

第十一届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email: service@tzmcm.cn

第十一届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 承 诺 书

我们仔细阅读了第十届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1262

参赛队员（签名）：

队员 1：王远

队员 2：孔岩

队员 3：李伟男

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别（例如本科组）：研究生组

第十一届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email: service@tzmcm.cn

第十一届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 编号专用页

参赛队伍的参赛队号：

1262

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第十一届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email: service@tzmcm.cn

2017 年第十一届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第一阶段论文

题 目 探究海豚猎捕时沙丁鱼群的躲避运动模型

关 键 词 集群运动 改进 Boid 模型 进击模型 协同躲避 层次分析 随机森林

摘 要：

沙丁鱼为细长的银色小型鱼，游泳迅速，没有外部威胁时鱼群常聚成接近球形的形态，而当捕食者进攻时会进行协同的躲避，从而降低其被捕食的概率。本文基于沙丁鱼群遭遇一条海豚捕食时的情景，研究沙丁鱼群对应的运动规律。

考虑到海豚和沙丁鱼群的同向、相向运动，以及二者之间的距离，分析海豚进击模型。当距离较远时，海豚通过回声定位来判断鱼群的整体位置，此时沙丁鱼群并未意识到威胁的存在，以接近球形的形态稳定行进。考虑个体视野范围以及速率差异，改进 Boid 模型，建立无序聚集运动模型；并划分感知区域，降维构建有序环绕运动模型。

当海豚进攻沙丁鱼群时，鱼群进行协同躲避。考虑二者的相向、同向运动，分析四种外部空间结构（中空包围状、沙漏状、密集球状、驱赶聚集状）的动态变化。构造个体沙丁鱼安全场，划分为紧急逃离区域和适度逃离区域，分析各区域内影响个体沙丁鱼运动速度矢量的多种因素，采用主层次分析法提取出不同空间结构下不同区域内的主因子，建立四种空间结构下鱼群的躲避模型。

考虑沙丁鱼空间密度等因素，引入随机森林算法对海豚捕食模型进行训练，动态优化四种躲避模型下沙丁鱼被捕食的概率结果，分析沙丁鱼群最优逃逸方式及运动规律。

采集大自然中海豚捕食沙丁鱼群的场景，提取图片中的数据信息进行模型的验证，结果表明：沙丁鱼群遭遇一条海豚捕食时会优选呈中空包围状和密集球状进行逃逸。

参赛队号： 1262

参赛密码 _____
(由组委会填写)

所选题目： A 题

第十一届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email: service@tzmcm.cn

Abstract

Sardines are slender silvery fish that swim quickly. When there are no external threats, they often gather into a nearly spherical shape. When the predator attacks, they will perform coordinated avoidance, which can reduce the probability of their predation. This paper is based on the scene when sardines encounter a dolphin predation to study the corresponding movement patterns of sardines.

Taking into account the direction of the dolphin and sardines in the same direction and the distance, this paper analyzes dolphin attacking model. When the distance is far, the dolphin determines the overall position of the fish by echolocation. At this time, the sardines are not aware of the existence of the threat and steadily progress in a nearly spherical shape. Considering the range of individual vision and rate differences, we improve the Boid model and establish an unordered aggregation motion model. We divide the perception area and reduce the dimension to construct an ordered movement model.

When the dolphin attacks the sardines, the sardine group manage to escape. Considering the opposite and same movement, we analyze the dynamic changes of the four external space structures (hollow brackets, hourglass shapes, dense spheres and dislodged clusters). The individual sardine safety field is constructed and divide it into emergency escaping area and moderate escaping area. Various factors which influence individual sardine speed vector in each area are analyzed. The main factors in different areas under different spatial structures are extracted using the CPA, and the avoidance model of fish under four spatial structures are obtained.

Considering the factors such as the spatial density of sardines, a Random Forest algorithm was introduced to train the dolphin predation model. The probability results of sardine predation under the four spatial models are dynamically optimized, meanwhile the optimal escaping methods and movement laws of sardine are analyzed.

Gathering scenes of dolphin hunting for sardines in nature and extracting datas from the pictures to verify the model, the results show that the sardine group tends to prefer a hollow circling shape or a dense spherical shape to escape when they encounter a dolphin.

Keywords: Cluster Movement, Improved Boid Model, Attack Model, Collaboration Evasion, PCA, Random Forest.

目录

1.问题重述.....	1
2.问题分析.....	1
3.问题假设.....	2
4.符号系统.....	2
5.模型的建立与仿真.....	3
5.1 沙丁鱼群无序聚集运动模型.....	3
5.1.1 Boid 模型简介	3
5.1.2 改进 Boid 模型	4
5.2 沙丁鱼群有序环绕运动模型.....	6
5.2.1 平面模型的建立.....	6
5.2.2 模型的求解.....	6
5.3 沙丁鱼群躲避模型.....	8
5.3.1 海豚进击模型与安全场.....	8
5.3.2 中空包围状躲避模型.....	10
5.3.3 沙漏状躲避模型.....	16
5.3.4 驱赶聚集状躲避模型.....	19
5.3.5 密集球状躲避模型.....	22
5.4 模型的仿真与改进.....	26
5.4.1 稳定状态模型仿真.....	26
5.4.2 躲避模型仿真.....	28
5.4.3 基于随机森林的模型改进.....	32
6.模型的验证与评价.....	34
6.1 模型的验证.....	34
6.2 模型的评价.....	35
7.参考文献.....	36
8.附录.....	37

1. 问题重述

沙丁鱼是一种细长的银色小型鱼，常常以聚成大群的方式来对抗海豚的捕食。由于水下光线很暗，所以当海豚距离沙丁鱼群较远时，海豚只能通过回声定位方法来判断鱼群的整体位置，难以分辨每个个体。而鱼群的行动是有协调性的，在没有外部威胁或障碍物时，鱼群常常会聚成接近球形的形态。而当海豚接触甚至冲进鱼群，鱼群则会进行协同的躲避，所以不易在大鱼群中追踪一个目标。沙丁鱼的这种群体行为降低了其被海豚捕食的概率。

基于上述描述，建立合理的数学模型来描述沙丁鱼群在遇到一条海豚捕食时的运动规律。

2. 问题分析

出于生存、避险、觅食等原因，鱼类的行为方式往往表现为群体行为，沙丁鱼往往以聚成大群的方式来对抗海豚的捕食。鱼群的行动是有协调性的，在没有外部威胁或障碍物时，鱼群常常会聚成接近球形的形态。而当海豚接触甚至冲进鱼群，一方面当近处的鱼快速逃避时，会给猎手海豚一个严重的心理错觉，以为远处的鱼还没发觉，于是扑向另外的对象。然而，鱼本身的侧线反馈机制会使远处的鱼逃避得更快，从而导致海豚找不到具体的目标，一无所获。

此外，鱼类集群运动机理的研究涉及团体动力学、集群行为学等领域，围绕该方向的研究主要分为两大流派：一类是利用理论推导和应用已有的结论，试图去理解鱼类集群行为的内在原因，另一类是从鱼类的实际集群运动和个体鱼的特征出发，通过搭建模型去探索鱼类实际集群运动中存在的规律。

由上述分析可以将海豚的捕食过程分为发现目标后的匀速前进阶段、变加速阶段、猛击捕食阶段。基于海豚的捕食过程，可以沙丁鱼群的存在状态分为稳定状态和躲避状态。由于鱼群的形成是由个体逐渐汇集而成，所以可以将沙丁鱼的稳定状态分为无序聚集状态和有序环绕状态。沙丁鱼在逃避过程中，沙丁鱼群群体的形状、空间分布、结构等是处于不断变化的过程中，鱼群在遇到外部攻击时，鱼群的外部空间结构会出现动态变化，会呈现驱赶聚集状、中空包围状、沙漏状和密集球状。

建立数学模型来描述沙丁鱼群在遇到一条海豚捕食时的运动规律的实质就在于深入分析沙丁鱼群稳定集群模型、海豚的进击捕食模型以及沙丁鱼群多种的逃避模型，进而实现动态分析、动态寻优的过程。本文基于分析已有资料，采用从个体到局部、从局部到整体的思想，以 **Boid** 模型为基础，通过部分改良提出沙丁鱼群的无序聚集运动模型；采用降维的方法将三维模型降为二维模型，提出沙丁鱼稳定环绕状态模型以分析沙丁鱼的有序环绕运动。结合海豚的进击捕食模型，基于主成分分析方法简化沙丁鱼的运动方程，建立模型模拟驱赶聚集状、中空包围状、沙漏状和密集球状四种逃避轨迹，分析沙丁鱼在四种逃避状态下的被捕食概率，探索有利于沙丁鱼群体进化的最优逃避方式。

3. 问题假设

1. 假设本文中的个体沙丁鱼的一般游动是随机性的；
2. 假设每个沙丁鱼个体能够感知其在群体中的位置；
3. 该沙丁鱼群不受环境变化影响（地震、海啸等自然灾害）；
4. 假设沙丁鱼群中的个体是存在部分差异的，主要表现为尺寸上的大、小两种；
5. 本文中模型所涉及的鱼群数量在短期内是不发生变化的（被海豚捕食情况除外），即不考虑个体沙丁鱼的突发死亡等非一般状况。

4. 符号系统

符号	符号说明	符号	符号说明
N	群体内沙丁鱼数量	\vec{c}_i	位置矢量
\vec{v}_i	速度矢量	\vec{d}_i	运动方向矢量
n_r	排斥区域个体数	n_o	一致区域个体数
n_a	吸引区域个体数	θ	沙丁鱼视角
n_{fr}	视野范围排斥区域个体数	n_{fo}	视野范围一致区域个体数
n_{fa}	视野范围吸引区域个体数	N_i	i 个体受影响半径内个体数
φ_i	视野范围内有序度	φ	群体有序度
α	调整参数	\vec{F}_i	主动力
η	阻尼系数	f	临近质子作用力
ω_0	环绕角速度	δ	相邻沙丁鱼角度
ϕ	两质子连线方向与切向夹角	β	质子连线方向与圆心连线夹角
D_i	个体沙丁鱼与海豚实际距离	R_0	海豚威胁范围
P_t	沙丁鱼躲避游动方向	\vec{r}_{ij}	相邻鱼之间位置矢量

5. 模型的建立与仿真

5.1 沙丁鱼群无序聚集运动模型

5.1.1 Boid 模型简介

Boid 模型是 1986 年由美国人 Craig W. Reynolds 发明的计算机模型，主要是应用于模拟鸟类等动物的群体运动。模型起初主要用于复杂性的科学研究，随着之后的发展，则主要用在电子游戏的建模中。Craig 利用电脑上运动的点代替群体中的个体，一群运动的点就对应一个群体^[1]。

每个鸟都仅能观察到固定范围内其他临近的个体，Craig 通过反复的实验验证发现只要用三条非常简单的规则就能让计算机中的虚拟鸟类模拟现实世界中的鸟群行为。三条规则具体如下：

a. 近心原则：每个模型中的个体都会尽其所能来靠近它临近个体的中心位置，其对周围个体的感知范围是以自己为中心，以某一距离为半径的圆形（球形）区；

b. 对齐原则：每个模型中个体的运动方向要与周围个体运动方向保持相同，如果偏离，个体会调整自己的方向以保持与周围个体的整体运动方向一致；

c. 避免碰撞原则：当模型中个体与某些个体靠的太近时会尽量去避开，以避免发生碰撞。

Boid 模型中个体可以感知到三个不重叠区域中其他个体的位置和方向，这三个区域被称为排斥区域（repulsion）、一致区域（orientation）、吸引区域（attraction）。数学模型可以表示为 Boid 模型，在系统中有 N 个个体存在，每个个体都由位置矢量 c_i 和速度矢量 v_i 组成，并且在三维空间内按照恒定速度 v 进行运动， $\vec{d}_i(t)$ 表示个体在 t 时刻的运动方向。

个体的运动规律由以下方程描述：

$$\vec{d}_i(t+1) = -\sum_{j \neq i}^{n_r} \frac{\vec{c}_{ij}(t)}{|\vec{c}_{ij}(t)|}, i=1,2,\dots,N, t>0 \quad (1)$$

其中 $\vec{c}_{ij}(t) = (\vec{c}_j - \vec{c}_i)$ ，个体的排斥区域为半径等于 r_r 的球，个体数为 n_r 。

当 $n_r = 0$ 时，个体只受一致区域和吸引区域的影响（以个体为中心，半径为 $r_r \sim r_o$ 以及 $r_o \sim r_a$ 之间的区域）对应个体数量为 n_o 和 n_a ，可定义：

$$\vec{d}_o(t+1) = \sum_{j \neq i}^{n_o} \frac{\vec{v}_j(t)}{|\vec{v}_j(t)|} \quad (2)$$

$$\vec{d}_a(t+1) = \sum_{j \neq i}^{n_a} \frac{\vec{c}_j(t)}{|\vec{c}_j(t)|} \quad (3)$$

当 n_o 或 n_a 等于 0 时，上述运动方向 $\vec{d}_o(t+1) = \vec{d}_a(t+1)$ ；如果两者都不为 0，则定义：

$$\vec{d}_i(t+1) = \frac{1}{2}(\vec{d}_o(t+1) + \vec{d}_a(t+1)) \quad (4)$$

如果计算结果导致 $\vec{d}_i(t+1)=0$ (或者三个区域均没有鱼, 则鱼会做匀速运动 $\vec{d}_i(t+1)=\vec{v}_i(t)$ 。

5.1.2 改进 Boid 模型

Boid 模型中没有考虑个体视野和每个个体速率有区别的问题, 本文基于 Boid 模型提出一种个体视野角度有范围和个体速率不同的模型。

(1) 有范围的视野角度

将沙丁鱼鱼群视为一些质点在 $L \times L$ 的二维平面内进行运动, 其运动空间具有定常的边界范围。定常的边界范围能够保证在有限的运动空间内模拟无限的空间时具备同等性。定常的边界范围的限制条件主要指以下两个方面内容:

a. 总体数量保持不变, 当有一个个体从某个边界离开该范围时, 会有同样速度的个体从对称或同一位置进入该区域;

b. 排除边界效应, 个体存在于边界时, 它会受到相邻个体以及延展后的相邻的个体的作用。

Boid 模型中, 个体的初始位置在运动空间内是随机分布的, 初始运动方向在 $[-\pi, \pi]$ 内随机分布, 个体运动速率是固定的, 但方向可以有区别。假设鱼群中所有的沙丁鱼视角均为 θ , 则可得到以下视野范围图 5-1:

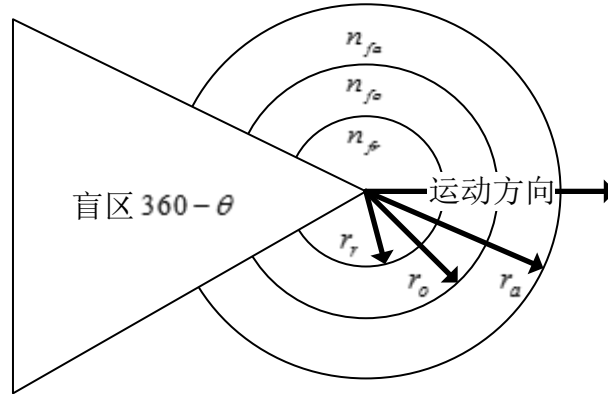


图 5-1 视野范围图

视野角度有限的情况下 n_{fr}, n_{fo}, n_{fa} 表示视野范围内的个体数量, 由以上已知, 得到 $t+1$ 时刻个体的运动速度方向:

$$\vec{V}_i = \begin{cases} \vec{d}_{fri}(t+1) = -\sum_{j \neq i}^{n_{fr}} \frac{\vec{c}_{ij}(t)}{|\vec{c}_{ij}(t)|}, n_{fr} \neq 0 \\ \vec{d}_{fo}(t+1) = \sum_{j \neq i}^{n_{fo}} \frac{\vec{v}_j(t)}{|\vec{v}_j(t)|}, n_{fo} \neq 0 \text{ 且 } n_{fr}, n_{fa} = 0 \\ \vec{d}_{fa}(t+1) = \sum_{j \neq i}^{n_{fa}} \frac{\vec{c}_i(t)}{|\vec{c}_i(t)|}, n_{fa} \neq 0 \text{ 且 } n_{fr}, n_{fo} = 0 \\ \frac{1}{2}(\vec{d}_{fo}(t+1) + \vec{d}_{fa}(t+1)), \text{ 其余} \end{cases} \quad (5)$$

(2) 个体速率可变情况

个体在群体中的视野范围是有限的,它会根据它接收到周围鱼的信息进行判断,选择最优方案。但是当周围个体出现无序混乱的情况时,个体并不能做出判断。若将所有个体视为速率相同,在这种情况下会更加无序,反而增加群体整体聚集的时间。

