

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：#1403

参赛队员（签名）：

队员 1：王孝敏

队员 2：戴震龙

队员 3：梁坤

参赛队教练员（签名）： 郭政

参赛队伍组别： 本科组

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：#1403

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 基于客机在有风浪海面迫降问题的研究

关 键 词 海面迫降 Morison 方程 动力学方程 波浪作用力

摘 要

本文以飞机在有风的海面上有意识水面迫降为前提，研究了当大型客机机尾先接触水面时机体与水面所成最佳姿态角 θ 以及飞机的航向。

在解决此问题时，我们将水看作为可压缩的弹性物质。有力学知识结合数学积分方法建立当飞机与水面接触时初速度为一定情况下水对飞机产生的应力 σ 与飞机与水面倾角 θ 的函数关系式，求出水对飞机应力最小情况下，机体与水平面的夹角。

在考虑航向时将飞机运动的水平方向近似为飞机的运动方向，设风向与正北方向的夹角是恒定的，在上述 θ 情况下，将此时的风向与正北方向的夹角 λ 和风向与飞机水平方向的夹角 α 相加即可得到飞机的航向。

通过分析，飞机能否迫降成功主要取决于飞机能否承受水对飞机底面产生的应力和飞机迫降时的加速度是否超过人所能承受的加速度的极限值，通过对飞机迫降瞬间与水面之间的倾角以及迫降时的加速度分析，建立了机尾先接触水面的模型。综合运用受力分析，运动状态变化分析，压强分析，数学积分等方法来解决这一问题。

在模型建立和求解过程中，认为机翼不会影响航道，因此将机体看做与机体等体积的长方体考虑，在考虑风浪对机体的影响时分成了两部分，一是风向与机体水平运动方向共线，二是风向与机体水平运动方向不共线。

在这两部分中，在分析浪对机体的力时应用了 Morison 方程，可以得到

$$F_N = \frac{K}{H} l \int_0^{h/\sin\theta} (h - x \sin\theta) dx + C_D \frac{\rho m}{2} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u}$$

通过各种途径查找有关飞机各方面的参数，对得到的倾角 θ 做可行性分析，同时在考虑风对机体的作用力时建立了风力与风速的对应表，简化计算。

最后进行了模型优化与推广，在实际情况下，飞机是以三维立体模型与水面相接触的，我们将建立的二维模型向实际推广，应用 matlab 对数据进行求解比较，大致确定三维情况下比较合理的 θ ， α 的关系表格，进而基本确定最佳航向。

参赛队号 1403

参赛密码 _____
(由组委会填写)

所选题目 A

Abstract

In this paper, we study the best tangle posed by body and surface and the course when the afterbody first hit the surface as the airplane make a force landing on a windy sea.

While working out this problem, we regard water as condensability flexible object. We get the included tangle in the condition of the outside force is the smallest through establishing the functional relationships between outside force σ and the tangle θ in the model of initial velocity of landing is certain based on the application of mechanics knowledge and mathematics integral method.

We consider the level direction of plane as its real direction and included tangle λ by the direction of wind and north is unchanged, so get the plane's course by plusing the tangle λ with the tangle included by the wind's direction and the level direction α .

According to the analysis, whether the landing succeed or not depends on how larger the sudden outside force act on the plane and acceleration act on the passenger. As to the analysis of the tangle θ and the acceleration, we establish the model of afterbody first hit the surface. Solving the problem by the comprehensive application of Force Analysis, Motion Analysis, Pressure Analysis and mathematical integral method.

As we neglect the affection of the wing to the sea-route, we regard the equal volume cuboid as the plane. We consider the affection caused by wind wave in two parts: the direction of the wind and plane is on the same line and the directions are not in the same line.

In these parts, we use the Morison equation during analyzing the force act on the plane

from wave, and get $F_N = \frac{K}{H} l \int_0^{h/\sin\theta} (h - x \sin\theta) dx + C_D \frac{\rho m}{2} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u}$

Performing feasibility analysis on the tangle θ we get by the parameter of all aspect we find, meanwhile simplifying the calculation of the wind's force act on plane by diagram about the wind's force and velocity.

Finally we do the optimization and extension of the model. Actually the plane hit the surface as 3D model, so we extend the established 2D model to practical, fixing on a reasonable related diagram of θ and α , then we get the best course.

