frac{U_1}{2} \end{cases}$$

解得 $U_o = U_2 = -0.75\ \text{V}$。




题图 1-24(a)

求内阻 $R_i$ 的电路如题图 1-24(b)所示。




题图 1-24(b)

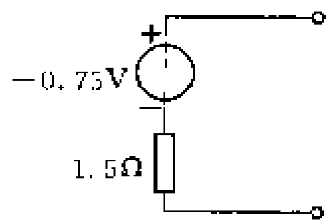
回路电流方程为

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{I_a}{2} \\ (1+2+1)I_a - 2I_b = -8I_1 = -4I_a \\ -2I_a + 3I_b = U + 8I_1 \end{cases}$$

解得 $I = I_b = \dfrac{2U}{3}$。

则

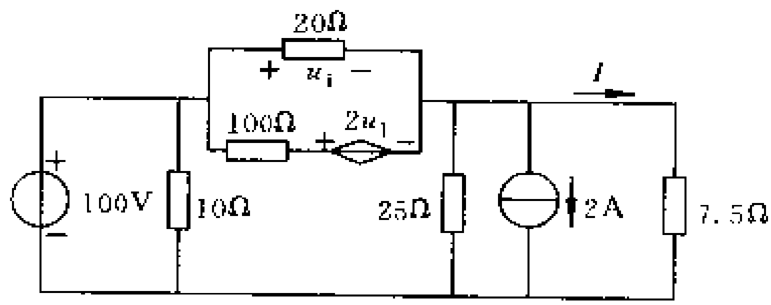
$$R_i = \frac{U}{I} = 1.5\ \Omega$$




题图 1-24(c)

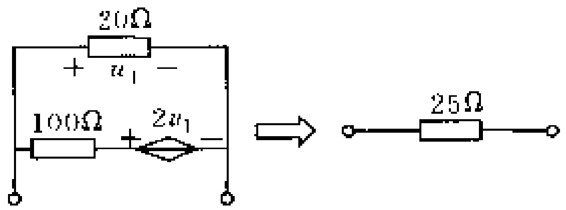
戴维南等效电路如题图 1-24(c)所示。

**1-25** 电路如题图 1-25 所示。求电流 $I$。



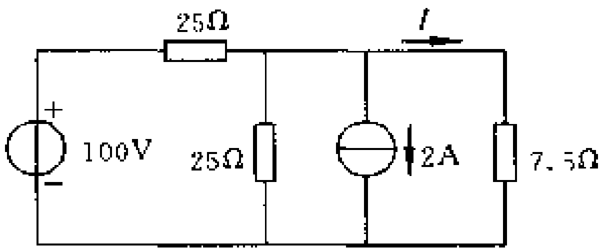

题图 1-25

**解**　题图 1-25 中受控源部分可等效成一电阻，如题图 1-25(a)所示。




题图 1-25(a)

题图 1-25 所示电路可等效为题图 1-25(b)所示电路。




题图 1-25(b)

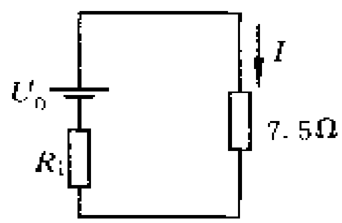
题图 1-25(b)所示电路的戴维南等效电路如题图 1-25(c)所示。其中

$$U_0 = 50 - 2 \times 12.5 = 25\ \text{V},$$

$$R_i = 12.5\ \Omega$$

由题图 1-25(c)所示电路可求得

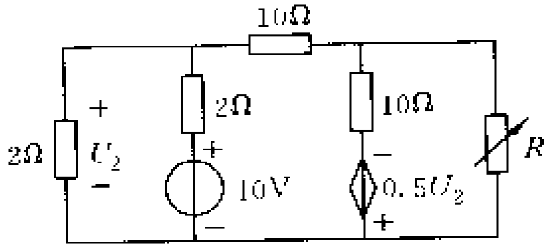
$$I = \frac{25}{12.5 + 7.5} = 1.25\ \text{A}$$



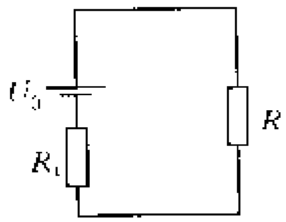

题图 1-25(c)

**1-26**　题图 1-26 所示电路中受控源为压控电压源。问电阻 $R$ 为多大值时获得最大功率？此最大功率是多少？

**解**　题图 1-26 所示电路的戴维南等效电路题图 1-26(a)所示。当 $R=R_i$(匹配)时，$R$ 可获最大功率。

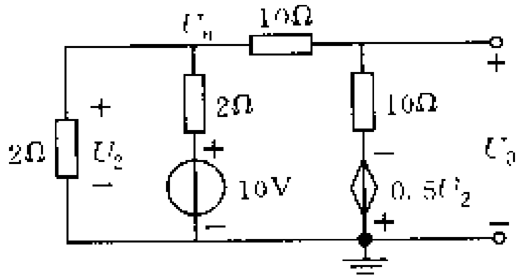



题图 1-26

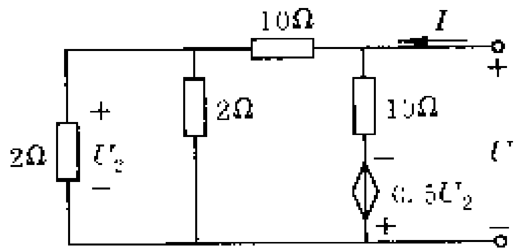



题图 1-26(a)

求戴维南等效电路中开路电压 $U_0$ 和内阻 $R$ 的电路分别示于题图 1 26(b)和题图 1-26(c)。




题图 1-26(b)




题图 1-26(c)

题图 1-26(b)所示电路中，节点电压方程为

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{10+10}\right)U_n=\frac{10}{2}-\frac{0.5U_2}{20}$$

解得 $U_2=U_n=4.65$ V。

则

$$U_0=\frac{4.65+0.5\times4.65}{20}\times10-0.5\times4.65=1.16\text{ V}$$

题图 1-26(c)所示电路中

$$U_2=\frac{1}{11}U$$

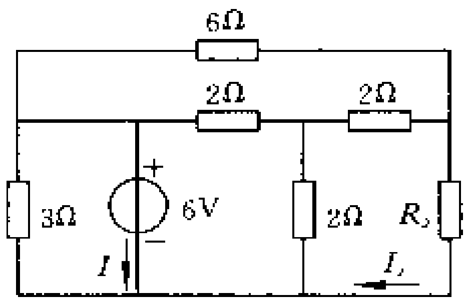
$$I=\frac{U}{10+1}+\frac{U+0.5U_2}{10}=\frac{43}{220}U$$

$$R_i=\frac{U}{I}=5.12\ \Omega$$

由题图 1-26(a)所示电路,可求得

$$P_{\max}=\frac{1.16^2}{4\times 5.12}=0.0657\ \mathrm{W}$$

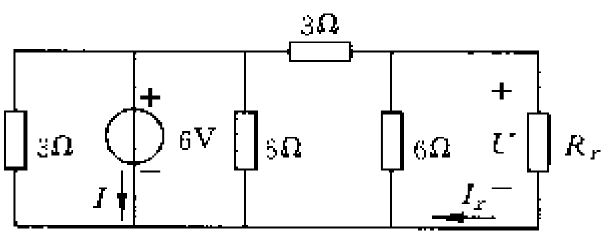
**1-27** 已知题图 1-27 所示电路中电流 $I_x=0.5$ A。求电阻 $R_x$ 及电流 $I$。




题图 1-27

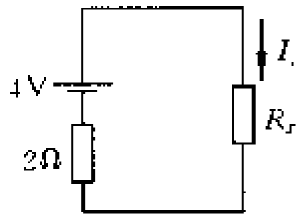
**解** 方法 1:

将题图 1-27 中三个 2 Ω 电阻做Y→△变换,所得电路如题图 1-27(a)所示。

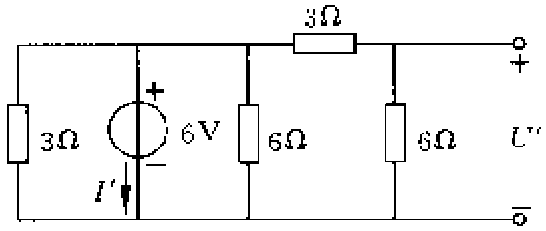



题图 1-27(a)

题图 1-27(a)所示电路的戴维南等效电路如题图 1-27(b)所示。




题图 1-27(b)




题图 1-27(c)

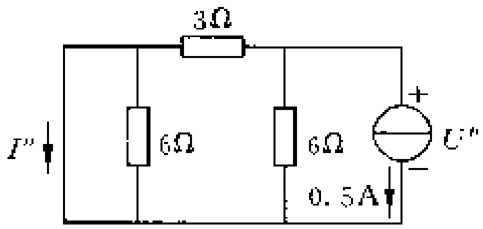
由题图 1-27(b)有 $0.5=\dfrac{4}{2+R_x}$，解得 $R_x=6\ \Omega$。

由题图 1-27(a)电路求得

$$I=-\left(\frac{6}{3}+\frac{6}{6}+\frac{3}{6}+0.5\right)=-4\ \text{A}$$

方法 2：

对题图 1-27(a)电路应用替代定理和叠加定理后，所得电路如题图 1-27(c)，(d)所示。




题图 1-27(d)

题图 1-27(c)所示电路中

$$U'=4\ \text{V},\ I'=-\frac{11}{3}\ \text{A}$$

题图 1-27(d)所示电路中

$$U''=-1\ \text{V},\ I''=-\frac{1}{3}\ \text{A}$$

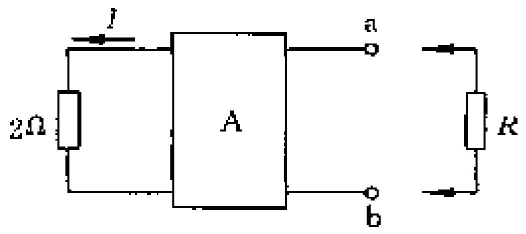
由叠加定理得

$$U = U' + U'' = 4 - 1 = 3\ \text{V}$$

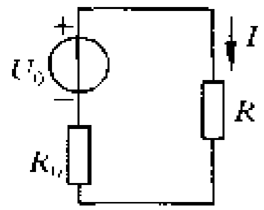
所以，由题图 1-27(a)所示电路得

$$R_i = \frac{U}{I_s} = \frac{3}{0.5} = 6\ \Omega$$

**1-28** 题图 1-28 所示电路中，已知方框内含有独立源、受控源和电阻。当 ab 端接入电阻 $R=4\ \Omega$ 时，测得电压 $U_{ab}=4$ V，2 Ω 电阻中电流 $I=1.5$ A；当 ab 端接入电阻 $R=12\ \Omega$ 时，测得电压 $U_{ab}=6$ V，2 Ω 电阻中电流 $I=1.75$ A。



题图 1-28



题图 1-28(a)

(1) 求 a，b 两端戴维南等效电路。

(2) a，b 两端接入电阻 $R$ 为何值时，2 Ω 电阻中电流 $I=1.9$ A。

**解** 方法 1：a，b 两端戴维南等效电路如题图 1-28(a)所示。由题图 1-28(a)和已知条件有

$$\begin{cases} \dfrac{4}{R_0+4}U_0 = 4 \\ \dfrac{12}{R_0+12}U_0 = 6 \end{cases}$$

解得 $U_0=8$ V， $R_0=4\ \Omega$。

设 $R$ 两端电压为 $U_S$。利用替代定理，原电路等效为题图 1-28(b) 所示。

设 $U_S=1$ V 单独作用，在 2 Ω 电阻产生电流为 $GU_S$；框内电源单独作用，在 2 Ω 电阻产生电流为 $I'$。由叠加定理得

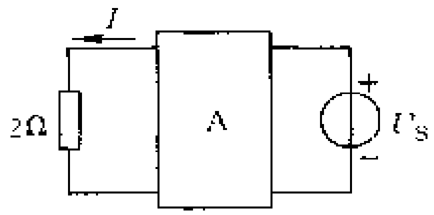
$$\begin{cases} 4G + I' = 1.5 \\ 6G + I' = 1.75 \end{cases}$$

解得 $G=0.125\ \mathrm{S}, I'=1\ \mathrm{A}$。

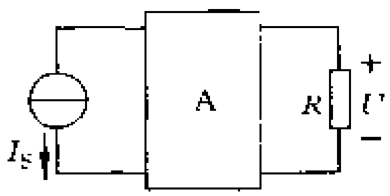
在 2 Ω 电阻中产生 1.9 A 电流所需电压由 $GU_S + I' = 1.9$ 求得 $U_S = 7.2\ \mathrm{V}$。再由题图 1-28(b)有

$$U_S = \frac{R}{R+4} \times 8$$

解得 $R=36\ \Omega$。




题图 1-28(b)




题图 1-28(c)

方法 2：

原电路可等效为题图 1-28(c)所示电路。

设 $I_S = 1\ \mathrm{A}$ 单独作用产生电压为 $U'$；框内电源单独作用产生电压为 $U''$。由题目所给条件，可得

$$\begin{cases} 1.5U' + U'' = 4 \\ 1.75U' + U'' = 6 \end{cases}$$

解得 $U'=8\ \mathrm{V}, U''=-8\ \mathrm{V}$。

则 1.9 A 电流产生电压

$$U = 1.9U' + U'' = 7.2\ \mathrm{V}$$

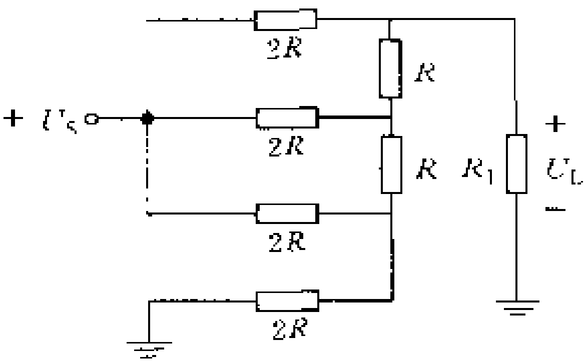
进而求得 $R=36\ \Omega$。

**1 29** 求题图 1 29 所示电路中负载电阻 $R_L$ 上的电压 $U_L$。

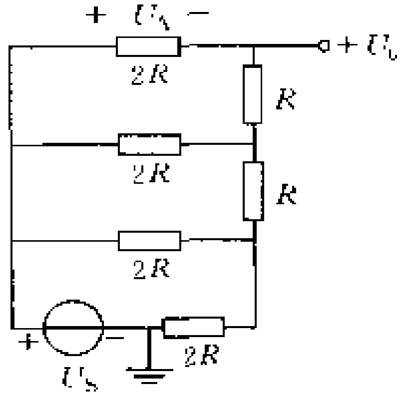
**解** 用戴维南定理求解。

求开路电压 $U_0$ 的电路如题图 1-29(a)所示，可得如下关系式

$$U_0 = -U_A + U_S$$

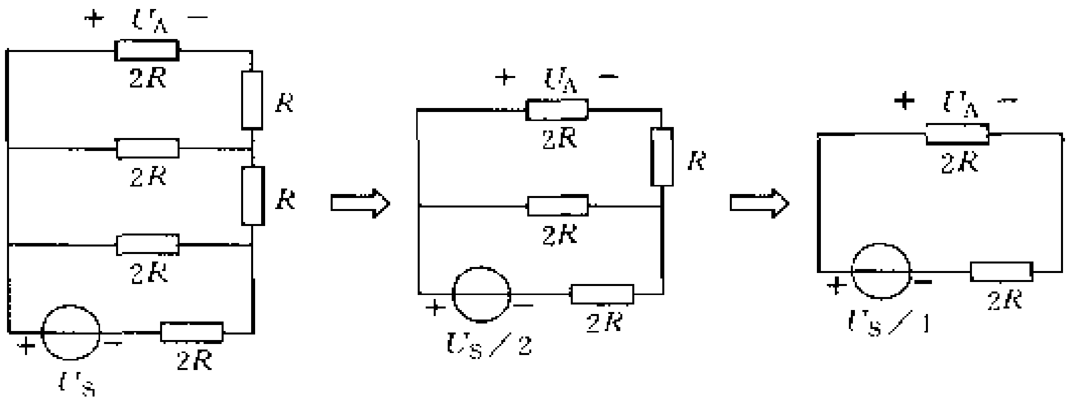


题图 1-29



题图 1-29(a)

$U_A$ 可根据题图 1-29(a)电路由下往上逐级电源等效变换求得(如题图 1-29(b)所示)。



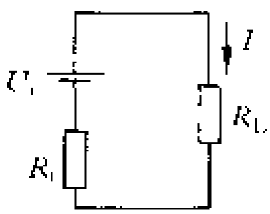
题图 1-29(b)

则

$$U_A = \frac{U_S}{8}, U_0 = -U_A + U_S = \frac{7}{8}U_S$$

由题图 1-29(a)电路求得内阻 $R_i = R$。

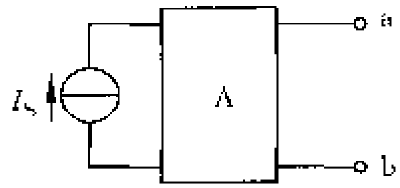
戴维南等效电路如题图 1-29(c)所示，由此得



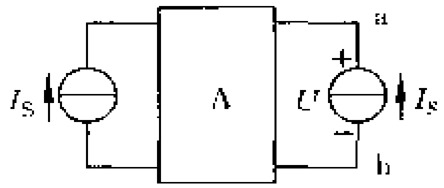
题图 1-29(c)

$$U_L = \frac{U_0}{R + R_L}R_L = \frac{7R_L}{8(R + R_L)}U_S$$

**1-30** 题图 1-30(a)所示电路中，方框内部为一含有独立电源的电阻网络 A。




题图 1-30(a)




题图 1-30(b)

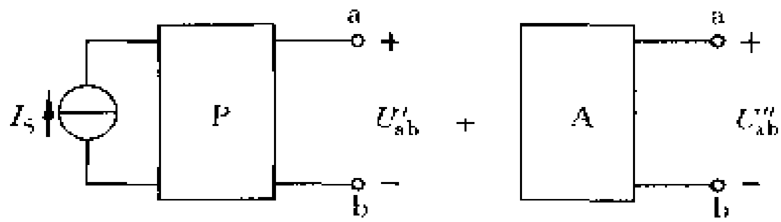
已知(1) 当 $I_S=1$ A 时，a，b 间开路电压 $U_{ab}=5$ V；

(2) 当 $I_S=2$ A 时，a，b 间开路电压 $U_{ab}=7$ V；

(3) 当 $I_S=0$ 时，a，b 间短路电流 $I_{ab}=1$ A。

现在 a，b 间另接一电流源 $I_S'$(题图 1-30(b)所示电路)。求当 $I_S=-3$ A，$I_S'=4$ A 时的电压 $U$。

**解** 对题图 1-30(a)电路应用叠加定理，得题图 1-30(c)所示电路。




题图 1-30(c)

根据已知条件(1)，(2)有

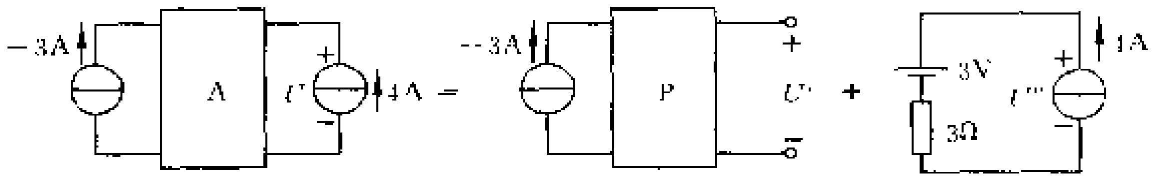
$$\begin{cases} U'_{ab}+U''_{ab}=5 \\ 2U'_{ab}+U''_{ab}=7 \end{cases}$$

解得 $U'_{ab}=2$ V，$U''_{ab}=3$ V。

由已知条件(3)有

$$R_i=\frac{U''_{ab}}{I_{ab}}=\frac{3}{1}=3\ \Omega$$

对题图 1-30(b)电路应用叠加定理，得题图 1-30(d)所示电路。




题图 1-30(d)

题图 1-30(d)所示电路中

$$\begin{cases} U' = 3\times 4 + 3 = 15\ \text{V} \\ U'' = -3\times 2 = -6\ \text{V} \end{cases}$$

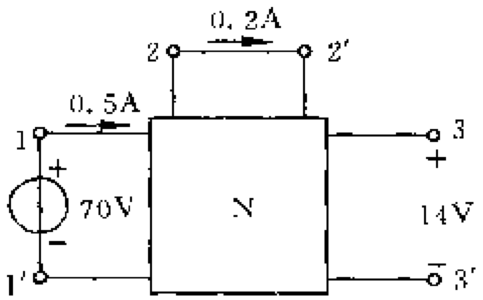
则

$$U = U' + U'' = 15 - 6 = 9\ \text{V}$$

**1-31** 题图 1-31(a)，(b)所示电路中，N 为同一线性无源电阻网络。求题图 1-31(b)电路中

(1) $R = 210\ \Omega$ 时，电流 $i_1$。

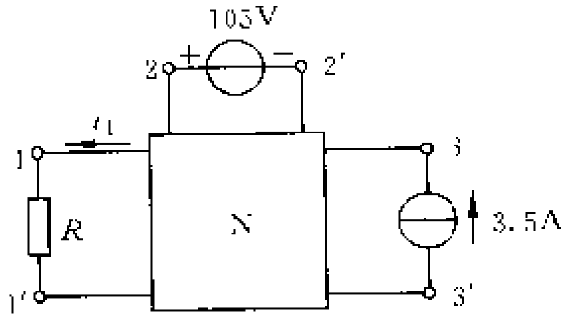
(2) $R$ 为何值时，其上获得最大功率，并求此最大功率。




题图 1-31(a)

**解** 由特勒根定理得

$$u_1\hat{i}_1 + u_2\hat{i}_2 + u_3\hat{i}_3 + \sum_{k=4}^{b} u_k\hat{i}_k = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 + \hat{u}_3 i_3 + \sum_{k=4}^{b}\hat{u}_k i_k \tag{1}$$




题图 1-31(b)

因为

$$\sum_{k=4}^{b} u_k \hat{i}_k = \sum_{k=4}^{b} i_k R_k \hat{i}_k,\quad \sum_{k=4}^{b} \hat{u}_k i_k = \sum_{k=4}^{b} \hat{i}_k R_k i_k$$

则(1)式变为

$$u_1\hat{i}_1 + u_2\hat{i}_2 + u_3\hat{i}_3 = \hat{u}_1 i_1 + \hat{u}_2 i_2 + \hat{u}_3 i_3 \qquad (2)$$

由题目所给条件

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = 70\ \text{V},\ u_2 = 0,\ u_3 = 14\ \text{V},\ i_1 = -0.5\ \text{A}, \\ i_2 = 0.2\ \text{A},\ i_3 = 0 \quad (\text{对应题图 1-31(a)}) \\ \hat{u}_1 = R\hat{i},\ \hat{u}_2 = 105\ \text{V},\ \hat{i}_3 = -3.5\ \text{A}, \\ \hat{u}_3,\ \hat{i}_1,\ \hat{i}_2\ \text{均未知} \quad (\text{对应题图 1-31(b)}) \end{array}\right\} \qquad (3)$$

将(3)式代入(2)式，得

$$70\hat{i}_1 + 0\times\hat{i}_2 + 14\times(-3.5)$$
$$= R\hat{i}_1\times(-0.5) + 105\times 0.2 + \hat{u}_3\times 0$$
$$(70+0.5R)\hat{i}_1 - 49 + 21 = 70$$
$$\hat{i}_1 = \frac{70}{70+0.5R}$$

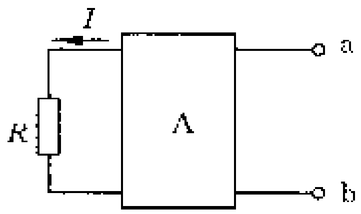
(1) 当 $R=210\ \Omega$ 时，$i_1=\hat{i}_1=0.4$ A。

(2) 由题图 1-31(a)可求出题图 1-31(b)，1，1′右边电路戴维南等效电路中等效内阻 $R_i=70/0.5=110\ \Omega$。所以 $R=110\ \Omega$ 时功率最大，此时

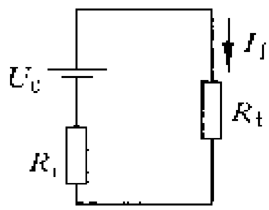
$$i_{1max} = \frac{70}{70 + 0.5 \times 140} = 0.5\ \text{A}$$

$$P_{max} = 0.5^2 \times 140 = 35\ \text{W}$$

**1-32** 题图 1-32 所示电路中，方框部分为含独立源和电阻的网络。当端口 ab 短接时，电阻 $R$ 支路中电流 $I = I_{S1}$。当端口 ab 开路时，电阻 $R$ 支路中电流 $I = I_{S2}$。当端口 ab 间接电阻 $R_f$ 时，$R_f$ 获得最大功率。求端口 ab 间接电阻 $R_f$ 时，流过 $R$ 支路的电流 $I$。




题图 1-32(a)



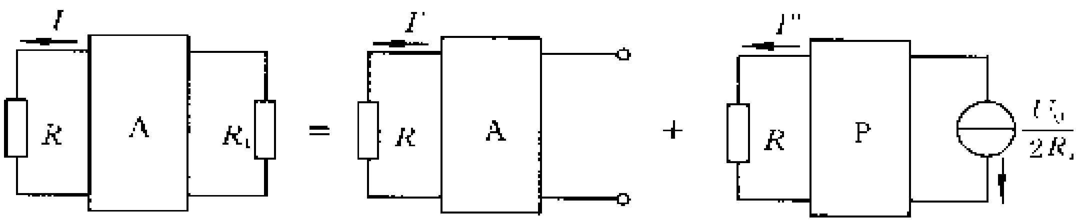

题图 1-32(b)

**解** 题图 1-32(a)的戴维南等效电路如题图1-32(b)所示。

设流过 $R_f$ 的电流为 $I_f$，当 $R_f = R_i$ 时 $R_f$ 获最大功率

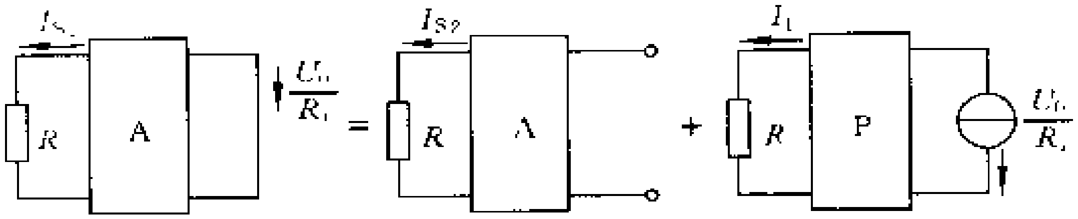
$$I_f = \frac{U_0}{2R_i}$$

根据叠加定理和替代定理将待求电路分为两个电路如题图 1-32(c)所示。




题图 1-32(c)

根据已知条件并应用叠加定理和替代定理得电路如题图 1-32(d) 所示。



题图 1-32(d)

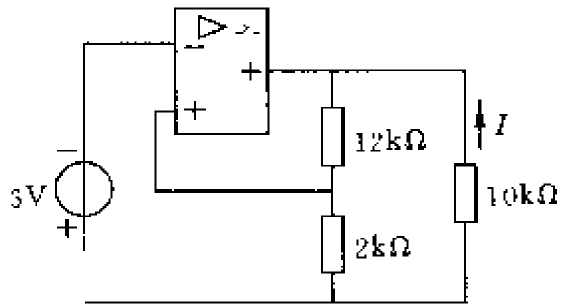
比较题图 1-32(c)和题图 1-32(d)，可得

$$I' = I_{S2}, I'' = \frac{I_1}{2} = \frac{I_{S1} - I_{S2}}{2}$$

所以

$$I = I' + I'' = I_{S2} + \frac{I_{S1} - I_{S2}}{2} = \frac{I_{S1} + I_{S2}}{2}$$

**1-33** 求题图 1-33 所示电路中的电流 $I$(运算放大器为理想运算放大器)。



题图 1-33

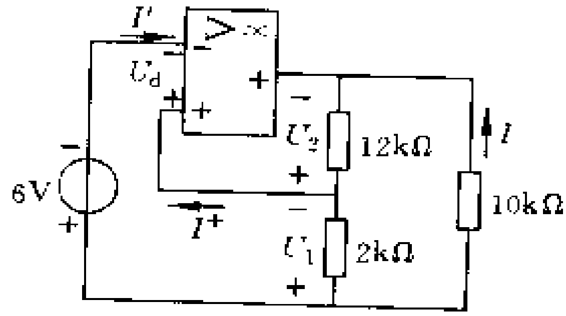
**解** 分析运算放大器电路的关键是运算放大器电路两输入端的虚短路和虚开路特性。由题图 1-33(a)所示的运算放大器两端输入端的虚短路和虚开路特性，可得

$$\begin{cases} U_{ab} = 0(\text{虚短路}) \\ I^- = I^+ = 0(\text{虚开路}) \end{cases}$$

$$U_1 = 6\ \text{V}$$

$$U_2 = \frac{U_1}{2} \times 12 = 6U_1 = 36\ \text{V}$$

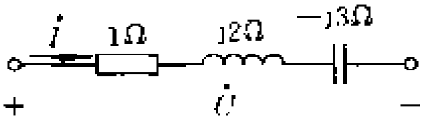
$$I = \frac{U_1 + U_2}{10} = \frac{42}{10} = 4.2\ \text{mA}$$




题图 1-33(a)

# 第 2 章　正弦电流电第的稳态分析

**2-1**　题图 2-1 所示的一段支路有角频率为 $\omega$ 的正弦电流。已知此电流的有效值是 1 A。求此支路两端的电压有效值。

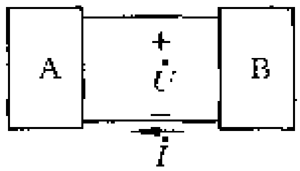



题图 2-1

**解**

$$U=\sqrt{1^2+(2-3)^2}\times 1=\sqrt{2}\ \text{V}$$

**2-2**　题图 2-2 所示电路中，已知 $\dot{U}=1\angle 0^\circ$ V，$\dot{I}=\sqrt{2}\angle 135^\circ$ A。规定电感负载所吸收的无功功率为正值。求网络 A 向 B 所发出的有功功率和无功功率。




题图 2-2

**解**　网络 A 向网络 B 发出的复功率为

$$\bar{S}=\dot{U}\dot{I}^*=1\angle 0^\circ\times\sqrt{2}\angle-135^\circ=-1-\text{j}1\ \text{VA}$$

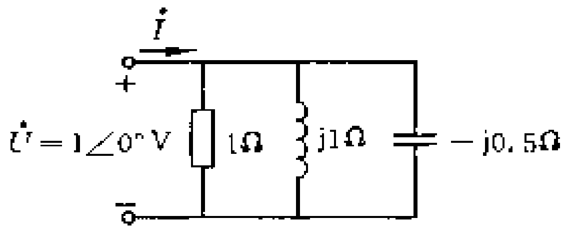
所以，网络 A 向 B 所发出的有功功率和无功功率分别为 −1 W 和 −1 var。

**2-3**　正弦电流电路如题图 2-3 所示。求此电路中的总电流 $\dot{I}$ 的有效值。

**解**

$$\dot{I}=(1-\text{j}1+\text{j}2)\dot{U}=(1+\text{j}1)\times 1\angle 0^\circ=\sqrt{2}\angle 45^\circ\ \text{A}$$

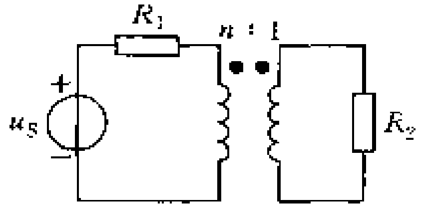
即电流 $\dot{I}$ 的有效值为$\sqrt{2}$A。



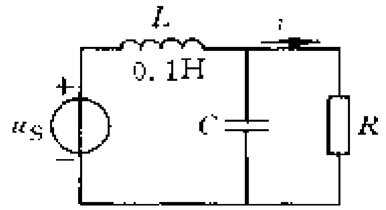

题图 2-3

**2-4** 题图 2-4 所示电路中含有一个理想变压器，其变比为 $n:1$，电源电压 $u_S$ 是幅值一定的正弦形电压。当 $R_2$ 为何值时，它得到的功率最大？

**解** 将副边电阻 $R_2$ 折算至原边为 $R_2'=n^2R_2$。当 $R_2'=R_1$ 时，$R_2'$ 获得最大功率，即 $R_2$ 获得最大功率。此时 $R_2=R_1/n^2$。




题图 2-4




题图 2-5

**2-5** 已知 $u_S(t)=\sqrt{2}\sin 10^4 t$ V。问 $C$ 为何值时，电流 $i$ 大小与 $R$ 无关？

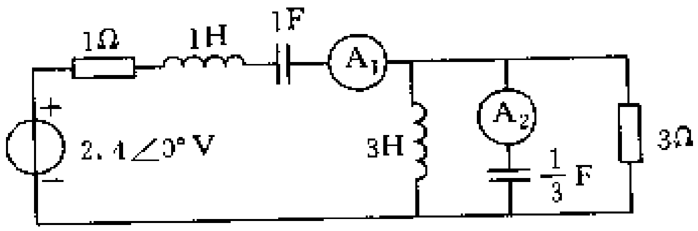
**解** 作 $R$ 支路左端电路的诺顿等效电路。要使电流 $i$ 大小与电阻 $R$ 无关，则等效导纳应为零，即

$$Y=\mathrm{j}\omega C+\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}=0$$

解得

$$C=\frac{1}{\omega^2 L}=\frac{1}{10^8\times 0.1}=0.1\ \mu\mathrm{F}$$

**2-6** 电路如题图 2-6 所示。已知 $\omega=1$ rad/s。求电流表 $A_1$ 和 $A_2$ 的读数（有效值）。




题图 2-6

**解** 1 H电感和1 F电容发生串联谐振，3 H电感和$\frac{1}{3}$ F电容发生并联谐振。

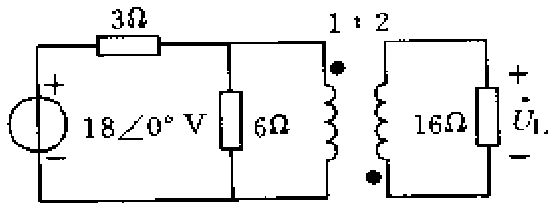
电流表 $A_1$ 的读数为

$$I_{A_1}=\frac{2.4}{1+3}=0.6\ \text{A}$$

电流表 $A_2$ 的读数为

$$I_{A_2}=\left(1\times\frac{1}{3}\right)\times 3I_{A_1}=0.6\ \text{A}$$

**2-7** 电路如题图 2-7 所示。求电压 $\dot{U}_L$。




题图 2-7

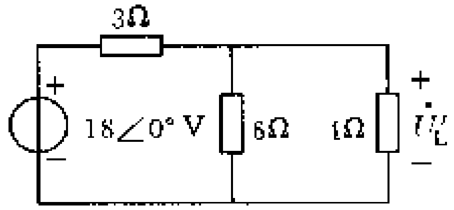
**解** 将变压器副边电阻折算至原边，等效电路如题图 2-7(a)所示。

由等效电路求得

$$\dot{U}'_L=\frac{6//4}{3+6//4}\times 18\angle 0^\circ=8\angle 0^\circ\ \text{V}$$

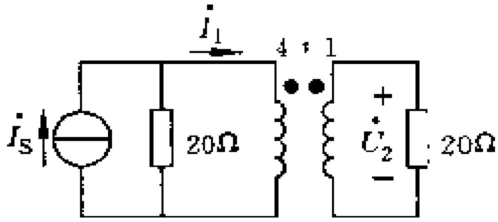
所以

$$\dot{U}_L=-2\dot{U}'_L=16\angle 180^\circ\ \text{V}$$




题图 2-7(a)

**2-8** 已知题图 2-8 电路中 $\dot{I}_S=10\angle 0°$ A。求电压 $\dot{U}_2$ 和电流 $\dot{I}_1$。



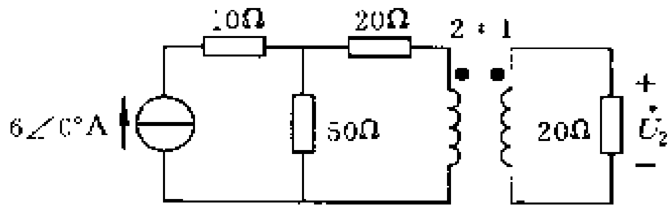

题图 2-8

**解** 将副边 20 Ω 电阻折算至原边为 $4^2\times20=320$ Ω。则有

$$\dot{I}_1=\frac{20}{20+320}\dot{I}_S=\frac{20}{340}\times10\angle 0°=0.588\angle 0°\ \text{A}$$

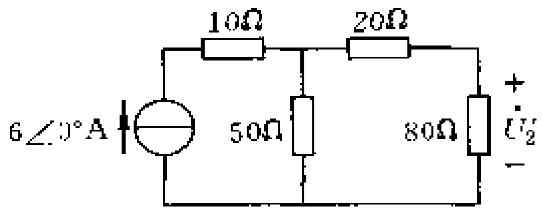
$$\dot{U}_2=\frac{1}{4}(320\dot{I}_1)=47.1\angle 0°\ \text{V}$$

**2-9** 电路如题图 2-9 所示。求电压 $\dot{U}_2$。




题图 2-9

**解** 先将副边电阻折算至原边，可得题图 2-9(a)等效电路。




题图 2-9(a)

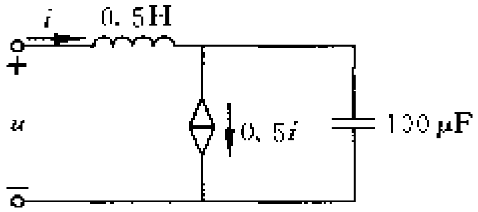
由等效电路可得

$$\dot{U}'_2 = \frac{50}{50+20+80} \times 6\angle 0^\circ \times 80 = 160\angle 0^\circ\ \text{V}$$

由理想变压器特性，可得副边电压

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{2}\dot{U}'_2 = 80\angle 0^\circ\ \text{V}$$

**2-10** 求题图 2-10 所示电路发生谐振时的角频率 $\omega_0$。




题图 2-10

**解** 由其相量模型，可得

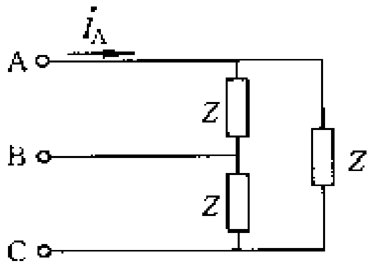
$$\dot{U} = \mathrm{j}0.5\omega\dot{I} + \frac{1}{\mathrm{j}10^{-4}\omega}(\dot{I} - 0.5\dot{I}) = \left(\mathrm{j}0.5\omega + \frac{0.5}{\mathrm{j}10^{-4}\omega}\right)\dot{I}$$

根据谐振的定义，当电路发生谐振时，有

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \mathrm{j}0.5\omega_0 + \frac{0.5}{\mathrm{j}10^{-4}\omega_0} = 0$$

由此可得谐振角频率为 $\omega_0 = 100$ rad/s。

**2-11** 对称三相电路如题图 2-11 所示。$Z = 30 + \mathrm{j}40\ \Omega$，线电压 $\dot{U}_{AB} = 220\angle 0^\circ$ V。求线电流 $\dot{I}_A$。

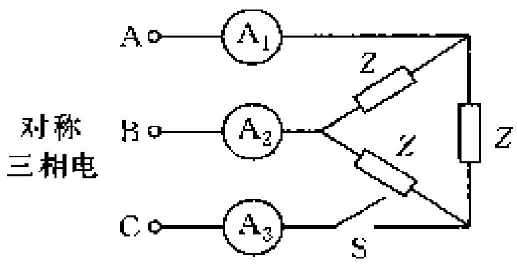



题图 2-11

**解** $\dot{I}_A=\sqrt{3}\,\dfrac{\dot{U}_{AB}}{Z}\angle-30°=\sqrt{3}\times\dfrac{220}{30+j40}\angle-30°$

$=7.62\angle-83.1°$ V

**2-12** 题图 2-12 所示电路中，当开关 S 闭合时，三个电流表的读数均为 1 A。求开关 S 打开时，电流表 $A_1$ 的读数。



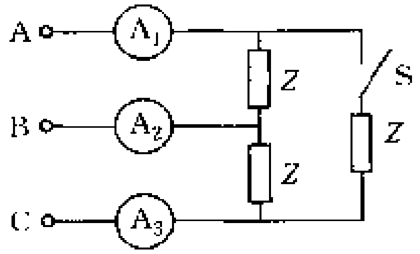

题图 2-12

**解** 当 S 闭合时，三个电流表的读数均为 $\dfrac{\sqrt{3}U_{AB}}{|Z|}=1$ A。当 S 打开时，电流表 $A_1$ 的读数为

$$I_{A_1}=\frac{U_{AB}}{|Z//2Z|}=\frac{U_{AB}}{\frac{2}{3}|Z|}=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{3}U_{AB}}{|Z|}=0.866\ \text{A}$$

**2-13** 题图 2-13 所示电路为一三相电路，电源为对称三相电源。开关 S 闭合时，三个电流表的读数均为 5 A。求开关 S 打开后三个电流表的读数。

**解** 当开关 S 闭合时，电路为对称三相电路，三个电流表中的

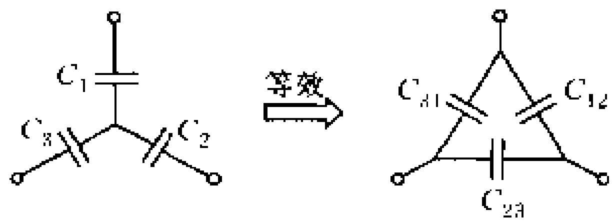



题图 2-13

电流均为线电流，此时每相负载中的相电流为 $5/\sqrt{3}=2.89$ A。

开关 S 打开后，一相负载断路，其余两相负载两端的电压不变，其中的电流也不变，所以电流表 $A_2$ 的读数仍为 5 A。而 $A_1$，$A_3$ 中的电流相当于对称运行时的相电流，即此时 $A_1$，$A_3$ 的读数为 2.89 A。

**2-14** 已知题图 2-14 中Y接网络中的电容参数 $C_1$、$C_2$，$C_3$。求其△接等效网络中的电容参数 $C_{12}$，$C_{23}$，$C_{31}$。




题图 2-14

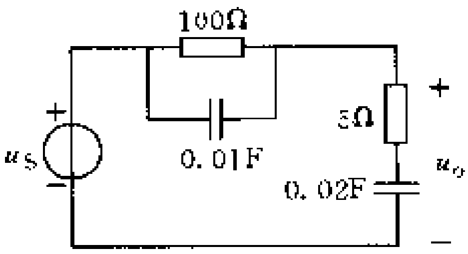
**解** 根据阻抗的Y-△变换方法，得

$$C_{12}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2+C_3},$$

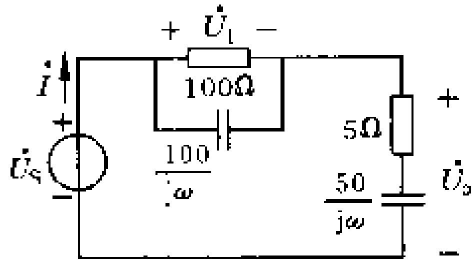
$$C_{23}=\frac{C_2C_3}{C_1+C_2+C_3},$$

$$C_{31}=\frac{C_3C_1}{C_1+C_2+C_3}$$

**2-15** 题图 2-15 所示正弦稳态电路中，已知 $u_S=\sin\omega t$ V，问 $\omega$ 为多少时，$u_o$落后 $u_S$？

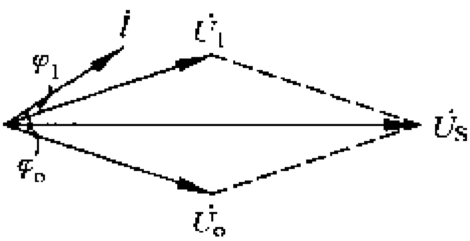



题图 2-15




题图 2-15(a)

**解** 可作出原电路的相量模型(题图 2-15(a))及相量图(题图 2-15(b))。




题图 2-15(b)

分别令

$$Z_1=\frac{100\times\frac{100}{j\omega}}{100+\frac{100}{j\omega}}=\frac{100}{1+j\omega}=|Z_1|\angle\varphi_1\ \Omega$$

$$|\varphi_1|=\arctan\frac{100\omega}{100}=\arctan\omega$$

$$Z_o=5+\frac{50}{j\omega}=|Z_c|\angle\varphi_o\ \Omega$$

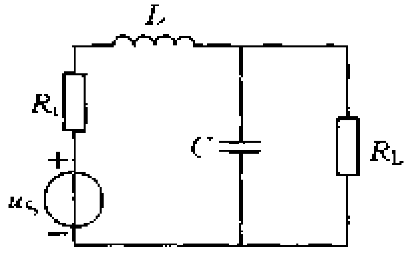
$$|\varphi_o|=\arctan\frac{50/\omega}{5}=\arctan\frac{10}{\omega}$$

当$|\varphi_o|>|\varphi_1|$时,$\dot{U}_o$ 落后 $\dot{U}_S$。即

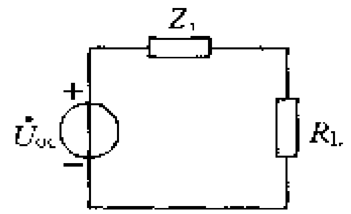
$$\arctan\frac{10}{\omega}>\arctan\omega$$

得 $\omega<\sqrt{10}$ rad/s＝3.16 rad/s。

**2-16** 题图 2-16 所示电路的电压源 $u_S$ 角频率为 $\omega$，有内阻 $R_i$。此电源通过图中的 $LC$ 网络向负载 $R_L$ 供电，已知 $R_L>R_i$。如要求负载 $R_L$ 获得的功率最大，$L$，$C$ 应分别为何值？$R_L$ 所取的最大功率是多少？




题图 2-16




题图 2-16(a)

**解** 此题是电源和负载已确定，要求设计 $LC$ 网络，使负载电阻获得最大功率。

对原电路所对应的相量模型，作负载端以左电路的戴维南等效电路见题图 2-16(a)。

其中开路电压和入端阻抗分别为

$$\dot{U}_{oc}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R_i+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}\dot{U}_S=\frac{1}{1-\omega^2 LC+j\omega R_i C}\dot{U}_S \tag{1}$$

$$Z_i=\frac{(R_i+j\omega L)\frac{1}{j\omega C}}{R_i+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{R_i+j\omega L}{1-\omega^2 LC+j\omega R_i C}$$

$$=\frac{R_i(1-\omega^2 LC)+\omega^2 R_i LC}{(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2 R_i^2 C^2}+j\frac{\omega L(1-\omega^2 LC)-\omega R_i^2 C}{(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2 R_i^2 C^2} \tag{2}$$

根据负载获得最大功率的条件，若使 $R_L$ 获得最大功率，首先应使 $Z_i$ 的虚部为零，即

$$\frac{\omega L(1-\omega^2 LC)-\omega R_i^2 C}{(1-\omega^2 LC)^2-\omega^2 R_i^2 C^2}=0$$

由此可得

$$\omega^2=\frac{1}{LC}-\frac{R_i^2}{L^2} \tag{3}$$

此时入端阻抗 $Z_i$ 为 $Z_{iR}$

$$Z_{iR}=\frac{R_i(1-\omega^2 LC)+\omega^2 R_i LC}{(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2 R_i^2 C^2}=\frac{L}{R_i C} \tag{4}$$

负载获得最大功率的条件还应满足

$$Z_{iR}=\frac{L}{R_i C}=R_L \tag{5}$$

由式(3)、(5)可得

$$\begin{cases} C=\dfrac{1}{\omega R_L}\sqrt{\dfrac{R_L}{R_i}-1} \\ L=\dfrac{R_i}{\omega}\sqrt{\dfrac{R_L}{R_i}-1} \end{cases} \tag{6}$$

由式(6)结果可导出

$$U_{oc}=\frac{U_S}{\sqrt{R_i/R_L}} \tag{7}$$

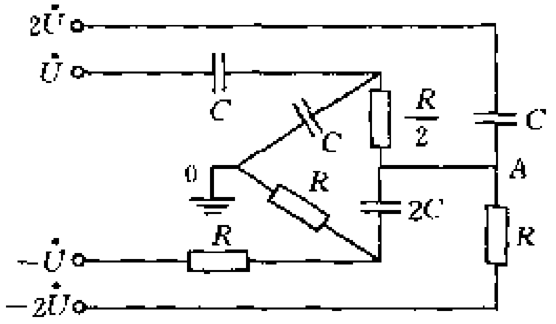
所以，$R_L$ 获得的最大功率为

$$P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_L}=\frac{U_S^2}{4R_i} \tag{8}$$

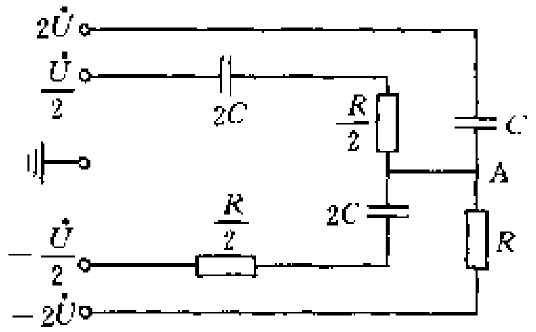
**2-17** 题图 2-17 所示电路中，已知电源角频率 $\omega=10^4$ rad/s，$C=5000$ pF，$R=20$ kΩ(注：$\omega RC=1$)。求 A 点对地电压(0 点即地节点)。

**解** 先对原电路作局部电源等效变换，得等效电路如题图 2-17(a)所示。

设 A 点对地电压为 $\dot{U}_A$，应用节点法可得节点电压方程为




题图 2-17




题图 2-17(a)

$$\left[\frac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C+2\times\frac{1}{\dfrac{R}{2}+\dfrac{1}{\mathrm{j}2\omega C}}\right]\dot{U}_{\mathrm{A}}=2\left(-\frac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}$$

整理,得

$$\frac{1}{R}\left(1+\mathrm{j}\omega RC+\frac{\mathrm{j}4\omega RC}{1+\mathrm{j}\omega RC}\right)\dot{U}_{\mathrm{A}}=\frac{2}{R}(-1+\mathrm{j}\omega RC)\dot{U}$$

代入已知条件 $\omega RC=1$,得

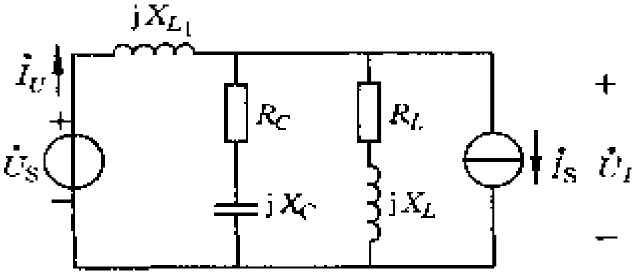
$$\frac{1}{R}\left(1+\mathrm{j}1+\frac{\mathrm{j}4}{1+\mathrm{j}1}\right)\dot{U}_{\mathrm{A}}=\frac{2}{R}(-1+\mathrm{j}1)\dot{U}$$

解得

$$\dot{U}_{\mathrm{A}}=\frac{-2+\mathrm{j}2}{3+\mathrm{j}3}\dot{U}=\mathrm{j}\,\frac{2}{3}\dot{U}=\mathrm{j}0.667\dot{U}$$

**2-18** 求题图 2-18 所示电路在正弦稳态下电压源、电流源所发出的有功功率。已知 $\dot{U}_{\mathrm{S}}=10\angle 0°\ \mathrm{V}$,$\dot{I}_{\mathrm{S}}=5\angle 0°\ \mathrm{A}$,$X_{L_1}=2\ \Omega$,

$R_C=1\ \Omega, X_C=-1\ \Omega, R_L=2\ \Omega, X_L=3\ \Omega$。




题图 2-18

**解**　此题求电压源、电流源发出的有功功率，关键是求电压源中的电流和电流源两端的电压。由 KCL，可列写节点电压方程如下：

$$\left(\frac{1}{\mathrm{j}X_{L_1}}+\frac{1}{R_C+\mathrm{j}X_C}+\frac{1}{R_L+\mathrm{j}X_L}\right)\dot{U}_I=\frac{\dot{U}_S}{\mathrm{j}X_{L_1}}-\dot{I}_S$$

代入数据，有

$$\frac{\dot{U}_S}{\mathrm{j}X_{L_1}}-\dot{I}_S=\frac{10}{2}\angle-90^\circ-5\angle 0^\circ=-(5+\mathrm{j}5)$$

$$=-7.071\angle 45^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\frac{1}{\mathrm{j}X_{L_1}}+\frac{1}{R_C+\mathrm{j}X_C}+\frac{1}{R_L+\mathrm{j}X_L}=-\mathrm{j}0.5+\frac{1}{1-\mathrm{j}1}+\frac{1}{2+\mathrm{j}3}$$

$$=0.6539-\mathrm{j}0.2308$$

$$=0.6939\angle-19.43^\circ\ \mathrm{S}$$

所以

$$\dot{U}_I=-7.071\angle 45^\circ/0.6939\angle-19.43^\circ$$

$$=-10.19\angle 64.43^\circ\ \mathrm{V}$$

电流源发出的功率为

$$P_I=5\times 10.19\times\cos 64.43^\circ=22.0\ \mathrm{W}$$

电压源中的电流为

$$\dot{I}_U=\frac{\dot{U}_S-\dot{U}}{\mathrm{j}X_L}=\frac{10+10.19\angle 64.43^\circ}{\mathrm{j}2}$$

$$=4.596-\mathrm{j}7.199=8.541\angle-57.44^\circ\ \mathrm{A}$$

电压源发出的功率为

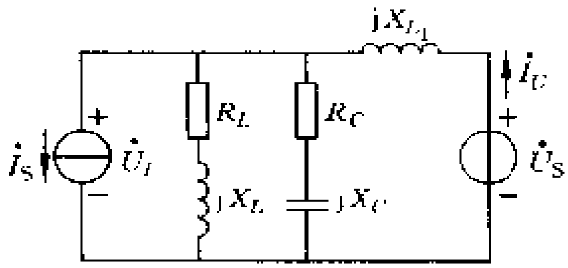
$$P_U=10\times 8.541\times\cos 57.44^\circ=46.0\ \mathrm{W}$$

校验：$R_C$的功率 $P_C=\left(\dfrac{10.19}{\sqrt{2}}\right)^2\times 1=51.9\ \mathrm{W}$

$R_L$的功率 $P_L=\left(\dfrac{10.19}{\sqrt{13}}\right)^2\times 2=16.0\ \mathrm{W}$

所以　$P_C+P_L\approx P_I+P_U=68.0\ \mathrm{W}$

**2-19**　题图 2-19 所示电路中的电源是同频的正弦波形的电源。求此电路在稳态下每一电源所发出的有功功率。给定各元件值如下：$\dot{U}_S=20\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$，$\dot{I}_S=10\angle 0^\circ\ \mathrm{A}$，$X_{L_1}=2\ \Omega$，$X_L=3\ \Omega$，$X_C=-1\ \Omega$，$R_L=2\ \Omega$，$R_C=1\ \Omega$。




题图 2-19

**解**　此题电路结构与题图 2-18 相似，对应的电路参数相同，但电压源电压和电流源电流的幅值同时增加一倍。由齐性定理及上题的结果，有

$$\dot{U}_I=-20.38\angle 64.43^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_U=17.08\angle-57.44^\circ\ \mathrm{A}$$

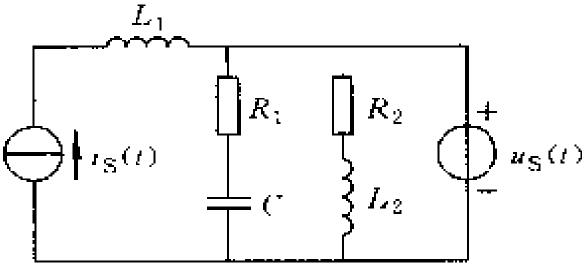
电流源发出的功率为

$$P_I=10\times 20.38\times\cos 64.44^\circ=88.0\ \mathrm{W}$$

电压源发出的功率为

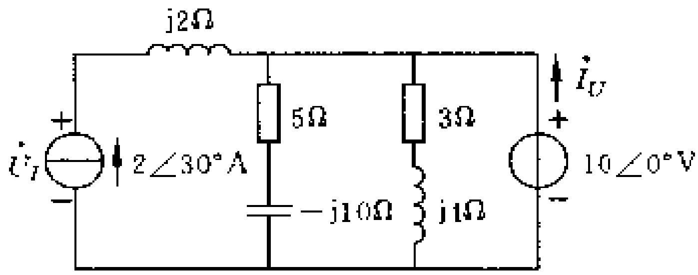
$$P_U=20\times 17.09\times\cos 57.42^\circ=184\ \mathrm{W}$$

**2-20** 题图 2-20 所示电路中，已知 $R_1=5\ \Omega$，$R_2=3\ \Omega$，$L_1=2\ \mathrm{mH}$，$L_2=4\ \mathrm{mH}$，$C=100\ \mu\mathrm{F}$，$u_S(t)=10\sqrt{2}\sin 1000t\ \mathrm{V}$，$i_S(t)=2\sqrt{2}\sin(1000t+30°)\ \mathrm{A}$。求电压源、电流源各自发出的有功功率和无功功率。




题图 2-20

**解** 先作出原电路的相量模型如题图 2-20(a)所示。




题图 2-20(a)

由相量模型可得

$$
\begin{aligned}
\dot{I}_U &= \frac{10\angle 0°}{3+\mathrm{j}4}+\frac{10\angle 0°}{5-\mathrm{j}10}-2\angle 30° \\
&=2\angle -53.1°+0.894\angle 63.4°-2\angle 30° \\
&=1.2-\mathrm{j}1.6+0.4+\mathrm{j}0.8-1.732-\mathrm{j}1 \\
&=-0.132-\mathrm{j}1.80 \approx 1.80\angle -94.2°\ \mathrm{A}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{U}_I &=2\angle 30°\times \mathrm{j}2+10\angle 0° = -2+\mathrm{j}3.464+10 \\
&=8.72\angle 23.4°\ \mathrm{V}
\end{aligned}
$$

电压源发出的复功率为

$$\bar{S}_U = \dot{U}_S \dot{I}_U^* = 10\angle 0^\circ \times 1.80\angle 94.2^\circ = -1.32 + \mathrm{j}18.0 \text{ VA}$$

电流源发出的复功率为

$$\bar{S}_I = \dot{U}_I \dot{I}_S^* = 8.72\angle 23.4^\circ \times 2\angle -30^\circ = 17.3 - \mathrm{j}2.0 \text{ VA}$$

即电压源发出的有功功率为 $P_U = -1.32$ W，无功功率为 $Q_U = 18.0$ var；电流源发出的有功功率为 $P_I = 17.3$ W，无功功率为 $Q_I = -2.0$ var。

校核：电阻吸收的平均功率为

$$P_R = 2^2 \times 3 + 0.894^2 \times 5 = 16.0 \text{ W}$$

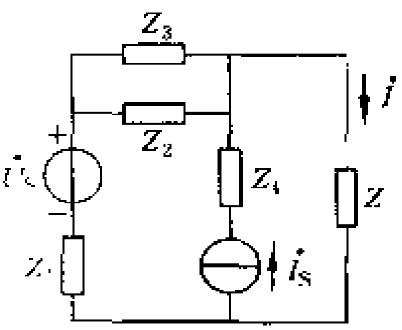
电抗吸收的无功功率为

$$Q_X = 2^2 \times 4 + 0.894^2 \times (-10) + 2^2 \times 2 = 16.0 \text{ var}$$

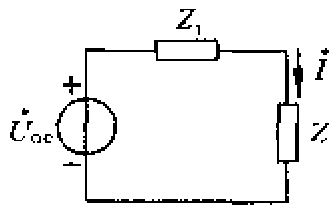
所以

$$P_U + P_I = P_R, Q_U + Q_I = Q_X$$

**2-21** 题图 2-21 所示电路中，已知 $\dot{U}_S = 10\angle 0^\circ$ V，$\dot{I}_S = 1\angle 20^\circ$ A，$Z_1 = 3 + \mathrm{j}4\ \Omega$，$Z_2 = 10\angle 0^\circ\ \Omega$，$Z_3 = 10 + \mathrm{j}17\ \Omega$，$Z_4 = 3 - \mathrm{j}4\ \Omega$。问当 $Z$ 为何值时电流 $I$ 为最大？求出此电流最大值。




题图 2-21




题图 2-21(a)

**解** 作出原电路的戴维南等效电路(题图 2-21(a))。其中，开路电压为

$$\dot{U}_{oc} = \dot{U}_S + \left(Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}\right)\dot{I}_S$$

$$=10\angle 0^\circ+\left[3+\mathrm{j}4-\frac{10(10+\mathrm{j}17)}{20+\mathrm{j}17}\right]\times 1\angle 20^\circ$$

$$=17.28+\mathrm{j}9.530=19.73\angle 28.88^\circ\ \mathrm{V}$$

入端阻抗为

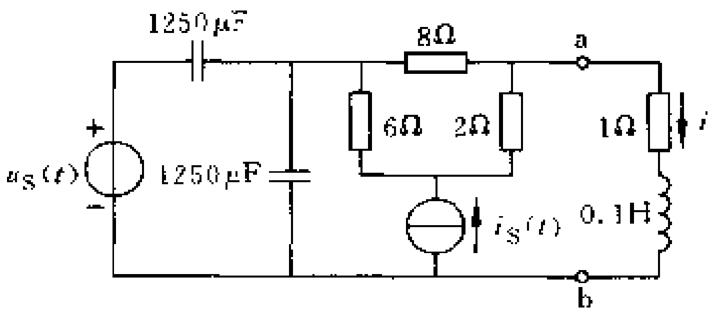
$$Z_i=Z_1+\frac{Z_2Z_3}{Z_2+Z_3}=3+\mathrm{j}4+\frac{10(10+\mathrm{j}17)}{20+\mathrm{j}17}$$

$$=10.10+\mathrm{j}6.467\ \Omega=11.99\angle 32.64^\circ\ \Omega$$

可见，当 $Z=-\mathrm{j}6.647\ \Omega$ 时，电流 $I$ 最大，且其最大值为

$$I=\frac{U_{oc}}{10.10}=\frac{19.73}{10.10}=1.95\ \mathrm{A}$$

**2-22** 电路如题图 2-22 所示。已知电压源电压为 $u_S(t)=10\sqrt{2}\sin 100t$ V，电流源电流为 $i_S(t)=2\sqrt{2}\sin(100t+60^\circ)$ A。先求出 ab 以左电路对 ab 端口的戴维南等效电路；再求出电流 $i$。




题图 2-22

**解** $\omega L=100\times 0.1=10\ \Omega$，$\frac{1}{\omega C_1}=\frac{1}{\omega C_2}=8\ \Omega$。对原电路的相量模型，按要求作戴维南等效电路。

用叠加定理求开路电压 $\dot{U}_{ab0}$：

电压源单独作用：

$$\dot{U}'_{ab0}=\frac{1}{2}\dot{U}_S=5\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$$

电流源单独作用：

$$\dot{U}''_{abc} = \frac{6}{16} \times 8 \times \dot{I}_s + (-j4)\dot{I}_s = (3-j4) \times 2\angle 60^\circ$$
$$= 10\angle 6.9^\circ \text{ V}$$

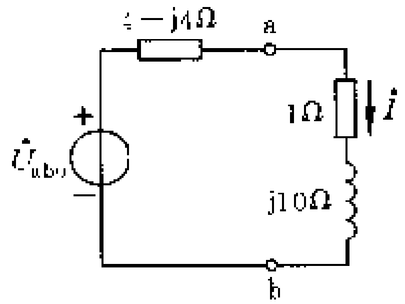
所以,开路电压为

$$\dot{U}_{ab0} = \dot{U}'_{ab0} + \dot{U}''_{ab0} = 5\angle 0^\circ + 10\angle 6.9^\circ$$
$$= 14.98\angle 4.6^\circ \text{ V}$$

入端阻抗为

$$Z_i = 8//(6+2) + (-j8)//(-j8) = 4 - j4\ \Omega$$

由此可得等效电路如题图 2-22(a)所示。




题图 2-22(a)

由等效电路得

$$\dot{I} = \frac{14.98\angle 4.6^\circ}{4 - j4 + 1 + j10} = \frac{14.98\angle 4.6^\circ}{5 + j6} = \frac{14.98\angle 4.6^\circ}{7.810\angle 50.2^\circ}$$
$$= 1.92\angle -45.6^\circ \text{ A}$$

所以,电流 $i$ 的瞬时值为

$$i(t) = 1.92\sqrt{2}\sin(100t - 45.6^\circ) \text{ A}$$

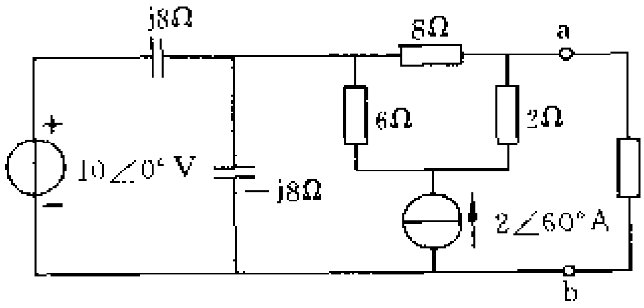
**2-23** 电路如题图 2-23 所示。

(1) 求 a,b 以左电路的戴维南等效电路;

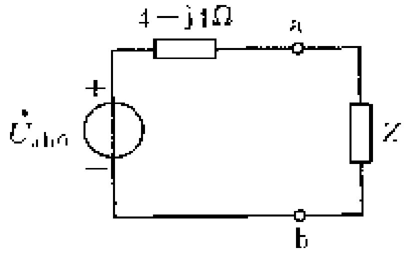
(2) $Z$ 为何值时,其上电压幅值达到最大值?