因此,如果将个体速率从固定转变为可调整的状态,在周围无序程度比较大的情况下,个体应该降低自己的速率;当周围无序程度下降时,个体应该以较快的速度进行运动。

引入 φ_i 作为个体视野范围内的有序度来描述周围情况的无序程度:

$$\varphi_i = \frac{\left| \sum_{j=1}^{N_i} \vec{v}_j \right|}{\sum_{j=1}^{N_i} |\vec{v}_j|} \quad (6)$$

其中, N_i 是个体 i 受影响半径内的个体数目, φ_i 取值在 0~1 之间,越大表示受影响半径内的无序性越低,一致性越高;取值越小,有序性越小。当 $\varphi_i = 1$ 时,在该半径内的个体呈现有序性,脱离无序性状态。

与上述同理,定义群体无序程度:

$$\varphi = \frac{\left| \sum_{j=1}^{N_n} \vec{v}_j \right|}{\sum_{j=1}^{N_n} |\vec{v}_j|} \quad (7)$$

φ 越大表示群体内无序性越低,一致性越高;取值越小,有序性越小。当 $\varphi = 1$ 或接近于 1 时,在该群体内个体呈现有序性,脱离无序性状态。

假设个体的最大速率均为 v_m , 每个个体速率范围在 $[0, v_m]$ 内变化,所以每个个体的速率条件应该满足下列要求:

- a. 当 $\varphi_i = 1$ 时, 个体视野范围的个体均为有序状态, 个体速度达到最大 v_m ;
- b. 当 $\varphi_i = 0$ 时, 个体视野范围内运动状态完全无序, 个体运动状态应该为静止, 速率为 0。

通过上述两个条件, 设定速率关系与有序度之间为指数关系, 可以得到下列关系式:

$$v_i(t+1) = v_m \times e^{\alpha[\varphi_i(t)-1]} \quad (8)$$

其中 α 为调整参数, 表示模型调整程度; 当 $\alpha = 0$ 时, 上述式子为 Boid 模型。

结合上述分析, 改进 Boid 模型为有范围的视野角度和个体速率可变的情况下, 可以得出个体在 $t+1$ 时刻的速度和坐标表达式:

$$\vec{v}(t+1) = v_i(t+1) \cdot \left(\frac{\vec{V}_i(t+1)}{|\vec{V}_i(t+1)|} + \gamma \right) \quad (9)$$

$$\vec{c}(t+1) = \vec{c}(t) + \vec{v}(t+1) \quad (10)$$

其中, γ 表示个体运动受到噪声的影响, 是一个随机变量, 服从均匀分布。

5.2 沙丁鱼群有序环绕运动模型

5.2.1 平面模型的建立

由上述分析可以得到沙丁鱼有三个感知区域, 这三个区域分别为排斥区域 (repulsion)、一致区域 (orientation)、吸引区域 (attraction)。当沙丁鱼聚集到球形鱼群时, 可以将沙丁鱼的运动空间视为平面二维运动, 将沙丁鱼个体视为群体中的每个质子^[2]。

群体里有 n 个质子, 每个质子的编号为 $i=1,2,\dots,n$, 用 c_i 和 v_i 表示位置和速度。质子有前端和后端, 质子的身形方向和速度方向同向, 在牛顿定律的基础上可以得到模型:

$$\vec{c}_i = \vec{v}_i \quad (11)$$

$$m_i \vec{v}_i = \vec{F}_i - \eta \vec{v}_i + \vec{f}_i \quad (12)$$

这里 $m_i=1$, \vec{F}_i 代表主动力, 质子由周围环境影响和在群体中位置产生的力。 $\eta \vec{v}_i$ ($\eta > 0$) 是阻尼力, 其中 η 保证了速度的界限, 当失去主动力时, 由于阻尼力存在, 速度回直接将为零。 \vec{f}_i 是临近的质子对其产生的作用力。

对于 t 时刻的质子 i 周围相邻质子 j 范围定义为有以下:

$$N_i(t) = \left[a_i(t) - a_j(t) \right]^2 + \left[b_i(t) - b_j(t) \right]^2 \leq r_a^2$$

这里面 a, b 分别代表坐标轴。 \vec{F}_i 通常是常向量, 相互作用力 \vec{f}_i 可由下式给出

$$\vec{f}_i = \vec{f}_i^c + \vec{f}_i^v = \sum_j g_{\pm}(|\vec{c}_{ij}|) \frac{\vec{c}_{ij}}{|\vec{c}_{ij}|} + \sum_j h_{\pm}(|\vec{v}_{ij}|) \frac{\vec{v}_{ij}}{|\vec{v}_{ij}|} \quad (13)$$

其中 $\vec{c}_{ij}(t) = \vec{c}_j - \vec{c}_i$, $\vec{v}_{ij} = \vec{v}_j - \vec{v}_i$ (图 5-2), f_i^c 和 f_i^v 分别是有位置和速度决定的力, j 代表上述对质子有影响的力。

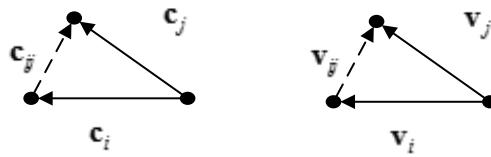


图 5-2 模型向量二维示意图

$g_{\pm}(x)$ 通常对于较大的 c 为正值, 较小的 c 为负值, 表示短程互斥和长程吸引, 这样设置能够产生一个非零的间隔距离。 $g_{\pm}(x)$ 为正值时表示 j 质子对 i 质子产生一个吸引力, 为负值则表示产生了一个排斥力; $h_{\pm}(x)$ 为正值时表示力 \vec{f}_i^v 使 i 质子的速度趋近于 j 质子的速度, 为负值时则是偏离。

5.2.2 模型的求解

群体单个水平面内 n 个质子, 以半径为 r_0 , 绕圆心 O 点持续匀速转动, 角速度为 ω_0 , 质子等间距为 d 。在运动过程中, i 质子跟随第 $i+1$ 个质子。环绕中相

邻质子的角度为 $\delta = 2\pi/n$ ，见图 5-3，黑色箭头代表速度方向与圆相切。

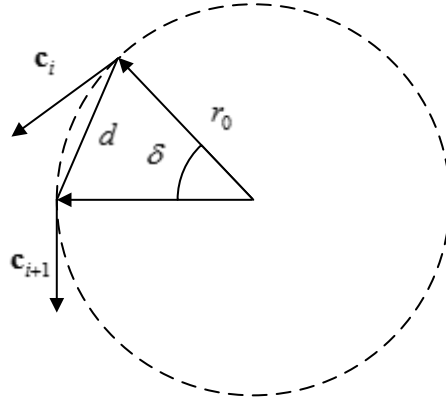


图 5-3 环绕模型示意图

由以上得出下列等式：

$$\frac{d\vec{c}_i}{dt} = \vec{v}_i \quad (14)$$

$$\frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{f}_i(\vec{c}_{i+1} - \vec{c}_i) - \eta\vec{v}_i \quad (15)$$

然后将相互作用力分为与圆相切的力 \vec{f}_r 和指向圆心的力 \vec{f}_e

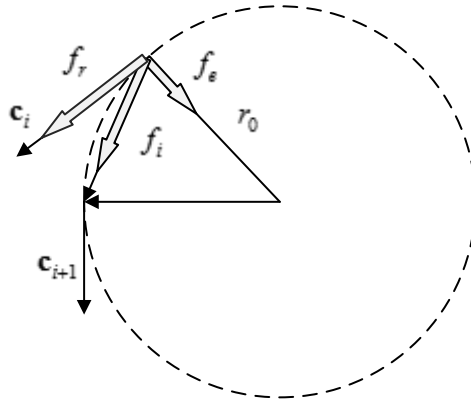


图 5-4 力的分解示意图

在环绕模型中，没有现行加速度，所以与圆相切的力是平衡的：

$$\vec{f}_r - \eta\vec{v}_i = 0$$

所以绕圆心质子的向心力为：

$$\vec{f}_e = \omega_0^2 r_0 \vec{u}_e$$

其中 \vec{u}_e 为单位径向矢量， $|\vec{v}| = \eta\omega_0$ ，带入上式：

$$\vec{f}_e = \frac{|\vec{v}|^2}{r_0} \vec{u}_e$$

两个质子连线方向与切线方向的夹角为 ϕ ，质子连线方向与圆中心连线夹角

为 β :

$$\delta = \frac{2\pi}{n}, \phi = \frac{\delta}{2}, \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}$$

由三角函数关系式可以得出:

$$\begin{aligned} d &= 2r_0 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \\ |\vec{f}_r| &= g(d) \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \\ |\vec{f}_e| &= g(d) \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \end{aligned}$$

将切向力和径向力带入得到:

$$\begin{aligned} g(d) \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) &= \eta |\vec{v}| \\ g(d) \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) &= \frac{|\vec{v}|^2}{r_0} \end{aligned}$$

解得:

$$|\vec{v}| = \frac{g(d) \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\eta}, r_0 = \frac{g(d) \cos^2\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\eta^2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} \quad (16)$$

角速度:

$$\omega_0 = \frac{|\vec{v}|}{r_0} = \eta \tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad (17)$$

资料中显示, 赋予个 $g(x)$, n 和 η 值, 对于 n 个质子的系统, 想要能够完全表明环绕结果的特点, $g(x)$, n 和 η 值, 以及环绕角速度和切向速度就能达到目标, 结合上述式子, 求解出存在条件:

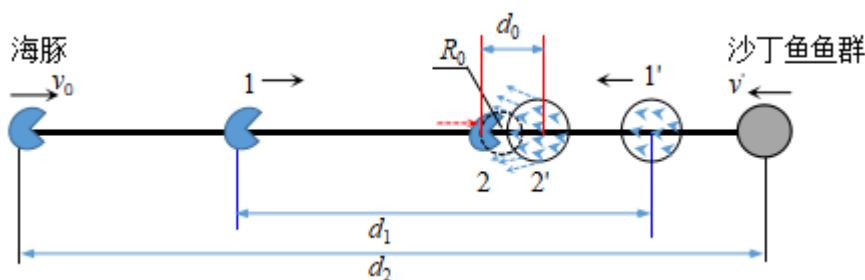
$$g(d) = \frac{\eta^2}{2 \cos^2\left(\frac{\pi}{n}\right)} d \quad (18)$$

稳定的环绕运动只有对于给定的 $g(x)$ 在 d 值满足上述式子时存在。

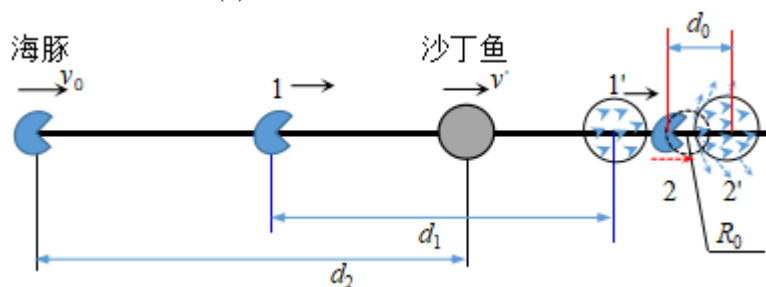
5.3 沙丁鱼群躲避模型

5.3.1 海豚进击模型与安全场

海豚在进攻沙丁鱼群时的方式是当海豚距离沙丁鱼群较远时, 只能使用回声定位方法来判断鱼群的整体位置, 难以分辨每个个体。将海豚的进击过程分成 3 段, 包括: 发现目标后匀速前进阶段、变加速阶段、捕食阶段。基于沙丁鱼的进攻方式将海豚和沙丁鱼群的运动分为相向 (图 5-5 a) 和同向 (图 5-5 b) 运动两种形式示意图如下:



(a) 海豚、沙丁鱼相向运动



(b) 海豚、沙丁鱼相向运动

图 5-5 海豚与沙丁鱼的运动图示

基于沙丁鱼的进攻方式将海豚和沙丁鱼群的运动分为相向和同向运动两种形式。

相向运动过程中：当海豚距离沙丁鱼较远时，即 $d > d_2$ 时，海豚只能通过回声定位确定鱼群的大体位置，无法确定沙丁鱼个体，此时海豚以 v_0 的速度匀速前行，沙丁鱼以 v' 的速度前行；当海豚运行到合适位置，即 $d \approx d_1$ 时，海豚开始以 $a(t)$ 的加速度进行变加速运动，此时沙丁鱼并未察觉威胁，仍以 v' 的速度前行。当海豚与沙丁鱼相距 d_0 时，沙丁鱼开始进行躲避行为，同时海豚以极限速度进行捕食行为。沙丁鱼群群体的形状、空间分布、结构等是处于不断变化的过程中，资料表明，鱼群在遇到外部攻击时，鱼群的外部空间结构会出现动态变化。此时沙丁鱼因采取躲避动作而形成的结构主要为中空包围型、漏斗型、密集球状型。

同向运动过程中：运动过程与相向运动相似，此时沙丁鱼因采取躲避动作而形成的结构主要为驱赶聚集式、密集球状式。

海豚进击沙丁鱼群时，为捕食到更多的鱼则直击鱼群中心，直击鱼群中心后有两种运动：一是在鱼群内部捕食，二是冲出鱼群后找合适的位置再次进击捕食，如图 5-6 所示。

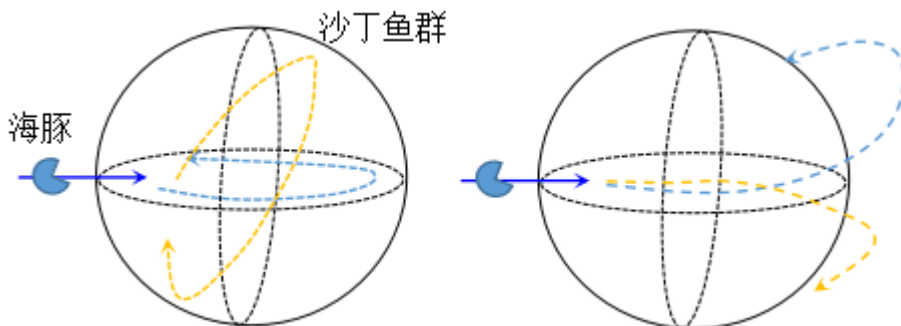


图 5-6 海豚进击运动图

基于沙丁鱼的球形群体形状提出沙丁鱼安全场模型如图所示，将沙丁鱼群体分为加速逃离区域、舒适逃离区域、无威胁区域如图 5-7 所示。

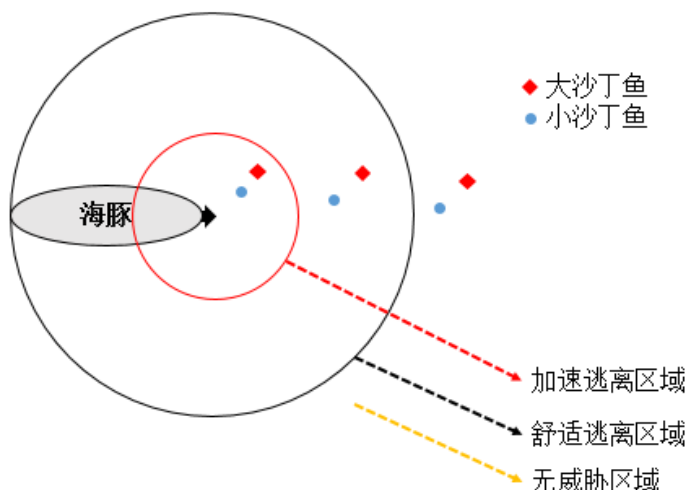


图 5-7 沙丁鱼群躲避模型示意图

根据资料分析,认为海豚在捕食进攻过程中有其威胁范围 R_0 ,假设在 R_0 范围内的个体沙丁鱼能感受到威胁的存在,根据海豚的加速方向做出相应的躲避行为,同时在它的感知范围内向其它同类发出危险信号。设个体沙丁鱼距海豚的实际距离为 D_i ,根据 D_i 将集群内的个体沙丁鱼分为3类:当 $D_i \leq R_0$ 时,个体鱼需要迅速躲避威胁,并在感知范围内向同类发出危险信号;当 $R_0 \leq D_i \leq R$ 时,个体鱼不在威胁范围内,但能感知到第一类个体鱼发出的危险信号,跟随第1类鱼进行躲避;当 $D_i \geq R$ 时,个体鱼不在威胁范围内且无法感知到第1类鱼发出的危险信号。由于海豚进击过程中大致呈加速状态,捕食过程中经历时长较短,第3类鱼会在短时间内感知到第2类鱼发出的危险信号,并做出相应的躲避行为。

因而,根据距离 D_i 将个体鱼的应急区域分为两个层次:适度逃离区和加速逃离区。当 $D_i \leq R_0$ 时为加速逃离区,即图中阴影部分;当 $D_i \geq R_0$ 时为适度逃离区,即图中内圆与外圆的环形部分。

