

## 第五届“认证杯”数学中国

### 数学建模网络挑战赛 承诺书

我们仔细阅读了第五届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站([www.madio.net](http://www.madio.net))公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：

参赛队员（签名）：

队员 1：赵承熙

队员 2：王一光

队员 3：黄甲

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：本科组

#1032

## 第五届“认证杯”数学中国

### 数学建模网络挑战赛 编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（1032）：

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

# 2012 年第五届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

## 题 目                      A 题：蜘蛛网

关 键 词：蛛网结构 捕捉效益 遗传算法

### 摘要：

蜘蛛网是结网型蜘蛛赖以生存的基本保障，蛛网的结构不仅影响其自身的强度，也关系着蜘蛛的捕食投入与捕食效率。本文中通过分析和重构优化蛛网，对蛛网的结构进行了较深入的研究，并由此建立模型得出不同目标下最优化的蛛网结构。

首先对自然界中蛛丝类型进行简化。蛛网主要由两种蛛丝构成，即放射丝（拖丝）和捕丝：放射丝从中心沿径向向外辐射，它强度大，用来支撑蛛网结构；捕丝是螺旋向外拓展的，其粘性强，主要用与黏住猎物。放射丝和捕丝的数量和分布决定蛛网的结构性质。我们可进一步将蜘蛛网简化为星状结构和一组同心多边形。

为了进一步的探讨蛛网最合适结构，本文分为三步进行分析优化：

1、以节省蛛丝为目标，建立蛛丝最小消耗模型，优化放射丝数目和分布。通过分析得：相同蛛丝消耗下，正多边形蛛网面积最大，由此可以确定放射丝应等夹角分布。为求得最佳放射丝数目，在保证蛛网捕丝间距 0.3~0.9cm，蛛网面积 500~2500cm<sup>2</sup> 情况下，改变蛛网捕丝间距分布，模拟求出放射丝数目为 10 左右时蛛网用料最省。

2、以保证强度为目标，建立蛛网最优强度力学模型，求放射丝最少根数。蛛网中，对强度影响最大的是放射丝。通过模拟昆虫撞击蛛网，结合力学分析蛛网受力和变形和屈服极限，可得放射丝的数目至少为 20 根左右。

3、以捕捉效益为目标，建立最优捕食效益模型，在考虑了节省蛛丝和保证强度的同时，优化捕丝间距分布。捕捉效益定义为蛛网的捕捉能力与所用蛛丝长度之比。在放射丝数目固定，层间距取 0.5~3.5cm 之间时，模拟不同体型的昆虫落入蛛网，并分别用遗传算法优化捕丝间距分布，使捕捉效益最高。分析结果发现，对于一般大小的蛛网，中枢区以外呈现出“外疏内密”的现象时效益最高。这与实际中蛛网的结构相似。

本文从分析自然界中的蛛网出发，提取构建蛛网的基本材料，然后根据合适蛛网应满足的要求为目标，对蛛网进行重新构建，所得结果建立在大量模拟与多次优化基础上，具有一定的可信度和说服力。

参赛队号    1032

所选题目    A

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

## Abstract

As we all know, spiders live on the orb net, structures of which have great influence on the prey efficiency. We have undertaken further studies to analyse and optimize the structures of orb web.

At first, we simplify the types of the silk. Orb webs are constituted by two main types of silk: radius (drag thread) and capture thread. The radius in the radiation direction has great strength, which is applied for supporting the web structure. Capture thread expends in the way of spirals, owning great adhesion which can make the prey attached to the orb webs tightly. The number and distribution of radius and drag threads will determine structure properties of webs. Furthermore, we describe the orb web by a star shape and a set of concentric polygons.

In order to find the most optimal structure of orb webs, we divide our methods into three steps:

1. Establish a model of minimum silk consumption: According to the analyses, polygon webs will have the largest area compared to others with the same consumption of silk. To determine the optimal number of radius, we change the distribution of capture threads to undertake stimulations. Finally, we obtain that 10 is the most appropriate number for our goals.
2. So as to ensure the strength of the orb webs, we establish a mechanical model. According to some papers, drag threads have the greatest impacts on the strength. At last, we obtain that the least number of radius is about 20 by the simulation of collision between insects and orb webs, with mechanical analyses.
3. Take the Capture effectiveness as the target. Taking account of the former two targets built above, we optimize the distribution of capture threads. The Capture effectiveness can be defined as the ratio between the ability to capture insects and the length of cobweb cost. We fixed the number of drag threads and defined the distance between two capture thread between 0.5 cm and 3.5cm. Then we made simulations to describe the process that an insect falls into the cobwebs. We run a Genetic Algorithm to optimize the distribution of capture threads. From the result we draw the conclusion that for common cobwebs, outside the hub the inner part is usually more crowded than the outer part, which is similar to real cases in nature.

In summary, our model contains large number of calculation and simulations and we take basic principles of the structure optimizing into consideration, which will guarantee the reliability and accuracy of the results.

**Key words:** structure of orb webs, capture effectiveness, genetic algorithm

## 一、问题的重述与分析

### 1.1 问题的重述

世界上生存着许多种类的蜘蛛，而其中的大部分种类都会通过结网来进行捕食。请你建立合理的数学模型，说明蜘蛛网织成怎样的结构才是最合适的。

### 1.2 问题的分析

蛛网是蜘蛛的捕食工具，蛛网的结构性能对蜘蛛的捕食效果产生重要影响；同时蜘蛛也会通过蛛网结构性能上的相应变化来调整捕食策略，维持网结构的稳定性以及尽可能减小自身能量的输出。因此，探究蛛网的结构对研究蜘蛛的生态特性，仿生结构的进一步发展具有重要意义。

通过查阅大量文献，我们发现目前大多数的研究大多从生物学角度出发，通过捕捉和饲养蜘蛛得到蛛网，再进一步测量分析其结构特性，通过与一些外界因素进行类比，得到一些统计性的规律与结论。这些结论具有较高的可靠性，但它们往往是片面的，因此，我们希望能从几何学的角度出发，概括性的提出一种研究蛛网结构的理论方法。

在总结文献的基础上，我们将影响蛛网结构的因素归为两类：具有轴向支撑效果的放射丝，又称拖丝；起捕捉作用的螺旋状捕丝。如下图，我们通过改变放射丝和捕丝的数目，疏密程度既可以得到不同蛛网状结构。而为了便于衡量某种蜘蛛网结构的优劣，我们将蛛网特性总结为三个方面：蛛丝用量反映蜘蛛织网消耗自身能量的大小，在其他特性相同的情况下，消耗量越小越好，我们认为其和放射丝、捕丝均有关；机械性能主要反应蛛网对抗猎物的冲击能力，由于放射丝起主要支撑作用，我们这里简化分析，仅考虑放射丝的影响；由于捕食效率直接反应蛛网的捕食效果，故它我们重点考虑的因素蛛网扩张程度和网孔的大小、密度是它的直接影响因素，因此它与放射丝和捕丝均有关。

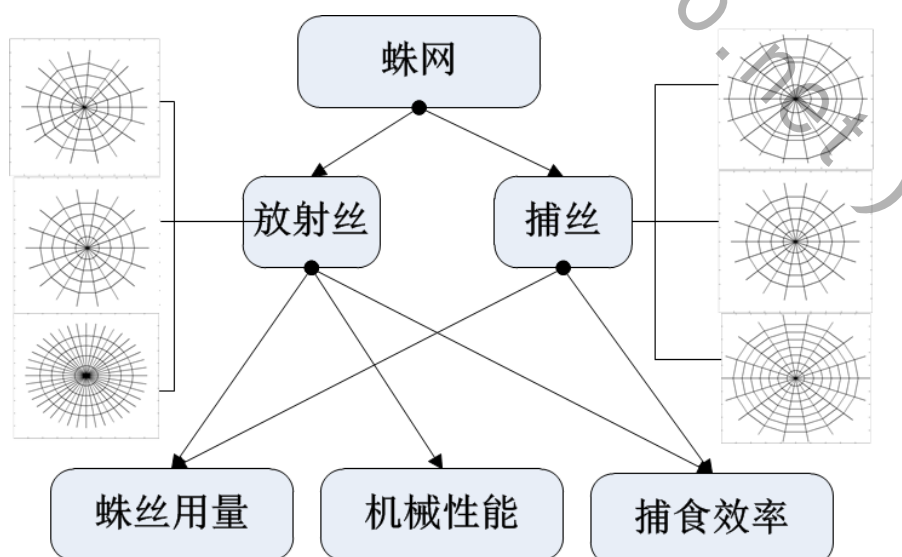


图 1. 蛛网结构影响因素分析

通过以上分析，图 1 描述了我们模型的基本框架，下面我们逐一进行分析建模。

## 二、问题的假设

1. 假设蜘蛛丝在蛛网任何位置的相同类型蛛丝强度都是相同的。
2. 不考虑重力情况下蛛丝会出现弯曲的情况。
3. 假设蛛网的粘性足够大，不考虑猎物黏住后可能出现逃脱的情况。
4. 假设蜘蛛织网是在一个平面上的。
5. 假设蜘蛛捕食的猎物大小成正态分布并且与蜘蛛本身的大小有关。