**解** (1) 戴维南等效电路如题图 2-23(a)所示。

开路电压(用叠加定理)为




题图 2-23




题图 2-23(a)

$$\dot{U}_{abo} = \frac{-j8}{-j8-j8} \times 10\angle 0^\circ$$

$$+ \left[\frac{6}{6+10} \times 8 + (-j8)//(-j8)\right] \times 2\angle 60^\circ$$

$$= 5 + 9.928 + j1.196 = 14.98\angle 4.6^\circ \text{ V}$$

入端阻抗为

$$Z_i = 8//(6+2) + (-j8)//(-j8) = 4 - j4\ \Omega$$

(2) 可从诺顿等效电路分析。当$|Z_i//Z|$最大(或其导纳$|Y_i+Y|$最小)时,阻抗 $Z$ 两端电压幅值达到最大值。

$$Y_i = \frac{1}{Z_i} = \frac{1}{4-j4} = 0.125 + j0.125\ \text{S}$$

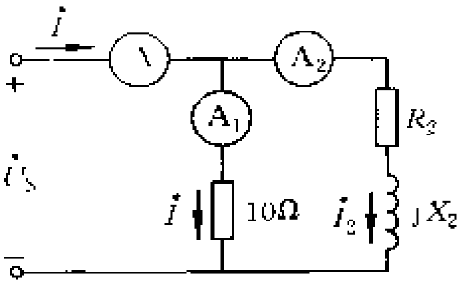
可见,当 $Y=1/Z=-j0.125$ S 时,$|Y_i+Y|$最小,此时 $Z=j8\ \Omega$,其两端电压幅值最大。

**2-24** 题图 2-24 所示电路中,10 Ω 电阻和电感线圈并联接到正弦电压源 $\dot{U}_S$ 上。电流表 A 的读数为$\sqrt{3}$ A,电流表 $A_1$ 和 $A_2$ 的读数相同,均为 1 A。画出图示电压、电流的相量图,并求出电阻 $R_2$ 和感抗 $X_2$ 的值以及电感线圈吸收的有功功率和无功功率(电流表读数均为有效值)。

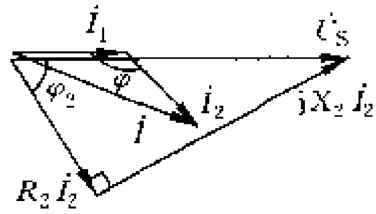
**解** $U_S = 1 \times 10 = 10$ V

设 $\dot{U}_S = U_S\angle 0^\circ = 10\angle 0^\circ$ V。

以 $\dot{U}_S$ 为参考相量,各电压、电流的相量图如题图 2-24(a)所示。




题图 2-24




题图 2-24(a)

由电流三角形及余弦定理，有

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2\cos\varphi$$

代入数据，可得 $\varphi=120^\circ$。则阻抗 $Z_2=R_2+jX_2$ 的阻抗角为 $\varphi_2=60^\circ$。

所以

$$|Z_2| = \frac{U_S}{I_2} = 10\ \Omega,$$

$$R_2 = |Z_2|\cos60^\circ = 5\ \Omega,$$

$$X_2 = |Z_2|\sin60^\circ = 8.660\ \Omega$$

电感线圈吸收的有功功率

$$P = I_2^2R_2 = 5\ \text{W}$$

电感线圈吸收的无功功率

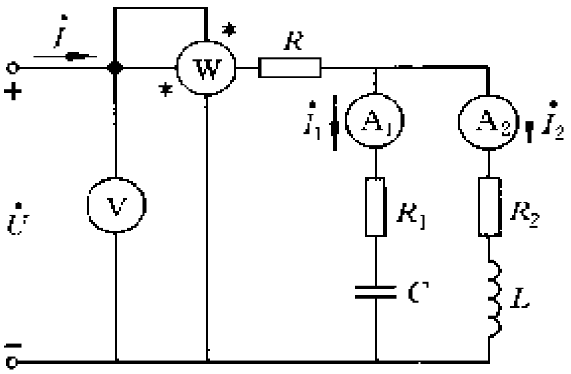
$$Q = I_2^2X_2 = 8.660\ \text{var}$$

**2-25** 电路如题图 2-25 所示。已知电流表 $A_1$，$A_2$ 的读数均为 10 A，电压表读数为 220 V（均为有效值），功率表读数为 2200 W，$R=12\ \Omega$，电源频率 $f=50$ Hz，且已知 $\dot{U}$，$\dot{I}$ 同相。试求 $R_1$，$R_2$，$L$ 和 $C$。

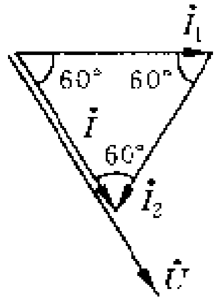
**解** 因 $\dot{U}$，$\dot{I}$ 同相，所以

$$I=\frac{P}{U}=\frac{2200}{220}=10\ \text{A}$$

$$U_2=U-RI=100\ \text{V}$$




题图 2-25




题图 2-25(a)

令 $\dot{I}_1=10\angle0°$ A，可作电压、电流相量图如题图 2-25(a)所示。因 $I_1=I_2=I$，所以电流相量图为一等边三角形。所以

$$R_1=\frac{100}{10}\times\cos(-60°)=5\ \Omega$$

$$-\frac{1}{\omega C}=\frac{100}{10}\times\sin(-60°)=-5\sqrt{3}\ \Omega$$

$$R_2=\frac{100}{10}\times\cos60°=5\ \Omega$$

$$\omega L=\frac{100}{10}\times\sin60°=5\sqrt{3}\ \Omega$$

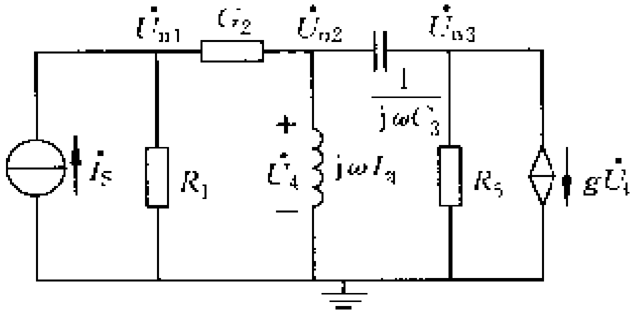
$$C=\frac{1}{314\times5\sqrt{5}}=367\ \mu\mathrm{F}$$

$$L=\frac{5\sqrt{3}}{314}=27.6\ \mathrm{mH}$$

**2-26** 给定一个电路的节点电压方程组可用下列矩阵方程来表示。试画出对应此节点电压方程的具体的电路模型。

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1}+G_2 & -G_2 & 0\\ -G_2 & G_2+\mathrm{j}\omega C_3+\frac{1}{\mathrm{j}\omega L_4} & -\mathrm{j}\omega C_3\\ 0 & g-\mathrm{j}\omega C_3 & \mathrm{j}\omega C_3+\frac{1}{R_5}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{U}_{n1}\\ \dot{U}_{n2}\\ \dot{U}_{n3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{I}_S\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

**解** 可作出电路模型如题图 2-26 所示。

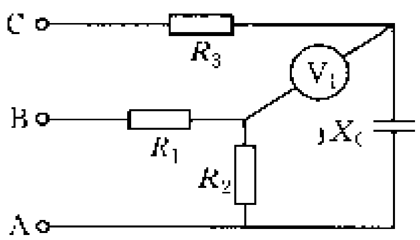



题图 2-26

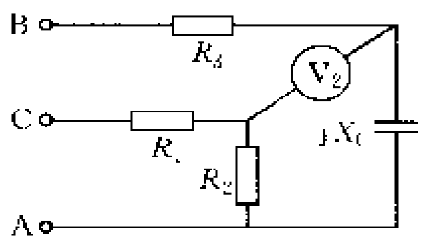
**2-27** 题图 2-27 (a),(b)电路中,A,B,C 为对称三相电源(正序)。

(1) 试说明两个电路中的电压表 $V_1$,$V_2$的读数(有效值)哪一个大?

(2) 对图 2-27 (b)电路,当 $R_1=R_2$时,若使电压表的读数为零,则 $R_3/|X_C|$等于多少?




题图 2-27(a)

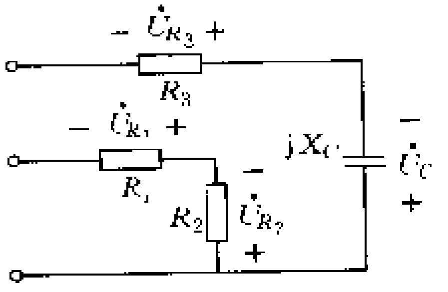



题图 2-27(b)

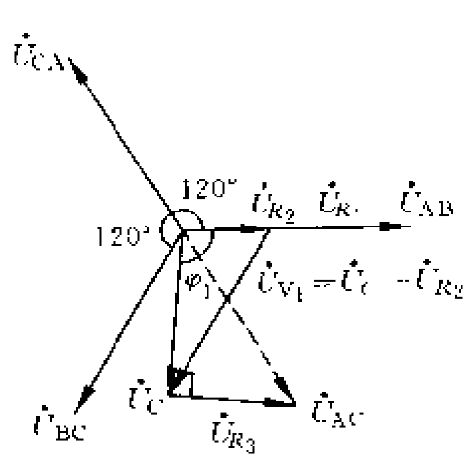
**解** (1) 为比较电压表 $V_1$和 $V_2$读数的大小,可分别作出两电路的相量图。各电压的参考方向如题图 2-27(c)所示。

设 $\dot{U}_{AB}=U_{AB}\angle 0°$。则对应题图 2-27(a),(b)电路的相量图分别为题图 2-27(d),(e)所示。

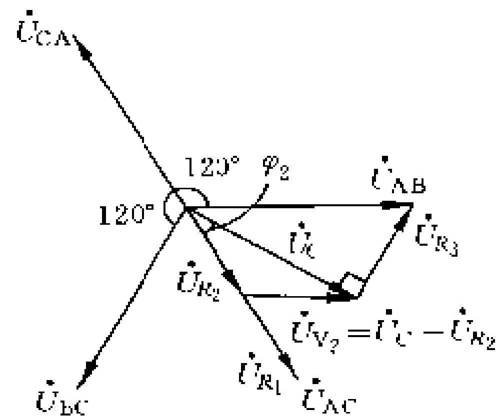
题图 2-27 (d)中 $\varphi_1>60°$,题图 2-27(e)中 $\varphi_2<60°$,故 $V_1$的读数比 $V_2$大。




题图 2-27(c)




题图 2-27(d)



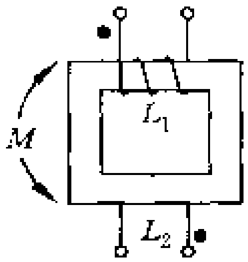

题图 2-27(e)

(2) 对题图 2-27(b) 电路，当 $R_1=R_2$时，若使电压表 $V_2$的读数为零，则需 $\dot{U}_{R_2}=\dot{U}_C$，即$\dfrac{R_2\dot{U}_{AC}}{R_1+R_2}=\dfrac{\mathrm{j}X_C\dot{U}_{AB}}{R_3+\mathrm{j}X_C}$，由此可求得

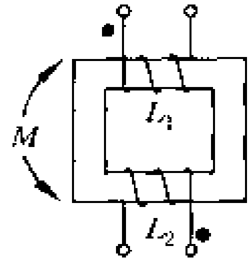
$$\frac{U_{R_1}}{U_C}=\tan 60^\circ,\text{即}\frac{R_3}{|X_C|}=\sqrt{3}$$

**2 28** 为保证一互感线圈的同名端如题图 2-28 所示，则线圈 $L_2$如何绕制？画出线圈的绕向。

**解** 根据同名端的定义，线圈 $L_2$ 的绕法如题图 2 28(a) 所示。




题图 2-28

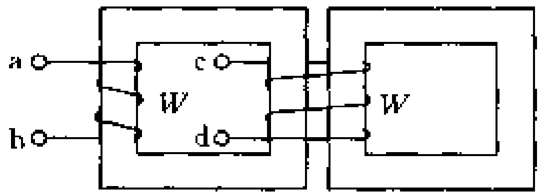



题图 2-28(a)

**2-29** 题图 2-29 中两个磁路具有相同的尺寸和磁导率 $\mu$，设其为常数，且 $\mu \gg \mu_0$（忽略漏磁）。线圈 ab 和线圈 cd 的匝数都是 W。若已知线圈 ab 的电感 $L_{ab}=0.2$ H，试求：

(1) 线圈 cd 的电感 $L_{cd}=?$

(2) 若将 b 和 c 相连（即两个线圈串联），则串联线圈两端 ad 的等效电感 $L_{ad}=?$




题图 2-29

**解** 设磁路均匀，每部分磁路的平均长度为 $l$，截面积为 $S$。

若线圈 ab 激磁，所通电流为 $I$，根据全电流定律，有

$$Hl = WI$$

磁感应强度 $B$ 与磁场强度 H 的关系为

$$B = \mu H$$

则线圈 ab，cd 中的磁通分别为 $\Phi_{ab}$ 和 $\Phi_{cd}$，即

$$\Phi_{ab} = \Phi_{cd} = BS = \mu \frac{WIS}{l} = \frac{W\mu S}{l} I$$

与线圈 ab，cd 交链的磁链分别为 $\Psi_{ab}$ 和 $\Psi_{cd}$，即

$$\Psi_{ab} = \Psi_{cd} = W\Phi_{ab} = \frac{W^2 \mu S}{l} I$$

根据自感和互感的定义，有

$$L_{ab}=\frac{\Psi_{ab}}{I}=\frac{W^2\mu S}{l}=0.2\ \mathrm{H}$$

$$M=\frac{\Psi_{cd}}{I}=\frac{W^2\mu S}{l}=L_{ab}=0.2\ \mathrm{H}$$

若线圈 cd 激磁，所通电流仍为 $I$，此时，等效磁路截面积为 $2S$，设等效磁路平均长度不变。有

$$\Psi'_{cd}=\frac{2W^2\mu S}{l}I，\Psi'_{ab}=\frac{W^2\mu S}{l}I$$

线圈 cd 的自感为

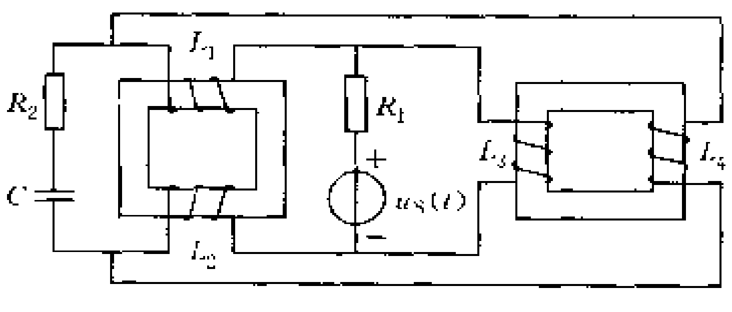
$$L_{ab}=\frac{\Psi'_{cd}}{I}=\frac{2W^2\mu S}{l}=2L_{ab}=0.4\ \mathrm{H}$$

线圈 cd 对线圈 ab 的互感仍为 $M=0.2\ \mathrm{H}$。

当 b 与 c 相连，相当于两个有耦合的线圈顺串，则串联线圈的等效电感为

$$L_{ad}=L_{ab}+L_{cd}+2M=1\ \mathrm{H}$$

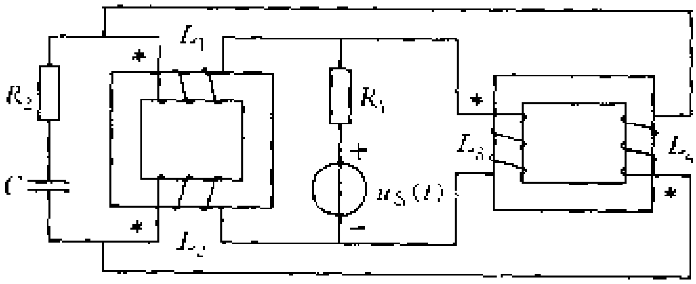
**2-30** 标出题图 2-30 所示电路中互感线圈的同名端，写出用回路电流法求此电路中各支路电流所需的瞬时值方程式（包括回路电流所满足的微分方程和由回路电流求支路电流需用的方程，不必求解）。



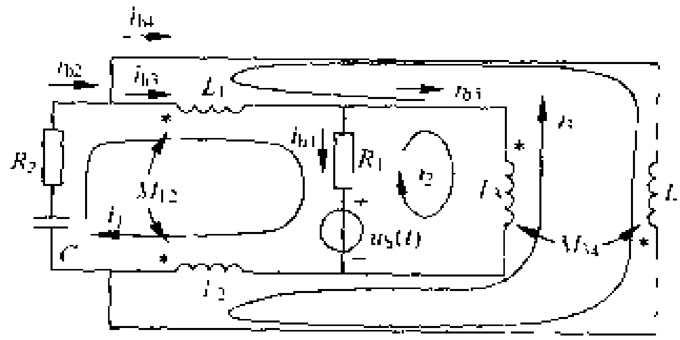

题图 2-30

**解** 互感线圈的同名端如题图 2-30(a)所示，其电路模型如题图 2-30(b)所示。设 $L_1$，$L_2$ 之间的互感为 $M_{12}$，$L_3$，$L_4$ 之间的互

感为 $M_{34}$。各支路电流 $i_{b1}\sim i_{b5}$ 及回路电流 $i_1,i_2,i_3$ 的参考方向也注于图中。




题图 2-30(a)




题图 2-30(b)

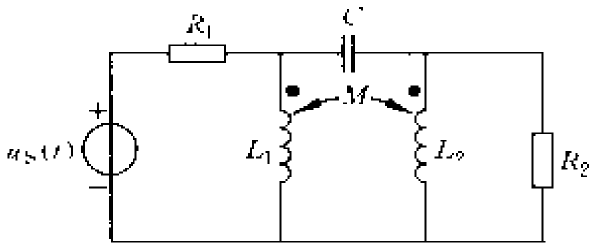
则回路电流方程为

$$
\begin{cases}
R_1(i_1-i_2)+R_2 i_1+\dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_1\,\mathrm{d}t+L_1\dfrac{\mathrm{d}(i_1-i_3)}{\mathrm{d}t} \\
\quad +M_{12}\dfrac{\mathrm{d}(i_3-i_1)}{\mathrm{d}t}+L_2\dfrac{\mathrm{d}(i_1-i_3)}{\mathrm{d}t}+M_{12}\dfrac{\mathrm{d}(i_3-i_1)}{\mathrm{d}t}=-u_S(t) \\
R_1(i_2-i_1)+L_3\dfrac{\mathrm{d}(i_2-i_3)}{\mathrm{d}t}-M_{34}\dfrac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t}=u_S(t) \\
L_1\dfrac{\mathrm{d}(i_3-i_1)}{\mathrm{d}t}+M_{12}\dfrac{\mathrm{d}(i_1-i_3)}{\mathrm{d}t}+L_2\dfrac{\mathrm{d}(i_3-i_1)}{\mathrm{d}t} \\
\quad +M_{12}\dfrac{\mathrm{d}(i_1-i_3)}{\mathrm{d}t}+L_3\dfrac{\mathrm{d}(i_3-i_2)}{\mathrm{d}t}+M_{34}\dfrac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t}+L_4\dfrac{\mathrm{d}i_3}{\mathrm{d}t} \\
\quad +M_{34}\dfrac{\mathrm{d}(i_3-i_2)}{\mathrm{d}t}=0
\end{cases}
$$

各支路电流为

$$i_{b1} = i_1 - i_2, \quad i_{b2} = i_1, \quad i_{b3} = i_1 - i_3,$$
$$i_{b4} = i_3, \quad i_{b5} = i_2 - i_3$$

**2-31** 电路如题图 2-31 所示。

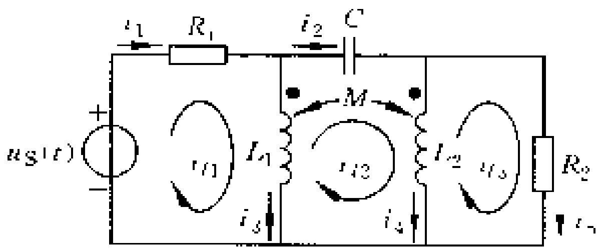



题图 2-31

(1) 写出求过渡过程中各支路电流所需的方程式。

(2) 写出求正弦稳态下各支路电流所需的相量方程式。设 $u_S(t) = U_m\sin(\omega t + \psi)$。

**解** (1) 用回路电流法，设各回路电流 $i_{l1}, i_{l2}, i_{l3}$ 和支路电流 $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5$ 如题图 2-31(a)所示。




题图 2-31(a)

其瞬时形式的方程为

$$\begin{cases} R_1 i_{l1} + L_1 \dfrac{d(i_{l1} - i_{l2})}{dt} + M \dfrac{d(i_{l2} - i_{l3})}{dt} = U_m\sin(\omega t + \psi) \\ -L_1 \dfrac{d(i_{l1} - i_{l2})}{dt} - M \dfrac{d(i_{l2} - i_{l3})}{dt} + L_2 \dfrac{d(i_{l2} - i_{l3})}{dt} \\ \quad + M \dfrac{d(i_{l1} - i_{l2})}{dt} + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int i_{l2}\,dt = 0 \\ -L_2 \dfrac{d(i_{l2} - i_{l3})}{dt} - M \dfrac{d(i_{l1} - i_{l2})}{dt} + R_2 i_{l3} = 0 \end{cases} \tag{1}$$

整理得

$$
\begin{cases}
L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_{l1}}{\mathrm{d}t} - (L_1 - M)\dfrac{\mathrm{d}i_{l2}}{\mathrm{d}t} - M\dfrac{\mathrm{d}i_{l3}}{\mathrm{d}t} - R_1 i_{l1} = U_{\mathrm{m}}\sin(\omega t + \psi) \\
-(L_1 - M)\dfrac{\mathrm{d}^2 i_{l1}}{\mathrm{d}t^2} + (L_1 + L_2 - 2M)\dfrac{\mathrm{d}^2 i_{l2}}{\mathrm{d}t^2} \\
\qquad -(L_2 - M)\dfrac{\mathrm{d}^2 i_{l3}}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{1}{C} i_{l2} = 0 \\
-M\dfrac{\mathrm{d}i_{l1}}{\mathrm{d}t} - (L_2 - M)\dfrac{\mathrm{d}i_{l2}}{\mathrm{d}t} + L_2\dfrac{\mathrm{d}i_{l3}}{\mathrm{d}t} + R_2 i_{l3} = 0
\end{cases} \tag{2}
$$

由上式(2)解得回路电流后，即得各支路电流如下：

$$i_1 = i_{l1}, \quad i_2 = i_{l2}, \quad i_3 = i_{l1} - i_{l2},$$

$$i_4 = i_{l2} - i_{l3}, \quad i_5 = i_{l3}$$

(2) 正弦稳态下求各支路电流仍可用回路法。各电流的参考方向仍如图 2-31(a)中所示。由其所对应的相量模型，可得

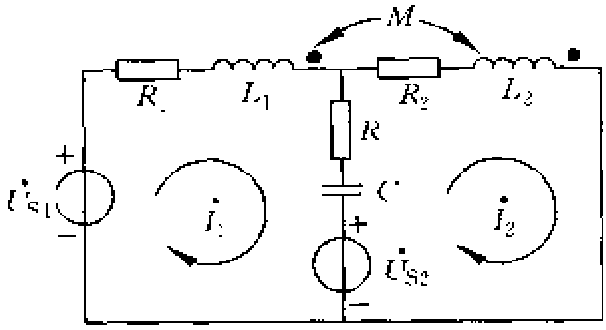
$$
\begin{cases}
(R_1 + \mathrm{j}\omega L_1)\dot{I}_{l1} - \mathrm{j}\omega(L_1 - M)\dot{I}_{l2} - \mathrm{j}\omega M\dot{I}_{l3} = \dfrac{U_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}}\angle\psi \\
-\mathrm{j}\omega(L_1 - M)\dot{I}_{l1} + \left[\mathrm{j}\omega(L_1 + L_2 - 2M) + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right]\dot{I}_{l2} \\
\qquad -\mathrm{j}\omega(L_2 - M)\dot{I}_{l3} = 0 \\
-\mathrm{j}\omega M\dot{I}_{l1} - \mathrm{j}\omega(L_2 - M)\dot{I}_{l2} + (R_2 + \mathrm{j}\omega L_2)\dot{I}_{l3} = 0
\end{cases} \tag{3}
$$

由上式(3)解得回路电流后，即得各支路电流如下：

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{l1}, \ \dot{I}_2 = \dot{I}_{l2}, \ \dot{I}_3 = \dot{I}_{l1} - \dot{I}_{l2}, \ \dot{I}_4 = \dot{I}_{l2} - \dot{I}_{l3}, \ \dot{I}_5 = \dot{I}_{l3}$$

此题也可以先作出互感的去耦等效电路，然后再列写电路方程。

**2-32** 题图 2-32 所示电路中含有互感线圈，其极性端已标出。按图示网孔电流 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 列出求解电路的复数回路电流方程。电源角频率为 $\omega$(方程数要足够，但不必求出答案)。

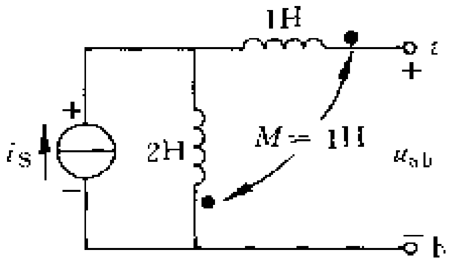



题图 2-32

**解** 相量形式的回路方程为

$$\begin{cases}\left(R+R_1+\mathrm{j}\omega L_1+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)\dot{I}_1-\left(R-\mathrm{j}\omega M+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)\dot{I}_2=\dot{U}_{S1}-\dot{U}_{S2}\\ -\left(R-\mathrm{j}\omega M-\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)\dot{I}_1+\left(R+R_2+\mathrm{j}\omega L_2+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)\dot{I}_2=\dot{U}_{S2}\end{cases}$$

**2-33** 题图 2-33 所示电路中，已知 $i_S(t)=2\sin 5t$ A。求端口 ab 的开路电压 $u_{ab}$。

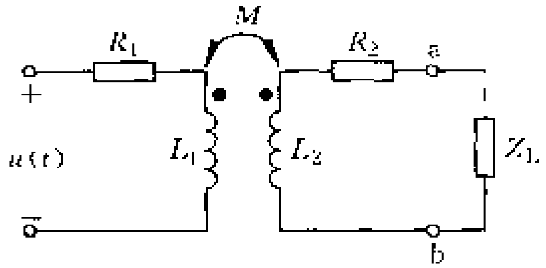



题图 2-33

**解** 由已知条件及互感特性，可得所求电压为

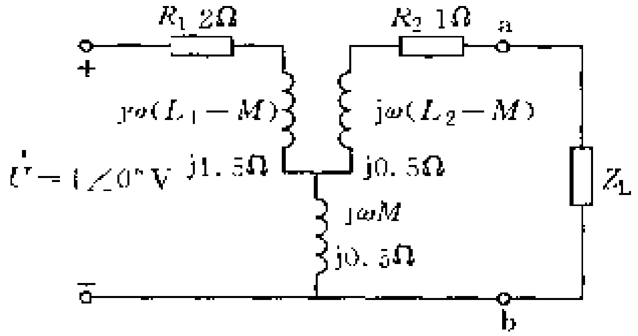
$$u_{ab}=-M\frac{\mathrm{d}i_S}{\mathrm{d}t}+2\frac{\mathrm{d}i_S}{\mathrm{d}t}=10\cos 5t\ \mathrm{V}$$

**2-34** 题图 2-34 所示电路中，已知电阻 $R_1=2\ \Omega$，$R_2=1\ \Omega$，电感 $L_1=2$ H，$L_2=1$ H，互感 $M=0.5$ H，电源 $u(t)=\sqrt{2}\sin t$ V。在 a、b 两端接一负载 $Z_L$，此负载阻抗等于什么数值时，负载所获得功率最大(指平均功率)？此最大功率是多少？

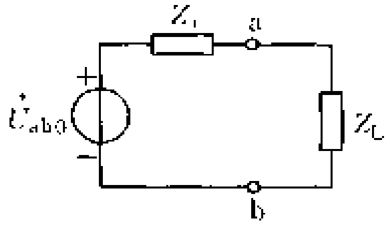



题图 2-34

**解** 先作出去耦等效电路，并建立相应的相量模型（题图2-34(a)所示电路），再作戴维南等效电路（题图 2-34(b) 所示电路）。即对题图 2-34(a) 所示电路 a，b 以左部分作戴维南等效。




题图 2-34(a)




题图 2-34(b)

其中，开路电压为

$$\dot{U}_{ab0}=\frac{j0.5}{2+j2}\times1\angle0°=0.1768\angle45°\ \text{V}$$

入端阻抗为

$$\begin{aligned}Z_i&=R_i+jX_i=1+j0.5+\frac{j0.5(2+j1.5)}{2+j2}\\&=1+j0.5+0.4419\angle81.87°\\&=1.06+j0.938\ \Omega\end{aligned}$$

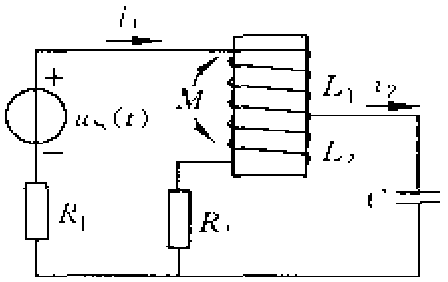
由负载获得最大功率的条件，可知当 $Z_L=Z_i^*$ 时，负载 $Z_L$ 获得最大功率，即

$$Z_L = Z_i^* = 1.06 - j0.938\ \Omega$$

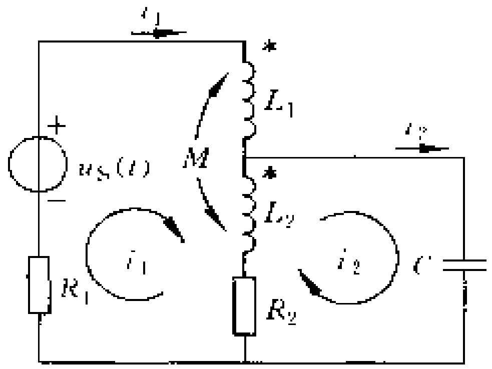
此最大功率为

$$P_{L\max} = \frac{U_{ab0}^2}{4R_i} = \frac{0.1768^2}{4\times 1.06} = 7.37\ \mathrm{mW}$$

**2-35** 写出求解题图 2-35 所示电路中支路电流 $i_1$ 和 $i_2$ 所需的方程(瞬时值方程或相量方程,不必求解)。




题图 2-35




题图 2-35(a)

**解** 列写相量形式的网孔电流方程如下(题图 2-35(a)所示电路):

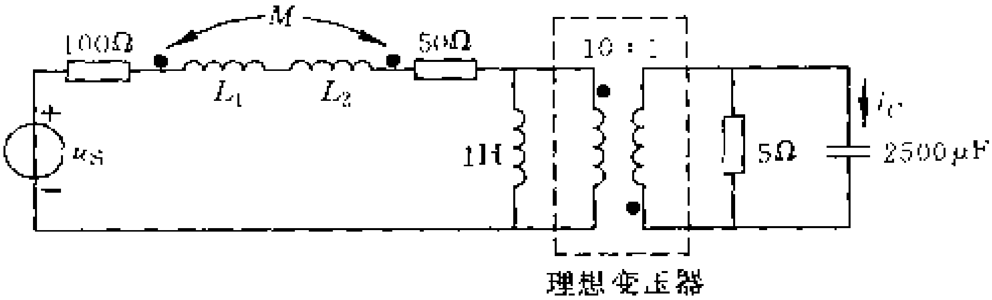
$$\begin{cases} [R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)]\dot{I}_1 \\ \qquad - (R_2 + j\omega L_2 + j\omega M)\dot{I}_2 = \dot{U}_S \\ -(R_2 + j\omega L_2 + j\omega M)\dot{I}_1 + \left(R_2 + j\omega L_2 - j\dfrac{1}{\omega C}\right)\dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

**2-36** 题图 2-36 所示电路中,已知 $u_S = 100\sqrt{2}\sin 200t$ V,$L_1 = 1$ H,$L_2 = 0.5$ H,$M = 0.25$ H。求 $i_C$。

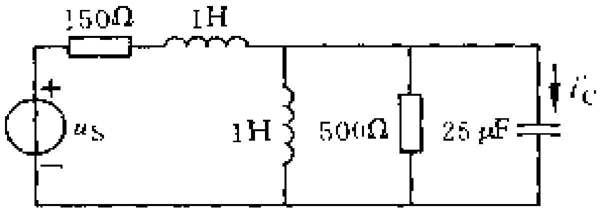
**解** 消去互感,并将副边电阻、电容折算到原边,得其等效电路(题图 2-36(a)所示)及相量模型(题图 2-36(b)所示)。

并联部分发生并联谐振,可解得

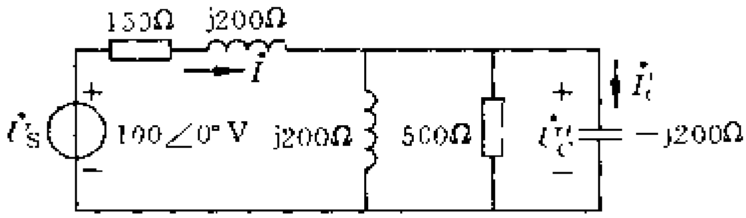
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_S}{650 + j200} = \frac{100\angle 0^\circ}{680\angle 17.1^\circ} = 0.147\angle -17.1^\circ\ \mathrm{A}$$




题图 2-36




题图 2-36(a)




题图 2-36(b)

$$\dot{U}'_C = 500\dot{I} = 73.5\angle -17.1^\circ \text{ V}$$

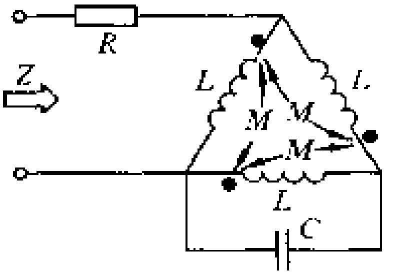
$$\dot{I}'_C = \frac{\dot{U}'_C}{-\mathrm{j}200} = 0.367\angle 72.9^\circ \text{ A}$$

由原电路,可得

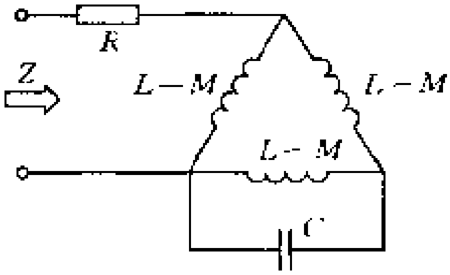
$$\dot{I}_C = -10\dot{I}'_C = -3.67\angle 72.9^\circ = 3.67\angle -107^\circ \text{ A}$$

$$i_C(t) = 3.67\sqrt{2}\sin(200t - 107^\circ) \text{ A}$$

**2-37** 电路如题图 2-37 所示。已知 $L=2$ H,$M=1$ H、$R=5$ Ω。当电源角频率 $\omega=10$ rad/s 时电路发生谐振。求谐振时的电容值及谐振时的入端阻抗 $Z$。




题图 2-37



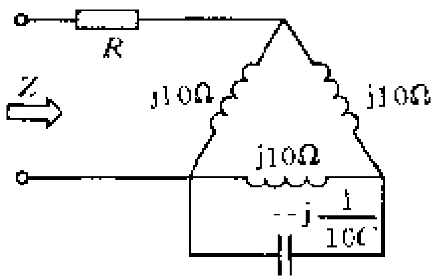

题图 2-37(a)

**解**　互感去耦后可得如下等效电路(题图 2-37(a))及等效电路的相量模型(题图 2-37(b))。其中 $L-M=1$ H。

$$Z_1=\frac{\mathrm{j}10\times\left(-\mathrm{j}\,\dfrac{1}{10C}\right)}{\mathrm{j}10-\mathrm{j}\,\dfrac{1}{10C}}=-\mathrm{j}\,\frac{10}{100C-1}$$

$$Z_2=\mathrm{j}10-Z_1=\mathrm{j}\,\frac{1000C-20}{100C-1}$$

$$Z_3=\frac{\mathrm{j}10\times Z_2}{\mathrm{j}10-Z_2}=\frac{-\dfrac{10^4C-200}{100C-1}}{\mathrm{j}\left(10+\dfrac{1000C-20}{100C-1}\right)}=\mathrm{j}\,\frac{1000C-20}{200C-3}$$




题图 2-37(b)

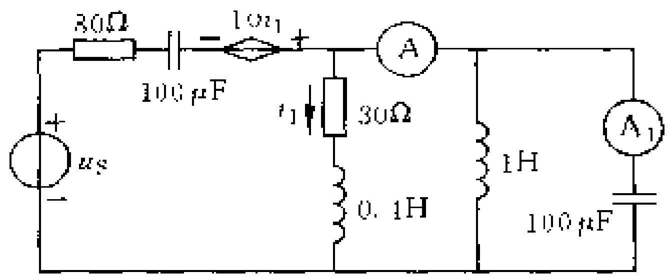
当 $Z_3=0$ 时，符合谐振定义，此时 $Z=R=5\ \Omega$，所对应的电容值为

$$1000C-20=0,\quad C=\frac{20}{1000}=0.02\ \mathrm{F}$$

当 $Z_3 \to \infty$ 时，也符合谐振定义，此时 $Z \to \infty$，所对应的电容值为

$$200C - 3 = 0, \quad C = \frac{3}{200} = 0.015\ \mathrm{F}$$

**2-38** 题图 2-38 所示电路为一正弦稳态电路。电流表 A 的读数为零，$A_1$ 的读数为 1 A(有效值)。求电源电压 $u_S$。




题图 2-38

**解** 用相量法。设 $\dot{I}_C = 1\angle 0°$ A(方向由上而下)。因电流表 A 的读数为零，所以此时 1 H 电感与 100 μF 电容应并联谐振，即电源的角频率为

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{1 \times 100 \times 10^{-6}}} = 100\ \mathrm{rad/s}$$

由此可求得

$$\dot{I}_1 = \frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}100 \times 100 \times 10^{-6}}\dot{I}_C}{30 + \mathrm{j}40} = 2\angle -143.1°\ \mathrm{A}$$

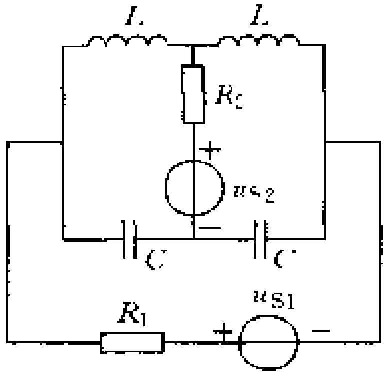
$$\begin{aligned}\dot{U}_S &= (80 - \mathrm{j}100 - 10 + 30 + \mathrm{j}40)\dot{I}_1 \\ &= (100 - \mathrm{j}60) \times 2\angle -143.1° = 233\angle -174°\ \mathrm{V}\end{aligned}$$

所以

$$u_S = 233\sqrt{2}\sin(100t - 174°)\mathrm{V}$$

**2-39** 试证明题图 2-39 电路在频率 $f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 下工作时，

各支路电流与 $R_1$ 无关。




题图 2-39

**证明** 在其相量模型中，设

感抗 $$Z_1=Z_2=\mathrm{j}2\pi fL=\mathrm{j}\frac{L}{\sqrt{LC}}=\mathrm{j}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

容抗 $$Z_3=Z_4=\frac{1}{\mathrm{j}2\pi fC}=-\mathrm{j}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

应用叠加原理：

当 $\dot{U}_{S1}$ 单独作用时，有 $Z_1Z_4=Z_2Z_3$，此时电桥平衡。所以 $R_2$ 中无电流，可将 $R_2$ 支路去掉，此时电路发生并联谐振，所以 $R_1$ 中无电流。

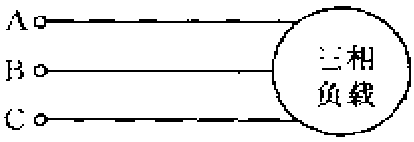
当 $\dot{U}_{S2}$ 单独作用时，同样有 $Z_1Z_4=Z_2Z_3$，所以电桥平衡，$R_1$ 中无电流。

所以，当 $\dot{U}_{S1}$ 和 $\dot{U}_{S2}$ 共同作用时，$R_1$ 中电流为零。即各支路电流与 $R_1$ 无关。

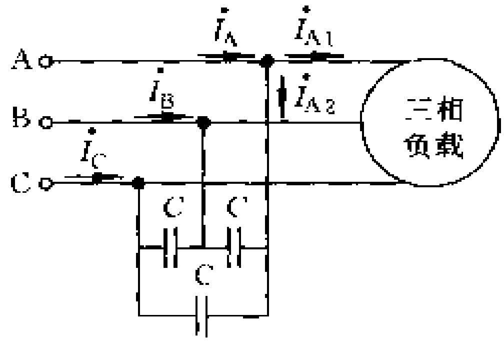
**2-40** (1) 线电压为 380 V 的工频对称三相电源上接一组对称三相负载，是感性的静止负载。负载功率为 10 **kW**，功率因数为 0.5，为了提高功率因数，接上一组电容。画出电容联线图。要使功率因数提高到 0.9，求电容值。计算这时的线电流。画出线电流、负载电流及电容电流的相量图，要求在电路图上注明上述电流

的正方向。

（2）在接上电容的情况下，如果题图 2-40 中标明“B”处的电源线断了，求这时的线电流。




题图 2-40




题图 2-40(a)

**解** 设Y接电源 A 相相电压 $\dot{U}_A=220\angle 0^\circ$ V。补偿电容接线（△接）及各电流参考方向如题图 2-40(a)所示。

（1）补偿前的功率因数为 $\cos\varphi=0.5$，补偿后的功率因数为 $\cos\varphi'=0.9$，则 $\varphi=60^\circ$，$\varphi'=25.84^\circ$。按补偿要求，三相无功补偿容量为

$$\begin{aligned}|Q_C| &= P(\tan\varphi-\tan\varphi')=10\times(\tan60^\circ-\tan25.84^\circ)\\ &=12.48\ \text{k var}\end{aligned}$$

每相补偿电容值为

$$C=\frac{|Q_C|}{3\omega U_l^2}=\frac{12.48\times10^3}{3\times314\times380^2}=91.8\ \mu\text{F}$$

对称三相负载的线电流为

$$I_{A1}=\frac{P}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi}=\frac{10\times10^3}{\sqrt{3}\times380\times0.5}=30.39\ \text{A}$$

电容的线电流为

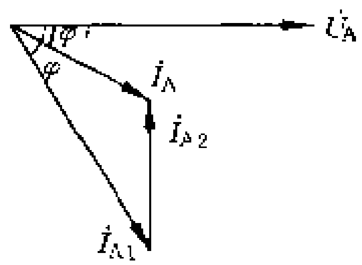
$$I_{A2}=\frac{|Q_C|}{\sqrt{3}U_l}=\frac{12.48\times10^3}{\sqrt{3}\times380}=18.96\ \text{A}$$

各电流相量为

$$\dot{I}_{A1} = 30.39\angle -60^\circ\ \text{A}, \quad \dot{I}_{A2} = 18.96\angle 90^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 30.39\angle -60^\circ + 18.96\angle 90^\circ$$
$$= 16.9\angle -25.8^\circ\ \text{A}$$

相量图(只作出 A 相)如题图 2-40(b)所示。




题图 2-40(b)

(2) 若 B 相电源线断线，相应各电流分别表示为 $\dot{I}'_A, \dot{I}'_B, \dot{I}'_C, \dot{I}'_{A1}, \dot{I}'_{A2}$。记每相补偿电容的阻抗为 $Z_C$，则断线前电容负载的线电流可表示为

$$\dot{I}_{A2} = \sqrt{3}\,\frac{\dot{U}_{AB}}{Z_C}\angle -30^\circ$$

断线后电容负载 A 相线电流可表示为

$$\dot{I}'_{A2} = \frac{\dot{U}_{AC}}{\frac{2}{3}Z_C} = \frac{3}{2}\,\frac{\dot{U}_{AB}\angle -60^\circ}{Z_C} = \frac{\sqrt{3}}{2}\angle -30^\circ \times \frac{\sqrt{3}\dot{U}_{AB}}{Z_C}\angle -30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\angle -30^\circ \times \dot{I}_{A2}$$

同理可得

$$\dot{I}'_{A1} = \frac{\sqrt{3}}{2}\angle -30^\circ \times \dot{I}_{A1}$$

所以，B 相断线后各线电流分别为

$$\dot{I}'_A = \dot{I}'_{A1} + \dot{I}'_{A2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\angle -30^\circ \times (\dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2})$$

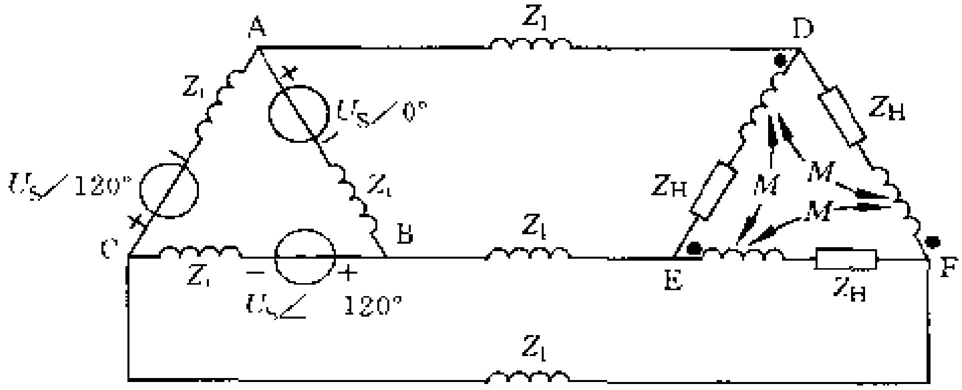
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\angle -30^\circ \times \dot{I}_A$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\angle -30^\circ \times 16.89\angle -25.84^\circ$$

$$= 14.6\angle -55.8^\circ\ \text{A}$$

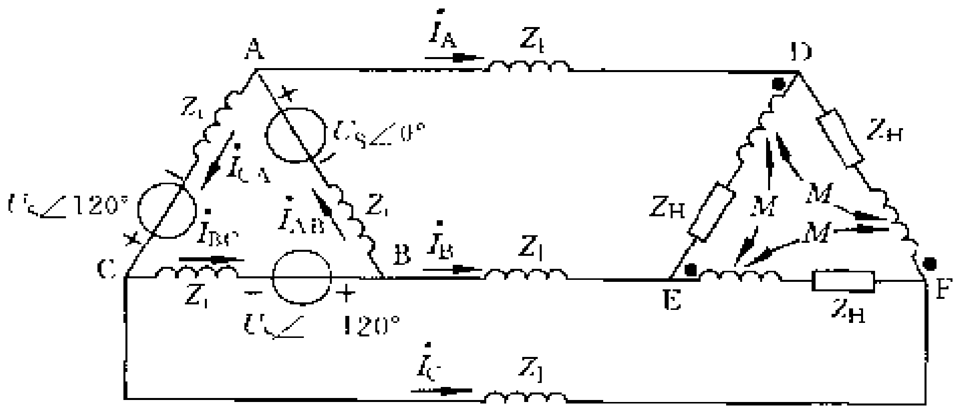
$$\dot{I}'_C = -\dot{I}'_A = -14.6\angle -55.8^\circ\ \text{A}, \quad \dot{I}'_B = 0$$

**2-41** 题图 2-41 所示电路为一对称三相电路，电源每相有内阻抗 $Z_t = j1.5\ \Omega$，线路阻抗 $Z_l = j1\ \Omega$，负载每相自阻抗为 $Z_H = 10+j5\ \Omega$，三相负载间有互感，每两相间的互感抗为 $jX_M = j\omega M = j2\ \Omega$。电源电压为 $U_S = 10$ V(三相电源对称)。计算各相电源中的电流和各相负载两端的电压(线电压)。




图题 2-41

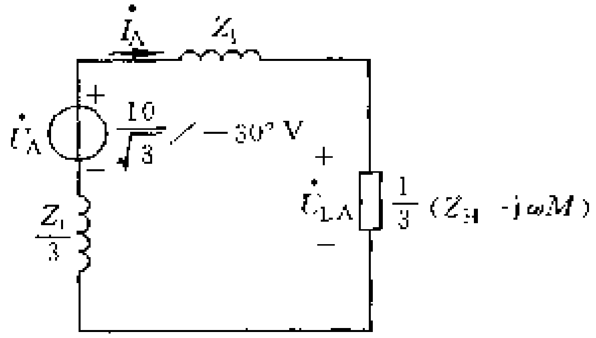
**解** 各电流的参考方向如题图 2-41(a)所示：




图题 2-41(a)

消去三相负载之间的互感耦合，作出题图 2-41(b)所示的一相计算电路。

由一相计算电路可得




题图 2-41(b)

$$\dot I_A=\frac{\dot U_A}{Z_l+\frac{Z_l}{3}+\frac{1}{3}(Z_H-j\omega M)}=\frac{\frac{10}{\sqrt3}\angle-30^\circ}{j1+\frac{j1.5}{3}+\frac{1}{3}(10+j5-j2)}$$

$$=\frac{\frac{10}{\sqrt3}\angle-30^\circ}{4.166\angle36.87^\circ}=1.386\angle-66.87^\circ\ \text{A}$$

$$\dot U_{LA}=\frac{1}{3}(Z_H-j\omega M)\dot I_A$$

$$=(3.333+j1)\times1.386\angle-66.87^\circ=4.823\angle-50.17^\circ\ \text{V}$$

三相电源中的相电流为

$$\dot I_{AB}=\frac{1}{\sqrt3}\dot I_A\angle30^\circ=0.800\angle-36.9^\circ\ \text{A}$$

$$\dot I_{BC}=0.800\angle-157^\circ\ \text{A},\quad \dot I_{CA}=0.800\angle83.1^\circ\ \text{A}$$

各相负载两端的电压为

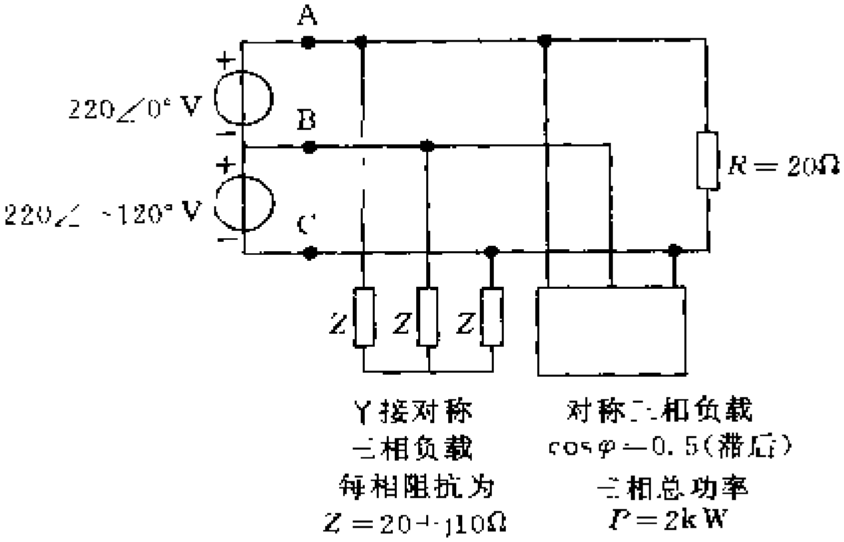
$$\dot U_{DE}=\sqrt3\dot U_{LA}\angle30^\circ=\sqrt3\angle30^\circ\times4.82\angle-50.2^\circ$$

$$=8.354\angle-20.2^\circ\ \text{V}$$

$$\dot U_{EF}=8.35\angle-140^\circ\ \text{V},\quad \dot U_{FD}=8.35\angle99.8^\circ\ \text{V}$$

**2-42** 由两个单相电源供电的三相电路如题图 2-42 所示。其中有两个对称三相负载和跨接在 A、C 两线间的单相负载 $R$，各负载情况均注明在图中。求每一电源所发出的平均功率（有功

功率)。




题图 2-42

**解** 由题图 2-42 中已知条件可知,$\dot{U}_{AB}=220\angle 0°$ V,$\dot{U}_{BC}=220\angle -120°$ V,则

$$\dot{U}_{CA}=-\dot{U}_{AB}-\dot{U}_{BC}=-220\angle 0°-220\angle -120°$$
$$=220\angle 120° \text{ V}$$

可见,对负载而言,其等效电源是三相对称电源。而单相负载 $R$ 相当于接在理想电压源两端,因此,它的存在不影响两组对称三相负载的求解,即对称负载中的电流仍可按对称方法求出。

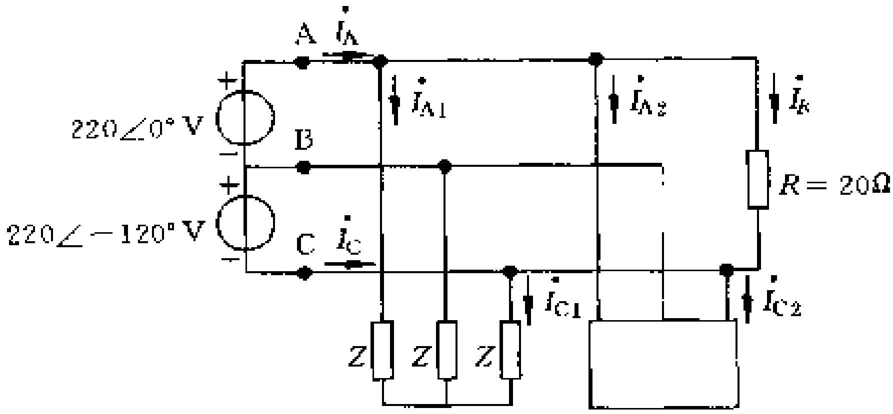
等效Y接三相电源的相电压分别为

$$\dot{U}_A=\frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3}}\angle -30°=\frac{220\angle -30°}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

$$\dot{U}_B=\frac{\dot{U}_{BC}}{\sqrt{3}}\angle -30°=\frac{220\angle -150°}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

$$\dot{U}_C=\frac{\dot{U}_{CA}}{\sqrt{3}}\angle -30°=\frac{220\angle 90°}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

各电流的参考方向如题图 2-42(a)所示。




题图 2-42(a)

对第一组对称三相负载 $Z$，其线电流为

$$\dot I_{A1}=\frac{\dot U_A}{Z}=\frac{220\angle-30^\circ}{\sqrt{3}(20+j10)}=5.680\angle-56.56^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\dot I_{C1}=\frac{\dot U_C}{Z}=\frac{220\angle 90^\circ}{\sqrt{3}(20+j10)}=5.680\angle 63.64^\circ\ \mathrm{A}$$

对第二组对称三相负载，有

$$I_{A2}=I_{C2}=\frac{P}{\sqrt{3}U_{AB}\cos\varphi}=\frac{2000}{\sqrt{3}\times 220\times 0.5}=10.50\ \mathrm{A}$$

$$\varphi=\arccos 0.5=60^\circ$$

所以

$$\dot I_{A2}=10.50\angle-90^\circ\ \mathrm{A},\ \dot I_{C2}=10.50\angle 30^\circ\ \mathrm{A}$$

单相负载 $R$ 中的电流为

$$\dot I_R=\frac{\dot U_{AC}}{R}=\frac{-220\angle 120^\circ}{20}=11\angle-60^\circ\ \mathrm{A}$$

总线电流为

$$\dot I_A=\dot I_{A1}+\dot I_{A2}+\dot I_R=26.22\angle-70.78^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\dot I_C=\dot I_{C1}+\dot I_{C2}-\dot I_R=20.78\angle 72.84^\circ\ \mathrm{A}$$

电压源发出的功率分别为

$$P_{AB}=U_{AB}I_A\cos(\psi_{u_{AB}}-\psi_{i_A})$$

$$
\begin{aligned}
&= 220 \times 26.22 \times \cos(0^\circ + 70.78^\circ) \\
&= 1.90 \text{ kW}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_{BC} &= -U_{BC} I_C \cos(\psi_{u_{BC}} - \psi_{i_C}) \\
&= -220 \times 20.78 \times \cos(-120^\circ - 72.84^\circ) \\
&= 4.46 \text{ kW}
\end{aligned}
$$

校核：方框中三相负载消耗的功率为 2 kW。Y接三相负载 $Z$ 消耗的功率为

$$P_Z = 3 \times 5.680^2 \times 20 = 1.94 \text{ kW}$$

单相负载 $R$ 消耗的功率为

$$P_R = \frac{U_{AC}^2}{R} = \frac{220^2}{20} = 2.42 \text{ kW}$$

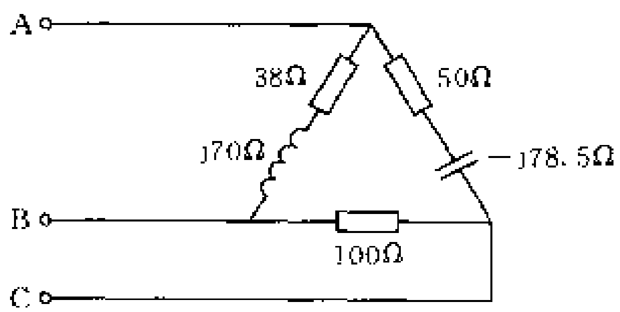
负载消耗的总有功功率为

$$P + P_Z + P_R = 6.36 \text{ kW}$$

由此可见，负载消耗的总有功功率等于电源发出的总有功功率，即

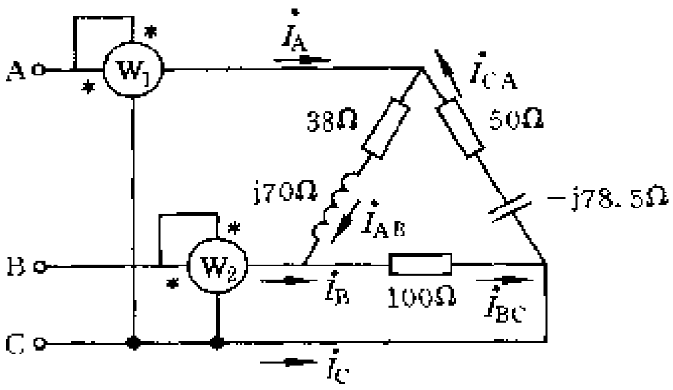
$$P + P_Z + P_R = P_{AB} + P_{BC}$$

**2-43** 对称三相电源接上一组接成三角形联接的负载，电源线电压为 380 V。今用两表法测此三相负载功率（有功），试画出两功率表接线图，并求出两功率表的读数及三相总有功功率。




题图 2-43

**解** 测三相负载功率的两功率表接线如题图 2-43(a) 所示（共 C 接法）。求解所用的各电流如图中所注。




题图 2-43(a)

设 $\dot{U}_{AB}=380\angle 0^\circ$ V。则负载的相电流分别为

$$\dot{I}_{AB}=\frac{380\angle 0^\circ}{38+j70}=4.771\angle -61.5^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BC}=\frac{380\angle -120^\circ}{100}=3.8\angle -120^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CA}=\frac{380\angle 120^\circ}{50-j78.5}=4.083\angle -177.5^\circ \text{ A}$$

三相线电流分别为

$$\begin{aligned}\dot{I}_A&=\dot{I}_{AB}-\dot{I}_{CA}=2.277-j4.193+4.079-j0.177\\&=6.356-j4.370=7.713\angle -34.51^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_B&=\dot{I}_{BC}-\dot{I}_{AB}=-1.900-j3.291-2.277+j4.193\\&=-4.177+j0.902=4.273\angle 167.8^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_C&=\dot{I}_{CA}-\dot{I}_{BC}=-4.079+j0.177+1.900+j3.291\\&=-2.179-j3.468=4.096\angle 122.1^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

所以，功率表 $W_1$ 和 $W_2$ 的读数分别为

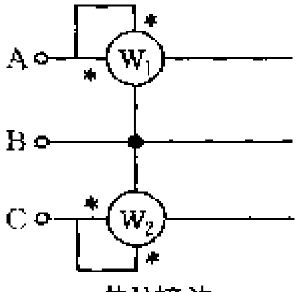
$$\begin{aligned}P_1&=U_{AC}I_A\cos(\psi_{u_{AC}}-\psi_{i_A})\\&=380\times 7.713\times\cos(-25.49^\circ)=2.65 \text{ kW}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_2&=U_{BC}I_B\cos(\psi_{u_{BC}}-\psi_{i_B})\\&=380\times 4.273\times\cos 72.2^\circ=0.496 \text{ W}\end{aligned}$$

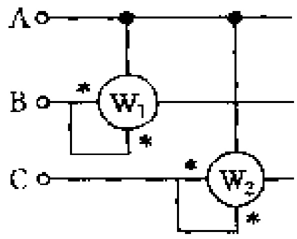
三相负载消耗的总有功功率(三相电源发出的总有功功率)为

$$P = P_1 + P_2 = 3.15\ \mathrm{kW}$$

两表法测三相总功率的另两种接线方法分别如题图 2-43(b),(c)所示。




题图 2-43(b)




题图 2-43(c)

