

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

第七届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛 承 诺 书

我们仔细阅读了第七届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：

参赛队员（签名）：

队员 1：宁飞

队员 2：阮雪花

队员 3：郭永飞

参赛队教练员（签名）： 无

参赛队伍组别：大学本科组

第七届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛 编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：
1009

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

2014 年第七届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第一阶段论文

题 目 位图的处理算法

关 键 词 图像二值化 边缘提取 尖点提取 递归拟合

摘 要：

本文针对简单图形边界方程提取问题，提出了图像的矢量化主要由图像分割及矢量获取两部分组成，通过图像分割得到目标图像的边缘线或骨架线，并以离散点序列形式表示出来，矢量获取则将这些点序列转换成首尾相连的曲线段或具有一定逻辑关系的图元对象，并得到曲线段的方程表达式。

对于图像分割，主要是将图像二值化处理即将 256 个亮度等级的灰度图像通过适当的阈值选取而获得仍然可以反映图像整体和局部特征的二值化图像，其相邻的点的灰度值差有一定的跳跃，故通过值的对比，就可以将那些边缘点提取出来，利用曲率局部极大值的方法找出尖点划分区间。

对于矢量获取，本文分别采用了 elman 神经网络非线性拟合算法和递归抛物样条拟合法进行拟合，两种方法得到的拟合图像与原图像误差都比较精确，但神经网络难以得到具体的方程表达式，递归法计算数据量大，但是更为精准。最后以单个单个像素点为精度所得到的方程表达式为（所有系数详见附表一）：

$$y(n) = a(n)x^2 + b(n)x + c(n) \quad x \in (n, n+1) \quad (n=1, 2, \dots)$$

自变量 x 区间 [36, 107]			自变量 x 区间 [107, 123]			自变量 x 区间 [36, 106]			自变量 x 区间[106, 123]		
左上函数系数			右上函数系数			左下函数系数			右下函数系数		
a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
-1.5	116.5	-2144	0	-1	206	1.5	-116.5	2334	0	0	80
-1.5	116.5	-2144	0	-1	206	1.5	-116.5	2334	0	0	80
...

参赛队号：1009

所选题目： B 题

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

英文摘要（选填）

（此摘要非论文必须部分，选填可加分，加分不超过论文总分的 5%）

Abstract

Based on the simple graphic boundary extraction problem, we put forward the vector image is composed of image segmentation and vector obtaining two parts, get the edge or framework through image segmentation, and in the form of point series, vector obtaining the primitive objects of these points sequence into curve segments or end to end certain logical, and obtain the equation curve. For image segmentation, mainly to the two value of the image gray level image processing about 256 brightness levels through appropriate threshold selection and obtain still can reflect the image of global and local features of the two value image, gray and its adjacent points of difference have certain jump, so the value of contrast, can be the the edge points are extracted by using the method of curvature, the local maxima of the find cusp interval.

For the vector acquisition, this paper uses Elman neural network nonlinear fitting algorithm and recursive parabolic spline fitting method to fit, get two kinds of methods of fitting the image and the original image errors are more accurate, but the neural network can get recursion equation, calculation of large amount of data, but more accurate. Finally, by a single individual pixels as equation accuracy obtained for (all coefficient annex a):

$$y(n) = a(n)x^2 + b(n)x + c(n) \quad | \quad x \in (n, n+1) \quad | \quad (n=1, 2, \dots)$$

Argument the X interval [36, 107]			Argument interval [107, 123]			Argument x interval [36, 106]			Argument x interval [106, 123]		
The upper left function coefficients			The upper right function coefficients			Function coefficient lower left			Coefficients of the lower right		
a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
-1.5	116.5	-2144	0	-1	206	1.5	-116.5	2334	0	0	80
-1.5	116.5	-2144	0	-1	206	1.5	-116.5	2334	0	0	80
...

Key words: two value of the image edge point extraction recursive fitting

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

一、问题重述

1.1 研究背景

图形（或图像）在计算机里主要有矢量图、两种存储和表示方法。矢量图是使用点、直线或多边形等基于数学方程的几何对象来描述图形，位图则使用像素来描述图像。一般来说，照片等相对杂乱的图像使用位图格式较为合适，矢量图则多用于工程制图、标志、字体等场合。矢量图可以任意放缩，图形不会有任何改变。而位图一旦放大后会产生较为明显的模糊，线条也会出现锯齿边缘等现象。

1.2 研究目标

矢量图从本质上只是使用曲线方程对图形进行的精确描述，在以像素为基本显示单元的显示器或打印机上是无法直接表现的。将矢量图转换成以像素点阵来表示的信息，再加以显示或打印，这个过程称之为栅格化（Rasterization）

