

承 诺 书

我们仔细阅读了中国大学生数学建模竞赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们参赛选择的题号是（从 A/B/C 中选择一项填写）： A

我们的参赛报名号为（如果赛区设置报名号的话）：

所属学院（请填写完整的全名）： 通信与信息工程学院

参赛队员（打印并签名）： 1.

2.

3.

日期： 2012 年 5 月 5 日

评阅编号(教师评阅时填写)

深圳人口与医疗需求预测

摘 要

本文针对 1979-2010 年深圳市人口的发展变化规律以及该市医疗卫生的发展变化情况，对 2011-2020 年的人口进行了预测，着重对 2015 年和 2020 年的人口年龄和性别结构进行了预测，同时对 2011-2020 年深圳市的每万人床位做了预测，之后以小儿肺炎、急性阑尾炎、高血压三种疾病为例，有针对性的对 2020 年患者对不同类型的医院的床位需求进行了分析。

针对问题一中的人口预测问题，主要采用“灰色模型 GM(1,1)”预测户籍人口的走势，采用“线性拟合”的手段对非户籍人口与户籍人口的比值进行了预测，由此得到了深圳市 2011-2020 年的人口总数的预测结果。在对人口结构的预测过程中，参照“马尔可夫链”模型，并对其进行了一定的合理的简化，构建了“类马尔可夫链模型”，在数据较少的情况下对 2015 年和 2020 年人口年龄结构进行了预测。

针对问题一床位的需求预测问题，考虑到近年来深圳市的医疗条件一直能与人口的增长较好的适应，因此采用现有床位的数量来反映现有的床位需求，并对床位和人口的比例进行拟合，在人口预测的基础上预测了 2011-2020 年的床位需求情况。

针对问题二，文中构建了概率模型来估算 2020 年三种疾病的患病人数，分别是“0-4 岁群体中的均匀分布模型”、“全年龄区间的正态分布模型”、“全年龄区间的离散型概率分布模型”。医院分为 a)将妇幼保健院和儿童医院归为一类，称为 I 类医院；b)人民医院等综合性医院归为一类，称为 II 类医院；c)中医院等医院归为一类，称为 III 类医院。在此基础上分别对三种疾病对各类型医院的床位需求做了预测和分析。

关键字：人口预测 医疗条件 灰色模型 线性拟合 马尔可夫链 概率模型

一、问题重述

深圳是我国的经济特区，也是我国人口较为密集的城市之一。从人口的结构上来看，其显著特点是流动人口远远超过户籍人口，且年轻人口占绝对优势。深圳流动人口主要是从事第二、三产业的企业一线工人和商业服务业人员。年轻人身体强壮，发病较少，因此深圳目前人均医疗设施虽然低于全国类似城市平均水平，但仍能满足现有人口的就医需求。然而，随着时间推移和政策的调整，深圳老年人口比例会逐渐增加，产业结构的变化也会影响外来务工人员数量。这些都可能导致深圳市未来的医疗需求与现在有较大的差异。

未来的医疗需求与人口结构、数量和经济发展等因素相关，合理预测能使医疗设施建设正确匹配未来人口健康保障需求，是保证深圳社会经济可持续发展的重要条件。然而，现有人口社会发展模型在面对深圳情况时，却难以满足人口和医疗预测的要求。为了解决此问题，请根据深圳人口发展变化态势以及全社会医疗卫生资源投入情况（医疗设施、医护人员结构等方面）收集数据、建立针对深圳具体情况的数学模型，预测深圳未来的人口增长和医疗需求，解决下面几个问题：

1. 预测未来十年深圳市人口数量和结构的发展趋势；在此基础上预测未来全市和各区医疗床位需求；

2. 根据深圳市人口的年龄结构和患病情况及所收集的数据，小儿肺炎、急性阑尾炎、高血压三种情况下在不同类型的医疗机构就医的床位需求。

二、符号说明

$x^{(0)}$	灰色模型的参考序列
$x^{(1)}$	灰色模型一次累加后的序列
$\lambda(k)$	数列的级比
$z^{(1)}(k)$	灰色模型的均值序列
$\varepsilon(k)$	灰色模型预测残差
$\rho(k)$	灰色模型预测的级比偏差
ξ_i	第 i 年非户籍人口与户籍人口的比值
ζ_i	第 i 个年龄区间的五年转移比

$X_{00}(i), X_{05}(i), X_{10}(i)$	2000、2005、2010 年第 i 个年龄区间占总人数的比例
μ 和 σ^2	正态分布的均值和方差

三、问题分析

针对问题一的人口预测问题，人口分为户籍人口和非户籍人口。户籍人口的增长模型符合普通的人口增长模式，我们采用灰色模型 GM(1,1) 对其走向进行预测；非户籍人口的增长多受到政策等的影响，因而与普通的人口模型偏差较大，因此需要采用拟合的方法作出预测。

对于问题一的床位需求预测问题，1979 年-2010 年的床位总数可以在一定程度上反映床位的需求，但题目中也提到深圳市人口的老齡化开始呈严重化趋势，因此在将来，床位的数量仍然需要在原有基础上与人口数目至少保持同比增加。

对于问题二，我们对小儿肺炎、急性阑尾炎、高血压三种病做了分析，这三种病的特点是，小儿肺炎只针对年龄在 0-4 岁的群体，急性阑尾炎则在各个年龄阶段都有出现，高血压则是多发于老年人群体。

我们将通过对这三个问题的解决为深圳市医疗卫生的发展提出合理的建议。

四、模型假设

- (1)、假设附表给的数据都是准确的；
- (2)、假设未来 10 年内深圳户籍人口不发生突然的大规模变动；
- (3)、假设未来 10 内深圳妇女的生育能力不发生问题；
- (4)、假设同一地区性别比例不发生变化；
- (5)、假设同一地区在全市人口中所占比例不发生变化。
- (6)、假设十年内患者对于医院的取向不发生变化。