在海豚接触甚至冲进鱼群的过程中,鱼群会进行协同的躲避动作,每个个体鱼会遵循相应的原则进行躲避,即中心靠拢、平均排列、可变速性、避免碰撞,这些原则会对个体鱼下一时刻的速度方向产生影响。当个体沙丁鱼躲避成功后,会继续汇聚成接近球形的形态以完成整体的逃离任务。

a. 中心靠拢:个体沙丁鱼会根据周围邻居的运动做出类似的动作,当躲避威胁时会根据邻居的运动方向,向其靠拢。

b. 平均排列:个体沙丁鱼的运动方向应与整体鱼群的平均运动方向基本一致,以便于分散躲避后的再一次聚拢。

c. 可变速性:根据威胁距离个体的远近,个体沙丁鱼会以不同的加速方向和加速度进行躲避。

d. 避免碰撞:躲避过程中,当个体与其邻居靠得太近时可能会发生碰撞,反而会增加被捕食的概率,因而个体沙丁鱼应自动避开,避免造成群体逃离时的混乱场面。

5.3.2 中空包围状躲避模型

沙丁鱼遇到外界攻击发出躲避行为时,鱼群外部空间结构有时呈现中空包围型。如下图 5-8 所示:

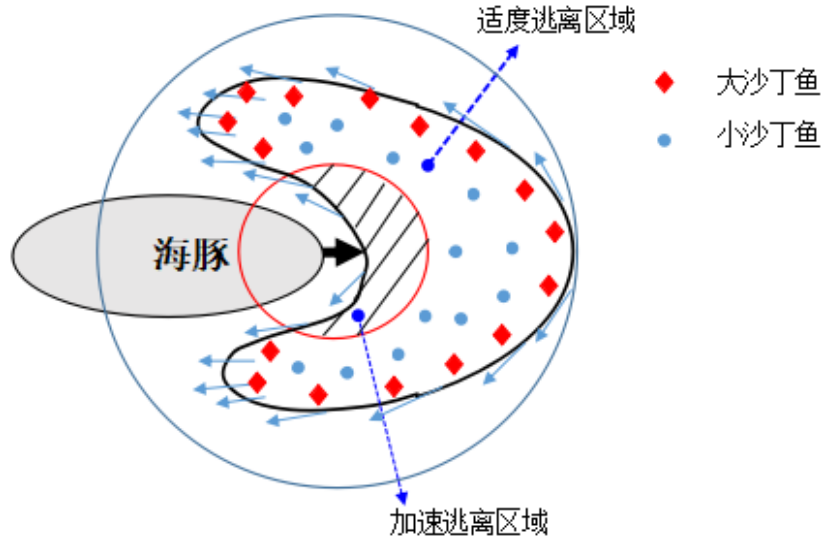


图 5-8 中空包围型沙丁鱼躲避示意图

取个体鱼研究其运动：

紧急逃离区域：根据个体沙丁鱼距离海豚的实际距离、个体鱼之间的距离、最佳逃逸方式以及 4 条原则，考虑以下 6 种因素（图 5-9）对位于紧急逃离区域的个体沙丁鱼运动方向及速度的影响。

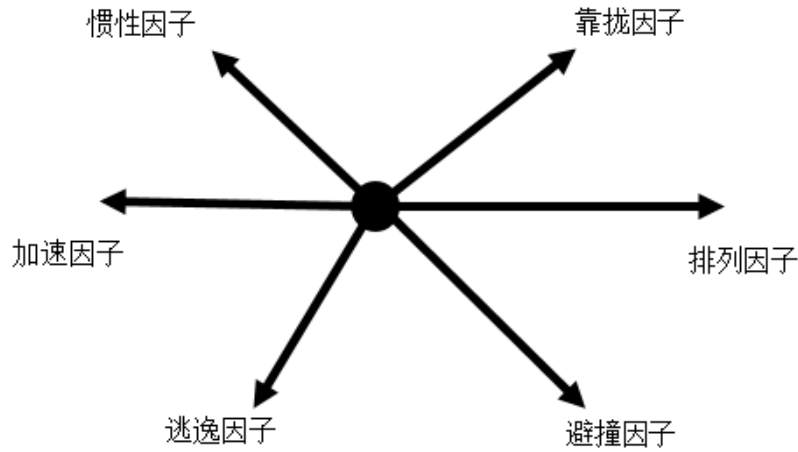


图 5-9 影响因子示意图

$$P_{t+1}^j = \lambda_1 P_{1t} + \lambda_2 P_{2t} + \lambda_3 P_{3t} + \lambda_4 P_{4t} + \lambda_5 P_{5t} + \lambda_6 P_{6t} \quad (19)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 = 1 \quad (20)$$

其中， P_{t+1}^j 为下一时刻个体沙丁鱼的游动方向， P_{1t} 为当前时刻个体鱼由上一时刻运动方向确定的游动方向（惯性因子）； P_{2t} 为个体鱼向邻居中心靠拢而产生的游动方向（靠拢因子）； P_{3t} 为个体鱼为保持与整体运动一致而产生的运动方向（排列因子）； P_{4t} 为个体鱼为避免碰撞时游动的方向（碰撞因子）； P_{5t} 为个体鱼为躲避威胁而以最快形式脱身的逃逸方向（逃逸因子），包含自身速度矢量的方向及与海豚速度矢量方向的夹角； P_{6t} 为个体鱼逃逸时的加速度大小（加速因子），包括大沙丁鱼和小沙丁鱼躲避速度、逃逸加速度的差异。 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、 λ_4 、 λ_5 、 λ_6 分别表示各因子的权重大小。

采用层次分析法^[3-4]：

(1) 根据查找的数据, 将七组运动影响因子数据 P_{1t} 、 P_{2t} 、 P_{3t} 、 P_{4t} 、 P_{5t} 、 P_{6t} 记为列向量。

(2) 计算沙丁鱼运动数据相关系数矩阵:

$$R = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{16} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{26} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ h_{61} & h_{62} & \cdots & h_{66} \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中, h_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, 6$) 为不同影响因子 P_{1t} 与 P_{6t} 之间的相关系数, 其计算公式如下所示:

$$h_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^6 (P_{ki} - \bar{P}_i)(P_{kj} - \bar{P}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^6 (P_{ki} - \bar{P}_i)^2 (P_{kj} - \bar{P}_j)^2}} \quad (22)$$

计算得到相关系数矩阵。

(3) 利用 QR 算法求解特征方程: $|\lambda I - R| = 0$, 求出特征值 λ_i ($i = 1, 2, \dots, 6$), 将特征值由大到小依次排列, 即 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_6 \geq 0$; 在这个基础上, 我们可以进一步地求出对应多个特征值 λ_i 的几个特征向量, 即 e_i ($i = 1, 2, \dots, 6$)。

则运动影响因子主成分 Z_i 的贡献率如下所示:

$$\frac{\lambda_i}{\sum_{k=1}^7 \lambda_k} (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (23)$$

累计贡献率如下所示:

$$\frac{\sum_{k=1}^i \lambda_k}{\sum_{k=1}^7 \lambda_k} (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (24)$$

主成分分析处理方法同上, 根据查找的数据, 采用层次分析法, 得到判断矩阵如下 (表 5-1、表 5-2):

表5-1主成分贡献率表

成分	方差的 %	累积 %
1	44.094	44.094
2	27.874	71.968
3	12.513	84.482
4	8.577	93.058
5	6.942	100.000
6	-2.250e ⁻¹⁷	100.000

表5-2成分矩阵^a

	成份1	成份2
惯性因子	-0.313	-0.935
靠拢因子	-0.544	0.630
排列因子	0.534	0.699
碰撞因子	-0.912	0.228
逃逸因子	0.771	0.115
加速因子	0.773	0.020

考虑碰撞因子、逃逸因子、加速因子来计算下一时刻个体鱼的速度及运动方向。

$$v_{t+1}^j = \lambda_4 v_{4t} + \lambda_5 v_{5t} + \lambda_6 v_{6t} \quad (25)$$

参数计算（运动规律计算）：

设海豚的初始位置为 (x_0, y_0) ，速度大小为 v' ，前行方向为 α ；沙丁鱼鱼群的初始位置为 (x, y) ，个体数量为 N ，速度大小为 v ，前行方向为 β ，其中 α 、 β 均为与水平线的夹角。根据距离公式初步计算海豚与个体沙丁鱼的距离 d_s ，以及第 i 和第 j 个沙丁鱼之间的距离 d 。

$$d = \sqrt{(x(i) - x(j))^2 + (y(i) - y(j))^2} \quad (26)$$

当 $d_s < R_x$ 时，根据海豚、沙丁鱼的当前位置计算下一时刻的速度方向：

$$P_{t+1}^j = \arctan \frac{x_0 - x_s}{y_0 - y_s} \quad (27)$$

其中 (x_s, y_s) 为海豚当前的位置。

当海豚发起进攻时，基于上述的速度分析，根据公式（25）得到个体沙丁鱼躲避时的速度及方向。

个体鱼下一时刻位置坐标的确定：

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + v \cdot \cos P_t^j \\ y_{t+1} = y_t + v \cdot \sin P_t^j \end{cases} \quad (28)$$

同理得到下一时刻海豚的位置坐标：

$$\begin{cases} x_s(t+1) = x_s(t) + v_s' \cdot \cos \alpha_t \\ y_s(t+1) = y_s(t) + v_s' \cdot \sin \alpha_t \end{cases} \quad (29)$$

其中 α_t 为海豚当前时刻速度矢量的方向。

个体鱼在逃逸过程中，为使自身更快地逃离，会根据自身速度与海豚速度矢量方向的夹角，身体旋转一定的角度，改变后的方向让其尽快脱离危险区域。根据力平衡方程得到：

$$m_i \frac{d\vec{v}_i(t)}{dt} = m_i \frac{\vec{v}_i^o(t) e_i(t) - \vec{v}_i(t)}{T_i} + \sum_{j=i} \vec{f}_{ij} \quad (30)$$

$$\vec{v}_i(t) = \frac{d\vec{r}_i}{dt} \quad (31)$$

其中 m_i 为个体鱼质量，遇到危险时刻 t ， $\vec{v}_i(t)$ 为速度， $\vec{v}_i^o(t)$ 为期望逃逸速度， $e_i(t)$ 代表个体鱼旋转的角度，逃逸期间防止碰撞的排斥力 \vec{f}_{ij} ，逃逸过程中由于个体鱼之间距离过近，考虑个体间的排斥力以避免发生碰撞。定义排斥力为

$$\vec{f}_{ij} = \sum_j g_-(|\vec{x}_{ij}|) \frac{\vec{x}_{ij}}{|\vec{x}_{ij}|} + \sum_j h_-(|\vec{v}_{ij}|) \frac{\vec{v}_{ij}}{|\vec{v}_{ij}|} = A_i e^{\left(-\frac{|\vec{r}_{ij}|}{B_i}\right)} \vec{n}_{ij} \quad (32)$$

其中， A_i 、 B_i 为常量； $\vec{n}_{ij} = (\vec{n}_{ij}^1, \vec{n}_{ij}^2, \vec{n}_{ij}^3) = (\vec{r}_i, \vec{r}_j) / \vec{r}_{ij}$ 为有指向的法向量； $|\vec{r}_{ij}| = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ 为两条鱼之间的距离。

对于加速逃离区域的沙丁鱼而言，当 d 小于一定值时时，沙丁鱼需旋转一定角度以便于自身的逃离，同时由于相邻的沙丁鱼距离较短，旋转角度受限制。设沙丁鱼旋转后速度矢量的方向与水平线的夹角为 σ ，借助系数 A 和 B 来计算沙丁鱼下一时刻速度矢量的方向：

$$A^{(i+1)} = A^{(i)} - \sigma/B \quad (33)$$

$$B^{(i+1)} = B^{(i)} - 1/d \quad (34)$$

若旋转后的方向不与原速度方向平行时，设沙丁鱼的运行时间为 t ，则根据公式 (33) 计算此时的 σ ；若当旋转后的方向与原速度方向平行时，则 $\sigma=0$ 。

$$\sigma = (1-t) \times \sigma - t \cdot A/B \quad (35)$$

适度逃离区域：根据个体沙丁鱼距离海豚的实际距离、个体鱼之间的距离、最佳逃逸方式以及 4 条原则，考虑以下 7 种因素（图 5-10）对位于紧急逃离区域的个体沙丁鱼运动方向及速度的影响。

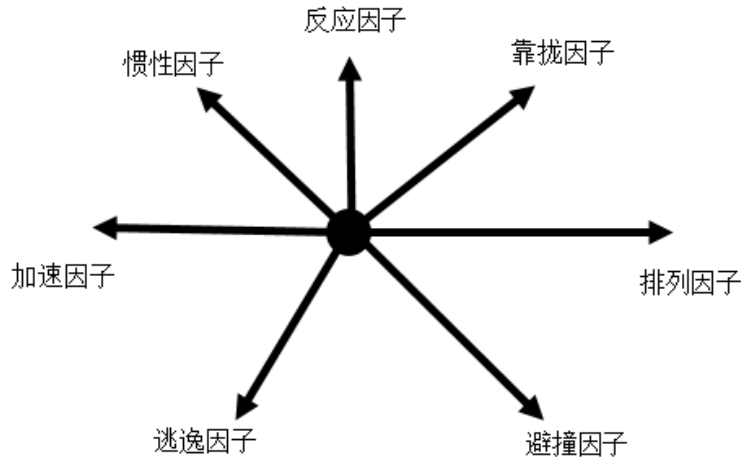


图 5-10 影响因子示意图

$$P_{t+1}^s = \lambda_1 P_{1t} + \lambda_2 P_{2t} + \lambda_3 P_{3t} + \lambda_4 P_{4t} + \lambda_5 P_{5t} + \lambda_6 P_{6t} + \lambda_7 P_{7t} \quad (36)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 = 1 \quad (37)$$

其中， P_{t+1}^s 为下一时刻个体沙丁鱼的游动方向， P_{7t} 为个体鱼感知到危险信号的反应时间（反应因子）， λ_7 表示加速因子的权重大小。

采用层次分析法：

(1) 根据查找的数据，将七组运动影响因子数据 P_{1t} 、 P_{2t} 、 P_{3t} 、 P_{4t} 、 P_{5t} 、 P_{6t} 、 P_{7t} 记为列向量。

(2) 计算沙丁鱼数据相关系数矩阵：

$$R = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{17} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{27} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ h_{71} & h_{72} & \cdots & h_{77} \end{bmatrix}$$

其中， $h_{ij}(i, j = 1, 2, \dots, 7)$ 为不同影响因子 P_{it} 与 P_{jt} 之间的相关系数，其计

算公式如下所示：

$$h_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^7 (P_{ki} - \bar{P}_i)(P_{kj} - \bar{P}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^7 (P_{ki} - \bar{P}_i)^2 (P_{kj} - \bar{P}_j)^2}}$$

计算得到相关系数矩阵。

(3) 利用 QR 算法求解特征方程： $|\lambda I - R|=0$ ，求出特征值 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, 7)$ ，将特征值由大到小依次排列，即 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_7 \geq 0$ ；在这个基础上，我们可以进一步地求出对应多个特征值 λ_i 的几个特征向量，即 $e_i (i = 1, 2, \dots, 7)$ 。

则运动影响因子主成分 Z_i 的贡献率如下所示：

$$\frac{\lambda_i}{\sum_{k=1}^7 \lambda_k} (i = 1, 2, \dots, 7)$$

累计贡献率如下所示：

$$\frac{\sum_{k=1}^i \lambda_k}{\sum_{k=1}^7 \lambda_k} (i = 1, 2, \dots, 7)$$

统计结果如表 5-3、表 5-4 所示：

表5-3主成分贡献率表

成分	方差%	累积 %
1	36.199	36.199
2	29.915	66.114
3	23.120	89.234
4	7.583	96.817
5	2.215	99.032
6	0.876	99.908
7	0.092	100.000

表5-4成分矩阵

	成分1	成分2
惯性因子	-0.801	0.108
靠拢因子	-0.639	-0.412
排列因子	0.838	-0.120
碰撞因子	0.360	-0.898
逃逸因子	0.580	0.619
加速因子	0.439	0.353
反应因子	-0.349	0.764

考虑惯性因子、靠拢因子、排列因子来计算下一时刻个体鱼的速度及运动方向。

$$v_{t+1}^s = \lambda_1 v_{1t} + \lambda_2 v_{2t} + \lambda_3 v_{3t} \quad (38)$$

个体鱼在下一时刻位置坐标的确定与紧急逃离区域的位置一致：

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + v \cdot \cos P_t^s \\ y_{t+1} = y_t + v \cdot \sin P_t^s \end{cases} \quad (39)$$