栅格化的逆过程相对比较困难。对于一个形状较为简单的图标，保存成一定分辨率的位图文件。我们希望将其矢量化，我们可以建立合理的数学模型，尽量准确地提取出图案的边界线条，并将其用方程表示出来。

二、问题分析

图像的矢量化主要由图像分割及矢量获取两部分组成，通过图像分割得到目标图像的边缘线或骨架线，并以离散点序列形式表示出来，矢量获取则将这些点序列转换成首尾相连的曲线段或具有一定逻辑关系的图元对象。

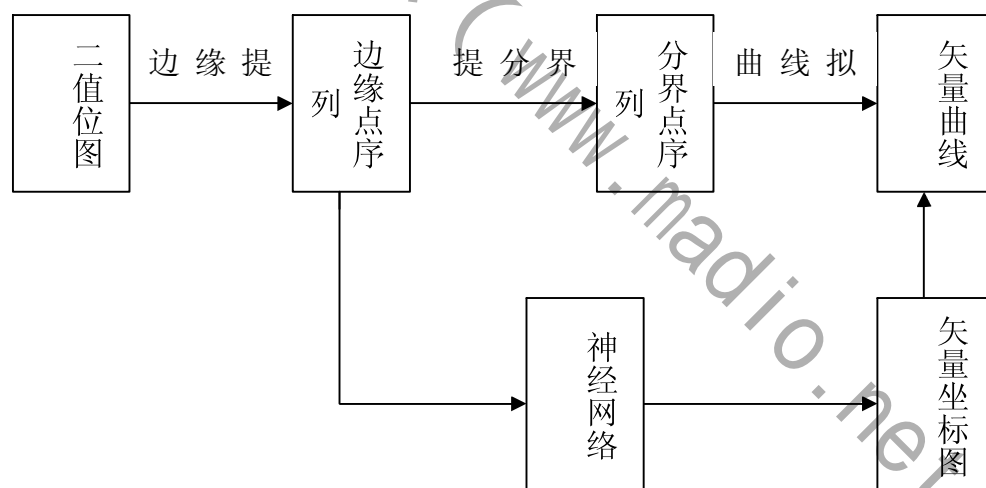


图 2.1 矢量曲线获取流程图

2.1 图形的二值化处理及边缘提取

本文以文中所提供的位图为例，进行图像的二值化处理，也就是将图像上的点的灰度置为 0 或 255，也就是讲整个图像呈现出明显的黑白效果。即将 256 个亮度等级的灰度图像通过适当的阈值选取而获得仍然可以反映图像整体和局部特征的二值化图像。要进行二值图像的处理与分析，首先要把灰度图像二值化，得到二值化图像。根据分析，图像中位于轮廓线上的点，它与其相邻的点的灰度值差有一定的跳跃，故通过值的对比，就可以将那些边缘点提取出来。

2.2 边缘曲线的矢量获取

本文通过两种方法分别进行对边界的拟合：

(1) elman 神经网络非线性拟合

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

本文利用 elman 神经网络非线性拟合,通过动态不断修正输出值的误差,自我学习,来进行对边缘曲线坐标的拟合,从而输出矢量坐标。但由于神经网络模型过于复杂,无法得到确切的方程,但由于其准确度高。本文第二种方法所得到的方程的系数将通过采用神经网络所得到的矢量图进行不断修正,从而极大提高拟合的准确度。

(2) 递归分段曲线拟合

二值化后的图像进行边缘跟踪得到图像轮廓的点序列表示,为便于拟合的需要,进行图像上下部分的分离,然后采用余弦法提取出图像轮廓的尖点,进行尖点的排序与区间的分离,本文所处理的图像分为左上,左下,右上,右下区间,然后进行插值,将离散数据连续化,最后分别根据不同区间的曲线进行不断细分,递归进行抛物样条曲线拟合,得到其拟合函数系数矩阵以及划分区间,从而得到了曲线的方程表达式。

三、问题假设

1. 假设文中所用到的原始图形无损,未受到噪音污染。
2. 假设文中所用的原始图形厚度可以不计。
3. 假设文中的图形可以分别用横轴纵轴坐标表示。
4. 假设文中图形为简单封闭图形。