五、模型的建立与求解

5.1 深圳市人口的预测（2011-2020 年）

5.1.1 户籍人口的预测—灰色模型

1. 灰色模型的概念

灰色预测是指利用 GM 模型对系统行为特征的发展变化规律进行估计预测，同时也可以对行为特征的异常情况发生的时刻进行估计计算，以及对在特定时区内发生事件的未来时间分布情况做出研究等等。这些工作实质上是将“随机过程”当作“灰色过程”，“随机变量”当作“灰变量”，并主要以灰色系统理论中的 GM(1,1)模型来进行处理。灰色预测在工业、农业、商业等经济领域，以及环境、社会 and 军事等领域中都有广泛的应用。特别是依据目前已有的数据对未来的发展趋势做出预测分析。

2. 数据的检验与处理

首先我们对深圳市 1979 年-2010 年的户籍人口数据的作出分析，如图 5.1。

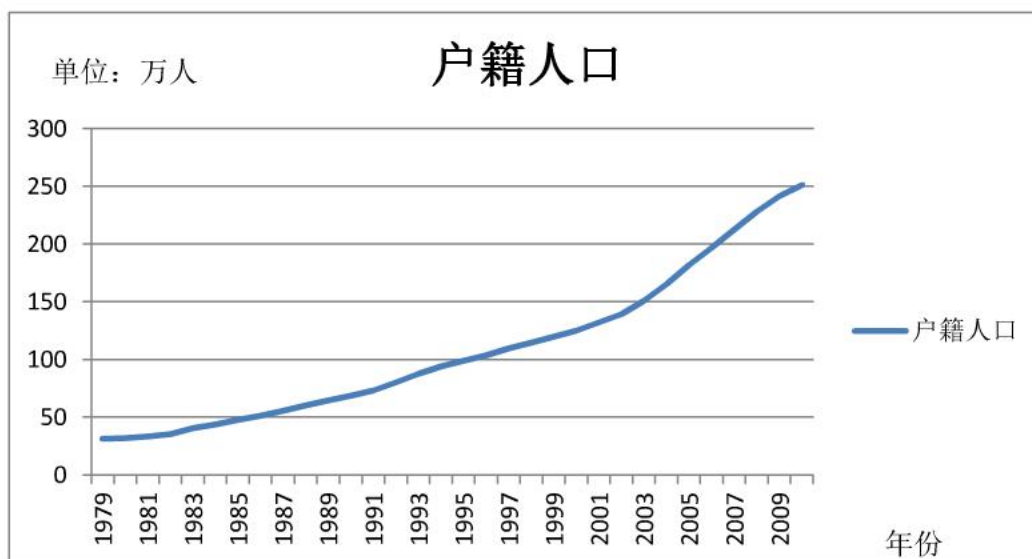


图 5.1 深圳市户籍人口 1979-2010 年

我们发现，1979 年-2003 年人口增长速率基本稳定，从 2003 年开始速率较之前有一定的增大。

在建立灰色模型的过程中，如果把这 32 年的数据作为初始序列

$$x^{(0)} = [x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(32)] \quad (5.1)$$

则数列的级比

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}, k = 2, 3, \dots, 32 \quad (5.2)$$

不能满足全部落入 $(e^{-\frac{2}{33}}, e^{\frac{2}{34}})$ 的范围中, 这样我们就得不到一个非常满意的 GM(1,1) 模型。因此在考虑到 1979-2003 年的变化趋势基本相同的前提下, 我们只采用了 1991 年-2010 年的数据来建立模型。当然这也是有现实意义的, 1992 年邓小平同志的“南方谈话”将改革开放推向了一个新的阶段, 对于深圳人口的影响也有明显的效果。

3. 建立模型

令

$$x^{(0)} = [x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(20)] \quad (5.3)$$

经过验证, 级比数值满足要求。

首先, 做 1 次累加 (AGO) 生成数列

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= [x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(20)] \\ &= [x^{(1)}(1), x^{(1)}(1) + x^{(0)}(2), \dots, x^{(1)}(19) + x^{(0)}(20)] \end{aligned} \quad (5.4)$$

其中, $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) (k = 1, 2, \dots, 20)$ 。接着求均值数列

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1), k = 2, 3, \dots, 20 \quad (5.5)$$

则有 $z^{(1)} = [z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(20)]$ 。于是建立微分方程为

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b, k = 2, 3, \dots, 20 \quad (5.6)$$

相应的白化微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \quad (5.7)$$

$$\text{记 } u = (a, b)^T, Y = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(20)]^T, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(20) & 1 \end{bmatrix}, \text{ 则由最小二乘法, 求}$$

得使 $J(\hat{u}) = (Y - B\hat{u})^T (Y - B\hat{u})$ 达到最小值的 $\hat{u} = (a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$ 。于是求解方程 (5.7)

得：

$$x^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (5.8)$$

经过编写 MATLAB 程序（见附录 9.1），我们得到 $a = -0.0662, b = 69.2185$

4. 检验预测值

a) 残差检验

令残差为 $\varepsilon(k)$ ，计算

$$\varepsilon(k) = \frac{x^{(0)}(k) - x^{(0)}(\hat{k})}{x^{(0)}(k)}, k = 1, 2, \dots, 20 \quad (5.9)$$

如果 $|\varepsilon(k)| < 0.2$ ，则可以认为达到一般要求；如果 $|\varepsilon(k)| < 0.1$ ，则认为达到较高的要求。经过计算，本模型得到的残差落于 $[-0.0642, 0.0699]$ 之间，达到了较高的要求。具体数据可参见表 5.1。

表 5.1 模型的验证

年份	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
残差	0.05	0.07	0.07	0.06	0.03	0.03	0.01	-0.02	-0.04	-0.05
级比差值	0.02	0.02	0.00	-0.01	-0.02	-0.01	-0.02	-0.02	-0.03	-0.01
年份	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	
残差	-0.06	-0.05	-0.03	0.01	0.02	0.03	0.03	0.02	0.00	
级比差值	-0.01	0.01	0.02	0.03	0.01	0.01	0.01	-0.01	-0.03	

b) 级比偏差检验

首先有参考序列依照式 (5.2) 计算出级比 $\lambda(k)$ ，再用发展系数 a 求出相应的级比偏差

$$\rho(k) = 1 - \left(\frac{1 - 0.5a}{1 + 0.5a} \right) \lambda(k), k = 2, 2, \dots, 20 \quad (5.10)$$