共 B 接法时两功率表的读数分别为

$$\begin{aligned} P_1 &= U_{AB} I_A \cos(\psi_{u_{AB}} - \psi_{i_A}) \\ &= 380 \times 7.713 \times \cos(0^\circ + 34.51^\circ) = 2.42\ \mathrm{kW} \\ P_2 &= U_{CB} I_C \cos(\psi_{u_{CB}} - \psi_{i_C}) \\ &= 380 \times 4.096 \times \cos(60^\circ - 122.1^\circ) = 0.727\ \mathrm{kW} \end{aligned}$$

共 A 接法时两功率表的读数分别为

$$\begin{aligned} P_1 &= U_{BA} I_B \cos(\psi_{u_{BA}} - \psi_{i_B}) \\ &= 380 \times 4.273 \times \cos(180^\circ - 167.8^\circ) = 1.59\ \mathrm{kW} \\ P_2 &= U_{CA} I_C \cos(\psi_{u_{CA}} - \psi_{i_C}) \\ &= 380 \times 4.096 \times \cos(120^\circ - 122.1^\circ) = 1.56\ \mathrm{kW} \end{aligned}$$

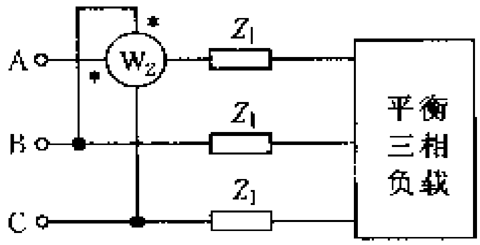
三种功率表的接线方法测得的总功率是相同的。

**2-44** 对称三相电源通过输电线给三相平衡负载(感性)输电(题图 2-44 所示电路)。输电线阻抗 $Z_1 = 1 + \mathrm{j}1\ \Omega$,负载端线电压为 380 V,负载功率 $P = 1500$ W,功率因数 $\cos\varphi = 0.8$。

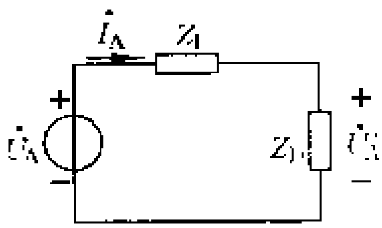
(1) 求电源端线电压;

(2) 求图中功率表读数,并说明由此功率表读数能否求出电

源的无功功率，为什么？




题图 2-44




题图 2-44(a)

**解**　设负载端相电压 $\dot{U}'_A=220\angle 0°$ V。可作出一相计算电路如题图 2-44(a)所示。

$$I_A=\frac{P}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi}=\frac{1500}{\sqrt{3}\times 380\times 0.8}=2.849\ \text{A},\ \varphi=36.87°$$

$$\dot{I}_A=2.849\angle -36.87°\ \text{A}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_A&=\dot{U}'_A+Z_1\dot{I}_A\\&=200\angle 0°+(1+\text{j}1)\times 2.849\angle -36.87°\ \text{V}\\&=224.0\angle 0.1458°\ \text{V}\end{aligned}$$

电源端线电压

$$\dot{U}_{AB}=\sqrt{3}\dot{U}_A\angle 30°=388\angle 30.1°\ \text{V}$$

$$\dot{U}_{BC}=388\angle -89.9°\ \text{V},\ \dot{U}_{CA}=388\angle 150°\ \text{V}$$

功率表的读数为

$$\begin{aligned}P&=U_{BC}I_A\cos(\psi_{u_{BC}}-\psi_{i_A})\\&=388.0\times 2.849\times\cos(-89.86°+36.87°)=665\ \text{W}\end{aligned}$$

功率表的读数可以表示为

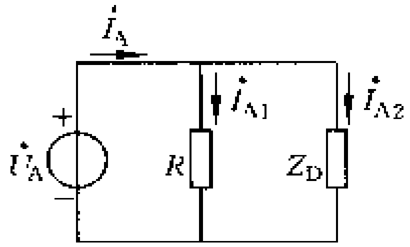
$$\begin{aligned}P&=U_{BC}I_A\cos(\psi_{u_{BC}}-\psi_{i_A})=U_{BC}I_A\cos(\psi_{u_{AB}}-120°-\psi_{i_A})\\&=U_{BC}I_A\cos(\psi_{u_A}+30°-120°-\psi_{i_A})\\&=U_{BC}I_A\sin(\psi_{u_A}-\psi_{i_A})=U_{BC}I_A\sin\varphi\end{aligned}$$

可见，由功率表的读数可得三相电源发出的无功功率，即三相电源

发出的无功功率为

$$Q=\sqrt{3}U_{BC}I_A\sin\varphi=\sqrt{3}P=\sqrt{3}\times665.4=1.15\ \text{k var}$$

**2-45** 线电压为 380 V 的三相电源接两组负载，一组为三相电动机，其有功功率为 $P_D=20$ kW，功率因数 $\cos\varphi=0.8$；另一组为三相白炽灯，总功率为 $P_R=5$ kW。此时电路的总功率因数为多少？若将功率因数提高到 0.94，则应并联一组接成Y形的电容器，每相电容值是多少？



题图 2-45

**解** 设 $\dot{U}_A=220\angle0°$V，电动机Y接每相等效阻抗为 $Z_D$，白炽灯每相电阻为 $R$。则可作出一相计算电路如题图 2-45 所示。

对白炽灯负载

$$R=\frac{U_A}{I_{A1}}=\frac{3U_A^2}{P_R}=\frac{3\times220^2}{5000}=29.04\ \Omega$$

对三相电动机负载

$$|Z_D|=\frac{U_A}{I_{A2}}=\frac{3U_A^2\cos\varphi}{P_D}=\frac{3\times220^2\times0.8}{20\times10^3}=5.808\ \Omega$$

$$Z_D=5.808\angle36.87°\ \Omega$$

总负载等效阻抗为

$$Z=R//Z_D=\frac{29.04\times5.808\angle36.87°}{29.04+5.808\angle36.87°}=\frac{168.7\angle36.87°}{33.87\angle5.877°}$$

$$=4.981\angle30.99°\Omega$$

所以，电源端总功率因数为

$$\cos\varphi_S=\cos30.99°=0.857$$

若将功率因数提高到 $\cos\varphi_S'=0.94$，则总的无功补偿容量为

$$|Q_C|=P(\tan\varphi_S-\tan\varphi_S')$$

$$=25\times10^3\times(\tan30.99°-\tan19.95°)=5.941\ \text{k var}$$

每相补偿电容值为

$$C=\frac{|Q_C|}{3\omega U_A^2}=\frac{5.941\times10^3}{3\times314\times220^2}=130\ \mu F$$

另解：两组负载消耗总有功功率为 $P=20+5=25$ kW，总无功功率即电动机的无功 $Q=P\tan\varphi=20\times\tan36.87°=15$ k var。所以总功率因数为

$$\cos\varphi_S=\frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}=\frac{25}{\sqrt{25^2+15^2}}=0.857$$

此题还可以先求出总线电流，再由电压、电流关系得到总功率因数。

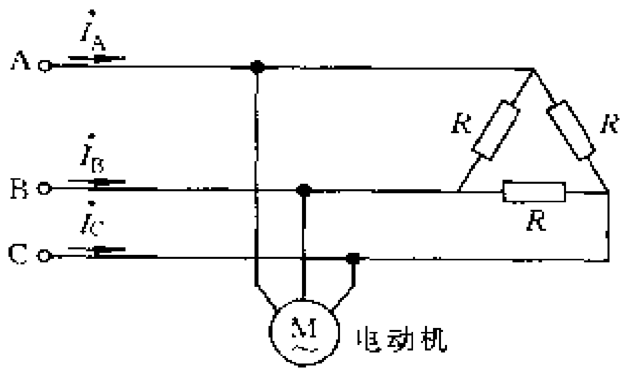
补偿容量的求法与上述方法相同。

**2-46** 已知题图 2-46 所示电路中，对称三相电路电源电压 $\dot{U}_{AB}=380\angle0°$ V。电动机负载的三相总功率为 $P=1.7$ kW，功率因数 $\cos\varphi_D=0.8$（感性）。电阻 $R=100\ \Omega$。

(1) 求线电流 $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$；

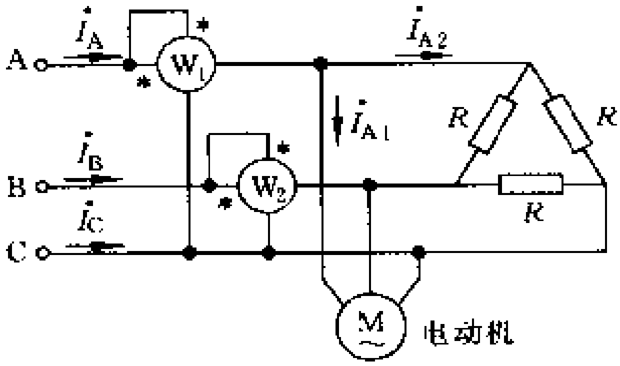
(2) 求电路总的功率因数；

(3) 若用两表法测三相总功率，试画出两功率表的接线图。




题图 2-46

**解** 各电流的参考方向及两表法测三相功率的接线如题图 2-46(a)所示。




题图 2-46(a)

(1) 对电动机负载,有

$$I_{A1}=\frac{P}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi_D}=\frac{1700}{\sqrt{3}\times 380\times 0.8}=3.229\ \text{A},\ \varphi=36.87^\circ$$

$$\dot{I}_{A1}=3.229\angle-66.87^\circ\ \text{A}$$

对电阻负载,有

$$\dot{I}_{A2}=\sqrt{3}\,\frac{\dot{U}_{AB}}{R}\angle-30^\circ=6.582\angle-30^\circ\ \text{A}$$

总电流为

$$\begin{aligned}\dot{I}_A&=\dot{I}_{A1}+\dot{I}_{A2}=3.229\angle-66.87^\circ+6.582\angle-30^\circ\\&=9.37\angle-41.9^\circ\ \text{A}\end{aligned}$$

由对称性,可得

$$\dot{I}_B=9.37\angle-162^\circ\ \text{A},\ \dot{I}_C=9.37\angle78.1^\circ\ \text{A}$$

(2) 总功率因数为

$$\cos\varphi=\cos(-30^\circ+41.9^\circ)=0.978$$

(3) 两表法测三相总功率的接线图如题图 2-46(a)所示。

作为结果校验,可求出题图 2-46(a)中两表法的读数(原题未要求):

$$\begin{aligned}P_1&=U_{AC}I_A\cos(\psi_{u_{AC}}-\psi_{i_A})\\&=380\times 9.37\times\cos(-60^\circ+41.9^\circ)=3.38\ \text{kW}\end{aligned}$$

$$P_2 = U_{BC} I_B \cos(\psi_{u_{BC}} - \psi_{i_B})$$
$$= 380 \times 9.37 \times \cos(-120^\circ + 162^\circ) = 2.65\ \mathrm{kW}$$

三相负载消耗的总有功功率(三相电源发出的总有功功率)为

$$P_S = P_1 + P_2 = 6.03\ \mathrm{kW}$$

校核:三相负载消耗的总平均功率为

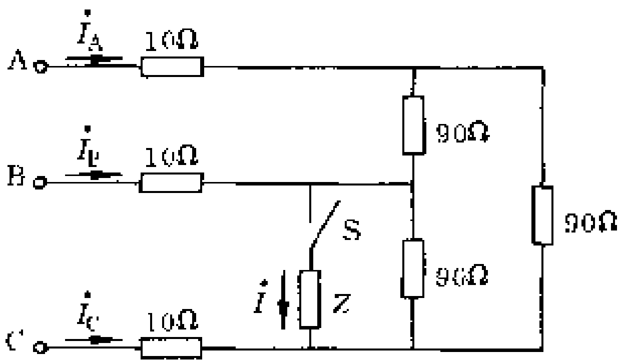
$$P_L = 1700 + 3 \times \frac{380^2}{100} = 6.03\ \mathrm{kW}$$

可见,$P_L = P_S$。

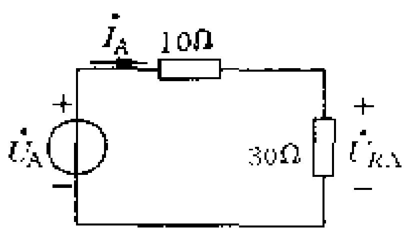
**2-47** 三相电路如题图 2-47 所示。已知对称三相电源线电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ$ V,阻抗 $Z = 20 + \mathrm{j}40\ \Omega$。

求:(1) 开关 S 打开时三相电源的线电流 $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$;

(2) 开关 S 闭合后阻抗 Z 中的电流 $\dot{I}$。




题图 2-47




题图 2-47(a)

**解** (1) 开关 S 打开时,电路三相对称。将△接负载变为Y接,得一相计算电路如题图 2-47(a)所示。

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{10 + 30} = \frac{220\angle -30^\circ}{40} = 5.5\angle -30^\circ\ \mathrm{A}$$

由对称性,得

$$\dot{I}_B = 5.5\angle -150^\circ\ \mathrm{A}, \quad \dot{I}_C = 5.5\angle 90^\circ\ \mathrm{A}$$

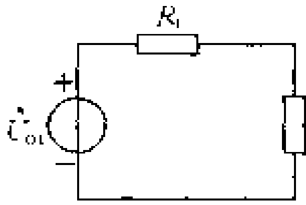
负载两端的相电压为

$$\dot{U}_{RA} = 30\dot{I}_A = 165\angle -30^\circ \text{ V}$$

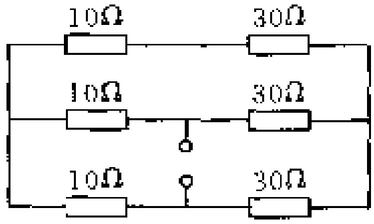
负载两端的线电压为

$$\dot{U}_{RAB} = 165\sqrt{3}\angle 0^\circ \text{ V},\quad \dot{U}_{RBC} = 165\sqrt{3}\angle -120^\circ \text{ V}$$

(2) 当开关 S 闭合，因只需求 Z 支路的电流，可将电路的其余部分作戴维南等效(题图 2-47(b)所示电路)。




题图 2-47(b)




题图 2-47(c)

其中，开路电压 $\dot{U}_{oc}$ 即(1)中求得的线电压 $\dot{U}_{RBC}$；入端电阻 $R_i$ 可由题图 2-47(c)所示的等效电路求出(已将△接负载变为Y接)。从等效端口看，此电路满足电桥平衡条件，原 A 线所在支路既可看作开路，也可看作短路。入端电阻为

$$R_i = (30+30)//(10+10) = 10//30 + 10//30 = 15\ \Omega$$

所以

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{oc}}{R_i + Z} = \frac{165\sqrt{3}\angle -120^\circ}{15 + 20 + \mathrm{j}40} = 5.38\angle -169^\circ \text{ A}$$

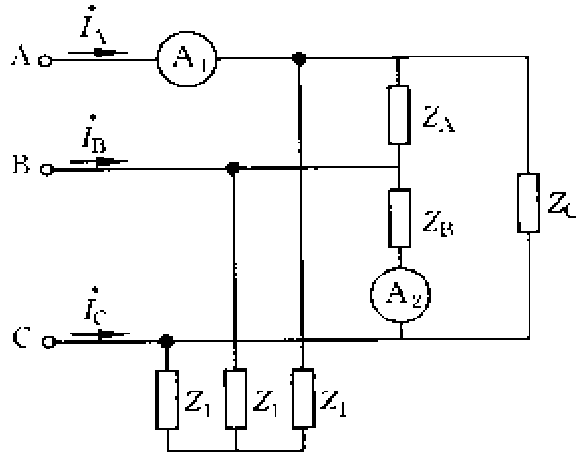
**2-48** 三相电路如题图 2-48 所示。对称三相电源线电压 $U_1 = 380$ V。接有两组三相负载。一组为星型联接的对称三相负载，每相阻抗 $Z_1 = 30 - \mathrm{j}40\ \Omega$。另一组为三角形联接的不对称三相负载，$Z_A = 100\ \Omega$，$Z_B = -\mathrm{j}200\ \Omega$，$Z_C = \mathrm{j}380\ \Omega$。

(1) 求图中电流表 $A_1$ 和 $A_2$ 的读数；

(2) 计算三相电源发出的平均功率。

**解** 设 $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ$ V。

则对称三相负载的线电流为




题图 2-48

$$\dot{I}_{A1} = \frac{220\angle 0^\circ}{30+j40} = 4.4\angle -53.1^\circ\ \text{A} = 2.642 - j3.519\ \text{A}$$

不对称三相负载的相电流分别为

$$\dot{I}_{AB} = \frac{380\angle 30^\circ}{100} = 3.8\angle 30^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{380\angle -90^\circ}{-j200} = 1.9\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{380\angle 150^\circ}{j380} = 1\angle 60^\circ\ \text{A}$$

A 相总线电流为

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}\\ &= 2.642 - j3.519 + 3.291 + j1.9 - 0.5 - j0.866\\ &= 5.433 - j2.486 = 5.97\angle -24.6^\circ\ \text{A}\end{aligned}$$

所以，电流表 $A_1$ 的读数为 5.97 A，$A_2$ 的读数为 1.90 A。

三相电源发出的平均功率即电阻元件消耗的功率，即

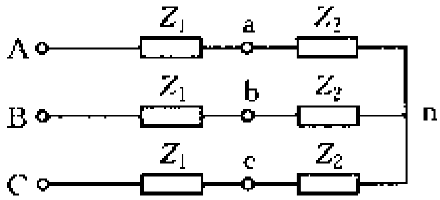
$$P = I_{A1}^2 \times 3 \times 30 + \frac{U_{AB}^2}{100} = 3.19\ \text{kW}$$

**2-49** 题图 2-49 所示电路中，已知三相电源对称，负载阻抗 $Z_2 = 60 + j80\ \Omega$，线路阻抗 $Z_1 = 2\ \Omega$，负载端线电压 $\dot{U}_{ab} =$

$380\angle 30^\circ$ V。

(1) 求电源端线电压 $\dot{U}_{AB}$,$\dot{U}_{BC}$,$\dot{U}_{CA}$;

(2) 若在 a,b 间接一电阻 $R=100\ \Omega$,求此电阻 $R$ 吸收的有功功率。




题图 2-49

**解** (1) 此时电路为对称三相电路。由题中假设,有 $\dot{U}_{an}=220\angle 0^\circ$ V。

则 A 相线电流为

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_{an}}{Z_2}=\frac{220\angle 0^\circ}{60+j80}=2.2\angle-53.1^\circ\ \mathrm{A}$$

A 相电源相电压为

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AN}&=Z_1\dot{I}_A+\dot{U}_{an}=2\times 2.2\angle-53.1^\circ+220\angle 0^\circ\\&=222.7\angle-0.9^\circ\ \mathrm{V}\end{aligned}$$

所以,电源端线电压为

$$\dot{U}_{AB}=\sqrt{3}\dot{U}_{AN}\angle 30^\circ=386\angle 29.1^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{BC}=386\angle-90.9^\circ\ \mathrm{V},\ \dot{U}_{CA}=386\angle 149^\circ\ \mathrm{V}$$

(2) 当在 a,b 间接一电阻 $R$ 时,电路为不对称三相电路。因只需分析 $R$ 支路的情况,所以可对 a,b 端口作戴维南等效。其等效电路如题图 2-49(a)所示。

其中开路电压 $\dot{U}_{ab0}$ 即(1)中对称运行时的电压 $\dot{U}_{ab}$,即

$$\dot{U}_{ab0}=380\angle 30^\circ\ \mathrm{V}$$

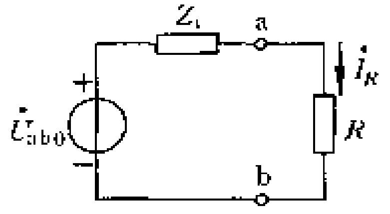
等效人端阻抗 $Z_i$ 可由题图 2-49(b)电路求得。此电路为一平衡电桥。

$$Z_i = (Z_1 + Z_1) // (Z_2 + Z_2) = \frac{4 \times (120 + j160)}{124 + j160}$$

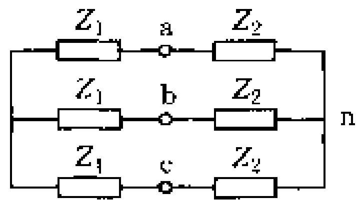
$$= 3.95\angle 0.9^\circ\ \Omega$$

由戴维南等效电路得

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{ab0}}{Z_i + R} = \frac{380\angle 30^\circ}{3.95\angle 0.9^\circ + 100} = 3.657\angle 30.0^\circ\ \text{A}$$




题图 2-49(a)




题图 2-49(b)

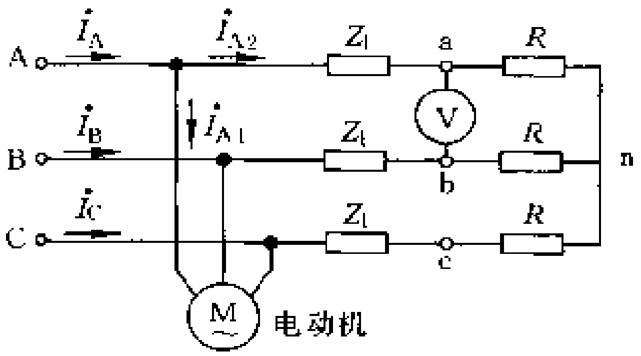
所以，电阻 $R$ 吸收的功率为

$$P = I_R^2 R = 1.34\ \text{kW}$$

**2-50** 电路如题图 2-50 所示。对称三相电源线电压 $U_l = 380$ V，接有两组对称三相负载。第一组为三相电动机，其额定参数为 $U_N = 380$ V，输入功率 $P_{1N} = 4.5$ kW，$\cos\varphi_N = 0.8$；第二组为电阻负载，每相电阻 $R = 50\ \Omega$。线路阻抗 $Z_l = 3 + j5\ \Omega$。

(1) 试求三相总电流 $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ 及电压表的读数(有效值)；

(2) 若 a,n 之间短路，试求短路电流。




题图 2-50

**解** 设 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ$ V

（1）此时电路为对称三相电路。

电动机负载

$$I_{A1} = \frac{P_{1N}}{\sqrt{3}U_N\cos\varphi_N} = \frac{4500}{\sqrt{3}\times 380\times 0.8} = 8.546 \text{ A}$$

$$\cos\varphi_N = 0.8, \quad \varphi_N = 36.87^\circ$$

$$\dot{I}_{A1} = 8.546\angle -36.87^\circ \text{ A}$$

电阻负载

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_A}{Z_l + R} = \frac{220\angle 0^\circ}{3 + \mathrm{j}5 + 50} = 4.133\angle -5.39^\circ \text{ A}$$

总线电流为

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 8.546\angle -36.87^\circ + 4.133\angle -5.39^\circ \text{ A}\\ &= 10.95 - \mathrm{j}5.516 = 12.3\angle -26.7^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\dot{I}_B = 12.3\angle -147^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_C = 12.3\angle 93.3^\circ \text{ A}$$

负载端相电压为

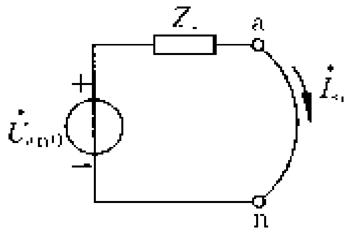
$$\begin{aligned}\dot{U}_{an} &= R\dot{I}_{A2} = 50\times 4.133\angle -5.39^\circ\\ &= 206.7\angle -5.39^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

则负载端线电压

$$\dot{U}_{ab} = \sqrt{3}\dot{U}_{an}\angle 30^\circ = 358\angle 24.6^\circ \text{ V}$$

所以，电压表的读数为 358 V。

（2）当 a、n 之间短路，电路变为不对称三相电路。从短路端 a、n 作戴维南等效电路如题图 2-50(a) 所示。其中，开路电压即短路前 A 相电阻负载 $R$ 两端的电压，即



题图 2-50(a)

$$\dot{U}_{an0} = 206.7\angle -5.39^\circ \text{ V}$$

等效入端阻抗为

$$Z_{i}=[Z_{2}+(Z_{3}+R)//(Z_{1}+R)]//R$$

$$=\frac{(29.5+j7.5)\times 50}{29.5+j7.5+50}=19.06\angle 8.87^{\circ}\ \Omega$$

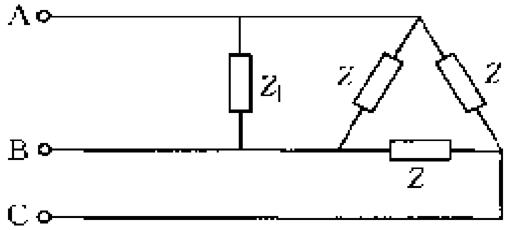
则所求的短路电流为

$$\dot{I}_{sc}=\frac{\dot{U}_{ano}}{Z_{i}}=\frac{206.7\angle-5.39^{\circ}}{19.06\angle 8.87^{\circ}}=10.8\angle-14.3^{\circ}\ \text{A}。$$

**2-51**　电路如题图 2-51 所示。已知对称三相电源线电压 $\dot{U}_{AB}=380\angle 0^{\circ}$ V，阻抗 $Z_1=30+j25\ \Omega$，$Z=120+j54\ \Omega$。

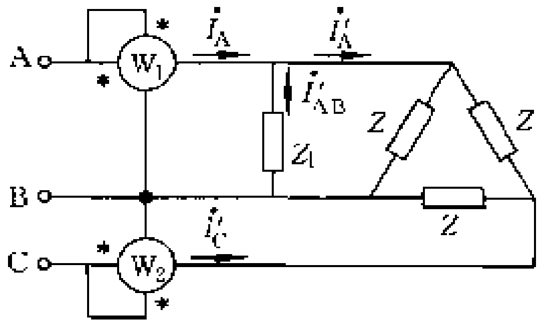
(1) 画出用两表法测三相总功率的接线图；

(2) 求此两块功率表的读数。




题图 2-51

**解**　(1) 两功率表的接线如题图 2-51(a)所示。




题图 2-51(a)

(2) 对对称三相负载 $Z$，有

$$\dot{I}'_A = \sqrt{3}\,\frac{\dot{U}_{AB}}{Z}\angle -30^\circ = \sqrt{3}\times\frac{380\angle 0^\circ}{120+j54}\angle -30^\circ$$
$$= 5\angle -54.22^\circ\ \text{A}$$
$$\dot{I}'_C = \dot{I}'_A\angle 120^\circ = 5\angle 65.78^\circ\ \text{A}$$

对单相负载，有

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_1} = \frac{380\angle 30^\circ}{30+j25} = 9.73\angle -39.8^\circ\ \text{A}$$

A 相总线电流为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} + \dot{I}'_A = 7.475 - j6.229 + 2.923 - j4.056$$
$$= 14.63\angle -44.72^\circ\ \text{A}$$

功率表 $W_1$ 的读数为

$$P_1 = U_{AB}I_A\cos\varphi_1$$
$$= 380\times 14.63\times\cos 44.72^\circ = 3950\ \text{W}$$

功率表 $W_2$ 的读数为

$$P_2 = U_{CB}I'_C\cos\varphi_2$$
$$= 380\times 5\times\cos(60^\circ - 65.78^\circ) = 1890\ \text{W}$$

**2-52** 对称三相电路如题图 2-52 所示。对称三相电源线电压 380 V。对称三相负载阻抗 $Z=20+j20\ \Omega$。三相电动机功率为 1.7 kW，功率因数 $\cos\varphi=0.82$。

(1) 求线电流 $\dot{I}_A,\dot{I}_B,\dot{I}_C$；

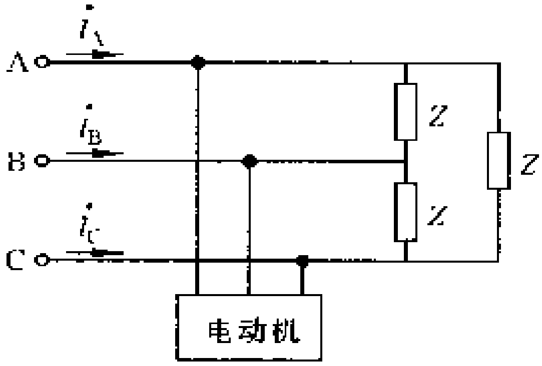
(2) 求三相电源发出的总功率；

(3) 若用两表法测三相总功率，试画出两只功率表的接线图。

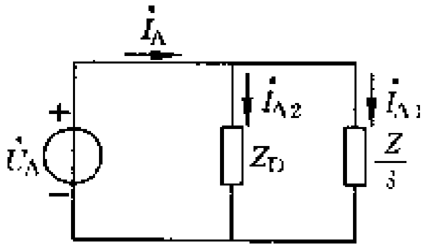
**解** (1) 电路为对称三相电路。设 $\dot{U}_A=220\angle 0^\circ$ V，则一相计算电路如题图 2-52(a)所示。

其中 $Z_D$ 表示电动机负载每相等效阻抗(Y接)。

由一相计算电路及已知条件，可得




题图 2-52




题图 2-52(a)

$$\dot{I}_{A1}=\frac{\dot{U}_A}{Z/3}=\frac{220\angle 0^\circ}{(20+j20)/3}=23.34\angle-45^\circ\ \text{A}$$

$$I_{A2}=\frac{P}{\sqrt{3}U_1\cos\varphi}=\frac{1.7\ \text{kW}}{\sqrt{3}\times 380\times 0.8}=3.15\ \text{A},$$

$$\varphi=34.9^\circ$$

$$\dot{I}_{A2}=3.15\angle-34.9^\circ\ \text{A}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_A&=\dot{I}_{A1}+\dot{I}_{A2}=23.34\angle-45^\circ+3.15\angle-34.9^\circ\\&=16.6-j16.5+2.583-j1.802\\&=26.44\angle-43.8^\circ\ \text{A}\end{aligned}$$

由对称性，得

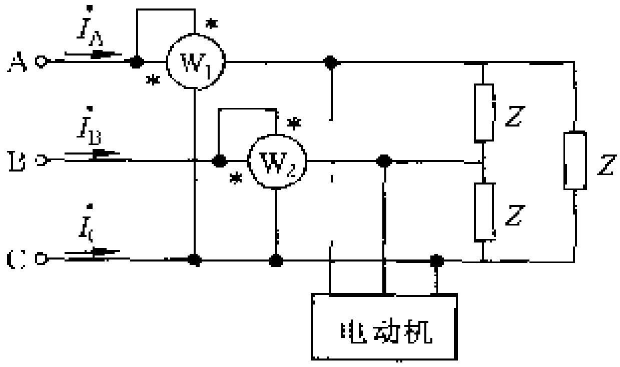
$$\dot{I}_B=26.44\angle-163.8^\circ\ \text{A},$$

$$\dot{I}_C=26.44\angle 76.2^\circ\ \text{A}$$

（2）三相电源发出的有功功率为

$$P=\sqrt{3}U_l I_A\cos 43.8^\circ=\sqrt{3}\times 380\times 26.44\times\cos 43.8^\circ$$
$$=12.6\ \text{kW}$$

(3) 两表法测三相电源发出总有功功率的接线图如题图 2-52(b)(共 C 接法)所示。

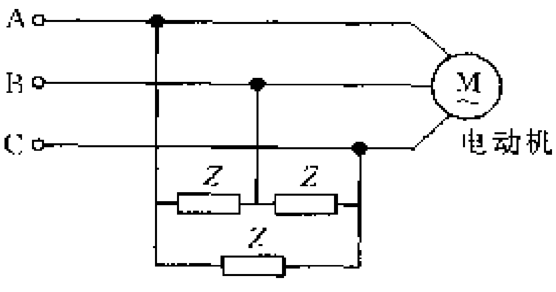



题图 2-52(b)

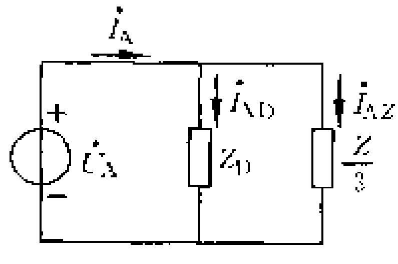
**2-53** 题图 2-53 所示电路中,已知工频对称三相电源线电压 $u_{AB}=380\sqrt{2}\sin(314t+30^\circ)$ V,电动机负载三相总功率 $P=1.7$ kW,$\cos\varphi_D=0.8$,对称三相负载阻抗 $Z=50+j80\ \Omega$。

(1) 求三相电源发出的有功功率和无功功率;

(2) 为使电源端功率因数提高到 $\cos\varphi=0.9$,在负载处并联一组三相电容(Y接),求所需电容 $C$。




题图 2-53




题图 2-53(a)

**解** (1) $\dot U_A=220\angle 0^\circ$ V。作出题图 2-53(a)所示的一相计

算电路。

由一相计算电路及已知条件,可得

$$\dot{I}_{AZ} = \frac{220\angle 0^\circ}{(50+j80)/3} = 6.98\angle -58^\circ\ \text{A}$$

$$I_{AD} = \frac{1700}{\sqrt{3}\times 380\times 0.8} = 3.23\ \text{A},\quad \varphi_D = 36.9^\circ$$

$$\dot{I}_{AD} = 3.23\angle -36.9^\circ\ \text{A}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{AZ} + \dot{I}_{AD} = 3.699 - j5.919 + 2.583 - j1.939\\ &= 10.1\angle -51.4^\circ\ \text{A}\end{aligned}$$

三相电源发出的有功功率为

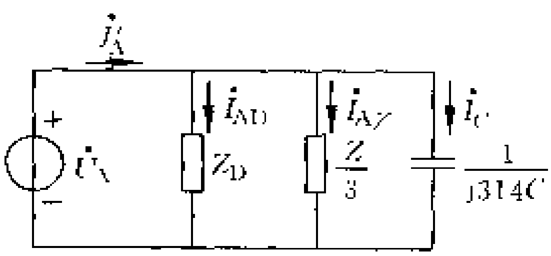
$$P = 3\times 220\times 10.1\times \cos 51.4^\circ = 4.14\ \text{kW}$$

三相电源发出的无功功率

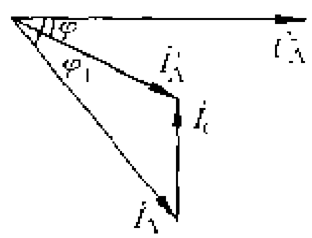
$$Q = 3\times 220\times 10.1\times \sin 51.4^\circ = 5.19\ \text{kvar}$$

电源端的总功率因数 $\cos\varphi_1 = \cos 51.4^\circ = 0.624$。

(2) 补偿后电源端的总功率因数 $\cos\varphi = 0.9$,$\varphi = 25.8^\circ$,补偿后的一相计算电路及相量图分别如题图 2-53(b)、(c)所示。




题图 2-53(b)




题图 2-53(c)

由相量图可得

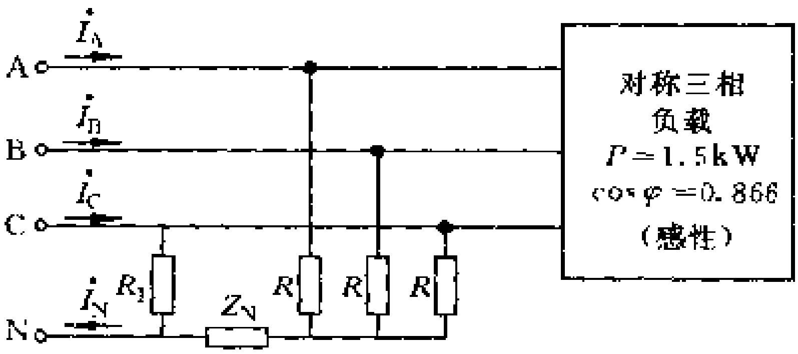
$$\begin{aligned}I_C &= I_A\cos\varphi_1(\tan\varphi_1 - \tan\varphi)\\ &= 6.30\times(\tan 51.4^\circ - \tan 25.8^\circ) = 4.85\ \text{A}\end{aligned}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{220}{4.85} = 45.4,\quad C = \frac{1}{45.4\times 314} = 70.1\ \mu\text{F}$$

**2-54** 三相电路如题图 2-54 所示。对称三相电源线电压为 380 V，接有两组对称三相负载，其中 $R=100\ \Omega$。单相负载电阻 $R_1$ 吸收的功率为 1650 W，$Z_N=j5\ \Omega$。

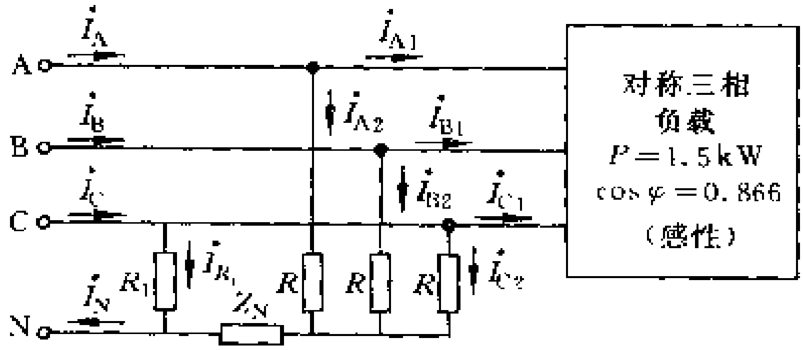
求：(1) 线电流 $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$、$\dot{I}_C$ 和中线电流 $\dot{I}_N$；

(2) 三相电源发出的总有功功率。




题图 2-54

**解** (1) 各电流参考方向标在题图 2-54(a)所示电路中。




题图 2-54(a)

设 $\dot{U}_{AN}=220\angle 0°$ V，则 $\dot{U}_{BN}=220\angle -120°$ V，$\dot{U}_{CN}=220\angle 120°$ V。

单相负载 $R_1$ 接在 C 相电源两端，从等效结果看，它不影响两组三相负载的运行。即从三相负载端看，三相电源仍是对称的。

对三相感性负载

$$I_{A1} = \frac{1500}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.866} = 2.63\ \mathrm{A}, \quad \varphi = 30^\circ$$

$$\dot{I}_{A1} = 2.63\angle -30^\circ\ \mathrm{A}, \quad \dot{I}_{B1} = 2.63\angle -150^\circ\ \mathrm{A},$$

$$\dot{I}_{C1} = 2.63\angle 90^\circ\ \mathrm{A}$$

三相电阻负载

$$\dot{I}_{A2} = \frac{220\angle 0^\circ}{100} = 2.2\angle 0^\circ\ \mathrm{A}, \quad \dot{I}_{B2} = 2.2\angle -120^\circ\ \mathrm{A},$$

$$\dot{I}_{C2} = 2.2\angle 120^\circ\ \mathrm{A}$$

单相电阻负载

$$\dot{I}_{R1} = \frac{\dot{U}_{CN}}{R_1} = \frac{1650}{220}\angle 120^\circ = 7.5\angle 120^\circ\ \mathrm{A}$$

总线电流分别为

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 2.63\angle\ \ 30^\circ + 2.2\angle 0^\circ \\ &= 4.478 - \mathrm{j}1.315 = 4.67\angle -16.4^\circ\ \mathrm{A}\end{aligned}$$

$$\dot{I}_B = 4.67\angle -136.4^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_C &= \dot{I}_{R_1} + \dot{I}_{C1} + \dot{I}_{C2} = -4.848 + \mathrm{j}11.03 \\ &= 12.08\angle 113.7^\circ\ \mathrm{A}\end{aligned}$$

中线电流为

$$\dot{I}_N = \dot{I}_{R_1} = 7.5\angle 120^\circ\ \mathrm{A}$$

(2) 三相电源发出的总有功功率即负载消耗的总有功功率。所以

$$P = 1500 + 1650 + 2.2^2 \times 100 \times 3 = 4.60\ \mathrm{kW}$$

此功率也可直接从每相电源发出的有功功率求得，但不如上述方法简单。

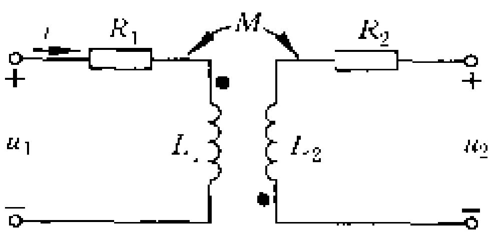
# 第 3 章　非正弦周期电流电路的稳态分析

**3-1**　已知一电路两端的电压为 $u(t)=1+2\sin\omega t+\cos3\omega t\,\mathrm{V}$，流过的电流为 $i(t)=1+\sin(\omega t+60^\circ)+\cos3(\omega t-30^\circ)\,\mathrm{A}$。且知电压、电流取关联的参考方向。求这个电路消耗的有功功率。

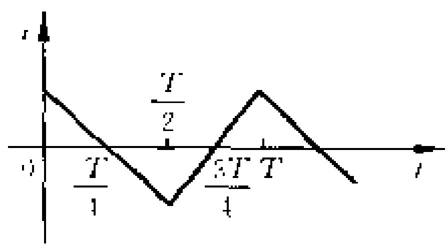
**解**　根据非正弦周期电流电路平均功率的求法，该电路吸收的平均功率为

$$
\begin{aligned}
P&=U_0I_0+U_1I_1\cos\varphi_1+U_3I_3\cos\varphi_3\\
&=1\times1+\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times\cos(0^\circ-60^\circ)+\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times\cos(0^\circ+90^\circ)\\
&=1.5\ \mathrm{W}
\end{aligned}
$$

**3-2**　已知题图 3-2(a)所示的互感电路中，原边线圈中有电流 $i$，$i$ 的波形如题图 3-2(b)所示。互感线圈的副边是开路的。试定性画出该电路中 $u_2$ 的波形




题图 3-2(a)

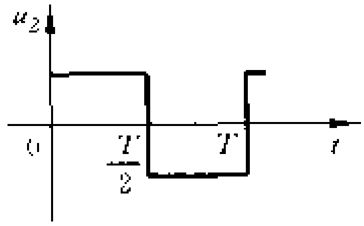



题图 3-2(b)

**解**　根据互感同名端的定义，互感电压

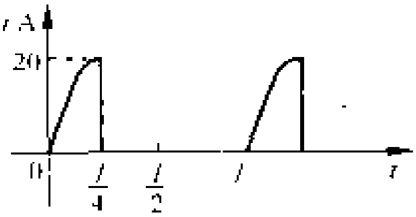
$$u_2=-M\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

所以，$u_2$ 的定性波形如题图 3-2(c)所示。




题图 3-2(c)

**3-3** 已知周期电流 $i$ 为正弦函数每个周期中 $t=0\sim\frac{T}{4}$ 的波形(如题图 3-3 所示)。求此电流 $i$ 的有效值。



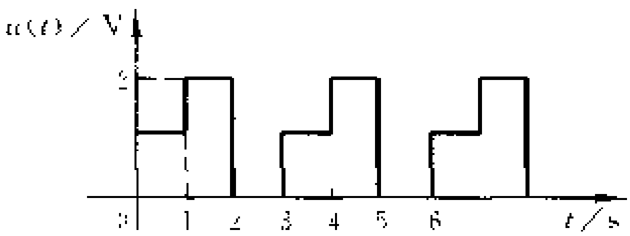

题图 3-3

**解** 根据周期电流有效值的定义,电流 $i$ 的有效值为

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{4}}(20\sin\omega t)^2\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{200}{T}\int_0^{\frac{T}{4}}(1-\cos2\omega t)\mathrm{d}t}$$

$$=5\sqrt{2}\mathrm{A}=7.07\ \mathrm{A}$$

**3-4** 非正弦周期电压如题图 3-4 所示。求其有效值 $U$。

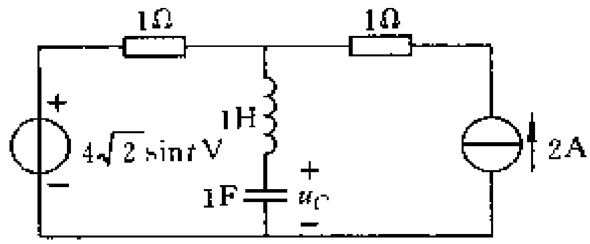



题图 3-4

**解** 根据有效值的定义,有

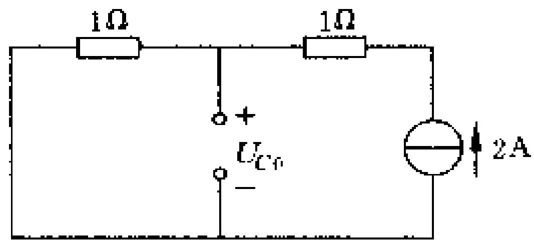
$$U=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{3}\left(\int_0^1 1^2\,\mathrm{d}t+\int_1^2 2^2\,\mathrm{d}t+\int_2^3 0^2\,\mathrm{d}t\right)}=1.29\ \mathrm{V}$$

**3 5** 求题图 3-5 所示电路中电压 $u_C$ 的有效值 $U_C$。

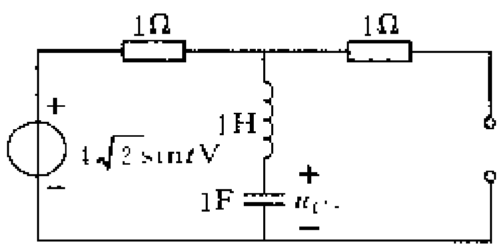



题图 3-5

**解** 应用叠加定理,可分别作出直流电流源和交流电压源单独作用时的等效电路如题图 3-5(a),(b)所示。




题图 3-5(a)




题图 3-5(b)

当直流电流源单独作用时,有

$$U_{C0}=1\times 2=2\ \mathrm{V}$$

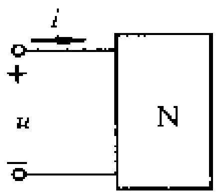
交流电压源单独作用时,电路处于串联谐振状态。所以

$$u_{C\sim} = 4\sqrt{2}\sin(t - 90°)\ \text{V}$$

电压 $u_C$ 的有效值为

$$U_C = \sqrt{U_{C0}^2 + U_{C\sim}^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 4.47\ \text{V}$$

**3-6** 题图 3-6 所示网络中，已知 $u = 10 + 10\sin 314t + 5\sin 942t$ V，$i = 4\sin\left(314t - \frac{\pi}{6}\right) + 2\sin\left(942t - \frac{\pi}{3}\right)$A。求电压有效值 $U$、电流有效值 $I$ 及网络 N 吸收的平均功率 $P$。




题图 3-6

**解** 电压有效值为

$$U = \sqrt{10^2 + \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2} = 12.7\ \text{V}$$

电流有效值为

$$I = \sqrt{\left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{10} = 3.16\ \text{A}$$

网络 N 吸收的平均功率为

$$P = 10 \times 0 + \frac{10}{\sqrt{2}} \times \frac{4}{\sqrt{2}} \times \cos\left(0 + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2}}$$

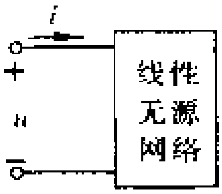
$$\times \cos\left(0 + \frac{\pi}{3}\right) = 19.8\ \text{W}$$

**3-7** 已知一线性无源网络(题图 3-7(a)所示)所加电压、电流如题图 3-7(b),(c)所示。求此网络消耗的平均功率。

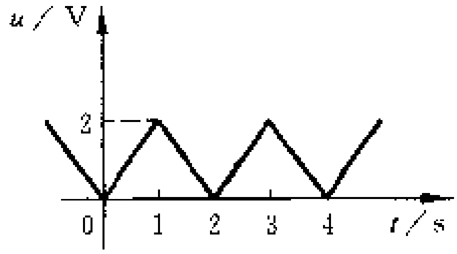
**解** 根据定义，网络吸收的平均功率为

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\left\{\int_0^1 0\mathrm{d}t + \int_1^2 [-2(t-2) \times 2]\mathrm{d}t\right\}$$

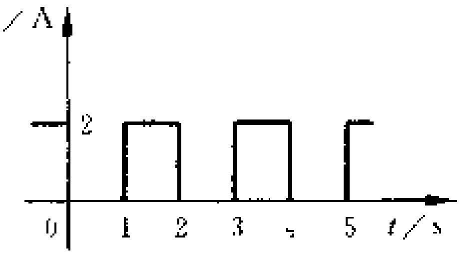
$$=(-t^2+4t)\big|_1^2=1\ \text{W}$$




题图 3-7(a)

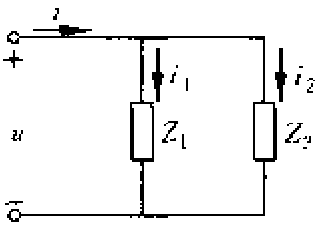



题图 3-7(b)




题图 3-7(c)

**3-8** 已知题图 3-8 所示电路中，$u(t)=50+300\sin(\omega t+30^\circ)$ V，$i_1(t)=10+15\sqrt{2}\sin(\omega t-30^\circ)$ A，$i_2(t)=8.93\sin(\omega t-10^\circ)$ A。$i$ 的有效值为多少？电路共消耗了多少平均功率？




题图 3-8

**解** $i(t)$的瞬时值为

$$i(t)=i_1(t)+i_2(t)$$

$$=10+15\sqrt{2}\sin(\omega t-30^\circ)+8.93\sin(\omega t-10^\circ)$$

$$=10+21.1\sqrt{2}\sin(\omega t-24.1^\circ)\ \text{A}$$

$i(t)$的有效值为

$$I=\sqrt{10^2+21.1^2}=23.3\ \text{A}$$

$Z_1$支路消耗的平均功率为

$$P_1=50\times 10+\frac{300}{\sqrt{2}}\times 15\times \cos 60^\circ=2.09\ \text{kW}$$

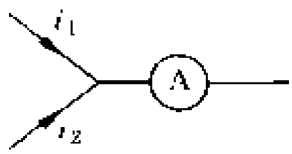
$Z_2$支路消耗的平均功率为

$$P_2=\frac{300}{\sqrt{2}}\times\frac{8.93}{\sqrt{2}}\times\cos 40^\circ=1.03\ \text{kW}$$

电路消耗的总平均功率为

$$P=P_1+P_2=3.12\ \text{kW}$$

**3-9** 题图 3-9 为某电路中的一部分，两个支路的电流分别为 $i_1=5-3\sin\omega t+\sin 3\omega t$ A，$i_2=5\sin(\omega t+30^\circ)+2\sin(3\omega t-25^\circ)$ A。问图中电磁式电流表 A(测有效值)的读数是多少？




题图 3-9

**解** 电流表所在支路的电流为 $i=i_1+i_2$。对基波分量和三次谐波分量分别应用相量法计算。

基波分量为

$$\dot{I}_m^{(1)}=3\angle 0^\circ+5\angle 30^\circ=7.330+\text{j}2.5=7.745\angle 18.83^\circ\ \text{A}$$

$$i^{(1)}(t)=7.745\sin(\omega t+18.83^\circ)\ \text{A}$$

三次谐波分量为

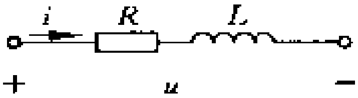
$$\begin{aligned}\dot{I}_m^{(3)}&=1\angle 0^\circ+2\angle -25^\circ=2.813-\text{j}0.8452\\&=2.937\angle -16.72^\circ\ \text{A}\end{aligned}$$

$$i^{(3)}(t)=2.937\sin(3\omega t-16.72^\circ)\ \text{A}$$

总电流为

$$i(t)=5+i^{(1)}(t)+i^{(3)}(t)$$
$$=5+7.745\sin(\omega t+18.83^\circ)+2.937\sin(3\omega t-16.72^\circ)\ \mathrm{A}$$
所以，电流表的读数为
$$I=\sqrt{5^2+\left(\frac{7.745}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{2.937}{\sqrt{2}}\right)^2}=7.70\ \mathrm{A}$$

**3-10** 题图 3-10 所示电路中，已知 $i=2+2\sqrt{2}\sin\omega t+\sqrt{2}\sin3\omega t$ A，$R=3\ \Omega$，$\omega L=2\ \Omega$。求 $u(t)$ 及电阻 $R$ 吸收的功率。



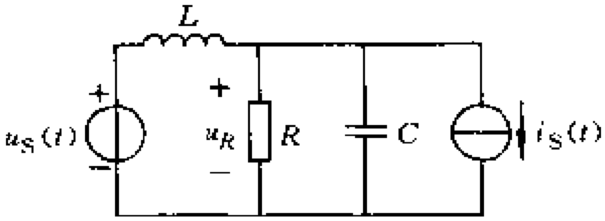

题图 3-10

**解** 电压 $u(t)$ 为
$$u(t)=Ri+L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$
$$=6+6\sqrt{2}\sin\omega t+3\sqrt{2}\sin3\omega t+2\sqrt{2}\omega L\cos\omega t$$
$$+3\sqrt{2}\omega L\cos3\omega t$$
$$=6+6\sqrt{2}\sin\omega t+3\sqrt{2}\sin3\omega t+4\sqrt{2}\cos\omega t+6\sqrt{2}\cos3\omega t$$
$$=6+7.211\sqrt{2}\sin(\omega t+33.69^\circ)$$
$$+6.708\sqrt{2}\sin(3\omega t+63.43^\circ)\ \mathrm{V}$$
电压 $u(t)$ 也可用叠加的方法计算。

电阻 $R$ 吸收的平均功率为
$$P=I^2R=(2^2+2^2+1^2)\times3=27\ \mathrm{W}$$
或
$$P=6\times2+7.211\times2\times\cos33.69^\circ+6.708\times1\times\cos63.43^\circ$$
$$=12+12.00+3.000=27.00\ \mathrm{W}$$

**3-11** 题图 3-11 所示电路中，已知 $R=1200\ \Omega$，$L=1$ H，$C=4\ \mu$F，$f=50$ Hz，$u_S(t)=50\sqrt{2}\sin(\omega t+30^\circ)$ V，$i_S(t)=$

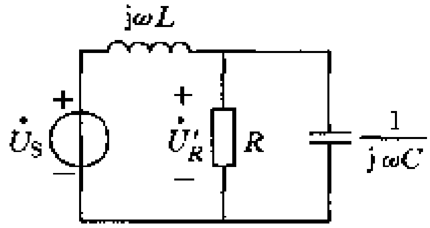
$100\sqrt{2}\sin(3\omega t+60^\circ)$ mA。求 $u_R(t)$及其有效值 $U_R$。




题图 3-11

**解** 此电路两个电源的频率不同，在稳态下为非正弦周期电流电路。应用叠加定理，并对单一频率电源用相量法。

(1) 电压源 $u_S(t)$单独作用：其相量模型如题图 3-11(a)所示。




题图 3-11(a)

电路中各参数为

$$\dot{U}_S=50\angle 30^\circ\ \mathrm{V},\qquad \omega L=314\ \Omega,\qquad \frac{1}{\omega C}=796.2\ \Omega$$

由节点法可得方程

$$\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}'_R=\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}\dot{U}_S$$

代入参数，解得

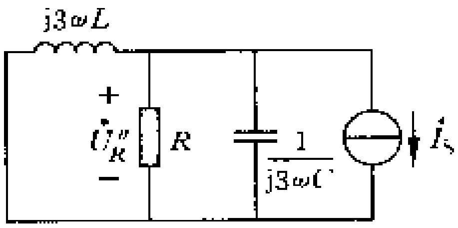
$$\dot{U}'_R=\frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}\dot{U}_S}{\frac{1}{R}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}+\mathrm{j}\omega C}=\frac{R\dot{U}_S}{R-\omega^2RLC+\mathrm{j}\omega L}$$

$$=\frac{1200\times 50\angle 30^\circ}{1200-473.3-\mathrm{j}314}=75.80\angle 6.63^\circ\ \mathrm{V}$$

所以

$$u_R'(t)=75.80\sqrt{2}\sin(\omega t-6.63°)\ \text{V}$$

(2) 电流源 $i_S(t)$单独作用:其相量模型如题图 3-11(b)所示。




题图 3-11(b)

电路中各参数为

$$\dot{I}_S=0.1\angle 60°\ \text{A},\qquad 3\omega L=942\ \Omega,\qquad \frac{1}{3\omega C}=265.4\ \Omega$$

所求电压分量为

$$\dot{U}_R''=\frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{j3\omega L}+j3\omega C}\dot{I}_S$$

$$=\frac{0.1\angle 60°}{\frac{1}{1200}+\frac{1}{j942}+j\frac{1}{265.4}}=35.32\angle-12.88°\ \text{V}$$

$$u_R''(t)=35.32\sqrt{2}\sin(3\omega t-12.88°)\ \text{V}$$

所以,$u_R(t)$的瞬时值为

$$u_R(t)=u_R'(t)+u_R''(t)$$

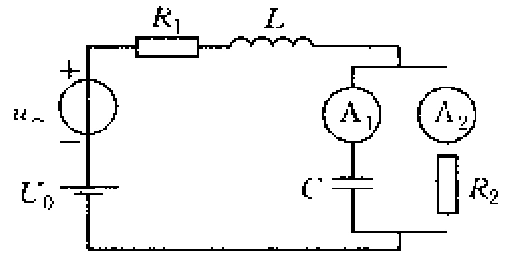
$$=75.8\sqrt{2}\sin(\omega t+6.63°)+35.3\sqrt{2}\sin(3\omega t-12.9°)\ \text{V}$$

$u_R(t)$的有效值为

$$U_R=\sqrt{(U_R')^2+(U_R'')^2}=\sqrt{75.80^2+35.32^2}=83.6\ \text{V}$$

**3-12** 题图 3-12 所示电路中,电源电压含有直流电压和角频率为 $\omega$ 的正弦电压,给定 $R_1=50\ \Omega$,$R_2=100\ \Omega$,$\omega L=70\ \Omega$,$\frac{1}{\omega C}=$

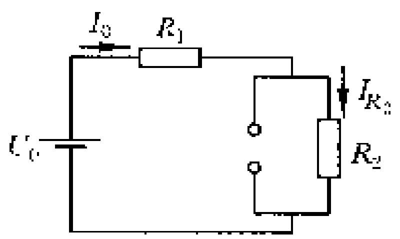
100 Ω。在稳态下电容支路中电流表读数为 1 A，电阻 $R_2$ 支路中电流表读数为 1.5 A。求电源电压及电源所发出的功率。（注：电流表的读数为有效值）




题图 3-12

**解** 根据叠加定理，可将电源电压的直流分量和交流分量分别作用于电路。

（1）直流分量单独作用时：电容相当于开路，电感相当于短路。等效电路如题图 3-12(a)所示。




题图 3-12(a)

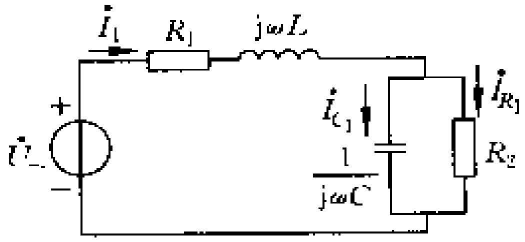
由题图 3-12(a)所示电路，可得

$$I_0 = I_{R_2} = \frac{U_0}{R_1+R_2} = \frac{U_0}{150}$$

（2）交流分量单独作用：等效电路如题图 3-12(b)所示。

电流表 $A_1$ 中的电流只有交流分量，即 $I_{C_1}=1$ A。可设 $\dot{I}_{C_1}=1\angle 0^\circ$ A。则电阻 $R_2$ 中的电流为

$$\dot{I}_{R_2} = \frac{\frac{1}{j\omega C}\dot{I}_{C_1}}{R_2} = \frac{-j100\times 1\angle 0^\circ}{100} = 1\angle -90^\circ \text{ A}$$




题图 3-12(b)

总电流的交流分量为

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{C_1} + \dot{I}_{R_1} = 1 - \mathrm{j}1 = \sqrt{2}\angle -45^\circ \text{ A}$$

电压

$$\begin{aligned}\dot{U}_{\sim} &= (R_1 + \mathrm{j}\omega L)\dot{I}_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_{C_1} \\ &= (50 + \mathrm{j}70) \times \sqrt{2}\angle -45^\circ - \mathrm{j}100 \\ &= 119.9 - \mathrm{j}80.01 = 144.1\angle -33.71^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

所以 $$u_{\sim} = 144.1\sqrt{2}\sin(\omega t - 33.71^\circ) \text{ V}$$

由电流表 $A_2$ 的读数可得

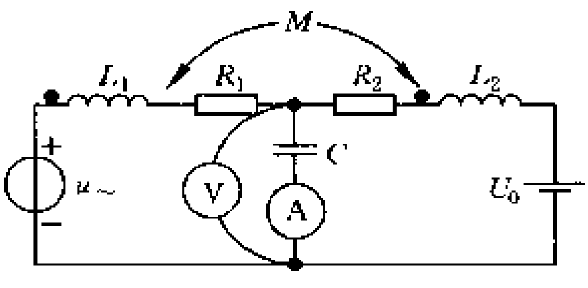
$$I_0 = I_{R0} = \sqrt{1.5^2 - 1^2} = 1.12 \text{ A}$$

所以 $$U_0 = (R_1 + R_2)I_0 = 150 \times 1.118 = 168 \text{ V}$$

电源发出的总平均功率为

$$P = U_0 I_0 + U_{\sim} I_1 \cos(-33.71^\circ + 45^\circ) = 387 \text{ W}$$

**3-13** 题图 3-13 所示电路中，$u_{\sim}$ 为角频率为 $\omega$ 的正弦交流



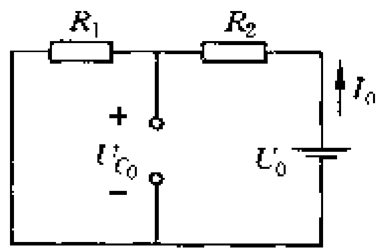

题图 3-13

电压源，$U_0$为直流电压源。给定 $R_1=1\ \Omega, R_2=2\ \Omega, \omega L_1=1\ \Omega$，$\omega L_2=2\ \Omega$，$\frac{1}{\omega C}=4\ \Omega, \omega M=1\ \Omega$。用指示有效值的电压表、电流表测得电容两端电压为 12 V，电容中电流为 2.5 A。分别求出电压源电压 $u_{\sim}$ 的有效值 $U_{\sim}$、$U_0$ 以及每一电源发出的有功功率。

**解** (1) 直流分量单独作用时，等效电路如题图 3-13(a)所示。

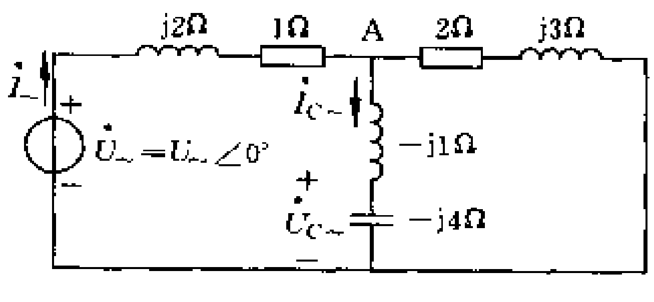
由此可求得

$$U_{C_0}=\frac{R_1}{R_1+R_2}U_0=\frac{U_0}{3},\qquad I_0=\frac{U_0}{R_1+R_2}=\frac{U_0}{3}$$




题图 3-13(a)

(2) 交流电源单独作用时，消去互感，其相量模型如题图 3-13(b)所示。




题图 3-13(b)

令 $\dot{U}_{\sim}=U_{\sim}\angle 0°$。对题图 3-13(b)中节点 A 以 $\dot{U}_{C\sim}$ 为变量列写 KCL 方程，得

$$\left(\frac{1}{1+\mathrm{j}2}+\frac{1}{2+\mathrm{j}3}+\frac{1}{-\mathrm{j}1-\mathrm{j}4}\right)\frac{-\mathrm{j}5}{-\mathrm{j}4}\dot{U}_{C\sim}=\frac{1}{1+\mathrm{j}2}\dot{U}_{\sim}$$

解得

$$\dot{U}_{C\sim}=\frac{1-\mathrm{j}2}{23-\mathrm{j}28}\times\frac{52}{5}U_{\sim}=0.6419U_{\sim}\angle-12.83^\circ$$