## 三、符号与说明

$L_{ci}$	第 $i$ 层处于相邻的两根放射丝之间的长度
$L_{Tr}$	放射总丝长
$L_{Tc}$	总捕丝长
$L_T$	总丝长
$S_{net}$	蛛网面积
$d_e$	捕丝间有效捕捉间距
$A_e$	网的捕食效率
$E$	捕食效率
$Wa_i$	平面中第 $i$ 个点的有效权值
$d_{pj}$	第 $j$ 层的最优层间距

## 四、模型的建立与求解

### 4.1 模型的提出和简化

在自然界中，蜘蛛目共有 105 个科，约 37000 种，世界各地均有分布。虽然不是所有的蜘蛛都结网，但在几乎所有科中都有结网型蜘蛛。蛛网的进化经历了绊丝、片网和圆网阶段，并在圆网的基础上，继续进化形成其他类型的网。对于结网型蜘蛛而言，网不仅是捕食工具，有时也可作为防御天敌的工具和繁殖场所，其生活史各阶段与网都有着密切联系。自然界中蛛网类型千奇百怪，蛛丝种类也有十种左右。为了方便对蛛网结构进行建模分析，首先要从现实蛛网中抽象出模型并进行简化。

#### 4.1.1 对蛛网的简化过程

一般的蜘蛛网是由拖牵丝、捕捉丝和辅助螺旋丝组成。其中，根据功能的不同，拖丝又可以分为停泊丝、框丝和放射丝 3 种。停泊丝又称为锚定丝，对网其固定作用；框丝构建起网的框架，形成网面；放射丝，从中枢辐射出，可以固定捕丝和维持网的结构稳定。

#1032

蛛网中螺旋形分布的是捕丝，可以黏住猎物。辅助螺旋丝则形成中枢区，中枢区在蜘蛛抽捕丝时起辅助作用，其形状决定了捕丝面的形状。最外层捕丝与最内层捕丝之间的闭合区域即为捕食面，大的捕食面意味着有更多的捕食机会。捕丝间距为相邻的两圈捕丝的距离，其大小也可以在一定程度上反应蜘蛛对食物大小的选择。由文献<sup>[1,2]</sup>可知，捕丝由内向外是螺旋形向外拓展的。由于直接研究螺旋较为复杂。实际中，蛛网的螺旋递增程度较为平缓，每一圈螺旋可近似看成一个闭合的多边形，所以可选择一圈圈闭合的多边形来代替螺旋线如图2，起到简化计算的作用。

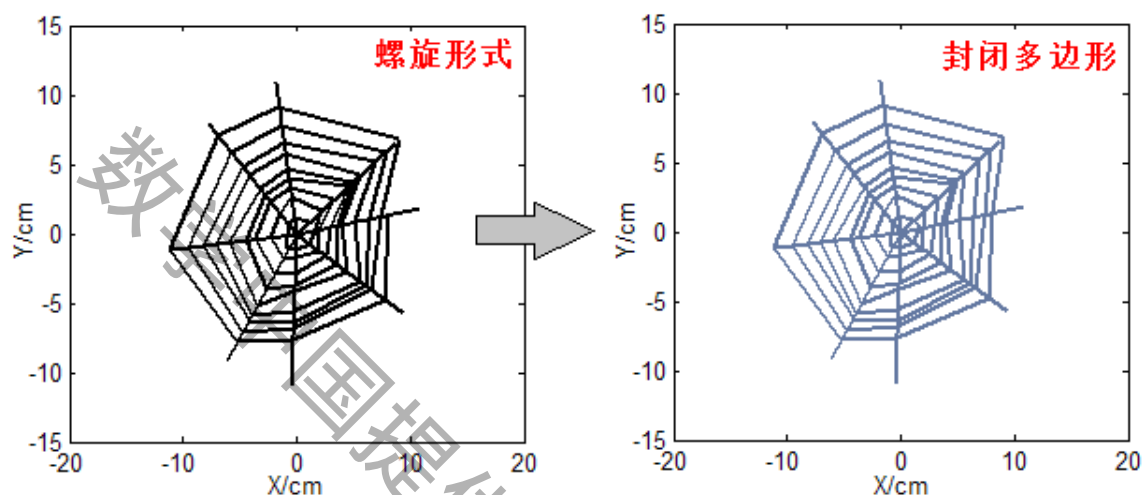


图2. 蛛网结构的抽象与简化

#### 4.1.2 对蛛丝种类的简化过程

取常见的织网型蜘蛛悦目金蛛为例，由文献<sup>[3]</sup>可知该蜘蛛丝的结构、性能与生物学性能如下表：

表1. 三种蛛丝的结构和性能

丝名	形态结构	性能	用途及功能
拖牵丝	2根细纤维，白色	硬度大，断裂能高，延伸率小（47.2%）	构成网的框丝、辐射半径丝、拖丝或救命丝，用于织网、捕食或逃避捕食者
粘性捕捉丝	2根核心丝表面覆盖有大小不均的小液滴，白色	柔软、延伸率大（398.5%）	粘住及包裹昆虫等猎物
卵袋内层丝	浅棕色或棕色	柔软	包裹卵，织制卵袋

由上表中可以得出：拖牵丝主要用来支撑蛛网、保证蛛网的结构稳定性，强度大，本身没有粘性；粘性捕捉丝主要用来黏住猎物，强度小，有很强的粘性；暖袋内层丝柔软且无粘性，对蛛网的结构和性能几乎无影响，意义不大。本文中将拖牵丝和粘性捕捉丝两种基本蛛丝为构建蛛网的材料并进行蛛网形状的探讨。

蛛网中不同类型的蛛丝分布情况可由下图表示：

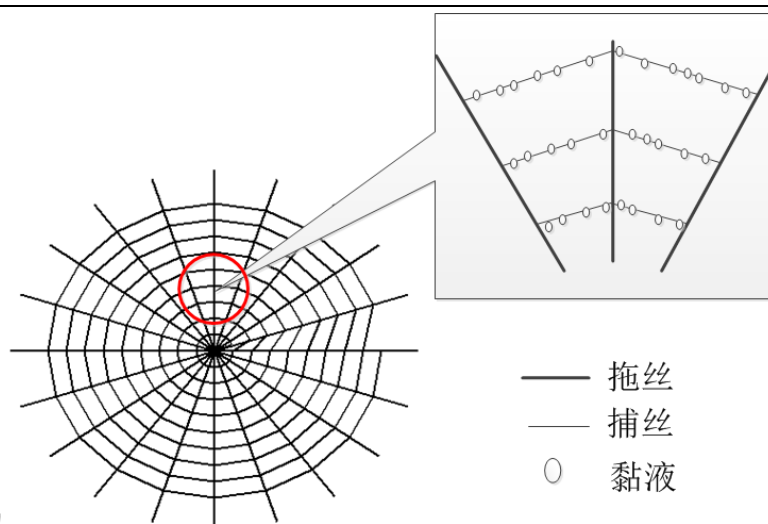


图 3. 蛛网中蛛丝分部情况

## 4.2 优化蛛网目标一：蛛丝消耗最小原则

### 4.2.1 建模准备

有文献<sup>[3]</sup>，蛛丝的主要成分是由蛋白质组成的。所以蜘蛛织网的本身就是一种成本投入，而回报就是用这张网捕捉到的猎物。所以，从蜘蛛的角度出发，在相同的捕食效果的前提下，所用蛛丝越少越好。

假设蜘蛛构建蛛网不受空间的制约，且单位时间内猎物飞过此空间中任意相同面积的截面的个数相等。那么，蛛网的捕捉能力与蛛网的面积与捕捉丝的间距有关。现在将捕捉丝的间距固定，那么蛛网的捕捉能力就只与蛛网的面积有关。由于中枢区的面积很小大约只有整个蛛网面积的 7% 左右，对整个蛛网的影响不大，可以忽略中枢区的面积。由模型的简化中知道，蛛网主要由两种丝构成，即向外发散的放射丝，即拖牵丝和依靠拖牵丝生成的一圈圈螺旋扩散的捕丝。放射丝的分布和数目在很大程度上影响捕丝的分布。放射丝的分布影响的是最终多边形的形状，而放射丝的数目影响闭合多边形的边数。

### 4.2.2 放射丝分布

首先探讨放射丝的分布情况。假设放射丝的条数一定，考虑放射丝之间的夹角。由几何学知识可得周长一定的凸多边形中以正多边形的面积最大。证明见附录 1。

实际中，蛛网的捕丝都是黏附在放射丝之上的，所以捕丝依靠放射丝形成的多边形顶点一定在放射丝之上。如果放射丝之间的夹角分布不均匀，那么捕丝依靠其生成的多边形必然不会是正多边形。