如果 $|\rho(k)| < 0.2$ ，则可以认为达到一般要求；如果 $|\rho(k)| < 0.1$ ，则认为达到较高的要求。经过计算，本模型得到的级比偏差落于 $[-0.0277, 0.0302]$ 之间，达到了较高的要求。具体数据可参见表 5.1。

5. 模型的使用

经过上面的介绍，我们知道这里建立的 GM(1,1) 模型通过了验证。下面我们给出用该模型预测到的 2011-2020 年深圳市户籍人口数。

表 5.2 深圳市 2011-2020 年户籍人口预测

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
人口（万人）	269.2	287.6	307.3	328.3	350.8	374.8	400.4	427.8	457.1	488.4

我们看到，经过预测，深圳市十年后（2020 年）的户籍人口为 488.4 万人。

5.1.2 非户籍人口的预测—多项式拟合

1.拟合的概念

曲线拟合问题是，已知一组（二维）数据，即平面上的 n 个点 $(x_i, y_i), i=1, 2, \dots, n, x_i$ 互不相同，寻求一个函数（曲线） $y=f(x)$ ，使 $f(x)$ 在某种准则下与所有数据点最为接近，即曲线拟合得最好。

线性最小二乘法是解决曲线拟合最常用的方法，基本思路是，令

$$f(x) = a_1 r_1(x) + a_2 r_2(x) + \dots + a_m r_m(x) \quad (5.11)$$

其中 $r_k(x)$ 是事先选定的一组线性无关的函数， a_k 是待定系数 ($k=1, 2, \dots, m, m < n$)。

拟合准则是使 $y_i, i=1, 2, \dots, n$ 与 $f(x_i)$ 的距离 δ_i 的平方和最小，称为最小二乘准则。

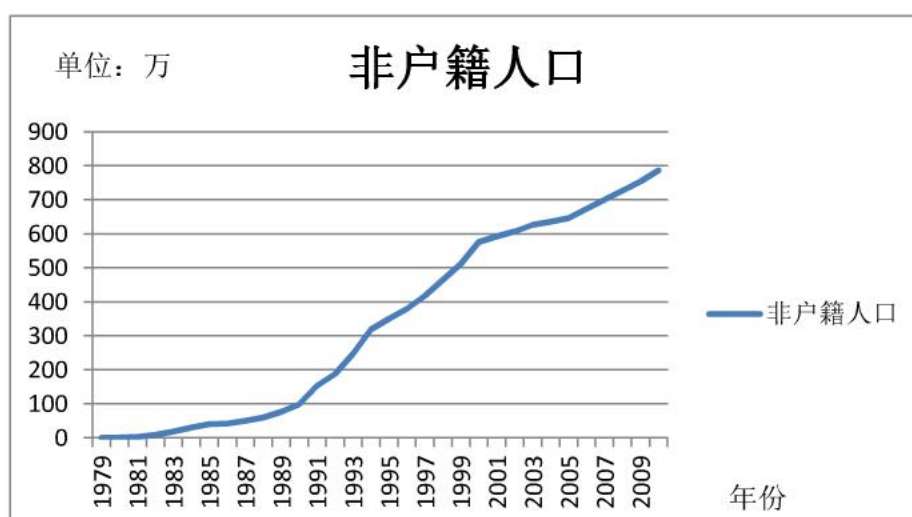


图 5.2 深圳市 1979-2010 年非户籍人口

2.数据预处理

通过分析非户籍人口的变化我们发现，在最近的十年里，非户籍人口基本保持线性增长，如图 5.2，但考虑到深圳市已经出台和即将出台的控制人口的政策，外来人口的数量不可能继续保持线性增长。因此直接用非户籍人口的数据进行拟合存在不符合实际的成分。

事实上，经过对比我们发现，非户籍人口与户籍人口的比例之间存在一定的关系。

这样的比例关系也是维持深圳社会稳定的一个重要因素。如图 5.3，从图中可以看出，改革开放以来，在国家政策的大力支持下，深圳市的经济蓬勃发展，也吸引了大量的外来人口，特别是 1979-2000 年之间；而在 2000 以后，深圳市已经开始对人口进行相应的控制，同时深圳市的经济、社会等各方面的发展已经开始进入一个较为稳定的阶段，户籍人口增多，非户籍人口与户籍人口的比例呈线性下降。因此，我们可以通过 2000 年以后的非户籍人口与户籍人口的比值进行拟合，进而预测接下来的十年非户籍人口的走势。这里不妨将这个比值记为 $\xi_i, i = 2000, 2001, \dots, 2020$ 。

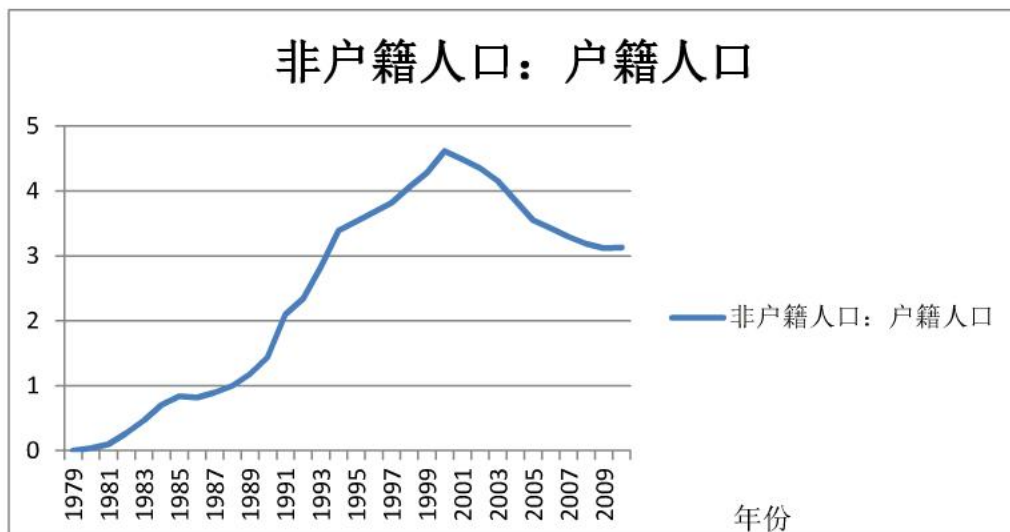


图 5.3 深圳市 1979-2010 年非户籍人口与户籍人口比值

3.多项式拟合

拟合过程中，我们直接调用 MATLAB 的 CFTOOL 工具，对 ξ_i 进行拟合，依次采用线性拟合、二次拟合、三次拟合对未来十年的 ξ_i 进行预测，发现二次拟合和三次拟合的结果从 2010 年开始都呈单调递增趋势，不符合实际情况（虽然理论上非常完美），因此最终选了线性拟合的结果，拟合曲线如图 5.4 所示。