电容中电流

$$\dot{I}_{C\sim}=\frac{\dot{U}_{C\sim}}{-\mathrm{j}4}=\frac{0.6419U_{\sim}\angle-12.83^\circ}{-\mathrm{j}4}=0.1605U_{\sim}\angle77.17^\circ$$

因电容支路的电流只有交流分量,所以,由电流表的读数可知

$$2.5=0.1605U_{\sim},\quad 即\ U_{\sim}=\frac{2.5}{0.1605}=15.58\ \mathrm{V}$$

所以

$$\dot{U}_{C\sim}=-\mathrm{j}4\dot{I}_{C\sim}=10\angle-12.83^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_{\sim}=\frac{\dot{U}_{\sim}-(-\mathrm{j}5\dot{I}_{C\sim})}{1+\mathrm{j}2}=\frac{15.58\angle0^\circ-2.5\angle77.17^\circ\times5\angle-90^\circ}{1+\mathrm{j}2}$$

$$=1.959\angle-24.1^\circ\ \mathrm{A}$$

由电压表读数可得

$$\sqrt{10^2+\left(\frac{U_0}{3}\right)^2}=12,\quad U_0=19.9\ \mathrm{V}$$

直流电源发出的平均功率为

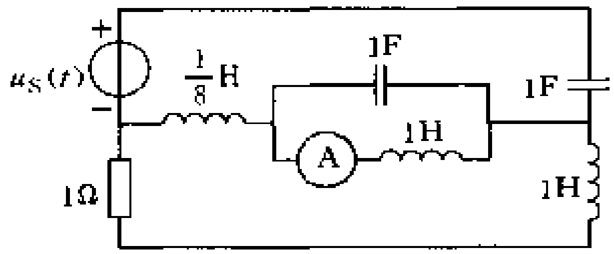
$$P_0=U_0I_0=19.90\times\frac{19.90}{3}=132\ \mathrm{W}$$

交流电源发出的平均功率为

$$P_{\sim}=U_{\sim}I_{\sim}\cos(0^\circ+24.1^\circ)=15.58\times1.959\times\cos24.1^\circ$$
$$=27.9\ \mathrm{W}$$

**3-14** 已知题图 3-14 所示电路中电压源 $u_S(t)=\sin t+\frac{8}{3}\sqrt{2}\sin3t$ V。求电流表读数(有效值)。

**解** 设电流表所在支路电流为 $i_L$(方向由右指向左)。由叠加




题图 3-14

原理，将 $u_S(t)$ 的基波分量和三次谐波分量分别作用于电路。

当基波单独作用于电路时，并联的 1 H 电感与 1 F 电容发生并联谐振，同时串联的 1 H 电感与 1 F 电容发生串联谐振。所以 $i_L$ 的基波分量为

$$\dot{I}_L^{(1)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ \times (1+\mathrm{j}1)}{\mathrm{j}1} = 1\angle -45^\circ \text{ A}$$

三次谐波单独作用时，并联的 1 H 电感、1 F 电容与串联的 $\frac{1}{8}$ H电感发生串联谐振。所以 $i_L$ 的三次谐波分量为

$$\dot{I}_L^{(3)} = \frac{\frac{8}{3}\angle 0^\circ}{-\mathrm{j}\,\frac{1}{3}} \times \frac{-\mathrm{j}\,\frac{1}{3}}{\mathrm{j}3 - \mathrm{j}\,\frac{1}{3}} = 1\angle -90^\circ \text{ A}$$

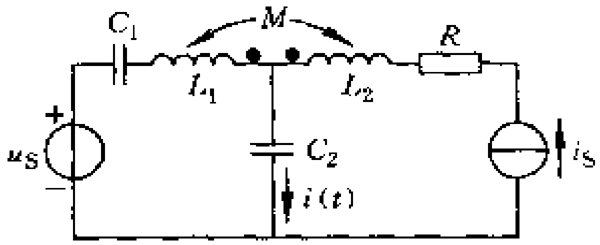
所以电流表 A 的读数为

$$I_L = \sqrt{[I_L^{(1)}]^2 + [I_L^{(3)}]^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1.41 \text{ A}$$

**3-15** 题图 3-15 所示电路中，已知 $C_1 = \frac{1}{6}$ F，$C_2 = \frac{1}{3}$ F，$L_1 = 6$ H，$L_2 = 4$ H，$M = 3$ H，$R = 4$ Ω，$u_S(t) = 18\sqrt{2}\sin t + 9\sqrt{2}\sin(2t+30^\circ)$ V，$i_S(t) = 5\sqrt{2}\sin t$ A。

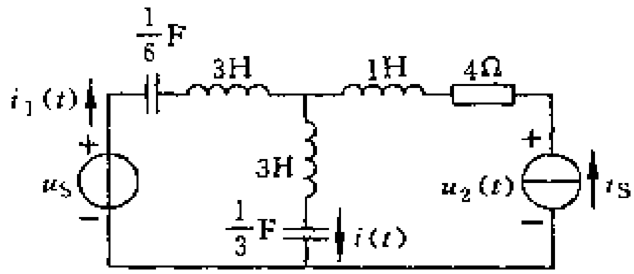
(1) 求 $i(t)$ 及其有效值；

(2) 求两电源各自发出的有功功率。



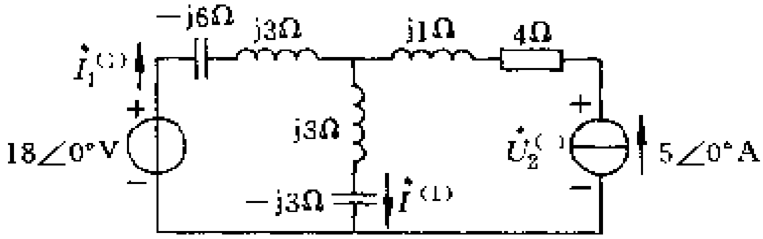

题图 3-15

**解** 此题可先用互感消去法，作出去耦等效电路(题图 3-15(a)所示)；再应用叠加定理分别求出基波和二次谐波作用时电流 $i(t)$ 的分量，以及电流源两端的电压和电压源中的电流；最后求总电流及有效值和两电源各自发出的平均功率。




题图 3-15(a)

(1) 基波作用：相量模型如题图 3-15(b)所示。




题图 3-15(b)

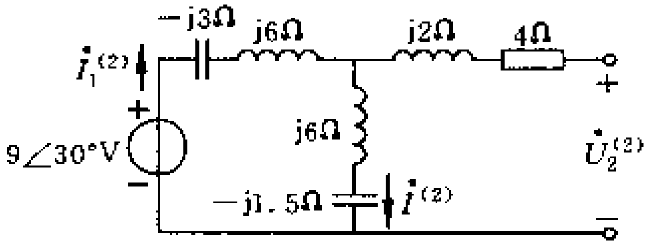
$$\dot{I}_1^{(1)} = \frac{18\angle 0^\circ}{-\mathrm{j}6 + \mathrm{j}3} = 6\angle 90^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}^{(1)} = \dot{I}_1^{(1)} + 5\angle 0^\circ = 7.81\angle 50.2^\circ \text{ A}$$

$$i^{(1)} = 7.81\sqrt{2}\sin(t + 50.2°)\ \text{A}$$

$$\dot{U}_2^{(1)} = 5\angle 0° \times (4 + \text{j}1) = 20.6\angle 14.0°\ \text{V}$$

二次谐波（只电压源中有）作用：相量模型如题图 3-15(c)所示。




题图 3-15(c)

$$\dot{I}_1^{(2)} = \frac{9\angle 30°}{-\text{j}3 + \text{j}6 + \text{j}6 - \text{j}1.5} = 1.2\angle -60°\ \text{A}$$

$$\dot{I}^{(2)} = \dot{I}_1^{(2)} = 1.2\angle -60°\ \text{A}$$

$$i^{(2)} = 1.2\sqrt{2}\sin(2t - 60°)\ \text{A}$$

$$\dot{U}_2^{(2)} = 1.2\angle -60° \times (\text{j}6 - \text{j}1.5) = 5.4\angle 30°\ \text{V}$$

总电流 $i(t)$ 为

$$\begin{aligned} i(t) &= i^{(1)} + i^{(2)} \\ &= 7.81\sqrt{2}\sin(t + 50.2°) + 1.2\sqrt{2}\sin(2t - 60°)\ \text{A} \end{aligned}$$

电流 $i(t)$ 的有效值为

$$I = \sqrt{7.81^2 + 1.2^2} = 7.90\ \text{A}$$

(2) 电压源发出的平均功率为

$$P_U = 18 \times 6 \times \cos 90° + 1.2 \times 9 \times \cos 90° = 0$$

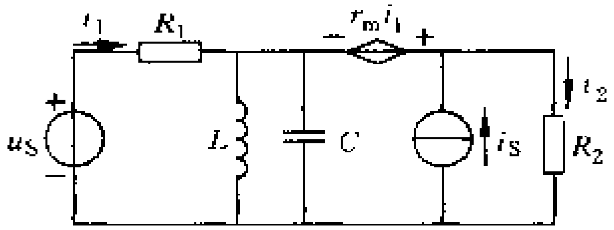
电流源发出的平均功率为

$$P_I = 20.6 \times 5 \times \cos 14.0° = 99.9\ \text{W}$$

**3-16** 题图 3-16 所示电路中，已知 $r_m = 10\ \Omega$，$R_1 = 5\ \Omega$，$R_2 = 10\ \Omega$，$L = 5\ \text{mH}$，$C = 200\ \mu\text{F}$，$u_S = 10\sin 1000t\ \text{V}$，$i_S = 5\cos 2000t\ \text{A}$。

(1) 求 $i_2(t)$及其有效值；

(2) 求 $R_2$ 消耗的有功功率及电压源、电流源发出的有功功率。



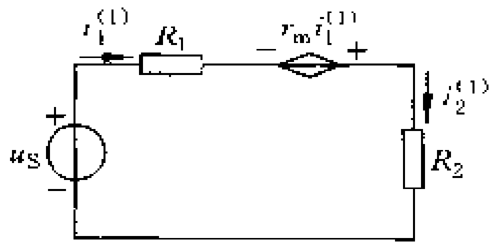

题图 3-16

**解** (1) $u_S$单独作用

$$X_{L_1} = 10^3 \times 5 \times 10^{-3} = 5\ \Omega,$$

$$X_{C_1} = -\frac{1}{10^3 \times 200 \times 10^{-6}} = -5\ \Omega$$

此时 $L$,$C$ 发生并联谐振。等效电路如题图 3-16(a)所示。




题图 3-16(a)

所以

$$i_2^{(1)} = \frac{u_S}{R_1 + R_2 - r_m} = 2\sin 1000t\ \mathrm{A}$$

$i_S$单独作用：用相量法，并作戴维南等效电路如题图 3-16(b)所示。

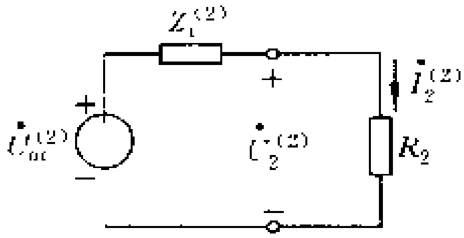
电路中的参数为

$$X_{L_2} = 2X_{L_1} = 10\ \Omega, \qquad X_{C_2} = \frac{1}{2}X_{C_1} = -2.5\ \Omega$$

等效电路中的开路电压为

$$\dot{U}_{oc}^{(2)} = r_m \dot{I}_1^{(2)} - R_1 \dot{I}_1^{(2)} = 10\dot{I}_1^{(2)} - 5\dot{I}_1^{(2)} = 5\dot{I}_1^{(2)}$$

$$= -\frac{5/R_1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{\mathrm{j}X_{L_1}} + \dfrac{1}{\mathrm{j}X_{C_1}}}\dot{I}_S = \frac{13.9}{\sqrt{2}}\angle 123.7° \text{ V}$$




题图 3-16(b)

入端阻抗为

$$Z_1^{(2)} = \frac{\dot{U}_{oc}^{(2)}}{\dot{I}_{SC}} = \frac{\dot{U}_{oc}^{(2)}}{\dot{I}_S}$$

$$= \frac{\dfrac{13.9}{\sqrt{2}}\angle -56.3°}{\dfrac{5}{\sqrt{2}}\angle 0°} = 2.78\angle -56.3° \ \Omega = 1.54 - \mathrm{j}2.31 \ \Omega$$

求得电流

$$\dot{I}_2^{(2)} = \frac{\dot{U}_{oc}^{(2)}}{Z_{1_1}^{(2)} + R_2} = \frac{1.18}{\sqrt{2}}\angle -45.0° \text{ A}$$

$$i_2^{(2)} = 1.18\cos(2000t - 45.0°) \text{ A}$$

所求电流为

$$i_2(t) = i_2^{(1)} + i_2^{(2)} = 2\sin 1000t + 1.18\cos(2000t - 45.0°) \text{ A}$$

$i_2(t)$的有效值为

$$I_2 = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1.18}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1.64 \text{ A}$$

（2）$R_2$消耗的平均功率为

$$P_2 = I_2^2 R_2 = 26.9\ \text{W}$$

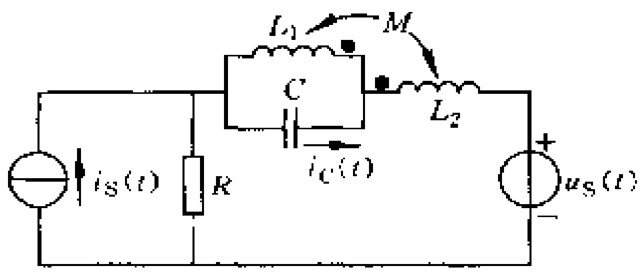
$u_S$发出的平均功率

$$P_u = \frac{10}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2}} \cos 0^\circ = 10.0\ \text{W}$$

$i_S$发出的平均功率

$$P_i = R_2 I_2^{(2)} I_S \cos\varphi_i = \frac{11.8}{\sqrt{2}} \times \frac{5}{\sqrt{2}} \cos(-45.0^\circ) = 20.9\ \text{W}$$

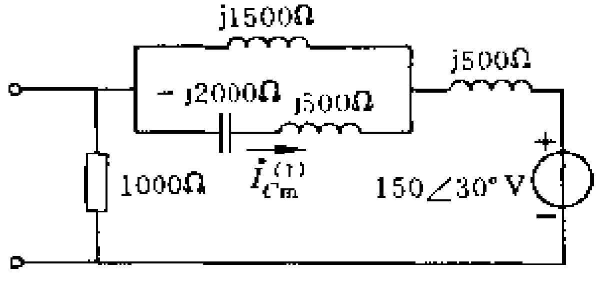
**3-17** 题图 3-17 所示电路中，$C = 0.5\ \mu\text{F}$，$L_1 = 2\ \text{H}$，$L_2 = 1\ \text{H}$，$M = 0.5\ \text{H}$，$R = 1\ \text{k}\Omega$，电压源 $u_S(t) = 150\sin(1000t - 30^\circ)\ \text{V}$，电流源 $i_S(t) = 0.1\sqrt{2}\sin 2000t\ \text{A}$。求电容中的电流 $i_C(t)$和它的有效值 $I_C$。




题图 3-17

**解** 先作出去耦等效电路，再应用叠加定理。

（1）基波（电压源）作用：等效电路如题图 3-17(a)所示。

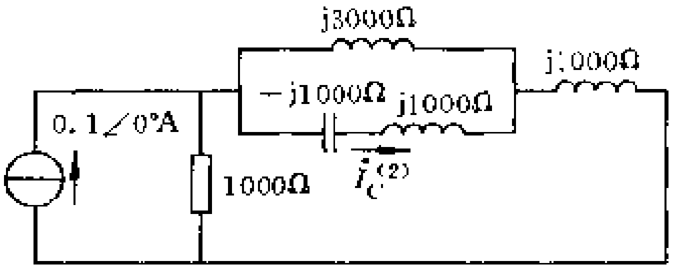



题图 3-17(a)

此时电路发生并联谐振，所以

$$\dot{I}_{Cm}^{(1)} = -\frac{150\angle 30^\circ}{-\mathrm{j}2000+\mathrm{j}500} = 0.1\angle -60^\circ \text{ A}$$

(2) 二次谐波(电流源)作用：等效电路如题图 3-17(b)所示。




题图 3-17(b)

此时电容与电感串联支路相当于短路，所以

$$\dot{I}_C^{(2)} = \frac{1000}{1000+\mathrm{j}1000}\times 0.1\angle 0^\circ = \frac{0.1}{\sqrt{2}}\angle -45^\circ \text{ A}$$

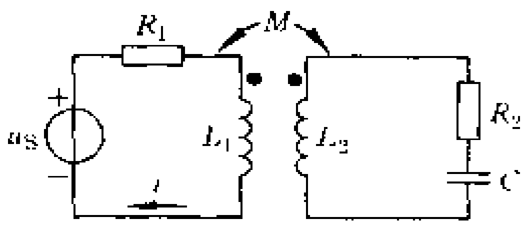
电流 $i_C$ 的瞬时值为

$$\begin{aligned} i_C(t) &= i_C^{(1)} + i_C^{(2)} \\ &= 0.1\sin(1000t-60^\circ) + 0.1\sin(2000t-45^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

$i_C(t)$ 的有效值为

$$I_C = \sqrt{\left(\frac{0.1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0.1 \text{ A}$$

**3-18** 题图 3-18 所示电路中，已知 $R_1=20\ \Omega$，$R_2=10\ \Omega$，$\omega L_1=6\ \Omega$，$\omega L_2=4\ \Omega$，$\omega M=2\ \Omega$，$\frac{1}{\omega C}=16\ \Omega$，$u_S=100+50\sin(2\omega t+$



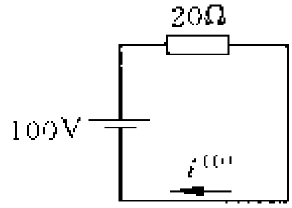

题图 3-18

10°) V。

求：(1) 电流 $i$ 及 $i$ 的有效值 $I$。

(2) 求电阻 $R_1$ 和 $R_2$ 各自吸收的有功功率。

**解** (1) 当直流分量单独作用时，电感相当于短路。可得如题图 3-18(a)所示的等效电路。

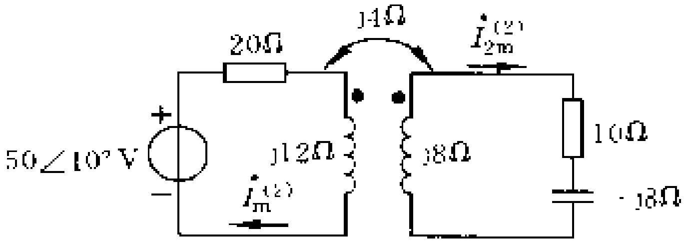



题图 3-18(a)

所以

$$i^{(0)} = \frac{100}{20} = 5\ \text{A}$$

当交流分量单独作用时，等效电路如题图 3-18(b)所示。




题图 3-18(b)

电路方程为

$$\begin{cases} (20+\mathrm{j}12)\dot{I}_{m}^{(2)} - \mathrm{j}4\dot{I}_{2m}^{(2)} = 50\angle 10^\circ \\ -\mathrm{j}4\dot{I}_{m}^{(2)} + 10\dot{I}_{2m}^{(2)} = 0 \end{cases}$$

解得

$$\dot{I}_{m}^{(2)} = 2.02\angle -19.0^\circ\ \text{A}, \qquad \dot{I}_{2m}^{(2)} = 0.808\angle 71.0^\circ\ \text{A}$$

所以

$$i(t) = 5 + 2.02\sin(2\omega t - 19.0^\circ)\ \mathrm{A}$$

$i(t)$的有效值为

$$I = \sqrt{5^2 + \left(\frac{2.02}{\sqrt{2}}\right)^2} = 5.20\ \mathrm{A}$$

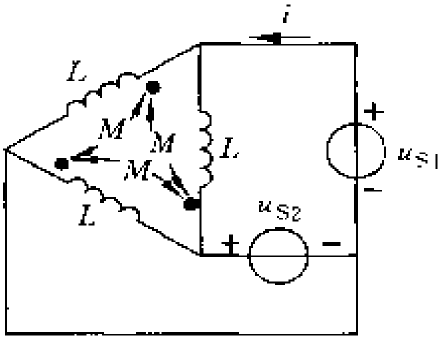
（2）电阻 $R_1$ 吸收的有功功率

$$P_{R_1} = 5^2 \times 20 + \left(\frac{2.02}{\sqrt{2}}\right)^2 \times 20 = 541\ \mathrm{W}$$

电阻 $R_2$ 吸收的有功功率

$$P_{R_2} = \left(\frac{0.808}{\sqrt{2}}\right)^2 \times 10 = 3.26\ \mathrm{W}$$

**3-19**　题图 3-19 所示电路中，已知 $L=1\ \mathrm{H}$，$M=0.8\ \mathrm{H}$，$u_{S1}=50\sqrt{2}\sin314t\,\mathrm{V}$，$u_{S2}=100\sqrt{2}\sin942t\ \mathrm{V}$。求电流 $i$ 及电源 $u_{S1}$ 发出的有功功率。




题图 3-19

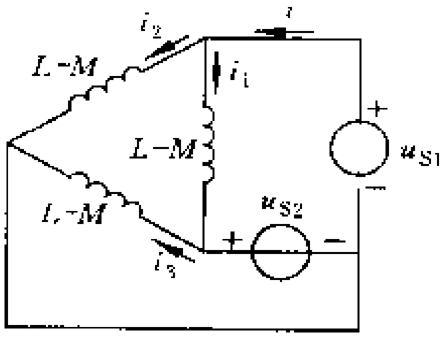
**解**　原电路的去耦等效电路如题图 3-19(a)所示。

对题图 3-19(a)所示等效电路，应用叠加定理，并分别应用相量法。

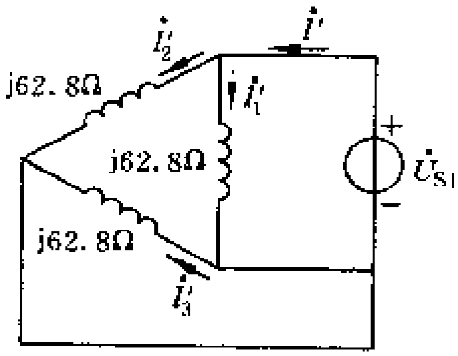
当 $u_{S1}$ 单独作用时，其相量模型如题图 3-19(b)所示。可求得

$$\dot{I}'_3 = 0,$$

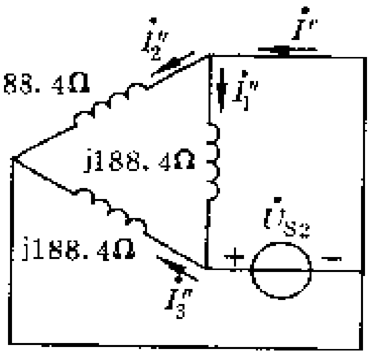
$$\dot{I}' = \dot{I}'_1 + \dot{I}'_2 = \frac{\dot{U}_S}{\mathrm{j}62.6} + \frac{\dot{U}_{S1}}{\mathrm{j}62.8} = \frac{2 \times 50\angle 0^\circ}{\mathrm{j}62.8} = 1.59\angle -90^\circ\ \mathrm{A}$$




题图 3-19(a)




题图 3-19(b)




题图 3-19(c)

当 $u_{S2}$ 单独作用时，其相量模型如题图 3-19(c)所示。可求得

$$\dot{I}_2''=0,\qquad \dot{I}''=-\dot{I}_1''=-\frac{\dot{U}_{S2}}{\mathrm{j}188.4}=-\frac{100\angle 0^\circ}{\mathrm{j}188.4}=0.531\angle 90^\circ\ \mathrm{A}$$

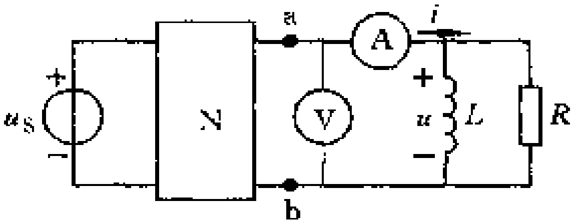
所求电流为

$$i = i' + i'' = 1.59\sqrt{2}\sin(314t - 90°) + 0.531\sqrt{2}\sin(942t + 90°)\ \text{A}$$

$u_{S1}$发出的有功功率为

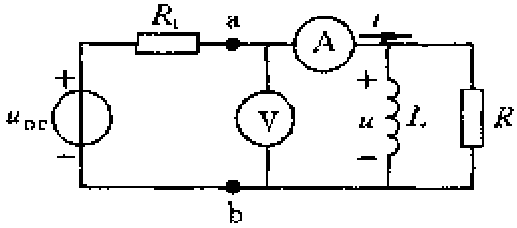
$$P_{S1} = 50 \times 1.59 \times \cos(0° + 90°) = 0$$

**3-20** 题图 3-20 所示电路中，N 为线性无源电阻网络，$u_S = 8 + 16\sin 2t$ V，$R = 1\ \Omega$，$L = 0.25$ H，电流表读数为 3 A，电压表读数为 1 V（均为有效值）。若将图中 $R$，$L$ 改成串联联接，则电流表、电压表的读数将各为多少？




题图 3-20

**解** 将 ab 端口左边电路作戴维南等效，等效电路如题图 3-20(a)所示。




题图 3-20(a)

设开路电压为

$$u_{oc} = U_D + 2U_D\sin 2t\ \text{V}$$

其中 $U_D$为直流分量单独作用时产生的开路电压。交流分量幅值与直流分量幅值的关系由齐性原理得到。

设 $u = U_0 + u_\sim$，$i = I_0 + i_\sim$。已知 $U = 1$ V，$I = 3$ A。当直流分量单独作用时，电感 $L$ 短路，有

$$I_0 = \frac{U_D}{R_1}, \qquad U_0 = 0$$

当交流分量单独作用时，用相量法，有

$$Z = \frac{R \times j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{j0.5}{1 + j0.5} = \frac{0.5\angle 90^\circ}{1.118\angle 26.6^\circ}$$
$$= 0.447\angle 63.4^\circ\ \Omega = 0.2 + j0.4\ \Omega$$

$$\dot{I}_{\sim} = \frac{\dot{U}_{\sim}}{Z}, \qquad I_{\sim} = \frac{U_{\sim}}{|Z|} = \frac{U}{|Z|} = \frac{1}{0.447} = 2.236\ \text{A}$$

由电流表的读数可得

$$I_0 = \sqrt{I^2 - I_{\sim}^2} = \sqrt{3^2 - 2.236^2} = 2.00\ \text{A}$$

又由等效电路，可得

$$\dot{I}_{\sim} = \frac{\frac{2U_D}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ}{R_1 + Z} = \frac{\sqrt{2}U_D\angle 0^\circ}{R_1 + 0.2 + j0.4}$$

由前面讨论得到 $I_0 = \frac{U_D}{R_1}$，即 $U_D = 2R_1$，代入上式得

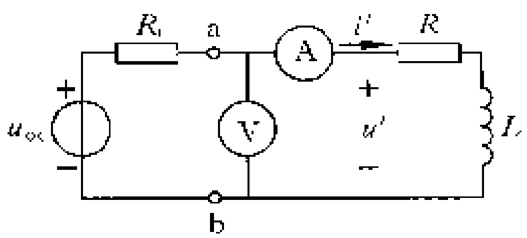
$$I_{\sim} = \frac{\sqrt{2}U_D}{\sqrt{(R_1 + 0.2)^2 + 0.4^2}} = \frac{2\sqrt{2}R_1}{\sqrt{(R_1 + 0.2)^2 + 0.4^2}} = 2.236\ \text{A}$$

解得 $R_1 = 1.00\ \Omega$，则 $U_D = 2.00\ \text{V}$。

所以

$$u_{oc} = 2.00 + 4.00\sin 2t\ \text{V}$$

当 $R$、$L$ 改为串联时，ab 端口以左的等效电路不变。即电路变为题图 3-20(b)所示电路。




题图 3-20(b)

直流分量单独作用时

$$I'_0 = \frac{U_0}{R_1 + R} = \frac{2}{1+1} = 1\ \text{A}, \qquad U'_0 = 1\ \text{V}$$

交流单独作用时

$$\dot{I}'_{\sim} = \frac{\dot{U}'_{\sim}}{Z'} = \frac{\frac{4}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ}{1 + 1 + \text{j}0.5} = \frac{2\sqrt{2}\angle 0^\circ}{2.062\angle 14.04^\circ}$$

$$= 1.372\angle -14.04^\circ\ \text{A}$$

$$U'_{\sim} = \sqrt{1^2 + 0.5^2}\, I'_{\sim} = 1.118 \times 1.372 = 1.534\ \text{V}$$

则电流表的读数为

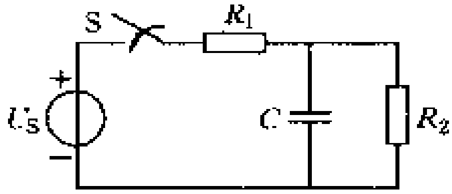
$$I' = \sqrt{I'^2_0 + I'^2_{\sim}} = 1.70\ \text{A}$$

电压表的读数

$$U' = \sqrt{U'^2_0 + U'^2_{\sim}} = 1.83\ \text{V}$$

# 第 4 章　动态电路的时域分析

**4-1**　题图 4-1 所示电路接在理想电压源上。求该电路的时间常数。

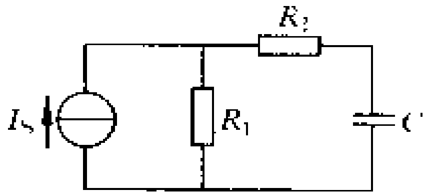



题图 4-1

**解**　时间常数

$$\tau = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$$

**4-2**　题图 4-2 所示电路接在理想电流源上。求该电路的时间常数。



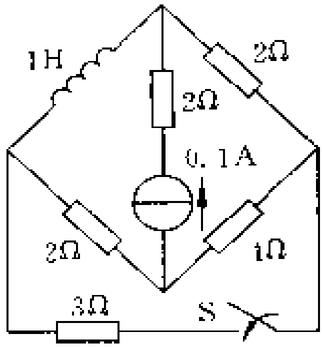

题图 4-2

**解**　时间常数

$$\tau = (R_1 + R_2)C$$

**4-3**　电路如题图 4-3 所示，求开关 S 闭合后电路的时间常数。

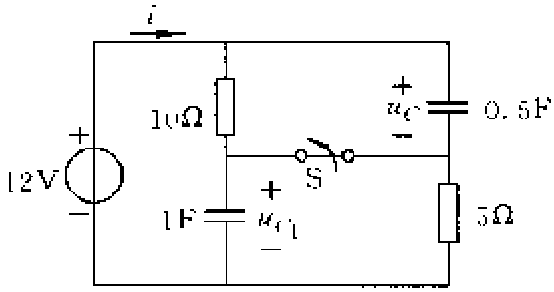
**解**　时间常数




题图 4-3

$$\tau = \frac{1}{[3 \ /\!/ \ (2+4)]+2} = 0.25 \text{ s}$$

**4-4** 电路如题图4-4所示。$t=0$时打开开关S(换路前电路已达到稳态)。求$i(t)|_{t=0^+}$和$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}$。




题图 4-4

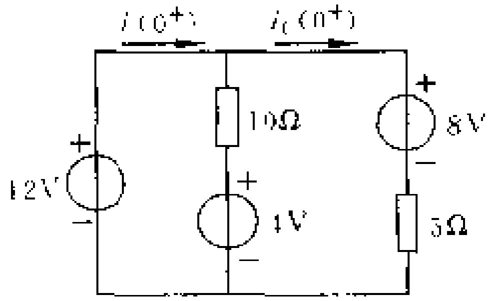
**解** 由换路定律

$$u_{C_1}(0^+) = u_{C_1}(0^-) = 4 \text{ V}, u_C(0^+) = u_C(0^-) = 8 \text{ V}$$

$0^+$电路如题图4-4(a)所示。则

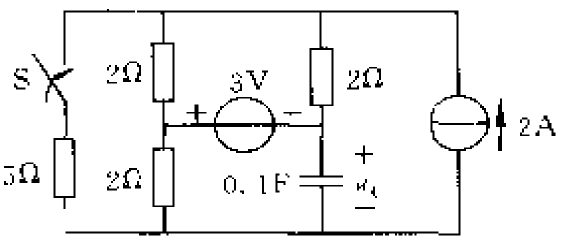
$$i(0^-) = \frac{12-4}{10} + \frac{12-8}{5} = 1.6 \text{ A}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{0^+} = \frac{1}{0.5} i_C(0^-) = 2 \times \frac{12-8}{5} = 1.6 \text{ A/F}$$




题图 4-4(a)

**4-5** 电路如题图 4-5 所示。$t=0$ 时开关 S 闭合。求电容电压的初始值。




题图 4-5

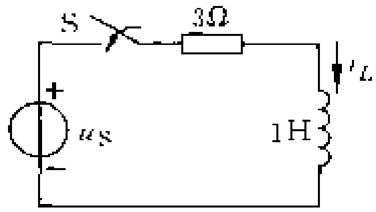
**解** 由叠加定理可得

$$u_C(0_-)=-3+2\times2=1\ \text{V}$$

由换路定律

$$u_C(0^+)=u_C(0^-)=1\ \text{V}$$

**4-6** 已知题图 4-6 所示电路中电压源 $u_S=10\sin(4t+\theta)$ V，电感无初始储能，$t=0$ 时开关 S 闭合。若 S 闭合后电路中不产生过渡过程，则电源的初相角 $\theta$ 应为多少？




题图 4-6

**解** 由换路定律 $i_L(0^-)=i_L(0^+)=0$

$$\tau=\frac{1}{3}\ \text{s}$$

稳态时 $i_L(t)$ 相量为

$$\dot{I}_{Lm}=\frac{10\angle\theta}{3-\text{j}4}=2\angle\theta-53.1^\circ\ \text{A}$$

稳态电流为

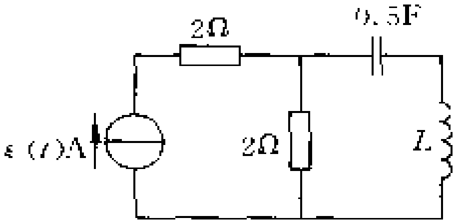
$$i_L(t)=2\sin(4t+\theta-53.1^\circ)\ \text{A}$$

则

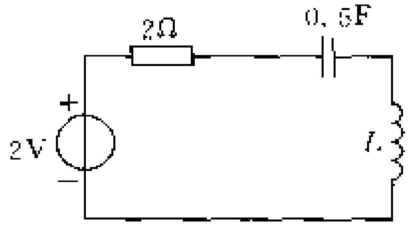
$$i_L(t)=2\sin(4t+\theta-53.1^\circ)-2\sin(\theta-53.1^\circ)\text{e}^{-3t}\text{A}$$

要使 S 闭合后电路不产生过渡过程，则初相角 $\theta=53.1^\circ$

**4-7** 求使题图 4-7 所示电路产生欠阻尼响应时的电感参数 $L$。




题图 4-7




题图 4-7(a)

**解** 该电路换路后的等效电路如题图 4-7(a)所示。要使电路产生欠阻尼响应，只需满足下式

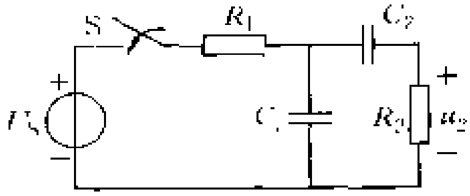
$$R<2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

即

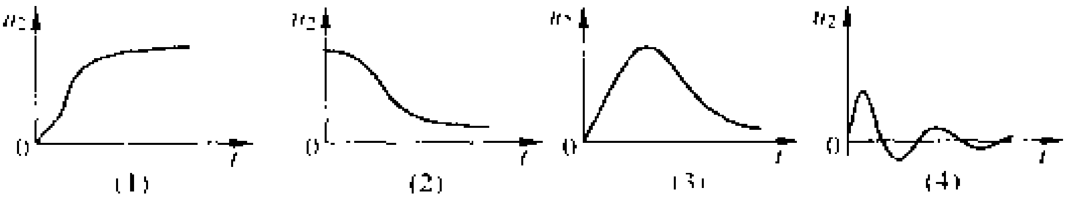
$$L>\frac{R^2C}{4}>0.5\ \text{H}$$

**4-8** 题图 4-8 所示电路开关闭合前两个电容均不带电，电源电压 $U_S$ 为一常数值。开关闭合后输出电压 $u_2$ 的波形可能是题图

4-8 (a)中的哪一个？



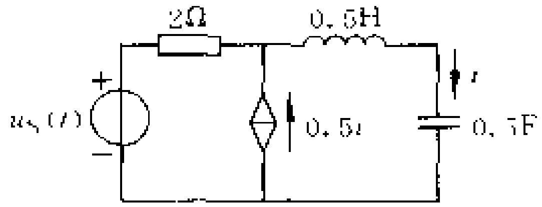

题图 4-8




题图 4-8(a)

**解** 已知电容 $C_1$ 和 $C_2$ 在开关闭合前均不带电，故 $u_2$ 的初始电压为零，而 $u_2$ 的稳态响应也为零。又该电路属二阶电路，由电阻和电容组成的无源电路不可能产生衰减振荡波形，故 $u_2$ 的波形为题图 4-8(a)中的(3)。

**4-9** 判断题图 4-9 所示电路中电流 $i$ 的波形是振荡型还是非振荡型。




题图 4-9

**解** 以 $i$ 为变量列写电路的微分方程得

$$2(i-0.5i)-0.5\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}-2\int i\mathrm{d}t=u_S(t)$$

整理后，得

$$\frac{d^2 i}{2dt^2} + \frac{di}{dt} + 2i = \frac{du_s(t)}{dt}$$

特征方程

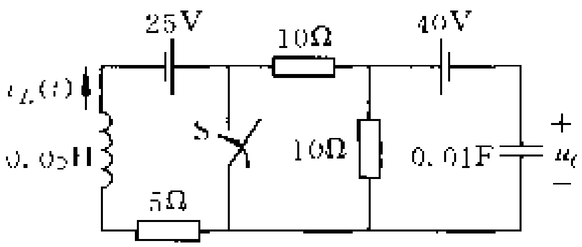
$$p^2 + 2p + 4 = 0$$

特征根

$$p_{1,2} = -1 \pm j\sqrt{3}$$

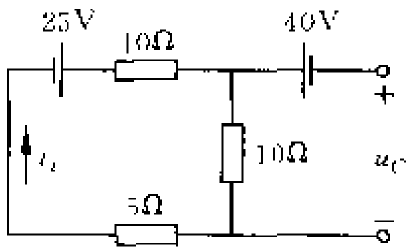
所以电路呈欠阻尼状态，$i$ 的波形是衰减振荡的。

**4-10** 电路如题图 4-10 所示。已知开关 S 闭合前电路已经达稳态，$t=0$ 时闭合开关 S。求闭合开关 S 后的 $u_C(t)$ 和 $i_L(t)$。




题图 4-10

**解** 换路前的电路如题图 4-10(a)所示。其中




题图 4-10(a)

$$i_L(0^-) = 1\ \text{A}$$

$$u_C(0^-) = -40 + \frac{10}{25} \times 25 = -30\ \text{V}$$

合 S 后电路将分为左、右两个电路。左边电路

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 1\ \text{A}$$

$$i_L(\infty) = 5\ \text{A}$$

$$\tau_左 = \frac{0.05}{5} = 0.01\ \text{s}$$

$$i_L(t) = 5 - 4e^{-100t}\ \text{A} \qquad t \geqslant 0$$

右边电路

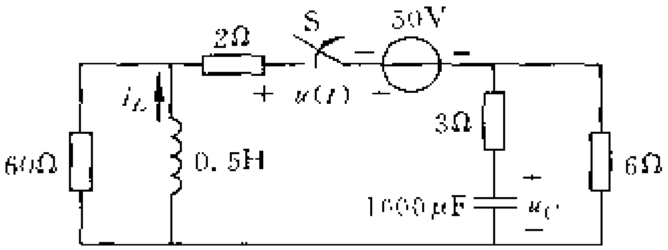
$$u_C(0^-) = u_C(0^+) = -30\ \text{V}$$

$$u_C(\infty) = -40\ \text{V}$$

$$\tau_右 = 0.01 \times 5 = 0.05\ \text{s}$$

$$u_C(t) = -40 + 10e^{-20t}\ \text{V} \qquad t \geqslant 0$$

**4-11** 已知题图4-11所示电路换路前电路处于稳定状态，在$t=0$时打开开关S，求开关S两端电压$u(t)$，并求开关断开瞬间其两端电压。




题图 4-11

**解** 由换路前的稳态电路，得

$$i_L(0^-) = \frac{50}{2+6} = 6.25\ \text{A}$$

$$u_C(0^-) = 50 \times \frac{6}{2+6} = 37.5\ \text{V}$$

换路后开关断开，电路分为左、右两个部分，由三要素公式可得

$$\tau_左 = \frac{1}{120}\ \text{s} \qquad i_L(t) = 6.25e^{-120t}\ \text{A} \quad t \geqslant 0$$

$$\tau_右 = 9 \times 10^{-3}\ \text{s} \qquad u_C(t) = 37.5e^{-\frac{10^3}{9}t}\ \text{V} \quad t \geqslant 0$$

则

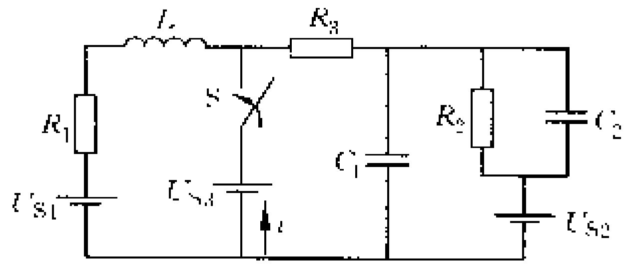
$$u(t)=60i_L(t)-\frac{2}{3}u_C(t)+50$$

$$=50+375e^{-120t}-25e^{-\frac{1000}{3}t}\ \text{V}\qquad t>0$$

开关断开瞬间，开关两端电压为

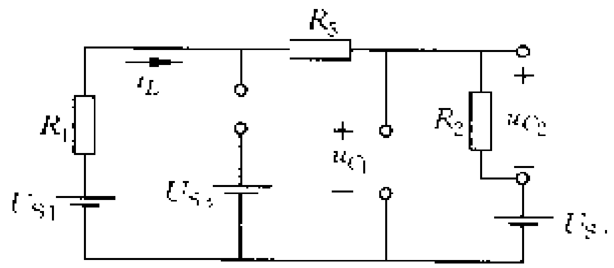
$$u(0^-)=375-25+50=400\ \text{V}$$

**4-12** 电路如题图 4-12 所示。开关闭合前电路处于稳态。求开关 S 闭合后电压源 $U_{S3}$中的电流 $i$。




题图 4-12

**解** 由开关闭合前稳态电路题图 4-12(a)，得到




题图 4-12(a)

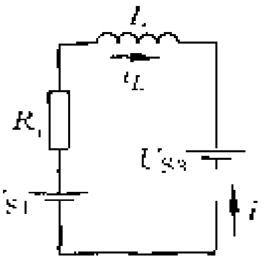
$$i_L(0^-)=\frac{U_{S1}-U_{S2}}{R_1+R_2+R_3}$$

$$u_{C_1}(0^-)=U_{S2}+\frac{R_2(U_{S1}-U_{S2})}{R_1+R_2+R_3}$$

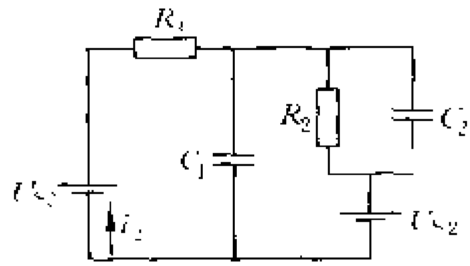
$$u_{C_2}(0^-)=\frac{R_2(U_{S1}-U_{S2})}{R_1+R_2+R_3}$$

换路后求开关中电流，可将电路拆分成左右两个电路，如题图

4-12(b)和题图4-12(c)所示。




题图 4-12(b)




题图 4-12(c)

分别求题图 4-12(b)中 $i_1(t)$和题图 4-12(c)中 $i_2(t)$，则开关中电流

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

由题图 4-12 (b)电路，易得

$$i_1(0^+) = -i_L(0^+) = -i_L(0^-) = \frac{U_{S2} - U_{S1}}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$i_1(\infty) = \frac{U_{S3} - U_{S1}}{R_1}$$

$$\tau_1 = \frac{L}{R_1}$$

得

$$i_1(t) = \frac{U_{S3} - U_{S1}}{R_1} + \left(\frac{U_{S2} - U_{S1}}{R_1 + R_2 + R_3} - \frac{U_{S3} - U_{S1}}{R_1}\right)e^{-\frac{R_1}{L}t} \qquad t > 0$$

由题图 4-12(c)电路，易得

$$i_2(0^+) = \frac{U_{S3} - u_{C_1}(0^+)}{R_3} = \frac{U_{S3} - U_{S2}}{R_3} - \frac{R_2(U_{S1} - U_{S2})}{R_3(R_1 + R_2 + R_3)}$$

$$i_2(\infty) = \frac{U_{S3} - U_{S2}}{R_2 + R_3}$$

$$\tau_2 = (C_1 + C_2)\frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}$$

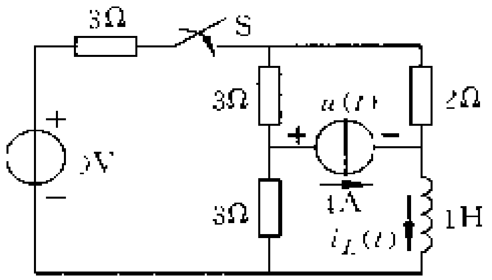
$$i_2(t) = \frac{U_{S3} - U_{S2}}{R_2 + R_3} + \left[\frac{R_2(U_{S2} - U_{S1})}{R_3(R_1 + R_2 + R_3)} + \frac{R_2(U_{S3} - U_{S2})}{R_3(R_2 + R_3)}\right]$$

$$\times e^{-\frac{R_1+R_2}{(C_1+C_2)R_2R_1}t} \qquad t > 0$$

则

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) \qquad t > 0$$

**4 13** 题图 4-13 所示电路，开关 S 闭合前电路已达稳态。在 $t=0$ 时开关 S 闭合，用经典法求 $u(t)$ 并定性画出其波形。




题图 4-13

**解** 由换路前电路，求得

$$i_L(0^-) = \frac{5}{8} \times 4 = 2.5\ \text{A}$$

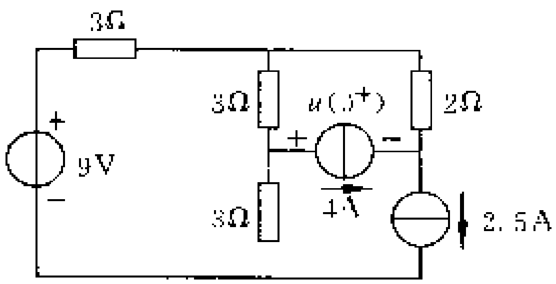
由换路定律

$$i_L(0^+) = 2.5\ \text{A}$$

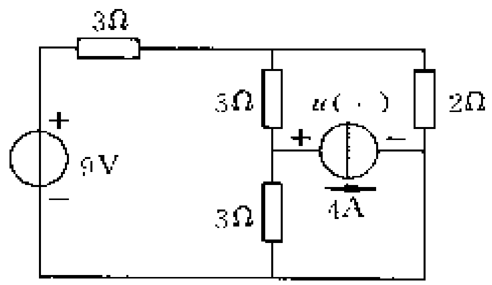
时间常数

$$\tau = \frac{1}{(3 /\!/ 6) + 2} = 0.25\ \text{s}$$

$0^+$ 电路如题图 4-13(a)所示。




题图 4-13(a)




题图 4-13(b)

由叠加定理求 $u(0^+)$，得

9 V 电压源单独作用

$$u_1(0^+) = -9 \times \frac{3}{9} = -3\ \text{V}$$

4 A 电流源单独作用

$$u_2(0^-) = -4[2 + (3 \,/\!/\, 6)] = -16\ \text{V}$$

2.5 A 电流源单独作用

$$u_3(0^-) = 2.5 \times 0.5 \times (3 \,/\!/\, 6) + 2 \times 2.5 = 7.5\ \text{V}$$

所以

$$u(0^-) = -3 - 16 + 7.5 = -11.5\ \text{V}$$

稳态电路如题图 4-13(b)所示。由叠加定理求 $u(\infty)$，得

9 V 电压源单独作用

$$u_1(\infty) = 9 \times \frac{2 \,/\!/\, 6}{3 + (2 \,/\!/\, 6)} \times \frac{1}{2} = 1.5\ \text{V}$$

4 A 电流源单独作用

$$u_2(\infty) = -4[3 \,/\!/\, (2 \,/\!/\, 3 + 3)] = -7\ \text{V}$$

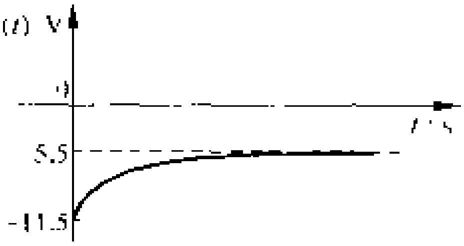
所以

$$u(\infty) = -5.5\ \text{V}$$

由此可得

$$u(t) = -5.5 - 6e^{-4t}\ \text{V} \qquad t > 0$$

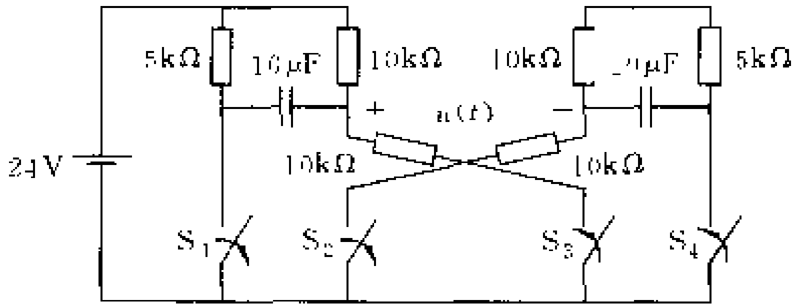
其波形如题图 4-13(c)所示。




题图 4-13(c)

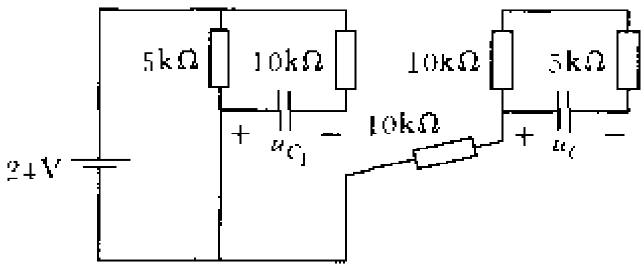
**4-14** 已知题图 4-14 所示电路在 $t<0$ 时已经达稳态(其中

开关 $S_1$,$S_2$闭合，开关 $S_3$,$S_4$断开）。当 $t=0$ 时，四个开关同时动作（即开关 $S_1$,$S_2$断开，开关 $S_3$,$S_4$闭合）。求开关动作后经过多长时间电压 $u(t)$达到零伏。




题图 4-14

**解** $t<0$ 时稳态电路如题图 4-14(a)所示。




题图 4-14(a)

由题图 4-14 (a)电路求得

$$u_{C_1}(0^-) = -24\ \text{V}$$

$$u_{C_2}(0^-) = -12\ \text{V}$$

换路后电路可分为两个独立的一阶电路，如题图 4-14(b)和题图 4-14(c)所示，分别计算 $u_R(t)$和 $u_{C_2}(t)$。

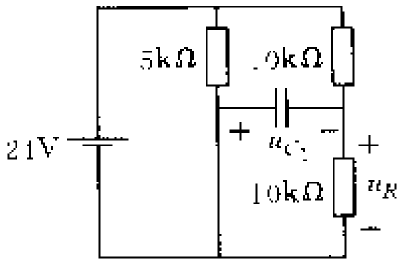
在题图 4-14(b)电路中，

$$u_R(0^+) = 24\left(\frac{10}{10+5 /\!/ 10}\right) - u_{C_2}(0) \times \frac{1}{2} = 30\ \text{V}$$

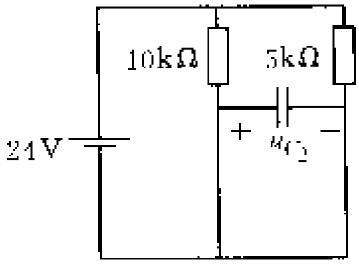
$$u_R(\infty) = 12\ \text{V}$$

$$\tau_1 = 10 \times 10^{-6} \times 10^4 = 0.1 \text{ s}$$

$$u_R(t) = 12 + 18e^{-10t} \text{ V} \qquad t > 0$$




题图 4-14(b)




题图 4-14(c)

在题图 4-14(c)电路中，

$$u_{C_2}(0^-) = -12 \text{ V}$$

$$u_{C_2}(\infty) = 24 \text{ V}$$

$$\tau_2 = 10^{-5} \times 10^4 = 0.1 \text{ s}$$

$$u_{C_2}(t) = 24 - 36e^{-10t} \text{ V} \qquad t \geqslant 0$$

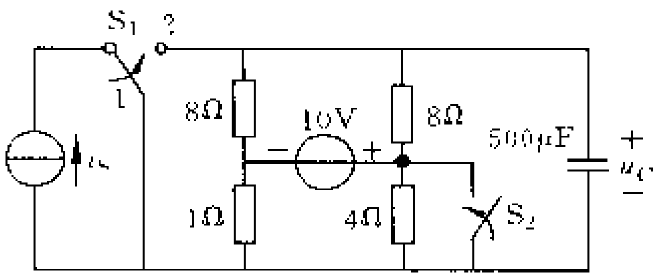
$$u(t) = u_R(t) - u_{C_2}(t)$$

若要 $u(t)=0$，则 $u_R(t)=u_{C_2}(t)$，即

$$24 - 36e^{-10t} = 12 + 18e^{-10t}$$

得 $t=0.15$ s。

**4-15** 题图 4-15 所示电路中已知 $i_S=\sqrt{2}\sin 200t$ A，$t<0$ 时电路已达稳态。$t=0$ 时将开关 $S_1$ 由 1 合向 2，同时闭合开关 $S_2$。




题图 4-15

求：电容电压 $u_C(t)$。

**解**

$$u_C(0^-) = -5+8 = 3\ \text{V}$$

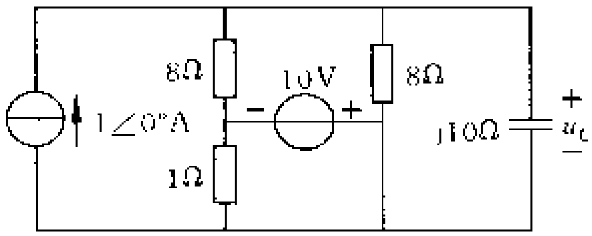
$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 3\ \text{V}$$

$$\tau = 500\times10^{-6}\times4 = 2\times10^{-3}\ \text{s}$$

零输入响应

$$u_{C_1}(t) = 3\text{e}^{-500t}\ \text{V}\qquad t\geqslant0$$

换路后稳态电路如题图 4-15(a)所示。




题图 4-15(a)

直流电压 10 V 单独作用

$$u_{C_2}(\infty) = -5\ \text{V}$$

1 A 电流源单独作用

$$\dot{U}_{C_3} = \frac{-\text{j}10\times4}{4-\text{j}10} = \frac{-\text{j}20}{2-\text{j}5} = 3.71\angle-21.8^\circ\ \text{V}$$

$$u_{C_3}(t)\Big|_{t\to\infty} = 3.71\sqrt{2}\sin(200t-21.8^\circ)\ \text{V}$$

零状态响应

$$u_{C_2}(t) = -5(1-\text{e}^{-500t})\ \text{V}\qquad t\geqslant0$$

$$u_{C_3}(t) = 3.71\sqrt{2}\sin(200t-21.8^\circ)-3.71\sqrt{2}\sin(-21.8^\circ)\text{e}^{-500t}$$

$$=5.25\sin(200t-21.8^\circ)+1.95\text{e}^{-500t}\ \text{V}\quad t\geqslant0$$

电容电压

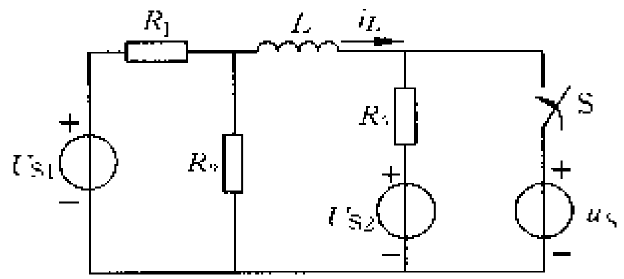
$$u_C(t) = u_{C_1}(t)+u_{C_2}(t)+u_{C_3}(t)$$

$$=3\text{e}^{-500t}-5(1-\text{e}^{-500t})+5.25\sin(200t-21.8^\circ)$$

$+1.95e^{-400t}$

$= -5-5.25\sin(200t-21.8^{\circ})+9.95e^{-300t}\ \text{V} \qquad t \geqslant 0$

**4-16** 电路如题图 4-16 所示，已知 $R_1=R_2=3\ \Omega$，$R_3=6\ \Omega$，$U_{S1}=10\ \text{V}$，$U_{S2}=5\ \text{V}$，$L=2\ \text{H}$，$u_S(t)=2\sin 2t\ \text{V}$，$t=0$ 时开关 S 闭合，开关 S 闭合前电路已达稳态。试求电感电流 $i_L(t)$。




题图 4-16

**解** 由换路前电路求得

$$i_L(0_-)=\frac{10}{3+2}\times\frac{6}{9}-\frac{5}{3+2}=\frac{1}{3}\ \text{A}$$

则

$$i_L(0_+)=\frac{1}{3}\ \text{A}$$

时间常数

$$\tau=\frac{2}{2}=1\ \text{s}$$

由叠加定理求稳态电流 $i_L(\infty)$，得

$u_{S1}$ 单独作用

$$i_{L_1}(\infty)=\frac{10}{3}\ \text{A}$$

$u_{S2}$ 单独作用

$$i_{L_2}(\infty)=0$$

$u_{S3}$ 单独作用

$$\dot{I}_{L_2} = \frac{-2\angle 0^\circ}{(R_1 // R_2)+\mathrm{j}\omega L} = \frac{-2}{2+\mathrm{j}4} = -0.447\angle -63.4^\circ$$
$$= 0.447\angle 116.6^\circ\ \mathrm{A}$$
$$i_{L_2}(t)\,|_{t\to\infty} = 0.447\sin(2t+116.6^\circ)\ \mathrm{A}$$

由三要素公式可得

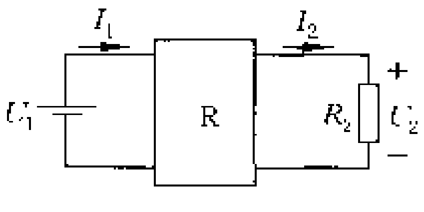
$$i_L(t) = \frac{10}{3} + 0.447\sin(2t+116.6^\circ) + \left(\frac{1}{3} - \frac{10}{3} - 0.447\sin 116.6^\circ\right)\mathrm{e}^{-t}$$
$$= 3.33 + 0.447\sin(2t+116.6^\circ) - 3.40\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{A} \qquad t \geqslant 0$$

**4-17** 题图 4-17(a)所示电路为一由线性电阻组成的无源电阻网络 $R$。用不同的输入电压 $U_1$ 及负载电阻 $R_2$ 进行试验，测得数据为：

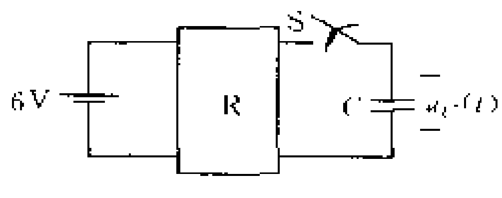
当 $U_1=4\ \mathrm{V}, R_2=1\ \Omega$ 时，$I_1=2\ \mathrm{A}, U_2=1\ \mathrm{V}$；

当 $U_1=6\ \mathrm{V}, R_2=2\ \Omega$ 时，$I_1=2.7\ \mathrm{A}$。

今保持 $U_1=6\ \mathrm{V}$，网络 R 不变，去掉电阻 $R_2$，改接为电容 $C=10\ \mu\mathrm{F}$(该电容原来未充电)，如题图 4-17(b)电路。当 $t=0$ 时闭合开关 S，求电容电压 $u_C(t)$。




题图 4-17(a)




题图 4-17(b)

**解** 对题图 4-17(a)应用特勒根定理

$$\hat{U}_1 I_1 + \hat{U}_2 I_2 + \sum_{k=3}^{b} \hat{U}_k I_k = -U_1 \hat{I}_1 + U_2 \hat{I}_2 + \sum_{k=3}^{b} U_k \hat{I}_k$$

因为方框内是电阻网络，所以

$$\sum_{k=3}^{b} \hat{U}_k I_k = \sum_{k=3}^{b} \hat{I}_k R_k I_k = \sum_{k=3}^{b} U_k \hat{I}_k$$

则

$$-\hat{U}_1 I_1 + \hat{U}_2 I_2 = -U_1 \hat{I}_1 - U_2 \hat{I}_2$$

由已知条件可知，式中，

$$U_1 = 4\ \text{V},\quad I_1 = 2\ \text{A},\quad U_2 = 1\ \text{V},\quad I_2 = 1\ \text{A}$$

$$\hat{U}_1 = 6\ \text{V},\quad \hat{I}_1 = 2.7\ \text{A},\quad \hat{I}_2 = 0.5\hat{U}_2$$

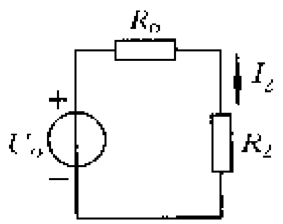
得

$$\hat{U}_2 = 2.4\ \text{V},\quad \hat{I}_2 = 1.2\ \text{A}$$

题图 4-17(a)电路中电阻 $R_2$ 左端网络的戴维南等效电路如题图 4-17(c)所示。

设 $U_1 = 6$ V 时的开路电压为 $U_o$，则 $U_1 = 4$ V 时的开路电压，由齐次定理得

$$U_{o1} = \frac{2}{3} U_o$$




题图 4-17(c)

由题图 4-17(c)电路，得

$$\begin{cases} U_o = (R_o + 2) \times 1.2 \\ \dfrac{2}{3} U_o = (R_o + 1) \times 1 \end{cases}$$

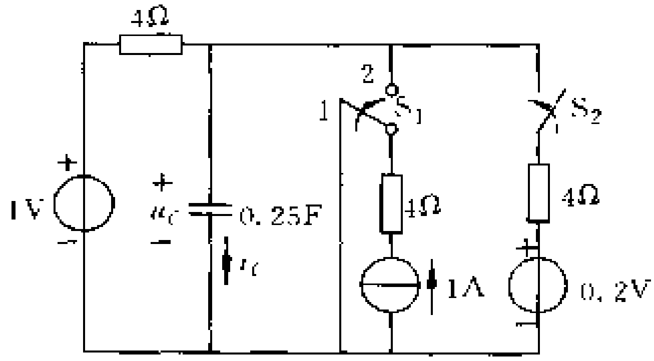
得

$$U_o = 6\ \text{V},\qquad R_o = 3\ \Omega$$

则

$$u_C(t) = 6(1 - e^{-\frac{100000}{3}t})\ \text{V} \qquad t \geqslant 0$$

**4-18** 题图 4-18 所示电路中开关 $S_1$ 接在 1 位置，$S_2$ 处于打开状态，此时电路已达稳态。在 $t=0$ 时将开关 $S_1$ 由 1 位置换接到 2，在 $t=1$ s 开关 $S_1$ 再由 2 换接到 1 位置，同时闭合开关 $S_2$。求换路后的电容电流 $i_C(t)$ 并画出其变化曲线。