四、符号系统介绍

$x_c(k)$	联系单元 1 的输出
$x(k)$	隐层单元的输出
$y(k)$	输出单元的输出
$0 \leq \alpha < 1$	自连接反馈增益因子
(J) 多取为 sigmoid 函数	
$Y_d(k)$	第 t 步系统的实际输出
p_i	曲线上的第 i 点,
c_i	p_i 点的曲率:
k	矢量
θ_i	k 矢量 \vec{a}_{ik} 和 \vec{b}_{ik} 之间的夹角
c_i	曲线在该点的余弦值
$\varphi(x)$	$f(x)$ 的插值函数
$X(i), Y(i)$	关于 i 的一维离散函数
w^{j1}	联系单元与隐层单元的连接权矩阵
w^{j2}	输入单元与隐层单元的连接权矩阵

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

w^{j3}	隐层单元与输出单元的连接权矩阵
η_1	w^{i1} 的学习步长
η_2	w^{i2} 的学习步长
η_3	w^{i3} 的学习步长

五、模型建立

5.1 图像二值化与边缘提取模型的建立与求解

5.1.1 图像二值化与边缘提取模型的建立

图像的二值化处理就是将图像上的点的灰度置为 0 或 255，也就是讲整个图像呈现出明显的黑白效果。即将 256 个亮度等级的灰度图像通过适当的阈值选取而获得仍然可以反映图像整体和局部特征的二值化图像。要进行二值图像的处理与分析，首先要把灰度图像二值化，得到二值化图像。

根据分析，图像中位于轮廓线上的点，它与其相邻的点的灰度值差有一定的跳跃，故通过值的对比，就可以将那些边缘点提取出来。考虑到图像边框上的像素点对于轮廓线获取的结果影响不大且为了代码的简单实用，首先去掉图像的边框上的所有像素点，即：去掉灰度值矩阵的第一行、第一列、最后一行和最后一列。这样做的好处是显而易见的，因为可以保证每一个待比较的点其周围都有 8 个供比较的点，如图示：



8 个点做比较，若差值大于规定值，则该检测点就是轮廓线上的点，反之不是。算法关键的地方是对 IMREAD 生成的矩阵进行了非线性变换。

算法流程如下：

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

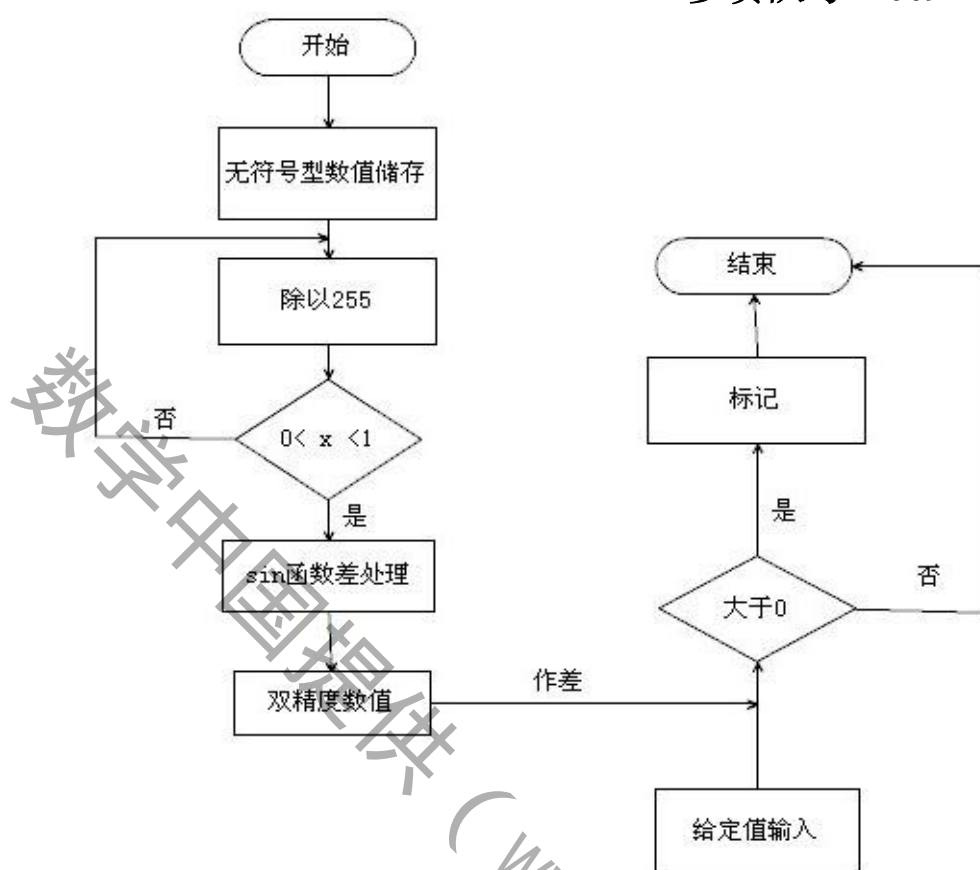
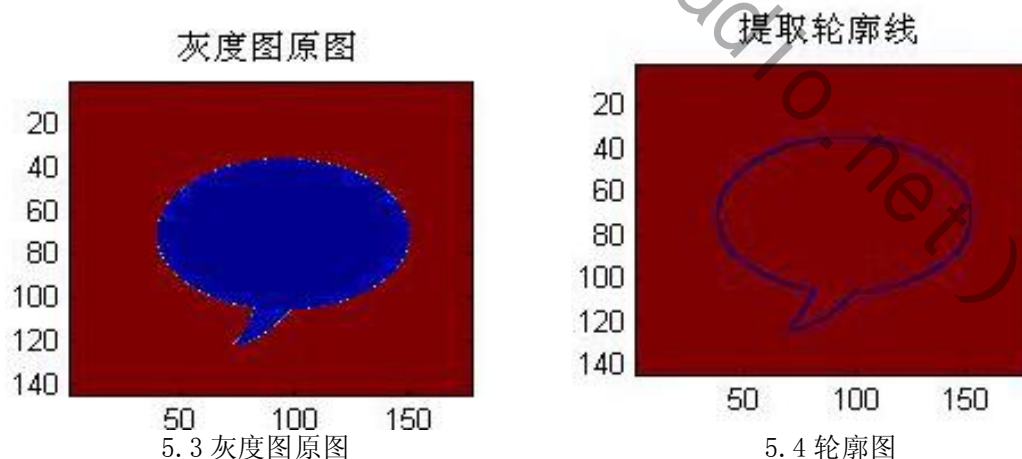


