

2010 年第三届 ScienceWord 杯 数学中国数学建模网络挑战赛

D 题 (中学和专科组可选): 服务网点的分布

服务网点、通讯基站的设置,都存在如何设置较少的站点,获得较大效益的问题。通讯基站的覆盖范围一般是圆形的,而消防、快餐、快递服务则受到道路情况和到达时间的限制。

现在我们将问题简化。假设城市道路构成一个 $n \times n$ 的正方形网格,交叉点称为节点,相邻节点的距离等于 1。服务站设置在某个节点上,只能沿着道路对节点服务,并且最大服务距离为 2。

1 第一阶段问题:

- (1) 服务网点设置太多或位置不合理,可能出现多个服务点都能为同一个节点服务的现象,造成浪费;服务网点设置太少或位置不合理,可能有一些节点得不到服务。现在要求每个节点都能得到服务,而服务站点最少,请给出服务站点的设置方案,并对 $n = 100, 101, 102$ 三种情况求出最少的服务站点数。
- (2) 假设服务站是快餐派送网点,在不考虑货源成本的前提下,请问需要知道哪些数据来确定服务站点的设置方案,并建立合理的模型,给出使利润最大化的设置方法。

2 第二阶段问题:

- (1) 假如服务距离可以延伸,但服务的响应时间会相应延长。我们假设服务距离延长 1 的时候,响应时间也延长 1,时延导致选择该服务的用户数量会下降 25%。请修改第一阶段问题 2 的模型,使其适应这种情况。
- (2) 假设服务站点是通讯基站,覆盖范围是半径为 2 的圆形,现在要求整个网格区域都需要得到服务,而服务站点最少,请给出服务站点的设置方案,并对 $n = 100, 101, 102$ 三种情况求出最少的服务站点数。