题图 4-18

**解** 由开关动作前的 $0^-$ 电路得 $u_C(0^-)=1$ V。

当 $0<t<1$ s 时，开关 $S_1$ 由位置 1 换接到 2，$S_2$ 仍打开。

$$u_C(0^-) = u_C(0^+) = 1\ \text{V} \qquad u_C(\infty) = 1 + 1 \times 4 = 5\ \text{V}$$

$$i_C(0^+) = 1\ \text{A} \qquad i_C(\infty) = 0$$

$$\tau_1 = 4 \times 0.25 = 1\ \text{s}$$

$$u_C(t) = 5 - 4e^{-t}\ \text{V} \qquad 0 < t \leqslant 1\ \text{s}$$

$$i_C(t) = e^{-t}\ \text{A} \qquad 0 < t < 1\ \text{s}$$

$t=1$ s 时 $S_1$ 由 2 换回到 1，$S_2$ 闭合。

$$u_C(1^-) = u_C(1^+) = 3.528\ \text{V}$$

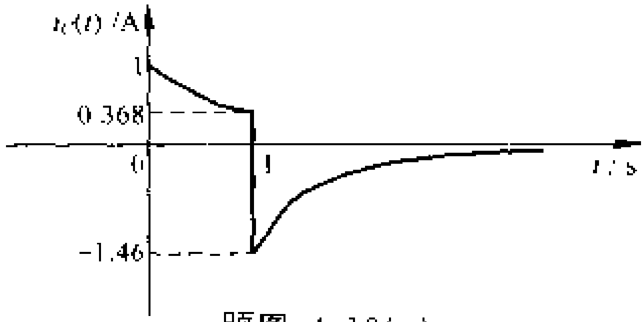
$$i_C(1^+) = \frac{1-3.528}{4} - \frac{3.528-0.2}{4} = -1.46\ \text{A}$$

$$i_C(\infty) = 0$$

$$\tau_2 = 2 \times 0.25 = 0.5\ \text{s}$$

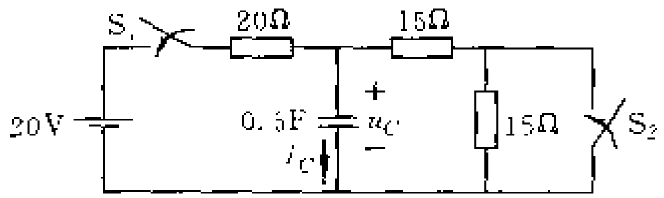
$$i_C(t) = -1.46e^{-2(t-1)}\ \text{A} \qquad t > 1\ \text{s}$$

其波形如题图 4-18(a)所示。




题图 4-18(a)

**4-19** 已知题图 4-19 所示电路无初始储能。在 $t=0$ 时合下 $S_1$，经过 6 s 以后再合下 $S_2$，求换路后电容中电流 $i_C(t)$。




题图 4-19

**解** $0<t<6$ s，开关 $S_1$ 闭合，$S_2$ 打开。

$u_C(0^-)=0\text{ V}\qquad u_C(\infty)=12\text{ V}\qquad \tau_1=0.5(30\,/\!/\,20)=6\text{ s}$

$u_C(t)=12(1-e^{-\frac{t}{6}})\text{ V}\qquad 0<t\leqslant 6\text{ s}$

$i_C(0^-)=1\text{ A}\qquad i_C(\infty)=0$

$i_C(t)=e^{-\frac{t}{6}}\text{ A}\qquad 0<t<6\text{ s}$

$t=6$ s 时，$S_1$ 和 $S_2$ 同时闭合。

$$u_C(6^+)=u_C(6^-)=7.584\text{ V}$$

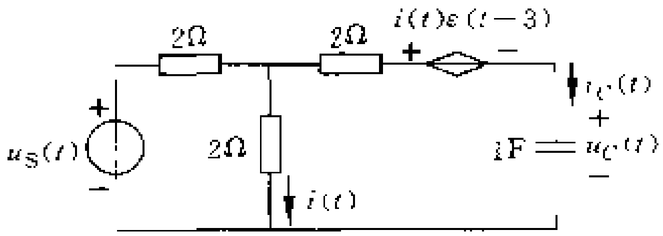
$$i_C(6^+)=\frac{20-7.584}{20}-\frac{7.584}{15}=0.115\text{ A}$$

$$i_C(\infty)=0$$

$$\tau_2=0.5(20\,/\!/\,15)=\frac{30}{7}\text{ s}$$

$$i_C(t) = 0.115e^{-\frac{5}{6}(t-6)}\ \text{A} \qquad t > 6\ \text{s}$$

**4-20** 已知题图 4-20 所示电路中，$u_C(0^-)=0$，$u_S(t)=4\varepsilon(t)$ V，($\varepsilon(t)$为单位阶跃函数)，求 $i_C(t)$并画出其变化曲线。




题图 4-20

**解** $t=0\sim3$ s，流控电压源不作用，相当于短路。

$$u_C(0^-)=0 \qquad u_C(\infty)=2\ \text{V} \qquad \tau_1=3\ \text{s}$$

$$u_C(t)=2(1-e^{-\frac{1}{3}t})\ \text{V} \qquad 0<t\leqslant 3\ \text{s}$$

$$i_C(0^+)=\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}\ \text{A}$$

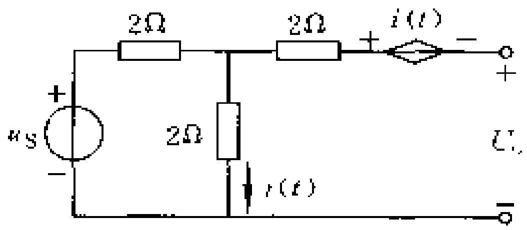
$$i_C(t)=\frac{2}{3}e^{-\frac{1}{3}t}\ \text{A} \qquad 0<t\leqslant 3\ \text{s}$$

所以

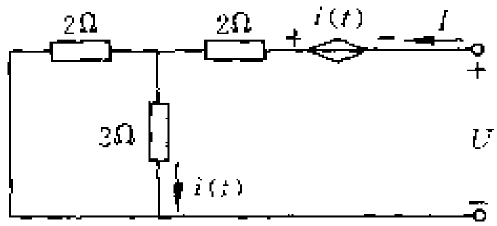
$$u_C(3^-)=u_C(3^+)=2(1-e^{-1})=1.264\ \text{V}$$

$$i_C(3^-)=\frac{2}{3}e^{-1}=0.245\ \text{A}$$

$t>3$ s 流控电压源起作用。将电容断开，求题图 4-20(a)所示电路的戴维南等效电路。




题图 4-20(a)




题图 4-20(b)

开路电压

$$U_o = -i(t) + 2\,i(t) = i(t) = 1\ \mathrm{V}$$

将题图 4-20(a)电路中 4 V 电压源短路得到题图 4-21(b)电路，求戴维南等效内阻。

$$U = -i(t) + 2I + I = -0.5I + 3I = 2.5I$$

$$R_o = 2.5\ \Omega$$

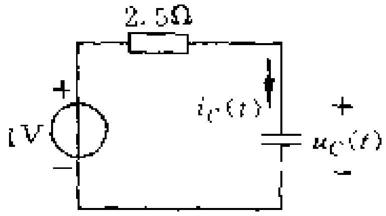
据题图 4-20(c)戴维南等效电路求 $i_C(t)$：

$$\tau_2 = 2.5\ \mathrm{s}$$

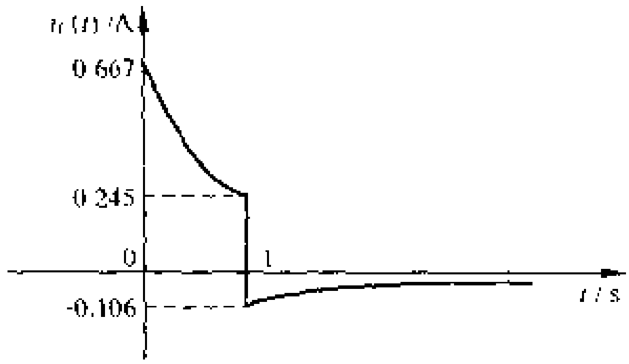
$$i_C(3^+) = \frac{1 - u_C(3^+)}{2.5} = \frac{1 - 1.264}{2.5} = -0.106\ \mathrm{A}$$

$$i_C(t) = -0.106\mathrm{e}^{-2(t-3)/5}\ \mathrm{A} \qquad t > 3\ \mathrm{s}$$

其波形如题图 4-20(d)所示。




题图 4-20(c)



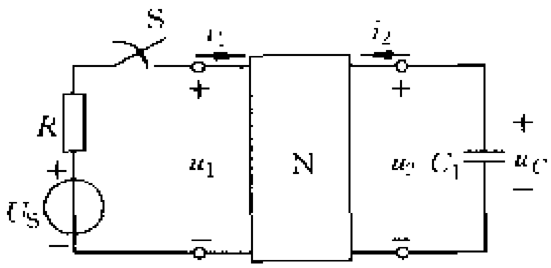

题图 4-20(d)

**4-21** 已知线性电阻网络 N 的传输参数 $\boldsymbol{T}=$

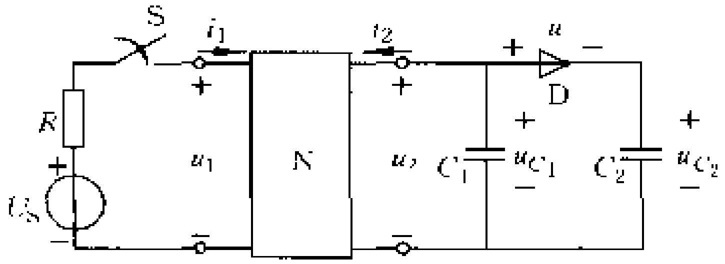
$\begin{bmatrix} 1.5 & 5000\ \Omega \\ 0.25\times10^{-3}\ \text{S} & 1.5 \end{bmatrix}$，$C_1 = C_2 = 100\ \mu\text{F}$，$U_S = 24\ \text{V}$，$R = 2000\ \Omega$。

求：(1) 题图 4-21(a)所示电路中电压 $u_{C_1}(t)$。($u_{C_1}(0_-) = 0$)

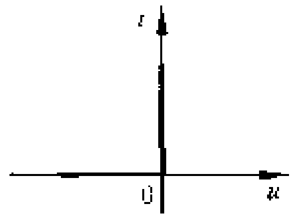
(2) 题图 4-21(b)所示电路中电压 $u_{C_2}(t)$。($u_{C_1}(0_-) = 0$，$u_{C_2}(0_-) = 6\ \text{V}$)，题图 4-21(b)所示电路中二极管 D 为理想二极管，其特性曲线如题图 4-21(c)所示。




题图 4-21(a)




题图 4-21(b)




题图 4-21(c)

**解** (1) 先求题图 4-21(a)所示电路电容 $C_1$ 左端电路的戴维南等效电路。

$T$ 参数方程为

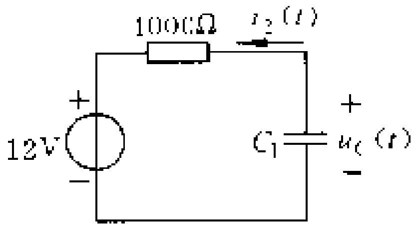
$$\begin{cases} u_1 = 1.5u_2 - 5000i_2 \\ i_1 = 0.25\times10^{-3}u_2 - 1.5i_2 \end{cases}$$

将端口 1 的电压、电流约束关系

$$u_1 = U_S - Ri_1 = 24 - 2000i_1$$

代入 $T$ 参数方程中，得

$$u_2 = 12 + 4000 i_2$$




题图 4-21(d)

戴维南等效电路如题图 4-21(d)所示。

$$\tau_1 = 4000 \times 100 \times 10^{-6} = 0.4\ \text{s}$$

$$u_{C_1}(0^+) = u_{C_1}(0^-) = 0$$

$$u_{C_1}(\infty) = 12\ \text{V}$$

得

$$u_{C_1}(t) = 12(1 - e^{-2.5t})\ \text{V} \qquad t \geqslant 0$$

(2) 设 $u_{C_1}(t)$达到 6 V 的时刻为 $t_1$，即

$$12(1 - e^{-2.5t_1}) = 6$$

$$t_1 = 0.277\ \text{s}$$

当 $t<t_1$时，二极管不导通

$$u_{C_2}(t) = 6\ \text{V}$$

当 $t>t_1$时，二极管导通

$$u_{C_1}(t_1^-) = u_{C_2}(t_1^-) = 6\ \text{V}$$

$$\tau_2 = 4000(C_1 + C_2) = 0.8\ \text{s}$$

$$u_{C_2}(\infty) = 12\ \text{V}$$

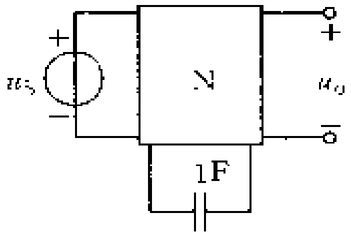
可得

$$u_{C_2}(t) = 6\ \text{V} \qquad 0 < t \leqslant 0.277\ \text{s}$$

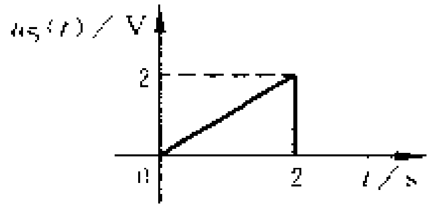
$$u_{C_2}(t) = 12 - 6e^{-1.25(t-0.277)}\ \text{V} \qquad t \geqslant 0.277\ \text{s}$$

**4-22** 题图 4-22(a)所示电路中 N 为无源线性电阻网络，其中 $u_S(t) = \varepsilon(t)$ V($\varepsilon(t)$为单位阶跃函数)，当 $u_C(0) = 0$ 时，响应

$u_o(t)=0.5+0.25e^{-2t}$ V$(t>0)$。若把题图 4-22(a)中 1 F 电容改接为一初始储能为零的 1 H 电感，激励 $u_S(t)$换成如题图 4-22(b)形式，试求此时的响应 $u_o(t)$。




题图 4-22(a)




题图 4-22(b)

解法一

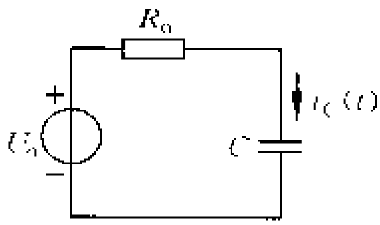
(1) $u_S(t)=\varepsilon(t)$ V

设由电容两端看入的戴维南等效电路如题图 4-22(c)所示。

由 $i_C(0^+)=\dfrac{U_o}{R_o}$，　　$i_C(\infty)=0$，　　$\tau=R_oC$

得

$$i_C(t)=\frac{U_o}{R_o}e^{-\frac{1}{R_oC}t}$$




题图 4-22(c)

输出电压 $u_o$ 可看成由 $u_S$ 和 $i_C(t)$共同作用产生的，即

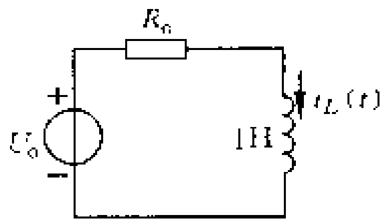
$$u_o=\alpha u_S+\beta i_C=\alpha u_S+\beta\frac{U_o}{R_o}e^{-\frac{1}{R_oC}t}=0.5+0.25e^{-2t}\ \text{V}$$

由已知条件可知接电容时电路的时间常数 $\tau=0.5$ s，可求得 $R_o=0.5\ \Omega$。

通过比较上式等号两边系数，得

$$\alpha = 0.5, \qquad \frac{\beta U_o}{R_o} = 0.25$$

换接电感 $L=1$ H 电路如题图 4-22(d)所示。




题图 4-22(d)

$$i_L(0^+) = 0, \qquad i_L(\infty) = \frac{U_o}{R_o}, \qquad \tau = 2 \text{ s}$$

$$i_L(t) = \frac{U_o}{R_o}(1 - e^{-0.5t})$$

则

$$\begin{aligned} u_o &= \alpha u_S + \beta i_L = \alpha u_S + \frac{\beta U_o}{R_o}(1 - e^{-0.5t}) \\ &= 0.5 - 0.25(1 - e^{-0.5t}) \\ &= 0.75 - 0.25e^{-0.5t} \text{ V} \qquad t > 0 \end{aligned}$$

(2) $u_S(t) = t\,[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)]$ V

由卷积积分求输出 $u_o(t)$。

冲激响应

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{du_o(t)}{dt} = \frac{d[(0.75 - 0.25e^{-0.5t})\varepsilon(t)]}{dt} \\ &= (0.75 - 0.25e^{-0.5t})\delta(t) + 0.125e^{-0.5t}\varepsilon(t) \\ &= 0.125e^{-0.5t}\varepsilon(t) + 0.5\delta(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_o(t) &= t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)] * [0.125e^{-0.5t}\varepsilon(t) + 0.5\delta(t)] \\ &= t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)] * 0.125e^{-0.5t}\varepsilon(t) + 0.5\delta(t) \\ &\quad * t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)] \end{aligned}$$

$=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)] * 0.125e^{-0.5t}\varepsilon(t)+0.5t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$

上式等号右边的第一项卷积积分分为两个时间段进行积分。

$0<t<2$ s

$$u_o(t)=0.25\int_0^t \tau e^{-0.5(t-\tau)}\mathrm{d}\tau=0.25e^{-0.5t}\int_0^t \tau e^{0.5\tau}\mathrm{d}\tau$$

$$=0.75t-0.5+0.5e^{-0.5t}$$

$t>2$ s

$$u_o(t)=0.25\int_0^2 \tau e^{-0.5(t-\tau)}\mathrm{d}\tau=0.5e^{-0.5t}$$

所以

$$u_o(t)=\begin{cases}0.75t-0.5+0.5e^{-0.5t}\ \mathrm{V} & 0<t<2\ \mathrm{s}\\ 0.5e^{-0.5t}\ \mathrm{V} & t>2\ \mathrm{s}\end{cases}$$

解法二：复频域中求解

接电容时

$$H_C(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{\frac{1}{2s}+\frac{1}{4(s+2)}}{1/s}=\frac{1}{2}+\frac{s}{4(s+2)}$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4(1+2/s)}$$

改接为电感后，只需将 $H_C(s)$ 中代表电容的运算阻抗 $\frac{1}{sC}$ 换为电感的运算阻抗 $sL$，得

$$H_L(s)=\frac{1}{2}+\frac{1}{4(2s+1)}=\frac{4s+3}{4(2s+1)}$$

题图 4-22(b)中

$u_S(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]=t\varepsilon(t)-(t-2)\varepsilon(t-2)-2\varepsilon(t-2)$

象函数

$$U_S(s)=\frac{1}{s^2}-\frac{e^{-2s}}{s^2}-\frac{2e^{-2s}}{s}$$

$$U_o(s)=H_L(s)U_S(s)=\frac{4s+3}{4(2s+1)}\left(\frac{1}{s^2}-\frac{e^{-2s}}{s^2}-\frac{2e^{-2s}}{s}\right)$$

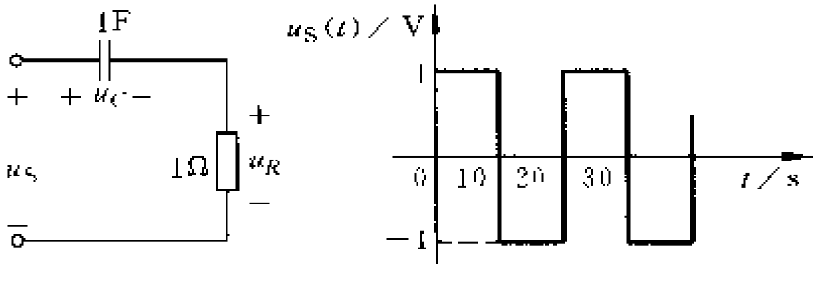
对上式作拉氏反变换，得

$$u_o(t)=(0.5e^{-0.5t}-0.5+0.75t)\varepsilon(t)+[-0.5e^{-0.5(t-2)}+0.5$$
$$-0.75(t-2)]\varepsilon(t-2)-[-0.5e^{-0.5(t-2)}+1.5]\varepsilon(t-2)$$
$$=(0.5e^{-0.5t}-0.5+0.75t)\varepsilon(t)+(0.5-0.75t)\varepsilon(t-2)$$

写为时间分段形式

$$u_o(t)=\begin{cases}0.5e^{-0.5t}-0.5+0.75t & 0<t<2\ \text{s}\\ 0.5e^{-0.5t} & t>2\ \text{s}\end{cases}$$

**4-23** 定性画出题图 4-23 所示电路中 $u_R(t)$ 的波形。




题图 4-23

**解** 电路的时间常数 $\tau=1$ s

电源 $u_S(t)$ 半个周期为 10 s，过渡过程在半个周期中已结束。

$t=0\sim10$ s

$$u_C(0^+)=0,\qquad u_R(0^+)=1\ \text{V},\qquad u_R(10^-)=0$$

$$u_R(t)=e^{-t}\ \text{V}$$

$t=10\sim20$ s

$$u_C(10^+)=u_C(10^-)=1\ \text{V}$$

$$u_R(10^+)=-u_C(10^+)+u_S(10^+)=-2\ \text{V}$$

$$u_R(20^-)=0$$

$$u_R(t)=-2e^{-(t-10)}\ \text{V}$$

$t=20\sim30$ s

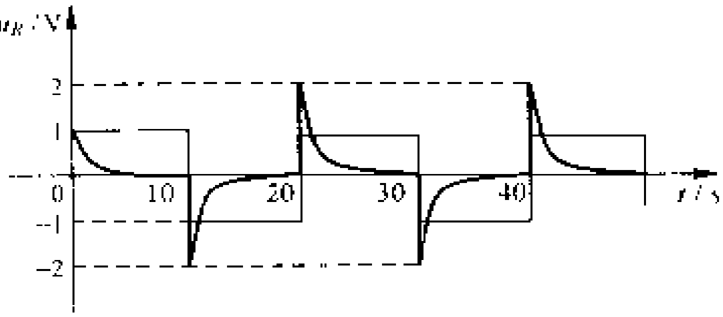
$$u_C(20^+)=u_C(20^-)=-1\ \text{V}$$

$$u_R(20^+)=-u_C(20^-)+u_S(20^+)=2\ \text{V}$$

$$u_R(30^-)=0$$

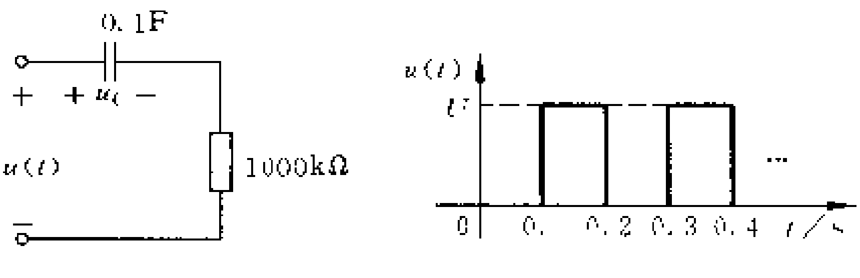
$$u_R(t)=2e^{-(t-20)}\ \text{V}$$

由以上分析可知，10 s 以后 $u_R(t)$ 作周期性变化，其波形如题图 4-23(a)所示。




题图 4-23(a)

**4-24** 题图 4-24 所示 $RC$ 电路上加一连续方波电压 $u(t)$，一定时间后电容电压 $u_C(t)$ 会达到稳定状态（此稳定状态是指电容在两个定值间充放电）。求出此时电容器两端充放电电压值。



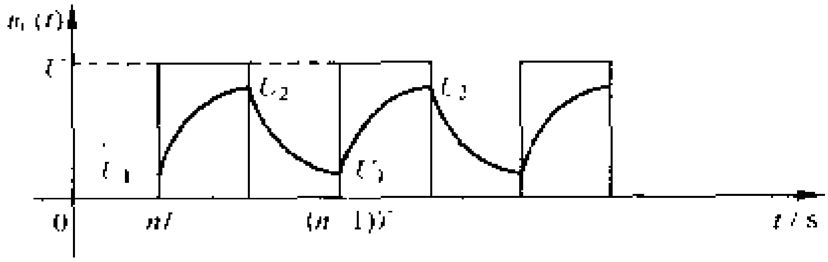

题图 4-24

**解** 方波电压 $u(t)$ 的周期 $T=0.2$ s，电路的时间常数

$$\tau=0.1\times10^{-6}\times1000\times10^{3}=0.1\ \text{s}$$

由于时间常数 $\tau$ 等于半个周期，电容电压在半个周期内过渡过程不会结束，其稳定状态下波形如题图 4-24(a)所示。

假设稳态时电容电压最大值和最小值分别为 $U_2$ 和 $U_1$，$t=nT$




题图 4-24(a)

～$(n+1/2)T$,电容电压由初值$U_1$按指数规律上升到稳态值$U$。

$$u_C(t) = U + (U_1 - U)e^{-10(t-nT)}$$

$t=(n+1/2)T\sim(n+1)T$,电容电压由初值$U_2$按指数规律下降到零。

$$u_C(t) = U_2 e^{-10(t-nT-\frac{1}{2}T)}$$

所以 $t_1=(n+1/2)T$ 时

$$u_C(t_1) = U + (U_1 - U)e^{-10\times\frac{1}{2}T} = U + (U_1 - U)e^{-1} = U_2$$

$t_2=(n+1)T$ 时

$$u_C(t_2) = U_2 e^{-1} = U_1$$

由上面两式可得

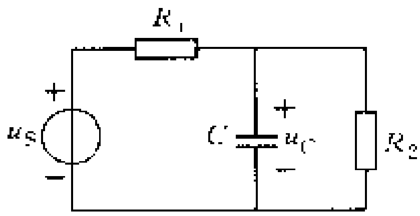
$$U_1 = \frac{Ue^{-1}}{1+e^{-1}} = 0.269U$$

$$U_2 = \frac{U}{1+e^{-1}} = 0.731U$$

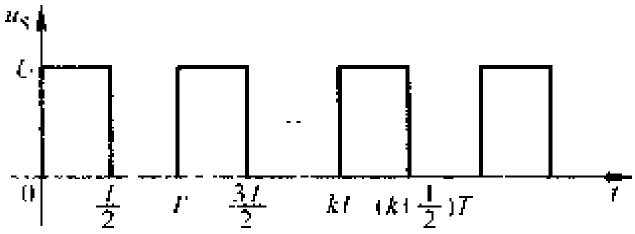
**4-25** 题图4-25(a)所示的电路在$t=0$时接至一电压源,其波形如题图4-25(b)所示。求电容电压$u_C(t)$,并求出稳态下的$u_C$。大略地作出相应的波形图。开关合下前电容上无电荷。

**解** 本题未给出电路元件参数值和激励的周期,分下面两种情况讨论。

(1) 电路的时间常数$\tau\ll T/2$,电路的过渡过程在半个周期中已结束。




题图 4-25(a)




题图 4-25(b)

$t=0\sim T/2$

$$u_C(0)=0,\qquad \tau=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C,\qquad u_C(\infty)=\frac{R_2}{R_1+R_2}U$$

得

$$u_C(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}U(1-e^{-\frac{R_1+R_2}{R_1R_2C}t})\qquad 0<t\leqslant T/2$$

$t=T/2\sim T$

$$u_C\left(\frac{T}{2}\right)=\frac{R_2}{R_1+R_2}U,\qquad \tau=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C,\qquad u_C(\infty)=0$$

得

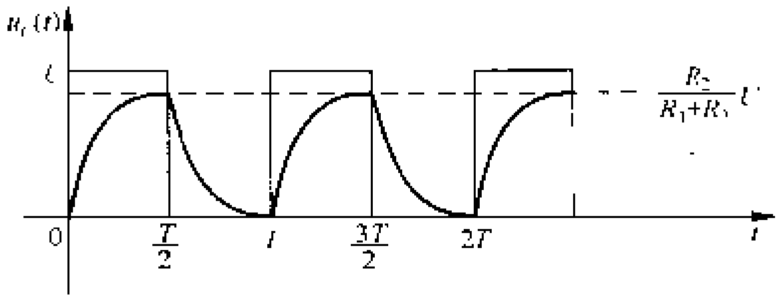
$$u_C(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}Ue^{-\frac{R_1+R_2}{R_1R_2C}(t-\frac{T}{2})}\qquad T/2<t\leqslant T$$

$t>T$ 以后 $u_C(t)$ 作周期性变化，其波形如题图 4-25(c)所示。

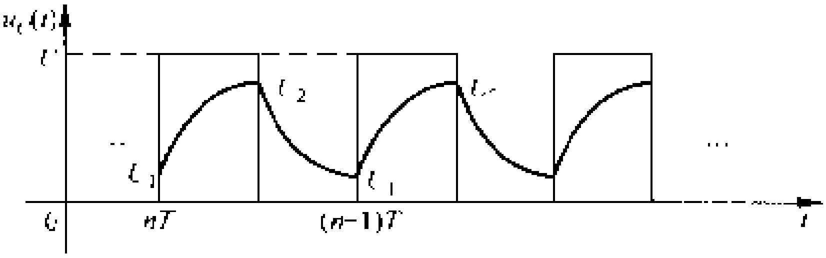
(2) 电路的时间常数较大即 $T/2<5\tau$，电路的过渡过程在半个周期中没有结束。

先求 $u_C(t)$ 的稳态响应 $u_{C_1}(t)$，其波形如题图 4-25(d)所示。假设稳态时电容电压最小值和最大值分别为 $U_1$ 和 $U_2$。

$t=nT\sim(n+1/2)T$，电容电压由初值 $U_1$ 按指数规律上升到




题图 4-25(c)




题图 4-25(d)

稳态值 $UR_2/(R_1+R_2)$ 即

$$u_{C_1}(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}U-\left(U_1-\frac{R_2}{R_1+R_2}U\right)e^{-\frac{(t-nT)}{\tau}}$$

其中 $\tau=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C$。

$t=(n+\frac{1}{2})T\sim(n+1)T$，电容电压由初值 $U_2$ 按指数规律下降到零。

$$u_{C_1}(t)=U_2e^{-\frac{(t-nT-\frac{1}{2}T)}{\tau}}$$

$t_1=(n+1/2)T$ 时

$$u_{C_1}(t_1)=\frac{R_2}{R_1+R_2}U+\left(U_1-\frac{R_2}{R_1+R_2}U\right)e^{-\frac{T}{2\tau}}=U_2$$

$t_2=(n+1)T$ 时

$$u_{C_1}(t_2)=U_2e^{-\frac{T}{2\tau}}=U_1$$

由上面两式可得

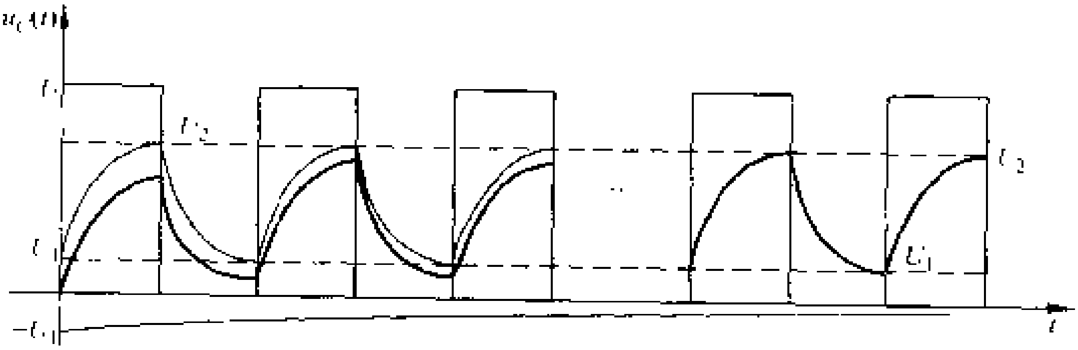
$$U_1=\frac{R_2Ue^{-\frac{T}{2\tau}}}{(R_1+R_2)(1+e^{-\frac{T}{2\tau}})}$$

$$U_2 = \frac{R_2U(1-e^{-\frac{T}{2\tau}})}{(R_1+R_2)(1-e^{-\frac{T}{\tau}})} = \frac{R_2U}{(R_1+R_2)(1+e^{-\frac{T}{2\tau}})}$$

$u_C(t)$的自由分量为

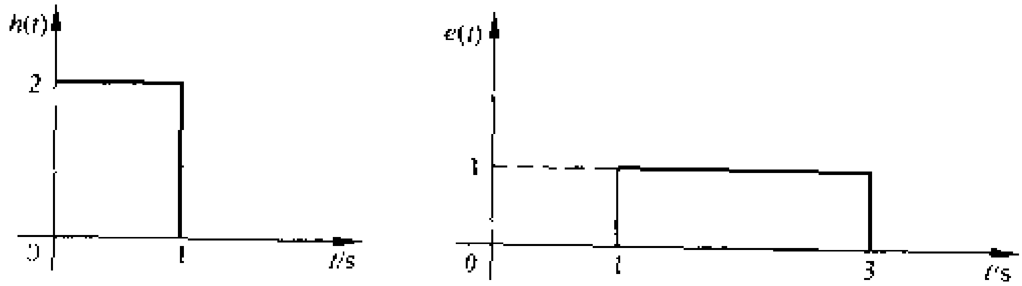
$$u_{C_0}(t) = -U_1 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t \geqslant 0$$

全响应的波形如题图 4-25(e)所示。




题图 4-25(e)

**4-26** 已知一线性电路，设其单位冲激响应 $h(t)$ 和激励 $e(t)$ 的波形如题图 4-26 所示。试用卷积积分求零状态响应 $r(t)$。




题图 4-26

**解**

$t < 1$ s $\qquad r(t) = 0$

$1 < t \leqslant 2$ s $\qquad r(t) = \int_1^t 2\mathrm{d}\tau \stackrel{\text{或}}{=} \int_0^{t-1} 2\mathrm{d}\tau = 2(t-1)$

$2 < t \leqslant 3$ s $\qquad r(t) = \int_{t-1}^t 2\mathrm{d}\tau \stackrel{\text{或}}{=} \int_0^1 2\mathrm{d}\tau = 2$

$3 < t \leqslant 4\ \text{s} \qquad r(t)\int_{t-1}^{3} 2\mathrm{d}\tau \overset{或}{=} \int_{t-3}^{1} 2\mathrm{d}\tau = 8-2t$

$t > 4\ \text{s} \qquad r(t) = 0$

**4-27** 已知一线性定常电路的单位冲激响应 $h(t)=\begin{cases}2e^{-t} & 0<t\leqslant 3\ \text{s}\\ 0 & t>3\ \text{s}\end{cases}$，求此电路由输入 $i_S(t)=\begin{cases}4\ \text{A} & 0<t\leqslant 2\ \text{s}\\ 0 & t>2\ \text{s}\end{cases}$ 所产生的零状态响应。

**解** 零状态响应可由冲激响应 $h(t)$ 和输入 $i_S(t)$ 卷积积分求得。

$t \leqslant 0 \qquad r(t) = 0$

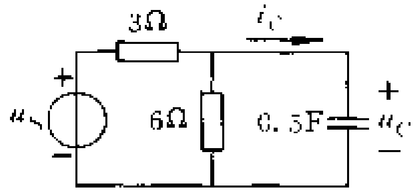
$0 < t \leqslant 2\ \text{s} \quad r(t) = \int_{0}^{t} 8e^{-\tau}\mathrm{d}\tau \overset{或}{=} \int_{0}^{t} 8e^{-(t-\tau)}\mathrm{d}\tau = 8(1-e^{-t})$

$2 < t \leqslant 3\ \text{s} \quad r(t) = \int_{t-2}^{t} 8e^{-\tau}\mathrm{d}\tau \overset{或}{=} \int_{0}^{2} 8e^{-(t-\tau)}\mathrm{d}\tau = 8[e^{-(t-2)} - e^{-t}]$

$3 < t \leqslant 5\ \text{s} \quad r(t)\int_{t-2}^{3} 8e^{-\tau}\mathrm{d}\tau \overset{或}{=} \int_{t-3}^{2} 8e^{-(t-\tau)}\mathrm{d}\tau = 8[e^{-(t-2)} - e^{-3}]$

$t > 5\ \text{s} \qquad r(t) = 0$

**4-28** 已知电路如题图 4-28 所示，电容无初始储能。求：(1) $u_S(t)=\delta(t)$ V时的电容电压 $u_C(t)$；(2) 当 $u_S(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)$ V 时，用卷积积分求响应电容电压 $u_C(t)$。




题图 4-28

**解** (1) 列 KVL 方程

$$3\left(0.5\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+\frac{u_C}{6}\right)+u_C=\delta(t)$$

将上式等号两边分别做积分

$$\int_{0^-}^{0^+} 1.5\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t + \int_{0^-}^{0^+} 1.5u_C\mathrm{d}t = \int_{0^-}^{0^+}\delta(t)\mathrm{d}t$$

因为电容电压不会是冲激，仅是有限值的跳变，所以上式左边第二项积分值为零，得

$$\int_{0^-}^{0^+} 1.5\mathrm{d}u_C = 1$$

$$u_C(0^+) = \frac{2}{3} + u_C(0^-) = \frac{2}{3}\ \mathrm{V}$$

也可以这样考虑：当 $t=0^- \sim 0^+$，电容相当于短路，电容中有冲激电流流过

$$i_C(t) = \frac{1}{3}\delta(t)\ \mathrm{A}$$

该冲激电流在电容两端建立起初始电压

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) + \frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i_C(t)\mathrm{d}t = 2\int_{0^-}^{0^+}\frac{1}{3}\delta(t)\mathrm{d}t = \frac{2}{3}\ \mathrm{V}$$

$t>0$ 后，电路中的响应为零输入响应

$$\tau = 1\ \mathrm{s}$$

$$u_C(t) = \frac{2}{3}\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V} \qquad t>0$$

(2) 电容电压的单位冲激响应为

$$h(t) = \frac{2}{3}\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V}$$

激励为 $u_S(t)=[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$ V 时，电容电压

$$u_C(t) = u_S(t) * h(t)$$

$t\leqslant 0$

$$u_C(t) = 0$$

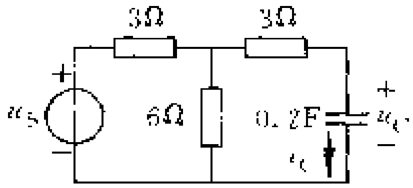
$0<t\leqslant 2$ s

$$u_C(t) = \int_0^t \frac{2}{3}\mathrm{e}^{-(t-\tau)}\mathrm{d}\tau = 0.667(1-\mathrm{e}^{-t})\ \mathrm{V}$$

$t\geqslant 2$ s

$$u_C(t) = \int_0^t \frac{2}{3}e^{-(t-\tau)}d\tau = \frac{2}{3}e^{-(t-2)} - \frac{2}{3}e^{-t} = 0.577e^{-(t-2)}\ \mathrm{V}$$

**4-29** 电路如题图 4-29 所示。求:(1) 当 $u_S(t)=\delta(t)$ V 时电容电压的零状态响应 $u_C(t)$;(2) 当 $u_S(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)$ V 时,用卷积积分求电容电压的零状态响应 $u_C(t)$。




题图 4-29

**解** (1) 先求 $u_S(t)=\delta(t)$ V 作用在电容两端产生的电压 $u_C(0^+)$。

当 $t=0^-\sim 0^+$,电容相当于短路,电容中有冲激电流流过

$$i_C(t) = \frac{\delta(t)}{3+6\ /\!/\ 3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{15}\delta(t)\ \mathrm{A}$$

该冲激电流在电容两端建立起初始电压

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) + \frac{1}{0.2}\int_{0^-}^{0^+} i_C(t)\mathrm{d}t = 5\int_{0^-}^{0^+} \frac{2}{15}\delta(t)\mathrm{d}t = \frac{2}{3}\ \mathrm{V}$$

冲激激励下电容电压的零状态响应即为 $t>0$ 后仅由电容初始电压产生的零输入响应

$$\tau = 0.2(3+6\ /\!/\ 3) = 1\ \mathrm{s}$$

$$u_C(t) = \frac{2}{3}e^{-t}\ \mathrm{V} \qquad t>0$$

(2) 电容电压的单位冲激响应为

$$h(t) = \frac{2}{3}e^{-t}\ \mathrm{V}$$

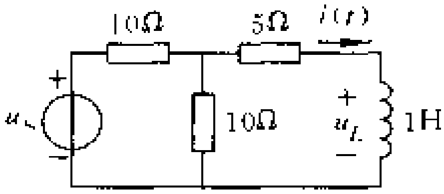
激励为 $u_S(t)=[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$ V 时,电容电压

$$u_C(t) = u_S(t) * h(t)$$

$$u_C(t) = u_S(t) * h(t) = [\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)] * \frac{2}{3}e^{-t}$$

$=0.667(1-e^{-t})\varepsilon(t)-0.667[1-e^{-(t-2)}]\varepsilon(t-2)$ V

**4-30** 题图 4-30 所示电路中，已知 $i(0_-)=0$。(1) 当 $u_S(t)=\delta(t)$ V 时，求 $i(t)$；(2) 当 $u_S(t)=2[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]$ V 时，用卷积积分求 $i(t)$。




题图 4-30

**解** (1) 先求 $u_S(t)=\delta(t)$ V 作用产生的电感电流 $i(0^+)$。

在 $t=0^-\sim0^+$，将电感看成断路，易求得

$$u_L(t)=\frac{1}{2}\delta(t)\ \text{V}$$

该冲激电压使电感电流发生跳变

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)+\frac{1}{L}\int_{0^-}^{0^+}u_L(t)\mathrm{d}t=\int_{0^-}^{0^+}\frac{1}{2}\delta(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\ \text{A}$$

$t>0$ 后，$i(t)$ 为仅由电感电流产生的零输入响应。

$$\tau=0.1\ \text{s}$$

$$i(t)=\frac{1}{2}e^{-10t}\ \text{A}\qquad t>0$$

(2) 单位冲激响应

$$h(t)=\frac{1}{2}e^{-10t}\ \text{A}$$

激励为 $u_S(t)=2[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]$ V 时，电感电流为

$$i(t)=u_S(t)*h(t)$$

$t\leqslant 1$ s

$$i(t)=0$$

$1<t\leqslant 3$ s

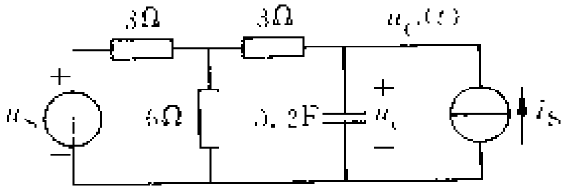
$$i(t)=\int_1^t 2\times\frac{1}{2}e^{-10(t-\tau)}\mathrm{d}\tau=0.1[1-e^{-10(t-1)}]\ \text{A}$$

$t > 3$ s

$$i(t) = \int_{t-3}^{t-1} 2 \times \frac{1}{2} e^{-(t-\tau)} \mathrm{d}\tau = 0.1[e^{-(t-3)} - e^{-(t-1)}] \text{ A}$$

$$i(t) = 0.1[1 - e^{-(t-1)}]\varepsilon(t-1) - 0.1[1 - e^{-(t-3)}]\varepsilon(t-3) \text{ A}$$

**4-31** 题图4-31所示电路中，已知 $u_S(t) = 15\delta(t)$ V，$i_S(t) = 10\sqrt{2}\sin(t + 30^\circ)\varepsilon(t)$ A，$u_C(0_-) = 2$ V。求电容电压。



题图4-31

**解** 先求 $u_S(t)$ 和 $u_C(0_-)$ 共同作用产生的响应 $u_{C_1}(t)$，此时电流源开路。

以 $u_C$ 为变量列写电路的微分方程

$$3\left[\frac{0.6\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C}{6} + 0.2\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right] + 0.6\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = \delta(t)$$

$$1.5\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + 1.5u_C = 15\delta(t)$$

将上式等号两边进行积分

$$\int_{0_-}^{0_+} 1.5\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t + \int_{0_-}^{0_+} 1.5u_C\mathrm{d}t = \int_{0_-}^{0_+} 15\delta(t)\mathrm{d}t$$

$$1.5[u_C(0_+) - u_C(0_-)] = 15$$

$$u_C(0_+) = 12 \text{ V}$$

$$\tau = 1 \text{ s}$$

$$u_{C_1}(t) = 12e^{-t} \text{ V} \qquad t > 0$$

电流源单独作用产生的响应 $u_{C_2}(t)$ 应为零状态响应

$$\tau = 1 \text{ s}$$

$$u_C(0_+) = 0$$

用相量法求稳态响应 $u_{C_2}(\infty)$。

$$\dot{U}_C = 10\angle 30^\circ \times \frac{j5\times 5}{5-j5} = \frac{50}{\sqrt{2}}\angle -15^\circ \text{ V}$$

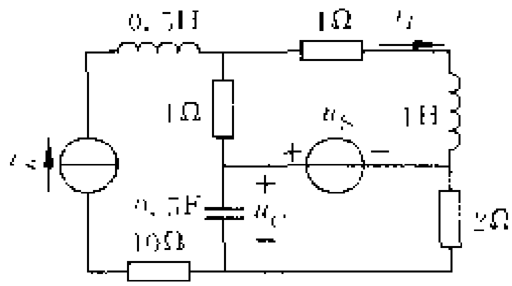
$$u_C(\infty)|_{t>0} = 50\sin(t-15^\circ)\text{ V}$$

$$u_C(t) = 50\sin(t-15^\circ)+12.9e^{-t}\text{ V} \qquad t>0$$

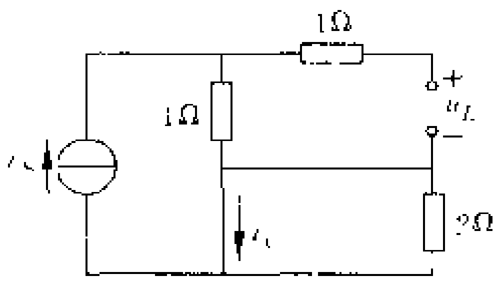
全响应

$$u_C(t) = u_{C_1}(t)+u_{C_2}(t) = 50\sin(t-15^\circ)-21.9e^{-t}\text{ V} \qquad t>0$$

**4-32** 已知题图4-32所示电路中储能元件无初始储能，$i_S(t)=2\delta(t)$ A，$u_S(t)=10\sin2t\varepsilon(t)$ V。试用时域分析法求 $i_L(t)$ 和 $u_C(t)$。




题图 4-32




题图 4-32(a)

**解** 10 Ω电阻、0.5 H电感与电流源串联，其对外的等效电路为电流源本身。$t=0$ 时刻，$u_S(t)=0$，1 H电感相当于开路，电容相当于短路，等效电路如题图4-32(a)所示。由电路题图4-32(a)可求得

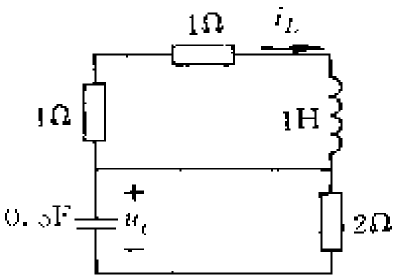
$$u_L(t) = 2\delta(t)\text{ V}, \qquad i_C(t) = 2\delta(t)\text{ A}$$

据此，可求得

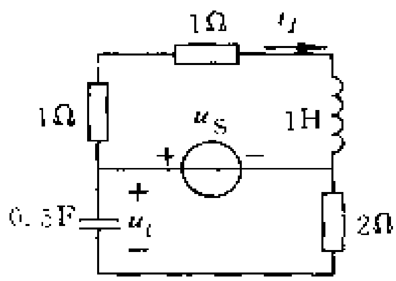
$$i_L(0^+) = i_L(0^-) + \frac{1}{L}\int_{0^-}^{0^+} u_L(t)\mathrm{d}t = 2\ \mathrm{A}$$

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) + \frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i_C(t)\mathrm{d}t = 4\ \mathrm{V}$$

零输入响应电路如题图 4-32(b)所示。




题图 4-32(b)




题图 4-32(c)

$$u_{C_1}(t) = 4\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V} \qquad t > 0$$

$$i_{L_1}(t) = 2\mathrm{e}^{-2t}\ \mathrm{A} \qquad t > 0$$

零状态响应电路如题图 4-32(c)所示。

$$\dot{U}_{C_2} = 10\angle 0^\circ \frac{-\mathrm{j}}{2-\mathrm{j}} = 4.47\angle -63.5^\circ\ \mathrm{V}$$

$$u_{C_2}(t)|_{t\to\infty} = 4.47\sin(2t - 63.5^\circ)\ \mathrm{V}$$

$$\tau_2 = 1\ \mathrm{s}$$

$$u_{C_2}(t) = 4.47\sin(2t - 63.5^\circ) + 4\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V} \qquad t > 0$$

$$\dot{I}_{L_2} = \frac{10\angle 0^\circ}{2+\mathrm{j}2} = \frac{5}{\sqrt{2}}\angle -45^\circ\ \mathrm{A}$$

$$i_{L_2}(t)|_{t\to\infty} = \frac{5}{\sqrt{2}}\sin(2t - 45^\circ)\ \mathrm{V}$$

$$\tau_1 = 0.5\ \mathrm{s}$$

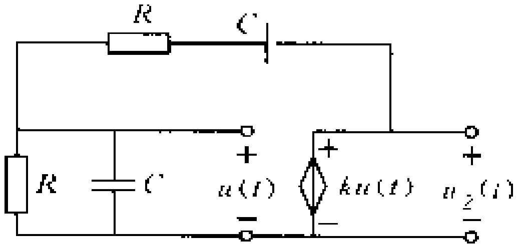
$$i_{L_2}(t) = 2.5\sqrt{2}\sin(2t - 45^\circ) + 2.5\mathrm{e}^{-2t}\ \mathrm{A} \qquad t > 0$$

全响应

$$u_C(t) = 4.47\sin(2t - 63.5^\circ) + 8\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V} \qquad t > 0$$

$$i_1(t) = 3.54\sin(2t-45°)+1.5e^{-2t}\ \text{A} \qquad t>0$$

**4-33** 电路如题图 4-33 所示。(1) 以 $u$ 为变量列出电路的微分方程。(2) 讨论电路发生衰减振荡、等幅振荡和增幅振荡时所满足的 $k$ 值。




题图 4-33

**解** (1) 以 $u$ 为变量电路的微分方程如下

$$R\left(C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+\frac{u}{R}\right)+\frac{1}{C}\int\left(C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+\frac{u}{R}\right)\mathrm{d}t+u=ku$$

$$RC\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+u+u+\frac{1}{RC}\int u\mathrm{d}t-u=ku$$

$$RC\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2}+(3-k)\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{RC}u=0$$

(2) 特征方程

$$RCp^2+(3-k)p+\frac{1}{RC}=0$$

当 $(3-k)^2-4<0$，即 $1<k<5$ 时电路发生振荡。

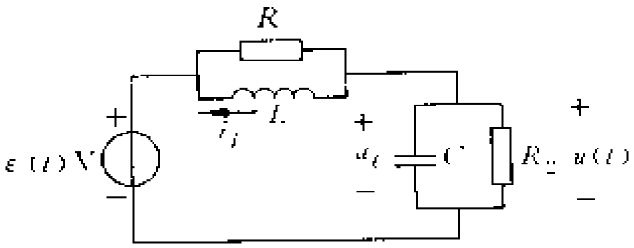
当 $k=3$ 时，$p_1=p_2=\pm\mathrm{j}\dfrac{1}{RC}$，电路响应为等幅振荡。

当 $3<k<5$ 时，$p_1$ 和 $p_2$ 在 s 平面右半平面，电路响应为增幅振荡。

当 $1<k<3$ 时，$p_1$ 和 $p_2$ 在 s 平面左半平面，电路响应为衰减振荡。

**4-34** 已知题图 4-34 所示电路中 $R_1=R_2=2\ \Omega$，$L=\dfrac{5}{6}$ H，

$C=\frac{1}{5}$ F，$e(t)=\varepsilon(t)$ V（单位阶跃电压），初始条件为 $u_C(0)=-2$ V，$i_L(0)=1$ A。求电阻 $R_2$ 两端的电压 $u(t)$。




题图 4-31

**解**　先列写电路的微分方程

$$\begin{cases} u_C = -L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+1 \\ i_L+\dfrac{u_C-1}{R_1}+C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+\dfrac{u_C}{R_2}=0 \end{cases} \qquad t>0$$

经整理可得

$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+\left(\frac{L}{R_1}+\frac{L}{R_2}\right)\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=1$$

代入元件参数，得特征方程为

$$\frac{1}{6}p^2+\frac{5}{6}p+1=0$$

特征根

$$p_1=-2,\qquad p_2=-3$$

电容电压的稳态值

$$u_C(\infty)=1\ \text{V}$$

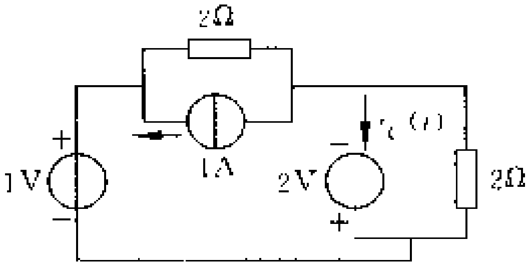
得

$$u_C(t)=A_1\mathrm{e}^{p_1t}+A_2\mathrm{e}^{p_2t}+1$$

电容电压的初值

$$u_C(0^+)=u_C(0^-)=-2\ \text{V}$$

$0^+$ 电路如题图 4-34(a)所示。




题图 4-31(a)

$$i_C(0^-) = \frac{3}{2} - 1 + 1 = 1.5\ \text{A}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+} = \frac{1}{C}i_C(0^-) = 5 \times 1.5 = 7.5\ \text{A/F}$$

将两个初值代入 $u_C(t)$ 表达式中，得

$$A_1 + A_2 = -3$$
$$-2A_1 - 3A_2 = 7.5$$

解得

$$A_1 = -1.5,\qquad A_2 = -1.5$$

所以

$$u_C(t) = 1 - 1.5\mathrm{e}^{-2t} - 1.5\mathrm{e}^{-3t}\ \text{V}\qquad t \geqslant 0$$

$u_C(t)$即为电阻 $R_2$ 两端的电压 $u(t)$。

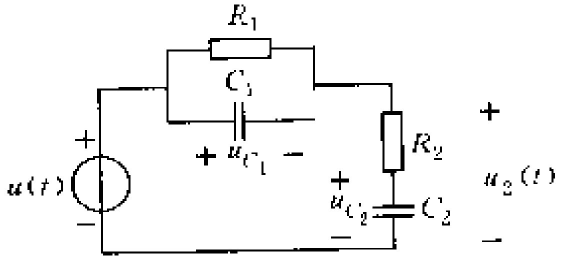
**4-35** 题图 4-35 所示电路中，$R_1 = \frac{1}{2}\ \Omega$，$R_2 = 1\ \Omega$，$C_1 = \frac{1}{3}\ \text{F}$，$C_2 = \frac{1}{6}\ \text{F}$，电源电压为单位阶跃电压 $u(t) = \varepsilon(t)\ \text{V}$，设 $u_{C_1}(0^-) = u_{C_2}(0^-) = 0$。求题图中的输出电压 $u_2(t)$。

**解** 电路的微分方程如下：

$$R_2\left(C_1\frac{\mathrm{d}u_{C_1}}{\mathrm{d}t} + \frac{u_{C_1}}{R_1}\right) + \frac{1}{C_2}\int\left(C_1\frac{\mathrm{d}u_{C_1}}{\mathrm{d}t} + \frac{u_{C_1}}{R_1}\right)\mathrm{d}t + u_{C_1} = 1\qquad t > 0$$

经整理可得

$$R_2C_1\frac{\mathrm{d}^2u_{C_1}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R_2\,\mathrm{d}u_{C_1}}{R_1\,\mathrm{d}t} + \frac{C_1\,\mathrm{d}u_{C_1}}{C_2\,\mathrm{d}t} + \frac{u_{C_1}}{R_1C_2} + \frac{\mathrm{d}u_{C_1}}{\mathrm{d}t} = 0$$




题图 4-33

代入元件参数，得特征方程为

$$\frac{1}{3}p^2 + 5p + 12 = 0$$

特征根

$$p_1 = -3, \qquad p_2 = -12$$

$u_2(t)$的稳态值

$$u_2(\infty) = 1\ \mathrm{V}$$

得

$$u_2(t) = A_1 e^{-3t} + A_2 e^{-12t} + 1$$

由已知条件可求得

$$u_2(0^-) = 1\ \mathrm{V}$$

$$\frac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}t}\bigg|_{0^+} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(1 - u_{C_1})\bigg|_{0^+} = -\frac{\mathrm{d}u_{C_1}}{\mathrm{d}t}\bigg|_{0^+}$$

$$= -\frac{i_{C_1}(0^+)}{C_1} = -\frac{1}{R_2 C_1} = -3\ \mathrm{A/F}$$

将两个初值代入 $u_2(t)$ 表达式中，得

$$A_1 + A_2 + 1 = 1$$

$$-3A_1 - 12A_2 = -3$$

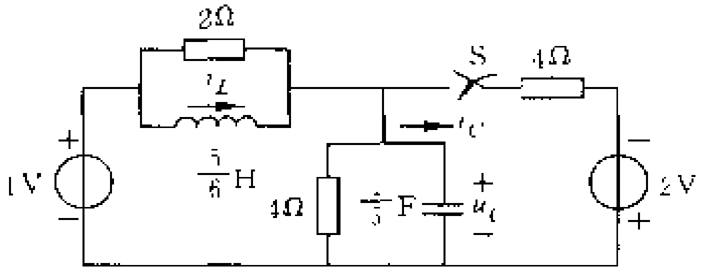
解得

$$A_1 = -\frac{1}{3}, \qquad A_2 = \frac{1}{3}$$

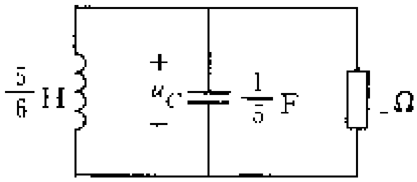
则

$u_2(t) = 1 - 0.333e^{-t} + 0.333e^{-12t}\ \mathrm{V} \qquad t > 0$

**4-36** 电路如题图 4-36 所示，求电路在开关 S 闭合后电容两端的电压 $u_C(t)$，并定性画出其波形题图（开关闭合前电路处于稳态）。




题图 4-36




题图 4-36(a)

**解** 由换路定律

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 1\ \mathrm{V} \qquad i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.25\ \mathrm{A}$$

可知为求其特征根，可将换路后的电路中电压源短路，得到题图 4-36(a)所示电路。列 KCL 方程

$$1.2\int u_C \mathrm{d}t + 0.2\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$$

特征方程为

$$p^2 + 5p + 6 = 0$$

特征根

$$p_1 = -2, \qquad p_2 = -3$$

电容电压的稳态值

$$u_C(\infty) = 1\ \mathrm{V}$$

得

$$u_C(t)=A_1e^{-2t}+A_2e^{-3t}+1$$

电容电压和电流的初值

$$u_C(0^+)=1\ \text{V}\qquad i_C(0^+)=-0.75\ \text{A}$$

电容电压的一阶导数的初值

$$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{0^+}=\frac{1}{C}i_C(0^+)=\frac{1}{C}\times(-0.75)=-3.75\ \text{A/F}$$

将两个初值代入 $u_C(t)$ 表达式中，得

$$A_1+A_2=0$$

$$2A_1+3A_2=3.75$$

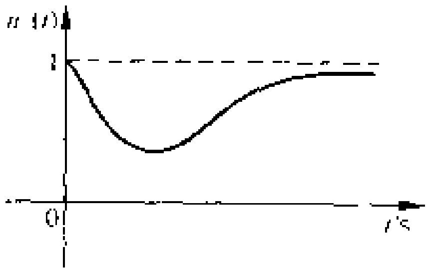
解得

$$A_1=-3.75,\qquad A_2=3.75$$

所以

$$u_C(t)=1-3.75e^{-2t}+3.75e^{-3t}\ \text{V}\qquad t\geqslant 0$$

其波形如题图 4-36(b)所示。




题图 4-36(b)

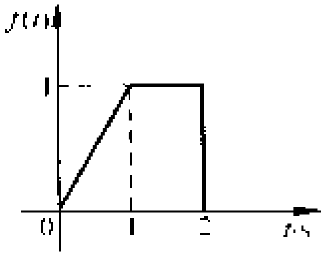
# 第 5 章　动态电路的复频域分析

**5-1**　求下列函数 $f(t)$的象函数。

(1) $f(t)=1+2t+3\mathrm{e}^{-4t}$

(2) $f(t)=3t\mathrm{e}^{-5t}$

(3)




题图 5-1

**解**　(1) $F(s)=\dfrac{1}{s}+\dfrac{2}{s^2}+\dfrac{3}{s+4}$

(2) $F(s)=\dfrac{3}{(s+5)^2}$

(3) 由题图 5-1 得函数的时域表达式为

$$f(t)=t\varepsilon(t)-t\varepsilon(t-1)+\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)$$

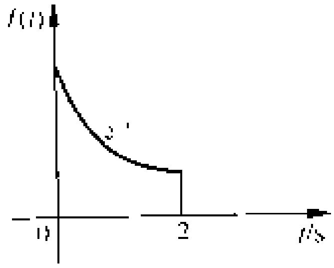
其象函数为

$$F(s)=\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s^2}\mathrm{e}^{-s}-\frac{1}{s}\mathrm{e}^{-2s}$$

**5-2**　(1) 求函数 $f(t)=1-2\mathrm{e}^{-4t}+3t\mathrm{e}^{-5t}$的象函数。

(2) 函数 $f(t)$为 $\mathrm{e}^{-t}$在 $t=0\sim2s$ 之间的波形(题图 5-2)。求 $f(t)$的象函数。

**解**　(1) $F(s)=\dfrac{1}{s}-\dfrac{2}{s+4}+\dfrac{3}{(s+5)^2}$




题图 5-2

(2) 由题图 5-2 得函数的时域表达式为

$$f(t)=e^{-t}[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]=e^{-t}\varepsilon(t)-e^{-2}e^{-(t-2)}\varepsilon(t-2)$$

其象函数为

$$F(s)=\frac{1}{s+1}-\frac{e^{-2}e^{-2s}}{s-1}$$

**5-3** 已知下列象函数 $F(s)$。求原函数 $f(t)$。

(1) $F(s)=\dfrac{s+1}{(s+2)(s+3)}$

(2) $F(s)=\dfrac{s+2}{s(s+1)^2}$

(3) $F(s)=\dfrac{2+3e^{-s}}{s+1}$

**解** (1) $f(t)=(-e^{-2t}+2e^{-3t})\varepsilon(t)$

(2) $f(t)=(2-te^{-t}-2e^{-t})\varepsilon(t)$

(3) $f(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)+3e^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)$

**5-4** 已知象函数 $F(s)=\dfrac{5s^3+20s^2+25s+40}{(s^2+4)(s^2+2s+5)}$，求其原函数 $f(t)$。

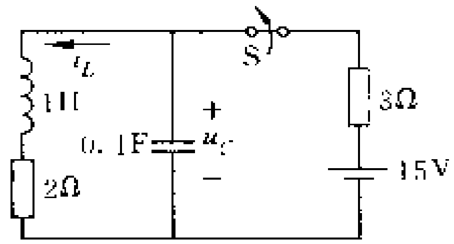
**解** 象函数可变换为

$$F(s)=\frac{5s}{s^2+4}+\frac{10}{(s+1)^2+2^2}$$

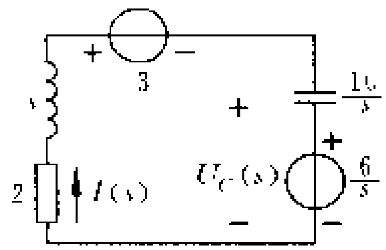
其原函数为

$$f(t)=(5\cos 2t+5e^{-t}\sin 2t)\varepsilon(t)$$

**5-5** 题图 5-5 所示电路已达稳态，$t=0$ 时断开开关 S，用拉普拉斯变换法求换路后的 $u_C(t)$。




题图 5-5




题图 5-5(a)

