

题目：基于海上搜寻全局优化模型的黑匣子寻找问题

摘 要

MH370 的离奇失事让人们陷入了无尽的悲痛与恐慌，找到黑匣子并解开失联谜团至关重要。本文旨在解决制定以飞机作为工具，搜索坠毁飞机黑匣子的最优方案。

针对问题一，我们研究了依据飞机的搜索范围和优缺点，制定最优搜索方案的问题。首先我们根据飞机失事后的运动状态建立动力学方程，求出飞机坠海的轨迹和坠落点；然后建立残骸入海后的几何力学微分方程模型，得到残骸在海床的分布区域；最后根据搜寻飞机的特征，划分搜索范围，得出具体的搜寻方案，并对飞机搜索的优缺点进行详细阐述。

针对问题二，我们在问题一空中搜寻力量的基础上，考虑搜索设备的多样性，加入海面船舶搜索力量，继续研究海上立体搜寻全局优化问题。首先我们对所有的搜寻力量进行了筛选，得到最佳搜索力量；然后综合考虑搜索能力、速度、续航时间等重要参数，建立海上搜寻全局优化模型，最后利用 0-1 决策变量在 Lingo 中求得最优解，得到最佳搜寻行动方案为：编号为 5 的船舶和编号为 12、16、20 的飞机不参加搜救，其余的船舶和飞机均参加，整个搜救过程历时 13.59194 小时。

我们计算了飞机残骸在海床上的分布区域，给出了搜索工具开展搜索工作的可靠范围，一定程度上减少了搜索的盲目性，使得搜索方案的设计更加合理。

关键词： MH370 海上搜救 几何力学微分方程 立体搜寻全局优化

一、 问题重述

1.1. 背景资料与条件

2014 年 3 月 8 日凌晨，马来西亚航空公司的 MH370 航班于吉隆坡飞往北京途中，与地面失去联系，在东南亚上空诡异失踪，由此引发了迄今为止全球最为神秘的飞机失联事件^[1]。事件发生后，相关国家立即投入大量人力物力到搜索失联客机的行动中，MH370 搜索行动的进展更牵动着全球人民的心。

此次失事共造成机上 259 名乘客遇难，鲜活生命的陨落引发了全球范围内善良人们的祈祷与哀悼，搜索 MH370 的残骸，找到飞机失联的原因迫在眉睫。在飞机残骸中，最关键的是要找到“黑匣子”（舱音记录器和飞行记录仪），倘若黑匣子完好无损且得到正确解码，有望还原失联客机的全部飞行轨迹。

为了便于对飞机进行搜索和定位，黑匣子上配有搜索信标。不过落入水中的黑匣子与落在陆地上相比，信号强度会极大下降，在水下几千米的状态下，可能就完全无法传递信号^[2]。在这种情况下，我们需要划定一定的搜索范围，选用合适的搜索工具对其进行搜索。

1.2. 需要解决的问题

飞机残骸坠落的位置可能不尽相同，我们首先要确定飞机残骸最可能坠落的位置；同时，参与搜索任务的飞机型号不同，所以需要考虑 MH370 开始坠落时的高度；此外，机身在坠落的过程中会受到很多因素的影响。所以，对飞机残骸在海水中的移动过程进行详细分析显得至关重要。现在我们需要解决如下两个问题：

（一）确定相对精确的搜索区域，合理安排飞机展开搜索工作，在搜索路径最优的条件下使得整个搜索方案效率最高；

（二）在问题一的基础上，假设参与搜索任务的飞机均由一个国家指挥调度，制定相应的最优搜索方案。

二、 问题分析

对于问题一，我们首先要确定飞机残骸坠落的海上区域：假设飞机失事的时候为西北航向，具有西北航向的初速度，失去动力后在海面坠毁，残骸在水平面的分布近似为圆，再分别向下运动直至海床，这片圆域海区即为搜索范围。

对于问题二，当存在飞机和船只两种搜索力量时，以最短的时间以最短的时间对待搜寻海域实施快速高效的搜寻覆盖，建立全局优化模型，通过求解全局最优解，得到使海空立体搜寻力量的利用率达到全局最优的选择方案。

三、 基本假设

3.1. 模型假设

1. 假设在特定时期，风和洋流只与地理位置和季节有关；
2. 假设飞机最后一次通信结束的时候开始坠落，机身在整个下落过程中近似在一个平面上；
3. 假设飞机残骸在沉入海底的过程中保持稳定，不被分解，到达海床后停止移动；
4. 假设飞机往返待搜寻海域和飞行基地所用时间相等，并不考虑飞机在基地补充燃油所用时间；
5. 假设所有的搜寻力量均为最佳力量。