由于放射丝之间的夹角分布不均匀就无法生成正多边形，从而该形状的蛛网就不具有最大的捕捉面积。要使得蛛网具有最大的面积，相邻放射丝之间的夹角必须相等，即放射丝之间等距分布。现实的自然界中可以发现，不论放射丝的数目为多少，放射丝之间的夹角都是近乎等距的，这样有利于增加捕捉面积。



### 4.2.3 蛛丝最小消耗模型

由上面的分析可知，放射丝的分布主要是以均匀分布的形式存在。如果不考虑放射丝的长度，那么使捕丝成圆形分布必然可以取得最大捕捉面积。考虑到要想让捕丝分布形状越接近圆形，那么所需要的放射丝的个数将趋于无穷。而事实中，放射丝产生也需要消耗能量，所以其数目不可能趋于无穷。

将每根放射丝的长度记为  $L_r$ ，捕丝的层数记为  $i$ ，第  $i$  层处于相邻的两根放射丝之间的长度记为  $L_{ci}$ ，设层间距为  $d$ ，层数为  $M$ ，设放射丝的个数为  $N$ ，那么由放射丝生成的闭合多边形边数为  $N$ ，则有总放射丝长  $L_{Tr}$  为：

$$L_{Tr} = N \times L_r \quad (1)$$

每层的捕丝长为边数乘上  $L_{ci}$ ，则总捕丝长为：

$$L_{Tc} = \sum_{i=1}^M N \times L_{ci} \quad (2)$$

由于没有查到蜘蛛分泌捕丝和分泌放射丝之间所消耗的物质能量之间的数量关系，现假设蜘蛛分泌捕丝和分泌放射丝消耗的代价相同，即蜘蛛分泌单位长度的捕丝所消耗的能量和蛋白质与分泌放射丝的相同。

由上述易得编制一张网所需的总丝长度为：

$$L_T = L_{Tr} + L_{Tc} \quad (3)$$

现讨论需要多少放射丝的数目可使得在蛛网的有效捕食面积一定的情况下，所用蛛丝总长越少越好。设蛛网面积为  $S_{net}$ ，若该蛛网是由  $N$  根放射丝构成，则  $S_{net}$  和  $N$  有如下关系：

$$S_{net} = \frac{1}{2} N \times R^2 \sin\left(\frac{360^\circ}{N}\right) \quad (4)$$

其中  $R$  为  $N$  边形的多边形定点到中心的距离。

故已知  $N$  可以求得  $R$ ：

$$R = \sqrt{\frac{2S_{net}}{\sin\left(\frac{360^\circ}{N}\right)}} \quad (5)$$

然后给定有效捕捉间距  $d_e$ ，可以计算得出层数  $M$ ：

$$M = \left\lfloor \frac{R}{d_e} \right\rfloor \quad (6)$$

[ ] 为向下取整符号。

由此，可以计算得出编制面积  $S_{net}$  的网所需的总丝长度。

至少需要三根放射丝的才能撑出一个网面，故取  $N$  从 3 开始往上递增，观察在保证  $S_{net}$  和  $d_e$  给定和  $d_e$  在 0.4 到 0.9 之间随机时，即分布不均匀的情况下，不同  $N$  所需要的总丝长度，其结果如下图所示：

#1032

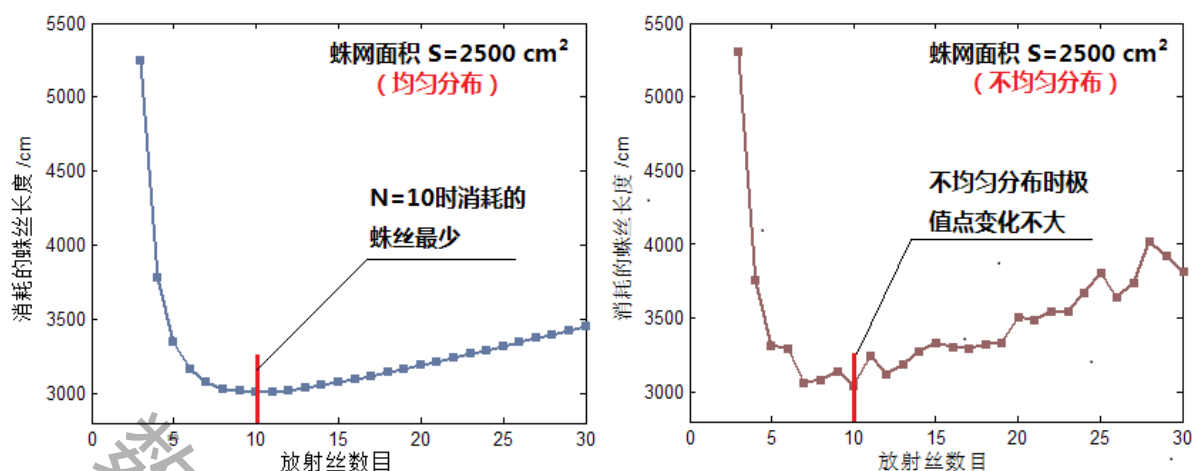


图 4. 总蛛丝长度与放射丝数目关系

由上左图可以得出在  $d_e$  给定的情况下，在保证面积的前提下，为了保证总丝长最小，所取放射丝的个数为 10。由此，我们进一步探讨  $d_e$  在变化，即每层在 0.4~0.9cm 之间随机分布时的情况下，保证总丝长最小的时，所需射线数目的个数，结果如上右图。进行的 1000 次蒙特开罗随机模拟，最省蛛丝目标下的放射丝数量较均匀间距的情况下出现一定波动，但最小值仍接近 10。由此可见，蛛丝最省原则下捕丝的间距均匀程度对放射数目影响不大。

同理，我们探讨给定面积变化时，蛛丝最省原则下最佳的放射丝数目。当  $S$  在  $500\text{cm}^2$  到  $2500\text{cm}^2$  变化时，对每种情况比较不同放射丝数目所耗丝长。结果如下图所示：

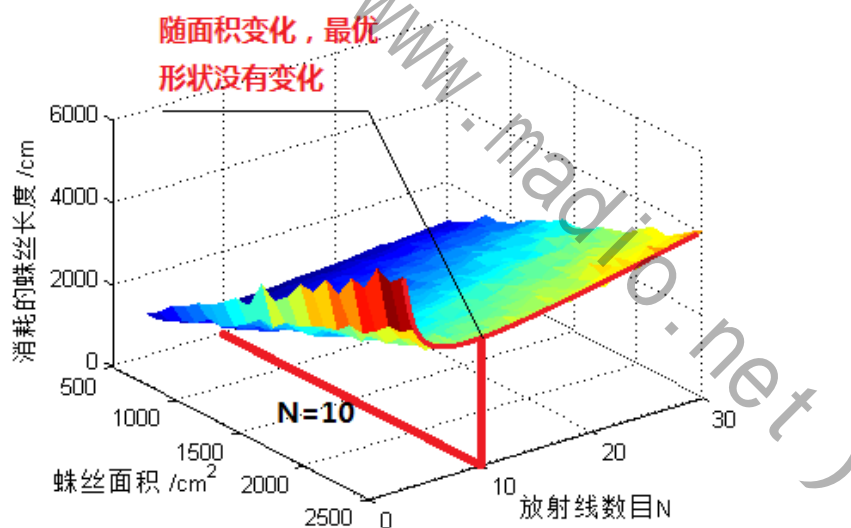


图 5. 蛛网面积对最佳放射线数目影响

由图可知，当面积在  $500\sim 2500\text{cm}^2$  范围内时，蛛网面积对最优的放射线数目影响也不明显。综上，捕丝的间距均匀程度与蛛网面积在给定范围内对最优放射线数目均不明显，故可认为在这一范围内按照蛛丝最省原则，最佳的放射线条目在 9~11 条之间，大多数情况下 10 条最佳。

## 4.3 优化蛛网目标二：满足最小强度原则

### 4.3.1 问题分析与建模准备

从 4.1 的结果中可以得出，在保证捕捉面积捕丝间距在一定范围内的情况下，为了使得织出的网用料最省，蛛网的辐射丝应等间距分布，辐射丝的个数应在 10 根左右，这一数值较实际情况较小，因为在实际情况中，蛛网不仅要满足用料最省原则，而且要保证蛛网具有一定的强度，用来承受自己的重量和抵抗猎物对网的冲击力。由于猎物对网的冲击力会远大于蜘蛛本身的重力，所以这里只考虑猎物的冲击力即可。

同样，我们取悦目金蛛为例，需要的一些基本参数可文献<sup>[4]</sup>得出。

蛛丝的弹性模量：(悦目金蛛若蛛生态学特性观察—学位论文)

表 2. 悦目金蛛基本生态学特性

体重/mg	49.7±2.9	165.7±5.7	359.0±7.9	713.8±15.8
初始模量/GPa	17.0±0.2	17.1±0.2	11.1±1.8	10.7±2.2
蛛丝直径/ $\mu\text{m}$	2.63±0.03	2.65±0.06	3.30±0.11	4.05±0.16