图 5.2 轮廓线检测流程图

5.1.2 图像二值化与边缘提取模型的求解

1. 本文可以提取图形的轮廓图线，如下图所示：



5.3 灰度图原图

5.4 轮廓图

5.2 边界坐标提取及排序模型建立与求解

5.2.1 边界坐标提取及排序模型建立

像素间的连通性是一个基本概念“它简化了许多光栅图像概念的定义，如区域和边界”为定义像素间的连通性，定义以下三种邻接情况：

- (1) 4—邻接：2 个像素 p 和 r 在 V 中取值且 r 在 $N_4(p)$ 中，则它们为 4—邻接”
- (2) 8—邻接：2 个像素 p 和 r 在 V 中取值且 r 在 $N_4(p)$ 中，则它们为 8—邻接”

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

(3) m —邻接(混合连接): 2 个像素 p 和 r 在 V 中取值且满足下列条件之一, 则它们为 m —连接.

判断两个像素是否相连通, 必须确定它们是否满足以上三种邻接情况之一及它们的灰度值是否满足特定的相似性准则(或者说, 它们的灰度值是否相等)。例如, 在具有 0、1 的二值图像中, 两个像素可能是 4—邻接的, 但是, 仅仅当它们具有同一灰度值时才能说是连通的。

对于一个八连通的图像区域来说, 由以上定义可知, 区域中的每个像素, 它的周围总存在 8 个像素与它连接, 可以为这八个像素设定从 0 到 7 的方向编号,

如图 3.4 所示: 这样一旦确定了像素 p 的位置, 以及某个邻接像素的编码, 就可以知道邻接像素的位置。链码实质上是一串指向符的序列”链码表示就是从某点开始观察某一曲线的走向并用相应的指向符来表示, 结果形成一个序列, 因此可以用链码来描述任意曲线或闭合的边界”

3	2	1
4	p	0
5	6	7

图 5.5 链码的 8 邻域方向图

5.2.2 边界坐标提取及排序模型求解

本文中用链码对图像中的目标进行跟踪的过程如下: 对于整个图像进行从上到下、从左到右的扫描, 如果发现了一个作为前景颜色的像素(黑点), 则对和这一点相关的图形进行外边缘的跟踪, 跟踪完毕后擦除掉跟踪得到的外边缘内部的所有黑像素, 再对图像进行扫描跟踪, 直到整个图像中已经不再有黑色像素

对图片中的每一个目标都进行一次链码跟踪, 并记录下每段链码中起始点的坐标值, 然后根据起始坐标及当前码值将链码序列转换成边缘的图像如下图所示:

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

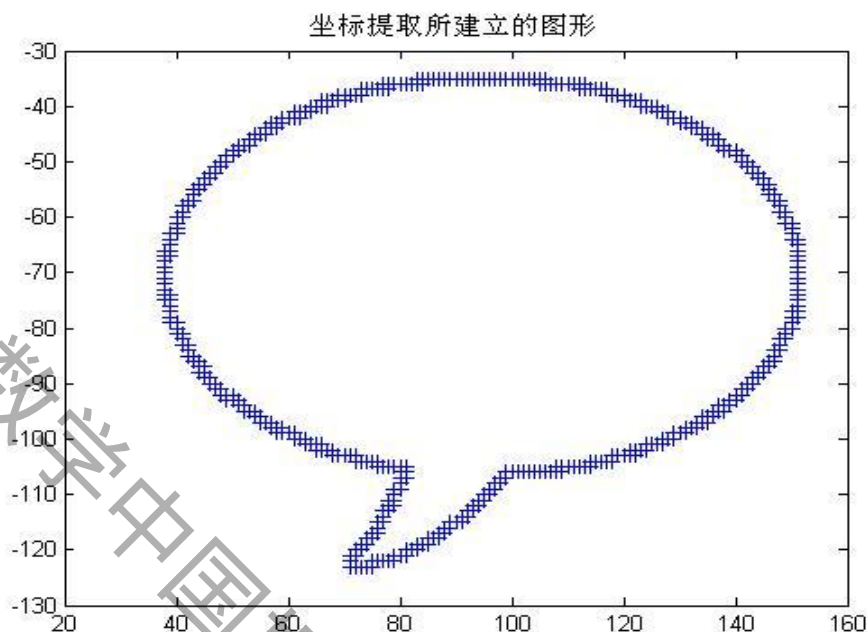


图 5.6 坐标提取图

5.3 elman 神经网络非线性拟合模型的建立与求解

5.3.1 elman 神经网络非线性拟合模型的建立

elman 神经网络是一种动态的反馈网络，它除了具有输入层、隐层、输出层单元外，还有一个特殊的联系单元。联系单元是用来记忆隐层单元以前时刻的输出值，可认为是一时延算子，它使该网络具有动态记忆的功能。Elman 神经网络的数学模型：

$$x(k) = f(w^i x_c(k) + w^i u(k+1)) \quad (5-1)$$

$$x_c(k) = ax_c(k-1) + x(k-1) \quad (5-2)$$

$$y(k) = g(w^j x(k)) \quad (5-3)$$

其中连接权为联系单元与隐层单元的连接权矩阵， w^i 为输入单元与隐层单元的连接权矩阵， w^j 为隐层单元与输出单元的连接权矩阵， $x_c(k)$ 和 $x(k)$ 分别表示联系单元 1 和隐层单元的输出， $y(k)$ 表示输出单元的输出， $0 \leq a < 1$ 为自连接反馈增益因子， $f(\cdot)$ 多取为 sigmoid 函数，如公式所示：

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (5-4)$$

Elman 人工神经网络学习算法，设第 t 步系统的实际输出为 $Y_d(k)$ ，则 Elman 网络的目标函数即误差函数可表示为：

$$E(k) = \frac{1}{2} (y_d(k) - y(k))^T (y_d(k) - y(k)) \quad (5-5)$$

根据梯度下降法，分别计算误差对权值的偏导数并使其为 0，可得 Elman 网络的学习算法：

$$\Delta w_{ij}^q = \eta \delta_i^q x_j(k) \quad (i=1, 2, \dots, n; q=1, 2, \dots, r) \quad (5-6)$$

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

$$\Delta w_{iq}^{i2} = \eta_2 \delta_j^h u_q (k-1) (j=1, 2 \cdots, n; q=1, 2 \cdots, r) \quad (5-7)$$

$$\Delta w_{jq}^{i2} = \eta_1 \sum_{i=1}^m (\delta_i^0 w_{ij}^{i3}) \frac{\partial x_j(k)}{\partial w_{jl}^{i1}} (j=1, 2 \cdots, n; l=1, 2 \cdots, r) \quad (5-8)$$