这时，有

$$\xi_i = -0.1684(i - 1999) + 4.753 \quad (5.12)$$

其中， $i = 2000, 2001, \dots, 2020$ 。

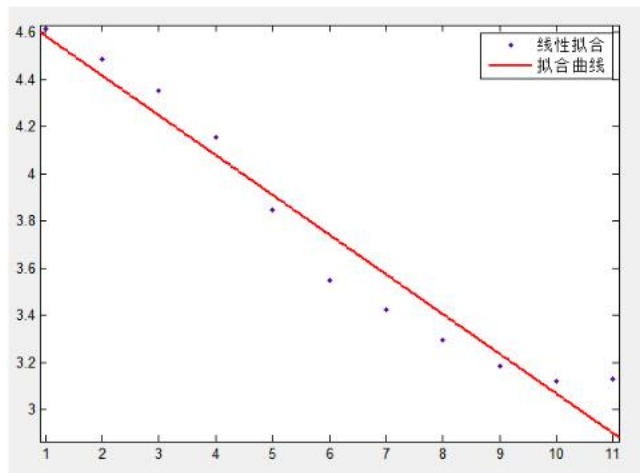


图 5.4 ξ_i 的线性拟合曲线图

表 5.3 拟合优度 (Goodness of fit)

SSE	0.1572
R^2	0.952
Adjusted R^2	0.9467
RMSE	0.1322

在此基础上可以得到 ξ_i 后十年的预测值, 以及后十年非户籍人口、人口总数如表 5.4 所示。

表 5.4 深圳市 2011-2020 年人口预测

单位: 万人

年份	2011	2011	2011	2011	2011	2011	2011	2011	2011	2011
ξ_i	7.47	6.99	6.54	6.12	5.73	5.37	5.02	4.70	4.40	4.12
非户籍	735.6	737.5	736.2	731.2	722.2	708.5	689.5	664.6	633.1	594.2
总人数预测	1004.8	1025.1	1043.5	1059.6	1073.0	1083.3	1090.0	1092.5	1090.2	1082.6

5.1.3 人口结构预测—类马尔可夫链模型

1. 马尔可夫链模型的概念

现实世界中有很多这样的现象: 某一系统在已知现在情况的条件下, 系统未来时刻的情况只与现在有关, 而与过去的历史无直接关系。比如, 研究一个商店的累计销售额, 如果现在时刻的累计销售额已知, 则未来某一时刻的累计销售额与现在时刻以前的任一时刻累计销售额无关。上节中的几个例子也均属此类。描述这类随机现象的数学模型称为马氏模型。

2. 类马尔可夫链的概念

本题中, 2010 年的人口年龄结构与 2005 年的有直接关系, 但与 2000 年的则不存在

直接的关系。因此本题可以通过构建马尔可夫链模型解决。但由于维度较多，转移矩阵求解过程较为复杂，因此在这里对马尔可夫链模型做了简化，叫做类马尔可夫链模型。

3.具体思想

根据年龄移算理论，可以从某一时点的某年龄组人数推算一年（或 n 年）后年龄相应增长一岁（或增长 n 岁）的人口数。在这个人口数的基础上减去相应年龄的死亡人数，并考虑人口迁移，就可以得到未来某年龄组的实际人口数。对于 0 岁的新生人口，则需要通过生育率作重新计算。

本题中，需要通过 2000 年、2005 年、2010 年的数据预测 2015 年和 2020 年的人口年龄结构，由于跨度为 5 年，题目附件的年龄结构也是以 5 为单位的（比如 5-10 岁），因此可以在年龄移算理论的基础上计算序列的转移比 ζ_i ，其中 i 表示第 i 个年龄区间，对应关系如表 5.5。下面给出 ζ_i 的具体算法。

表 5.5 年龄区间对照表

年龄段	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54
序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
年龄段	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	≥ 100	
序号	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	

分别记 2000 年、2005 年、2010 年三年对应的年龄区间的人数占总人数的比例为 $X_{00}(i), X_{05}(i), X_{10}(i), i=1, 2, \dots, 21$ ，由生活常识知道，三者之间的转移关系如下：

$$X_{00}(i) \rightarrow X_{05}(i+1) \rightarrow X_{10}(i+2), i=1, 2, \dots, 19 \quad (5.13)$$

转移比 ζ_i 定义为


$$\zeta_{i,1} = \frac{X_{05}(i+1)}{X_{00}(i)}, i=1, 2, \dots, 20 \quad (5.14)$$

$$\zeta_{i,2} = \frac{X_{10}(i+1)}{X_{05}(i)}, i=1, 2, \dots, 20 \quad (5.15)$$

这里需要注意的是，转移比对于 0-4、5-9 岁两个年龄区间是没有意义的，后面将会单独予以讨论。

经过计算，这里给出 $\zeta_{i,1}$ 和 $\zeta_{i,2}$ 的曲线图，如图 5.5。从图中不难看出， $\zeta_{i,1}$ 在 20-24 岁区间上较大，其他年龄段转移比均与 $\zeta_{i,2}$ 非常接近；而对于 $\zeta_{i,2}$ 在 20-24 岁区间上的转移比已经明显趋于缓和。因此对于 2010-2020 年十年内的转移比（记为 $\zeta_{i,3}$ ）我们有理由认为其保持稳定，其算法如下。

$$\zeta_{i,3} = \begin{cases} \zeta_{i,2}^2 / \zeta_{i,1} & i = 1, 2, 3, 4 \\ \frac{1}{2}(\zeta_{i,1} + \zeta_{i,2}) & else \end{cases} \quad (5.16)$$