一、问题重述

2009年1月15日下午（美国东部时间），US Airways 所属第1549 航班（空中客车A320 客机）在起飞后不久在纽约哈德逊河紧急迫降。经及时救助，机上155 人（其中包括两名机师和三名乘务人员）在飞机沉没之前全部获救。该起事故造成78 人受伤，无人死亡。这架客机从纽约长岛拉瓜迪亚机场起飞约90秒后遭飞鸟撞击，导致两个发动机损坏。飞机上的乘客在乘务员的指挥下，有秩序地逃出紧急舱门并全部获救。但在越洋飞行的航班中，也曾有个别航班出现过由于重大故障或意外原因，被迫在海面迫降的情况。

大型客机因为失去动力而进行的迫降具有相当大的危险性。在有风浪的条件下，飞机在海面的迫降具有更大的难度和危险性。建立合理的数学模型，对客机在海面的迫降进行分析，指出在有风浪的条件下，飞机以何种姿态和航向接触海面是相对安全的选择。

二、问题分析

飞机在水面降落时必须保证安全，一方面保证机体的安全，此时对飞机的要求为降落柔和，即速度适宜，不应过大，没有俯冲和跳跃，向前减速度不太大，在人体承受能力之内。俯冲会对飞机结构造成灾难性破坏，跳跃会使飞机失去操纵，第二次着水也会对飞机结构造成灾难性破坏。着水时向前减速度太大会直接伤害乘员，过大的撞击压力和滑行压力会引起飞机结构的严重损害。因此在考虑飞机水面迫降的过程中只考虑机尾先接触水面的情况，为保证机体结构的稳定性，应避免俯冲和二次跳跃，同时由于机体承受外力有一定的限度，因此必须对飞机接触水面时的倾斜角做一定限制。此外，由于风浪的作用，故还需考虑风、浪对飞机航向的影响。

在考虑有风浪的水上迫降时，一般分成两类：

有计划的水上迫降和无计划的水上迫降。有计划的水上迫降是在飞行员有效操作下进行，飞机接水前通常满足一定的状态参数。即可保证飞机在落水时速度可以控制在一定范围内。无计划的迫降则泛指飞机在失控状态下与水面发生冲击的行为。无计划迫降时，飞机的速度、冲击力、损伤一般都比有计划的迫降要大得多，而且常常给乘员带来非常严重的伤害。由于机体损坏，飞机的漂浮性能将降低，从而也减少了乘员成功逃离飞机的可能性。因此我们这里只考虑有计划的水上迫降。由于飞机左右倾斜迫降可能对机内乘客有较大影响，对驾驶员的驾驶也很有困难，为此我们不考虑飞机迫降时有左右倾斜的情况，只考虑飞机有前后的倾斜和飞机与风向的倾斜角，因此在此情况下考虑时需满足以下指标：

- (1) 能够确保飞机的完整性，以保护乘员安全；
- (2) 必须确保在迫降过程中，乘客不会承受过大的冲击过载而产生人身伤害；
- (3) 能够提供足够的漂浮时间（有效漂浮时间）供乘员从迫降后受损的座舱逃离。

要达到以上的设计指标，必须分析飞机水上迫降时的水冲击载荷，不同角度入水时机体的受力情况。通常要调整以下参数：

- (a) 入水时前后姿态角
- (b) 入水时飞机与风向的夹角
- (c) 着水速度
- (d) 俯仰、滚转、偏航，以及下降速率

模型目的：

- (1) 摸清飞机在水上运动轨迹；
- (2) 检验飞机运动稳定性；

(3) 得到最佳迫降角度（入水角度）、航行角度与着水时速度的关系。

(4) 判断飞机着水时迫降角度（包括入水角和航行角）的范围。

名词解释：

(1) 飞机降落原理

降落，是减小发动机的推力，使飞机速度减小，从而减小空气流经机翼的速度，从而减小升力，使飞机下降，降落的过程相对复杂，因为你要控制飞机在一个比较缓慢的速度下，一边向前飞行，一边下降，还要避免失速。还要争取在跑道头接地。期间还要伴随风向风速进行调整，还要放襟翼，减速，增加升力，调整下降的角度。如果是在软、粗跑道着陆：在土跑道、草跑道、铺碎石跑道上着陆，应以尽可能低的（水平和垂直）速度接地，接地后尽量拉杆保持两点滑跑，襟翼一直全张开（但如果飞机是下单翼的，应小心机轮可能扬起的石块打坏襟翼），可打开一点油门以增加飞机的抬头力矩。一切为了减小压在机轮上的力。

(2) 水上迫降

飞机在存在安全隐患或者被劫持的情况下做的被迫降落，迫降时一般要求飞机燃油保持基本耗尽状态，避免发生大火和爆炸。水上迫降指着陆场在海洋，湖泊等水面上，水上迫降要求尽可能的靠近陆地，水上迫降危险性高于陆地迫降。

(3) Morison 方程： $F_w = C_D \frac{\rho m}{2} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u}$ ，式中 F 为垂直长方体单位长度上