$$\partial_t^0 = (y_{d,t}(k) - y_t(k)) g'_t(\cdot) \quad (5-9)$$

$$\sigma_j^h = \sum_{t=1}^m (\sigma_i^0 w_{ij}^{i3}) f'_j(\cdot) \quad (5-10)$$

η_1, η_2, η_3 分别是 w^{i1}, w^{i2}, w^{i3} 的学习步长。

5.3.2 elman 神经网络非线性拟合模型的求解

本文根据 elman 神经网络非线性拟合得出拟合后的坐标图如下：

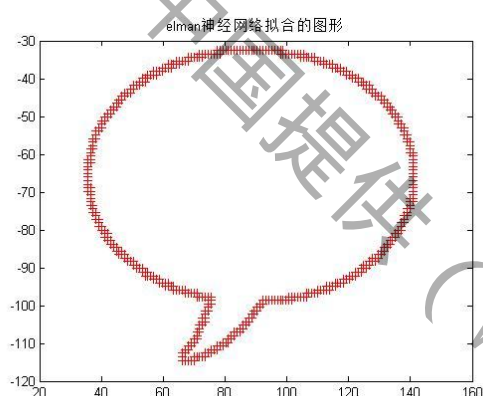


图 5.7 elman 神经网络拟合图

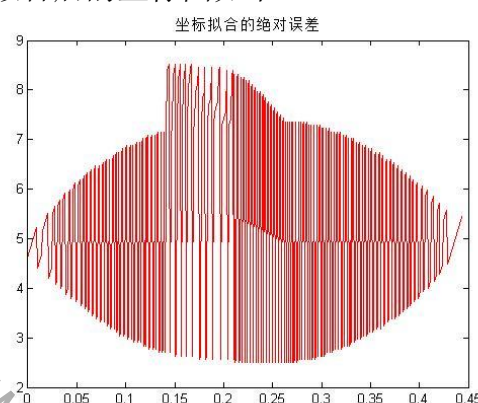


图 5.8 坐标拟合绝对误差图

由拟合图与误差图可以得出与原图的拟合程度很接近了，但是由于神经网络给不出具体方程表达式，所以我们得用第二种方法来获得函数表达式，用神经网络所得数据进行后面所得函数式

5.4 尖点提取模型以及区域划分模型建立与求解：

5.4.1 尖点提取模型建立：

本文为了便于后续模型的建立的方便，对于所获得图像边界的坐标进行 90 度向右旋转，然后对原图像进行尖点的提取，尖点对应曲线中具有局部曲率极大值的点，即曲线的斜率变化发生突变的点，尖点一般位于两段光滑曲线的分段处，在拟合时无法用光滑的曲线表示出来，因此本文先提取出边缘中的尖点，然后把两个尖点之间的曲线作为一个拟合段。

提取尖点的算法是利用曲率局部极大值的方法，因此曲率的计算是关键，由于在数字曲线中，无法直接用公式准确的计算出某一点的曲率值，因而，只能计算曲率的某种近似值，所以我们利用余弦法实现曲率的计算。

余弦法采用偏角余弦值来估算曲率。设 p_i 点的曲率为 c_i ，这里 p_i 点为曲线上的第 i 点，定义 p_i 点的 k 矢量：

$$\vec{a}_{ik} = (x_i - x_{i+k}, y_i - y_{i+k}) \quad (5-11)$$

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

$$\vec{b}_{ik} = (x_i - x_{i+k}, y_i - y_{i+k}) \quad (5-12)$$

则：

$$c_i = \cos \theta_i = \vec{a}_{ik} \cdot \vec{b}_{ik} / (|\vec{a}_{ik}| \cdot |\vec{b}_{ik}|) \quad (5-13)$$

这里， θ_i 为 k 矢量 \vec{a}_{ik} 和 \vec{b}_{ik} 之间的夹角，得到的结果 c_i 即为曲线在该点的余弦值。余弦值越大的点曲率也越大。