图 5.5 中  所示即为计算得到的 $\zeta_{i,3}$ 的值。并由此可以推算出 2015 年、2020 年对应的年龄区间的人数占总人数的比例 $X_{15}(i), X_{20}(i), i = 3, 4, \dots, 21$ 。进而得到对应的年龄区间的人数。

对于 $i=1,2$ 两种情况，因为假定未来十年深圳市人口出生率稳定，因此可以认定 0-4 岁、5-9 岁人群所占比例不发生变化。

至此，未来十年的人口年龄结构可以全部计算出来。另外，根据假设同一地区性别比例不发生变化，同一地区在全市人口中所占比例不发生变化，得到数据部分如表 5.6，完整数据见附录 9.2。

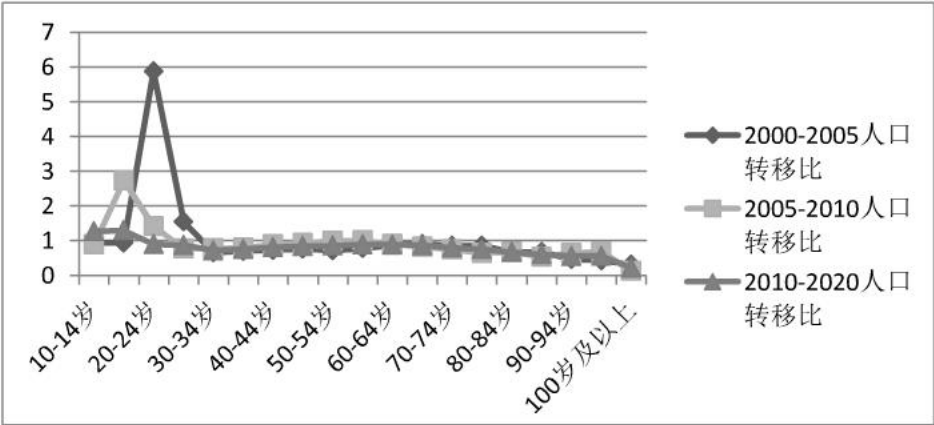


图 5.5 转移比走势图

表 5.6 2015 年和 2020 年人口结构预测（部分） 单位：人

2015 年	总	男	0-4	10-14	20-24	30-34	40-44	50-54	60-64
深圳市	10729743	5813065	351414	301347	2074513	1415087	957910	277396	125787
罗湖区	956636	482151	31331	26867	184958	126165	85405	24732	11215
福田区	1364941	704748	44704	38335	263901	180015	121857	35288	16002
南山区	1127083	607654	36914	31654	217913	148645	100622	29138	13213
宝安区	4162101	2318136	136315	116893	804710	548917	371576	107603	48793
龙岗区	2083455	1126847	68236	58514	402820	274776	186003	53864	24425
盐田区	216380	117746	7087	6077	41835	28537	19318	5594	2537
光明新区	498798	275242	16336	14009	96439	65784	44531	12895	5848
坪山新区	320350	180541	10492	8997	61937	42249	28600	8282	3756
2020 年	总	男	0-4	10-14	20-24	30-34	40-44	50-54	60-64
深圳市	10825602	5864999	281598	307798	2118927	1445383	978418	283335	128480
罗湖区	965182	486458	25107	27442	188918	128867	87233	25261	11455
福田区	1377135	711044	35822	39155	269551	183869	124466	36043	16344

南山区	1137152	613082	29580	32332	222578	151827	102776	29762	13496
宝安区	4199285	2338847	109233	119396	821938	560669	379531	109906	49838
龙岗区	2102069	1136914	54679	59767	411444	280658	189985	55017	24948
盐田区	218313	118798	5679	6207	42731	29148	19731	5714	2591
光明新区	503254	277701	13091	14309	98503	67192	45484	13171	5973
坪山新区	323212	182154	8407	9190	63263	43154	29212	8459	3836

5.2 医疗床位需求

由于目前深圳的医疗水平能够较好的满足需求，因此可以认为全市床位数量的变化能够反映全市床位需求的变化。

5.2.1 全市床位数量预测—正比例模型

深圳市 1979 年-2010 年全市床位统计数目与人口走势如图 5.6。

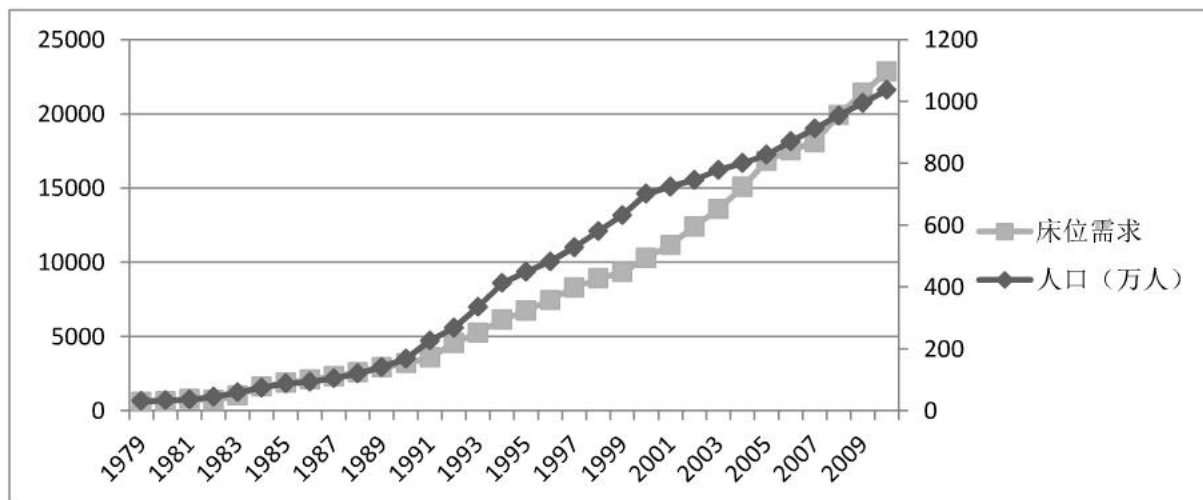


图 5.6 1979-2010 年深圳市床位总计与人口总数

整体上，床位的变化与人口的变化是正比例的关系。在 1991-2003 年之间，人口的增速较大，主要是因为国家政策所致，而且所增加的人口多为年轻群体，因此对医疗水平的要求较低，而同时医疗水平发展相对稳健，在近十年与人口规模呈现出明显的正比例趋势，现将 1979 年-2010 年的床位人口比例图绘制如下。