3.2. 本文引用数据、资料均真实可靠

四、 符号说明

符号	含义
θ	飞机的下滑角
F_c	风对飞机的力
L	升力
α	F_c 对机身的夹角
M	飞机的重量
g	重力加速度
v	飞机的速度
C_D	空气流动方向的阻力系数
C_L	下沉方向上的阻力系数
s	机翼的受风面积
ρ	空气密度
w	温度对密度的校正系数
h	海拔高度
P	在 h 处的气压
v_x	飞机机入水时初始速度
v_s	洋流速度
a_x	飞机残骸在水平方向的加速度
S	待搜寻的海域面积
D_i^v	船舶距待搜寻海域的初始距离
\hat{V}_i^v	船舶最大航速
T_j^L	飞机的最大续航能力

A_i^v	船舶搜寻能力
Q^v	船舶数量上限
T	搜寻行动耗时
x_i	船舶 i 是否参与搜救的决策变量
y_j	飞机 j 是否参与搜救的决策变量

名词解释：

升阻比：飞行器飞行过程中，在同一迎角的升力与阻力的比值。

五、模型的建立与求解

5.1. 模型一的建立（几何力学微分方程模型）

飞机在发动机失去动力以后，会将机头朝下进行迫降^[3]，此时飞机受重力 G 和来自风的阻力 F ，具体受力情况如 1 所示：

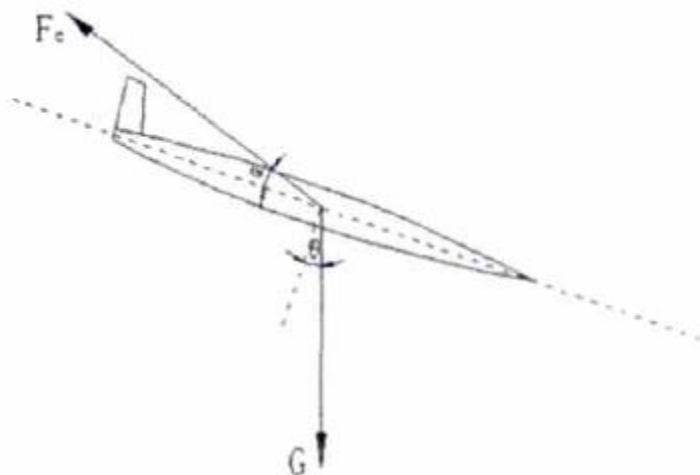


图 1：飞机坠落受力分析图

其中， θ 为飞机的下滑角； α 为 F_c 对机身的夹角，由升阻比计算得出。

由图 1 可得飞机沿飞行方向(1)及其垂直方向(2)的动力学方程如下：

$$Mg \sin \theta - F_c \cos \alpha = M \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

$$Mg \cos \theta - F_c \sin \alpha = Mv \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

其中， M 为飞机的重量， g 为重力加速度， v 为飞机的速度。

由几何关系可知，角度与分速度存在关系式(3)，分速度与实际速度满足等式(4)：

$$\tan(\pi - \theta) = \frac{dy}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} \quad (3)$$

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \quad (4)$$

风对飞机的力 F_c 计算公式为(5)，升力 L 的计算公式为(6)， C_D 为空气流动方向的阻力系数， C_L 为下沉方向上的阻力系数^[3]，计算公式分别如(7)(8)所示：

$$F_c = \frac{1}{2} C_D \rho S v^2 \quad (5)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L S \quad (6)$$

$$C_L = 1.1488 + 0.11832\alpha^2 + 0.00092\alpha^3 \quad (7)$$

$$C_D = 0.12149 - 0.01714C_L^2 + 0.00690C_L^3 \quad (8)$$

其中， S 为机翼的受风面积， ρ 为一个变量，随高度变化，需要对其进行分析与求解。

可认为空气柱的重量在数值上等于这段空气柱气压差值，计算公式为(9)：

$$-dP = 1.293 \times \frac{P}{101325} \times w \times g \times dh \quad (9)$$

其中， 1.293 kg/m^3 为 0°C 下 1 大气压空气的密度， $\frac{P}{101325}$ 为气压对密度的校正系数， w 为温度对密度的校正系数， g 为重力加速度， h 为海拔高度， P 为在 h 处的气压。

联立(1)~(8)式求解可得：

$$\begin{aligned} -g \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} - \frac{1}{2M} \rho C S (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \cos \alpha &= \frac{\ddot{x}\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \\ g \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} - \frac{1}{2M} \rho C S (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \sin \alpha &= \frac{\dot{y}\ddot{x} - \ddot{y}\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \end{aligned} \quad (10)$$