**解** 由换路前电路求得 $i_L(0^-)=3\ \text{A}$，$u_C(0^-)=6\ \text{V}$。

运算形式电路模型如题图 5-5(a)所示。由此可得

$$I(s)\times\left(s+\frac{10}{s}+2\right)=-3-\frac{6}{s}$$

即
$$I(s)=-\frac{3s+6}{s^2+2s+10}$$

即
$$U_C(s)=I(s)\times\frac{10}{s}+\frac{6}{s}=\frac{6s-18}{s^2+2s+10}$$

将 $U_C(s)$ 分解得

$$U_C(s)=\frac{6s-18}{(s+1-\mathrm{j}3)(s+1+\mathrm{j}3)}=\frac{K_1}{(s+1-\mathrm{j}3)}+\frac{K_2}{(s+1+\mathrm{j}3)}$$

其中

$$K_1=\left.\frac{6s-18}{s+1+\mathrm{j}3}\right|_{s=-1+\mathrm{j}3}=5\angle 53.1^\circ$$

则

$$\begin{aligned}u_C(t)&=2\mid k_1\mid \mathrm{e}^{-t}\cos(3t+\theta)\\&=10\mathrm{e}^{-t}\cos(3t+53.1^\circ)\ \text{V}\quad t\geqslant 0\end{aligned}$$

求 $u_C(t)$ 也可用节点电压法。由题图 5-5(a)得

$$\left(\frac{1}{s+2}+\frac{s}{10}\right)U_C(s)=\frac{-3}{s+2}+\frac{6/s}{10/s}$$

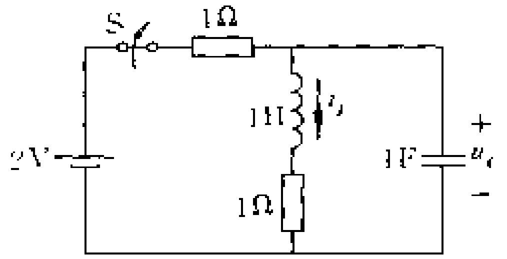
$$U_C(s)=\frac{6s-18}{s^2+2s+10}=\frac{6(s+1)-24}{(s+1)^2+3^2}$$

$$= \frac{6(s+1)}{(s+1)^2+3^2} - \frac{24}{(s+1)^2+3^2}$$

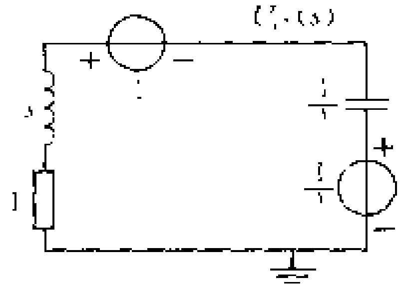
作拉氏反变换得

$$u_C(t) = 6e^{-t}\cos 3t - 8e^{-t}\sin 3t \text{ V} \quad t \geqslant 0$$

**5-6** 题图5-6所示电路开关S断开前处于稳态，$t=0$时断开开关S，用拉普拉斯变换法求电容电压$u_C(t)$（$t\geqslant 0$）。



题图 5-6



题图 5-6(a)

**解** 由换路前电路求得$i_L(0_-)=1$ A，$u_C(0_-)=1$ V。

运算形式电路模型如题图5-6(a)所示。列写节点电压方程

$$\left(\frac{1}{1+s}+s\right)U_C(s) = -\frac{1}{s+1}+1$$

$$U_C(s) = \frac{s}{s^2+s+1} = \frac{K_1}{s-\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} + \frac{K_2}{s-\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

其中

$$K_1 = \frac{s}{s-\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}\Bigg|_{s=-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}} = 0.577\angle 30^\circ$$

$$K_2 = \frac{s}{s-\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}\Bigg|_{s=-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}} = 0.577\angle -30^\circ$$

则

$$u_C(t) = 2\times 0.577e^{-t/2}\cos(0.866t+30^\circ)$$

$$= 1.154e^{-0.5t}\cos(0.866t - 30^\circ)\ \text{V} \quad t \geqslant 0$$

或将 $U_C(s)$ 作如下变换

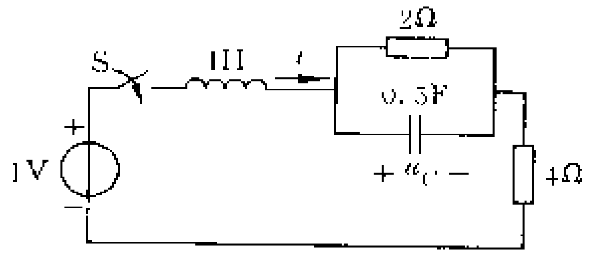
$$U_C(s) = \frac{s}{s^2 + s + 1}$$

$$= \frac{s + 0.5}{(s + 0.5)^2 + 0.866^2} - \frac{0.577 \times 0.866}{(s + 0.5)^2 + 0.866^2}$$

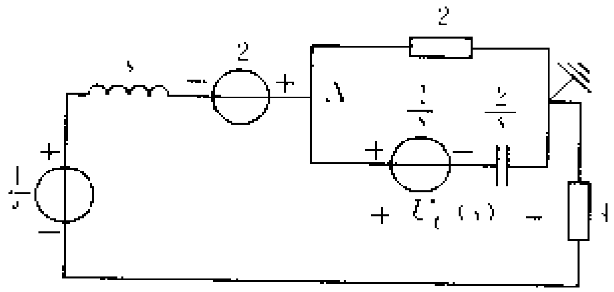
得

$$u_C(t) = e^{-0.5t}\cos 0.866t - 0.577e^{-0.5t}\sin 0.866t\ \text{V} \quad t \geqslant 0$$

**5-7** 题图 5-7 所示电路中，已知 $i(0^-) = 2$ A，$u_C(0^-) = 1$ V。$t = 0$ 时闭合开关 S。用拉普拉斯变换法求换路后电容电压 $u_C(t)$。




题图 5-7




题图 5-7(a)

**解** 运算形式电路模型如题图 5-7(a)所示。以 $U_C(s)$ 为变量对节点 A 列写节点电压方程

$$\left(\frac{1}{s+4} + \frac{1}{2} + \frac{s}{2}\right)U_C(s) = \frac{\frac{1}{s} + 2}{s + 4} + \frac{1/s}{2/s}$$

解得

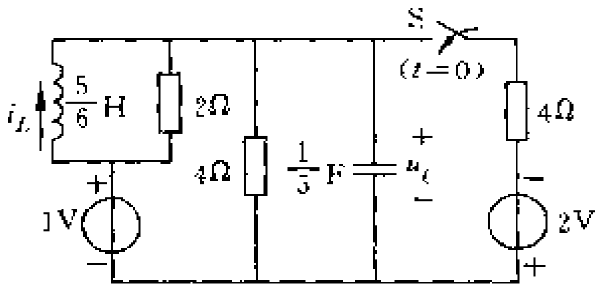
$$U_C(s)=\frac{s^2+8s+2}{s(s^2+5s+6)}=\frac{K_1}{s}+\frac{K_2}{s+2}+\frac{K_3}{s+3}$$

$$K_1=\frac{1}{3},K_2=5,K_3=-\frac{13}{3}$$

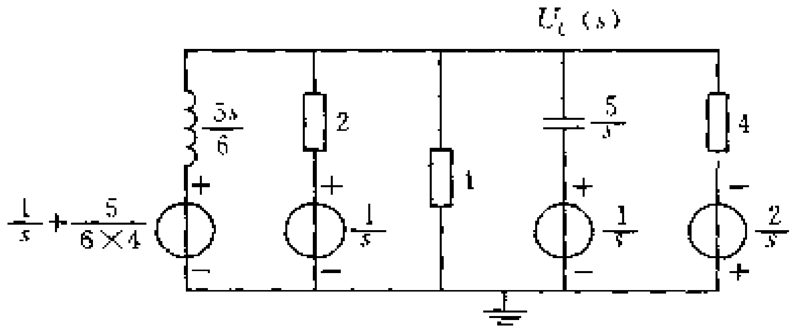
作拉氏反变换，得

$$u_C(t)=\frac{1}{3}+5e^{-2t}-\frac{13}{3}e^{-3t}\ \text{V}\quad t\geqslant 0$$

**5-8** 用拉氏变换法求题图 5-8 电路中开关 S 闭合后的电容电压 $u_C(t)$（要求画出运算电路模型）。




题图 5-8




题图 5-8(a)

**解** 由换路前电路求得 $i_L(0^-)=0.25$ A，$u_C(0^-)=1$ V。运算电路模型如题图 5-8(a)所示。列写节点电压方程

$$\left(\frac{6}{5s}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{s}{5}+\frac{1}{4}\right)U_C(s)$$

$$= \frac{1/s + 5/24}{5s/6} + \frac{1/s}{2} + \frac{1/s}{5/s} \quad \frac{2/s}{4}$$

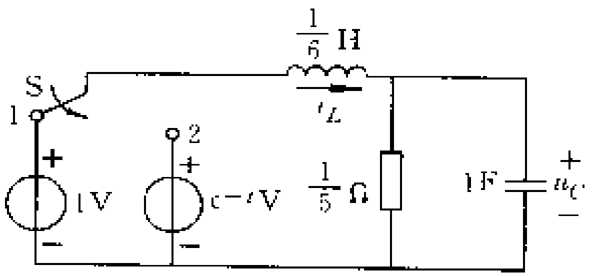
求得

$$U_C(s) = \frac{4s^2 + 5s - 24}{4s(s^2 + 5s + 6)} = \frac{1}{s} + \frac{-15/4}{s+2} + \frac{15/4}{s+3}$$

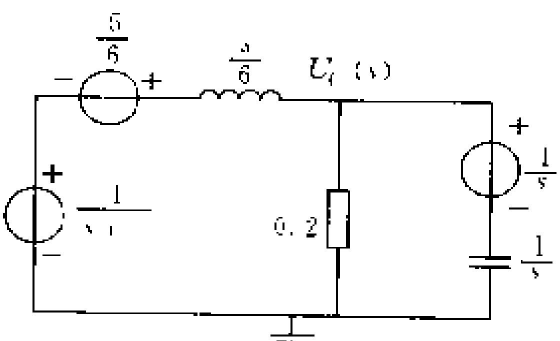
作拉氏反变换，得

$$u_C(t) = 1 + 3.75(-e^{-2t} - e^{-3t})\ \text{V} \quad t \geqslant 0$$

**5-9** 电路如题图 5-9 所示，开关 S 原来接在“1”端，电路已达稳态。当 $t=0$ 时将开关 S 由“1”合向“2”，用拉氏变换法求换路后的电容电压 $u_C(t)$。




题图 5-9




题图 5-9(a)

**解** 由换路前电路求得 $i_L(0_-)=5$ A，$u_C(0_-)=1$ V。

运算电路模型如题图 5-9(a)所示，节点电压方程为

$$\left(\frac{6}{s}+5+s\right)U_C(s)=\frac{\frac{1}{s+1}-\frac{5}{6}}{\frac{s}{6}}+\frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{s}}$$

求得

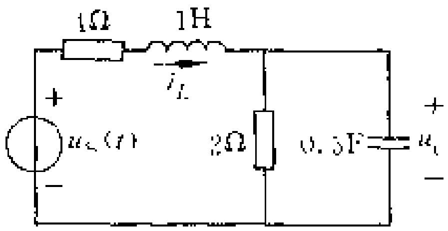
$$U_C(s)=\frac{s^2+6s+11}{(s+1)(s^2+5s+6)}=\frac{3}{s+1}+\frac{-3}{s+2}+\frac{1}{s+3}$$

作拉氏反变换，得

$$u_C=3e^{-t}-3e^{-2t}+e^{-3t}\ \text{V}\quad t\geqslant 0$$

**5-10** 用拉氏变换法求题图 5-10 所示电路中电容电压 $u_C(t)$。已知 $i_L(0)=2$ A，$u_C(0)=1$ V。

$$u_S(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 2\ \text{V} & 0<t<1\\ 0 & t>1\end{cases}$$




题图 5-10

**解** 电源电压的象函数为

$$U_s(s)=L[u_s(t)]=\frac{2}{s}-\frac{2e^{-s}}{s}$$

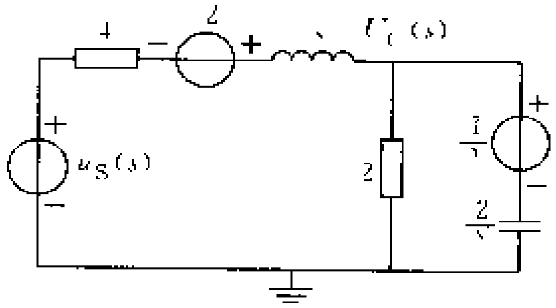
运算电路模型如题图 5-10(a)所示。则节点电压方程为

$$\left(\frac{1}{s+4}+\frac{1}{2}+\frac{s}{2}\right)U_C(s)=\frac{U_S(s)+2}{s+1}+\frac{1/s}{2/s}$$

求得

$$U_C(s)=\frac{\frac{4}{s}-\frac{4}{s}e^{-s}+s-8}{(s+2)(s+3)}$$

$$-\frac{\frac{2}{3}}{s}+\frac{4}{s+2}+\frac{\frac{-11}{3}}{s+3}-\left(\frac{\frac{2}{3}}{s}-\frac{2}{s+2}-\frac{\frac{4}{3}}{s+3}\right)e^{-s}$$



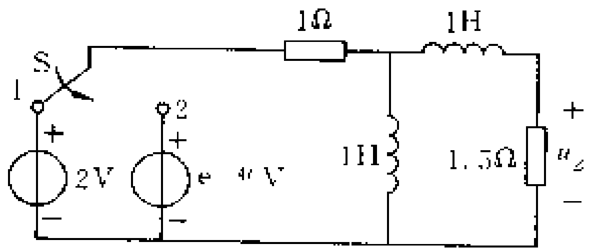

题图 5-10(a)

作拉氏反变换，得

$$u_C(t)=\left(\frac{2}{3}+4e^{-2t}-\frac{11}{3}e^{-3t}\right)\varepsilon(t)$$

$$-\left(\frac{2}{3}-2e^{-2(t-1)}+\frac{4}{3}e^{-3(t-1)}\right)\varepsilon(t-1)\ \mathrm{V}$$

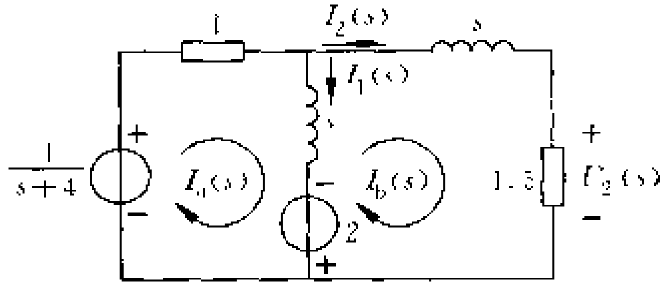
**5-11** 电路如题图 5-11 所示。开关 S 原来接在“1”端，电路已达稳态。当 $t=0$ 时将开关 S 由“1”合向“2”，用拉氏变换法求换路后的电阻电压 $u_2(t)$（要求画出运算电路模型）。




题图 5-11

**解** 由换路前电路求得 $i_1(0_-)=2$ A，$i_2(0_-)=0$（电流参考方向见运算电路模型）。

运算电路模型如图 5-11(a)所示。则按所选回路，回路电流方程为




题图 5-11(a)

$$\begin{cases}(s+1)I_a(s) - sI_b(s) = \dfrac{1}{s+4} + 2 \\ -sI_a(s) + (1.5+2s)I_b(s) = -2\end{cases}$$

联立求解，得

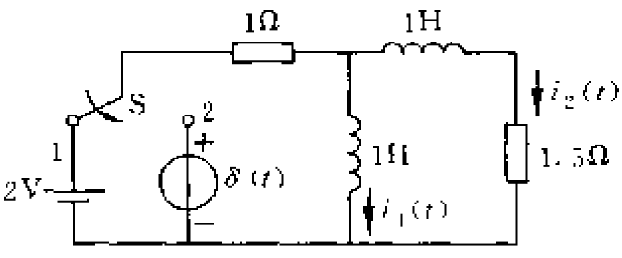
$$I_b(s) = \frac{-(s+8)}{(s+4)(s+3)(s+0.5)}$$

$$= \frac{-1.14}{s+4} + \frac{2}{s+3} + \frac{-0.857}{s+0.5}$$

电压 $U_2(s) = 1.5I_b(s)$。作拉氏反变换，得

$$u_2(t) = [-1.71e^{-4t} + 3e^{-3t} - 1.29e^{-0.5t}]\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

**5-12** 题图 5-12 所示电路，开关 S 在“1”位置，且电路已达稳态。$t=0$ 时，开关 S 由“1”位置立即换接到“2”位置，用拉氏变换法求 $i_2(t)$。

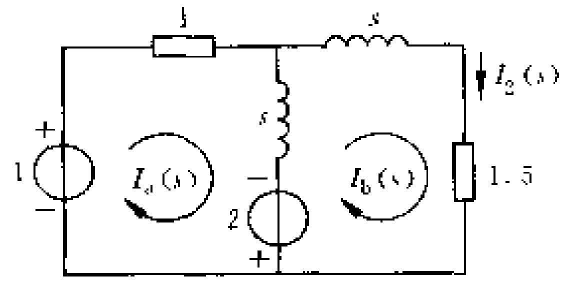



题图 5-12

**解**

$$i_1(0^-) = 2\ \mathrm{A} \quad i_2(0^-) = 0$$

运算电路如题图 5-12(a)所示。




题图 5-12(a)

列题图 5-12(a)电路的回路电流方程

$$(s+1)I_a(s) - sI_b(s) = 3$$

$$-sI_a(s) + (2s+1.5)I_b(s) = -2$$

解得

$$I_2(s) = I_b(s) = \frac{\begin{vmatrix} s+1 & 3 \\ -s & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s+1 & -s \\ -s & 2s+1.5 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{s-2}{s^2+3.5s+1.5} = \frac{s-2}{(s+0.5)(s+3)}$$

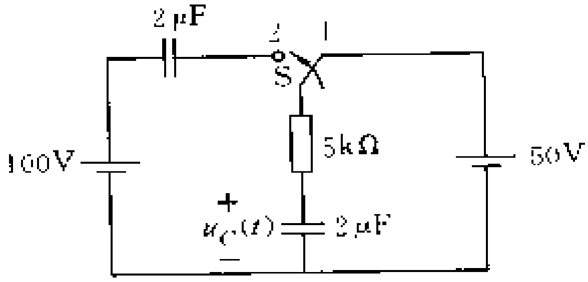
$$= \frac{-1}{s+0.5} + \frac{2}{s+3}$$

所以 $\qquad i_2(t) = [2e^{-3t} - e^{-0.5t}]\varepsilon(t)\ \text{A}$

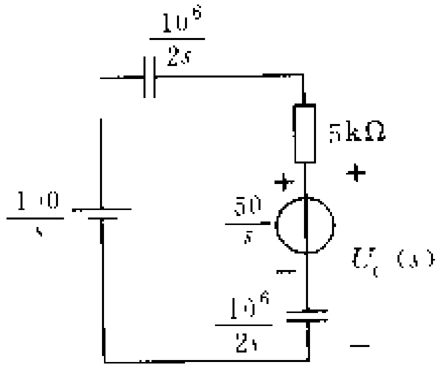
**5-13** 题图 5-13 所示电路，开关 S 在“1”位置，且电路已达稳态。$t=0$ 时，开关 S 由“1”位置立即换接到“2”位置，用拉氏变换法求 $u_C(t)$。

**解** $u_C(0^-)=50\ \text{V}$

运算电路如题图 5-13(a)所示。




题图 5-13




题图 5-13(a)

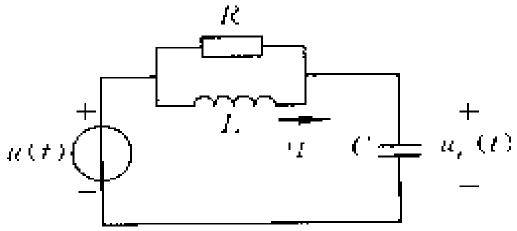
$$U_C(s) = -\frac{\frac{100}{s} - \frac{50}{s}}{5000 + \frac{10^6}{s}} \times \frac{10^6}{2s} + \frac{50}{s}$$

$$= \frac{25}{s} - \frac{25}{s+200} + \frac{50}{s}$$

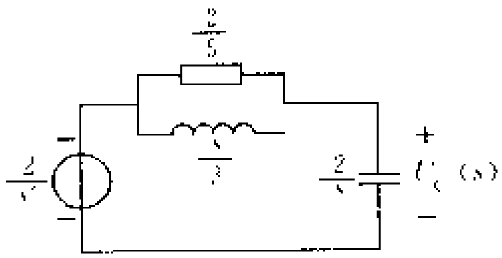
$$= \frac{75}{s} - \frac{25}{s+200}$$

$$u_C(t) = 75 - 25e^{-200t}\ \text{V} \quad t \geqslant 0$$

**5-14** 求题图 5-14 所示电路中电容器 C 两端的电压 $u_C(t)$。给定电路参数 $R=\frac{2}{5}\ \Omega$，$L=\frac{1}{3}$ H，$C=\frac{1}{2}$ F，电源电压 $u(t)=2t$（当 $t>0$），初始条件 $u_C(0)=0$，$i_L(0)=0$。




题图 5-14




题图 5-14(a)

**解**　运算电路如题图 5-14(a)所示。

$$U_{C_1}(s)=\frac{\frac{2}{s}}{\frac{2}{s}+\frac{\frac{2}{5}\times\frac{3}{s}}{\frac{2}{5}+\frac{3}{s}}}\times\frac{2}{s^2}=\frac{2(5s+6)}{s^2(s^2+5s+6)}$$

$$=\frac{2}{s^2}-\frac{2}{s^2+5s+6}$$

$$=\frac{2}{s^2}-\frac{2}{s+2}+\frac{2}{s+3}$$

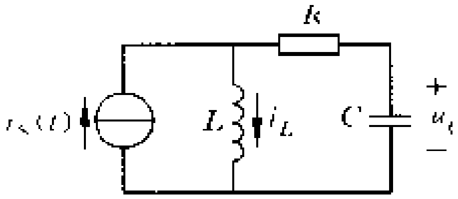
$$u_C(t)=[2t-2e^{-2t}+2e^{-3t}]\varepsilon(t)\ \text{V}$$

**5-15**　题图 5-15 所示电路中的电源为一电流源，

$$i_S=\begin{cases}at & 0<t<T\\ 0 & t<0,\ t>T\end{cases}$$

给定 $R=3\ \Omega$，$C=0.5\ \text{F}$，$L=1\ \text{H}$，$a=1\ \text{A}\cdot\text{s}$，$T=1\ \text{s}$。电路的初始条件为 $i_L(0)=0$，$u_C(0)=0$。

求电容上的电压 $u_C(t)$。




题图 5-15

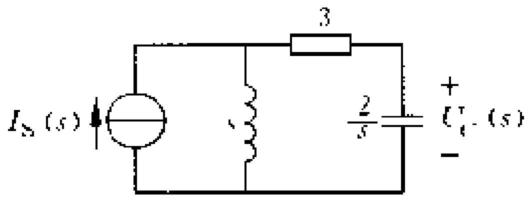
**解**　电流源 $i_S(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]$

$$=t\varepsilon(t)-(t-1)\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-1)$$

其拉氏变换式为

$$I_S(s)=\frac{1}{s^2}-\frac{1}{s^2}e^{-s}-\frac{1}{s}e^{-s}$$

运算电路如题图 5-15(a)所示。




题图 5-15(a)

$$U_C(s)=I_S(s)\times\frac{s\left(3+\frac{2}{s}\right)}{s+3+\frac{2}{s}}\times\frac{\frac{2}{s}}{3+\frac{2}{s}}$$

$$=I_S(s)\times\frac{2s}{(s+1)(s+2)}$$

将 $I_S(s)$拆成三项分别计算如下：

$$U_{C_1}(s)=\frac{1}{s^2}\,\frac{2s}{(s+1)(s+2)}$$

$$=\frac{1}{s}-\frac{2}{s+1}+\frac{1}{s+2}$$

$$U_{C_2}(s)=-\left(\frac{1}{s}-\frac{2}{s+1}+\frac{1}{s+2}\right)e^{-s}$$

$$U_{C_3}(s)=-\frac{e^{-s}}{s}\frac{2s}{(s+1)(s+2)}$$

$$=-\left(\frac{2}{s+1}+\frac{-2}{s+2}\right)e^{-s}$$

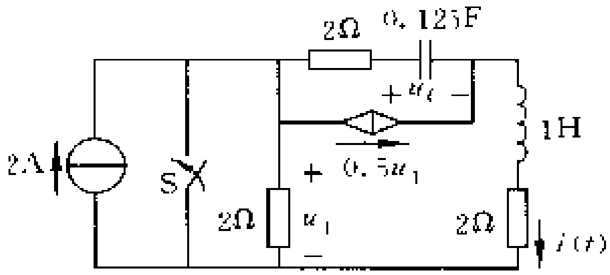
$$u_C(t)=(1-2e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$$-(1-2e^{-(t-1)}+e^{-2(t-1)})\varepsilon(t-1)$$

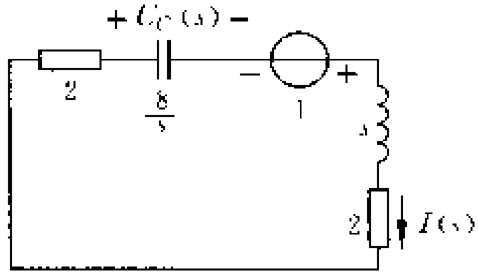
$$-(2e^{-(t-1)}-2e^{-2(t-1)})\varepsilon(t-1)$$

$$=(1-2e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)-(1-e^{-2(t-1)})\varepsilon(t-1)$$

**5-16** 电路如题图 5-16 所示。开关 S 闭合前电路已达稳态，在 $t=0$ 时闭合开关 S。用拉氏变换法求换路后的 $i(t)$。




题图 5-16




题图 5-16(a)

**解** 由换路前电路求得 $i(0^-)=1$ A，$u_C(0^-)=0$。

开关闭合后，控制量 $u_1$ 为零，受控电流源开路。运算电路模型如题图 5-16(a)所示。由此模型可得

$$I(s)=\frac{1}{8/s+s+4}=\frac{s}{s^2+4s+8}$$

$$=\frac{s+2-2}{(s+2)^2+4}=\frac{s+2}{(s+2)^2+4}-\frac{2}{(s+2)^2+4}$$

作拉氏反变换，得

$$i(t)=e^{-2t}\cos 2t-e^{-2t}\sin 2t$$

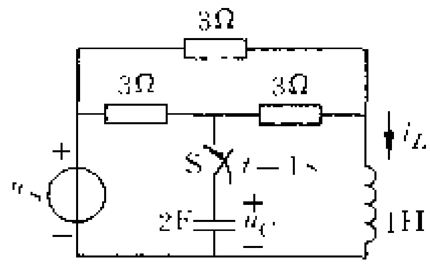
$$=\sqrt{2}e^{-2t}\cos(2t+45^\circ)\ \text{A}\quad t\geqslant 0$$

5-17 电路如题图 5-17(a)所示，已知 $i_L(0)=0$，$u_C(0)=0$。$u_S(t)$如题图 5-17(b)所示，开关 S 原在断开位置。$t=1$ s 时将其闭合，试用拉氏变换法求电容电压 $u_C(t)$。

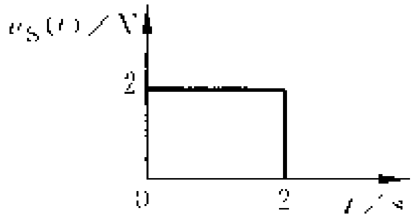
**解** (1) $0\leqslant t\leqslant 1$ s，$i_L(t)=1-e^{-2t}$ A，

$$i_L(1)=1-e^{-2\times 1}=0.865\ \text{A}$$

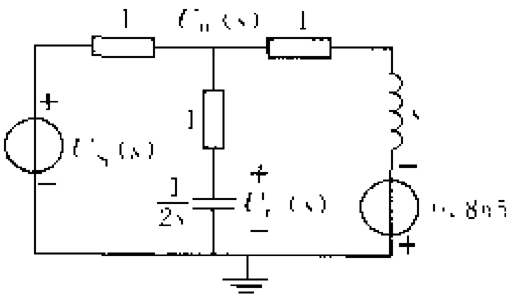
(2) $t=1$ s 换路后，记 $t'=t-1$，对 $t'$ 的运算电路如题图 5-17(c)所示。图中三个 1 Ω 电阻为经△→Y变换所得的结果。



题图 5-17(a)



题图 5-17(b)



题图 5-17(c)

电源电压的拉氏变换为

$$U_S(s)=L[2\varepsilon(t')-2\varepsilon(t'-1)]=\frac{2}{s}(1-e^{-s})$$

对题图 5-17(c)所示电路，列节点电压方程

$$\left(1+\frac{2s}{2s+1}+\frac{1}{s+1}\right)U_n(s)=U_S(s)-\frac{0.865}{s+1}$$

电容两端电压为

$$U_C(s)=\frac{1}{2s+1}U_n(s)=\frac{0.5(s+1)(1-e^{-s})-0.216s}{s(s^2+1.75s+0.5)}$$

其中

$$\frac{0.5(s+1)}{s(s^2+1.75s+0.5)}=\frac{1}{s}+\frac{-0.863}{s+0.360}+\frac{-0.136}{s+1.39}$$

$$\frac{-0.216s}{s(s^2+1.75s+0.5)}=\frac{-0.210}{s+0.360}+\frac{0.210}{s+1.39}$$

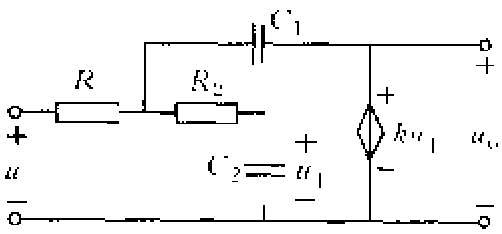
作拉氏反变换，得

$$\begin{aligned}u_C(t')=&(1-0.863e^{-0.360t'}-0.136e^{-1.39t'})\varepsilon(t')\\&-(1-0.863e^{-0.360(t'-1)}-0.136e^{-1.39(t'-1)})\varepsilon(t'-1)\\&+(-0.210e^{-0.360t'}+0.210e^{-1.39t'})\varepsilon(t')\\=&(1-1.07e^{-0.360t'}+0.074e^{-1.39t'})\varepsilon(t')\\&-(1-0.863e^{-0.360(t'-1)}-0.136e^{-1.39(t'-1)})\varepsilon(t'-1)\end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}u_C(t)=&(1-1.07e^{-0.360(t-1)}+0.074e^{-1.39(t-1)})\varepsilon(t-1)\\&-(1-0.863e^{-0.360(t-2)}-0.136e^{-1.39(t-2)})\varepsilon(t-2)\end{aligned}$$

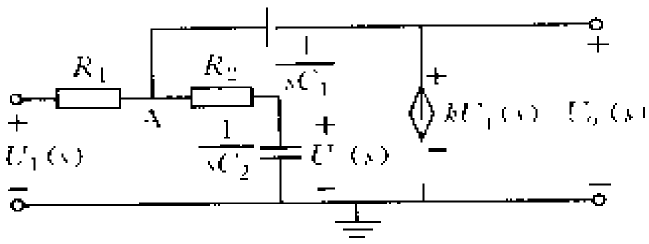
**5-18** 试写出题图 5-18 所示电路的网络函数 $H(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}$。（参数间有下列关系：$R_1R_2C_1C_2=1$，$(R_1+R_2)C_2+(1-k)R_1C_1=b$）




题图 5-18

**解** 题图 5-18 所对应的运算电路图如题图 5-18(a)所示。

按题图 5-18(a)中指定的参考点，以 $U_N(s)$、$U_1(s)$、$U_o(s)$ 为变量列写节点电压方程如下：




题图 5-18(a)

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+sC_1\right)U_A(s)-\dfrac{1}{R_2}U_1(s)-sC_1U_o(s)=\dfrac{U_1(s)}{R_1} & (1) \\ -\dfrac{1}{R_2}U_A(s)+\left(\dfrac{1}{R_2}+sC_2\right)U_1(s)=0 & (2) \\ U_o(s)=kU_1(s) & (3) \end{cases}$$

由(2)式得

$$U_A(s)=\frac{1/R_2+sC_2}{1/R_2}U_1(s)=(1+R_2C_2s)U(s) \qquad (4)$$

将(4)式代入(1)式，得

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+sC_1\right)(1+R_2C_2s)U_1(s)-\frac{1}{R_2}U_1(s)-sC_1kU_1(s)$$
$$=\frac{U_1(s)}{R_1} \qquad (5)$$

将 $U(s)=\dfrac{U_o(s)}{k}$ 代入(5)式，得

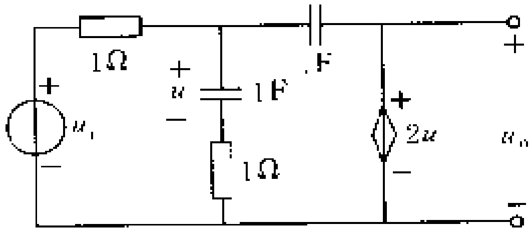
$$\{s^2+[(R_1+R_2)C_2+(1-k)R_1C_1]s+1\}U_o(s)=kU_1(s)$$

所以
$$\frac{U_o(s)}{U_1(s)}=\frac{k}{s^2+bs+1}$$

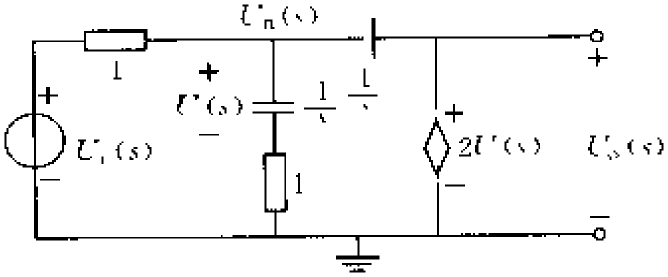
其中
$$b=(R_1+R_2)C_2+(1-k)R_1C_1$$

**5-19** 求题图 5-19 所示电路的网络函数 $H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_1(s)}$，并画出零、极点分布图。

**解** 运算电路模型如题图 5-19(a)所示。节点电压方程为




题图 5-19




题图 5-19(a)

$$\begin{cases} \left(1 + s + \dfrac{1}{1 + 1/s}\right)U_n(s) = U_i(s) + sU_o(s) \\ U_o(s) = 2U(s) \\ U(s) = U_n(s)\,\dfrac{1/s}{1 + 1/s} = \dfrac{1}{s+1}U_n(s) \end{cases}$$

经整理，得

$$\begin{cases} \dfrac{s^2 + 3s + 1}{s+1}U_n(s) = U_i(s) + sU_o(s) & (1) \\ U_n(s) = (s+1)U(s) = \dfrac{s+1}{2}U_o(s) & (2) \end{cases}$$

将(2)式代入(1)式，得

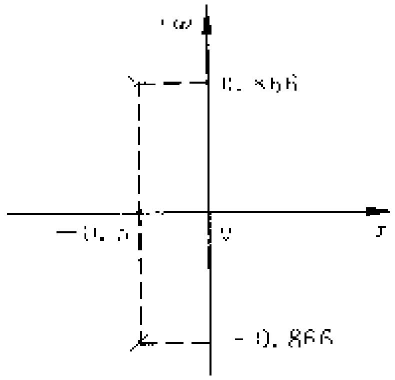
$$\frac{s^2 + 3s + 1}{s+1} \times \frac{s+1}{2}U_o(s) = U_i(s) + sU_o(s)$$

网络函数为

$$H(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{2}{s^2 + s + 1}$$

极点 $P_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2} = -0.5 \pm j8.66$

零、极点图如题图 5-19(b)所示。




题图 5-19(b)

**5-20** (1) 已知一线性电路(零状态)的单位阶跃响应为 $g(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau_1}}+Be^{-\frac{t}{\tau_2}}$,求其单位冲激响应 $h(t)$ 和网络函数 $H(s)$。(2) 一线性电路,当输入为 $e(t)$ 时其响应为 $r_1(t)$,又知这时其零状态响应为 $r_2(t)$,试问该电路当输入为 $ke(t)$ 时其响应 $r(t)$ 为多少。

**解** (1) 线性电路(零状态)单位阶跃响应 $g(t)$,$g(0_-)=0$。

单位阶跃响应应写作 $g(t)\varepsilon(t)$ 形式,即

$$g(t) = (Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}})\varepsilon(t)$$

单位冲激响应可由单位阶跃响应对时间求导得到

$$\begin{aligned}
h(t) &= \frac{d}{dt}g(t) \\
&= \left(-A\frac{1}{\tau_1}e^{-\frac{t}{\tau_1}} - B\frac{1}{\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)\varepsilon(t) + (Ae^{-\frac{t}{\tau_1}} + Be^{-\frac{t}{\tau_2}})\delta(t) \\
&= \left(-A\frac{1}{\tau_1}e^{-\frac{t}{\tau_1}} - B\frac{1}{\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)\varepsilon(t) + (A+B)\delta(t) \\
&= \left(-A\frac{1}{\tau_1}e^{-\frac{t}{\tau_1}} - B\frac{1}{\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)\varepsilon(t) + g(0^-)\delta(t)
\end{aligned}$$

当响应为状态量时，$g(0^+)=g(0^-)=0$

网络函数

$$H(s)=\frac{A}{\tau_1\left(s+\frac{1}{\tau_1}\right)}+\frac{B}{\tau_2\left(s+\frac{1}{\tau_2}\right)}$$

当响应为非状态量时，一般情况下 $g(0^+)\neq g(0^-)=0$。

网络函数

$$H(s)=-\frac{A}{\tau_1\left(s+\frac{1}{\tau_1}\right)}-\frac{B}{\tau_2\left(s+\frac{1}{\tau_2}\right)}+A+B$$

$$=\frac{As}{s+\frac{1}{\tau_1}}+\frac{Bs}{s+\frac{1}{\tau_2}}$$

(2) 该线性电路的零输入响应为全响应和零状态响应之差 $r_1(t)-r_2(t)$。零状态响应 $r_2(t)$ 与激励 $e(t)$ 成正比，当输入为 $ke(t)$ 时，其全响应为

$$\begin{aligned} r(t) &= kr_2(t)+r_1(t)-r_2(t) \\ &= r_1(t)+(k-1)r_2(t) \end{aligned}$$

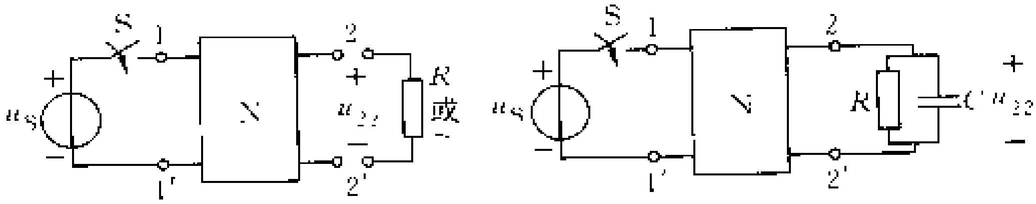
**5-21** 题图 5-21 所示电路中的方框代表一个不含独立电源的线性电路。电路参数均为固定值。在 $t=0$ 时接通电源(S 闭合)，在 22′接不同电路元件，22′两端有不同的零状态响应。

已知：(1) 22′接电阻 $R=2\ \Omega$ 时，此响应为 $u'_{22'}(t)=\frac{1}{4}(1-e^{-t})\varepsilon(t)$ V；

(2) 22′接电容 $C=1$ F 时，此响应为 $u''_{22'}(t)=\frac{1}{2}(1-e^{-\frac{t}{4}})\varepsilon(t)$ V。

求将此电阻 $R$ 和电容 $C$ 并联接至 22′时，此响应(电压)的表达式。

注：题中 $\varepsilon(t)$ 表示单位阶跃函数，即 $\varepsilon(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t<0\end{cases}$

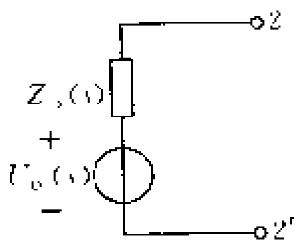



题图 5-21

**解** 设 22′向左戴维南等效电路如题图 5-21(a)所示。分别接入电阻和电容后可得到下面一组方程

$$\frac{2}{2+Z_o(s)}U_o(s)=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}\right)$$

$$\frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{s}+Z_o(s)}U_o(s)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{1}{4}}\right)$$




题图 5-21(a)

由上二式可求得

$$U_o(s)=\frac{1}{4s\left(s+\frac{1}{2}\right)}$$

$$Z_o(s)=\frac{2}{2s+1}$$

当 22′并接电阻和电容时，可得

$$U_{22'}(s)=\frac{\dfrac{\dfrac{2}{s}}{2+\dfrac{1}{s}}}{Z_o(s)+\dfrac{\dfrac{2}{s}}{2+\dfrac{1}{s}}}U_o(s)$$

$$=\frac{\dfrac{2}{2s+1}}{\dfrac{2}{2s+1}+\dfrac{2}{2s+1}}\times\frac{1}{4s\left(s+\dfrac{1}{2}\right)}$$

$$=\frac{1}{8s\left(s+\dfrac{1}{2}\right)}=\frac{1}{8}\left[\frac{2}{s}-\frac{2}{s+\dfrac{1}{2}}\right]$$

$$u_{22'}(t)=\left[\frac{1}{4}(1-e^{-\frac{1}{2}t})\right]\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

**5-22** 已知某电路的网络函数为 $H(s)=\dfrac{R(s)}{E(s)}=\dfrac{1}{s+1}$。当激励 $e(t)=t\varepsilon(t)$时，该电路的响应为 $r(t)$，并知道响应的初值为 2，求此响应 $r(t)$。

**解** 由零状态响应和零输入响应叠加求全响应。

零状态响应可由下面两种方法求解。

方法 1：由网络函数的定义求零状态响应

$$L[t\varepsilon(t)]=\frac{1}{s^2}$$

$$R'(s)=\frac{1}{s^2}\times\frac{1}{s+1}=\frac{1}{s^2}+\frac{-1}{s}+\frac{1}{s+1}$$

$$r'(t)=-1+t+e^{-t}$$

方法 2：由卷积积分求零状态响应

$$r'(t)=\int_0^t e^{-(t-\xi)}\xi d\xi=e^{-t}\int_0^t e^{\xi}\xi d\xi=-1+t+e^{-t}$$

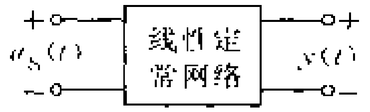
零输入响应为

$$r''(t) = 2e^{-t}$$

则全响应为

$$r(t) = r'(t) + r''(t) = (-1 + t + 3e^{-t}) \quad t > 0$$

**5-23** 一个线性定常网络如题图 5-23 所示，如果其中的储能元件在起始时皆无能量存储，当其输入端施加的激励为 $u_S(t) = e^{-1.5t}$ 时，其输出 $y(t) = e^{-t} - e^{-2t}$。如果这个网络的储能元件中有储能，因而使输出 $y(t)$ 的起始条件为 $y(0) = 1$、一阶导数的初始值 $y'(0) = 2$，试求当网络输入端施加的激励为单位阶跃电压 $\varepsilon(t)$ 时，此网络的输出。




题图 5-23

**解** 网络函数

$$H(s) = \frac{L[e^{-t} - e^{-2t}]}{L[e^{-1.5t}]} = \frac{1}{2(s+1)} + \frac{1}{2(s+2)}$$

网络函数的极点 $-1$，$-2$ 是响应的固有频率，由此可知由初始储能产生的零输入响应为

$$y_1(t) = Ae^{-t} + Be^{-2t}$$

由单位阶跃电压 $\varepsilon(t)$ 产生的零状态响应为

$$Y_2(s) = \frac{1}{s}H(s) = \frac{1}{s}\left[\frac{1}{2(s+1)} + \frac{1}{2(s+2)}\right]$$

$$= \frac{3}{4s} - \frac{1}{2(s+1)} - \frac{1}{4(s+2)}$$

经反变换得

$$y_2(t) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{4}e^{-2t}$$

全响应

$$y(t)=y_1(t)+y_2(t)=\frac{3}{4}+\left(A-\frac{1}{2}\right)e^{-t}+\left(B-\frac{1}{4}\right)e^{-2t}$$

将已知条件代入上式，得

$$y(0)=1=\frac{3}{4}+A-\frac{1}{2}+B-\frac{1}{4}$$

$$y'(0)=2=-A+\frac{1}{2}-2B+\frac{1}{2}$$

解得

$$A=3,\quad B=-2$$

则

$$y(t)=0.75+2.5e^{-t}-2.25e^{-2t}\ \mathrm{V}\qquad t>0$$

**5-24** 在一线性 $RLCM$ 电路的输入端加一单位阶跃电压得其在输出端产生的电压(零状态响应)为 $u_o(t)=ae^{-\frac{t}{\tau_1}}+be^{-\frac{t}{\tau_2}}$，求在输入端加一周期电压

$$u_S(t)=U_{1m}\sin\omega_1 t+U_{2m}\sin\omega_2 t$$

时，输出端的周期性稳态电压(周期稳态响应)。

**解** 网络函数

$$H(s)=\frac{as}{s+\frac{1}{\tau_1}}+\frac{bs}{s+\frac{1}{\tau_2}}=\frac{s^2(a+b)+s\left(\frac{b}{\tau_1}+\frac{a}{\tau_2}\right)}{\left(s+\frac{1}{\tau_1}\right)\left(s+\frac{1}{\tau_2}\right)}$$

由网络函数性质，得

$$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_S}=H(s)\mid_{s=j\omega}=|H(\omega)|\angle\varphi(\omega)$$

$$u_o(t)=U_m|H(\omega)|\sin[\omega t+\varphi(\omega)]$$

当输入为 $u_S(t)=U_{1m}\sin\omega_1 t+U_{2m}\sin\omega_2 t$ 时，由叠加定理可得

$$u_o(t)=U_{1m}|H(\omega_1)|\sin[\omega_1 t+\varphi(\omega_1)]+U_{2m}|H(\omega_2)|\sin[\omega_2 t+\varphi(\omega_2)]$$

其中

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{-\omega^2(a+b)+\mathrm{j}\omega\left(\frac{b}{\tau_1}+\frac{a}{\tau_2}\right)}{\left(\mathrm{j}\omega+\frac{1}{\tau_1}\right)\left(\mathrm{j}\omega+\frac{1}{\tau_2}\right)}=|H(\omega)|\angle\varphi(\omega)$$

$$|H(\omega)|=\sqrt{\frac{\omega^4(a+b)^2+\omega^2\left(\frac{b}{\tau_1}+\frac{a}{\tau_2}\right)^2}{\left(\omega^2+\frac{1}{\tau_1^2}\right)\left(\omega^2+\frac{1}{\tau_2^2}\right)}}$$

$$\varphi(\omega)=\arctan\left[\frac{\frac{b}{\tau_1}+\frac{a}{\tau_2}}{-\omega(a+b)}\right]-\arctan\omega\tau_1-\arctan\omega\tau_2$$

**5-25** 已知某二阶电路的网络函数为 $H(s)=\frac{Y(s)}{E(s)}=\frac{s+3}{s^2+3s+2}$。

(1) 当 $e(t)=\varepsilon(t)$ V(阶跃函数)时其响应的初值为 $y(0^-)=2$,其一阶导数的初值为 $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(0^-)=1$,求此响应的自由分量和强制分量。

(2) 当 $e(t)=\cos t$ V 时求此电路的正弦稳态响应。

**解** 零状态响应为

$$Y'(s)=\frac{1}{s}\times\frac{s+3}{s^2+3s+2}=\frac{1.5}{s}+\frac{-2}{s+1}+\frac{0.5}{s+2}$$

$$y'(t)=1.5-2e^{-t}+0.5e^{-2t}$$

设零输入响应为 $y''(t)=Ae^{-t}+Be^{-2t}$

则全响应为

$$y(t)=1.5-2e^{-t}+0.5e^{-2t}+Ae^{-t}+Be^{-2t}$$

由初值定常数可得 $A=4$,$B=-2$

所以

$$y(t)=1.5+2e^{-t}-1.5e^{-2t}\quad t>0$$

其中,强制分量为 1.5,自由分量为 $2e^{-t}-1.5e^{-2t}$。

(2) 求正弦稳态响应

方法 1：用相量形式的网络函数求

$$\dot{Y} = \dot{E}H(j\omega) = \frac{j1+3}{j3+1}\times 1\angle 0^\circ$$

$$= \frac{3.16\angle 18.4^\circ}{3.16\angle 71.6^\circ} = 1\angle -53.2^\circ$$

$$y(t) = \cos(t-53.2^\circ)$$

方法 2：

$$Y(s) = H(s)E(s) = \frac{s+3}{s^2+3s+2}\cdot\frac{s}{s^2+1}$$

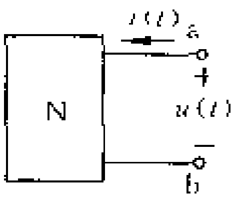
$$= \frac{s^2+3s}{(s^2+1)(s^2+3s+2)}$$

$$= \frac{0.6s+0.8}{s^2+1} - \frac{1}{s+1} + \frac{0.4}{s+2}$$

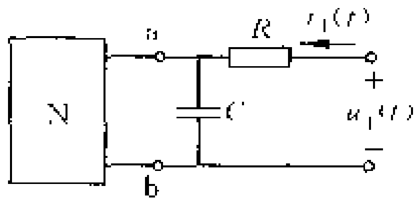
上式中的后二项对应原函数的暂态分量，当 $t\to\infty$ 时其响应趋向于零。前一项即为正弦稳态响应的象函数，对其进行拉氏反变换，得

$$y(t)\big|_{t\to\infty} = 0.6\cos t + 0.8\sin t = \cos(t-53.2^\circ)$$

**5-26** 题图 5-26(a)方框 N 是二端线性时不变网络，以电压 $u$ 为输入，电流 $i$ 为输出时，它的单位冲激响应是 $h(t)=3e^{-2t}-4e^{-4t}$ $t>0$，今在 N 的 a，b 端接上 $R$ 和 $C$（题图 5-26(b)），这时规定 $u_1$ 为输入，$i_1$ 为输出，求这时的冲激响应（不要求得出数字结果，要求写出明确的计算公式，推导过程清楚）。




题图 5-26(a)




题图 5-26(b)

**解**　用拉氏变换求解

网络 N(题图 5-26(a))冲激响应的象函数是

$$\frac{I(s)}{U(s)}=Y(s)=\frac{3}{s+5}+\frac{4}{s+4}=\frac{7s+32}{s^2+9s+20}$$

题图 5-26(b)中

$$Z(s)=\frac{U_1(s)}{I_1(s)}=R+\cfrac{1}{sC+\cfrac{7s+32}{s^2+9s+20}}$$

$$=R+\frac{s^2+9s+20}{Cs^3+9Cs^2+(20C+7)s+32}$$

$$=R+\frac{N(s)}{D(s)}$$

$$Y'(s)=\frac{I_1(s)}{U_1(s)}=\frac{1}{Z(s)}=\cfrac{1}{R+\cfrac{Ns}{Ds}}=\frac{D(s)}{RD(s)+N(s)}$$

$$=\frac{1}{R}\left[1-\frac{N(s)}{RD(s)+N(s)}\right]$$

$$=\frac{1}{R}-\frac{N(s)}{R^2D(s)+RN(s)}$$

所求的冲激响应的象函数是

$$I_1(s)=Y'(s)U_1(s)$$

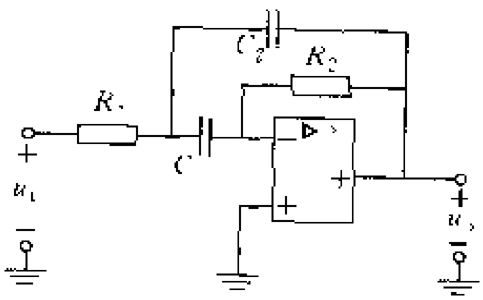
冲激响应的时间函数是

$$i_1(t)=\frac{1}{R}\delta(t)-L^{-1}\left[\frac{N(s)}{R^2D(s)+RN(s)}\right]$$

$t=0$ 时，$u_1$ 经 $RC$ 给 $C$ 充电，从而出现冲激电流分量。

**5-27**　求题图 5-27 所示电路中的电压比 $K(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_i(s)}$ ($s=\sigma+j\omega$ 是复频率)。图中的运算放大器是理想的运算放大器。

**解**　题图 5-27 所示电路的运算电路模型如题图 5-27(a)所示，其中




题图 5-27

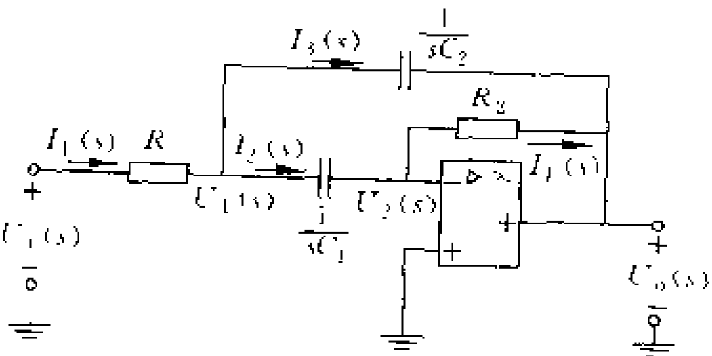
$$I_1(s)=\frac{U_i(s)-U_1(s)}{R_1}$$

$$I_2(s)=\frac{U_1(s)-U_2(s)}{\frac{1}{sC_1}}=sC_1U_1(s)$$

$U_2(s)=0$(虚短路)

$$I_3(s)=\frac{U_1(s)-U_o(s)}{\frac{1}{sC_2}}=sC_2(U_1(s)-U_o(s))$$

$$I_4(s)=\frac{U_2(s)-U_o(s)}{R_2}=-\frac{U_o(s)}{R_2}$$




题图 5-27(a)

在 $U_1(s)$,$U_2(s)$两个节点，可得如下关系

$$I_1(s)=I_2(s)+I_3(s) \qquad \text{(KCL)}$$

$$I_2(s)=I_4(s) \qquad \text{(虚开路)}$$

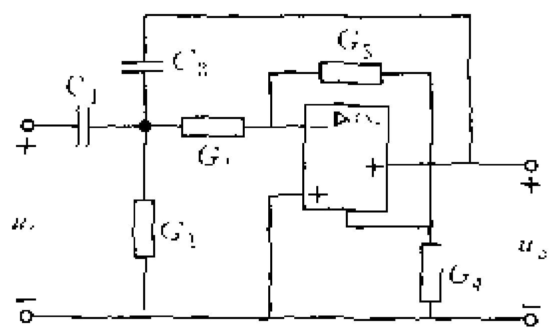
即

$$\begin{cases} \dfrac{U_i(s)-U_1(s)}{R_1} = sC_1U_1(s) + sC_2(U_1(s)-U_o(s)) & (1) \\ sC_1U_1(s) = -\dfrac{U_o(s)}{R_2} & (2) \end{cases}$$

将(2)代入(1)并整理,可得

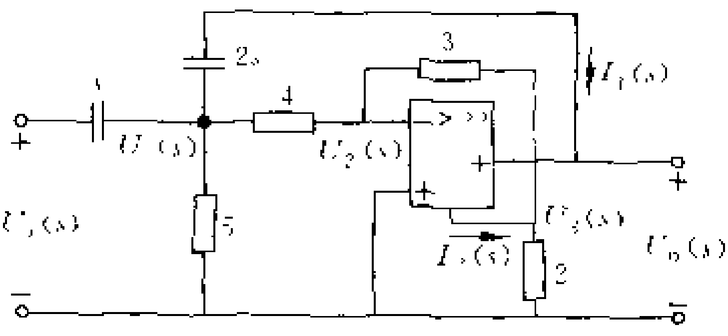
$$K(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = -\frac{R_2C_1s}{R_1R_2C_1C_2s^2 + R_1(C_1+C_2)s + 1}$$

**5-28** 题图5-28所示电路中含有一理想运算放大器。已知 $C_1=1$ F,$C_2=2$ F,$G_1=5$ S,$G_2=4$ S,$G_3=3$ S,$G_4=2$ S。试求其网络函数 $H(s)=U_o(s)/U_i(s)$。




题图 5-28

**解** 题图5-28所示电路的运算电路模型如题图5-28(a)电路所示(电阻、电容参数均为导纳值)。




题图 5-28(a)

列写题图 5-28(a)电路的节点电压方程(运放输出端节点不列)

$$
\begin{cases}
(5+4+s+2s)U_1(s)-2sU_o(s)-4U_2(s)=sU_i(s) \\
(3+4)U_2(s)-4U_1(s)-3U_3(s)=0 \\
(2+3)U_3(s)-3U_2(s)=2s(U_1(s)-U_o(s)) \\
\qquad (\text{因为 } I_1(s)=I_2(s)=2s(U_1(s)-U_o(s))) \\
U_2(s)=0
\end{cases}
$$

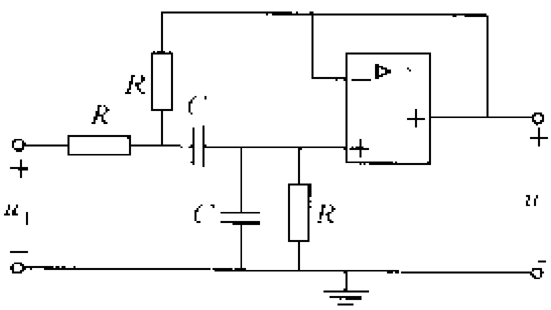
经整理可得

$$
\begin{cases}
(9+3s)U_1(s)-2sU_o(s)=sU_i(s) \\
-4U_1(s)-3U_3(s)=0 \\
5U_3(s)=2s(U_1(s)-U_o(s))
\end{cases}
$$

解上述方程可得

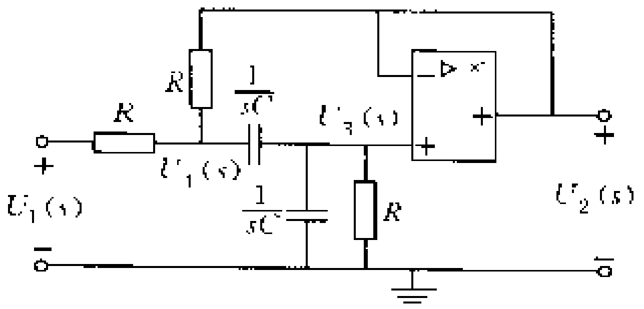
$$H(s)=\frac{U_o(s)}{U_i(s)}=\frac{3s+10}{3s+7}$$

**5-29** 已知题图 5-29 所示电路中,$R=1\ \Omega$,$C=1\ \mathrm{F}$。(1) 求网络函数 $H(s)=\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$;(2) 画出 $H(s)$的零、极点分布图;(3) 当输入电压 $u_1(t)=3\sin(2t+30°)$ V 时,求输出电压 $u_2(t)$的稳态分量。




题图 5-29

**解** (1) 题图 5-29 电路的运算电路如题图 5-29(a)电路所示,其中




题图 5-29(a)

$$R = 1, \quad \frac{1}{sC} = \frac{1}{s}$$

列写题图 5-29(a)电路的节点电压方程

$$\begin{cases} (1+1+s)U_4(s) - U_2(s) - sU_3(s) = \dfrac{U_1(s)}{1} \\ (s+s+1)U_3(s) - sU_4(s) = 0 \\ U_2(s) = U_3(s) \end{cases}$$

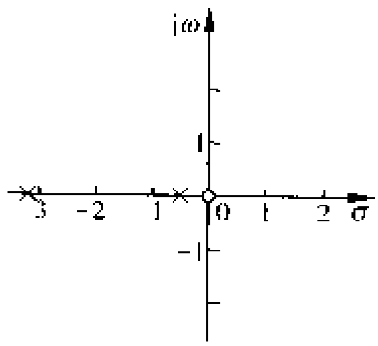
解上述方程,可得

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{s}{s^2 + 4s + 2}$$

(2) 零点：$s=0$

极点：$s_1 = -0.586, s_2 = -3.414$

零极点图如题图 5-29(b)所示。




题图 5-29(b)

(3) 将 $H(s)$ 中的 $s$ 换成 $\mathrm{j}\omega(\omega=2)$，即可得到正弦稳态下的相量关系

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\mathrm{j}\omega}{(\mathrm{j}\omega)^2+4\times\mathrm{j}\omega+2}$$

$$=\frac{\mathrm{j}2}{-2+\mathrm{j}8}=\frac{\mathrm{j}}{-1+\mathrm{j}4}$$

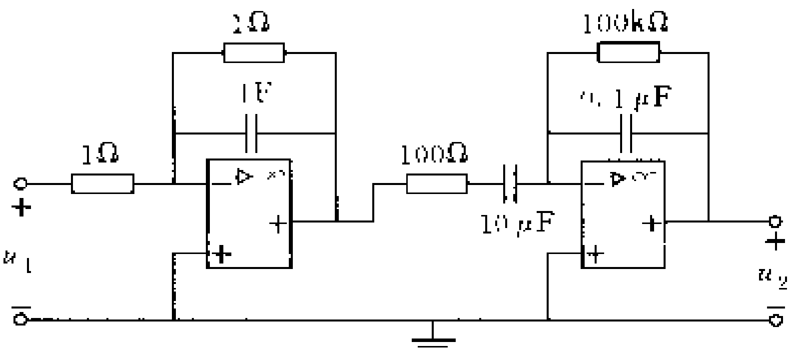
$$\dot{U}_2=\frac{\mathrm{j}}{-1+\mathrm{j}4}\dot{U}_1=\frac{1\angle 90^\circ}{4.123\angle 104^\circ}\times\frac{3}{\sqrt{2}}\angle 30^\circ$$

$$=0.515\angle 16^\circ\ \mathrm{V}$$

输出电压 $u_2(t)$ 的稳定响应为

$$u_2(t)\big|_{t\to\infty}=0.515\sqrt{2}\sin(2t+16^\circ)\ \mathrm{V}$$

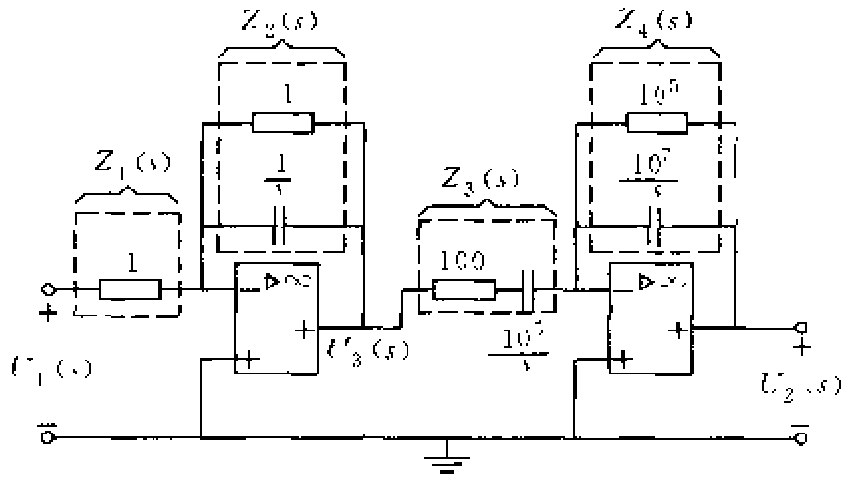
**5-30** 求题图 5-30 所示电路的网络函数 $H(s)=\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$。