逃逸过程模拟运动轨迹图（图 5-17）中由于个体鱼之间的距离、与捕食者的距离适度，此时尾部个体沙丁鱼以近似垂直于海豚速度矢量的方向进行躲避，以弧形运动形式与前部沙丁鱼汇聚；中部沙丁鱼以斜后方方向向上运动，同样以弧形运动形式与前部沙丁鱼汇聚。设大沙丁鱼的运行速度为 $v_1(t)$ ，加速度为 $a_1(t)$ ；小沙丁鱼的运行速度为 $v_2(t)$ ，加速度为 $a_2(t)$ ，其中大、小沙丁鱼速度矢量的方向根据靠拢原则、排列原则得到，则速度大小计算如下：

$$\begin{aligned} v_1(t+1) &= v_1(t) + \int_t^{t+1} a_1(t) dt \\ v_2(t+1) &= v_2(t) + \int_t^{t+1} a_2(t) dt \end{aligned} \quad (40)$$

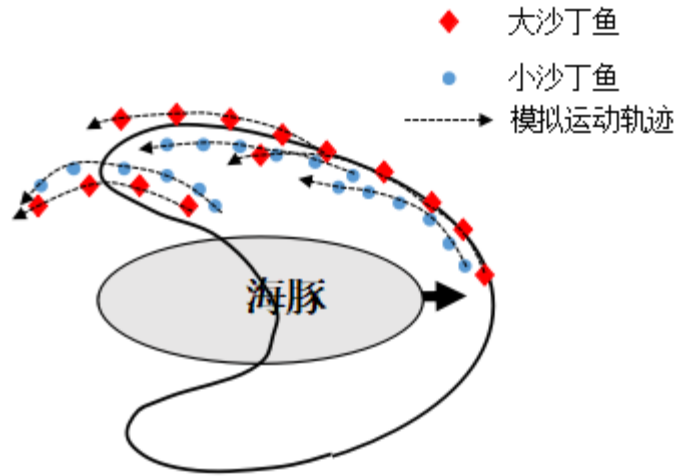


图 5-11 逃逸过程模拟运动轨迹图

5.3.3 沙漏状躲避模型

沙丁鱼遇到外界攻击发出躲避行为时，鱼群外部空间结构有时呈现沙漏状形式，如图 5-12 所示：

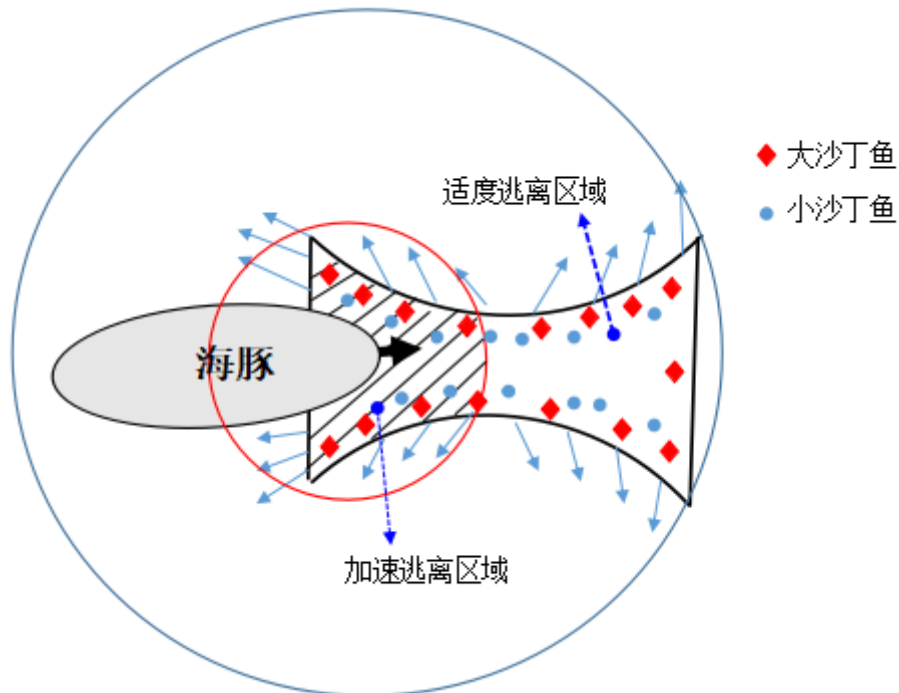


图 5-12 沙漏型沙丁鱼群躲避模型示意图

取个体鱼研究其运动：

紧急逃离区域：根据个体沙丁鱼距离海豚的实际距离、个体鱼之间的距离、最佳逃逸方式以及 4 条原则，考虑以下 6 种因素对位于紧急逃离区域的个体沙丁鱼运动方向及速度的影响。

$$P_{t+1}^j = \lambda_1 P_{1t} + \lambda_2 P_{2t} + \lambda_3 P_{3t} + \lambda_4 P_{4t} + \lambda_5 P_{5t} + \lambda_6 P_{6t}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 = 1$$

其中, P_{t+1}^j 为下一时刻个体沙丁鱼的游动方向, P_{1t} 为当前时刻个体鱼由上一时刻运动方向确定的游动方向 (惯性因子); P_{2t} 为个体鱼向邻居中心靠拢而产生的游动方向 (靠拢因子); P_{3t} 为个体鱼为保持与整体运动一致而产生的运动方向 (排列因子); P_{4t} 为个体鱼为避免碰撞时游动的方向 (碰撞因子); P_{5t} 为个体鱼为躲避威胁而以最快形式脱身的逃逸方向 (逃逸因子), 包含自身速度矢量的方向及与海豚速度矢量方向的夹角; P_{6t} 为个体鱼逃逸时的加速度大小 (加速因子), 包括大沙丁鱼和小沙丁鱼躲避速度、逃逸加速度的差异。 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、 λ_4 、 λ_5 、 λ_6 分别表示各因子的权重大小。

主成分分析处理方法同上, 根据查找的数据, 采用层次分析法, 得到判断矩阵如下 (表 5-5、表 5-6) 所示:

表5-5主成分贡献率表

成分	方差的 %	累积 %
1	37.074	37.074
2	29.327	66.401
3	13.766	80.167
4	10.319	90.487
5	7.557	98.043
6	1.957	100.000

表5-6成分矩阵

	成分1	成分2
惯性因子	-0.623	0.372
靠拢因子	0.606	-0.363
排列因子	-0.354	-0.791
碰撞因子	0.667	0.545
逃逸因子	-0.652	0.537
加速因子	0.843	0.451

由成分矩阵, 对应于主成分 1, 碰撞因子、逃逸因子、加速因子的对应系数最大, 说明这三项影响因素对沙丁鱼的运动起到主要的影响作用。因此考虑碰撞因子、逃逸因子、加速因子来计算下一时刻个体鱼的速度及运动方向。

$$v_{t+1}^j = \lambda_4 v_{4t} + \lambda_5 v_{5t} + \lambda_6 v_{6t} \quad (41)$$

参数计算 (运动规律计算):

个体鱼在下一时刻运动方向的确定

$$P_{t+1}^j = \arctan \frac{x_0 - x_s}{y_0 - y_s}$$

其中 (x_s, y_s) 为海豚当前的位置。

个体鱼下一时刻位置坐标的确定:

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + v \cdot \cos P_t^j \\ y_{t+1} = y_t + v \cdot \sin P_t^j \end{cases}$$

个体鱼在逃逸过程中, 为使自身更快地逃离, 会根据自身速度与海豚速度矢量方向的夹角, 身体旋转一定的角度, 改变后的方向让其尽快脱离危险区域。根据力平衡方程得到:

$$m_i \frac{d\vec{v}_i(t)}{dt} = m_i \frac{\vec{v}_i^o(t)e_i(t) - \vec{v}_i(t)}{T_i} + \sum_{j=i} \vec{f}_{ij}$$

$$\vec{v}_i(t) = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

其中 m_i 为个体鱼质量, 遇到危险时刻 t , $\vec{v}_i(t)$ 为速度, $\vec{v}_i^o(t)$ 为期望逃逸速度, $e_i(t)$ 代表个体鱼旋转的角度, 逃逸期间防止碰撞的排斥力 \vec{f}_{ij} , 逃逸过程中由于个体鱼之间距离过近, 考虑个体间的排斥力以避免发生碰撞。定义排斥力为:

$$\vec{f}_{ij} = \sum_j g_-(|\vec{x}_{ij}|) \frac{\vec{x}_{ij}}{|\vec{x}_{ij}|} + \sum_j h_-(|\vec{v}_{ij}|) \frac{\vec{v}_{ij}}{|\vec{v}_{ij}|} = A_i e^{(-\frac{|\vec{r}_{ij}|}{B_i})} \vec{n}_{ij}$$

其中, A_i 、 B_i 为常量; $\vec{n}_{ij} = (\vec{n}_{ij}^1, \vec{n}_{ij}^2, \vec{n}_{ij}^3) = (\vec{r}_i \vec{r}_j) / r$ 为有指向的法向量; $|\vec{r}_{ij}| = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ 为两条鱼之间的距离。

适度逃离区域: 根据个体沙丁鱼距离海豚的实际距离、个体鱼之间的距离、最佳逃逸方式以及 4 条原则, 考虑以下 7 种因素对位于紧急逃离区域的个体沙丁鱼运动方向及速度的影响。

$$P_{t+1}^s = \lambda_1 P_{1t} + \lambda_2 P_{2t} + \lambda_3 P_{3t} + \lambda_4 P_{4t} + \lambda_5 P_{5t} + \lambda_6 P_{6t} + \lambda_7 P_{7t}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 = 1$$

其中, P_{t+1}^s 为下一时刻个体沙丁鱼的游动方向, P_{7t} 为个体鱼感知到危险信号的反应时间 (反应因子), λ_7 表示加速因子的权重大小。

主成分分析处理方法同上, 根据查找的数据, 采用层次分析法, 得到判断矩阵如表 5-7、表 5-8 所示:

表5-7主成分贡献率表		
成分	方差的 %	累积 %
1	40.314	40.314
2	30.240	70.553
3	12.010	82.563
4	8.747	91.310
5	5.750	97.060
6	2.940	100.000
7	2.040E-15	100.000

表5-8成分矩阵		
	成分1	成分2
惯性因子	-0.709	-0.546
靠拢因子	0.863	-0.046
排列因子	-0.829	0.391
碰撞因子	0.217	0.755
逃逸因子	-0.010	-0.828
加速因子	-0.176	0.632
反应因子	0.900	-0.093

因此考虑靠拢因子、排列因子、反应因子来计算下一时刻个体鱼的速度及运动方向。

$$v_{t+1}^s = \lambda_2 v_{2t} + \lambda_3 v_{3t} + \lambda_7 v_{7t} \quad (42)$$

个体鱼在下一时刻位置坐标的确定与紧急逃离区域的位置一致:

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + v \cdot \cos P_t^s \\ y_{t+1} = y_t + v \cdot \sin P_t^s \end{cases}$$

逃逸过程模拟运动轨迹图 5-11 中由于个体鱼之间的距离、与捕食者的距离适度，此时尾部个体沙丁鱼以近似垂直于海豚速度矢量的方向进行躲避，以弧形运动形式与前部沙丁鱼汇聚；中部沙丁鱼以斜后方方向向上运动，同样以弧形运动形式与前部沙丁鱼汇聚。

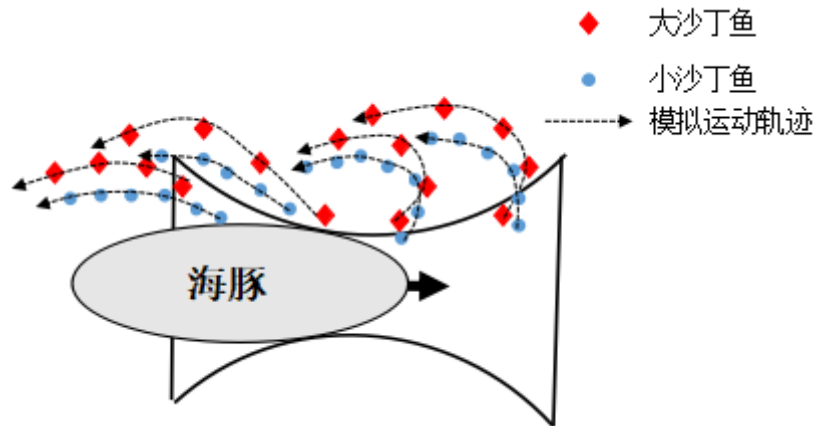


图 5-13 沙漏型模拟运动轨迹图

5.3.4 驱赶聚集状躲避模型

海豚与沙丁鱼的距离较远，当海豚冲向沙丁鱼以企图捕食时，沙丁鱼群体一起向远离海豚的方向逃离，呈现驱赶聚集状。

当沙丁鱼位于加速逃离区域时，沙丁鱼全速逃跑，其逃逸速度就是其实际速度。当沙丁鱼位于海豚的适度逃离区时，个体沙丁鱼的实际速度是其六个因素共同作用的综合结果。

当沙丁鱼群舒适逃离区域出现海豚时，鱼群状态不再维持稳定状态，实施逃离。

考虑到个体沙丁鱼运动过程中的运动速度方向主要受到以下 7 个因素综合影响作用：

惯性因子：当前时刻个体鱼由上一时刻运动方向确定的游动方向；

靠拢因子：个体鱼向邻居中心靠拢而产生的游动方向；

排列因子：个体鱼为保持与整体运动一致而产生的运动方向；

碰撞因子：个体鱼为避免碰撞时游动的方向

反应因子：个体鱼感知到危险信号的反应时间

逃逸因子：个体鱼的逃逸方向，包含自身速度矢量的方向及与海豚速度矢量方向的夹角；

加速因子：为个体鱼躲避时的加速度大小，包括大沙丁鱼和小沙丁鱼躲避速度、逃逸加速度的差异。

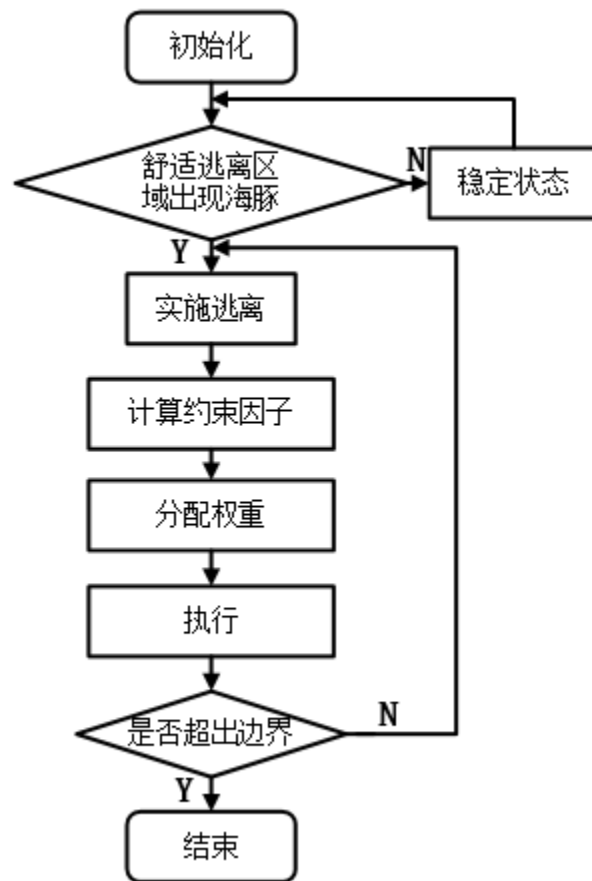


图 5-14 躲避判断逻辑图

此时假设沙丁鱼群处于安全场中的舒适逃离区域，示意图如图 5-15 所示。

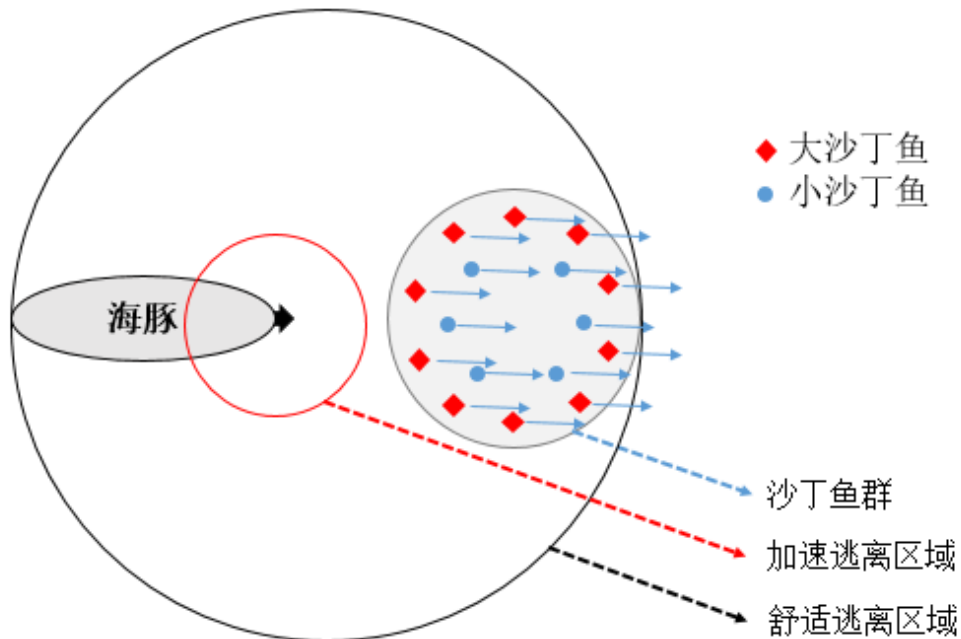


图 5-15 鱼群所在区域示意图

个体鱼在逃逸过程中，为使自身更快地逃离，会根据自身速度与海豚速度矢量方向的夹角，身体旋转一定的角度，改变后的方向让其尽快脱离危险区域。根

据力平衡方程得到：

$$m_i \frac{d\vec{v}_i(t)}{dt} = m_i \frac{\vec{v}_i^o(t)e_i(t) - \vec{v}_i(t)}{T_i} + \sum_{j=i} \vec{f}_{ij}$$

$$\vec{v}_i(t) = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

其中 m_i 为个体鱼质量，遇到危险时刻 t ， $\vec{v}_i(t)$ 为速度， $\vec{v}_i^o(t)$ 为期望逃逸速度， $e_i(t)$ 代表个体鱼旋转的角度，逃逸期间防止碰撞的排斥力 \vec{f}_{ij} ，逃逸过程中由于个体鱼之间距离过近，考虑个体间的排斥力以避免发生碰撞。定义排斥力为：

$$\vec{f}_{ij} = \sum_j g_-(|\vec{x}_{ij}|) \frac{\vec{x}_{ij}}{|\vec{x}_{ij}|} + \sum_j h_-(|\vec{v}_{ij}|) \frac{\vec{v}_{ij}}{|\vec{v}_{ij}|} = A_i e^{\left(-\frac{|\vec{r}_{ij}|}{B_i}\right)} \vec{n}_{ij}$$