的总水平力， D 为长方体宽度， ρ 为水体密度， C_D 为速度力系数， C_M 为惯性力系数，

u 为水质点水平速度， \dot{u} 为水质点水平加速度[1]。

(4) 二次俯冲：

专指飞机迫降时，由于飞机尾部先接触地面造成瞬时受力，飞机前部受重心重力作用造成以尾部着水点为中心做刚体旋转运动。

(5) 跳跃：

指是飞机迫降到水面时，飞机水平分速度过大，在碰撞水面后飞机尾部没有因为水的粘性流力下沉，而是继续向水平方向飞去，类似打水漂运动。

(6) 死亡加速度：西方交通管理部门为了交通安全，特制定了死亡加速度500g这一数值，以醒世人。意思是如果行车加速度超过此值，将有生命危险，那么大的加速度，一般情况下车辆是达不到的，但如果发生交通事故时，将会达到这一数值，因为，一般车辆碰撞的时间短，大多为毫秒级。

符号说明：

| | |
|------------|--------------------|
| v | 飞机与水面刚接触时的速度 |
| v_t | 飞机与没入水中 t 时刻的速度 |
| v_x | 飞机与水面刚接触时水平方向的速度分量 |
| v_y | 飞机与水面刚接触时竖直方向的速度分量 |
| v_{xt} | 飞机水平方向的速度 |
| v_{yt} | 飞机竖直方向的速度 |
| a_y | 飞机在竖直方向的加速度 |
| a_x | 飞机在水平方向的加速度 |
| a_{\max} | 人体所能承受的极限加速度 |
| h | 竖直方向的位移 |

参赛队号#1403

| | |
|----------------|----------------|
| F_N | 飞机所受水面的冲力 |
| $F_{\text{浮}}$ | 飞机所受的浮力 |
| F_x | 飞机在水平方向所受到的合力 |
| F_y | 飞机在竖直方向所受到的合力 |
| F_a | 飞机所受空气阻力 |
| M | 飞机的质量 |
| G | 飞机的重力 |
| θ | 飞机与水面相接时的倾角 |
| α | 飞机与风向间的倾角 |
| l | 飞机的长度 |
| m | 飞机的宽度 |
| n | 机身的厚度 |
| H | 水深 |
| ρ | 水的密度 |
| K | 体积模量 |
| ΔV | 水被压缩时体积变化量 |
| V | 某区域内水的体积 |
| g | 重力加速度 |
| S | 飞机没入水内面积 |
| P | 飞机压缩水时产生的压力 |
| k | 空气阻力系数 |
| σ | 飞机单位面积上所受到的冲击力 |
| λ | 风向与正北方向的夹角 |

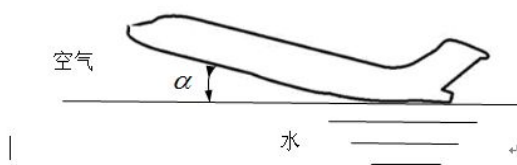
三、模型假设

- 1) 假设水面足够大。
- 2) 假设飞机是以机尾先接触水面，且起落架处于收起状态。
- 3) 本模型我们只假设飞机以固定角度入水，在机尾接触水面至飞机速度减为零的过程中，飞机与水面所成的角度不变。飞机与风向之间的夹角可变化。
- 4) 忽略水的阻力对机翼的影响。即在此模型下可以将机体看做长方体。将水的阻力对机翼的影响融合到机体内，即在此模型下可以将机体看做长方体。
- 5) 不考虑飞机迫降时有左右倾斜的情况，只考虑前后倾斜。和相对于风向的倾斜。
- 6) 假设制动后除引擎外其他组件能正常工作。
- 7) 假设飞机的质量及所能承受的最大冲力已经给出，为定值。

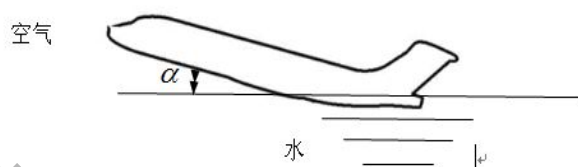
四、模型建立与求解

4.1 模型建立：

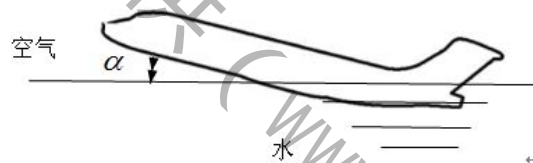
从飞机落水到飞机速度减为零，可以分为两个阶段。在模型假设成立的情况下，飞机落水从侧面看大致示意图如下（1）-（3）：



(1)