### 4.3.2 蛛网冲击强度力学模型

根据材料力学<sup>[5]</sup>的相关知识，

$$F = \frac{E \cdot \Delta l \cdot A}{l} \quad (7)$$

其中， $F$  受到猎物冲击后放射丝受到的拉力， $\Delta l$  为放射丝的伸长量， $A$  为放射丝的截面积， $l$  为放射丝的长度。

现假设猎物的冲击点是冲击点是在蛛网最中间的部分

胡克定律：

若共有  $N_{dl}$  根放射丝，可得：

$$F = \frac{N_{dl} \cdot E \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_{dl}}{2}\right)^2 \cdot \Delta l_{dl} \cdot \cos \alpha}{l_{dl}} \quad (8)$$

其中：

$F$  为撞击力； $E$  为初始模量； $l_{dl}, \Delta l_{dl}$  分别为拖丝长度和拖丝增量； $D_{dl}$  为拖丝直径； $\alpha$  为撞击后拖丝与竖直面夹角， $F, N_{dl}, \Delta l_{dl}, \alpha$  未知。

冲量定理：

由于猎物撞击蛛网可以简化为撞击模型，可得

$$F = \frac{mv}{\Delta t} \quad (9)$$

$m$  为猎物质量， $v$  为其飞行速度， $\Delta t$  为撞击时间。

速度位移关系

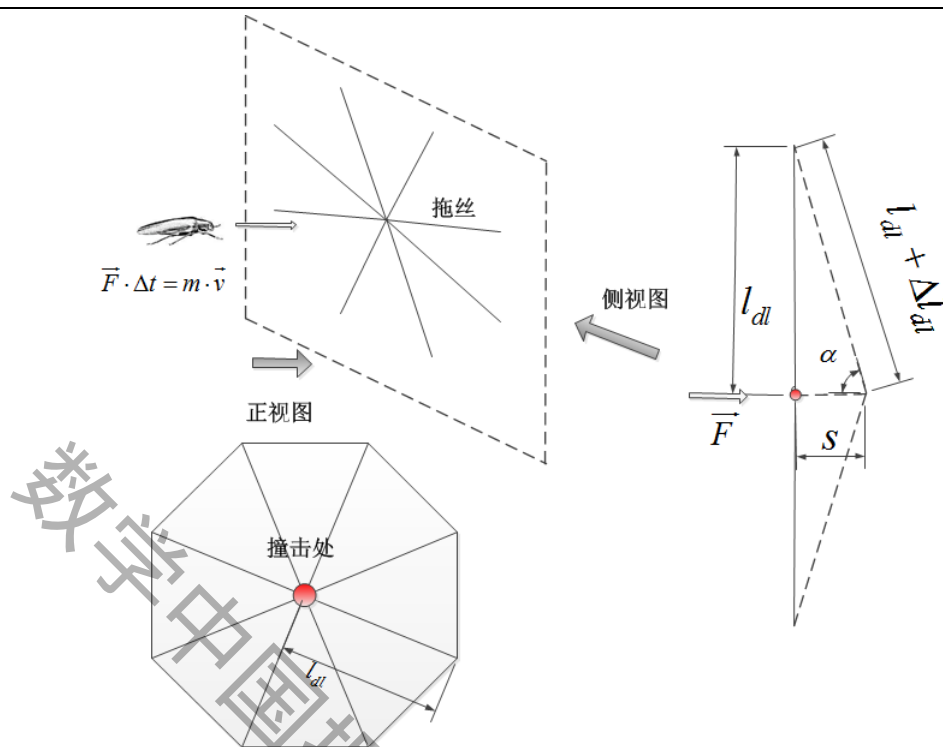


图 6. 猎物撞击蛛网示意图

将网视为弹性的，不考虑猎物自身重力影响，如图所示猎物在向网的撞击过程中，所受网对其的拉力应该是越来越大的，所以整个撞击的运动过程应该是加速度越来越大的减速运动。直接研究变加速运动较为困难，因为冲击的时间和距离都较短，可以近似的把这段运动过程近似为匀减速运动

则水平移动  $s$  为：

$$s = v \cdot \Delta t / 2 \quad (10)$$

从而，

$$\cos \alpha = \frac{s}{\sqrt{s^2 + l_{dl}^2}} = \frac{v \cdot \Delta t / 2}{\sqrt{(v \cdot \Delta t / 2)^2 + l_{dl}^2}} \quad (11)$$

$$\Delta l_{dl} = \sqrt{(v \cdot \Delta t / 2)^2 + l_{dl}^2} - l_{dl} \quad (12)$$

总结联立上述几式可得：

$$N_{dl} = \frac{F \cdot l_{dl}}{E \cdot \pi \cdot (\frac{D_{dl}}{2})^2 \cdot \Delta l_{dl} \cdot \cos \alpha} = \frac{m \cdot l_{dl} \cdot \sqrt{(v \cdot \Delta t / 2)^2 + l_{dl}^2}}{E \cdot \pi \cdot (\frac{D_{dl}}{2})^2 \cdot (\sqrt{(v \cdot \Delta t / 2)^2 + l_{dl}^2} - l_{dl}) \cdot \Delta t^2} \quad (13)$$

### 4.3.3 模型结果及分析

这里  $m, v, t$  均需估计，不利于计算，由上表的屈服应变可以估算  $s$  的范围

$$s \leq \sqrt{[l_{dl} \cdot (1 + \varepsilon)]^2 - l_{dl}^2} \quad (14)$$

现取 359.0mg 体重的蜘蛛所有已知数据，则可以计算得出：

$$s \leq 0.0527\text{m}.$$

这表明，发生冲击时，蛛网水平方向的最大变形量为 0.0527m。

即在撞击过程中， $v \cdot \Delta t / 2 \leq 0.0527\text{m}$ 。

把 10 式带入 13 式中，可得：

$$N_{dl} = \frac{F \cdot l_{dl}}{E \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_{dl}}{2}\right)^2 \cdot \Delta l_{dl} \cdot \cos \alpha} \leq \frac{m \cdot l_{dl} \cdot \sqrt{s^2 + l_{dl}^2} \cdot v^2}{4 \cdot E \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_{dl}}{2}\right)^2 \cdot (\sqrt{s^2 + l_{dl}^2} - l_{dl}) \cdot s^2} \quad (15)$$

我们假设蛛网达到最大的变形量，即  $s$  的值取最大，探讨  $m$  和  $v$  对  $N_{dl}$  的影响。控制  $m$  不变， $N_{dl}$  随  $v$  的变化和控制  $v$  不变， $N_{dl}$  随  $m$  的变化图像分别为：

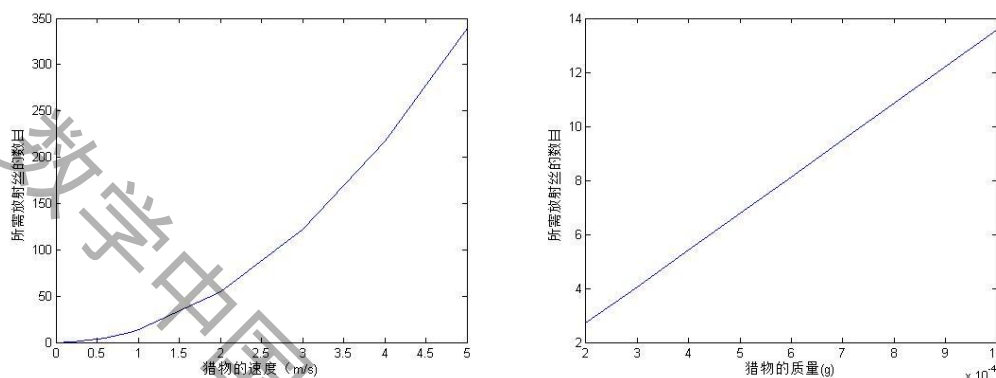


图 7.  $N_d$  随  $v$  (左) 及  $N_d$  随  $m$  的变化 (右)

由上述的图像可以观察得出，随着撞击猎物质量和速度的增加，所需最少的放射丝个数都是呈增加趋势的。在自然界中正常情况下，蜘蛛的大部分猎物质量在 0.7~1.2 克左右，猎物的飞行速度在 0.8~1.5m/s 左右。在这样的条件下，蛛网放射丝的数目范围可以求得在 18~26 之间。对于大部分的情况，25 根左右的放射丝可以保证蛛网的结构稳定性，即保证强度可以抵御猎物对网的冲击。

可以发现，该范围的最小值要大于单从最省蛛丝原则考虑的最大值。要满足蛛丝最省，必然会导致蛛网达不到强度要求。所以由强度条件解出的最少放射丝的数量的范围是制约蛛网放射丝条数的关键。由强度条件即可以定出所需最少的放射丝数目。