5.4.2 尖点提取模型建立：

本文通过排序后坐标进行转化对原有区域划分之后的图像如图 5.9：

接下来我们对坐标区间划分之后出现误差，去除误差较大的点，得到如图：

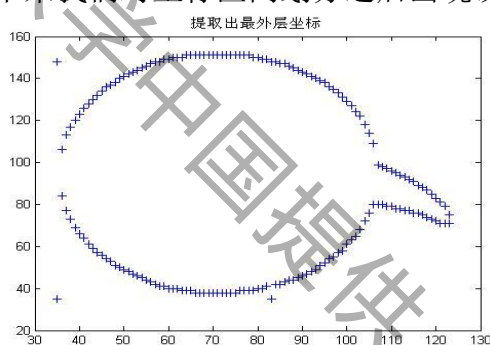


图 5.9 提取坐标图

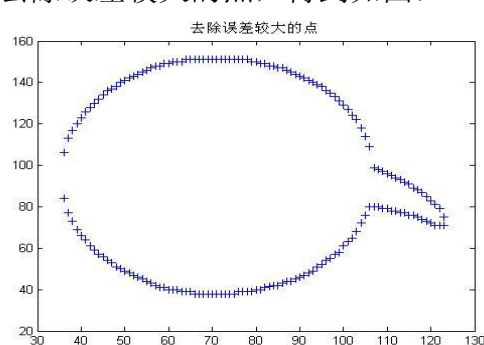


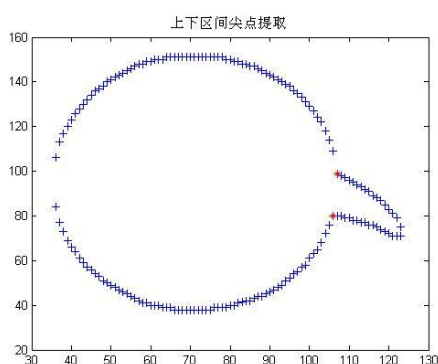
图 5.10 去除误差图

然后利用余弦法所得到的尖点坐标并标记如图 5.11：

尖点 1 坐标 (107, 99)

尖点 2 坐标 (106, 83)

以尖点与边界之间的断点为分界点，进行区间的划分，得到左上，左下，右上，右下 4 个区间，分别用不同的颜色进行划分如图 5.12：



5.11 上下尖点提取图

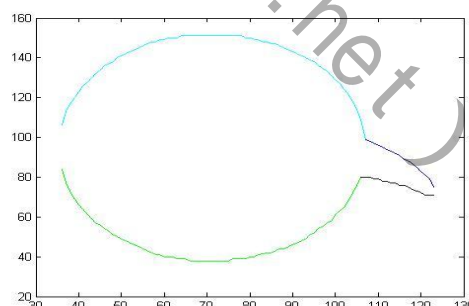


图 5.12 区域分区图

5.5 分区域插值模型的建立与求解

5.5.1 分区域插值模型的建立

插值是函数逼近的重要方法。给定函数 $f(x, y)$ 在区间 $[a, b]$ 中互异的 n 个点的值 $f(x_i) (i=1, 2, \dots, n)$ ，基于这个列表数据，寻找某一函数 $\varphi(x)$ 去逼近 $f(x)$ 。若要求逼近函

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

数 $\varphi(x)$ 在 x_i 与 $f(x_i)$ 相等，就称这样的函数逼近问题为插值问题，称 $\varphi(x)$ 为 $f(x)$ 的插值函数。也就是说， $\varphi(x)$ 在 n 个插值节点 x_i 处与 $f(x_i)$ 相等，而在别处就用 $\varphi(x)$ 近似代替 $f(x)$ 。

5.5.2 分区域插值模型的求解

根据插值的原理，以左上区域为例，应用 Matlab 分别采用了 nearest、spline、cubic、v5cubic 四种方式进行插值对比，对比图如 5.13 所示，经过对比可以发现，v5cubic 插值方式是最好的，因此我们采用了 v5cubic 差值方式对图像的左上、左下、右上、右下四个区间进行和插值处理，结果如图示：