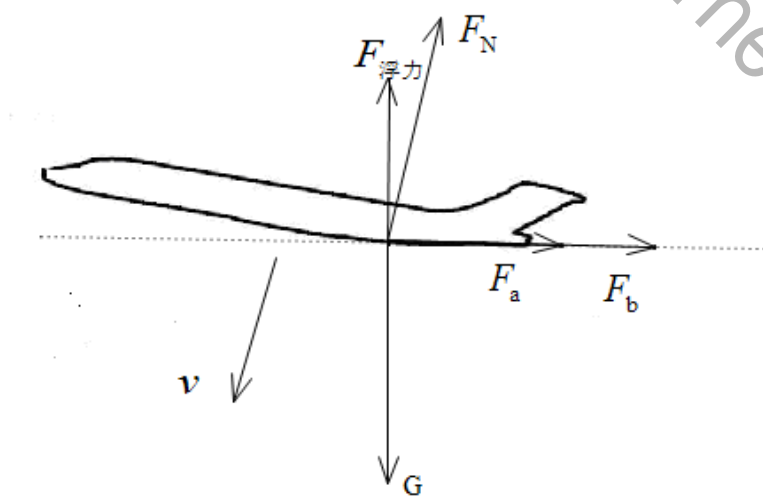
(2)



(3)

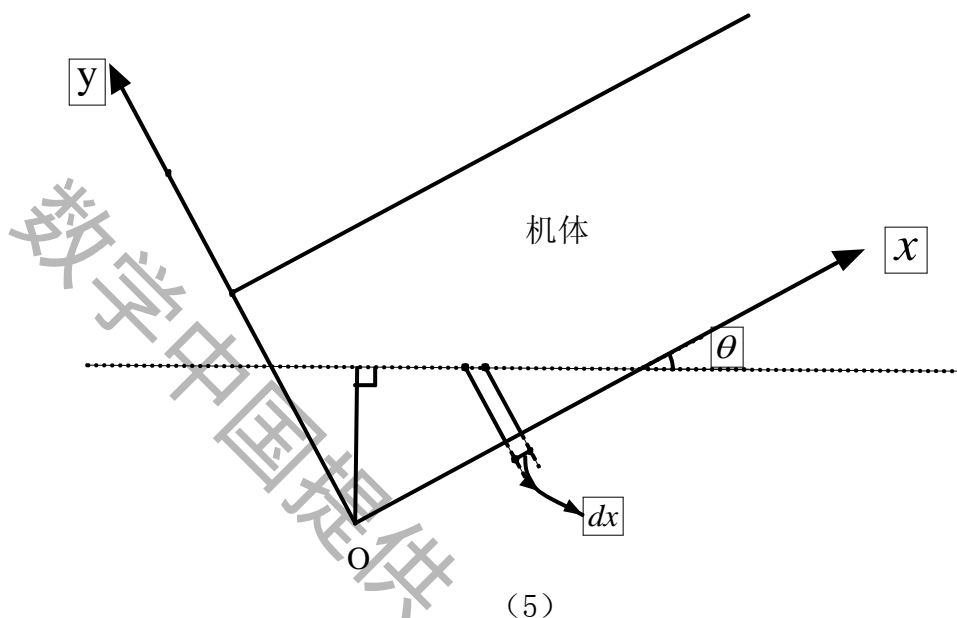
因为风向和机体运动方向有一定夹角 α ，因此先考虑风向和机体运动方向共线的情况：

(1) 当 α 为0时，受力分析图像如下：



(4)

飞机受重力 G ，浮力 $F_{\text{浮力}}$ ，空气阻力 F_a ，风的阻力 F_b 和与机体相对运动反向的阻力 F_N （包括静水中所受的冲击力 $F_{N\text{静}}$ 和波浪对机体所产生的力 F_w ）。



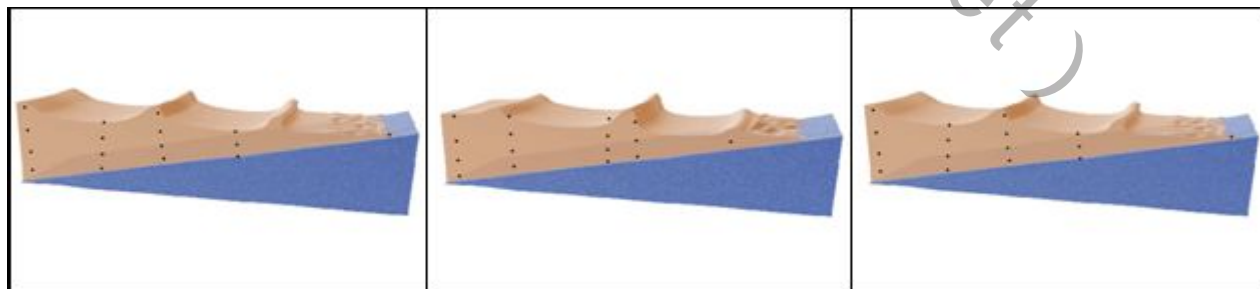
(5)