#### 4.4 优化蛛网目标三：最优扑捉效益

##### 4.4.1 建模准备

我们知道在保证蛛网的强度之后，简化后的蛛网的结构只与两个因素有关，本文在 4.2 和 4.3 中已经考虑了放射丝的分布和个数问题，并确定了最优的放射丝个数的范围。在本节中取正常状况下放射丝的数目 25 条来探讨各层中捕丝的分布。捕丝的分布形状是依赖于放射丝形成的，而内层的间距却不是定值。考虑到捕丝是要起到捕捉猎物的作用的，捕丝的分布必然会影响到蛛网的捕捉效益。所以，在本节中将对捕丝的分布情况进行详细讨论。

考虑到在进行模型简化后，捕丝在蛛网平面中的分布主要和各层蛛网的间距有关。合理的分布捕丝可以有效的提高捕食效率。资料<sup>[1]</sup>中显示在自然界中，捕丝的在放射丝上的分布式螺旋向外扩散的，即由内向外捕丝的间距是不断增大的。这样的分布是否会有利于捕捉效益的增加，我们将根据模拟实际自然界的实际情况，并通过优化算法进行说明。实际情况中，蛛网上蛛丝的层数和层距都是在一定范围内的过少的层数显然会使捕捉效率降低，过多的层数又会使得织网时间过长捕丝消耗量过大，同样，层距过小的捕丝会导致丝投入增加，而过疏的层距又可能使得无法粘附住猎物，所以我们需要在相互制约

的因素之间找到平衡。现不妨先设捕丝的层数一定，采用优化算法对蛛网各层的层间距进行优化，初设定螺旋丝层数为 $n$ ，层间距 $(d_1, d_2, d_3, \dots, d_n)$ 为待求矩阵。

蛛网中捕丝与放射丝相交处的每个节点的坐标为：

$$(r_k, \theta_k) = \left( \sum_i d_i, \theta_j \right) \begin{cases} i = 1, 2, 3, \dots, n \\ j = 1, 2, 3, \dots, m \\ k = 1, 2, 3, \dots, n \cdot m \end{cases} \quad (16)$$

#### 4.4.2 最优捕食效率模型

优化的目标为捕食效率，即使得有效捕捉能力 $A_e$ 面积最大且用蛛丝长度 $l$ 相对较短。为了便于优化计算，我们将其组合为一个目标，即使得蛛网捕食效率 $E$ 最大：

$$E = \frac{A_e}{l} \quad (17)$$

现设猎物的相对于网面的正投影直径为 $D$ 。

由于直接考虑刻画并计算捕捉能力 $A_e$ 较为困难，为了简化计算，我们将完全包含蛛网的矩形平面里的点进行等距离散化，求出对每一个点的有效程度有多大，即给平面里每个点都赋一个有效权值 $Wa_i$ ，最后将每个点的有效权值相加即为有效捕捉能力 $A_e$ 。

$$A_e = \sum_{i=1}^N Wa_i \quad (18)$$

其中， $N$ 为该平面离散后点的个数。

为了给出平面上任意点 $a_i$ 的有效权值，需要做以下判断：

首先判断 $a_i$ 点在哪个四边形内：

设 $a_i$ 坐标为 $(r_{a_i}, \theta_{a_i})$ ，则边界范围为：

$$\theta_{j-1} \leq \theta_{a_i} \leq \theta_j, \quad \sum_{i=1} d_{i-1} \leq r_{a_i} \leq \sum_i d_i \quad (19)$$

可得 $a_i$ 在 $(\sum_{i=1} d_{i-1}, \theta_{j-1})$ ， $(\sum_{i=1} d_{i-1}, \theta_j)$ ， $(\sum_i d_i, \theta_{j-1})$ ， $(\sum_i d_i, \theta_j)$ 四个点构成的四边形内：

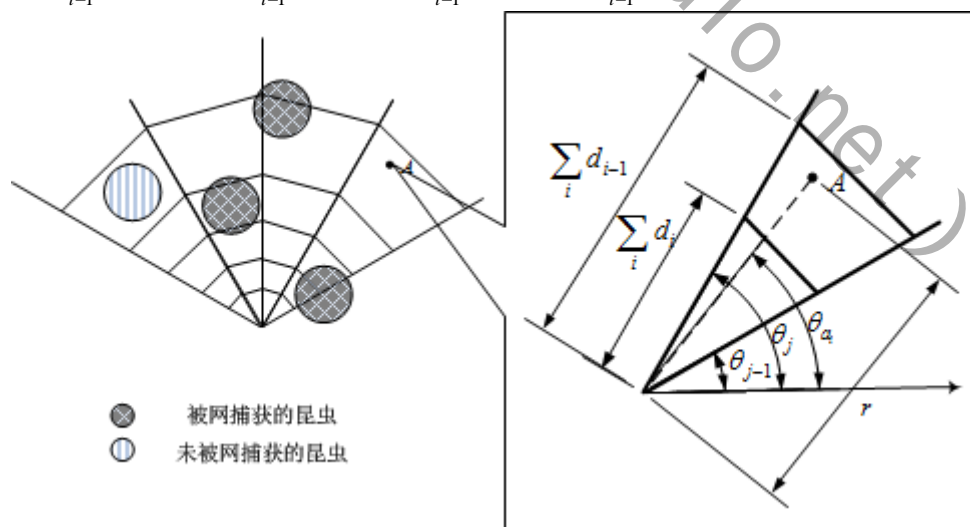


图 8. 蛛网平面上点的位置以及蛛网捕捉昆虫示意图

再求出该点的有效权值 $Wa_i$ ：

假设被捕食对象可简化为一个圆，其直径为 $D$ ，由于捕丝有粘性，在捕获猎物时的作用要明显大于放射丝，放射丝对猎物有辅助支撑的作用，也对捕获猎物有利，所以，捕丝

#1032

在捕获猎物的重要性要高于放射丝。由于无法知道它们的重要性的具体数值关系，我们不妨定捕丝的权值为 2，放射丝的权值为 1，即，如果以该点为中心的猎物半径小于到某一条丝距离时，则认为该猎物碰到这条丝，应将该点的有效权值加上碰到的丝的权值。故由下面四条判断准则：

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{a_i} - \sum_{i=1} d_{i-1} \cdot \frac{\cos(\frac{\theta_j - \theta_{j-1}}{2})}{\cos|\theta_{a_i} - \frac{\theta_j + \theta_{j-1}}{2}|} < \frac{D}{2} \text{ (权值为2)} \\ \sum_i d_i \cdot \frac{\cos(\frac{\theta_j - \theta_{j-1}}{2})}{\cos|\theta_{a_i} - \frac{\theta_j + \theta_{j-1}}{2}|} - r_{a_i} < \frac{D}{2} \text{ (权值为2)} \\ r_{a_i} \cdot \sin(\theta_{a_i} - \theta_{j-1}) < \frac{D}{2} \text{ (权值为1)} \\ r_{a_i} \cdot \sin(\theta_j - \theta_{a_i}) < \frac{D}{2} \text{ (权值为1)} \end{array} \right. \quad (20)$$

#### 4.4.3 遗传算法进行优化

由于优化各层之间的层间距规模过大，我们用遗传算法进行优化。由于蛛网的进化本身是通过优胜劣汰的自然选择实现的，遗传算法的机理正是模拟这种自然选择的优化过程，符合相似性原理，因此我们认为在这里采用是合理的。同时对于多个变量进行上述优化的时间复杂度是巨大的，因此我们通过遗传算法的启发式搜索可以大大提高效率，在可接受的时间代价内得到最优解。这里我们采用实数编码方式，算法相关的主要参数如下所示：

表 3. 遗传算法主要参数

参数	子群规模	子群数	变量维数	交叉率
取值	20	8	8~24	0.9
参数	变异率	迁徙率	最大遗传代数	实数编码范围
取值	1/24~1/8	0.2	100	[0.5, 3.5]

我们采用多种群遗传算法，每隔 20 代种群间以迁徙率相互迁移，以避免过早收敛于局部最优解。每一层的宽度都作为一个待优化的变量，取值范围为 0.5~3.5cm.