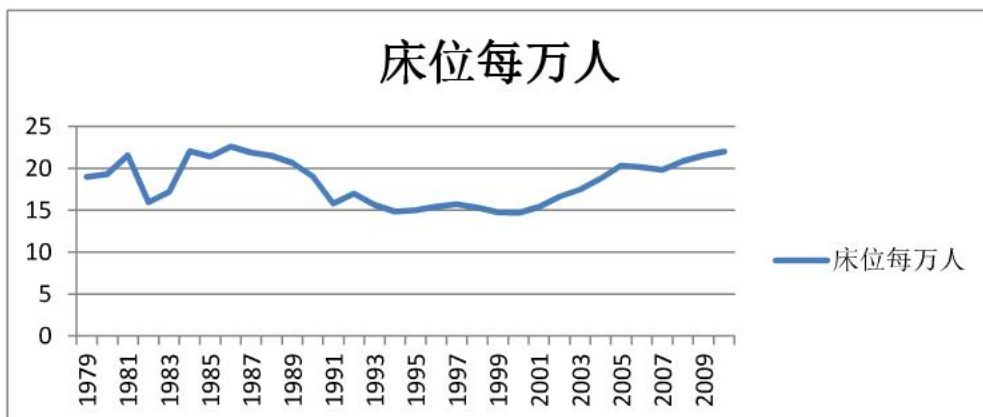


图 5.7 1979 年-2010 年的床位人口比例图

从 2000 年开始，每万人的床位数基本上呈线性关系增长，我们对这些数据进行线性拟合，得到了如图 5.8 的拟合曲线和表 5.7 的拟合优度。

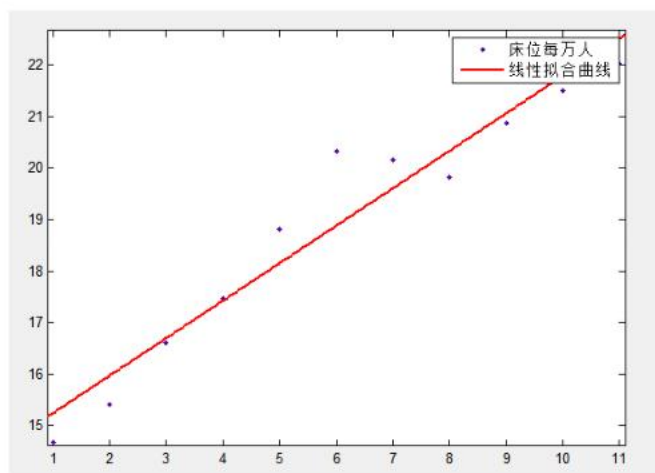


图 5.8 2000-2010 年每万人床位线性拟合曲线图

表 5.7 拟合优度 (Goodness of fit)

SSE	4.099
R^2	0.9341
Adjusted R^2	0.9268
RMSE	0.6749

若记每万人的床位数为 $f(x)$ ，则

$$f(x) = 0.7269x + 14.52 \quad (5.14)$$

由此预测全市床位数发展趋势如下：

表 5.8 2011-2020 年全市床位数预测

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
总床位数	23354	24571	25770	26938	28059	29115	30087	30951	31680	32244
总人数 (万)	1004.8	1025.1	1043.5	1059.6	1073.0	1083.3	1089.9	1092.5	1090.2	1082.6
每万人床位	23.24	23.97	24.70	25.42	26.15	26.88	27.60	28.33	29.06	29.78

5.2.2 各区床位预测

由于床位与人口存在直接的数量关系，因此各区的床位发展趋势可以由各区的人口数量估计，方法同 5.2.1 中所述。所得数据见附录 9.3。

5.3 针对性疾病的床位需求分析—概率模型

1. 疾病类型的选取

在该问题中，我们选取了小儿肺炎、急性阑尾炎、高血压三种疾病做分析，其中小儿肺炎有年龄针对性，急性阑尾炎则普遍存在于各个年龄段，高血压则是老年人群体的常见疾病。

2. 医院类型的划分

对于医疗机构分为公立医院和私立医院，其中公立医院占据主导地位，同时是国家对医疗机构的控制的集中体现，因此本文只对公立医院做相应的讨论。

对于医疗机构的分类，本文采用如下方法：a)将妇幼保健院和儿童医院归为一类，称为Ⅰ类医院；b)人民医院等综合性医院归为一类，称为Ⅱ类医院；c)中医院等医院归为一类，称为Ⅲ类医院。这样的分类同医院本身的医疗水平没有关系。

为了叙述方便，我们仅对 2020 年的情况作出分析预测。

3. 小儿肺炎的发病情况分析—0-4 岁群体中的均匀分布模型

小儿肺炎是临床常见病，四季均易发生，以冬春季为多。如治疗不彻底，易反复发作，影响孩子发育。通过查阅相关资料发现，小儿肺炎的发病率为 0.03132，平均反复次数为 3 次，发病年龄在 0-4 岁之间，参照之前对 2020 年人口的预测，可以计算出患者人数的期望值为 8820 人/年，住院次数为 26460 人次。

表 5.9 2011 年不同类型医院住院比例

医院类型	就诊人次	比例
Ⅰ类	9742	33.7%
Ⅱ类	18704	64.7%
Ⅲ类	465	1.6%
总计	28911	100.0%

根据患者对医院的取向不发生变化的假设，可以得到表 5.10 的内容。

表 5.10 2020 年不同类型医院住院比例

医院类型	就诊人次	比例
Ⅰ类	8916	33.7%
Ⅱ类	17118	64.7%
Ⅲ类	426	1.6%
总计	26460	100.0%

4. 急性阑尾炎的发病情况分析—全年龄区间的正态分布模型

急性阑尾炎普遍存在于各个年龄阶段，整体发病率为 0.04，发病以 20-30 岁的群体居多，患者年龄服从正态分布的特点，60 岁以上的患者占到患者总数的 10%。因此建立一个 $\mu = 25, \sigma^2 = 27.3$ 的正态分布模型，其中 $\sigma^2 = 27.3$ 由 $1 - \Phi(60) = 0.1$ 得到，其中