题图 5-30

**解** 题图 5-30 电路的运算电路模型如题图 5-30(a) 电路所示。

题图 5-30(a) 所示电路中




题图 5-30(a)

$$
\begin{cases}
Z_1(s)=1,\ Z_2(s)=\dfrac{\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}}=\dfrac{1}{s+1} \\
Z_3(s)=100+\dfrac{10^5}{s}=\dfrac{100s+10^5}{s}, \\
Z_4(s)=\dfrac{10^5\times\frac{10^7}{s}}{10^5+\frac{10^7}{s}}=\dfrac{10^7}{s+100}
\end{cases}
$$

题图 5-30(a)所示电路为两个反向比例电路级联，可得

$$
\begin{cases}
\dfrac{U_3(s)}{U_1(s)}=-\dfrac{Z_2(s)}{Z_1(s)}=-\dfrac{1}{s+1} \\
\dfrac{U_2(s)}{U_3(s)}=-\dfrac{Z_4(s)}{Z_3(s)}=-\dfrac{10^5 s}{s^2+1100s+10^5}
\end{cases}
$$

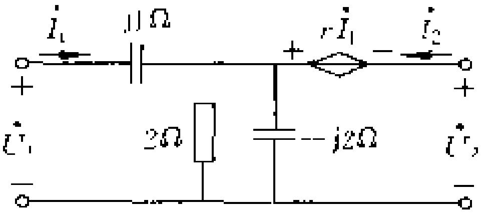
由上式可求得

$$
\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{10^5 s}{(s+1)(s^2+1100s+10^5)}
$$

$$
=\frac{10^5 s}{(s+1)(s+100)(s+1000)}
$$

# 第 6 章　二端口网络

**6-1**　求题图 6-1 所示二端口的开路阻抗参数（$Z$ 参数），其中 $r=1\ \Omega$。




题图 6-1

**解**　$Z$ 参数方程为

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \end{cases}$$

$$Z_{11} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = -\mathrm{j}1 + \frac{2\times(-\mathrm{j}2)}{2-\mathrm{j}2} = 1-\mathrm{j}2\ \Omega$$

（端口 2 开路时端口 1 的入端阻抗）

$$Z_{21} = \left.\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = 1-r-\mathrm{j}1\ \Omega = -\mathrm{j}1\ \Omega$$

$$\left(\dot{U}_2 = -r\dot{I}_1 + \frac{2\times(-\mathrm{j}2)}{2-\mathrm{j}2}\dot{I}_1 = (-r+1-\mathrm{j}1)\dot{I}_1\right)$$

$$Z_{12} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0} = \frac{2\times(-\mathrm{j}2)}{2-\mathrm{j}2} = 1-\mathrm{j}1\ \Omega$$

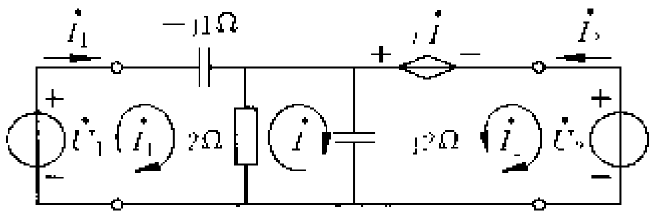
$$\left(\dot{U}_1 = \frac{2\times(-\mathrm{j}2)}{2-\mathrm{j}2}\dot{I}_2\right)$$

$$Z_{22}=\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\bigg|_{\dot{I}_1=0}=\frac{2\times(-\mathrm{j}2)}{2-\mathrm{j}2}=1-\mathrm{j}1\ \Omega$$

（端口 1 开路时端口 2 的入端阻抗）

**另解** 直接列写参数方程，端口用电压源替代（题图 6-1(a) 所示电路）。列写回路电流方程为

$$\begin{cases}(2-\mathrm{j}1)\dot{I}_1-2\dot{I}=\dot{U}_1 & (1)\\ -\mathrm{j}2\dot{I}_2-\mathrm{j}2\dot{I}=r\dot{I}+\dot{U}_2 & (2)\\ (2-\mathrm{j}2)\dot{I}-2\dot{I}_1-\mathrm{j}2\dot{I}_2=0 & (3)\end{cases}$$




题图 6-1(a)

由(3)式得 $\dot{I}=\frac{1}{1-\mathrm{j}1}\dot{I}_1+\frac{\mathrm{j}}{1-\mathrm{j}1}\dot{I}_2$，分别代入(1)和(2)，并整理可得 $Z$ 参数方程为

$$\begin{cases}\dot{U}_1=(1-\mathrm{j}2)\dot{I}_1+(1-\mathrm{j}1)\dot{I}_2\\ \dot{U}_2=-\mathrm{j}1\dot{I}_1+(1-\mathrm{j}1)\dot{I}_2\end{cases}$$

$Z$ 参数矩阵为

$$\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}1-\mathrm{j}2 & 1-\mathrm{j}1\\ -\mathrm{j}1 & 1-\mathrm{j}1\end{bmatrix}\Omega$$

**6-2** 求题图 6-2 所示二端口网络的短路导纳参数（$Y$ 参数）。图中受控源为电流控制的电流源。

**解** $Y$ 参数方程

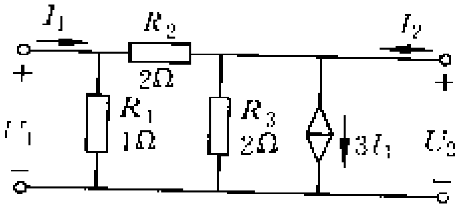
$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 \\ I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 \end{cases}$$

$$Y_{11} = \frac{I_1}{U_1}\bigg|_{U_2=0} = \frac{\dfrac{U_1}{1} + \dfrac{U_1}{2}}{U_1} = 1.5\ \text{S}$$

$$Y_{21} = \frac{I_2}{U_1}\bigg|_{U_2=0} = \frac{3I_1 - \dfrac{U_1}{2}}{U_1} = 4\ \text{S}$$

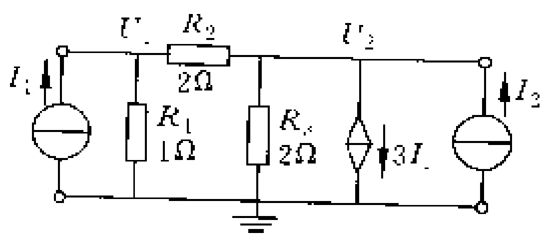
$$Y_{12} = \frac{I_1}{U_2}\bigg|_{U_1=0} = \frac{-\dfrac{U_2}{2}}{U_2} = -0.5\ \text{S}$$

$$Y_{22} = \frac{I_2}{U_2}\bigg|_{U_1=0} = \frac{3I_1 + \dfrac{U_2}{2} + \dfrac{U_2}{2}}{U_2} = -0.5\ \text{S}$$




题图 6-2

**另解** 直接用节点法列写参数方程，两个端口用电流源替代，电路如题图 6-2(a)所示。




题图 6-2(a)

$$
\begin{cases}
I_1 = \left(1 + \dfrac{1}{2}\right)U_1 - \dfrac{1}{2}U_2 \\[2ex]
I_2 - 3I_1 = \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\right)U_2 - \dfrac{1}{2}U_1
\end{cases}
$$

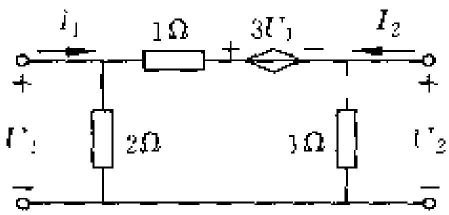
整理后可得

$$
\begin{cases}
I_1 = 1.5U_1 - 0.5U_2 \\
I_2 = 4U_1 - 0.5U_2
\end{cases}
$$

Y 参数矩阵为

$$
\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ 4 & -0.5 \end{bmatrix} \mathrm{S}
$$

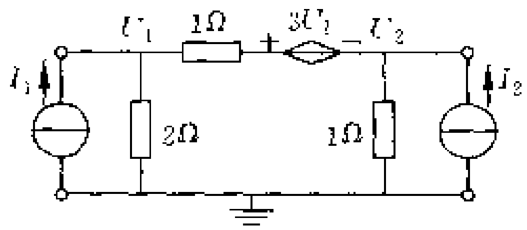
**6-3** 写出题图 6-3 所示二端口网络的传输参数方程。




题图 6-3

**解** 节点法列写参数方程，电路如题图 6-3(a)所示。

$$
\begin{cases}
\left(\dfrac{1}{2} + 1\right)U_1 - U_2 = I_1 + \dfrac{3U_1}{1} & (1) \\[2ex]
(1 + 1)U_2 - U_1 = I_2 - \dfrac{3U_1}{1} & (2)
\end{cases}
$$




题图 6-3(a)

由(2)得 $U_1 = -U_2 + 0.5I_2$

由(1)得 $I_1 = -U_2 - 1.5U_1 = 0.5U_2 - 0.75I_2$

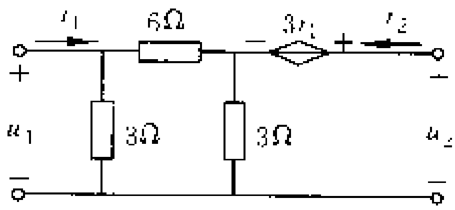
则传输参数方程为

$$\begin{cases} U_1 = -U_2 - (-0.5)I_2 \\ I_1 = 0.5U_2 - 0.75I_2 \end{cases}$$

其传输参数矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -0.5\ \Omega \\ -0.5\ \mathrm{S} & 0.75 \end{bmatrix}$$

**6-4** 求题图 6-4 所示二端口的传输参数($T$ 参数)。




题图 6-4

**解** 传输参数方程

$$\begin{cases} U_1 = AU_2 - BI_2 \\ I_1 = CU_2 - DI_2 \end{cases}$$

可求得

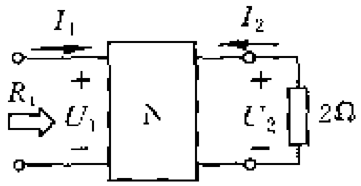
$$A = \frac{U_1}{U_2}\bigg|_{I_2=0} = \frac{U_1}{\frac{5}{3}U_1} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$B = \frac{U_1}{-I_2}\bigg|_{U_2=0} = \frac{U_1}{\frac{5}{3}U_1} = \frac{3}{5} = 0.6\ \Omega$$

$$C = \frac{I_1}{U_2}\bigg|_{I_2=0} = \frac{\frac{4}{9}U_1}{\frac{5}{3}U_1} = \frac{4}{15} = 0.267\ \mathrm{S}$$

$$D = \frac{I_1}{-I_2}\bigg|_{U_2=0} = \frac{I_1}{\frac{5}{3}I_1} = \frac{3}{5} = 0.6$$

**6-5** 题图 6-5 所示电路中二端口 N 的传输参数矩阵为 $\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} 2 & 6\ \Omega \\ 1\ \mathrm{S} & 4 \end{bmatrix}$。其入端电阻 $R_i$ 为多少？




题图 6-5

**解** 传输参数方程

$$\begin{cases} U_1 = AU_2 - BI_2 \\ I_1 = CU_2 - DI_2 \end{cases}$$

端口 2 的特性为 $U_2 = -2I_2$，代入参数方程可得

$$\begin{cases} U_1 = -2AI_2 - BI_2 \\ I_1 = -2CI_2 - DI_2 \end{cases}$$

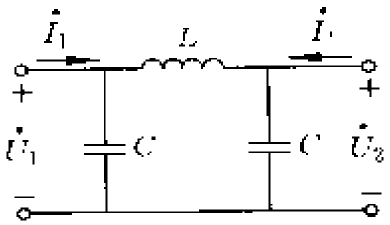
则

$$R_i = \frac{U_1}{I_1} = \frac{2A+B}{2C+D} = \frac{2\times 2+6}{2\times 1+4} = \frac{10}{6} = 1.67\ \Omega$$

**6-6** 题图 6-6 所示二端口中，$L=0.1$ H，$C=0.1$ F，$\omega=10^4$ rad/s，(1) 求此二端口的特性阻抗 $Z_C$；(2) 当端口 2 接 $Z_C$ 时，求输出电压与输入电压的幅值比和相位差。

**解** 题图 6-6 所示二端口为对称二端口，其特性阻抗 $Z_C = \sqrt{\frac{B}{C}}$，故需求其传输参数。

传输参数方程为 $\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 - B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 - D\dot{I}_2 \end{cases}$



题图 6-6

可求得

$$A = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0} = 1-\omega^2 LC = 0 = D$$

$$B = \left.\frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0} = \mathrm{j}1000\Omega$$

$$C = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0} = \frac{1}{-\mathrm{j}1000}\ \mathrm{S}$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\mathrm{j}1000\times(-\mathrm{j}1000)} = 1000\Omega$$

端口 2 接 $Z_C$ 时，$\dot{U}_2=-Z_C\dot{I}_2$，则

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\frac{\dot{U}_2}{Z_C} = \frac{B}{Z_C}\dot{U}_2 = \frac{\mathrm{j}1000}{1000}\dot{U}_2 = \mathrm{j}\dot{U}_2$$

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{U_2\angle\psi_2}{U_1\angle\psi_1}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = 1,\ \psi_2-\psi_1 = -90^\circ$$

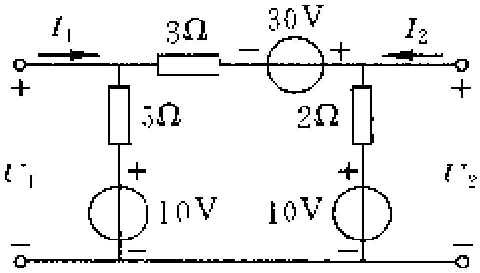
**6-7** 求出题图 6-7 所示双口网络的最简单的等效电路。

**解** 用节点法直接列写 $Y$ 参数方程（两个端口用电流源替代）。

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{3}\right)U_1 - \dfrac{1}{3}U_2 = I_1 + 2 - 10 \\ \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)U_2 - \dfrac{1}{3}U_1 = I_2 + 10 + 5 \end{cases}$$

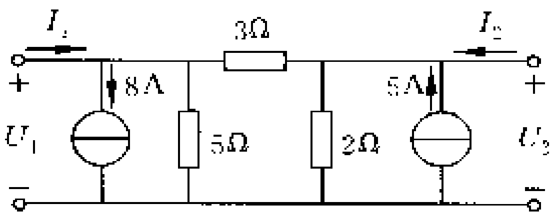
整理后得

$$\begin{cases} I_1 = \left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{3}\right)U_1 - \dfrac{1}{3}U_2 - 8 \\ I_2 = -\dfrac{1}{3}U_1 + \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)U_2 - 5 \end{cases}$$




题图 6-7

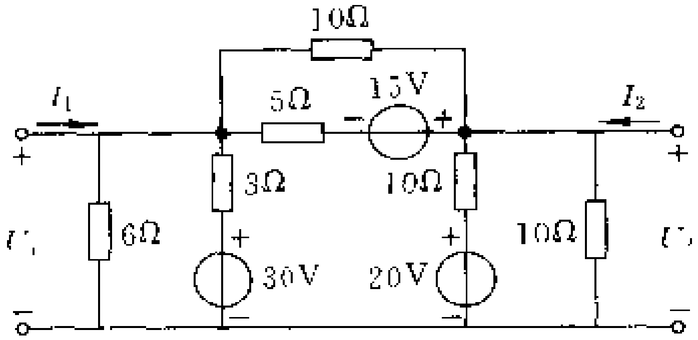
等效电路如题图 6-7(a)所示。




题图 6-7(a)

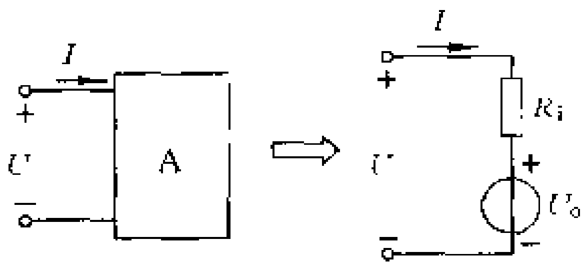
此题还可有其他形式的等效电路。

**6-8** 试将戴维南定理推广，导出由线性电阻和独立电源组成的有源双口网络的最简单的等效电路，说明怎样通过测量外部的电压、电流来确定等效电路中的元件数值。将所得结果用于题图 6-8 所示的双口网络，求出它的最简单的等效电路。




题图 6-8

**解**　对含独立电源的一端口网络，根据戴维南定理可等效为电压源和电阻串联电路（题图 6-8(a)所示电路）。

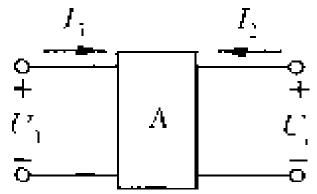



题图 6-8(a)

其电压、电流关系为$U=R_iI+U_0$，$U_0$为含独立电源一端口网络的开路电压。

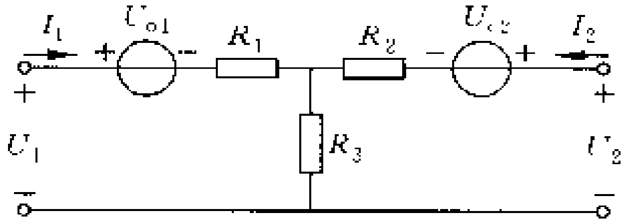
对含独立电源的二端口网络（题图 6-8(b)所示电路），可得类似的矩阵形式关系式

$$\begin{bmatrix}U_1\\U_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_{11} & R_{12}\\R_{21} & R_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}U_{o1}\\U_{o2}\end{bmatrix}$$

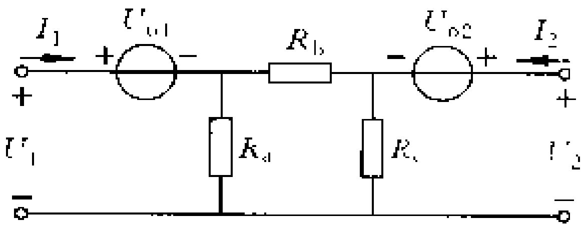



题图 6-8(b)

其等效电路如题图 6-8(c)或题图 6-8(d)所示。




题图 6-8(c)




题图 6-8(d)

其中，$R_1$，$R_2$，$R_3$ 为对应无源二端口的 T 型等效电路中的参数；$R_a$，$R_b$，$R_c$ 为对应无源二端口的 Π 型等效电路中的参数。$U_{o1}$，$U_{o2}$ 为含源二端口两个端口开路时的端口电压。

应用上述结果计算题图 6-8(c)所示二端口的 T 型等效电路或题图 6-8(d)所示二端口的 Π 型等效电路参数，所得结果如下：

$U_{o1}=16.12\ \text{V}$，　$U_{o2}=19.68\ \text{V}$

$R_1=0.6447\ \Omega$，　$R_2=1.611\ \Omega$，　$R_3=0.968\ \Omega$(T 型)

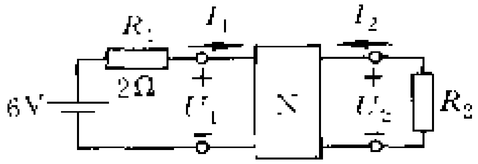
$R_a=2\ \Omega$，　$R_b=3.33\ \Omega$，　$R_c=5\ \Omega$(Π 型)

**6-9**　题图 6-9 所示电路中，二端口网络 N 的传输参数 $\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} 2 & 8\ \Omega \\ 0.5\ \text{S} & 2.5 \end{bmatrix}$。求负载电阻 $R_2$ 为何值时，$R_2$ 获得最大功率？并求此最大功率。

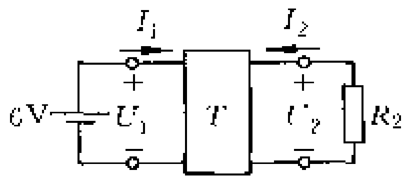
**解**　利用两个二端口的级联，原电路可等效为题图 6-9(a)所示电路。

其中传输参数矩阵

$$\mathbf{T}=\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 8\\0.5 & 2.5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 13\\0.5 & 2.5\end{bmatrix}$$




题图 6-9

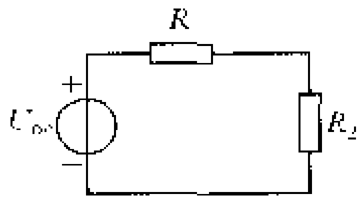



题图 6-9(a)

其传输参数方程为

$$\begin{cases}U_1=3U_2-13I_2\\I_1=0.5U_2-2.5I_2\end{cases}$$

求戴维南等效电路(题图 6-9(b)所示电路)。




题图 6-9(b)

开路电压为 $I_2=0$ 时的电压 $U_2$，即

$$U_{oc}=U_2=\frac{U_1}{3}=\frac{6}{3}=2\ \text{V}$$

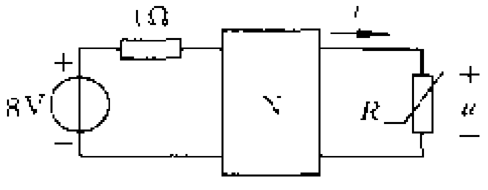
等效电阻为独立源置零时，端口 2 的入端电阻

$$R_i=\frac{U_2}{I_2}\bigg|_{U_1=0}=\frac{13}{3}=4.33\ \Omega$$

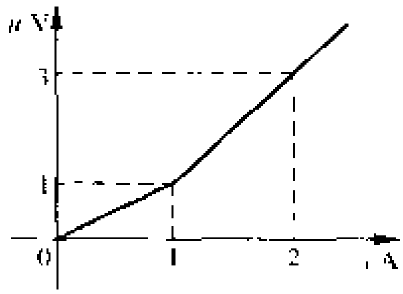
当 $R_2=R_i=1.33\ \Omega$ 时获得最大功率，此最大功率为

$$P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_i}=\frac{2^2}{4\times 4.33}=0.231\ \mathrm{W}$$

**6-10** 已知题图 6-10(a)中二端口 N 的传输参数为 $T=\begin{bmatrix}1.5 & 2.5\ \Omega\\ 0.5\ \mathrm{S} & 1.5\end{bmatrix}$，负载电阻 $R$ 为非线性电阻，其伏安特性如题图 6-10(b)所示。求非线性电阻 $R$ 上的电压和电流。

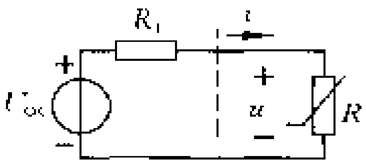



题图 6-10(a)

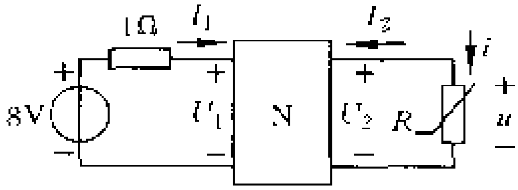



题图 6-10(b)

**解** 原电路可化简为题图 6-10(c)所示电路。




题图 6-10(c)




题图 6-10(d)

设二端口 N 的电压、电流方向如题图 6-10(d)所示。

由传输参数方程

$$\begin{cases}U_1=1.5U_2-2.5I_2\\ I_1=0.5U_2-1.5I_2\end{cases}$$

和端口特性

$$\begin{cases}U_1=8-I_1\\ I_2=0\\ U_{oc}=U_2\end{cases}$$

可得 $U_{oc}=4\ \mathrm{V}$。

由传输参数方程

$$\begin{cases} U_1 = 1.5U_2 - 2.5I_2 \\ I_1 = 0.5U_2 - 1.5I_2 \end{cases}$$

和端口特性

$$\begin{cases} U_1 = -I_1 \\ R_L = \dfrac{U_2}{I_2} \end{cases}$$

可得 $R_L = 2\ \Omega$。

左半部为线性电路，其电压、电流关系为

$$u = 4 - 2i \tag{1}$$

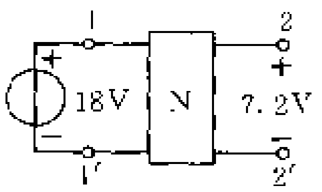
右半部为非线性电路，其电压、电流关系见题图 6-10 (b)所示，分两段表示

$$\begin{cases} u = i & (u < 1\ \text{V}, i < 1\ \text{A}) & (2) \\ u = 2i - 1 & (u > 1\ \text{V}, i > 1\ \text{A}) & (3) \end{cases}$$

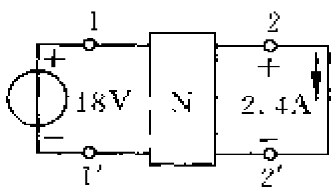
关系式(2)不满足(1)，由关系式(1)和(3)可解得

$$u = 1.5\ \text{V}, \quad i = 1.25\ \text{A}$$

**6-11** 题图 6-11 所示电路中，方框 N 为一由线性电阻组成的对称二端口网络。若现在 11′端口接 18 V 的直流电源，测得 22′端口的开路电压为 7.2 V，短路电流为 2.4 A（题图 6-11(a)，(b)所示电路）。



题图 6-11(a)



题图 6-11(b)

(1) 求网络 N 的传输参数 $T$。

(2) 现在端口 11′处接一电流源 $I_S$，在端口 22′接电阻网络（题图6-11(c)所示电路）。若已知 $I = 1\text{A}$，则电流源电流 $I_S$ 应为

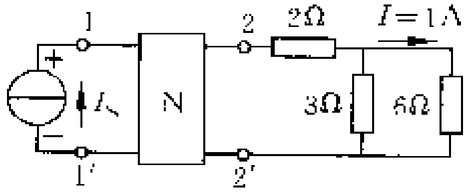
多少？

**解**　对称二端口 N 的传输参数方程为

$$\begin{cases} U_1 = AU_2 - BI_2 \\ I_1 = CU_2 - DI_2 \end{cases} \quad 其中\ A = D;AD - BC = 1$$

题图 6-11(a)所示电路中，$I_2=0$，$U_2=7.2$ V，由此可得

$$A = \frac{U_1}{U_2} = \frac{18}{7.2} = 2.5 = D$$




题图 6-11(c)

题图 6-11(b)所示电路中，$U_2=0$，$-I_2=2.4$ A 由此可得

$$B = \frac{U_1}{-I_2} = \frac{18}{2.4} = 7.5\ \Omega$$

则

$$C = \frac{AD-1}{B} = \frac{2.5^2-1}{7.5} = 0.7\ \text{S}$$

对称二端口 N 的传输参数方程可写为

$$\begin{cases} U_1 = 2.5U_2 - 7.5I_2 \\ I_1 = 0.7U_2 - 2.5I_2 \end{cases}$$

题图 6-11(c)所示电路中

$$I_1 = I_S, \quad I_2 = -\left(1 + \frac{1\times 6}{3}\right) = -3\ \text{A},$$

$$U_2 = 2\times(-I_2) + 6 = 12\ \text{V}$$

由此可求得

$$I_S = 0.7\times 12 - 2.5\times(-3) = 15.9\ \text{A}$$

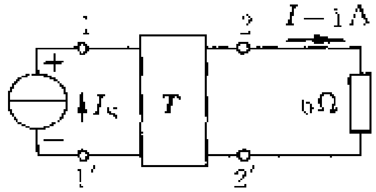
**另解**　求出二端口 N 的传输参数后，利用二端口的级联，题

图 6-11 (c)所示电路可等效为题图 6-11 (d)所示电路，其中

$$T=\begin{bmatrix}2.5 & 7.5\\0.7 & 2.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\\frac{1}{3} & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6.67 & 12.5\\2 & 3.9\end{bmatrix}$$

其传输参数方程可写为

$$\begin{cases}U_1=6.67U_2-12.5I_2\\I_1=2U_2-3.9I_2\end{cases}$$

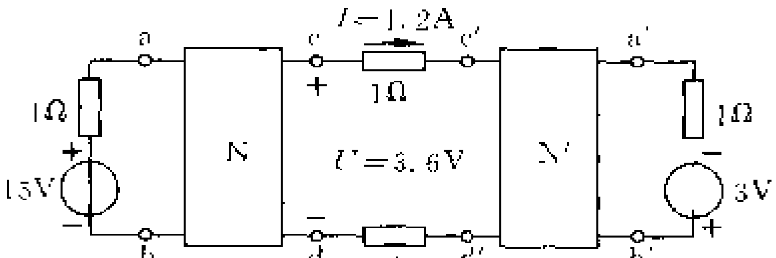



题图 6-11(d)

由端口条件 $I_1=I_S$；$I_2=-1$ A；$U_2=6$ V，可求得

$$I_S=2\times6-3.9\times(-1)=15.9\ \text{A}$$

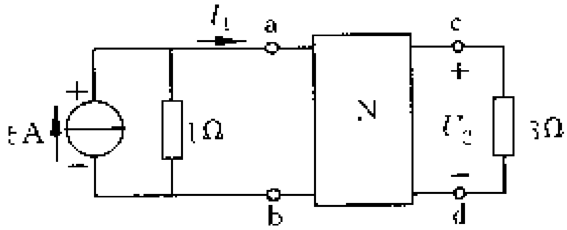
**6-12** 题图 6-12(a)电路中 N，N′是两个相同的仅含线性电阻的对称二端口网络。已知条件如图中所示。若将此二端口网络联接成题图 6-12(b)的形式。试求 $U_2$。



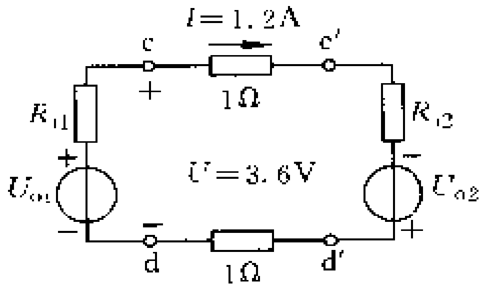

题图 6-12(a)

**解** 将题图 6-12(a)左、右两部分电路用戴维南定理化简，可得题图 6-12(c)所示的等效电路。

由于 N 和 N′是相同的对称二端口，所以 $R_{i1}=R_{i2}$；$U_{o1}=5U_{o2}$，可得如下关系式：




题图 6-12(b)




题图 6-12(c)

$$\begin{cases} U_{o1}+U_{o2}=(R_{i1}+R_{i2}+1+1)\times 1.2 \\ U_{o1}-R_{i1}\times 1.2=U \end{cases}$$

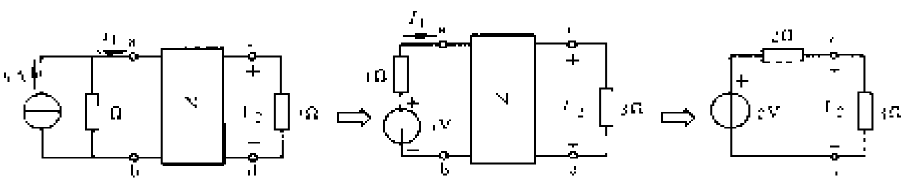
即

$$\begin{cases} 1.2U_{o1}=(2R_{i1}+2)\times 1.2 \\ U_{o1}-R_{i1}\times 1.2=3.6 \end{cases}$$

可解得

$$\begin{cases} U_{o1}=6\ \text{V} \\ R_{i1}=2\ \Omega \end{cases} \quad 和 \quad \begin{cases} U_{o2}=1.2\ \text{V} \\ R_{i2}=2\ \Omega \end{cases}$$

则题图 6-12(b)电路可化简为题图 6-12(d)电路

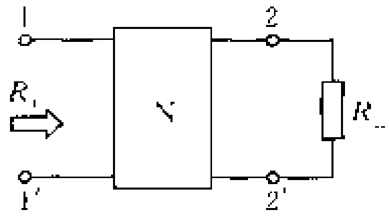


题图 6-12(d)

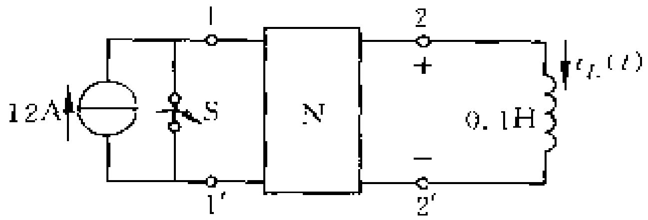
由题图 6-12(d)电路，可求得

$$U_2 = \frac{2}{2+3} \times 3 = 1.2\ \text{V}$$

**6-13** 题图 6-13(a)所示电路中，N 为线性无源电阻二端口网络。已知输入电阻 $R_i = 10 - \frac{100}{R_L - 12}\ \Omega$，$R_L$ 为任意电阻。(1) 求二端口网络 N 的传输参数 $T$；(2) 若将此二端口 N 接成题图 6-13(b)电路，且已知电感无初始储能，$t=0$ 时打开开关 S。试求 $i_L(t)$。




题图 6-13(a)




题图 6-13(b)

**解** 设二端口 N 的传输参数方程为

$$\begin{cases} U_1 = AU_2 - BI_2 \\ I_1 = CU_2 - DI_2 \end{cases}$$

端口 2 接电阻 $R_L$ 时有 $U_2 = -R_L I_2$

此时入端电阻

$$R_i = \frac{U_1}{I_1} = \frac{A(-R_L I_2) - BI_2}{C(-R_L I_2) - DI_2} = \frac{AR_L + B}{CR_L + D} \tag{1}$$

题目所给条件 $$R_i = 10 - \frac{100}{R_L + 12} = \frac{10R_L + 20}{R_L + 12} \tag{2}$$

比较式(1)、(2)的系数可得

$$A = 10k;\quad B = 20k;\quad C = k;\quad D = 12k$$

二端口 N 是互易的，应满足 $AD-BC=1$，可得

$$10k \times 12k - 20k \times k = 1,$$

$$100k^2 = 1, k = \pm 0.1\ (k = -0.1\ 舍去)$$

则二端口 N 的传输参数方程为

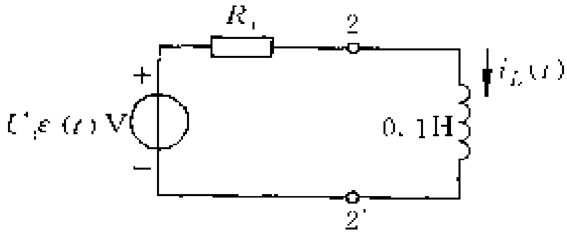
$$\begin{cases} U_1 = U_2 - 2I_2 \\ I_1 = 0.1U_2 - 1.2I_2 \end{cases}$$

对题图 6-13(b)电路，有

$$\begin{cases} U_1 = U_2 - 2I_2 \\ I_1 = 0.1U_2 - 1.2I_2 \\ I_1 = 12\ \text{A} \end{cases}$$

可求得戴维南等效电路如题图 6-13(c)所示，其中

$$\begin{cases} U_0 = U_2|_{I_2=0} = 10I_1 = 120\ \text{V} \\ R_i = \dfrac{U_2}{I_2}\Big|_{I_1} = \dfrac{1.2}{0.1} = 12\ \Omega \end{cases}$$




题图 6-13(c)

用三要素法求 $i_L(t)$：

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0;$$

$$i_L(\infty) = \frac{U_0}{R_i} = \frac{120}{12} = 10\ \text{A};$$

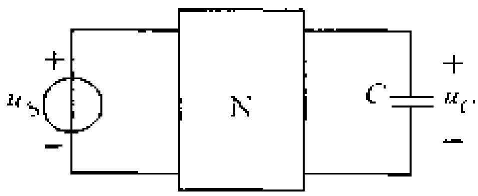
$$\tau = \frac{0.1}{12} = \frac{1}{120}\ \text{s}$$

$$
\begin{aligned}
i_L(t) &= i_L(\infty) + [i_L(0^+) - i_L(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}} \\
&= 10(1 - e^{-120t})\ \text{A} \quad (t \geqslant 0)
\end{aligned}
$$

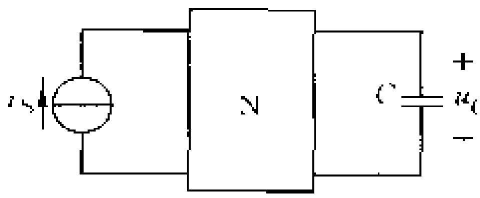
**6-14** 题图 6-14 所示电路中，N 为一仅由线性电阻组成的对称二端口。题图 6-14(a)所示电路中，当 $u_S(t) = 18\varepsilon(t)$ V，$C = 400\ \mu\text{F}$ 时，电容电压 $u_C(t) = 12(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$ V；题图 6-14(b)所示电路中，当 $i_S(t) = \varepsilon(t)$ A，$C = 400\ \mu\text{F}$ 时，电容电压 $u_C(t) = 6(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}})$ V。

(1) 求此对称二端口的传输参数。

(2) 若将此二端口接成题图 6-14(c)所示电路，其中 $u_S(t) = 15 - 3\sqrt{2}\sin t$ V，$L_1 = 2$ H，$C_1 = 0.5$ F。求此电路的稳态响应 $i_L$，并计算 $i_L$ 的有效值。




题图 6-14(a)

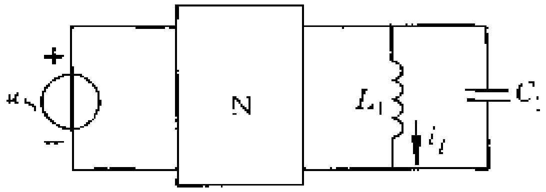



题图 6-14(b)

**解** (1) 设对称二端口 N 的传输参数方程为

$$
\begin{cases} U_1 = AU_2 - BI_2 \\ I_1 = CU_2 - DI_2 \end{cases}, \quad 其中 \begin{cases} A = D \\ AD - BC = 1 \end{cases}
$$

计算题图 6-14 (a)电路的稳态解，可得 $U_1 = 18$ V；$I_2 = 0$；$U_2 = 12$ V。代入参数方程求得 $A = \dfrac{U_1}{U_2} = 1.5$。




题图 6-14(c)

计算题图 6-14(b)电路的稳态解,可得 $I_1=1$ A;$I_2=0$;$U_2=6$ V。代入参数方程求得 $C=\dfrac{I_1}{U_2}=\dfrac{1}{6}=0.167$ S。

由 $AD-BC=1$ 可得 $B=\dfrac{AD-1}{C}=\dfrac{1.5^2-1}{0.167}=7.5\ \Omega$。

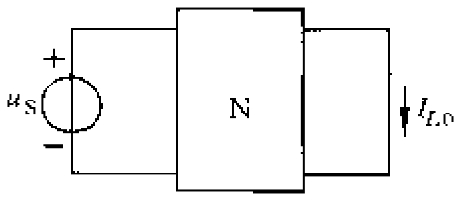
题图 6-14 所示对称二端口的传输参数矩阵为

$$T=\begin{bmatrix}1.5 & 7.5\ \Omega\\ 0.167\ \text{S} & 1.5\end{bmatrix}$$

(2) 题图 6-14(c)电路中电源为非正弦电源,用叠加法计算。

直流电压源作用,$L_1$ 短路、$C_1$ 开路,等效电路如题图 6-14(d)所示。由参数方程及端口条件 $U_1=15$ V 和 $U_2=0$,可求得

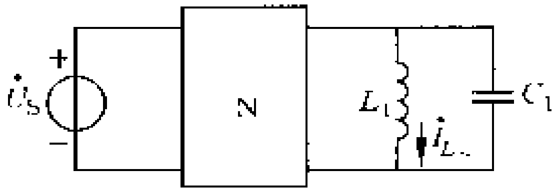
$$I_{L_0}=-I_2=\frac{U_1}{B}=\frac{15}{7.5}=2\ \text{A}$$




题图 6-14(d)

正弦电压源作用时,$L_1$,$C_1$ 发生并联谐振 $\dot{I}_2=0$(开路),等效电路如题图 6-14(e)所示。(采用相量法)

由参数方程及端口条件 $\dot{U}_S=3\angle 0°$ V 和 $\dot{I}_2=0$ 可求得




题图 6-14(e)

$$\dot{U}_2=\frac{\dot{U}_1}{A}=\frac{3\angle 0^\circ}{1.5}=2\angle 0\ \text{V}$$

则

$$\dot{I}_{L\sim}=\frac{\dot{U}_2}{\mathrm{j}\omega L_1}=\frac{2\angle 0^\circ}{\mathrm{j}2}=1\angle -90^\circ\ \text{A}$$

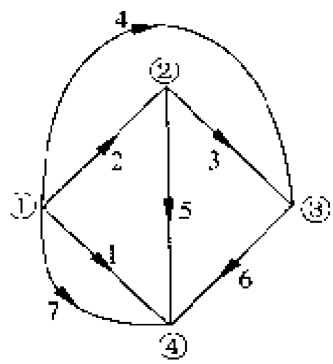
$$i_{L\sim}(t)=\sqrt{2}\sin(t-90^\circ)\ \text{A}$$

$$i_L(t)=I_{L_0}+i_{L\sim}=2+\sqrt{2}\sin(t-90^\circ)\ \text{A}$$

其有效值为 $\quad I=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}=2.24\ \text{A}$

# 第 7 章　网络图论与状态方程

**7-1**　对于题图 7-1 所示电路，写出关联矩阵 $\boldsymbol{A}$。如果选支路 1,2,3 为树支，试写出基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}_f$（单连支回路）和基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}_f$（单树支割集）。




题图 7-1

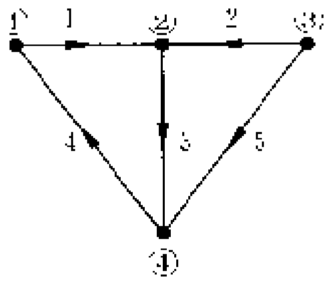
**解**

$$\boldsymbol{A}=\begin{array}{c}\\ n_1\\ n_2\\ n_3\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccc}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7\end{array}\\ \begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\end{array}$$

$$\boldsymbol{B}_f=\begin{array}{c}\\ l_4\\ l_5\\ l_6\\ l_7\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccccc}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7\end{array}\\ \begin{bmatrix}0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\end{array}$$

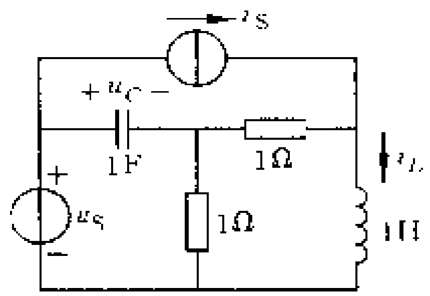
$$
\boldsymbol{Q}_f = \begin{array}{c} \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

**7-2** (1) 题图 7-2(a)为一电路的有向图。试以 1,3,5 为树支分别写出基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}_f$ 和基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}_f$（支路排列顺序为 1,3,5,2,4）。




题图 7-2(a)

(2) 试写出题图 7-2(b)所示电路的状态方程，并整理成标准形式：$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{V}$。




题图 7-2(b)

**解** (1)

$$
\boldsymbol{B}_f = \begin{array}{c} \\ l_2 \\ l_4 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
\qquad
\boldsymbol{Q}_f = \begin{array}{c} \\ q_1 \\ q_3 \\ q_5 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

(2) 直观法列写状态方程

$$\begin{cases} i_C = -\dfrac{u_C + u_S}{1} + i_L - i_S \\ u_L = (i_S - i_L) \times 1 - u_C + u_S \end{cases}$$

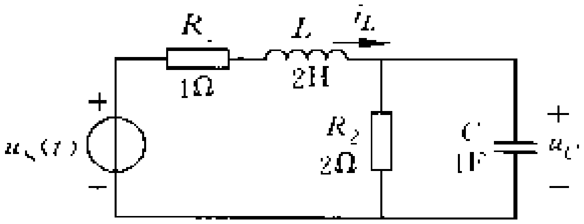
整理得

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{i_C}{C} = -u_C + i_L + u_S - i_S \\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = \dfrac{u_L}{L} = -u_C - i_L - u_S + i_S \end{cases}$$

状态方程矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_S \\ i_S \end{bmatrix}$$

**7-3** 列写题图 7-3 所示电路的状态方程。



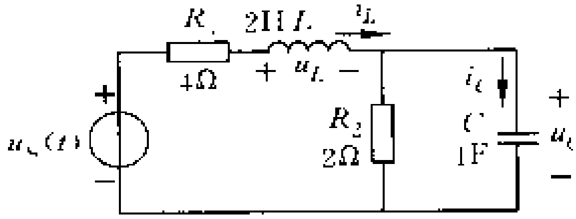

题图 7-3

**解** 直观法列写状态方程(电路如题图 7-3(a)所示)

$$\begin{cases} i_C = -\dfrac{u_C}{R_2} + i_L = -\dfrac{u_C}{2} + i_L \\ u_L = -R_1 i_L + u_S - u_C = -u_C - 4i_L + u_S \end{cases}$$

状态方程为

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{i_C}{C} = -\dfrac{1}{2}u_C + i_L \\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = \dfrac{u_L}{L} = -\dfrac{1}{2}u_C - 2i_L + \dfrac{1}{2}u_S \end{cases}$$

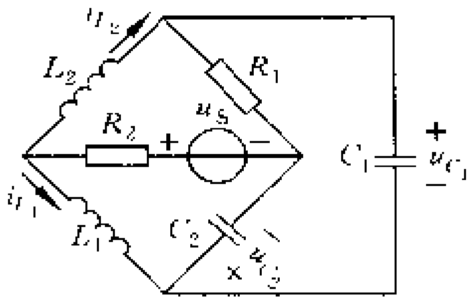



题图 7-3(a)

矩阵形式为

$$\begin{bmatrix}\dfrac{du_C}{dt}\\[2ex]\dfrac{di_L}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{2} & 1\\[2ex]-\dfrac{1}{2} & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\[1ex]\dfrac{1}{2}\end{bmatrix}u_S$$

**7-4** 电路如题图 7-4 所示。以 $i_{L_1}$、$i_{L_2}$、$u_{C_1}$、$u_{C_2}$ 为状态变量，写出该电路的矩阵形式的状态方程。




题图 7-4

**解** (1) 叠加法列写状态方程

将题图 7-4 所示电路中的电容用电压源替代、电感用电流源替代，所得电路如题图 7-4(a)所示。

根据叠加定理，每一电容支路的电流和每一电感支路的电压（支路电压、电流均取关联参考方向）可表示为如下关系式：

$$
\begin{cases}
i_{C_1} = p_{11}u_{C_1} + p_{12}u_{C_2} + p_{13}i_{L_1} + p_{14}i_{L_2} + q_{11}u_S \\
i_{C_2} = p_{21}u_{C_1} + p_{22}u_{C_2} + p_{23}i_{L_1} + p_{24}i_{L_2} + q_{21}u_S \\
u_{L_1} = p_{31}u_{C_1} + p_{32}u_{C_2} + p_{33}i_{L_1} + p_{34}i_{L_2} + q_{31}u_S \\
u_{L_2} = p_{41}u_{C_1} + p_{42}u_{C_2} + p_{43}i_{L_1} + p_{44}i_{L_2} + q_{41}u_S
\end{cases}
$$

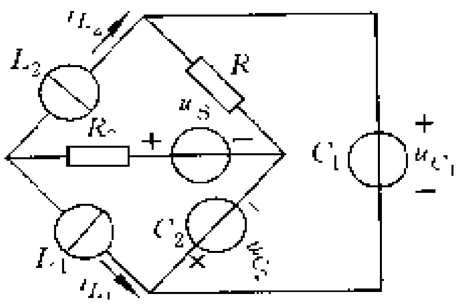
进而可得

$$
\begin{cases}
\dfrac{du_{C_1}}{dt} = \dfrac{1}{C_1}(p_{11}u_{C_1} + p_{12}u_{C_2} + p_{13}i_{L_1} + p_{14}i_{L_2} + q_{11}u_S) \\
\dfrac{du_{C_2}}{dt} = \dfrac{1}{C_2}(p_{21}u_{C_1} + p_{22}u_{C_2} + p_{23}i_{L_1} + p_{24}i_{L_2} + q_{21}u_S) \\
\dfrac{di_{L_1}}{dt} = \dfrac{1}{L_1}(p_{31}u_{C_1} + p_{32}u_{C_2} + p_{33}i_{L_1} + p_{34}i_{L_2} + q_{31}u_S) \\
\dfrac{di_{L_2}}{dt} = \dfrac{1}{L_2}(p_{41}u_{C_1} + p_{42}u_{C_2} + p_{43}i_{L_1} + p_{44}i_{L_2} + q_{41}u_S)
\end{cases}
$$

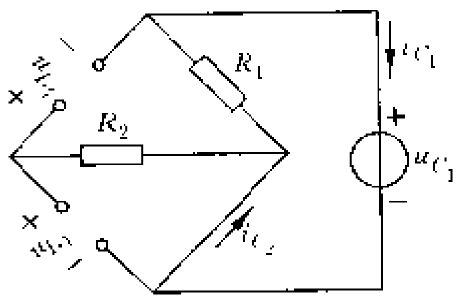
将其写成矩阵形式即可。

叠加法列写状态方程的关键是计算上式中的系数 $p$ 和 $q$。

令 $u_{C_1}=1$，$u_{C_2}$，$i_{L_1}$，$i_{L_2}$，$u_S$ 均为零，分别计算 $i_{C_1}$，$i_{C_2}$，$u_{L_1}$，$u_{L_2}$ 即可求得 $p_{11}$，$p_{21}$，$p_{31}$，$p_{41}$，等效电路如题图 7-4(b)所示。




题图 7-4(a)

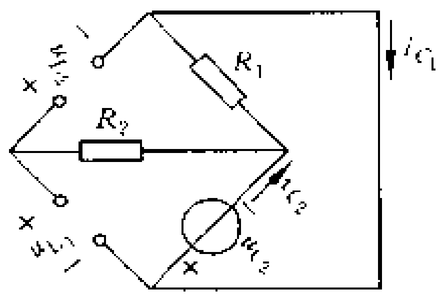



题图 7-4(b)

各参数计算如下：

$$
\begin{cases}
p_{11} = \dfrac{i_{C_1}}{u_{C_1}} = \dfrac{i_{C_1}}{1} = i_{C_1} = -\dfrac{1}{R_1} \\[2ex]
p_{21} = \dfrac{i_{C_2}}{u_{C_1}} = \dfrac{i_{C_2}}{1} = i_{C_2} = -\dfrac{1}{R_1} \\[2ex]
p_{31} = \dfrac{u_{L_1}}{u_{C_1}} = \dfrac{u_{L_1}}{1} = u_{L_1} = 0 \\[2ex]
p_{41} = \dfrac{u_{L_2}}{u_{C_1}} = \dfrac{u_{L_2}}{1} = u_{L_2} = -1
\end{cases}
$$

令 $u_{C_2}=1$，$u_{C_1}$，$i_{L_1}$，$i_{L_2}$，$u_S$ 均为零，分别计算 $i_{C_1}$，$i_{C_2}$，$u_{L_1}$，$u_{L_2}$ 即可求得 $p_{12}$，$p_{22}$，$p_{32}$，$p_{42}$，等效电路如题图 7-4(c)所示。



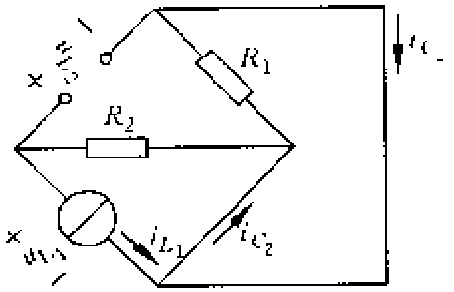

题图 7-4(c)

各参数计算如下：

$$
\begin{cases}
p_{12} = \dfrac{i_{C_1}}{u_{C_2}} = \dfrac{i_{C_1}}{1} = i_{C_1} = -\dfrac{1}{R_1} \\[2ex]
p_{22} = \dfrac{i_{C_2}}{u_{C_2}} = \dfrac{i_{C_2}}{1} = i_{C_2} = -\dfrac{1}{R_1} \\[2ex]
p_{32} = \dfrac{u_{L_1}}{u_{C_2}} = \dfrac{u_{L_1}}{1} = u_{L_1} = -1 \\[2ex]
p_{42} = \dfrac{u_{L_2}}{u_{C_2}} = \dfrac{u_{L_2}}{1} = u_{L_2} = -1
\end{cases}
$$

令 $i_{L_1}=1$，$u_{C_1}$，$u_{C_2}$，$i_{L_2}$，$u_S$ 均为零，分别计算 $i_{C_1}$，$i_{C_2}$，$u_{L_1}$，$u_{L_2}$ 即

可求得 $p_{13}$, $p_{23}$, $p_{33}$, $p_{43}$,等效电路如题图 7-4(d)所示。

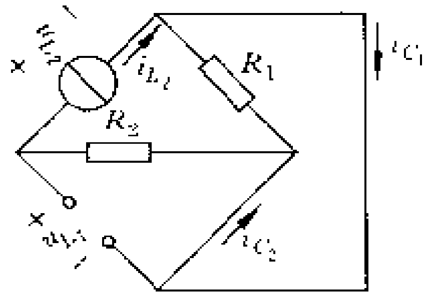



题图 7-4(d)

各参数计算如下:

$$\begin{cases} p_{13}=\dfrac{i_{C_1}}{i_{L_1}}=\dfrac{i_{C_1}}{1}=i_{C_1}=0 \\ p_{23}=\dfrac{i_{C_2}}{i_{L_1}}=\dfrac{i_{C_2}}{1}=i_{C_2}=1 \\ p_{33}=\dfrac{u_{L_1}}{i_{L_1}}=\dfrac{u_{L_1}}{1}=u_{L_1}=-R_2 \\ p_{43}=\dfrac{u_{L_2}}{i_{L_1}}=\dfrac{u_{L_2}}{1}=u_{L_2}=-R_2 \end{cases}$$

令 $i_{L_2}=1$, $u_{C_1}$, $u_{C_2}$, $i_{L_1}$, $u_S$ 均为零,分别计算 $i_{C_1}$, $i_{C_2}$, $u_{L_1}$, $u_{L_2}$ 即可求得 $p_{14}$, $p_{24}$, $p_{34}$, $p_{44}$,等效电路如题图 7-4(e)所示。

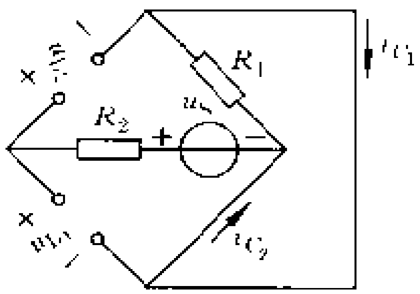



题图 7-1(e)

各参数计算如下:

$$
\begin{cases}
p_{14}=\dfrac{i_{C_1}}{i_{L_2}}=\dfrac{i_{C}}{1}=i_{C_1}=1\\[2ex]
p_{24}=\dfrac{i_{C_2}}{i_{L_2}}=\dfrac{i_{C_2}}{1}=i_{C_2}=1\\[2ex]
p_{34}=\dfrac{u_{L_1}}{i_{L_2}}=\dfrac{u_{L_1}}{1}=u_{L_1}=-R_2\\[2ex]
p_{44}=\dfrac{u_{L_2}}{i_{L_2}}=\dfrac{u_{L_2}}{1}=u_{L_2}=-R_2
\end{cases}
$$

令 $u_S=1$，$u_{C_1}$，$u_{C_2}$，$i_{L_1}$，$i_{L_2}$ 均为零，分别计算 $i_{C_1}$，$i_{C_2}$，$u_{L_1}$，$u_{L_2}$ 即可求得 $q_{11}$，$q_{21}$，$q_{31}$，$q_{41}$，等效电路如题图 7-4(f)所示。




题图 7-4(f)

各参数计算如下：

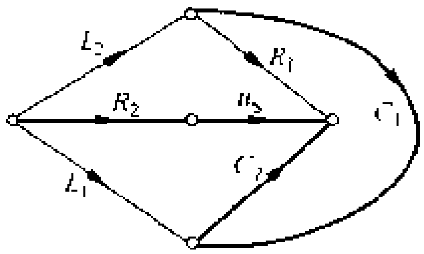
$$
\begin{cases}
q_{11}=\dfrac{i_{C_1}}{u_S}=\dfrac{i_{C_1}}{1}=i_{C_1}=0\\[2ex]
q_{21}=\dfrac{i_{C_2}}{u_S}=\dfrac{i_{C_2}}{1}=i_{C_2}=0\\[2ex]
q_{31}=\dfrac{u_{L_1}}{u_S}=\dfrac{u_{L_1}}{1}=u_{L_1}=1\\[2ex]
q_{41}=\dfrac{u_{L_2}}{u_S}=\dfrac{u_{L_2}}{1}=u_{L_2}=1
\end{cases}
$$

矩阵形式的状态方程为：

$$
\begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}u_{C_1}}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_{L_1}}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_{L_2}}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-1}{R_1C_1} & \dfrac{-1}{R_1C_1} & 0 & \dfrac{1}{C_1} \\ \dfrac{-1}{R_1C_2} & \dfrac{-1}{R_1C_2} & \dfrac{1}{C_2} & \dfrac{1}{C_2} \\ 0 & \dfrac{-1}{L_1} & \dfrac{-R_2}{L_1} & \dfrac{-R_2}{L_1} \\ \dfrac{-1}{L_2} & \dfrac{-1}{L_2} & \dfrac{-R_2}{L_2} & \dfrac{-R_2}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{C_1} \\ u_{C_2} \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{L_1} \\ \dfrac{1}{L_2} \end{bmatrix} u_S
$$

（2）拓扑法列写状态方程

画出有向图，选择常态树（题图 7-4(g)所示，粗线为常态树）。常态树：仅由电压源、电容和电阻支路构成的树。




题图 7-4(g)

对每一树支，按基本割集列写 KCL 方程（电压源支路构成的基本割集可不列）

$$
\begin{cases} i_{C_1} = i_{L_2} - i_{R_1} \\ i_{C_2} = i_{L_1} + i_{L_2} - i_{R_1} \\ i_{R_2} = -i_{L_1} - i_{L_2} \end{cases}
$$

对每一连支，按基本回路列写 KVL 方程（电流源支路构成的基本回路可不列）

$$
\begin{cases} u_{L_1} = u_{R_2} + u_S - u_{C_2} \\ u_{L_2} = u_{R_2} + u_S - u_{C_2} - u_{C_1} \\ u_{R_1} = u_{C_1} + u_{C_2} \end{cases}
$$

将 $i_C$ 与 $u_L$ 的关系式写在一起，可得关系式(1)

$$
\begin{cases}
i_{C_1} = i_{L_2} - i_{R_1} \\
i_{C_2} = i_{L_1} + i_{L_2} - i_{R_1} \\
u_{L_1} = u_{R_2} + u_S - u_{C_2} \\
u_{L_2} = u_{R_2} + u_S - u_{C_2} - u_{C_1}
\end{cases}
\tag{1}
$$

其余的关系式和电阻元件的欧姆定律的关系式（见(2)式）可用来消去(1)式中的非状态变量。

$$
\begin{cases}
i_{R_2} = -i_{L_1} - i_{L_2} \\
u_{R_1} = u_{C_1} + u_{C_2} \\
u_{R_2} = R_2 i_{R_2} \\
i_{R_1} = \dfrac{u_{R_1}}{R_1}
\end{cases}
\tag{2}
$$

所得状态方程为

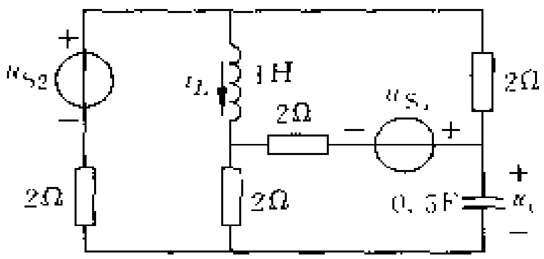
$$
\begin{cases}
i_{C_1} = i_{L_2} - i_{R_1} = i_{L_2} - \dfrac{u_{C_1}}{R_1} - \dfrac{u_{C_2}}{R_1} \\
i_{C_2} = i_{L_1} + i_{L_2} - i_{R_1} = i_{L_1} + i_{L_2} - \dfrac{u_{C_1}}{R_1} - \dfrac{u_{C_2}}{R_1} \\
u_{L_1} = u_{R_2} + u_S - u_{C_2} = -R_2 i_{L_1} - R_2 i_{L_2} + u_S - u_{C_2} \\
u_{L_2} = u_{R_2} + u_S - u_{C_2} - u_{C_1} = -R_2 i_{L_1} - R_2 i_{L_2} + u_S - u_{C_2} - u_{C_1}
\end{cases}
$$

写成矩阵形式

$$
\begin{bmatrix}
\dfrac{du_{C_1}}{dt} \\[2mm]
\dfrac{du_{C_2}}{dt} \\[2mm]
\dfrac{di_{L_1}}{dt} \\[2mm]
\dfrac{di_{L_2}}{dt}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\dfrac{-1}{R_1 C_1} & \dfrac{-1}{R_1 C_1} & 0 & \dfrac{1}{C_1} \\[2mm]
\dfrac{-1}{R_1 C_2} & \dfrac{-1}{R_1 C_2} & \dfrac{1}{C_2} & \dfrac{1}{C_2} \\[2mm]
0 & \dfrac{-1}{L_1} & \dfrac{-R_2}{L_1} & \dfrac{-R_2}{L_1} \\[2mm]
\dfrac{-1}{L_2} & \dfrac{-1}{L_2} & \dfrac{-R_2}{L_2} & \dfrac{-R_2}{L_2}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
u_{C_1} \\ u_{C_2} \\ i_{L_1} \\ i_{L_2}
\end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{L_1} \\ \dfrac{1}{L_2}
\end{bmatrix}
u_S
$$

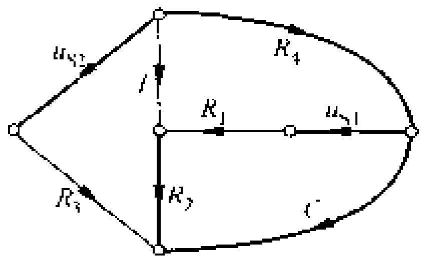
结果与叠加法相同。

**7-5** 选择电容电压 $u_C$ 和电感电流 $i_L$ 为状态变量，列写题图 7-5 电路的状态方程(不必求解)。




题图 7-5

**解** 拓扑法：画出有向图，确定常态树(题图 7-5(a)所示，粗线为常态树)。




题图 7-5(a)

对每一树支，按基本割集列写 KCL 方程

$$\begin{cases} i_C = -i_L - i_R - i_{R_3} \\ i_{R_4} = -i_L - i_{R_3} \\ i_{R_2} = i_L + i_{R_1} \end{cases}$$

对每一连支，按基本回路列写 KVL 方程

$$\begin{cases} u_L = u_{R_4} + u_C - u_{R_2} \\ u_{R_3} = -u_{S2} + u_{R_1} + u_C \\ u_{R_1} = -u_{S1} + u_C - u_{R_2} \end{cases}$$