其中， A_i 、 B_i 为常量； $\vec{n}_{ij} = (\vec{n}_{ij}^1, \vec{n}_{ij}^2, \vec{n}_{ij}^3) = (\vec{r}_i, \vec{r}_j) / \vec{r}_{ij}$ 为有指向的法向量； $|\vec{r}_{ij}| = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ 为两条鱼之间的距离。

沙丁鱼群逃离过程示意图如图 5-16 所示：

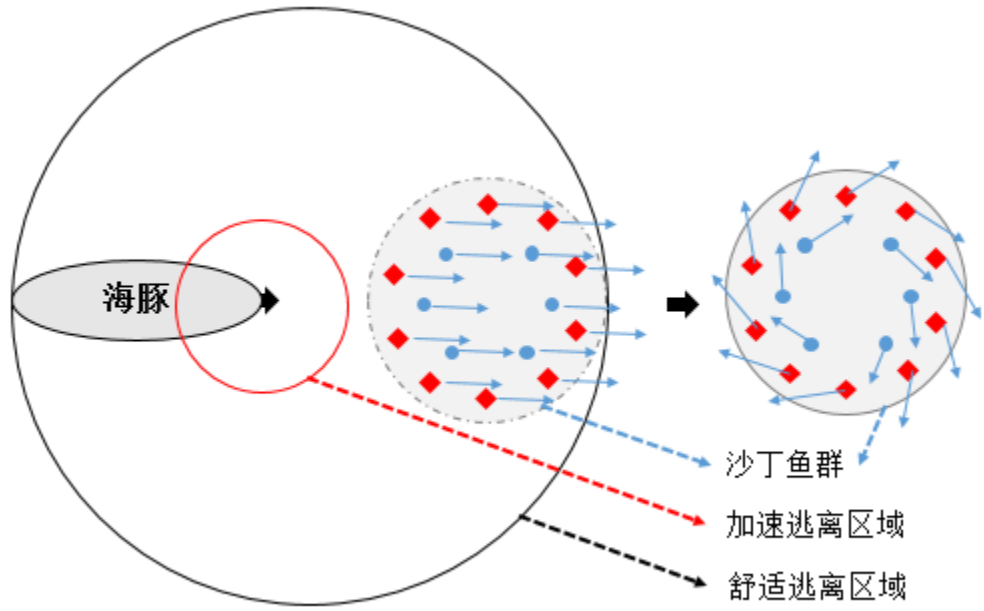


图 5-16 鱼群逃离过程示意图

在海豚的捕食追逐下，驱赶聚集的沙丁鱼游出海豚的舒适逃离区域后，沙丁鱼群恢复稳定的群体球状状态，示意图如图 5-17 所示。

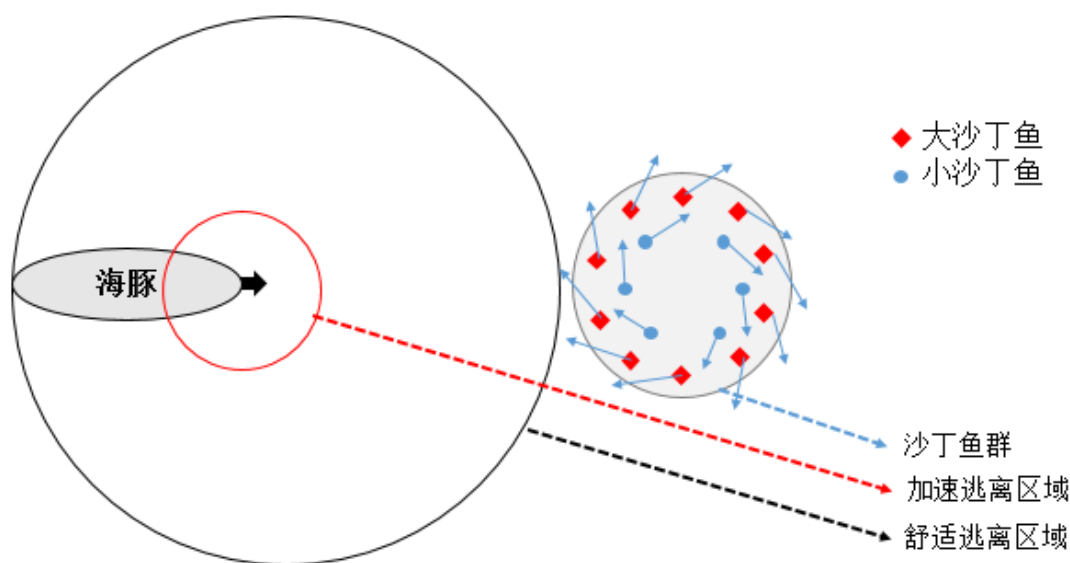


图 5-17 鱼群逃离示意图

主成分分析处理方法同上，根据查找的数据，采用层次分析法，得到判断矩阵如下（表 5-9、表 5-10）：

表5-9主成分贡献率表		
成分	方差的 %	累积 %
1	35.968	35.968
2	31.578	67.546
3	15.453	82.999
4	10.830	93.830
5	4.208	98.038
6	1.962	100.000
7	2.856e ⁻¹⁵	100.000

表5-10成分矩阵		
	成份1	成份2
惯性因子	-0.585	0.640
靠拢因子	0.786	0.266
排列因子	-0.515	-0.737
碰撞因子	0.494	-0.202
逃逸因子	0.937	0.199
加速因子	-0.414	0.711
反应因子	0.006	-0.776

考虑惯性因子、靠拢因子、逃逸因子来计算下一时刻个体鱼的速度及运动方向。

$$v_{t+1} = \lambda_1 v_{1t} + \lambda_2 v_{2t} + \lambda_5 v_{5t} \tag{43}$$

个体鱼在下一时刻位置坐标的确定与紧急逃离区域的位置一致：

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + v \cdot \cos P_t^s \\ y_{t+1} = y_t + v \cdot \sin P_t^s \end{cases}$$

5.3.5 密集球状躲避模型

沙丁鱼遇到外界攻击发出躲避行为时，鱼群外部空间结构有时呈现密集球形。如图 5-18 所示：

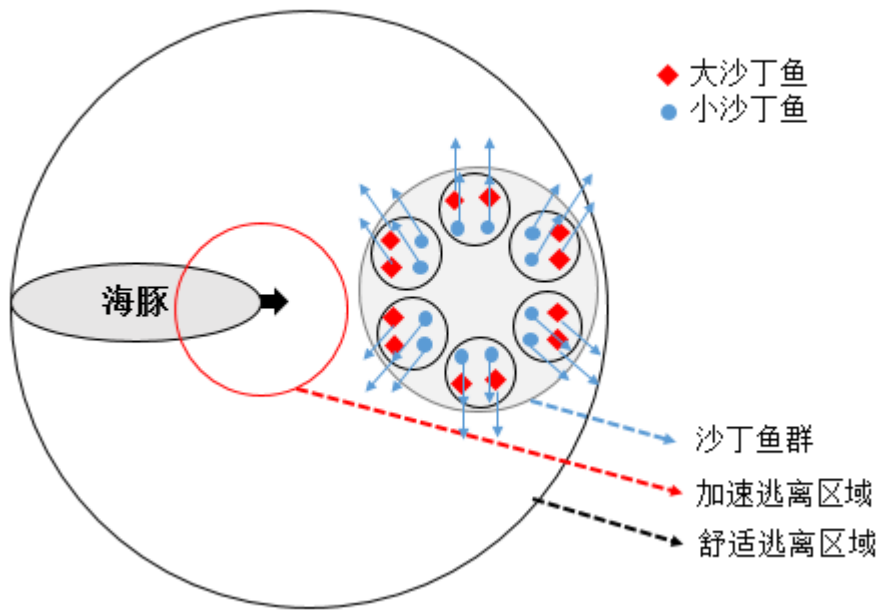


图 5-18 沙丁鱼群密集球形躲避示意图

沙丁鱼的逃避路线如图 5-19、图 5-20 所示，沙丁鱼相互协同组成密集的小球形群体分别向不同方向进行逃离：

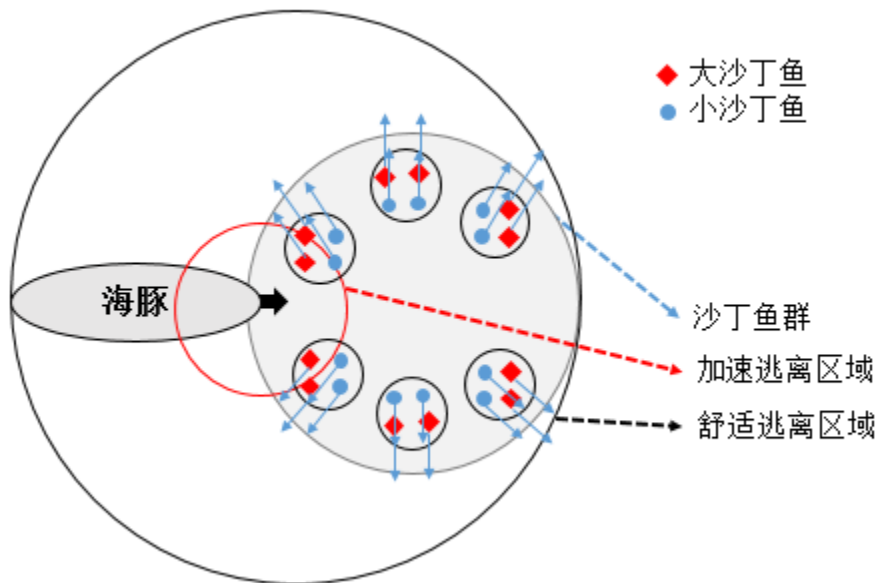


图 5-19 沙丁鱼的逃避路线示意图

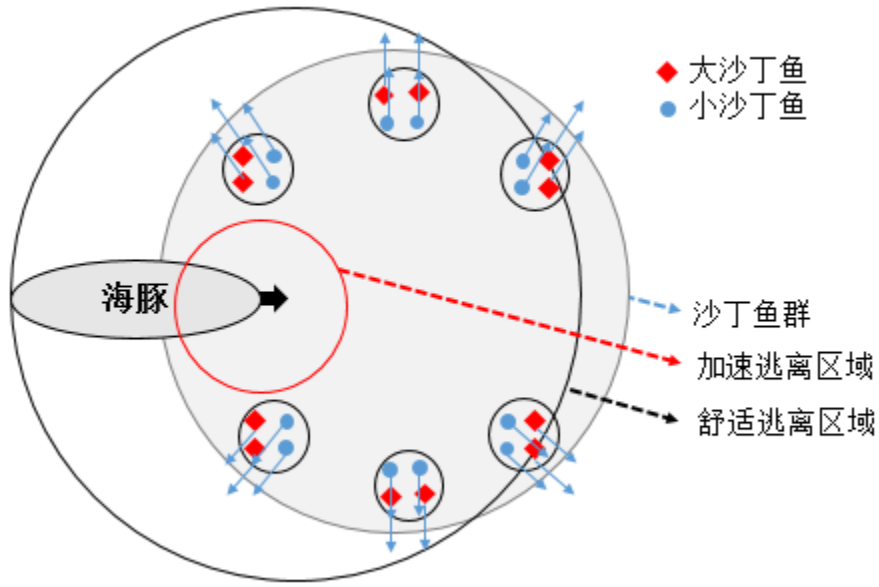


图 5-20 沙丁鱼的逃避路线示意图

取个体鱼研究其运动：

紧急逃离区域：根据个体沙丁鱼距离海豚的实际距离、个体鱼之间的距离、最佳逃逸方式以及 4 条原则，考虑以下 6 种因素对位于紧急逃离区域的个体沙丁鱼运动方向及速度的影响。

$$P_{t+1}^j = \lambda_1 P_{1t} + \lambda_2 P_{2t} + \lambda_3 P_{3t} + \lambda_4 P_{4t} + \lambda_5 P_{5t} + \lambda_6 P_{6t}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 = 1$$

其中， P_{t+1}^j 为下一时刻个体沙丁鱼的游动方向， P_{1t} 为当前时刻个体鱼由上一时刻运动方向确定的游动方向（惯性因子）； P_{2t} 为个体鱼向邻居中心靠拢而产生的游动方向（靠拢因子）； P_{3t} 为个体鱼为保持与整体运动一致而产生的运动方向（排列因子）； P_{4t} 为个体鱼为避免碰撞时游动的方向（碰撞因子）； P_{5t} 为个体鱼为躲避威胁而以最快形式脱身的逃逸方向（逃逸因子），包含自身速度矢量的方向及与海豚速度矢量方向的夹角； P_{6t} 为个体鱼逃逸时的加速度大小（加速因子），包括大沙丁鱼和小沙丁鱼躲避速度、逃逸加速度的差异。 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、 λ_4 、 λ_5 、 λ_6 分别表示各因子的权重大小。

主成分分析处理方法同上，根据查找的数据，采用层次分析法，得到判断矩阵如（表 5-11、表 5-12）下：

表5-11主成分贡献率表

成分	方差%	累积 %
1	52.381	52.381
2	34.885	87.266
3	8.967	96.233
4	3.767	100.000
5	4.105e ⁻¹⁵	100.000
6	-2.14e ⁻¹⁶	100.000

表5-12成份矩阵

	成份1	成份2
惯性因子	0.117	-0.915
靠拢因子	-0.868	0.465
排列因子	0.527	0.770
碰撞因子	0.775	-0.454
逃逸因子	-0.928	-0.076
加速因子	0.798	0.485

考虑靠拢因子、逃逸因子、加速因子来计算下一时刻个体鱼的速度及运动方向。

$$v_{t+1}^j = \lambda_2 v_{2t} + \lambda_5 v_{5t} + \lambda_6 v_{6t} \quad (44)$$

参数计算（运动规律计算）：

个体鱼在下一时刻运动方向的确定

$$P_{t+1}^j = \arctan \frac{x_0 - x_s}{y_0 - y_s}$$

其中 (x_s, y_s) 为海豚当前的位置。

个体鱼下一时刻位置坐标的确定：

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + v \cdot \cos P_t^j \\ y_{t+1} = y_t + v \cdot \sin P_t^j \end{cases}$$

个体鱼在逃逸过程中，为使自身更快地逃离，会根据自身速度与海豚速度矢量方向的夹角，身体旋转一定的角度，改变后的方向让其尽快脱离危险区域。根据力平衡方程得到：

$$m_i \frac{d\vec{v}_i(t)}{dt} = m_i \frac{\vec{v}_i^o(t)e_i(t) - \vec{v}_i(t)}{T_i} + \sum_{j=i} \vec{f}_{ij}$$

$$\vec{v}_i(t) = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

其中 m_i 为个体鱼质量，遇到危险时刻 t ， $\vec{v}_i(t)$ 为速度， $\vec{v}_i^o(t)$ 为期望逃逸速度， $e_i(t)$ 代表个体鱼旋转的角度，逃逸期间防止碰撞的排斥力 \vec{f}_{ij} ，逃逸过程中由于个体鱼之间距离过近，考虑个体间的排斥力以避免发生碰撞。定义排斥力为

$$\vec{f}_{ij} = \sum_j g_- (|\vec{x}_{ij}|) \frac{\vec{x}_{ij}}{|\vec{x}_{ij}|} + \sum_j h_- (|\vec{v}_{ij}|) \frac{\vec{v}_{ij}}{|\vec{v}_{ij}|} = A_i e^{\left(\frac{-|\vec{r}_{ij}|}{B_i}\right)} \vec{n}_{ij}$$