飞机机尾作为坐标原点，飞机在竖直方向及距离水面的距离为 h ，由此可计算出飞机机尾在坐标上的位置 $x = h / \sin \theta$ 。[2]现用微分方法求解，没入水中飞机受到水面的冲击力。不妨对 x 轴进行无限细分，取处于坐标轴上 x 处一小段进行考虑，该处距离水面高度为 $x \sin \theta$ 。如图所示，在假设上把水作为弹性物质，且不考虑水在压缩过程中不想

四周扩散，故水在此处由于被压缩产生的压强 $P = K \Delta V / V = K \frac{(h / \sin \theta - x) \sin \theta}{H}$ ，由于 dx

很小，我们认为从 x 到 $x + dx$ 的压强不变。在此处机身底由于受到水的冲击力 $dF_{N\text{静}} = P dx$ ，[3]故没入水中的机身底面受到静水的冲击力 $F_{N\text{静}} = \int dF_{N\text{静}} = \int_0^{h/\sin \theta} P dx$ 。

由于波浪的形状如下图所示，



(6)

故，对于受到波浪的拍打力 F_w ，由Morison方程[4]：

$$F_w = C_D \frac{\rho m}{2} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u}$$

故，

$$F_N = F_{N\text{静}} + F_w$$

$$\begin{aligned} F_N &= \frac{K}{H} l \int_0^{h/\sin\theta} (h - x \sin\theta) dx + C_D \frac{\rho m}{2} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u} \\ &= \frac{K}{H} l \frac{h^2}{\sin\theta} - \frac{K}{2H} l \frac{h^2}{\sin\theta} + C_D \frac{\rho m}{2} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u} \\ &= \frac{K}{2H} l \frac{h^2}{\sin\theta} + C_D \frac{\rho m}{2} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u} \end{aligned}$$

机身受到水的浮力为：

$$F_{\text{浮力}} = \rho g l h n / \sin\theta$$

由流体动力学公式[5]，飞机所受到的空气阻力为：

$$F_a = k(v_{xt}^2 + v_{\text{风}}^2)$$

飞机竖直方向所受到合力为：

$$\begin{aligned} F_y &= -G + F_{\text{浮力}} + F_N \cos\theta \\ &= -G + l \rho g n \frac{h}{\sin\theta} + \left(\frac{K}{2H} l \frac{h^2}{\sin\theta} + C_D \frac{\rho m}{2} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u} \right) \cos\theta \end{aligned}$$

飞机水平方向所受到的合力为：

$$F_x = F_N \sin\theta + F_a + F_b = \frac{K}{2H} l h^2 + C_D \frac{\rho m}{2} u^2 \sin\theta + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u} \sin\theta + F_a + F_b$$

飞机在水平方向的加速度为：

$$a_x = \frac{F_x}{M} = \frac{K}{2MH} l h^2 + C_D \frac{\rho m}{2M} u^2 \sin\theta + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4M} \dot{u} \sin\theta + \frac{F_a + F_b}{M}$$

飞机在竖直方向的加速度为：

$$a_y = \frac{F_y}{M} = -g + l \rho g h n / (M \sin\theta) + \left[\frac{K}{2H} l \frac{h^2}{M \sin\theta} + C_D \frac{\rho m}{2M} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u} \right] \cos\theta$$