将 $i_C$ 与 $u_L$ 的关系式写在一起，其余的关系式用以消去非状态变

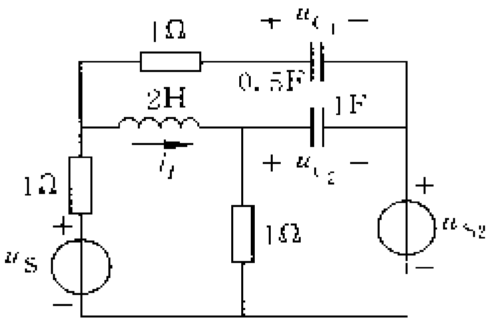
量，即可得状态方程

$$
\begin{cases}
i_C = -i_L - i_R - i_{R_2} \\
\quad = -i_L + \dfrac{1}{4}u_{S1} - \dfrac{1}{4}u_C + \dfrac{1}{2}i_L - \dfrac{1}{4}u_C + \dfrac{1}{2}i_L + \dfrac{1}{4}u_{S2} \\
\quad = -\dfrac{1}{2}u_C + \dfrac{1}{4}u_{S1} + \dfrac{1}{4}u_{S2} \\
u_L = u_{R_4} + u_C - u_{R_2} \\
\quad = u_C - \dfrac{1}{2}u_C - i_L + \dfrac{1}{2}u_{S2} + \dfrac{1}{2}u_{S1} - \dfrac{1}{2}u_C - i_L \\
\quad = -2i_L + \dfrac{1}{2}u_{S1} + \dfrac{1}{2}u_{S2}
\end{cases}
$$

矩阵形式状态方程为

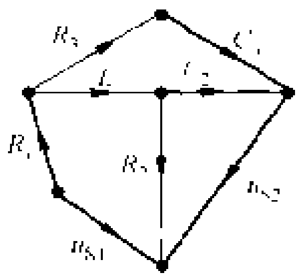
$$
\begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{2} & \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{2} & \dfrac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{S1} \\ u_{S2} \end{bmatrix}
$$

**7-6** 试列写题图 7-6 电路的状态方程，并整理成标准形式：$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{AX} + \boldsymbol{BV}$，其中 $\boldsymbol{X} = [u_{C_1}\ u_{C_2}\ i_L]^{\mathrm{T}}$。




题图 7-6

**解** 拓扑法：画出有向图，确定常态树（题图 7-6(a)所示，粗线为常态树）。




题图 7-5(a)

对每一树支，按基本割集列写 KCL 方程

$$\begin{cases} i_{C_1} = i_{R_4} \\ i_{C_2} = i_L - i_{R_2} \\ i_{R_1} = i_L + i_{R_4} \end{cases}$$

对每一连支，按基本回路列写 KVL 方程

$$\begin{cases} u_L = -u_{C_2} - u_{S2} + u_{S1} - u_{R_1} \\ u_{R_2} = u_{C_2} + u_{S2} \\ u_{R_4} = -u_{R_1} + u_{S1} - u_{S2} - u_{C_1} \end{cases}$$

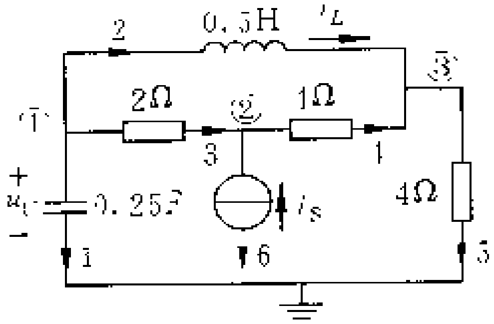
将 $i_C$ 与 $u_L$ 的关系式写在一起，其余的关系式用以消去非状态变量，即可得状态方程

$$\begin{cases} i_{C_1} = i_{R_4} = -\frac{1}{2}u_{C_1} - \frac{1}{2}i_L + \frac{1}{2}u_{S1} - \frac{1}{2}u_{S2} \\ i_{C_2} = i_L - i_{R_2} = -u_{C_2} + i_L - u_{S2} \\ u_L = -u_{C_2} - u_{S2} + u_{S1} - u_{R_1} \\ \quad = -\frac{1}{2}u_{C_1} - u_{C_2} - \frac{1}{2}i_L + \frac{1}{2}u_{S1} - \frac{1}{2}u_{S2} \end{cases}$$

矩阵形式状态方程为

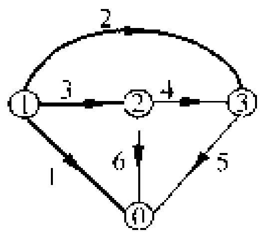
$$\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}u_{C_1}}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\\ \dfrac{1}{4} & -\dfrac{1}{2} & -\dfrac{1}{4}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{C_1}\\ u_{C_2}\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & -1\\ \dfrac{1}{4} & -\dfrac{1}{4}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{S1}\\ u_{S2}\end{bmatrix}$$

**7-7** 电路如题图 7-7 所示。(1) 以 1,2,3 支路为树支写出关联矩阵 $\boldsymbol{A}$、基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}_f$ 和基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}_f$;(2) 列写以 $u_C$、$i_L$ 为状态变量的状态方程,并整理成标准形式。




题图 7-7

**解** (1) 画出有向图(题图 7-7(a)所示)。



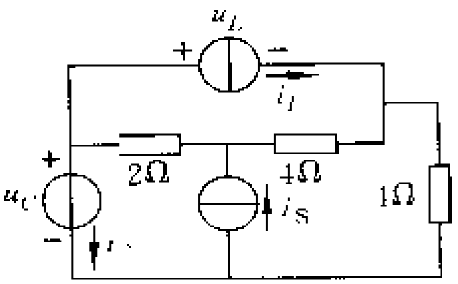

题图 7-7(a)

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6\end{array}\\ \boldsymbol{A}=\begin{array}{c}n_1\\ n_2\\ n_3\end{array} & \begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\end{array}$$

$$
\begin{array}{c} \\ \boldsymbol{B}_f = \end{array}
\begin{array}{c} \\ l_4 \\ l_5 \\ l_6 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c} \\ \boldsymbol{Q}_f = \end{array}
\begin{array}{c} \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

(2) 采用叠加法：将电容等效为电压源、电感等效为电流源（题图 7-7(b)所示电路）。




题图 7-7(b)

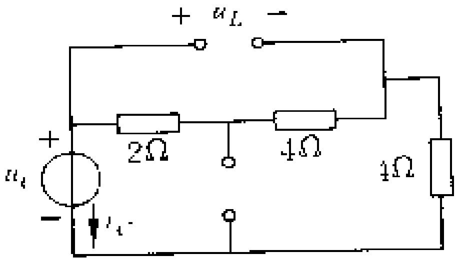
根据叠加定理，可得如下关系式：

$$
\begin{cases} i_C = p_{11} u_C + p_{12} i_L + q_{11} i_S \\ u_L = p_{21} u_C + p_{22} i_L + q_{21} i_S \end{cases}
$$

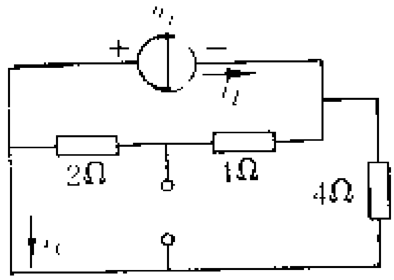
令 $u_C = 1$，$i_L = 0$，$i_S = 0$，电路如题图 7-7(c)所示，计算 $p_{11}$，$p_{21}$。

$$
\begin{cases} p_{11} = \dfrac{i_C}{u_C} = \dfrac{i_C}{1} = i_C = -\dfrac{1}{10} = -0.1 \\[2ex] p_{21} = \dfrac{u_L}{u_C} = \dfrac{u_L}{1} = u_L = 0.6 \end{cases}
$$

令 $u_C = 0$，$i_L = 1$，$i_S = 0$，电路如题图 7-7(d)所示，计算 $p_{12}$，$p_{22}$。




题图 7-7(c)

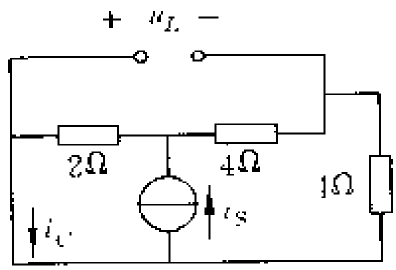



题图 7-7(d)

$$
\begin{cases}
p_{12} = \dfrac{i_C}{i_L} = \dfrac{i_C}{1} = i_C = -\dfrac{6}{10} = -0.6 \\[2ex]
p_{22} = \dfrac{u_L}{i_L} = \dfrac{u_L}{1} = u_L = -2.4
\end{cases}
$$

令 $u_C=0, i_L=0, i_S=1$，电路如题图 7-7(e)所示，计算 $q_{11}, q_{21}$。

$$
\begin{cases}
q_{11} = \dfrac{i_C}{i_S} = \dfrac{i_C}{1} = i_C = \dfrac{8}{10} = 0.8 \\[2ex]
q_{21} = \dfrac{u_L}{i_S} = \dfrac{u_L}{1} = u_L = -0.8
\end{cases}
$$




题图 7-7(e)

状态方程为

$$
\begin{cases}
\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{i_C}{C} = -0.4u_C - 2.4i_L + 3.2i_S \\[2ex]
\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = \dfrac{u_L}{L} = -1.2u_C - 4.8i_L - 1.6i_S
\end{cases}
$$

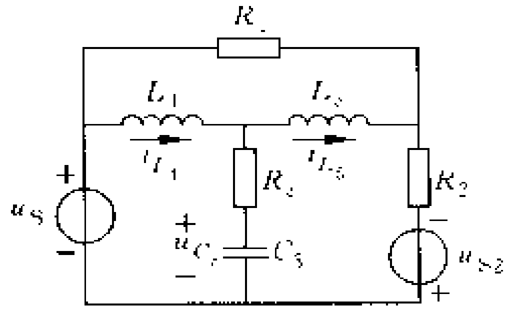
矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [illegible] & -2.[illegible] \\ 1.2 & -1.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.2 \\ -1.6 \end{bmatrix} i_S$$

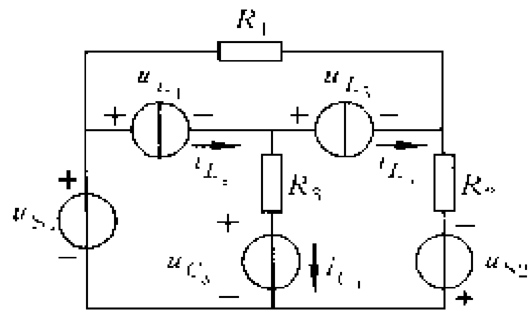
此题亦可用拓扑法。

**7-8** 列写题图 7-8 所示电路的状态方程，并整理成标准形式 $\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{V}$，其中 $\boldsymbol{X}=[u_{C_3}\ i_{L_1}\ i_{L_2}]^{\mathrm{T}}$。

**解** 采用叠加法：将电容等效为电压源、电感等效为电流源（题图 7-8(a)所示电路）。




题图 7-8




题图 7-8(a)

根据叠加定理，可得如下关系式：

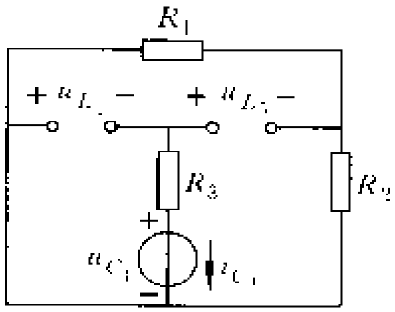
$$\begin{cases} i_{C_3} = p_{11}u_{C_3} + p_{12}i_{L_1} + p_{13}i_{L_2} + q_{11}u_{S1} + q_{12}u_{S2} \\ u_{L_1} = p_{21}u_{C_3} + p_{22}i_{L_1} + p_{23}i_{L_2} + q_{21}u_{S1} + q_{22}u_{S2} \\ u_{L_2} = p_{31}u_{C_3} + p_{32}i_{L_1} + p_{33}i_{L_2} + q_{31}u_{S1} + q_{32}u_{S2} \end{cases}$$

令 $u_{C_3}=1$，$i_{L_1}=0$，$i_{L_2}=0$，$u_{S1}=0$，$u_{S2}=0$，电路如题图 7-8(b)

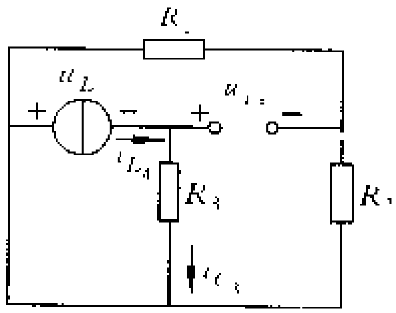
所示，计算 $p_{11}$，$p_{21}$，$p_{31}$。

$$
\begin{cases}
p_{11}=\dfrac{i_{C_3}}{u_{C_3}}=\dfrac{i_{C_3}}{1}=i_{C_3}=0\\[2ex]
p_{21}=\dfrac{u_{L_4}}{u_{C_3}}=\dfrac{u_{L_4}}{1}=u_{L_4}=1\\[2ex]
p_{31}=\dfrac{u_{L_5}}{u_{C_3}}=\dfrac{u_{L_5}}{1}=u_{L_5}=1
\end{cases}
$$

令 $u_{C_3}=0$，$i_{L_4}=1$，$i_{L_5}=0$，$u_{S1}=0$，$u_{S2}=0$，电路如题图 7-8(c)所示，计算 $p_{12}$，$p_{22}$，$p_{32}$。



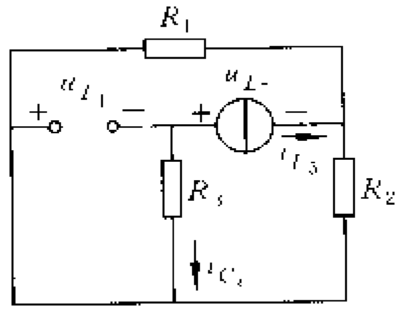
题图 7-8(b)



题图 7-8(c)

$$
\begin{cases}
p_{12}=\dfrac{i_{C_3}}{i_{L_4}}=\dfrac{i_{C_3}}{1}=i_{C_3}=1\\[2ex]
p_{22}=\dfrac{u_{L_4}}{i_{L_4}}=\dfrac{u_{L_4}}{1}=u_{L_4}=-R_3\\[2ex]
p_{32}=\dfrac{u_{L_5}}{i_{L_4}}=\dfrac{u_{L_5}}{1}=u_{L_5}=R_3
\end{cases}
$$

令 $u_{C_3}=0$，$i_{L_4}=0$，$i_{L_5}=1$，$u_{S1}=0$，$u_{S2}=0$，电路如题图 7-8(d)所示，计算 $p_{13}$，$p_{23}$，$p_{33}$。

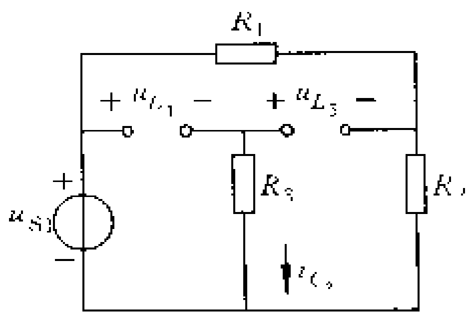


题图 7-8(d)

$$
\begin{cases}
p_{13} = \dfrac{i_{C_3}}{i_{L_3}} = \dfrac{i_{C_3}}{1} = i_{C_3} = -1 \\[2ex]
p_{23} = \dfrac{u_{L_1}}{i_{L_3}} = \dfrac{u_{L_1}}{1} = u_{L_1} = R_3 \\[2ex]
p_{33} = \dfrac{u_{L_3}}{i_{L_3}} = \dfrac{u_{L_3}}{1} = u_{L_3} = -\dfrac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1 + R_2}
\end{cases}
$$

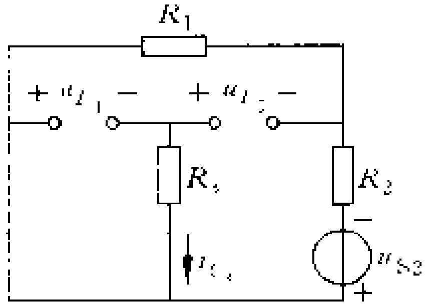
令 $u_{C_3}=0$，$i_{L_1}=0$，$i_{L_3}=0$，$u_{S1}=1$，$u_{S2}=0$，电路如题图 7-8(e)所示，计算 $q_{11}$，$q_{21}$，$q_{31}$。

$$
\begin{cases}
q_{11} = \dfrac{i_{C_3}}{u_{S1}} = \dfrac{i_{C_3}}{1} = i_{C_3} = 0 \\[2ex]
q_{21} = \dfrac{u_{L_1}}{u_{S1}} = \dfrac{u_{L_1}}{1} = u_{L_1} = 1 \\[2ex]
q_{31} = \dfrac{u_{L_3}}{u_{S1}} = \dfrac{u_{L_3}}{1} = u_{L_3} = -\dfrac{R_2}{R_1 + R_2}
\end{cases}
$$



题图 7-8(e)

令 $u_{C_4}=0, i_{L_1}=0, i_{L_5}=0, u_{S1}=0, u_{S2}=1$，电路如题图 7-8(f) 所示，计算 $q_{12}, q_{22}, q_{32}$。




题图 7-8(f)

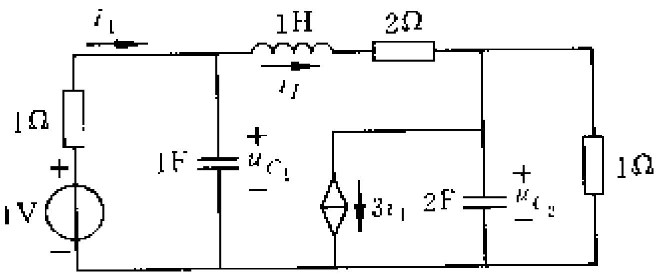
$$
\begin{cases}
q_{12}=\dfrac{i_{C_4}}{u_{S2}}=\dfrac{i_{C_4}}{1}=i_{C_4}=0\\[2ex]
q_{22}=\dfrac{u_{L_1}}{u_{S2}}=\dfrac{u_{L_1}}{1}=u_{L_1}=0\\[2ex]
q_{32}=\dfrac{u_{L_5}}{u_{S2}}=\dfrac{u_{L_5}}{1}=u_{L_5}=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}
\end{cases}
$$

矩阵形式的状态方程为

$$
\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}u_{C_4}}{\mathrm{d}t}\\[2ex]\dfrac{\mathrm{d}i_{L_1}}{\mathrm{d}t}\\[2ex]\dfrac{\mathrm{d}i_{L_5}}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=
\begin{bmatrix}0 & \dfrac{1}{C_4} & -\dfrac{1}{C_4}\\[2ex]
\dfrac{-1}{L_1} & -\dfrac{R_3}{L_1} & \dfrac{R_3}{L_1}\\[2ex]
\dfrac{1}{L_5} & \dfrac{R_3}{L_5} & -\dfrac{(R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1)}{(R_1+R_2)L_5}\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}u_{C_4}\\ i_{L_1}\\ i_{L_5}\end{bmatrix}+
\begin{bmatrix}0 & 0\\[1ex]
\dfrac{1}{L_1} & 0\\[2ex]
\dfrac{-R_2}{(R_1+R_2)L_5} & \dfrac{R_2}{(R_1+R_2)L_5}\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}u_{S1}\\ u_{S2}\end{bmatrix}
$$

**7-9** 列写题图 7-9 电路矩阵形式的状态方程 $\dot{X}=AX+BV$。

其中 $\boldsymbol{X}=[u_{C_1}\ u_{C_2}\ i_L]^{\mathrm{T}}$。




题图 7-9

**解**　直观法：

$$
\begin{cases}
i_{C_1}=i_1-i_L=\dfrac{1-u_{C_1}}{1}-i_L=1-u_{C_1}-i_L \\
i_{C_2}=i_L-3i_1-\dfrac{u_{C_2}}{1} \\
\qquad =i_L-3\times\dfrac{1-u_{C_1}}{1}-u_{C_2}=i_L-3+3u_{C_1}-u_{C_2} \\
u_L=u_{C_1}-u_{C_2}-2i_L
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{\mathrm{d}u_{C_1}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{i_{C_1}}{C_1}=-u_{C_1}-i_L+1 \\
\dfrac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{i_{C_2}}{C_2}=1.5u_{C_1}-0.5u_{C_2}+0.5i_L-1.5 \\
\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=\dfrac{u_L}{L}=u_{C_1}-u_{C_2}-2i_L
\end{cases}
$$

状态方程的矩阵形式为

$$
\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}u_{C_1}}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}u_{C_2}}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ 1.5 & -0.5 & 0.5\\ 1 & -1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{C_1}\\ u_{C_2}\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ -1.5\\ 0\end{bmatrix}
$$

# 附　　录

## 1999 年清华大学硕士生入学考试电路原理试题

一、(16 分)完成下列各题

(1) 已知图 1(a)中 $C_1$,$C_2$,$C_3$,求 $C_{12}$,$C_{23}$,$C_{31}$。

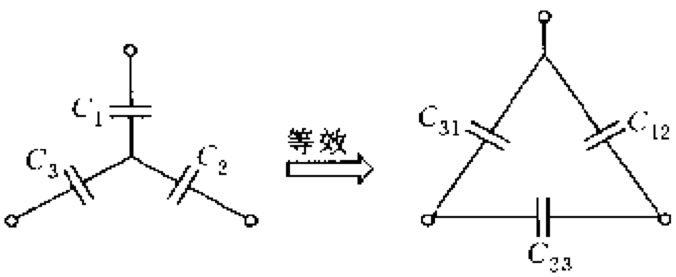



图 1(a)

(2) 求图 1(b)所示电路中的电流 $I$(运算放大器为理想运算放大器)。

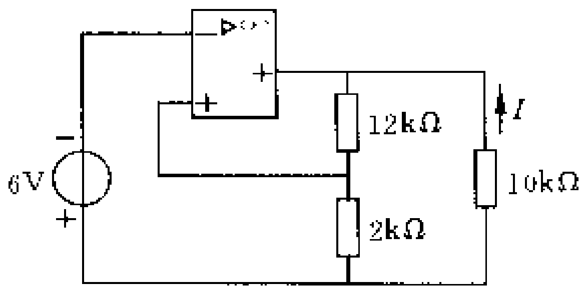



图 1(b)

(3) 定性画出图 1(c)电路中电压 $u_R$ 的波形。

(4) 图 1(d)电路中 $u_S=\sin\omega t$ V。求 $\omega$ 为多少时 $u_o$ 落后 $u_S$。

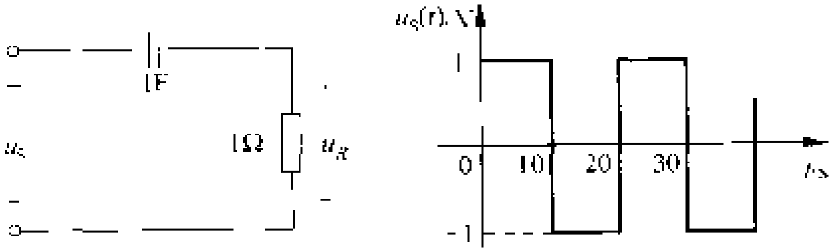



图 1(c)

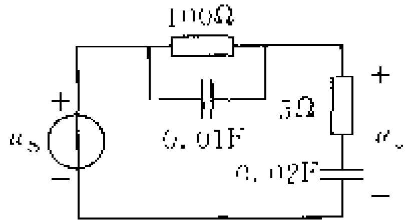



图 1(d)

二、(8 分) 求图 2 电路中流过电阻 $R$ 的电流 $I_R$。

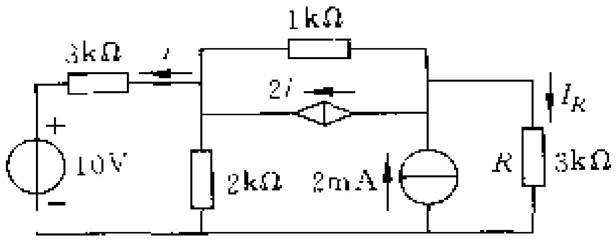



图 2

三、(8 分) 图 3 电路中，已知 $R_1=20\ \Omega, R_2=10\ \Omega, \omega L_1=6\ \Omega, \omega L_2=4\ \Omega, \omega M=2\ \Omega, \dfrac{1}{\omega C}=16\ \Omega, u_S=100+50\sin(2\omega t+10^\circ)$ V。

求：(1) 电流 $i$ 及 $i$ 的有效值 $I$。

(2) 求电阻 $R_1$ 和 $R_2$ 各自吸收的有功功率。

四、(8 分) 图 4 电路中，已知工频对称三相电源线电压 $u_{AB}=380\sqrt{2}\sin(314t+30^\circ)$ V，电动机负载三相总功率 $P=1.7$ kW，$\cos\varphi=0.8$，对称三相负载阻抗 $Z=50+\mathrm{j}80\ \Omega$。

(1) 求三相电源发出的有功功率和无功功率；

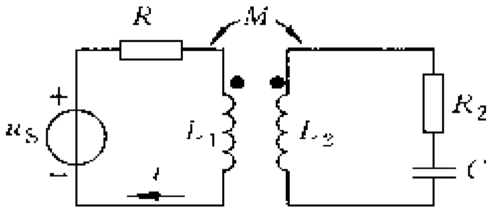



图 3

(2) 为使电源端功率因数提高到 $\cos\varphi = 0.9$，在负载处并联一组三相电容(星形联接)，求所需电容 C。

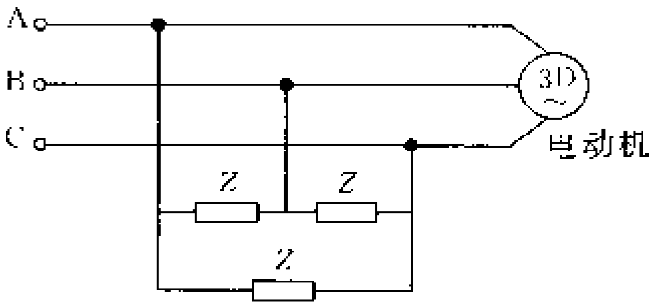



图 4

五、(6 分) 一线性电路，其冲激响应 $h(t)$ 和 $e(t)$ 的波形如图 5 所示。试用卷积积分求响应 $r(t)$(卷积结果用时间分段形式表示，分别写出上下限)。

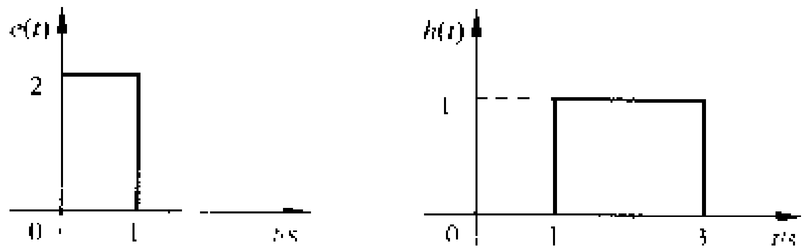



图 5

六、(8 分)电路如图 6 所示。已知 $u_C(0_-) = 1$ V，$i_L(0_-) = 2$ A。用运算法(拉普拉斯变换法)求电容电压 $u_C(t)(t \geq 0)$。

七、(8 分) 电路如图 7 所示。

(1) 以 1,2,3 支路为树支写出关联矩阵 **A**；基本回路矩阵 ***B***；

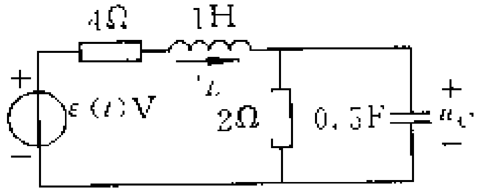



图 6

基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}$。

(2) 列写以 $u_C$、$i_L$ 为状态变量的状态方程，并整理成标准形式。

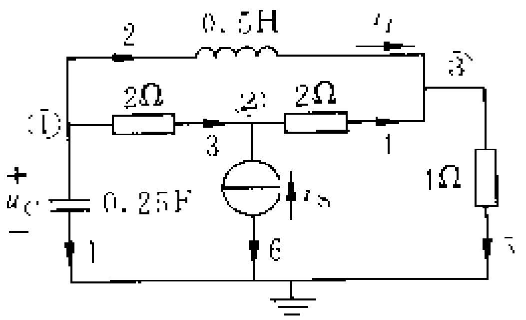



图 7

八、(8 分) 图 8 电路中方框部分为含独立源和电阻的网络。当 ab 端口短接时，$R$ 支路的电流为 $I_{S1}$；当端口 ab 开路时，$R$ 支路的电流为 $I_{S2}$。当端口 ab 接电阻 $R_f$ 时，获得最大功率。

求当端口 ab 接电阻 $R_f$ 时，流过 $R$ 支路的电流 $I$。

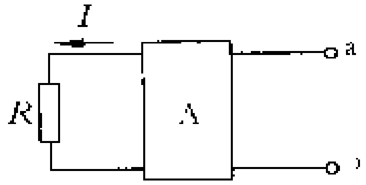



图 8

九、(8 分) 试证明图 9 电路在频率 $f=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 下工作时，各支路电流与 $R$ 无关。

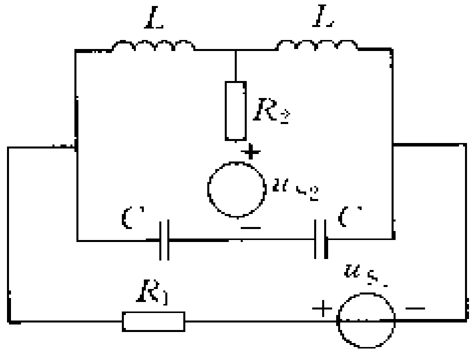



图 9

十、(8 分) 图 10 所示电路中储能元件无初始储能。$i_S=2\,\delta(t)$ A,$u_S=10\sin 2t\varepsilon(t)$ V。试用时域分析法求 $i_L$ 和 $u_C$。

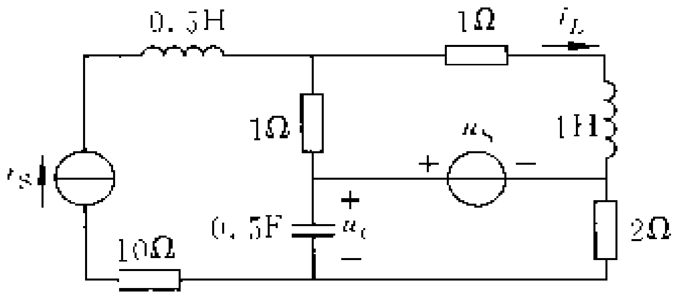
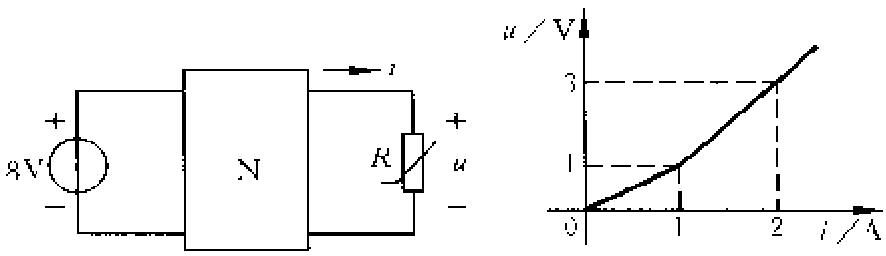



图 10

十一、(8 分) 已知图 11(a)中二端口 N 的传输参数为 $\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}1.5 & 2.5\ \Omega\\0.5\ \text{S} & 1.5\end{bmatrix}$,负载电阻 $R$ 为非线性电阻,其伏安特性如图 11(b)所示。求非线性电阻 $R$ 上的电压和电流。




(a)　　　　(b)

图 11

十二、(6 分)图 12 电路中,11′两端接恒定电压 $U$。已知在 $t=0$ 时,将一未充电的电容 $C=\frac{1}{3}$ F 接至 22′后(图 12(a)),33′两端电压为 $u_{o1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}e^{-\frac{3}{4}t}$ V($t>0$)。现将此未充电的电容与一无储能的电感 $L=1$ H 串联,在 $t=0$ 时接至 22′端(图 12(b)),求 $LC$ 接入后 33′两端的电压 $u_{o2}$。

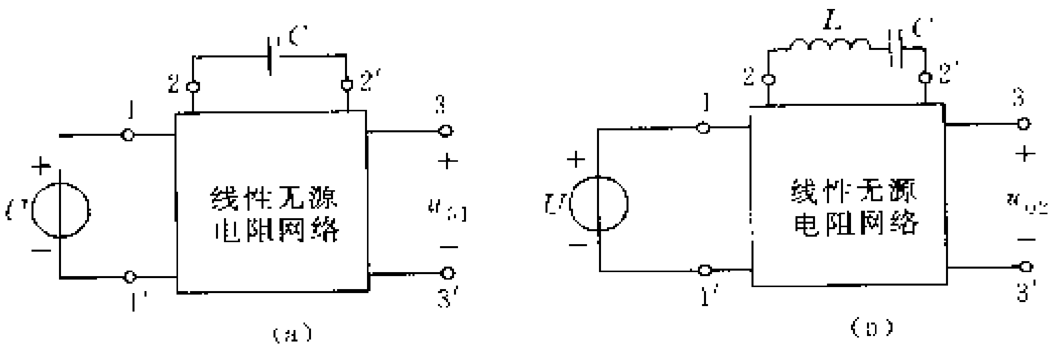
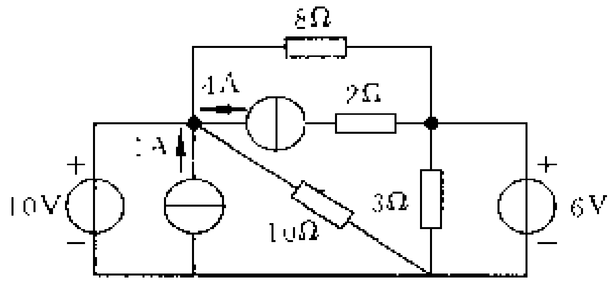



图 12

# 2000 年清华大学硕士生入学考试电路原理试题

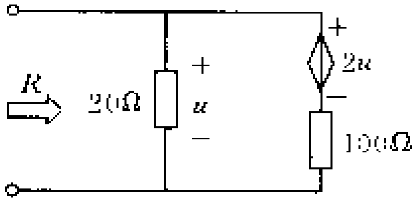
一、填空题(共 40 分,每小题 2 分)

1.



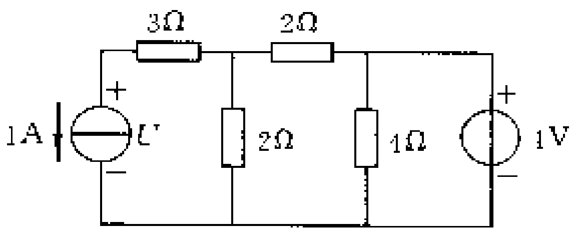

10 V 电压源发出的功率为__________。

2.



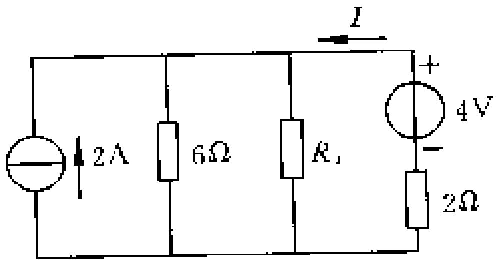

R = __________。

3.



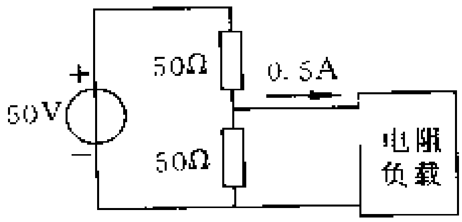

U = __________。

4.



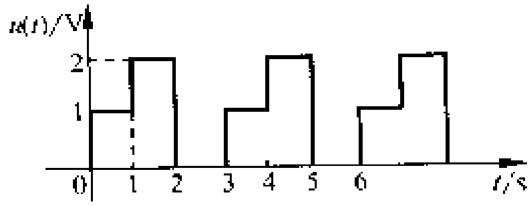

为使 $I=0$,则 $R_x$= ______________。

5.



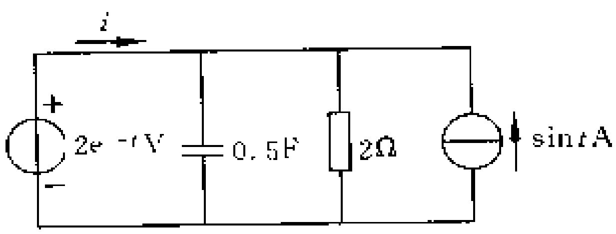

电阻负载吸收的功率为__________。

6.



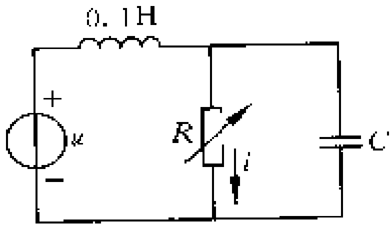

非正弦周期电压如图所示。其有效值 $U$= __________。

7.




$i$= __________。

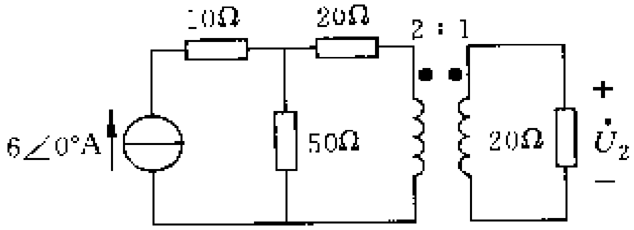
8.




$u_S = 10\sin 10^4 t$ V。

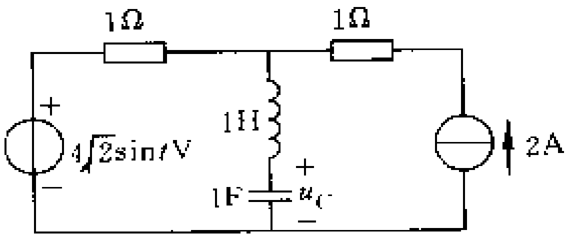
若改变 $R$ 时，电流 $i$ 不变，则 $C=$ ________。

9.



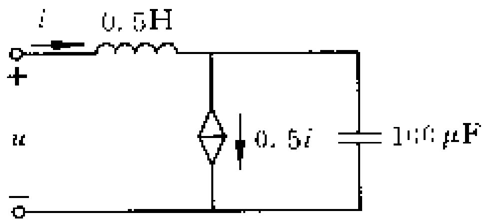

$\dot{U}_2=$ ________。

10.



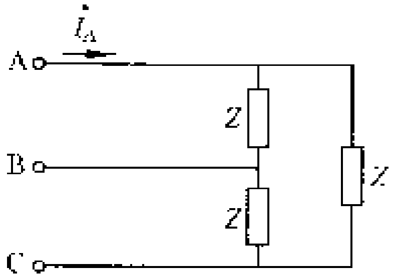

$u_C$的有效值 $U_C=$ ________。

11.




谐振角频率 $\omega_0=$ ________。

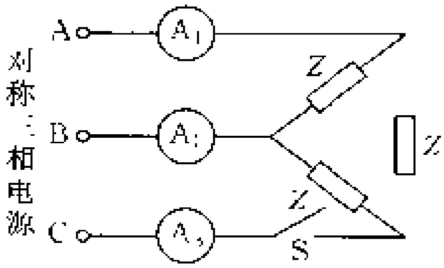
12.




对称三相电路如图。$Z=30+\mathrm{j}40\ \Omega$，$\dot{U}_{AB}=220\angle 0^\circ$ V

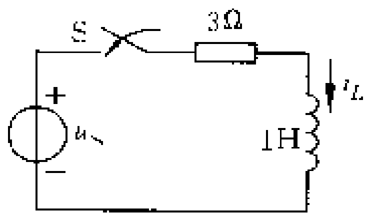
则线电流 $\dot{I}_A=$______________。

13.




如图电路当开关 S 闭合时，三个电流表的读数均为 1 A。当开关 S 打开时，电流表 $A_1$ 的读数为______________。

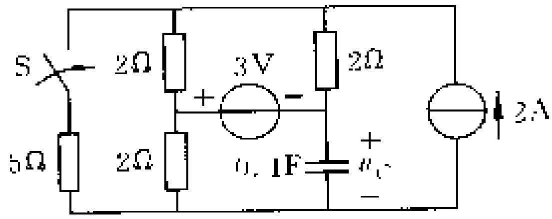
14.




已知图中电压源 $u_S=10\sin(4t+\theta)$ V，$t=0$ 时开关 S 闭合。若 S 闭合电路中不产生过渡过程，则电源初相角 $\theta=$

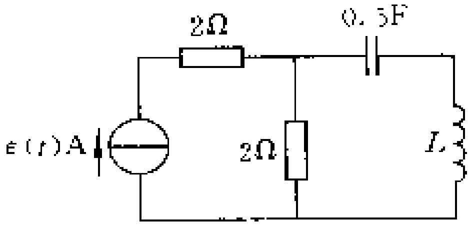
______________。

15.



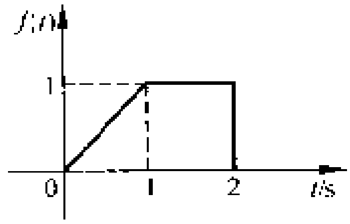

电路如图所示。$t=0$ 时开关 S 闭合。则电容电压的初始值 $u_C(0^+)=$______________。

16.




使电路产生欠阻尼响应时的电感参数 $L=$__________。

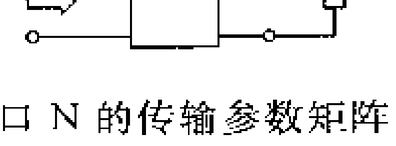
17. 已知 $f(t)$ 如图所示。




则其拉氏变换的象函数 $F(s)=$______________。

18. 若 $F(s)=\dfrac{s+2}{s(s+1)^2}$，则 $f(t)=$______________。

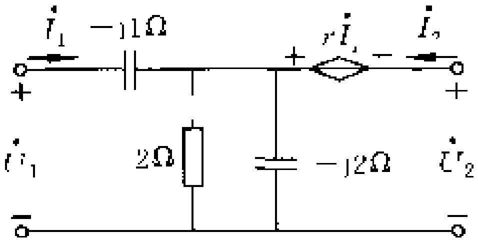
19.




图示电路中二端口 N 的传输参数矩阵为 $\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}2 & 6\ \Omega \\ 1\ \mathrm{S} & 4\end{bmatrix}$。

其入端电阻 $R_i=$__________。

20.

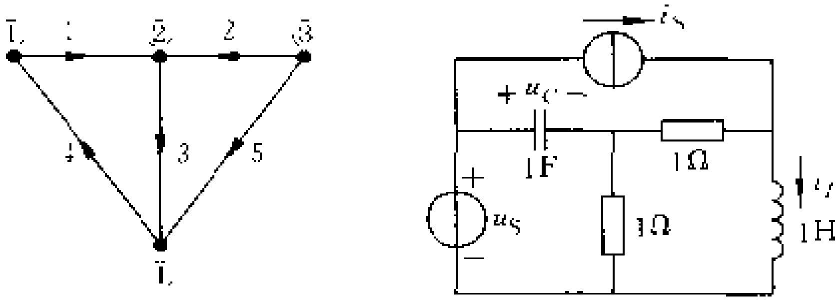



已知 $r=1\ \Omega$。则图示二端口网络 $\mathbf{Z}$ 参数中 $Z_{11}$ = ______。

二、(共10分)

1.(4分)题二图(a)为一电路的有向图。试以1,3,5为树支分别写出基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}_f$ 和基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}_f$(支路排列顺序为1,3,5,2,4)。

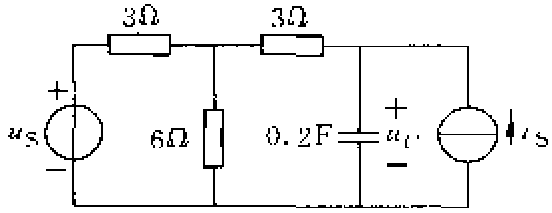
2.(6分)试写出题二图(b)所示电路的状态方程,并整理成标准形式:$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{AX}+\boldsymbol{BV}$。



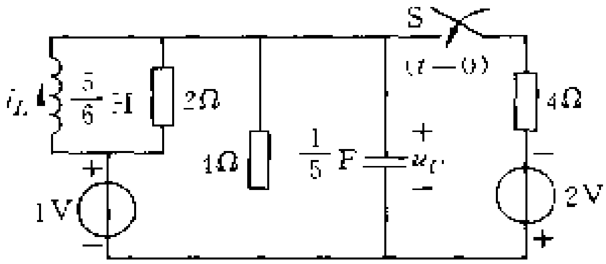

(a) (b)

题二图

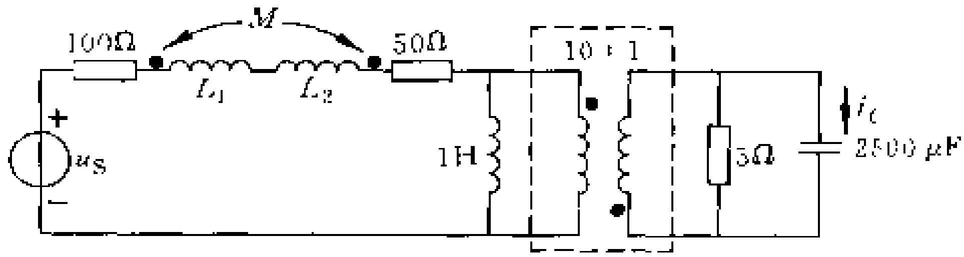
三、(10分)下图电路中,已知 $u_S=15\delta(t)$ V,$i_S=10\sqrt{2}\sin(t-30^\circ)\varepsilon(t)$ A,$u_C(0_-)=2$ V。求 $u_C(t)$。



四、(10 分)用运算法求图示电路中开关 S 闭合后电容两端电压 $u_C(t)$。(计算时要求画出运算电路模型)




五、(10 分)已知:$u_S=100\sqrt{2}\sin 200t$ V,$L_1=1$ H,$L_2=0.5$ H,$M=0.25$ H。求 $i_C$。

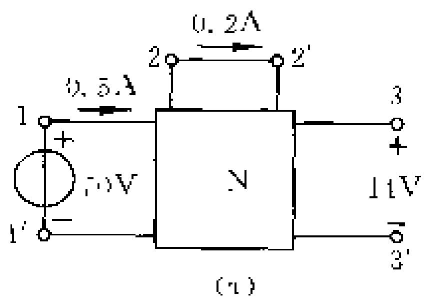


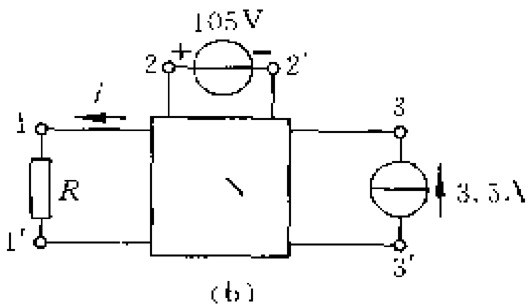

六、(10 分)电路如下图所示。图(a)、(b)中 N 为同一线性无源电阻网络。

求图(b)电路中:(1) $R=210\ \Omega$ 时,$i=$?

(2) $R$ 为何值时,其上获得最大功率?

并求此最大功率。

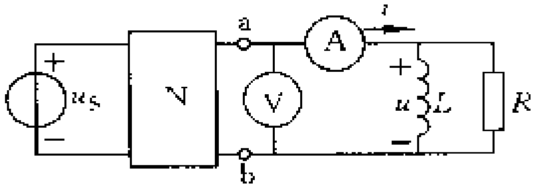



七、(10 分)下图电路中 N 为线性无源电阻网络,$u_S=8+$

$16\sin 2t$ V，$R=1\ \Omega$，$L=0.25$ H，电流表读数为 3 A，电压表读数为 1 V（均为有效值）。

若将图中 $R$、$L$ 改成串联联接，则电流表、电压表的读数将各为多少？



# 2001 年清华大学硕士生入学考试电路原理试题

一、(10 分) 已知图 1 中电流 $I_1=0.5$ A。求及 $R_x$ 及 $I$。

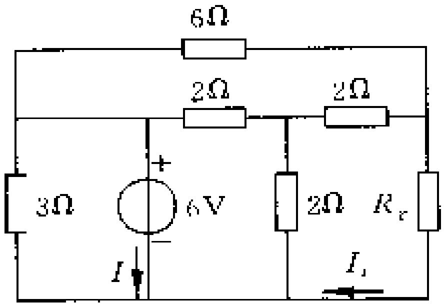



图 1

二、(8 分) 电路如图 2 所示。

(1) 求 a,b 以左电路的戴维南等效电路;

(2) $Z$ 为何值时,其上电压幅值达到最大值?

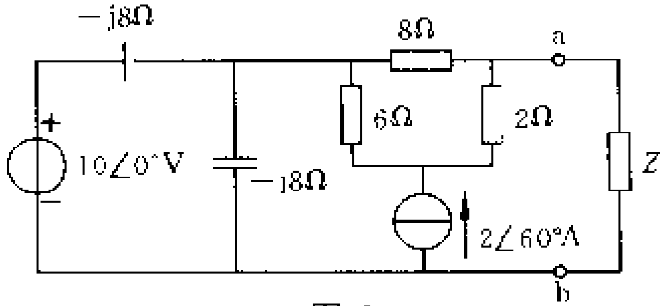



图 2

三、(8 分) 图 3 电路中,已知 $i_S=\sqrt{2}\sin 200t$ A。$t<0$ 时电路

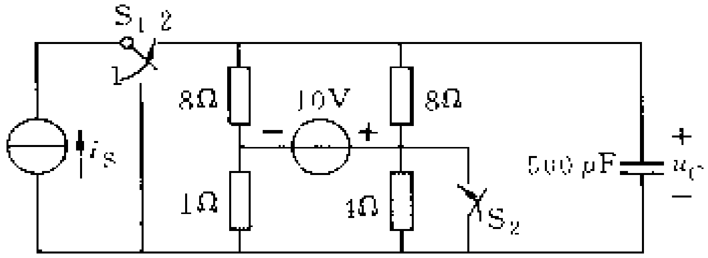



图 3

已达稳态，$t=0$ 时将开关 $S_1$ 由 1 合向 2，同时开关 $S_2$ 闭合。

求 $u_C(t)$。

四、(8 分)已知 $L=1\ \mathrm{H}$，$M=0.8\ \mathrm{H}$，$u_{S1}=50\sqrt{3}\sin 314t\ \mathrm{V}$，$u_{S2}=100\sqrt{3}\sin 942t\ \mathrm{V}$。

求 $i$ 及 $u_{S1}$ 发出的有功功率和无功功率。

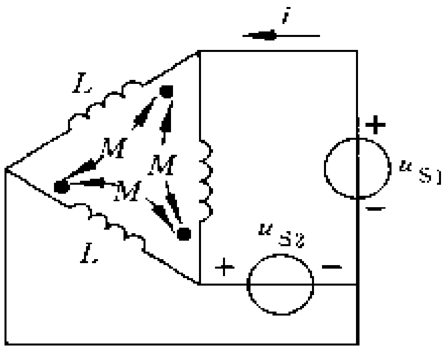



图 1

五、(8 分) 试列写图 5 电路的状态方程。并整理成标准形式：$\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{AX}+\boldsymbol{BV}$，其中 $\boldsymbol{X}=[u_{C_2}\ \ u_{C_1}\ \ i_L]^{\mathrm{T}}$。

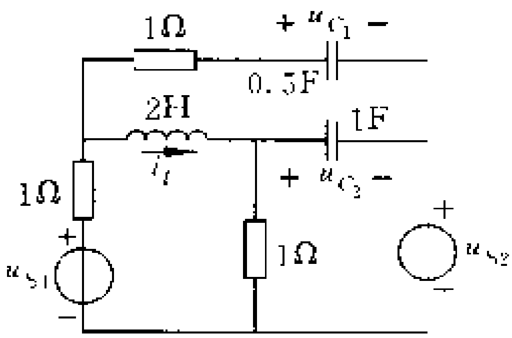



图 5

六、(8 分) 图 6 为一三相电路，对称三相电源线电压为 380 V，接有两组对称三相负载，其中 $R=100\ \Omega$。单相负载电阻 $R_1$ 吸收的功率为 1650 W，$Z_N=\mathrm{j}5\ \Omega$。

求：(1) 线电流 $\dot{I}_A$，$\dot{I}_B$，$\dot{I}_C$ 和中线电流 $\dot{I}_N$；

(2) 三相电源发出的总有功功率。

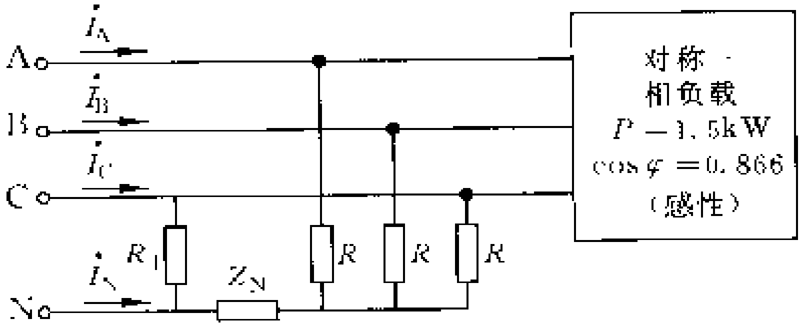



图 6

七、(8分) 电路如图 7 所示。

(1) 当 $u_S(t)=\delta(t)$ V 时，求零状态响应 $u_C(t)$；

(2) 当 $u_S(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)$ V 时，用卷积积分求 $u_C(t)$。

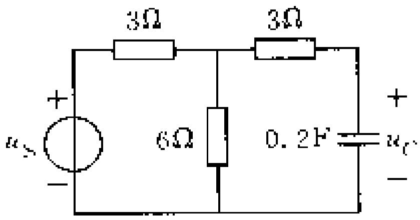



图 7

八、(10分)

1. 求图 8 电路的网络函数 $H(s)=\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$。

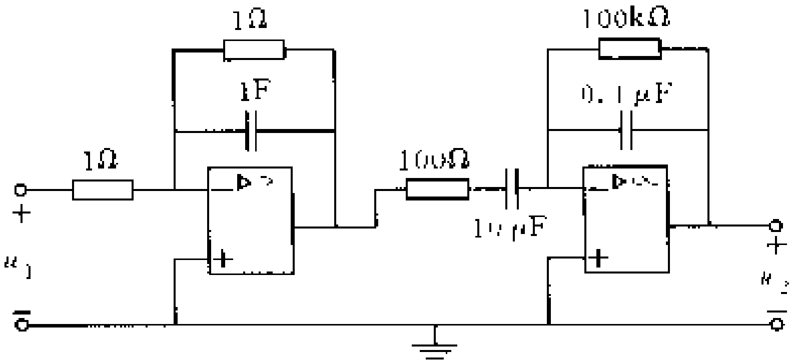


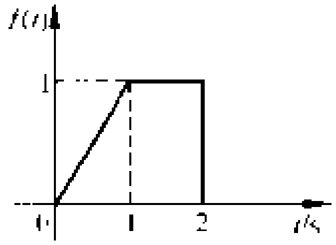

图 8

2. 计算

(1) 求 F(s)。

① $f(t)=1+2e^{-4t}+3te^{-5t}$

②




(2) 求 $f(t)$。

① $F(s)=\dfrac{s-2}{s(s+1)^2}$　　② $F(s)=\dfrac{2+3e^{-s}}{s+1}$

九、图 9 为一正弦稳态电路。电流表 A 读数为零，$A_1$ 的读数为 1 A(有效值)。求电源电压 $u_S$。

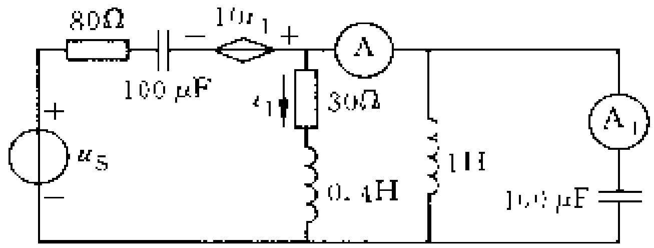



图 9

十、(8 分) 图 10 所示电路 $t<0$ 时开关 S 合在位置“1”，且已达稳态。$t=0$ 时开关 S 由位置“1”合向位置“2”。用运算法求 $u_2(t)$(要求画出运算模型)。

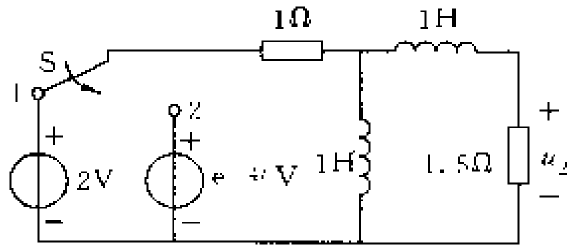



图 10

十一、(8 分)图 11(a)中 N 为线性无源电阻二端口网络。已

知输入电阻 $R_i = 10 - \dfrac{100}{R_L + 12}\ \Omega$，$R_L$ 为任意电阻。

(1) 求二端口网络 N 的传输参数 $\boldsymbol{T}$；

(2) 若将此二端口 N 接成图 11(b)电路，且已知电感无初始储能，$t=0$ 时打开开关 S。试求 $i_L(t)$。

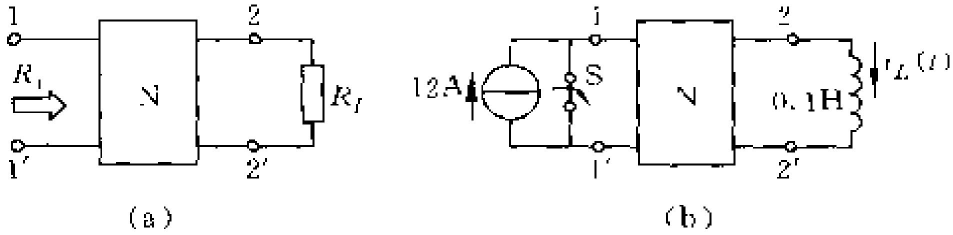



图 11

十二、(8 分) 图 12(a)，(b)电路中，A、B、C 为对称三相电源(正序)。

(1) 试说明两个电路中的电压表 $V_1$，$V_2$ 的读数(有效值)哪一个大？

(2) 对图 12(b)电路，当 $R_1 = R_2$ 时，若使电压表的读数为零，则 $R_3/|X_C|$ 等于多少？

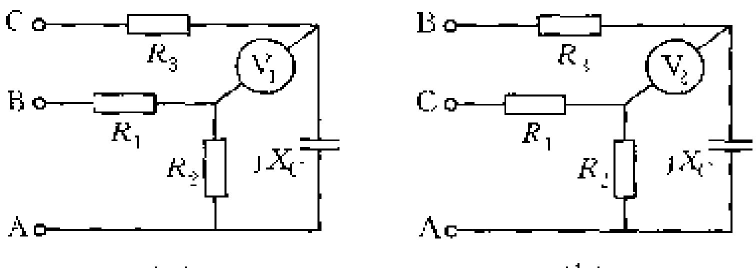



图 12

知输入电阻 $R_i = 10 - \dfrac{100}{R_L + 12}\ \Omega$，$R_L$ 为任意电阻。

（1）求二端口网络 N 的传输参数 $\boldsymbol{T}$；

（2）若将此二端口 N 接成图 11(b)电路，且已知电感无初始储能，$t=0$ 时打开开关 S。试求 $i_L(t)$。

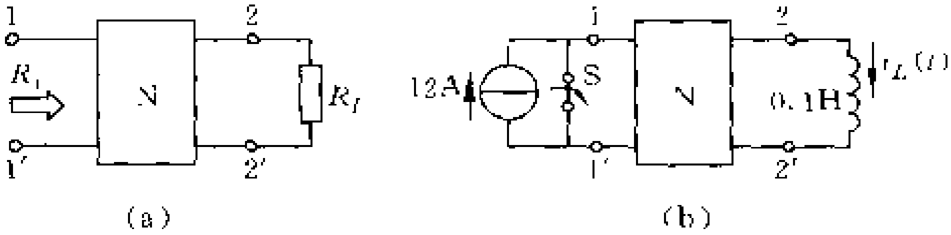



图 11

十二、(8 分) 图 12(a)，(b)电路中，A、B、C 为对称三相电源(正序)。

（1）试说明两个电路中的电压表 $V_1$，$V_2$ 的读数（有效值）哪一个大？

（2）对图 12(b)电路，当 $R_1 = R_2$ 时，若使电压表的读数为零，则 $R_3/|X_C|$ 等于多少？

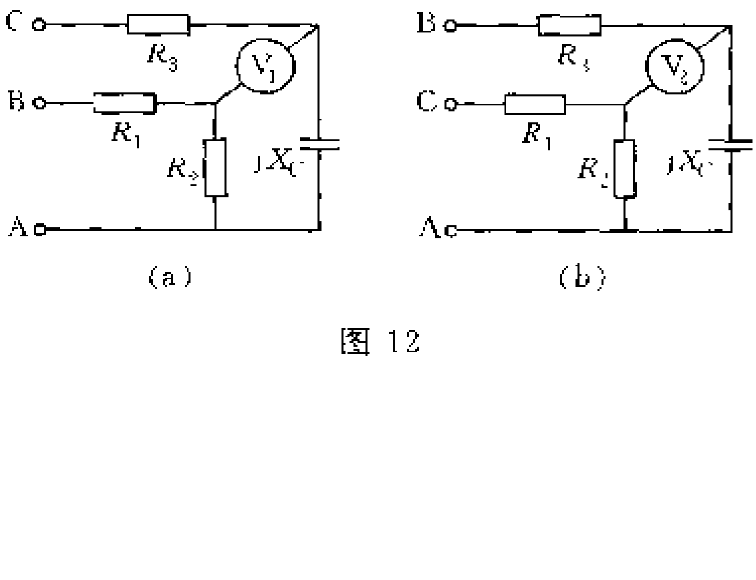



图 12

知输入电阻 $R_i = 10 - \dfrac{100}{R_L + 12}\ \Omega$，$R_L$ 为任意电阻。

(1) 求二端口网络 N 的传输参数 $\boldsymbol{T}$；

(2) 若将此二端口 N 接成图 11(b)电路，且已知电感无初始储能，$t=0$ 时打开开关 S。试求 $i_L(t)$。

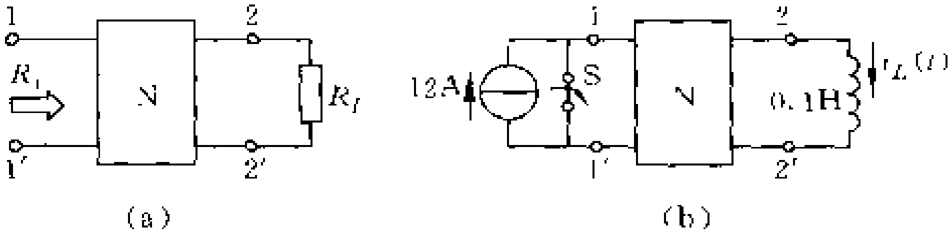



图 11

十二、(8 分) 图 12(a)，(b)电路中，A、B、C 为对称三相电源(正序)。

(1) 试说明两个电路中的电压表 $V_1$，$V_2$ 的读数(有效值)哪一个大？

(2) 对图 12(b)电路，当 $R_1 = R_2$ 时，若使电压表的读数为零，则 $R_3/|X_C|$ 等于多少？

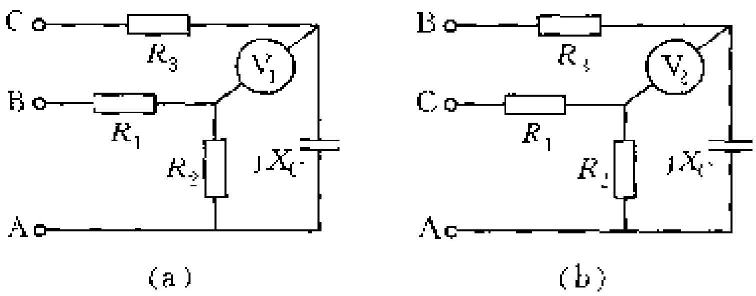



图 12