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (5.15)$$

计算得到 2020 年各个年龄段患病人数如表 5.11，患者总数为 22582 人。

表 5.11 2020 年急性阑尾炎患者年龄分布表

年龄段	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54
患者人数	462	387	642	1858	4920	4561	3267	2695	1883	1022	406
年龄段	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	100 及以上	
患者人数	253	120	55	31	13	4	1	0	0	0	

同样，根据 2011 年不同医院类型的住院比例，给出 2020 年不同类型医院住院比例表 5.12。

表 5.12 2011 年统计和 2020 年预测不同类型医院住院比例

2011 年住院比例			2020 年住院比例		
医院类型	就诊人次	比例	医院类型	就诊人次	比例
I 类	310	3.4%	I 类	776	3.4%
II 类	8376	92.8%	II 类	20958	92.8%
III 类	339	3.8%	III 类	848	3.8%
总计	9025	100.0%	总计	22582	100.0%

需要注意的是，不是所有的急性阑尾炎患者都需要进行切除手术，而且不进行手术的患者占了很大一部分比例，因此计算得到的 22582 人中有可能会有接近半数（没有确切的数据佐证）的患者只需采用传统的消炎方法治疗，因此这里的预测结果与实际的住院结果会有较大的偏差，但与实际的就诊人数会基本一致。

5. 高血压的发病情况分析—全年龄区间的离散型概率分布模型

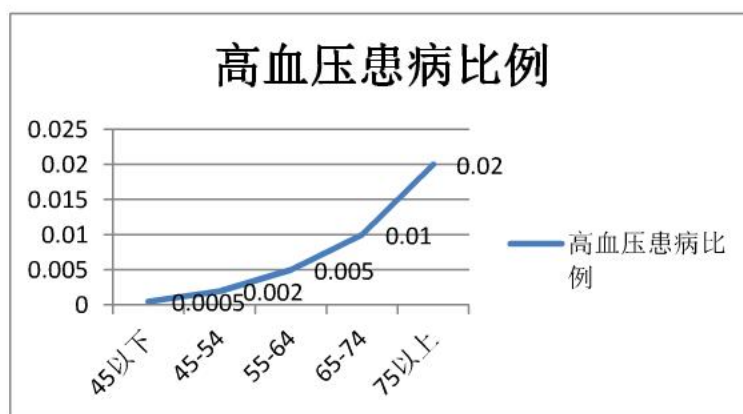


图 5.9 高血压各年龄段患病率

高血压的患者主要集中在中老年，但年轻群体也有一定的比例。各年龄段患病人数占总人数的比例如图 5.9。在此基础上，计算出 2020 年高血压的患病总人数为 10799 人。

同样，根据 2011 年不同医院类型的住院比例，给出 2020 年不同类型医院住院比例表 5.13。

表 5.13 2011 年统计和 2020 年预测不同类型医院住院比例

2011 年住院比例			2020 年住院比例		
医院类型	就诊人次	比例	医院类型	就诊人次	比例
I 类	553	5.8%	I 类	626	5.8%
II 类	6707	70.4%	II 类	7602	70.4%
III 类	2267	23.8%	III 类	2570	23.8%
总计	9527	100.0%	总计	10799	100.0%

事实上，高血压患者在出现紧急情况时才可能住院，而在一般情况下则是靠降压药缓解症状，同时随身携带血压计和降压护腕以备不测。因此理论上患者人数比住院人数多。

六、模型的改进

人口的发展变化事实上会受到很多外力的影响，人口的预测模型多是在外界条件稳定或者理想的情况下进行预测的，因此结果会有一定的偏差。因此为了保证预测的准确，应该在使用数学方法的同时，对国家政策、当地经济社会的发展状况有一个较为深入的了解也是必须的。这样得到的改进模型就可以在数学的基础上充分结合实际进而获得较为准确的结果。

人口结构的预测过程中，数据相对缺乏，事实上，如果数据充分，可以直接采用马尔可夫链进行预测，其实更为常用的方法就是年龄移算法。

床位需求的预测只是考虑了床位的需求数量，如果能够结合床位需求的时间，利用排队模型分析，在得到需求数量的同时，还可以得到现有床位的利用率，当然这样的处理过程显得难度更大，但更具有实际意义。

七、模型的评价和推广

7.1 人口预测模型

在人口预测中，灰色模型是较为经典的方法，实践证明也收到了很好的预测结果；线性拟合对于非户籍人口的预测也较为理想。经查阅资料，深圳市从 2007 年开始计划在 2020 年将人口控制在 1100 万以内，我们的预测结果是 1082 万，说明一方面深圳市的人口控制政策已经初见成效，如果现在的状态得到有效的保持，那么在 2020 年可以完成人口的控制目标；另一方面，说明我们的预测结果是合数理、合实情的有效预测。

7.2 床位预测模型

对于床位的预测，深圳市预计在 2015 年达到每万人 39 个床位，但我们的预测发现如果保持现有的速度，届时只能达到 26 个床位，显然，目前来看，医疗设施的建设仍然有待提高，如果不能得到有效改善，必然会影响到人民的生活质量。

不过值得注意的是，深圳市的私立医院也有相当的数量，这些医院虽然收费较高，但也能够在很大程度上减轻公立医院的压力，如此算来，在 2015 年包括私立医院的床位在内的深圳市床位总数就基本可以达到每万人 39 个了。

八、参考文献

- [1]虞丽萍. 人口年龄结构模型建模和预测[D]. 上海交通大学, 2007.
- [2]史健玲. 21 世纪的深圳人口与可持续发展[J]. 广西社会科学, 2001.4, 102-104.
- [3]李彬. 从暂住到居住—深圳人口管理变革[J]. 决策, 2007.3, 46-47.
- [4]乐正. 深圳人口发展的基本问题[J]. 特区经济, 2007.13, 13-16.
- [5]牟一新, 陈翔, 沈华亮, 罗登发. 深圳医疗保险制度改革的动作方式及成效[J]. 特区理论与实践, 1999.52,1-15.
- [6]赵静. 数学模型(第三版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [7]苏金明, 阮沈勇. MATLAB 7.1 使用指南[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 1998.
- [8]深圳市卫生和人口计划生育委员会. 2011 年全年医疗基本情况. <http://www.szhpfdc.gov.cn/view?fid=view&id=1&oid=menunews&ntyp=A10B032>, 2012.5.5.