将高阶微分方程化为低阶微分方程以便于数值求解，令：

$$x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = y, x_4 = \dot{y} \quad (11)$$

将(11)带入(10)可得四个一阶微分方程：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{2M} \rho S C (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} (\dot{y} \sin \alpha + \dot{x} \cos \alpha) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -g + \frac{1}{2M} \rho S C (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} (\dot{x} \sin \alpha - \dot{y} \cos \alpha) \end{cases} \quad (12)$$

飞机残骸入水后有一个初始速度 v_x 和洋流速度 v_s 。可以得到飞机残骸在水平方向的加速度为 $a_x = \frac{dv_x}{dt} = (v_x - v_s)^2$ ，在竖直方向残骸受到一个竖直向下的重力和一个浮力 $\rho_{\text{水}} g V_{\text{残骸}}$ ，产生的加速度 $-\frac{\rho_{\text{水}} g v_{\text{残骸}}}{m_{\text{残骸}}}$ ；在竖直方向还有一个阻力所产生的加速度 v_y^2 。这样就可以得到竖直方向的加速度： $a_y = \frac{dv_y}{dt} = g - \frac{\rho_{\text{水}} g v_{\text{黑}}}{m_{\text{黑}}} - v_y^2$ 。

5.2. 模型一的求解

取马航飞机机翼的参考面积为 $75m^2$ ，重量为 $20t$ ，下滑角度 θ 初始值为 0 ，飞行速度 V 为 $800km/h$ ，于 $10000m$ 的高空开始坠落，我们在此忽略飞机部分的飞行姿态，取升阻比为 17 ， $\alpha = \arctan \frac{1}{17}$ ，重力加速度 $g = 9.80665m/s^2$ 。

设海平面温度为 $15^\circ C$ ， $10000m$ 高空温度为 $-50^\circ C$ ，这之间温度变化均匀，空气密度与绝对温度成反比，则：

$$w = \frac{273.15}{273.15 + 15 - \frac{15 + 50}{10000}h} \quad (13)$$

将(13)式带入(9)式积分后并代入数值可得到：

$$P = e^{5.25885 \ln(288.15 - 0.006h) - 18.25731} \quad (14)$$

利用(14)式将 ρ 变为 h 的函数即可求出微分方程的数值解。求解的飞机落水的运动轨迹如图 2 所示：

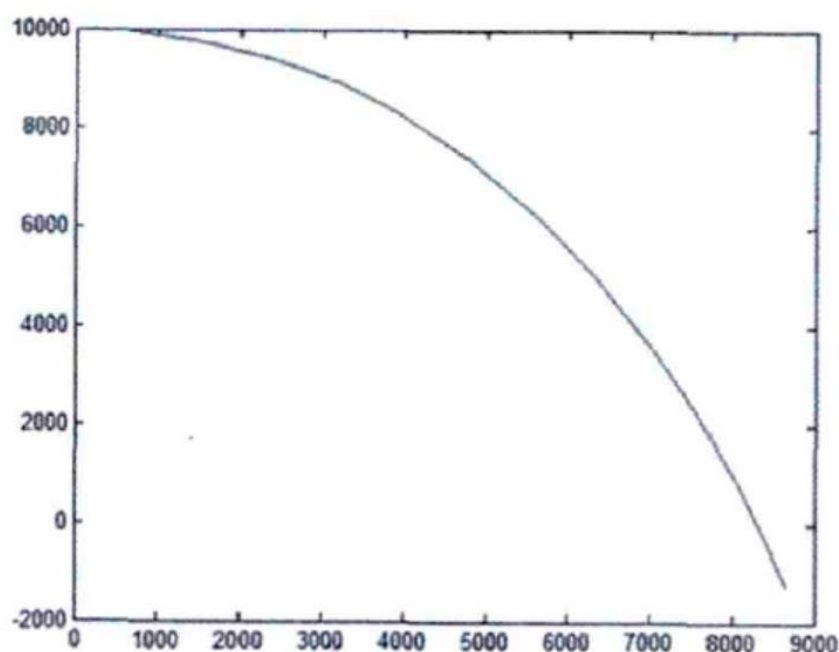


图 2：飞机坠落的运动轨迹

求解结果表明：飞机的落水点距离事发点的水平距离为 8300m，落水时的水平飞行速度为 $70m/s$ ，垂直飞行速度为 $-250m/s$ 。

我们从马来西亚政府官方公布的《MH370 中期调查报告》^[7] 中确认了事发点（图中标号为 10 的位置）的经纬度数据，如图 3 所示，为 $(96.6^{\circ}E, 7.4^{\circ}S)$ 。