飞机在 t 时刻水平方向的速度分量为：

$$v_{xt} = v_x - v_{\text{风}} + \int_0^t a_x dt$$

飞机在 t 时刻竖直方向的速度分量为：

$$v_{yt} = v_y + \int_0^t a_y dt$$

飞机在竖直方向的位移为：

$$h = \int_0^t v_{yt} dt$$

飞机没入水中的面积为：

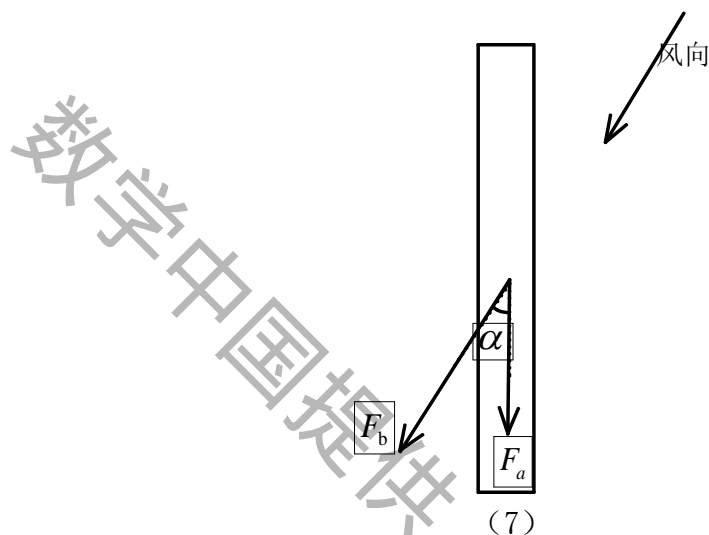
$$S = lh / \sin \theta$$

飞机没入水中其表面受到的应力：

$$\sigma = F_N / S$$

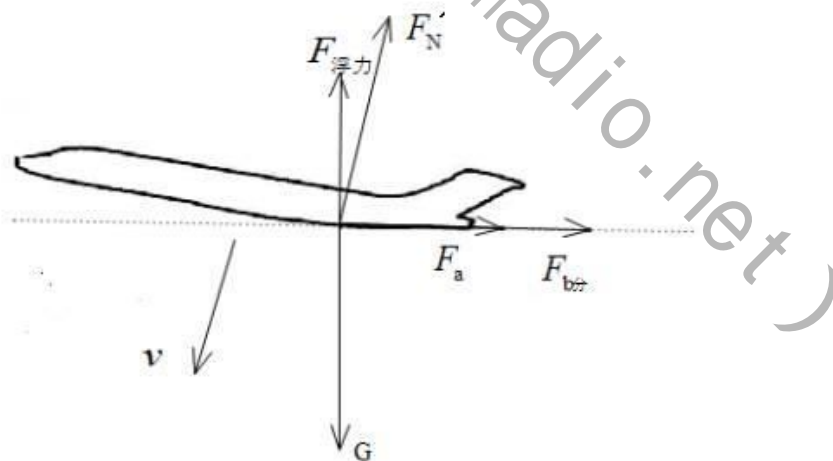
(2) 当 α 属于 $(0, \pi)$ 时受力分析如下：

飞机水平方向受力分析如图所示：（从机身的上部看）



从机身侧部看，进行受力分析有下图：

其中 $F'_N = F_{N\text{静}} + F_w \cos \alpha$ ， $F_{b\text{分}} = F_b \cos \alpha$ ，



与 (1) 相同，因此可以得到飞机竖直方向所受到合力为：

$$F_y = -G + F_{\text{浮力}} + F_N \cos \theta$$

$$= -G + l\rho g n \frac{h}{\sin \theta} + \left(\frac{K}{2H} l \frac{h^2}{\sin \theta} + \left(C_D \frac{\rho m}{2} u^2 + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u} \right) \cos \alpha \right) \cos \theta$$

飞机水平方向所受到的合力为：

$$F_x = F_N \sin \theta + F_a + F_b = \frac{K}{2H} l h^2 + C_D \frac{\rho m}{2} u^2 \cos \alpha \sin \theta + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u}^2 \cos \alpha \sin \theta + F_a + F_b \cos \alpha$$

飞机在水平方向的加速度为：

$$a_x = \frac{F_x}{M} = \frac{K}{2MH} l h^2 + C_D \frac{\rho m}{2M} u^2 \cos \alpha \sin \theta + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4M} \dot{u}^2 \cos \alpha \sin \theta + \frac{F_a + F_b \cos \alpha}{M}$$

飞机在竖直方向的加速度为：

$$a_y = \frac{F_y}{M} = -g + l \rho g h n / (M \sin \theta) + \left[\frac{K}{2H} l \frac{h^2}{M \sin \theta} + C_D \frac{\rho m}{2M} u^2 \cos \alpha + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u}^2 \cos \alpha \right] \cos \theta$$

飞机在 t 时刻水平方向的速度分量为[6]：

$$v_{xt} = v_x - v_{\text{风}} \cos \alpha + \int_0^t a_x dt$$

飞机在 t 时刻竖直方向的速度分量为：

$$v_{yt} = v_y + \int_0^t a_y dt$$

飞机在竖直方向的位移为：

$$h = \int_0^t v_{yt} dt$$

飞机没入水中的面积为：

$$S = l h / \sin \theta$$

飞机没入水中其表面受到的应力：

$$\sigma = F_N / S$$

航向的确定：

由于风向与正北方向的夹角可以认为是已知的，设为 λ ，上述 α 与 θ 存在一定的对应关系，且航向可假设为飞机水平方向与正北方向的夹角，因此飞机的航向为 $\theta + \lambda$ 。

五. 模型的求解

以下是题中所给迫降成功飞机的主要技术参数：

| 机 型 | 全 长 (m) | 机 高 (m) | 机 身 高 (m) | 最大起飞 重量 (Kg) | 空 重 (kg) | 前主轮距 (m) | 主轮距 (m) |
|----------|------------|------------|--------------|-----------------|-------------|-------------|------------|
| A320-200 | 37.57 | 11.76 | 5.87/5.94 | 73,500 | 42400 | 12.63 | 5.07 |