九、附 录

9.1 户籍人口预测灰色模型源程序

```
population_data = load('population.txt');
x0 = population_data(13:32,4)';
n=length(x0);
lamda=x0(1:n-1)./x0(2:n) ;
range=minmax(lamda) ;
x1=cumsum(x0) ;
for i=2:n
    z(i)=0.5*(x1(i)+x1(i-1));
end
B=[-z(2:n)',ones(n-1,1)];
Y=x0(2:n)';
u=B\Y ;
x=dsolve('Dx+a*x=b','x(0)=x0');
x=subs(x,{ 'a','b','x0'},{u(1),u(2),x1(1)});
yuce1=subs(x,'t',0:n+9);
digits(6),y=vpa(x);
yuce=[x0(1),diff(yuce1)] ;
epsilon=(x0-yuce(1:20))./x0 ;
delta=abs(epsilon./x0);
rho=1-(1-0.5*u(1))/(1+0.5*u(1))*lamda ;
xlswrite('data.xls',yuce,'1991-2020户籍人口预测');
xlswrite('data.xls',delta,'1991-2010预测误差');
xlswrite('data.xls',epsilon,'1991-2010预测残差');
xlswrite('data.xls',rho,'1991-2010级比偏差');
```

9.2 2015 年和 2020 年人口结构预测完整数据（见下页表 9.2）

9.3 各区床位预测完整结果

表 9.1 各区床位预测完整结果表

单位：个

地区 \ 年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
深圳市	25162	25949	26736	27522	28309	29096	29883	30670	31457	32244
罗湖区	2243	2314	2384	2454	2524	2594	2664	2734	2805	2875
福田区	3201	3301	3401	3501	3601	3701	3801	3902	4002	4102
南山区	2643	2726	2808	2891	2974	3056	3139	3222	3304	3387
宝安区	9760	10066	10371	10676	10981	11287	11592	11897	12202	12508
龙岗区	4886	5039	5191	5344	5497	5650	5803	5955	6108	6261
盐田区	507	523	539	555	571	587	603	619	634	650
光明新区	1170	1206	1243	1279	1316	1353	1389	1426	1462	1499
坪山新区	751	775	798	822	845	869	892	916	939	963

表 9.2 2015 年和 2020 年人口结构预测完整数据表

单位：人

2015 年深圳市人口结构预测数据表																								
	总计	男	女	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	≥100
深圳市	10729743	5813065	4916678	351414	256796	301347	812739	2074513	1916541	1415087	1243612	957910	592582	277396	210599	125787	74984	56718	33722	16040	7274	3119	1488	74
罗湖区	956636	482151	474485	31331	22895	26867	72462	184958	170874	126165	110877	85405	52833	24732	18776	11215	6685	5057	3007	1430	649	278	133	7
福田区	1364941	704748	660193	44704	32667	38335	103389	263901	243805	180015	158201	121857	75383	35288	26790	16002	9539	7215	4290	2041	925	397	189	9
南山区	1127083	607654	519429	36914	26975	31654	85372	217913	201319	148645	130633	100622	62247	29138	22122	13213	7877	5958	3542	1685	764	328	156	8
宝安区	4162101	2318136	1843964	136315	99612	116893	315264	804710	743432	548917	482401	371576	229865	107603	81692	48793	29087	22001	13081	6222	2822	1210	577	29
龙岗区	2083455	1126847	956609	68236	49864	58514	157814	402820	372146	274776	241479	186003	115065	53864	40893	24425	14560	11013	6548	3115	1412	606	289	14
盐田区	216380	117746	98634	7087	5179	6077	16390	41835	38650	28537	25079	19318	11950	5594	4247	2537	1512	1144	680	323	147	63	30	1
光明新区	498798	275242	223555	16336	11938	14009	37782	96439	89095	65784	57812	44531	27548	12895	9790	5848	3486	2637	1568	746	338	145	69	3
坪山新区	320350	180541	139809	10492	7667	8997	24265	61937	57221	42249	37130	28600	17692	8282	6288	3756	2239	1693	1007	479	217	93	44	2
2020 年深圳市人口结构预测数据表																								
	总	男	女	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	80-84	85-89	90-94	95-99	≥100
深圳市	10825602	5864999	4960604	281598	205778	307798	830139	2118927	1957573	1445383	1270237	978418	605269	283335	215107	128480	76590	57932	34444	16384	7430	3186	1519	75
罗湖区	965182	486458	478724	25107	18347	27442	74013	188918	174532	128867	113251	87233	53964	25261	19178	11455	6829	5165	3071	1461	662	284	135	7
福田区	1377135	711044	666091	35822	26177	39155	105603	269551	249025	183869	161588	124466	76997	36043	27364	16344	9743	7370	4382	2084	945	405	193	10
南山区	1137152	613082	524070	29580	21615	32332	87200	222578	205629	151827	133429	102776	63579	29762	22596	13496	8045	6085	3618	1721	780	335	160	8
宝安区	4199285	2338847	1860438	109233	79822	119396	322014	821938	759348	560669	492729	379531	234786	109906	83441	49838	29709	22472	13361	6355	2882	1236	589	29
龙岗区	2102069	1136914	965155	54679	39957	59767	161193	411444	380113	280658	246649	189985	117529	55017	41769	24948	14872	11249	6688	3181	1443	619	295	15
盐田区	218313	118798	99515	5679	4150	6207	16741	42731	39477	29148	25616	19731	12206	5714	4338	2591	1545	1168	695	330	150	64	31	2
光明新区	503254	277701	225553	13091	9566	14309	38591	98503	91002	67192	59050	45484	28137	13171	10000	5973	3560	2693	1601	762	345	148	71	3
坪山新区	323212	182154	141058	8407	6144	9190	24785	63263	58446	43154	37925	29212	18071	8459	6422	3836	2287	1730	1028	489	222	95	45	2