对于层数较少的小型网，层数适中的中型网和层数较多的大型网本文中分别选取了层数为 8 层，16 层，24 层的作为代表进行优化。首先，固定昆虫即猎物的直径分别对七组直径下的猎物进行优化计算。则可以得到在小、中、大网的情况下对于每组猎物直径的层距分布情况。

#### 4.4.4 优化结果与分析

1、对于同一种猎物不同大小蛛网的最优层间距：

#1032

表 4.  $D=1\text{cm}$  时小网优化分布情况

层	1	2	3	4	5	6	7	8
宽度	0.5	0.571823	0.5	0.92421	0.504392	0.63465	0.5	0.5

表 5.  $D=1\text{cm}$  时中等网优化分布情况

层	1	2	3	4	5	6	7	8
宽度	0.5	0.5	0.736475	0.783759	0.5	0.5	0.5	0.5
层	9	10	11	12	13	14	15	16
宽度	1.093818	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

表 6.  $D=1\text{cm}$  时大网优化分布情况

层	1	2	3	4	5	6	7	8
宽度	0.884	0.529	0.671	0.509	1.170	0.665	0.790	0.724
层	9.000	10.000	11.000	12.000	13.000	14.000	15.000	16.000
宽度	0.500	0.544	0.533	0.509	0.587	0.945	0.693	0.630
层	17.000	18.000	19.000	20.000	21.000	22.000	23.000	24.000
宽度	0.621	0.612	0.500	0.513	0.845	0.532	0.581	0.748

观察上述数据，并未蛛网的各层宽度都在 0.5 以上，但并未发现其他明显的特征规律。有关其他直径时的优化层间距结果可见本文附录二。

2、对于不同猎物不同大小蛛网的最优层间距：

将优化出的各层间隔求均值即可得到图 9， $d$  表示平局层间距：

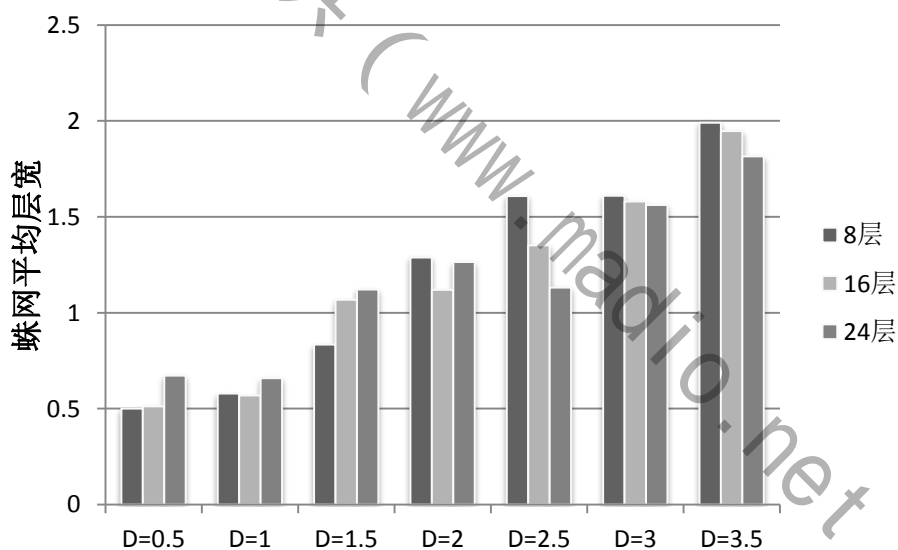


图 9. 在不同层数和不同猎物直径下优化的平均层间距

分析图 9 可以得到以下结论：

1) 对于小昆虫 ( $d \leq 1$ )，蛛网近似成均匀分布。对于中等体积昆虫 ( $1 < d < 3$ )，宽度分布两端疏，中间密，对于大体积昆虫 ( $d > 2$ )，优化结果没有呈现出明显规律。

2) 对于同一种昆虫，不同规格的蛛网平均层间隔与分布规律基本相同。

随着昆虫体积增大，对应的蛛网网孔大小也相应增大，二者呈线性正相关。

3、多种猎物并存下的最优网络：

前面我们仅讨论了每种蛛网只有一种猎物的情况，现在我们考虑一种蛛网可能有多个猎物。

假设固定大小的蜘蛛它的猎物大小是在一定的范围之内的，且猎物的大小在这一段范围之内呈正态分布。由于我们将猎物相对网面的正投影视为圆形，猎物的大小在这一段范



#1032

围之内呈正态分布即可认为圆的直径呈正态分布。直接求满足正态分布的猎物大小对网面分层的影响较为困难，我们将这一范围内的猎物按直径进行分段处理，再根据正态分布概率加权求和就可以近似求出整体情况，以方便后续计算，简化过程如下图所示：

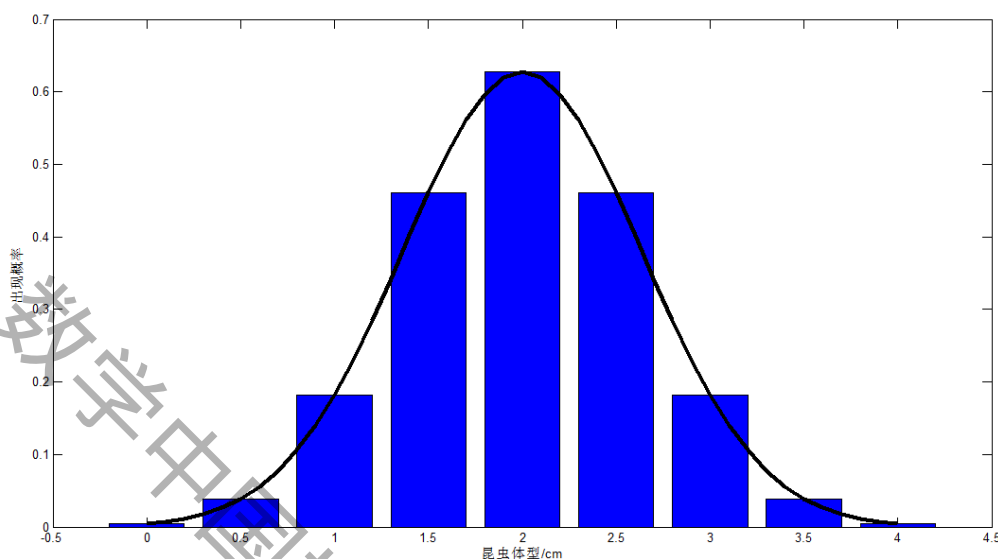


图 10. 昆虫体型概率分布

图中，我们呈正态分布的猎物大小等距分解为 7 种，每种对应的权值为上面的柱状高度。正态分布公式为：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (21)$$

考虑到蜘蛛捕食的范围，可令  $\mu=2$ ;  $\sigma=0.636$ ，猎物直径大小等距取为 (0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5) 七组数值，则可求得各区间的概率即对应个区间的权值，求得权值如下表：

表 7. 昆虫体型和权值

昆虫体型/cm	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
权值	0.0246	0.0944	0.2279	0.2460	0.2876	0.0944	0.0246

在求出七种猎物直径下各种的最优层间距分布时，我们就可以对其进行加权求和，从而求得在该种蜘蛛猎物直径在正态分布情况下的最优层间距分布。

设总层数为  $M$ ，第  $i$  种直径的昆虫第  $j$  层层间距为  $d_{ij}$ ，第  $i$  种昆虫体型的权值为  $w_i$ ，则第  $j$  层的最优层间距  $d_{pj}$  为：

$$d_{pj} = \sum_{i=1}^7 w_i \times d_{ij} \quad (22)$$

由此可以求得每一层的最优层间距。

以中等网即层数为 16 层为例，在求得每层的最优层间距之后我们可以构建出在此种条件下的最优蛛网结构，如下左图所示：

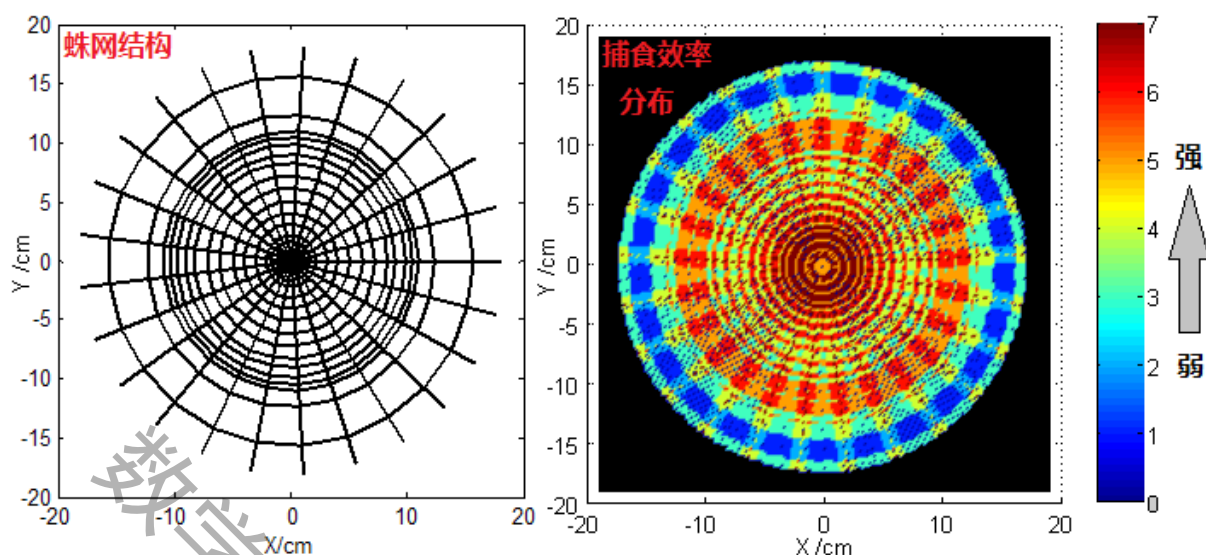


图 11. 最优蛛网结构以及此结构下的捕食效率分布图

从图 11 左图中可以观察得出，蛛网的最外层越来越稀疏，而中间层却趋向于分布均匀紧凑，靠内层层距略有扩大还是基本分布均匀。在自然界中，蜘蛛往往以螺旋向外织网，而螺旋形是发散的，实际中蛛网的外部捕丝确实分布较为稀疏，而这样的结构是有助于提高捕捉效益的。