图 3：马航飞机事发点位置

则落水点经纬度的计算为：

$$(\text{落水点经度}, \text{落水点纬度}) = \left(96.6^{\circ}E + \frac{s \times \sin \beta}{110 \times \cos(\lambda)}, 7.4^{\circ}S + \frac{s \times \cos \beta}{110} \right)$$

其中 s 为飞机水平移动距离， β ， λ 分别为飞机坠落方向水平分量与纬度和经度方向的夹角。

代入数值进行计算得飞机的落水点经纬度为： $(96.6755^{\circ}E, 7.4534^{\circ}S)$ ，程序见附件二。

假设飞机在落水点开始爆炸，残骸以落水点为圆心开始向四周飞出，飞机在落水点的垂直速度为 $250m/s$ ，爆炸后残骸飞出的速度为 $2500m/s$ ，利用(12)式解得残骸的海面分布半径为 $127500m$ 。

在离海平面不同深度设置几个平行于 x 轴的常数方程，结合残骸沉降过程进行求解，得到残骸的沉降轨迹和在不同深度的 x 轴方向的距离，结果如下，程序见附件一。

残骸海底运动 1000 米时水平飞行距离为: $13.737km$ ，2000 米时水平飞行距离为: $18.553km$ ，3000 米时水平飞行距离为: $52.414km$ ，取水深为 3000 米，残骸的海底分布半径为: $R=127.5km+52.414km=179.914km$ ，圆域面积为

$S_{\text{圆}} = \pi R^2 = 1.1690.994 \text{ km}^2$ ，为便于搜索，取圆的外接正方形作为实际搜索区域，实际搜索面积为： $S_{\text{实际}} = (2R)^2 = 129476.27 \text{ km}^2$ 。

我们取每一架飞机的扫视宽度均为 1km ，速度与扫视宽度的乘积即为每架飞机的搜索能力范围，将实际的正方形搜索区域近似划分为宽度为 1km 的 360 块长方形区域，所有飞机均参加搜索工作，为尽量保证所有搜索飞机同时完成搜索，没有闲置状态，并使搜索时间最短，我们以飞机每小时的搜索长度进行搜索区域^[4]分配，被分配对象即为我们划分的长方形区域。假设所有飞机同时开始搜索，不计搜救飞机到达搜寻海域过程中的时间，各飞机搜索信息如表 1 所示：

表 1：各飞机搜索信息表

编号	搜索起点	飞行次数	实际飞行距离	实际飞行时间	理论飞行距离	理论飞行时间
1	1	14	5040	9.16	4529	8.23
2	14	10	3600	9	3294	8.23
3	23	16	5760	8.23	5764	8.23
4	39	16	5760	8.86	5352	8.23
5	53	6	2160	10.8	1647	8.23
6	57	22	7920	8.61	7575	8.23
7	78	14	5040	8.4	4940	8.23
8	91	16	5760	8.23	5764	8.23
9	107	14	5040	9.16	4529	8.23
10	119	10	3600	8	3705	8.23
11	129	24	8640	8.64	8234	8.23
12	151	22	7920	8.8	7410	8.23
13	171	16	5760	8.23	5764	8.23
14	187	10	3600	9	3294	8.23
15	196	14	5040	9.16	4529	8.23
16	208	12	4320	8.64	4117	8.23
17	219	16	5760	8.47	5599	8.23
18	234	16	5760	8	5928	8.23
19	250	12	4320	9	3952	8.23
20	260	16	5760	9	5270	8.23
21	274	14	5040	8.54	4858	8.23
22	287	16	5760	8.11	5846	8.23
23	303	18	6480	8.1	6587	8.23
24	321	20	7200	8.78	6752	8.23
25	339	12	4320	8.15	4364	8.23