其中， A_i 、 B_i 为常量； $\vec{n}_{ij} = (\vec{n}_{ij}^1, \vec{n}_{ij}^2, \vec{n}_{ij}^3) = (\vec{r}_i \vec{r}_j) / r$ 为有指向的法向量； $|\vec{r}_{ij}| = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ 为两条鱼之间的距离。其中个体沙丁鱼为尽快脱离危险而旋转的角度，计算方法与5.3.1同理。

适度逃离区域：根据个体沙丁鱼距离海豚的实际距离、个体鱼之间的距离、最佳逃逸方式以及4条原则，考虑以下7种因素对位于紧急逃离区域的个体沙丁

鱼运动方向及速度的影响。

$$P_{t+1}^s = \lambda_1 P_{1t} + \lambda_2 P_{2t} + \lambda_3 P_{3t} + \lambda_4 P_{4t} + \lambda_5 P_{5t} + \lambda_6 P_{6t} + \lambda_7 P_{7t}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 = 1$$

其中, P_{t+1}^s 为下一时刻个体沙丁鱼的游动方向, P_{7t} 为个体鱼感知到危险信号的反应时间 (反应因子), λ_7 表示加速因子的权重大小。

主成分分析处理方法同上, 根据查找的数据, 采用层次分析法, 得到判断矩阵如下:

表5-13主成分贡献率表			表5-14成份矩阵		
成份	方差%	累积 %		成份1	成份2
1	0.117	-0.915	惯性因子	-0.854	-0.376
2	-0.868	0.465	靠拢因子	0.743	-0.380
3	0.527	0.770	排列因子	-0.693	0.618
4	0.775	-0.454	碰撞因子	0.568	0.653
5	-0.928	-0.076	逃逸因子	-0.212	-0.671
6	0.798	0.485	加速因子	0.351	0.748
7	0.117	-0.915	反应因子	0.663	-0.582

考虑惯性因子、靠拢因子、排列因子来计算下一时刻个体鱼的速度及运动方向。

$$v_{t+1}^s = \lambda_1 v_{1t} + \lambda_2 v_{2t} + \lambda_3 v_{3t} \quad (45)$$

个体鱼在下一时刻位置坐标的确定与紧急逃离区域的位置一致:

$$\begin{cases} x_{t+1} = x_t + v \cdot \cos P_t^s \\ y_{t+1} = y_t + v \cdot \sin P_t^s \end{cases}$$

海豚下一时刻位置坐标的确定, 以及大小沙丁鱼的速度变化规律与 5.3.XXX 同理。

5.4 模型的仿真与改进

5.4.1 稳定状态模型仿真

(1) 稳定模型的二维仿真

基于建立的鱼群稳定模型, 借助 Matlab R2014a 软件进行仿真(详见程序一), 设置鱼群数量为 400, 在 30*30 的空间内初始化沙丁鱼个体的位置坐标, 设置集聚距离 d 、鱼群密度 $destiny$ 等参数, 设置匀速前进速度为 0.5, 根据下一时刻速度矢量方向与水平线的夹角, 更新下一时刻沙丁鱼的位置坐标, 制作出相应的动态图, 截取其中的 3 幅来描绘沙丁鱼群集聚为稳定状态的过程。其中图 5-21 为鱼群的初始状态图, 图 5-22 为集聚过程中鱼群壮大图, 图 5-23 为集聚完结后的稳定状态图。

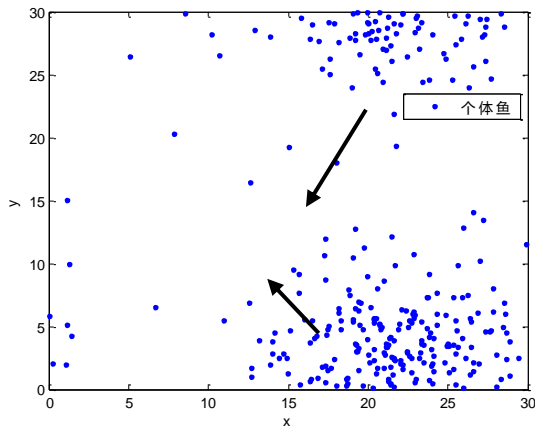


图 5-21 鱼群的初始状态图

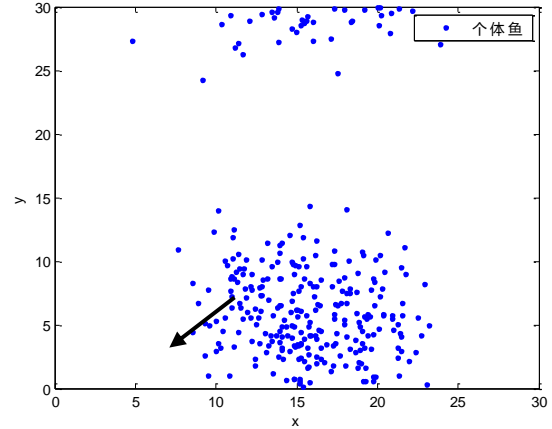


图 5-22 为集聚过程中鱼群壮大图

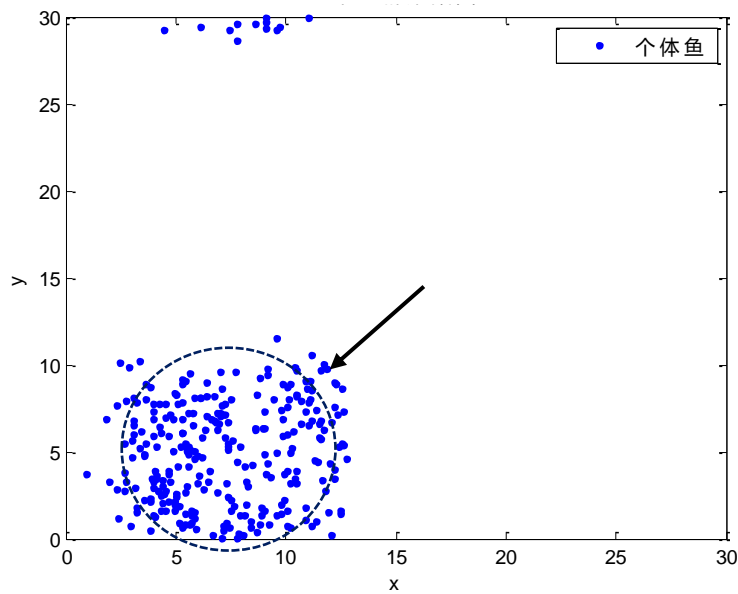


图 5-23 集聚完结后的稳定状态图

(2) 稳定模型的三维仿真

在二维仿真的基础上,添加纵向坐标轴 z ,在 $30*30*30$ 的空间上,借助 **Matlab R2014a** 软件进行仿真,参数设置与二维仿真一致,制作出相应的动态图,截取其中的 3 幅来描绘沙丁鱼群集聚为稳定状态的过程。其中图 5-24 为鱼群的初始状态图,图 5-25 为集聚过程中鱼群壮大图,图 5-26 为集聚完结后的稳定状态图。

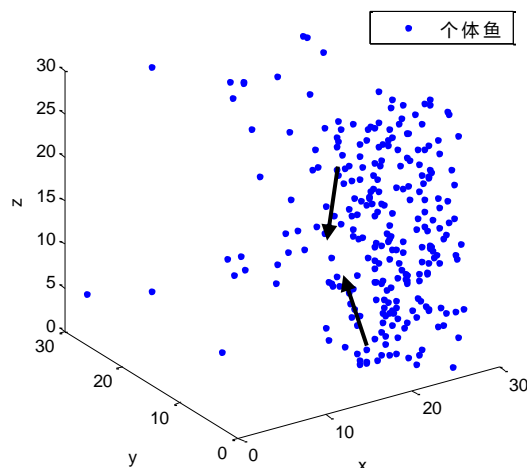


图 5-24 鱼群的初始状态图

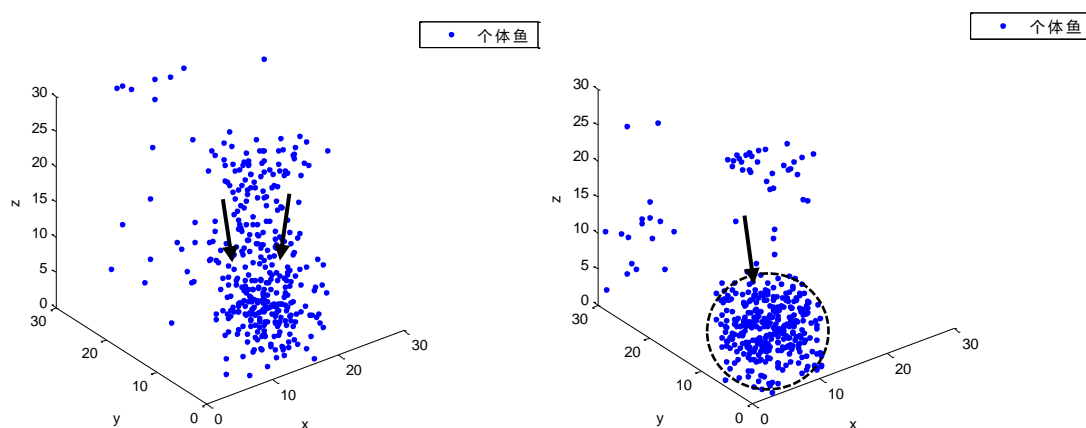


图 5-25 集聚过程中鱼群壮大图

图 5-26 集聚完结后的稳定状态图

根据图 5-23 和图 5-26 可以看出，鱼群的行动是有协调性的，在没有外部威胁或障碍物时，鱼群常常会聚成接近球形的形态。

5.4.2 躲避模型仿真

基于建立的躲避模型，借助 Matlab R2014a 软件进行仿真（详见程序二），具体结果如下：

（1）中空包围型沙丁鱼躲避模型仿真

设置鱼群数量为 500，在 30×30 的空间内初始化沙丁鱼个体的位置坐标和海豚的初始位置坐标。设置海豚的初始速度和加速度，初始化速度矢量的方向，更新海豚的位置坐标。当沙丁鱼个体距海豚的距离小于 d_0 时，设置沙丁鱼的加速度 a_1 ，根据海豚的速度方向更新下一时刻速度矢量的方向，进而更新沙丁鱼个体的位置坐标。当沙丁鱼个体距海豚的距离大于 d_0 且小于 d_1 时，此时下一时刻速度矢量的方向设置为斜后方，即与原行驶方向相反，同样更新位置坐标。制作出相应的动态图，截取其中的 2 幅来描绘沙丁鱼群躲避海豚捕食时呈中空包围型的过程。其中图 5-27 为躲避过程中鱼群散开图，图 5-28 为成功躲避后的状态图。

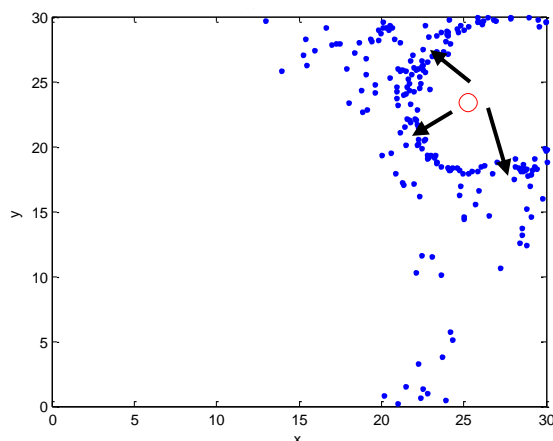


图 5-27 躲避过程中鱼群散开图

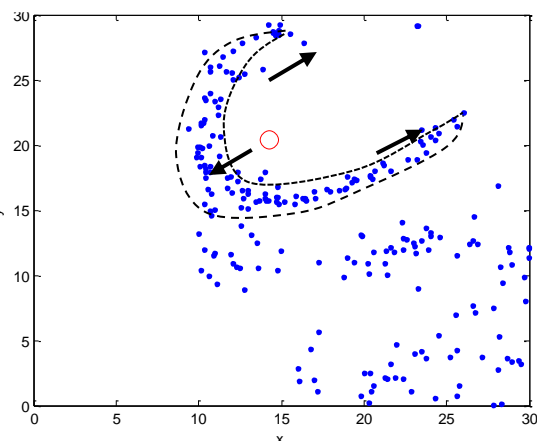


图 5-28 成功躲避后的状态图

从图中可以看出当鱼群和沙丁鱼相向运动，沙丁鱼为躲避危险大致呈现沙漏的形状进行逃逸。当海豚与沙丁鱼个体的距离小于设定值时，初步认为该沙丁鱼可能被吃掉，在程序编写时注意是否有重复被吃掉的沙丁鱼，进行 10 次仿真，取平均值后得到该情形下沙丁鱼群中个体被吃掉的概率。

表 5-15 沙丁鱼群被捕食的概率

仿真次数	被吃鱼数	被吃概率	仿真次数	被吃鱼数	被吃概率
1	9	0.018	6	8	0.016
2	11	0.022	7	6	0.012
3	6	0.012	8	10	0.020
4	7	0.014	9	7	0.014
5	8	0.016	10	9	0.018

综合 10 次仿真结果，计算在中空包围型沙丁鱼躲避模型下沙丁鱼被捕食的平均概率为 1.62%。

(1) 沙漏型沙丁鱼群躲避模型仿真结果

设置鱼群数量为 500，在 30*30 的空间内初始化沙丁鱼个体的位置坐标和海豚的初始位置坐标，其余参数设置与中空包围型的一致。制作出相应的动态图，截取其中的 2 幅来描绘沙丁鱼群躲避海豚捕食时呈沙漏型的过程。其中图 5-28 为躲避过程中鱼群散开图，图 5-29 为成功躲避后的状态图。

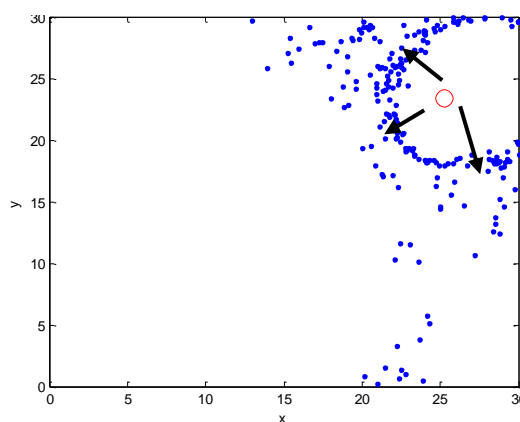


图 5-28 躲避过程中鱼群散开图

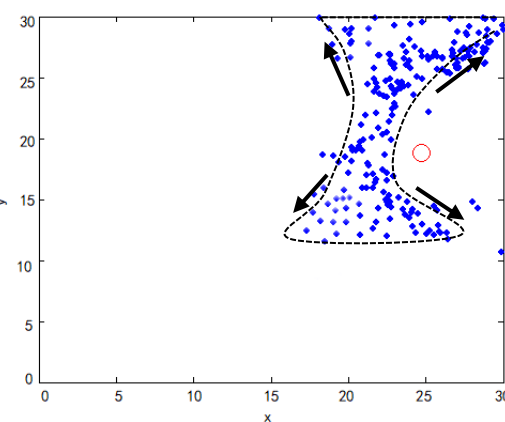


图 5-29 成功躲避后的状态图

从图中可以看出当鱼群和沙丁鱼相向运动，沙丁鱼为躲避危险大致呈现沙漏

的形状进行逃逸。当海豚与沙丁鱼个体的距离小于设定值时，初步认为该沙丁鱼可能被吃掉，在程序编写时注意是否有重复被吃掉的沙丁鱼，进行 10 次仿真，取平均值后得到该情形下沙丁鱼群中个体被吃掉的概率。

表 5-16 沙丁鱼群被捕食的概率

仿真次数	被吃鱼数	被吃概率	仿真次数	被吃鱼数	被吃概率
1	12	0.024	6	9	0.018
2	11	0.022	7	14	0.028
3	9	0.018	8	10	0.020
4	14	0.028	9	12	0.024
5	13	0.026	10	13	0.026