我们不妨取飞机飞行时的质量为 50000kg。

由资料可知，人体的死亡加速度 $a_{\text{man}} = 500g$ 。

由模型所建立的微分方程代入数据得到如下微分方程：

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = \frac{F_y}{M} = -g + l\rho g h n / (M \sin \theta) + \left[\frac{K}{2H} l \frac{h^2}{M \sin \theta} + \right. \dots\dots\dots (a)$$

$$C_D \frac{\rho m}{2M} u^2 \cos \alpha + C_M \rho \frac{\pi m^2}{4} \dot{u} \cos \alpha \cos \theta$$

$$\sigma = Kh / 2H \dots\dots\dots (b)$$

由上面 (a) 式, 利用 matlab 工具可以编辑程序[附录], 程序中的未知量可取以下数据

$l=37.57, \rho=1000, g=9.8, n=11.76, m=5.87, M=42400, C_D \in (1, 1.5), C_M \in (1.3, 1.8)$ [4],

$u \in (0, 4), \dot{u} \in (0, 2), \theta \in (6, 12)$, 代入程序可得以下飞机与水面的夹角 θ 和风的夹角 α 的关系表

| l | ρ | m | n | g | M | C_D | C_M | u | \dot{u} | θ | α |
|-------|---------|------|-------|------|----------|-------|-------|------|-----------|----------|----------|
| 37.57 | 1000.00 | 5.87 | 11.76 | 9.82 | 42400.00 | 1.05 | 1.35 | 0.40 | 0.20 | 6.60 | 27.00 |
| 37.57 | 1000.00 | 5.87 | 11.76 | 9.82 | 42400.00 | 1.10 | 1.40 | 0.80 | 0.40 | 7.20 | 23.02 |
| 37.57 | 1000.00 | 5.87 | 11.76 | 9.82 | 42400.00 | 1.15 | 1.45 | 1.20 | 0.60 | 7.80 | 20.53 |
| 37.57 | 1000.00 | 5.87 | 11.76 | 9.82 | 42400.00 | 1.20 | 1.50 | 1.60 | 0.80 | 8.40 | 17.69 |
| 37.57 | 1000.00 | 5.87 | 11.76 | 9.82 | 42400.00 | 1.25 | 1.55 | 2.00 | 1.00 | 9.00 | 16.20 |
| 37.57 | 1000.00 | 5.87 | 11.76 | 9.82 | 42400.00 | 1.30 | 1.60 | 2.40 | 1.20 | 9.60 | 15.77 |
| 37.57 | 1000.00 | 5.87 | 11.76 | 9.82 | 42400.00 | 1.35 | 1.65 | 2.80 | 1.40 | 10.20 | 10.51 |
| 37.57 | 1000.00 | 5.87 | 11.76 | 9.82 | 42400.00 | 1.40 | 1.70 | 3.20 | 1.60 | 10.80 | 7.00 |
| 37.57 | 1000.00 | 5.87 | 11.76 | 9.82 | 42400.00 | 1.45 | 1.75 | 3.60 | 1.80 | 11.40 | 5.00 |

由第一阶段的问题知道, θ 的角度大约处在 $\theta \in (6^\circ, 12^\circ)$ 左右为最佳, 而在此范围内, $\alpha \in (5^\circ, 27^\circ)$, 故可对 θ, α 进行相关回归分析, 从而确定 θ, α 更为准确的取值, 使飞机迫降相对来说更安全。由于篇幅的限制, 此处就不在进行方差回归分析, 可大体估计, (θ, α) 的最优解为 $(8.7^\circ, 16.5^\circ)$, 因此, 所要解决的航向为 $16.5^\circ + \lambda$ 。(λ 已知)

六、模型评价

优点:

(1) 本文在研究水面迫降时以有意识迫降为研究对象, 考虑到在迫降时可以通过调整飞机襟翼来控制速度, 即速度可以控制在一定的范围内, 分析以飞机机尾入水为研究对象, 以此作为前提, 研究速度与飞机迫降角度及航向之间的关系。[7]

(2) 在研究机体所受的空气阻力时将机体抽象成一个与机体同长同面积的长方体, 将模型简单化。

(3) 对水的阻力的设定上便于对飞机进行受力分析。

(4) 计算推到过程中忽略掉一些参量, 助于建立成较为简明易懂的模型。

(5) 巧用定积分和常微分方程的方法列出相关方程式, 能对相关变量参量进行求解, 使得所学知识得以充分应用

(3) 在考虑浪对机体的力时充分利用了Morison方程。

(4) 在得出模型后，以实际数据为例，锁定了变量空间的范围。

缺点：

(1) 在考虑航向时，飞机的前进方向的定义比较粗略。

(2) 飞机迫降过程中飞机的机翼所带来的能量损失，将飞机抽象成一个与机体同长同面积的长方体时进行了忽略。

(3) 将飞机象成一个与机体同长同面积的长方体，不能真正的模拟复杂的迫降环境，不能真正的模拟实际。

(4) 飞机在降落过程中，要保持其与水平面所成角度 θ 不变是非常困难的，这里的计算误差将较大。

七、模型优化

飞机与水接触的过程中，把飞机抽象成一个与机体同长同面积的长方体，实际上飞机各部分的截面积是不规则的，因而飞机各部分所能承受的应力是有所区别的。因此，在实际过程中，应分析飞机与水接触过程中各部分的受力情况，利用拉格朗日-欧拉耦合法计算出飞机各部分的受力情况，单独考虑每一部分，然后统一考虑机体受力。