在上右图中我们对这种蛛网结构下的各个位置的捕捉效益，即各点的有效权值进行作图分析。图中我们看到红色部位主要分布在蛛网的放射丝的中部，而蓝色部位主要分布在蛛网的外侧部分。这说明该蛛网的最有效捕捉部位应该位于蛛网中间层部位，外层的捕丝捕捉能力很弱，可能主要用于使得蛛网结构更稳定。

## 五、模型的改进

1、在考虑蛛丝材料利用率和力学强度的模型中，我们采用控制变量法进行研究。即保持径向分布疏密程度一定，研究放射丝的最优数量。后续的针对捕食效率的径向分布优化是建立在前一步求出的较优放射丝数量的基础上的，这样分步计算主要是出于求解复杂度的考虑。事实上，径向蛛丝的疏密分布与放射丝的数量是可以同时变化的变量。由于我们采用实数编码方法进行计算，事实上我们可以同时优化这两种变量，只是消耗的时空代价会进一步增大。在时间充足的情况下，对这两方面进行全局的优化是具有可行性的。

2、我们在上述研究中，将蛛网考虑成完全对称的图形，事实上由于重力等一系列因素的影响，上下两部分蛛网的形态是不同的，自然界中许多实际的蛛网呈“上窄下宽”的形式。为了进一步逼近真实蛛网的情况，我们可以将蛛网分为上下两部分分开进行优化，对于每部分蛛网而言，先前的研究与优化手段完全不变。

#1032

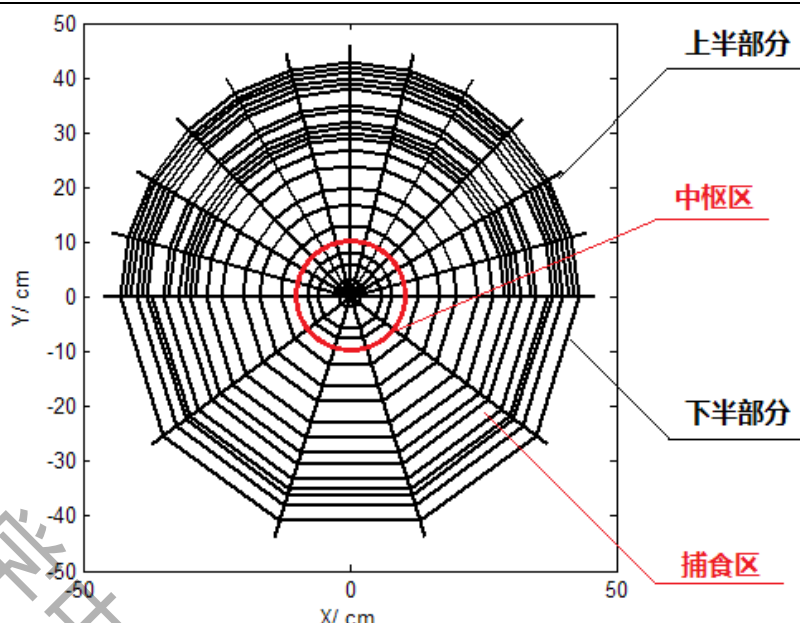


图 12. 不对称蛛网结构示意图

同时，多数蛛网的不同区域是有分工的，如中心区域的捕食作用较弱因而蛛丝的粘性较弱，计算捕食效率时应当对中枢区的捕食丝应当赋予较小的权值，而对捕食区的蛛丝则应赋予较大的权值，这样细化将使模型更贴近实际情况。

在讨论最优蛛网结构时，我们将蛛网抽象成封闭多边形形式，在讨论捕捉效率时，我们采用离散化的方法，将整个蛛网平面空间离散为栅格。这样会导致算法搜索解空间很大，因而可能求出局部最优解。在判断对于一个特定网格与落在该网格内的小虫，我们提出一种改进的方法来衡量该网格的捕食效率。

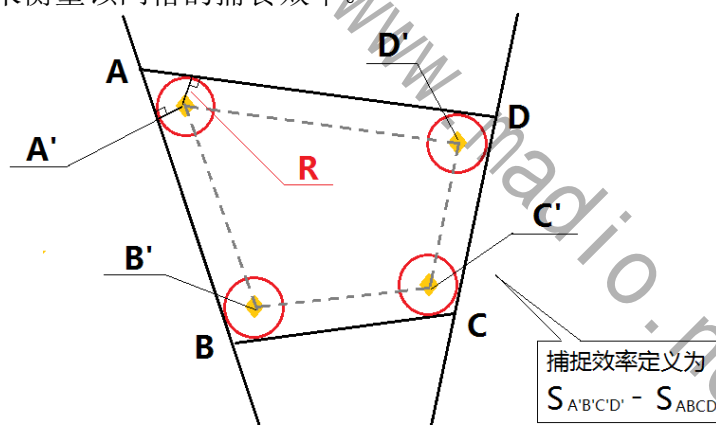


图 13. 改进的捕捉效率计算方法示意

如上图所示，对于任意网格  $ABCD$ ，虫体半径为  $R$ ，则可作出内切于四边形  $ABCD$  四个内角的半径为  $R$  的圆，记这四个圆的圆心为  $A'$ ， $B'$ ， $C'$ ， $D'$ ，则四边形  $A'B'C'D'$  内的区域都是会漏网的区域，因此该网格的捕捉效率可用内外两个四边形面积的差来衡量，即  $S_{ABCD} - S_{A'B'C'D'}$ 。这样做得好处是优化时可以通过遍历蛛网的网格来衡量捕捉效率，而不必离散化的遍历虫子在蛛网空间中每一个可能出现的位置来衡量，复杂度大大降低，按照这种方式优化的算法效率也将大大提高。

目前建立的是二维平面内的蛛网模型，事实上我们可以为蛛网建立三维空间内的模型。在先前讨论的基础上，做出这一扩展并不困难，优化与方针的手段同前面相同，仅仅在计算时纵向多了一个维度。

## 六、 模型的评价与推广

### 6.1 模型的优点:

- 1、用同心多边形近似蛛网的螺旋结构，简化问题，便于计算；同时通过控制同心多边形的半径（即蛛丝的捕丝间距）和边数（即蛛丝的拖丝数目），可以得到不同形状的蛛网。
- 2、综合全面的考虑了现实中蜘蛛网的特性并对其进行分类，以耗用蛛丝量，机械强度和捕食效率为评价标准，对蜘蛛网捕丝间距和拖丝数目进行优化，对已存在的蜘蛛网进行评价。
- 3、综合应用了理论推导，模拟仿真和离散化系统的遗传优化等数学建模方法，以对应不同的特性评价指标，增加了结果的可信度。

### 6.2 模型的缺点

- 1、由于计算优化的难度，我们无法将所有为因素带入同一模型进行考虑，而只能采取控制变量的策略，这样使结果有一定误差。
- 2、未能考虑蜘蛛网的不对称性，捕丝因重力产生的弯曲等一些复杂实际因素。

### 6.3 模型的推广

蜘蛛网结构在现实生活中有非常广泛的应用前景，我们的模型特别考虑了蜘蛛网结构对机械强度和捕食效率的影响。

- 1、对蛛网的机械强度讨论告诉我们，星状模型在应对对心碰撞时，具有变形量小，应力大等优点，这对于一些高冲击下的力学结构优化有很强的现实意义。
- 2、蜘蛛网结构对捕食效率影响的研究则有更加广阔的前景，如捕鱼网，射击类运动的靶，将它们抽象后可视为蛛网状结构，而捕鱼和子弹、箭矢中靶均可看作蛛网状结构对某种物体拦截率的问题，我们对蜘蛛网的优化评价方法以及一些有效结论对它们也具有一定通实性。

相信通过进一步研究，蜘蛛网结构的优化并不仅仅是一项理论研究工作，而是科技发展的重要组成部分。

## 参考文献

- [1]卓春晖，蒋平，吴灵芝，碰茂，郭鹏，不同体重悦目金蛛的蛛网结构，动物学杂志，Vol 42, No 2: 134-139, 2007
- [2] 卓春晖，蒋平，王昌河，郭聪，蛛网结构性能及其适应性，四川动物，Vol 25, No 5: 2-4, 2006
- [3] 蒋平，沈丽，杨孔，冉丹，郭聪，三种类型蜘蛛丝的结构及生物学功能，动物学杂，Vol 38, No 5: 3-4, 2003
- [4] 卓春晖，悦目金蛛若蛛生态学特性观察及悦目金蛛蛛网结构、拖牵丝性能研究，四川大学硕士学位论文：20-75，2007