我们在此展示前 4 架飞机的搜索区域情况，深蓝色部分为飞机返程重复区域，如图 4 所示：

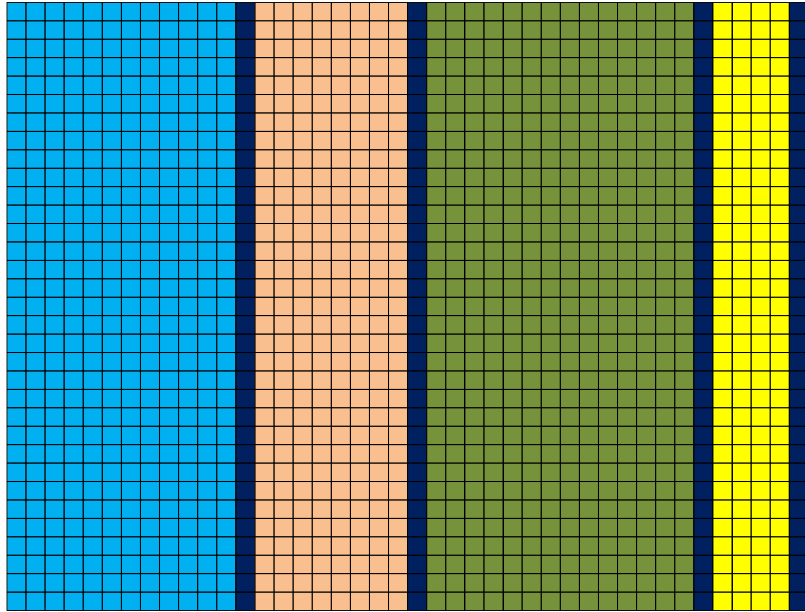


图 4：前 4 架飞机搜寻区域示意图

对于飞机作为搜索工具的空中搜寻力量，有以下的优缺点：

优点：航空搜索的优势在于快速到达、快速发现海面上的漂浮物痕迹，确定概略位置。

缺点：1.MH370 飞机的搜寻海域远离陆地，且在海上进行必要的搜索还需要增加流程这对于参与搜救飞机的滞空时间提出了很高的要求，所以飞机搜索缺少远程海上搜索的能力。2.救助飞行队配备的主要为小型固定翼飞机，只有在白天简单气象条件下才能执行救助任务，救助范围也仅能达到 110 海里，且平均飞行速度只有 200km/h 左右，对于 110 海里以外的区域无救助能力。

5.3. 模型二的建立（海上立体搜寻全局优化模型）

当飞机的主体已经沉入海下时，即使专业的反潜机，对此类搜寻也并非长项。这时就需要动用多艘具备声呐系统的船只（军用舰艇），向犁地一般，分工对这片海区进行全面的搜寻，俗称“扫海”。海上立体搜寻是空中搜寻力量(航空器)与海面搜寻力量(船舶)协同开展的搜寻行动^[5]，从现有的搜寻力量中选出可用力量并给出合理的方案，从而能够以最短的时间完成搜寻行动。

假设在待搜寻海域周围有多艘可用的专业搜救船舶(大都分布在沿岸搜救基地或海上固定的待命点)、多架可用的专业搜救飞机(大都分布在岸上专门设立的飞行基地)，此外在待搜寻海域内部及四周也可能存在多艘可用的过路船舶。以上所有这些可用的船舶总数为 40 只，飞机为 25 架，共同构成了海空立体搜寻力量。其中专业搜救船舶和过路船舶距待搜寻海域的初始距离、最大航速、搜寻能力可能各不相同。专业搜救飞机的最大航速、搜寻能力、最大续航时间、距待搜寻海域的初始距离也可能各不相同。我们在互联网^[6]上搜索并整理了搜救飞机和船只的相关信息，将搜救飞机进行编号 1~25，各飞机到达搜救域上空所需时间 ta 、续航能力 tl 、搜索能力 aa 如表 1 所示；将搜救船舶进行编号 1~40，各搜救

船到达搜救海域所需时间 t_v 和搜救能力 a_v 如表 2 所示。我们需要选择可用的船舶和飞机并使其协同工作, 以最短的时间对该搜寻海域实施快速高效的搜寻覆盖。

表 2: 搜救飞机信息

飞机编号	t_a (单位: 小时)	t_l (单位: 小时)	a_a (单位: km^2/h)
1	2	8	550
2	3	12	400
3	2	15	700
4	5	12	650
5	3	6	200
6	1	11	920
7	6	7	600
8	9	14	700
9	5	6	550
10	3	12	450
11	1	13	1000
12	10	8	900
13	8	15	700
14	6	12	400
15	4	16	550
16	8	5	500
17	3	6	680
18	3	9	720
19	8	12	480
20	10	9	640
21	7	12	590
22	2	6	710
23	1	10	800
24	3	9	820
25	4;	13;	530;

表 3：搜救船舶信息

船舶编 号	t_v (单位: 小时)	av (单位: km^2/h)	船舶编 号	ta (单位: 小时)	av (单位: km^2/h)
1	5	43	21	8	40
2	0	2	22	9	38
3	8	50	23	12	47
4	3	9	24	7	50
5	15	33.2	25	6	43
6	5	20	26	4	44
7	2	53	27	5	55
8	7	16	28	3	32
9	2	24	29	5	39
10	12	45	30	3	56
11	5	39	31	8	29
12	1	34	32	6	22
13	0	60	33	6	52
14	5	52	34	5	47
15	7	49	35	7	54
16	9	20	36	4	43.2
17	10	28	37	4	27
18	3	71	38	2	45
19	4	50	39	9	18
20	2	66	40	5	61