本文考虑的是飞机一次迫降成功，实际中，飞机一次性迫降成功的几率是很小的，大部分情况下都是要经过多次重复模拟迫降才能成功。

基于以上情况，我们可以将飞机看成同轴但其截面积各不相同的模型，建立三维立体模型，利用积分方法结合物理分析求出飞机与水接触时各部分所受应力情况。通过各种途径查找飞机各部分能够承受应力情况，判断出飞机与水面接触时的最佳倾角以及此时飞机的最佳航向。[8]

另外，如果该模型添加了MATLAB 仿真模型之后，将更具体非常强大的推广价值，将会使得模型具有非常直观形象的特点，占据强大的优势。

附录一

| 风级 | 名称 | 风速(m/s) | (km/h) | 海面波浪 | 浪高(m) | 最高(m) |
|----|----|-----------|--------|------------|-------|-------|
| 0 | 无风 | 0.0-0.2 | <1 | 平静 | 0.0 | 0.0 |
| 1 | 软风 | 0.3-1.5 | 1-5 | 微波峰无 飞沫 | 0.1 | 0.1 |
| 2 | 轻风 | 1.6-3.3 | 6-11 | 小波峰未 破碎 | 0.2 | 0.3 |
| 3 | 微风 | 3.4-5.4 | 12-19 | 小波峰顶 破裂 | 0.6 | 1.0 |
| 4 | 和风 | 5.5-7.9 | 20-28 | 小浪白沫 波峰 | 1.0 | 1.5 |
| 5 | 劲风 | 8.0-10.7 | 29-38 | 中浪折沫 波峰 | 2.0 | 2.5 |
| 6 | 强风 | 10.8-13.8 | 39-49 | 大浪白沫 离峰 | 3.0 | 4.0 |
| 7 | 疾风 | 13.9-17.1 | 50-61 | 破峰白沫 成条 | 4.0 | 5.5 |
| 8 | 大风 | 17.2-20.7 | 62-74 | 浪长高有 浪花 | 5.5 | 7.5 |

参赛队号#1403

| | | | | | | |
|----|----|-----------|---------|------------|------|------|
| 9 | 烈风 | 20.8-24.4 | 75-88 | 浪峰倒卷 | 7.0 | 10.0 |
| 10 | 狂风 | 24.5-28.4 | 89-102 | 海浪翻滚 咆哮 | 9.0 | 12.5 |
| 11 | 暴风 | 28.5-32.6 | 103-117 | 波峰全呈 飞沫 | 11.5 | 16.0 |
| 12 | 飓风 | >32.6 | >117 | 海浪滔天 | 14.0 | - |

附录二

```
syms g l p m n M a b K H C1 C2 u1 u2;
h=dsolve('D2h-g+(l*p*g*h*n)/(M*sin(a))+...
((K*l*(h^2)/(2*H*sin(a))+(C1*p*m*(u1^2)*cos(b))/...
(2*M)+(C2*p*pi*(m^2)*u2*cos(b))/(4))*cos(a)=0',...
'h(0)=0','D2y(0)=0','t');
```

参考文献

- [1]李玉成, Morison 方程水动力系数归一化的探讨, 水动力学研究与进展 A 辑第 13 卷第 3 期, 1998 年 9 月。
- [2]青岛海洋大学物理海洋实验室, 波面极大值处水质点水平加速度的统计分布, 青岛海洋大学学报, 第 30 卷 第 4 期, 2000 年 10 月。
- [3]管长龙, 波面极大值处水质点水平加速度的统计分布, 青岛海洋大学学报, 第 28 卷第 1 期, 1998 年 1 月。
- [4]林海花, 王言英, 一个确定 Morison 方程水动力系数的 BP 神经网络方法, 林海花等一个确定 Morison 方程水动力系数的 BP 神经网络方法, 2005 年 12 月
- [5]屈秋林 刘沛清 郭保东 程 丽, 某型客机水上迫降的着水冲击力学性能数值研究, 民用飞机设计与研究, 65 页-66 页, 2009 年。
- [6]何兴银. 航空工程手册[M]. 北京: 航空工业出版社, 1994
- [7] Fisher L. J. and Hoffman E. L. Model Ditching Investigation of the Douglas DC - 4 and DC - 6 Airplanes [R]. NACARM SL9K02a
- [8] Von Karman T. The in pact on seaplane floats during landing[R]. NACA-TN-321, 1929.