综合 10 次仿真结果，计算在沙漏型沙丁鱼群躲避模型下沙丁鱼被捕食的平均概率为 2.34%。

(2) 驱赶聚集型沙丁鱼群躲避模型仿真

设置鱼群数量为 500，在 30*30 的空间内初始化沙丁鱼个体的位置坐标和海豚的初始位置坐标。初始化海豚和沙丁鱼个体的速度矢量，方向相同。其他参数设置与中空包围状一致。制作出相应的运动图，截取其中的 1 幅来描绘沙丁鱼群躲避海豚捕食时呈驱赶聚集型的过程，图 5-30 为躲避过程中鱼群运动图。

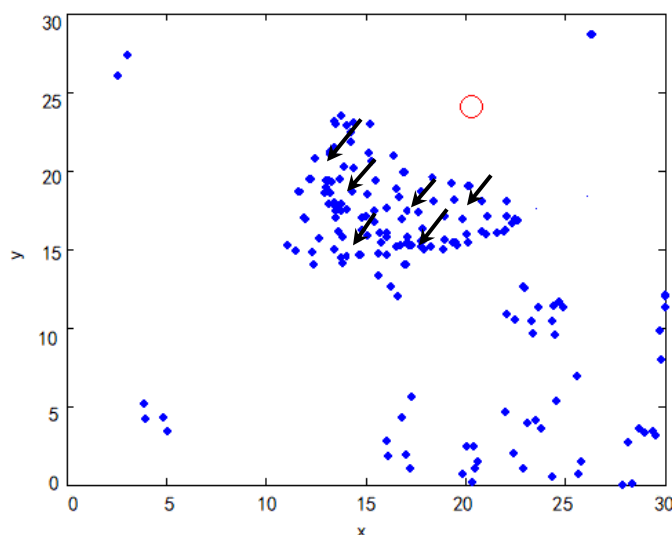


图 5-30 躲避过程中鱼群运动图

从图中可以看出当鱼群和海豚同向运动时，沙丁鱼为躲避危险大致呈现驱赶聚集的形状进行逃逸。同理进行 10 次仿真，取平均值后得到该情形下沙丁鱼群中个体被吃掉的概率。

表 5-17 沙丁鱼群被捕食的概率

仿真次数	被吃鱼数	被吃概率	仿真次数	被吃鱼数	被吃概率
1	17	0.034	6	13	0.026
2	15	0.030	7	14	0.028
3	13	0.026	8	13	0.026
4	14	0.028	9	12	0.024
5	13	0.026	10	14	0.028

综合 10 次仿真结果，计算在驱赶聚集型沙丁鱼群躲避模型下沙丁鱼被捕食

的平均概率为 2.76%。

(4) 密集球状型沙丁鱼群躲避模型仿真

设置鱼群数量为 500，在 30*30 的空间内初始化沙丁鱼个体的位置坐标和海豚的初始位置坐标。初始化海豚和沙丁鱼个体的速度矢量，方向相同。其他参数设置与中空包围状一致。制作出相应的运动图，截取其中的 3 幅来描绘沙丁鱼群躲避海豚捕食时呈驱赶聚集型的过程，其中图 5-31 为躲避过程中鱼群散开图，图 5-32 为躲避过程中鱼群运动图，图 5-33 为成功躲避后的状态图。

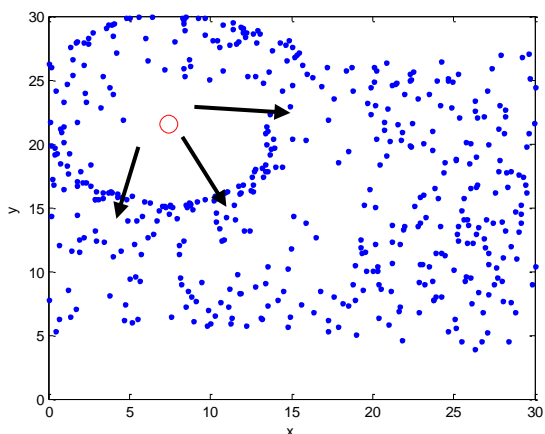


图 5-31 躲避过程中鱼群散开图

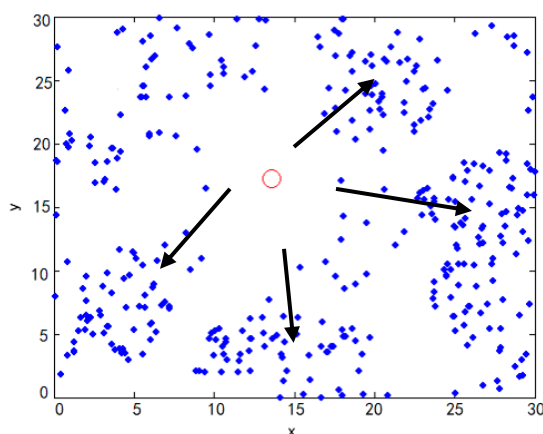


图 5-32 躲避过程中鱼群运动图

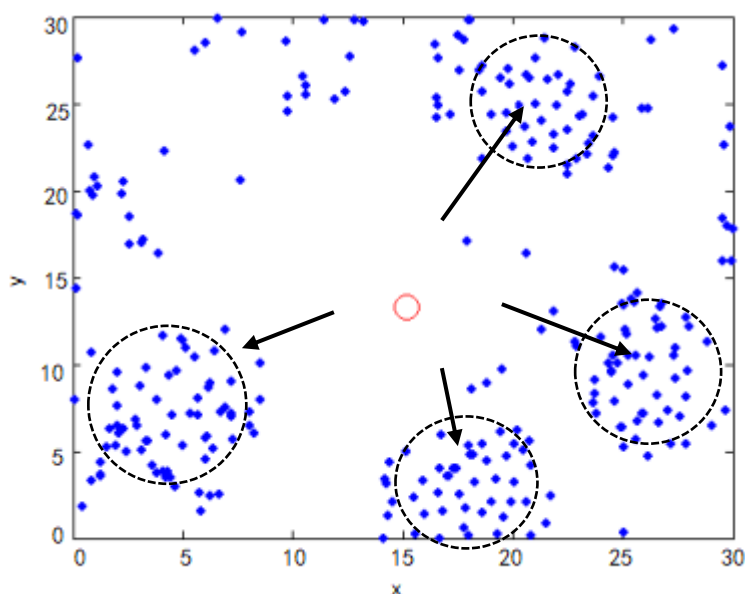


图 5-33 成功躲避后的状态图

从图中可以看出当鱼群和海豚同向运动时，沙丁鱼为躲避危险大致呈现密集球状的形状进行逃逸。进行 10 次仿真，取平均值后得到该情形下沙丁鱼群中个体被吃掉的概率，如表 5-18 所示。

表 5-18 沙丁鱼群被捕食的概率

仿真次数	被吃鱼数	被吃概率	仿真次数	被吃鱼数	被吃概率
1	11	0.022	6	9	0.018
2	12	0.024	7	12	0.024
3	9	0.018	8	13	0.026
4	11	0.022	9	12	0.024
5	12	0.024	10	11	0.022

综合 10 次仿真结果，计算在密集球状型沙丁鱼群躲避模型下沙丁鱼被捕食的平均概率为 2.24%。

5.4.3 基于随机森林的模型改进

考虑到实际的海豚捕食沙丁鱼的过程十分复杂，捕食个体沙丁鱼成功与否除了与两者实时距离有关外，还会受到两者相对速度以及沙丁鱼群密度等多种因素影响，难以直接利用数学公式做出判断，故本文引入机器学习算法中的随机森林算法对捕食模型进行搭建^[5]。

随机森林是一种比较新的机器学习模型。经典的机器学习模型是神经网络，有半个多世纪的历史了。神经网络预测精确，但是计算量很大。随机森林在运算量没有显著提高的前提下提高了预测精度。随机森林对多元共线性不敏感，结果对缺失数据和非平衡的数据比较稳健，被誉为当前最好的算法之一。

随机森林顾名思义，是用随机的方式建立一个森林，森林里面有很多的决策树组成，随机森林的每一棵决策树之间是没有关联的。在得到森林之后，当有一个新的输入样本进入的时候，就让森林中的每一棵决策树分别进行一下判断，看看这个样本应该属于哪一类（对于分类算法），然后看看哪一类被选择最多，就预测这个样本为那一类。

假设个体沙丁鱼被海豚捕食的概率与以下参数有关：两者（海豚与沙丁鱼）距离 D 、沙丁鱼尺寸（大小） S 、沙丁鱼密度 M 、两者（海豚与沙丁鱼）相对速度 V 有关，通过随机森林模型对海豚捕食模型进行训练：

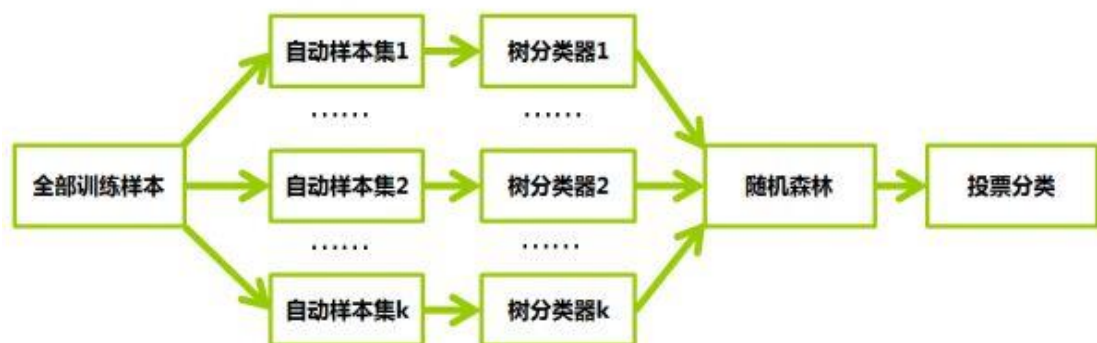


图 5-34 随机森林步骤逻辑图

步骤 1：基于前文假设的鱼群运动模型，基于 Matlab 共统计汇总有 400 个沙丁鱼运动数据样本，有放回的随机选择 400 个样本（每次随机选择一个样本，然后返回继续选择，直至达到 400 个，允许其中存在重复的样本）。利用这 400 个样本来训练一棵决策树，作为决策树根节点处的样本。

步骤 2: 每个沙丁鱼数据样本有 4 个变量属性, 在决策树的每个节点需要分裂时, 随机从这 4 个属性中选取 m 个属性, 满足条件 $m < 4$ 。然后从这 m 个属性中采用某种策略 (基尼指数) 来选择 1 个属性作为该节点的分裂属性。

如果依照某一属性变量 A 的值而划分集合 T 为 b 部分, 即 T_1, T_2, \dots, T_b 。那么在属性变量 A 的条件下, 集合 T 的 Gini 定义为:

$$GI_m(T, A) = \frac{T_1}{T} GI_m(T_1) + \dots + \frac{T_b}{T} GI_m(T_b) \quad (46)$$

分裂属性选择规则: 对于沙丁鱼运动数据的每个属性都要遍历所有可能的分割方法, 最终选择具有最小 GI_m 的属性为分裂属性。

决策树形成的过程中每个节点都要按照步骤 2 来分裂。一直到不能够再分裂为止。

步骤 3: 重复步骤 1 和步骤 2, 可以得到 k 棵决策树, k 棵决策树构成用于沙丁鱼被捕食与否判断的随机森林模型。

步骤 4: 让每一棵随机森林的决策树对输入的沙丁鱼运动数据进行投票。

步骤 5: 计算被捕食可能 (被捕食、不被捕食) 获得的投票数, 找出其中票数最高的一个就是随机森林模型所预判的捕食结果。即分类公式为:

$$F(x) = \max_Y \sum_{i=1}^k I(h_i(x) = Y) \quad (47)$$

上式中, $F(x)$ 表示随机森林的分类结果, k 表示随机森林中决策树的数目, $h_i(x)$ 表示每颗分类树的分类结果, h_i 表示单棵分类树, Y 表示分类目标 (被捕食、不被捕食), $I(\cdot)$ 为示性函数。

需要注意的是, 步骤 1 中有放回地选取 400 个样本以及步骤 2 中选取 m 个属性会使得决策树的相关性和分类能力也会相应的降低。

以上则完成了用于判断个体沙丁鱼是否会被海豚捕食的随机森林辨识模型, 基于该模型, 对上述的 4 种沙丁鱼群体躲避海豚捕食运动进行判断, 计算沙丁鱼群被捕食的概率。

表 5-19 引入随机森林算法后沙丁鱼群被捕食的概率

模型类型	仿真次数	平均被吃鱼数	平均被吃概率
中空包围型	10	7.6	1.52 %
沙漏型	10	10.7	2.14 %
驱赶聚集型	10	12.1	2.42 %
密集球状型	10	10.3	2.06 %

引入随机森林算法后, 综合 10 次仿真结果 (详见程序三), 计算在中空包围型沙丁鱼躲避模型下沙丁鱼被捕食的平均概率为 1.52%, 计算在沙漏型沙丁鱼群躲避模型下沙丁鱼被捕食的平均概率为 2.14%, 计算在驱赶聚集型沙丁鱼群躲避模型下沙丁鱼被捕食的平均概率为 2.42%, 计算在密集球状型沙丁鱼群躲避模型下沙丁鱼被捕食的平均概率为 2.06%。

综合上述仿真计算结果, 可见在引进随机森林算法前后, 沙丁鱼群被海豚捕食的概率排序不变, 由低到高分别是: 中空包围型 < 密集球状型 < 沙漏型 < 驱赶聚集型, 这也解释了自然界中当海豚冲向沙丁鱼群时, 沙丁鱼群往往做中空包围型进行躲避。

6. 模型的验证与评价

6.1 模型的验证

1. 沙丁鱼稳定模型

当沙丁鱼鱼群未受到捕食者的攻击或障碍物时，搜集相关图片（图 6-2），根据图片识别技术得到沙丁鱼数量为 $N = 4/3 \times R^3 \approx 5000$ 。基于建立的鱼群稳定模型，利用 Matlab R2014a 编写程序（详见程序四），模拟鱼群集聚后的状态（图 6-1）。

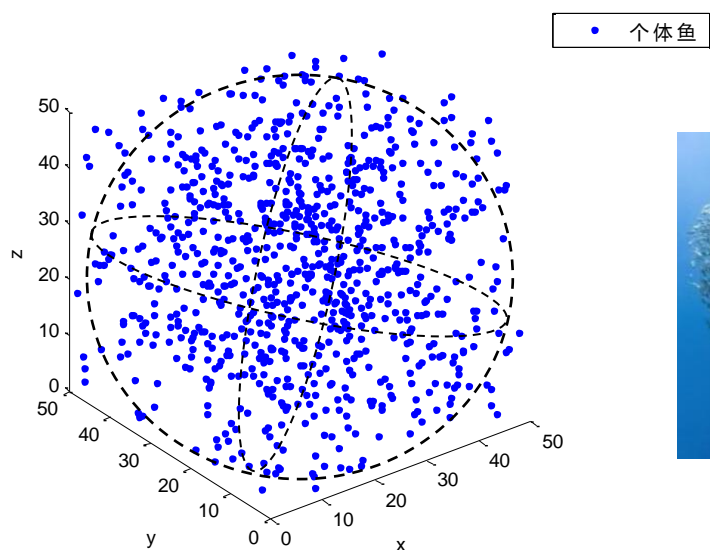


图 6-1 鱼群集聚后的状态



图 6-2 网络鱼群稳定运动图片

2. 沙丁鱼躲避模型

(1) 中空包围型沙丁鱼躲避模型：

当沙丁鱼鱼群受到捕食者的攻击或障碍物时，搜集相关图片（图 6-4），根据图片识别技术得到沙丁鱼估计数量。基于建立的中空包围型沙丁鱼躲避模型，模拟鱼群躲避的状态（图 6-3）。

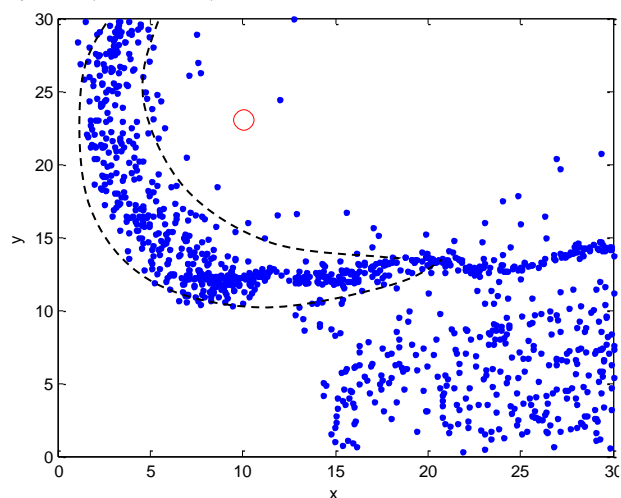


图 6-3 模拟中空包围型沙丁鱼躲避状态



图 6-4 网络鱼群躲避运动图片

(2) 沙漏型沙丁鱼躲避模型:

当沙丁鱼鱼群受到捕食者的攻击或障碍物时,搜集相关图片(图 6-7),根据图片识别技术得到沙丁鱼估计数量。基于建立的沙漏型沙丁鱼躲避模型,模拟鱼群集聚后的状态(图 6-6)。

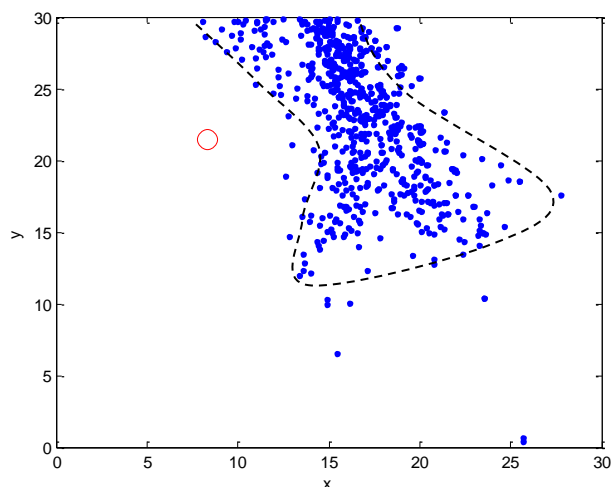


图 6-6 模拟沙漏型沙丁鱼躲避状态



图 6-7 网络鱼群躲避运动图片

(3) 驱赶聚集型沙丁鱼躲避模型

当沙丁鱼鱼群受到捕食者的攻击或障碍物时,搜集相关图片(图 6-9),根据图片识别技术得到沙丁鱼估计数量。基于建立的驱赶聚集型沙丁鱼躲避模型,模拟鱼群集聚后的状态(图 6-8)。

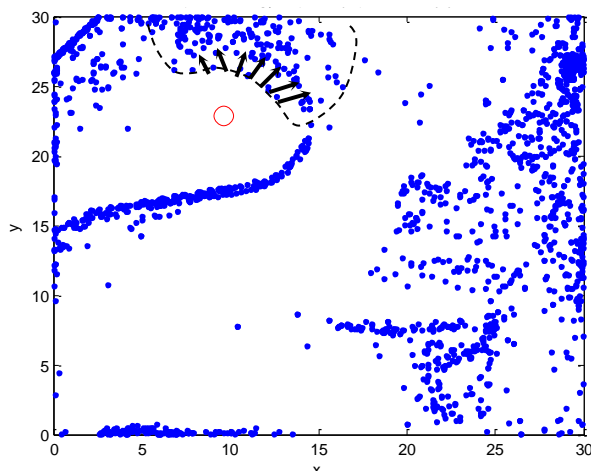


图 6-8 模拟驱赶聚集型沙丁鱼躲避状态图



6-9 网络鱼群躲避图片

6.2 模型的评价

本文主要建立数学模型来描述沙丁鱼群在遇到一条海豚捕食时的运动规律的实质就在于深入分析沙丁鱼群稳定集群模型、海豚的进击捕食模型以及多种沙丁鱼的逃避模型,进而实现动态分析、动态寻优的过程。本文基于分析已有资料,采用从个体到局部、从局部到整体的思想,以 Boid 模型为基础,通过部分改良提出沙丁鱼群的无序聚集运动模型,通过降维的方法将三维模型降为二维模型提出沙丁鱼稳定环绕状态模型分析沙丁鱼的有序环绕运动。结合海豚的进击捕食模型,基于主成分分析方法简化沙丁鱼的运动方程,模拟中空包围型、沙漏型、驱赶聚集型以及密集球型四种逃避轨迹,分析沙丁鱼在四种逃避状态下的被捕食概

率,探索针对于沙丁鱼群体进化产生的最优逃避方式,本文所提出的模型的主要优点如下:

(1)改进传统 Boid 算法,引入有限的视野范围和个体可变速率,使得模型更加贴切实际鱼群稳定状态;通过引入时间因子、靠拢因子等因素,使得模型更加贴切实际鱼群躲避运动状态;

(2)结合自然界中沙丁鱼群实际形状抽象出在其群体遇到海豚捕食时的模拟驱赶聚集状、中空包围状、沙漏状以及密集球状四种逃避轨迹模型;

(3)利用 Matlab 进行仿真检验,二维以及三维下的验证结果切合实际。

自然界中实际的沙丁鱼群行为运动方式是复杂的、无序的,基于假设成立的沙丁鱼群模型准确度有限,因此,本文基于沙丁鱼群模型所得的捕食结果也难免存在一定的局限性,仍有一些问题有待于进一步的改正和深入研究:

(1)部分数据以及表达式中的权重由经验值确定,准确度难免存在偏差;

(2)现实中会存在水流、障碍物等因素的影响而改变沙丁鱼群躲避的轨迹。

因此,围绕本文研究内容仍有许多后续工作需要完成,从而更加准确地实现所述沙丁鱼群在遇到一条海豚捕食时的运动规律的正确描述。

7. 参考文献

- [1] Correia A D, Cunha S R, Scholze M, et al. A Novel Behavioral Fish Model of Nociception for Testing Analgesics[J]. Pharmaceuticals, 2011, 4(4):665.
- [2] 张慧. 鱼类群体行为特性分析及应激仿真技术研究[D]. 浙江:浙江海洋大学, 2017
- [3] 宋志芳, 解佑志, 芦春莲,等. 主成分分析在动物科学的应用研究进展[J]. 中国畜牧杂志, 53(11):21-24, 2017.
- [4] 贾玉兰, 霍占强, 侯占伟,等. 基于主成分分析的珠宝自动定位及检测方法[J]. 计算机应用, 36(10):2922-2926, 2016.
- [5] 程学新. 粒子群优化加权随机森林算法研究[D]. 河南: 郑州大学, 2017.

8. 附录

程序一:

```
clear;
clc;
n=400;
x(1,:)=10*rand(1,n);
y(1,:)=10*rand(1,n);
drc(1,:)=(rand(1,n)-0.5)*2*pi;
d=[];
for k=1:80
    for i=1:n
        for j=1:n
            d(i,j)=sqrt((x(i)-x(j))^2+(y(i)-y(j))^2);
        end
    end
    for i=1:n
        d(i,i)=inf;
    end
    for i=1:n
        a=0;b=1;c=0;e=0;h=0;l=0;
        for j=1:n
            if d(i,j)<5
                a=a+1;
                c=c+x(j);e=e+y(j);
                m=atan(y(j)/x(j));
                l=l+m;
            end
            if d(i,j)<1
                b=b+1;
                g=atan((y(j)-y(i))/(x(j)-x(i)));
                h=h+g;
            end
        end
        D2=atan(e/a-y(i))/(c/a-x(i));
        D3=1/a;
        D4=h/b;
        drc(k+1,i)=0.4*drc(k,i)+0.3*D2+0.2*D3+0.1*D4;
        v=0.5;
    end
    for i=1:n
        x(k+1,i)=x(k,i)+v*cos(drc(k+1,i))*1;
```

```

        y(k+1,i)=y(k,i)+v*sin(drc(k+1,i))*1;
        if x(k+1,i)>30
            x(k+1,i)=x(k+1,i)-30;
        elseif x(k+1,i)<0
            x(k+1,i)=x(k+1,i)+30;
        end
        if y(k+1,i)>30
            y(k+1,i)=y(k+1,i)-30;
        elseif y(k+1,i)<0
            y(k+1,i)=y(k+1,i)+30;
        end
    end
end
for i=1:k
    %pause(0,1)
    plot(x(i,:),y(i,:),'.')
    axis([0 30 0 30])
    getframe
end

```

程序二:

```

clear;
clc;
t=1;n=500;
x=[];y=[];xs=[];
x(1,:)=30*rand(1,n);y(1,:)=30*rand(1,n);
draction(1,:)=(rand(1,n)-0.5)*2*pi;
d=[];a=0;
xs(1,:)=30*rand(1,1);ys(1,:)=30*rand(1,1);
dractions(1,1)=(rand(1,1)-0.5)*2*pi;
for k=1:200
    dractions(k+1,1)=dractions(k,1);
    vs(k+1,1)=0.4;
    xs(k+1,1)=xs(k,1)+vs(k+1,1)*cos(dractions(k+1,1))*1;
    ys(k+1,1)=ys(k,1)+vs(k+1,1)*sin(dractions(k+1,1))*1;
    if xs(k+1,1)>30
        xs(k+1,1)=xs(k+1,1)-30;
    elseif xs(k+1,1)<0
        xs(k+1,1)=xs(k+1,1)+30;
    end
    if ys(k+1,1)>30
        ys(k+1,1)=ys(k+1,1)-30;
    elseif ys(k+1,1)<0
        ys(k+1,1)=ys(k+1,1)+30;
    end
end

```

```

for i=1:n
    ds(i)=sqrt((x(k,i)-xs(k,1))^2+(y(k,i)-ys(k,1))^2);
    for j=1:n
        d(i,j)=sqrt((x(k,i)-x(k,j))^2+(y(k,i)-y(k,j))^2);
    end
end
for i=1:n
    d(i,i)=inf;
end
for i=1:n
    A=0;B=0.1;
    for j=1:n
        if d(i,j)<0.3
            A=A-draction(k,j)/d(i,j);
            B=B-1/d(i,j);
            if A~=0
                draction(k+1,i)=(1-t)*draction(k,i)-t*j/B;
            else draction(k+1,i)=draction(k,i);
            end
        elseif d(i,j)<5&& d(i,j)>=0.2
            A=A-draction(k,j)/d(i,j);
            B=B-1/d(i,j);
            if A~=0
                draction(k+1,i)=(1-t)*draction(k,i)+t*j/B;
            else draction(k+1,i)=draction(k,i);
            end
        end
    end
end
if ds(i)<5
    a=a+1;%prevx=x;%prevy=y;
    if x(k,i)>xs(k,1)
        draction(k+1,i)=atan((y(k,i)-ys(k,1))./(x(k,i)-
xs(k,1)));
    end
    if x(k,i)<xs(k,1)
        draction(k+1,i)=atan((y(k,i)-ys(k,1))./(x(k,i)-
xs(k,1)))+pi;
    end
end
if ds(i)>=5&& ds(i)<10
    draction(k+1,i)=pi/2;
end
if ds(i)>=10&& ds(i)<20
    if x(k,i)>xs(k,1)

```

```

        draction(k+1,i)=-atan((y(k,i)-ys(k,1))./(x(k,i)-
xs(k,1)));
    end
    if x(k,i)<xs(k,1)
        draction(k+1,i)=-atan((y(k,i)-ys(k,1))./(x(k,i)-
xs(k,1)))+pi;
    end
end
v(k+1,i)=0.2;
end
%×±ê,üÐÂ
for i=1:n
    if ds(i)<10
        x(k+1,i)=x(k,i)+v(k+1,i)*cos(draction(k+1,i))*1.5;
        y(k+1,i)=y(k,i)+v(k+1,i)*sin(draction(k+1,i))*1.5;
    elseif ds(i)>=10
        x(k+1,i)=x(k,i)+v(k+1,i)*cos(draction(k+1,i))*1;
        y(k+1,i)=y(k,i)+v(k+1,i)*sin(draction(k+1,i))*1;
    end
    if x(k+1,i)>30
        x(k+1,i)=x(k+1,i)-30;
    elseif x(k+1,i)<0
        x(k+1,i)=x(k+1,i)+30;
    end
    if y(k+1,i)>30
        y(k+1,i)=y(k+1,i)-30;
    elseif y(k+1,i)<0
        y(k+1,i)=y(k+1,i)+30;
    end
end
end
for i=1:k
    pause(0.2)
    plot(x(i,:),y(i,:),'.',xs(i,:),ys(i,:),'ro','markersize',12)
    title('沙丁鱼群躲避海豚捕食的二维图')
    xlabel('x');ylabel('y');%legend('沙丁鱼','海豚')
    axis([0 30 0 30])
    getframe;
end
程序三：
clear all
clc
warning off
load data.mat %储存数据信息

```

```
a = randperm(30);
Train = data(a(1:25),:);
Test = data(a(26:end),:);
P_train = Train(:,3:end);
T_train = Train(:,2);
P_test = Test(:,3:end);
T_test = Test(:,2);
model = classRF_train(P_train,T_train);
```

程序四:

```
clear;
clc;
t=0.5;n=800;
x=[];y=[];z=[];xs=[];
x(1,:)=30*rand(1,n);y(1,:)=30*rand(1,n);z(1,:)=30*rand(1,n);
draction(1,:)=(rand(1,n)-0.5)*2*pi;
d=[];a=0;
xs(1,:)=30*rand(1,1);ys(1,:)=30*rand(1,1);zs(1,:)=30*rand(1,1);
dractions(1,1)=(rand(1,1)-0.5)*2*pi;
for k=1:200
    dractions(k+1,1)=dractions(k,1)+(rand(1,1)-0.5);
    vs(k+1,1)=0.7;
    xs(k+1,1)=xs(k,1)+vs(k+1,1)*cos(dractions(k+1,1))*1;
    ys(k+1,1)=ys(k,1)+vs(k+1,1)*sin(dractions(k+1,1))*1;
    zs(k+1,1)=zs(k,1)+vs(k+1,1)*tan(dractions(k+1,1))*1;
    if xs(k+1,1)>30
        xs(k+1,1)=xs(k+1,1)-30;
    elseif xs(k+1,1)<0
        xs(k+1,1)=xs(k+1,1)+30;
    end
    if ys(k+1,1)>30
        ys(k+1,1)=ys(k+1,1)-30;
    elseif ys(k+1,1)<0
        ys(k+1,1)=ys(k+1,1)+30;
    end
    if zs(k+1,1)>30
        zs(k+1,1)=zs(k+1,1)-30;
    elseif zs(k+1,1)<0
        zs(k+1,1)=zs(k+1,1)+30;
    end
    for i=1:n
        ds(i)=sqrt((x(k,i)-xs(k,1))^2+(y(k,i)-ys(k,1))^2+(z(k,i)-
zs(k,1))^2);
        for j=1:n
            d(i,j)=sqrt((x(k,i)-x(k,j))^2+(y(k,i)-y(k,j))^2+(z(k,i)-
```

```

z(k,j))^2);
    end
end
for i=1:n
    d(i,i)=inf;
end
for i=1:n
    A=0;B=0.1;
    for j=1:n
        if d(i,j)<0.2
            A=A-draction(k,j)/3;
            B=B-1/d(i,j);
            if A~=0
                draction(k+1,i)=(1-t)*dractiion(k,i)-t*A/B;
            else draction(k+1,i)=dractiion(k,i);
            end
        elseif d(i,j)<5&&d(i,j)>=0.2
            A=A-draction(k,j)/d(i,j);
            B=B-1/d(i,j);
            if A~=0
                draction(k+1,i)=(1-t)*dractiion(k,i)+t*A/B;
            else draction(k+1,i)=dractiion(k,i);
            end
        end
    end
end
if ds(i)<15
    a=a+1;
    prevx=x;
    prevy=y;
    prevz=z;
    if x(k,i)>xs(k,1)
        draction(k+1,i)=atan((y(k,i)-ys(k,1))./(x(k,i)-
xs(k,1)));
    end
    if x(k,i)<xs(k,1)
        draction(k+1,i)=atan((y(k,i)-ys(k,1))./(x(k,i)-
xs(k,1)))+pi;
    end
end
v(k+1,i)=0.5;
end
for i=1:n
    x(k+1,i)=x(k,i)+v(k+1,i)*cos(draction(k+1,i))*1;
    y(k+1,i)=y(k,i)+v(k+1,i)*sin(draction(k+1,i))*1;

```

```

        z(k+1,i)=z(k,i)+v(k+1,i)*tan(draction(k+1,i))*1;
    for i=1:n
        if
    (prevx(1,i)==x(k+1,i)) && (prevy(1,i)==y(k+1,i)) && (prevz(1,i)==z(k+1,i)
    )
            a=a-1;
        end
    end
    if x(k+1,i)>30
        x(k+1,i)=x(k+1,i)-30;
    elseif x(k+1,i)<0
        x(k+1,i)=x(k+1,i)+30;
    end
    if y(k+1,i)>30
        y(k+1,i)=y(k+1,i)-30;
    elseif y(k+1,i)<0
        y(k+1,i)=y(k+1,i)+30;
    end
    if z(k+1,i)>30
        z(k+1,i)=z(k+1,i)-30;
    elseif z(k+1,i)<0
        z(k+1,i)=z(k+1,i)+30;
    end
    end
end
for i=1:k
    pause(0.2)

plot3(x(i,:),y(i,:),z(i,:),'.',xs(i,:),ys(i,:),zs(i,:), 'ro', 'markersi
ze',12)
title('沙丁鱼群躲避海豚捕食的三维图')
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z');%legend('沙丁鱼','海豚')
axis([0 30 0 30 0 30])
getframe;
end

```