[5]苟文定，材料力学，北京，高等教育出版社，2006

[6]Vollrath F,Downes,Krackow S. Design variability in web geometry of an orb-weaving spider[J]. Physiology&Behavior,Vol 62,No 4:735-743,2003

[7]Blackledge TA,Coddington JA,Gillespie RG. Are three-dimensional spider webs defensive adaptation? [J].Ecology Letters,No.6:13-18,2003

[8]宋大祥，蛛网的进化，菏泽师专学报，Vol19，No 2:1-10,1994

## 附录

### 附录一：

关于多边形中以正多边形面积最大的证明：

- 1.任何 $n$ 边形存在一个凸 $n$ 边形使之面积不小于原 $n$ 边形。
- 2.有一个顶点在 origin 的一个凸 $n$ 边形（包括退化的凸多边形）是由其他 $n-1$ 个点的坐标决定，所以可以看成 $2n-2$ 维空间中一点，周长一定的情况下这些点组成的集合是 $2n-2$ 为空间中的一个紧集。
- 3.面积是这个空间中的连续函数，所以存在一点取最大值。则这个点决定的多边形面积最大设为 $S$ 。
- 4.若 $S$ 有2个相邻边不相等，则设为 $AB$ 、 $BC$ 。则在 $AC$ 同侧有点 $B_1$ 有 $AB_1=B_1C$ 且 $AB_1+B_1C=AB+BC$ ，则三角形 $AB_1C$ 的面积 $>ABC$ 的面积。则将 $B$ 换为 $B_1$ 得多边形 $S_1$ 有面积 $S_1>$ 面积 $S$ ，则存在凸 $n$ 边形 $S_2\geq S_1>S$ ，与 $S$ 面积最大矛盾。故 $S$ 所有边相等。
5. $S$ 的每条边相等，存在 $S_1$ 为正 $n$ 边形与 $S$ 边长相等。则 $S_1$ 内接与一圆 $O_1$ 每段边外有一弓形，在 $S$ 的每边处向外作相同的弓形得以曲边 $n$ 边形 $O$ 则 $O$ ， $O_1$ 周长相等。由等周定理 $O_1$ 的面积 $\geq O$ 的面积，所以 $S_1$ 面积 $+n$ 弓形面积 $\geq S$ 面积 $+n$ 弓形面积，则 $S_1$ 面积 $\geq S$ 面积，故得证。

### 附录二：

昆虫直径 0.5cm									
小网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	0.5	0.5	0.5	0.5	0.50000 3	0.5	0.5	0.5
中等	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	0.5	0.5	0.50257 3	0.58534 4	0.52006	0.5	0.5	0.5
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	0.5	0.5	0.5	0.59336 8	0.50293	0.5	0.5	0.50442 4
大网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	0.62251 9	0.50001 1	0.63207 9	0.63565 6	0.52724 4	0.5	0.56149 7	0.60324 7
	层	9	10	11	12	13	14	15	16

#1032

	宽度	0.5	0.73612 3	0.5	1.04578 8	0.50275 1	0.70857 7	0.5	0.5
	层	17	18	19	20	21	22	23	24
	宽度	0.55984 7	0.59252 6	1.09369 9	1.12955 3	0.5	1.05196 8	0.44500 2	1.20377 8

昆虫直径 1cm									
小网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	0.5	0.57182 3	0.5	0.92421	0.50439 2	0.63465	0.5	0.5
中等	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	0.5	0.5	0.73647 5	0.78375 9	0.5	0.5	0.5	0.5
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	1.09381 8	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
大网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	0.88436 7	0.52925	0.67144 3	0.50908 7	1.16995 5	0.66548 4	0.79046 2	0.7243
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	0.5	0.54367 5	0.53319 9	0.50908 7	0.58681 8	0.94537 6	0.69310 6	0.63030 1
	层	17	18	19	20	21	22	23	24
	宽度	0.62097 6	0.61172 4	0.5	0.51298 4	0.84470 3	0.53216 6	0.58112	0.74824 9

昆虫直径 1.5cm									
小网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	0.78798 4	0.84356 1	0.67570 1	0.74325 5	0.82250 6	1.03118 1	0.90302 1	0.86372 6
中等	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	1.43681 9	0.77830 3	0.86891 9	0.5	0.94135	0.93938 6	0.96794 6	1.16058
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	1.03997 3	1.10536 1	0.71244 3	0.81070 9	0.61423	0.53109 8	1.38147	3.31134 4
大网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	1.37510 2	1.13898 3	1.47693 7	1.24867 1	1.20314 3	0.72932 5	2.82098 5	0.82371 8
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	0.59548 1	0.59397 7	0.59160 7	1.47080 1	1.02973	1.51317 8	0.62630 9	0.51055 6
	层	17	18	19	20	21	22	23	24
	宽	0.56807	0.77799	0.91413	0.82855	3.13517	1.05998	0.92642	0.97200

#1032

	度	8	8	5	8		9	8	7
--	---	---	---	---	---	--	---	---	---

昆虫直径 2cm									
小网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	2.05387 1	1.45111 8	0.71903 2	0.96667 6	1.00177 7	0.93565 9	1.56396 1	1.6194
中等	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	1.18310 8	1.23724 7	1.19625 6	0.56689	0.71240 9	0.83409 9	0.79534 5	0.88274 9
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	1.03826 5	1.06672 8	1.25567 3	1.45487	1.50268 7	1.29547 7	1.34290 2	1.53725 4
大网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	1.28507 6	3.11675 3	1.99181 9	0.61059	0.90896 6	1.27270 8	0.92614	1.05778
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	0.84347 8	0.84232 3	0.93106 9	0.58775 6	0.99995 1	2.17333 7	1.09266 8	1.01731 6
	层	17	18	19	20	21	22	23	24
	宽度	1.53046 4	1.36793 6	1.60645	1.11207 3	1.17077 4	0.56080 5	1.49495 4	1.85336 7

昆虫直径 2.5cm									
小网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	2.8993	0.9974	1.36832	1.54635 2	1.59305 8	1.69736 1	1.31637 4	1.44738 1
中等	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	1.97893 3	1.76795 6	1.74181 9	0.52671 7	1.21472 8	1.17677 4	1.11727 2	1.25887 3
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	1.25412 1	1.16607	1.50641 9	1.44307 9	1.24769 2	1.30072 3	1.36984 2	1.56305 9
大网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	1.40207 5	1.34749 3	1.33137 7	1.59091 9	1.46391 9	1.38347 3	1.38347 3	1.31945 9
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	1.32697 7	1.25107 9	1.27969 4	0.55973 5	0.52635	0.94781 8	0.85396 7	0.83620 2
	层	17	18	19	20	21	22	23	24
	宽度	0.75960 9	1.09923 4	1.05078 4	1.01603 7	1.00737 7	1.00458 9	1.20899 5	1.20350 5

昆虫直径 3cm									
----------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#1032

小网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	0.56606 2	1.53642 8	1.51503 6	2.56022 7	1.63348 9	1.86641 9	1.8098	1.39197
中等	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	1.73488 7	1.07129 2	0.89326 8	2.29745 8	1.79224 9	1.67719 4	1.41745	1.37763 6
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	1.73019 2	1.56062 3	1.88288 9	1.43827	1.494	1.62604 3	1.81215	1.47250 3
大网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	0.81105 9	2.53093 1	2.05057 7	1.56003 3	1.53196 9	1.20384 7	1.7379	2.20017 2
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	1.33742 8	0.63871 5	2.13835 4	1.74103 8	1.33681 9	1.45115 4	1.60690 3	1.56853 1
	层	17	18	19	20	21	22	23	24
	宽度	1.50777 1	1.31311 6	1.49377 2	1.73824 9	1.43815 6	1.26075 1	1.76094 2	1.51847 6

昆虫直径 3.5cm

小网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	2.89641 7	1.65383 8	2.34333 8	1.66787 4	1.52037 7	1.91625 8	1.98993 3	1.93569 3
中等	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	1.41872 5	1.74954 9	3.10413 5	2.18524 3	2.00686 4	2.50370 2	1.53766 2	1.44331 8
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	2.04041 8	1.86409 7	1.77277 5	1.81290 9	2.31809 6	1.74307 4	1.97243 4	1.68813 8
大网	层	1	2	3	4	5	6	7	8
	宽度	1.39967 7	0.95763 6	1.71695 7	2.42999 3	1.86742 4	2.59845	1.47182	1.61247 5
	层	9	10	11	12	13	14	15	16
	宽度	1.60304 4	1.48432	1.70581 6	2.10477 1	1.29480 7	1.74634 5	1.51573 9	1.81500 8
	层	17	18	19	20	21	22	23	24
	宽度	2.56405 1	1.65146 5	2.28389 1	2.17699 2	1.89882 6	2.00966 1	2.08580 9	1.55788 8