设 $S(n mile^2)$ 为待搜寻的海域面积, 有 40 艘搜救船舶和 25 架搜救飞机, 每艘搜救船舶和搜救飞机距待搜寻海域的初始距离分别为 $D_i^v (i=1,2,...,40)$ 和 $D_j^a (j=1,2,...,25)$, 最大航速分别为 $\hat{V}_i^v (i=1,2,...,40)(kn)$ 和 $\hat{V}_j^a (j=1,2,...,25)(kn)$, 搜寻能力分别为: $A_i^v (i=1,2,...,40)(n mile^2/h)$ 和 $A_j^a (j=1,2,...,25)(n mile^2/h)$, 每架飞机的最大续航能力为 $T_j^L (j=1,2,...,25)(h)$, 在整个搜寻行动中出动的架次数为 $L_j (j=1,2,...,25)$, 待搜寻海域能容纳的搜救船舶和飞机数量上限分别为 $Q^v (1 \leq Q^v \leq 40)$ 和 $Q^a (1 \leq Q^a \leq 25)$, 整个搜寻行动耗时为 $T(h)$ 。

则: 第 i 艘船舶全速驶往待搜寻海域所需时间为 $\hat{T}_i^v = D_i^v / \hat{V}_i^v$, 在待搜寻海域内开展搜寻作业的时间为 $\bar{T}_i^v = T - \hat{T}_i^v$; 第 j 架飞机全速往返待搜寻海域所需时间为 $\hat{T}_j^a = 2D_j^a / \hat{V}_j^a$, 共出动架次数为 $L_j = T / T_j^L$, 每架次在待搜寻海域开展搜寻作业的时间为 $\bar{T}_j^a = T_j^L - \hat{T}_j^a$ 。

模型的目标是要求选择最佳的搜救船舶和搜救飞机, 使其协同工作, 从而完成对整个搜寻海域的搜寻覆盖所消耗的时间 T 最小, 为此引入以下决策变量, 令:

$$x_i = \begin{cases} 0, & \text{船舶} i \text{ 不参与搜索行动} \\ 1, & \text{船舶} i \text{ 参与搜索行动} \end{cases} \quad (i=1,2,...,40)$$

$$y_j = \begin{cases} 0, & \text{飞机}j\text{不参与搜索行动} \\ 1, & \text{飞机}j\text{参与搜索行动} \end{cases} (j=1,2,\dots,25)$$

为了以最短的时间对待搜寻海域实施快速高效的搜寻覆盖,需要分析水面力量和空中力量在整个搜寻行动中所用时间的构成情况。为处理方便,假设飞机往返待搜寻海域和飞行基地所用时间相等,并不考虑飞机在基地补充燃油所用时间,这样,飞机 a_j 在整个搜寻行动时间 T 内开展搜寻作业的总时间 \bar{T}_j^a 等于所有架次执行搜寻作业的时间之和,即 $\bar{T}_j^a=L_j\hat{T}_j^a$,由于每个架次执行搜寻作业时的时间 \hat{T}_j^a 等于该机最大续航时间 T_j^L 减去往返待搜寻海域的时间 \hat{T}_j^a ,所以有:

$$\bar{T}_j^a=L_j(T_j^L-\hat{T}_j^a)=L_j(T_j^L-2D_j^a/\hat{V}_j^a)。$$

通过以上分析可知,要实现对待搜索海域的完全覆盖需要满足:

$$\sum_{i=1}^{40} \bar{T}_i^v A_i^v x_i + \sum_{j=1}^{25} \bar{T}_j^a A_j^a y_j = S, \text{ 即: } \sum_{i=1}^{40} (T-\hat{T}_i^v) A_i^v x_i + \sum_{j=1}^{25} (T-\frac{T}{T_j^L} \hat{T}_j^a) A_j^a y_j = S。$$

据此建立如下数学模型,目标函数为整个搜索行动所用时间最小,约束条件为船舶总量约束和飞机总量约束。

$$\min T = \frac{\sum_{i=1}^{40} \hat{T}_i^v A_i^v x_i + S}{\sum_{i=1}^{40} A_i^v x_i + \sum_{j=1}^{25} (1-\frac{\hat{T}_j^a}{T_j^L}) A_j^a y_j}$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^{40} x_i = Q^v, 1 \leq Q^v \leq 40 \\ \sum_{j=1}^{25} y_j = Q^a, 1 \leq Q^a \leq 25 \end{cases}$$

5. 4. 模型二的求解

由于决策变量 x_i 和 y_j 的值只能为整数0或1,所以只有有限多种决策方案,最优解一定存在,使用Lingo软件^[8]求解,程序见附件三,所得最佳搜寻行动方案为:编号为5的船舶和编号为12、16、20的飞机不参加搜救,其余的船舶和飞机均参加,整个搜救过程历时13.59194小时。

六、 模型的推广

本文的模型适用于应对突发事故救援的多种搜索工具调度优化以及搜救行动的路径规划问题。该模型可对海上溢油事故、船舶失事救援时多种搜索工具(船舶、卫星、潜艇、飞机)数量分配调度进行优化处理,得到对失事区域搜索的较优调度方案。

七、 模型的评价

7.1. 模型的优点

对于模型一，对飞机坠落的运动过程进行受力分析时，我们考虑到升力和空气阻力对飞机加速度以及飞行高度对于空气密度的影响，并通过经纬度和距离的转换得到了较为准确的飞机坠海位置。本模型又进一步地分析了飞机残骸在水中的运动过程，得出了残骸随深度变化的可能分布区域。最后，我们以飞机扫视宽度的大小为基准对区域进行划区域分析，得出救援飞机的最佳搜索路径。

对于模型二，我们建立了海上立体搜寻全局优化模型。本模型充分考虑到救援飞机和船舶的最大航速、搜寻能力、初始距离、最大续航时间等因素影响，通过引入“0-1 型”决策变量，较为直观地制定出最优的搜索调度方案。

7.2. 模型的缺点

模型一没有考虑飞机坠落过程中风力的影响。

模型二仅仅给出了救援飞机和船舶数量上的调度方案，并没有给出最佳的救援路径。

参考文献

- [1] 中航工业特飞所中航通飞研究院雍明培. 从马航失联事件看水陆两栖飞机的发展[N]. 中国航空报.
- [2] 本刊., 寻找失联的马航[J]. 今日科苑, 2014(03):6-17.
- [3] 刘江, 李燕妮. 马航失联飞机搜救对中国海外紧急医学救援的启示[J]. 中华灾害救援医学, 2014(06).
- [4] 姜华林. 海上搜救中搜寻区域的确定模型研究[D]. 大连理工大学, 2011.
- [5] 邢胜伟. 海上立体搜寻全局优化模型及仿真研究[D]. 大连海事大学, 2012.
- [6] 腾讯国际头条, 《美日预警机巡航钓鱼岛, 监视中国飞机东海动向》, <http://365jia.cn/news/2013-01-27/017BE3761A8602A5.html>, 20150905.
- [7] 马来西亚政府, 《MH370 中期调查报告》, <http://www.atsb.gov.au/>, 20150905.
- [8] 司守奎. 数学建模算法与应用[M], 国防工业出版社, 2011.
- [9] Goodarzi E, Ziaei M, Hosseinipour E Z. Optimization Analysis Using LINGO and MATLAB[M], Introduction to Optimization Analysis in Hydrosystem Engineering Springer International Publishing, 2014:149-193.
- [10] 姜启源. 数学模型[M], 高等教育出版社, 1987.

附件

附件一：残骸的沉降轨迹和在不同深度的 x 轴方向的距离

```
%函数文件：
function dx=ci61111(t,v)
ax=-0.0012.*((v(1)+0.25).^(2));
ay=9.8-0.0012.*((v(1).^2+v(2).^2).^(1/2)).*v(2)-9.8*1000*0.01/20000;
dx=[ax;ay];

%主程序
t_end=0.2;    % 假设由0.2秒开始计算
sum_vy=0;
while sum_vy < 6000    %只在<6000m执行
    [t v]=ode45('ci61111',[0:0.1:t_end],[2500 250]);
    % 固定累加时间每秒0.1,
    vy=v(:,2);%取其y轴速度
    vx=v(:,1);
    product_vy=vy.*0.1; %下落高度
    sum_vy=sum(product_vy);%下落总高度之和
    t_end=t_end+0.1;%时间每0.1变化
end %循环,直到高度大于或等于6000
[t v]=ode45('ci61111',[0, t_end],[2500 250]);
vx=v(:,1);%取其x轴速度
vy=v(:,2); %取其y轴速度
time=t;
s1=time(1).*vy(1);
product_vx=vx.*time;
c1=cumsum(product_vx); %求其水平运动路程
x(1)=time(1);
b(1)=s1;
for i=1:length(time)-1
    x(i+1)=time(i+1)-time(i);
    product_vy=vy(i).*x(i); %下落高度
    s1=s1+product_vy;
    b(i+1)=s1;
end
cc2 = ones(1,length(c1)).*(-1000);
plot(c1,-b,c1,cc2,'-',c1,cc2.*2,'-',c1,cc2.*3,'-');
title('沉降轨迹');xlabel('水平路程 (m)');ylabel('竖直路程 (m)');
t_end1=0.2;
t_end2=0.2;
t_end3=0.2;
sum_vy1=0;
sum_vy2=0;
sum_vy3=0;
while sum_vy1 < 1000    %只在<1000m执行
    [t1 v1]=ode45('ci61111',[0:0.1:t_end1],[2500 250]);
    % 固定累加时间每秒0.1,
    vy1=v1(:,2);%取其y轴速度
    product_vy1=vy1.*0.1; %下落高度
    sum_vy1=sum(product_vy1);%下落总高度之和
    t_end1=t_end1+0.1;%时间每0.1变化
```

```

end
[t1 v1]=ode45('ci61111',[0, t_end1],[70 250]);
vx1=v1(:,1);%取其x轴速度
time1=t1;
product_vx1=vx1.*time1;
c2=cumsum(product_vx1) ;%求其水平运动路程

while sum_vy2 < 2000      %只在<2000m執行
    [t2 v2]=ode45('ci61111',[0:0.1:t_end2],[2500 250]);
    % 固定累加時間每秒0.1
    vy2=v2(:,2);%取其y轴速度
    product_vy2=vy2.*0.1; %下落高度
    sum_vy2=sum(product_vy2);%下落总高度之和
    t_end2=t_end2+0.1;%时间每0.1变化
end
[t2 v2]=ode45('ci61111',[0, t_end2],[70 250]);
vx2=v2(:,1);%取其x轴速度
time2=t2;
product_vx2=vx2.*time2;
c3=cumsum(product_vx2) ;%求其水平运动路程

while sum_vy3 < 3000      %只在<3000m執行
    [t3 v3]=ode45('ci61111',[0:0.1:t_end3],[2500 250]);
    % 固定累加時間每秒0.1
    vy3=v3(:,2);%取其y轴速度
    product_vy3=vy3.*0.1; %下落高度
    sum_vy3=sum(product_vy3);%下落总高度之和
    t_end3=t_end3+0.1;%时间每0.1变化
end
[t3 v3]=ode45('ci61111',[0, t_end3],[2500 250]);
vx3=v3(:,1);%取其x轴速度
time3=t3;
product_vx3=vx3.*time3;
c4=cumsum(product_vx3);%求其水平运动路程
disp(['1000米时水平飞行距离为: ' num2str(max(c2)), 'm' ])
disp(['2000米时水平飞行距离为: ' num2str(max(c3)), 'm' ])
disp(['3000米时水平飞行距离为: ' num2str(max(c4)), 'm' ])

```

附件二：落水点经纬度求解程序

```

s=8300/1000;
E=(96.6+s*sin(deg2rad(45))/(110*cos(deg2rad(45))))
S=(7.4+s*cos(deg2rad(45))/110)

s=8300/1000;
E=(96.6+s*sin(deg2rad(45))/(110*cos(deg2rad(45))))
S=(7.4+s*cos(deg2rad(45))/110)

```

附件三：飞机船只分配程序

```

model:
sets:
VN/1..40/:tv,av,x;
AN/1..25/:ta,tl,aa,y;

```



```

endsets

data:
tv=5      0  8  3  15  5  2  7  2  12  5  1  0  5  7  9  10  3
      4  2  8  9  12  7  6  4  5  3  5  3  8  6  6  5  7  4  4
      2  9  5;
av=43      2  50  9  33.2  20  53  16  24  45  39  34  60  52  49  20  28
      71  50  66  40  38  47  50  43  44  55  32  39  56  29  22  52  47  54
      43.2  27  45  18  61;
ta=2      3  2  5  3  1  6  9  5  3  1  10  8  6  4  8  3  3
      8  10  7  2  1  3  4  ;

tl=8      12  15  12  6  11  7  14  6  12  13  8  15  12  16  5  6  9
      12  9  12  6  10  9  13  ;

aa=550 400 700 650 200 920 600 700 550 450 1000 900 700 400 550 500 680
      720 480 640 590 710 800 820 530 ;
enddata

min= (@sum(VN(i):tv(i)*av(i)*x(i))+S)/ (@sum(VN(i):av(i)*x(i))+@sum(AN(
j):(1-ta(j)/tl(j))*(aa(j)*y(j))));
S=129476.27;
@for(VN(i):@bin(x));!一维;
@for(AN(j):@bin(y));!一维;
@sum(VN(i):x(i))=QV;
@sum(AN(j):y(j))=QA;
0<QV;
QV<40;
0<QA;
QA<25;
end

```