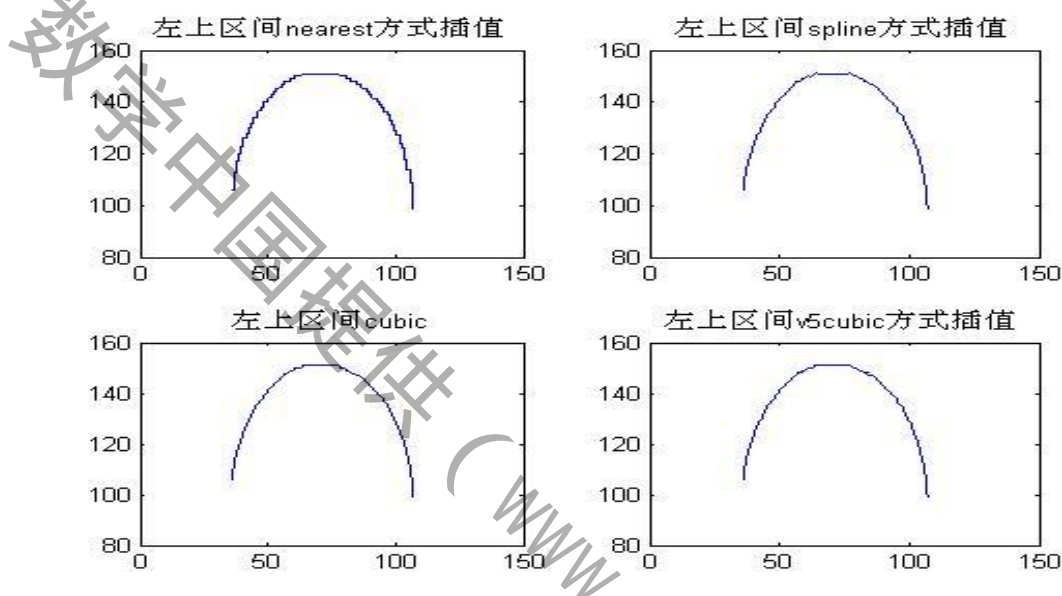


图 5.13 四种插值方式对比图

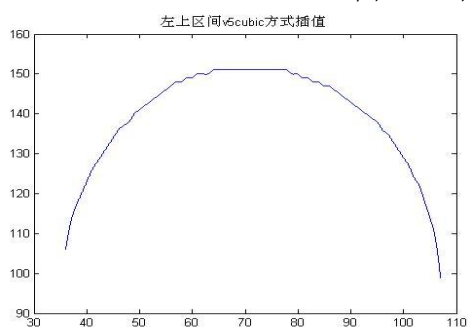


图 5.14 左上区间 v5cubic 插值方式图

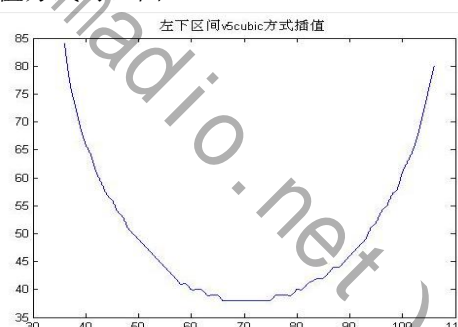
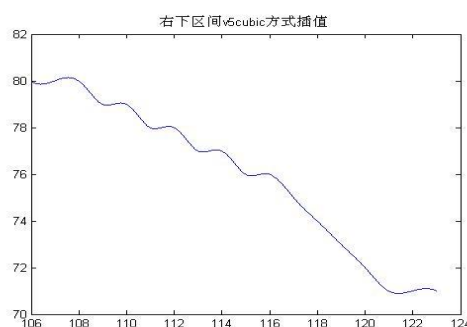
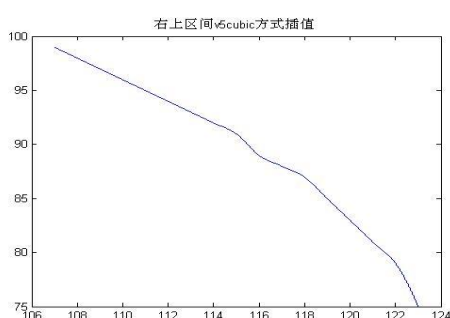


图 5.15 左下区间 v5cubic 插值方式图



第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

图 5.16 右上区间 v5cubic 插值方式图

图 5.17 右下区间 v5cubic 插值方式图

5.6 分区域递归抛物样条曲线拟合模型建立与求解

5.6.1 分区域递归抛物样条曲线拟合模型建立

本文为得到离散数据的参数方程，在在该方法中我们引入了一个新的参数，即点序列号 i ，利用该参数将点序列 $P(i)$ 的坐标变为参数方程 $X(i), Y(i)$ 的方法来表示：

其中 $X(i), Y(i)$ 是关于 i 的一维离散函数，因此可以对其用函数的方法来处理。

本文中选取形状比较灵活的抛物样条曲线作为拟合基元“通过不在同一直线上的三点： P_1, P_2, P_3 ，定义一条抛物样条曲线的表达形式如下：

$$p(t) = A_1 + A_2 t + A_3 t^2 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (5-14)$$

该抛物样条曲线过君，凡，只三个点，并且有：

(1) 抛物线段以只点为起始点“即当参变量 $t = 0$ 时，曲线过只点”

(2) 抛物线段以凡点为终点，即当参变量 $t = 1$ 时，曲线过凡点”

(3) 当参变量 $t = 0.5$ 时，曲线过只点，且切矢量等于只点”

由以上三个条件得到方程组如下：

$$\begin{cases} A_1 = P_1 \\ A_1 + A_2 + A_3 = P_3 \\ A_1 + 0.5A_2 + 0.25A_3 = P_2 \end{cases} \quad (5-15)$$

解得：

$$\begin{cases} A_1 = P_1 \\ A_2 = 4P_2 - P_3 - 3P_1 \\ A_3 = 2P_1 + 2P_3 - 4P_2 \end{cases} \quad (5-16)$$

从而得到：

$$P(t) = (2t^2 - 3t + 1)P_1 + (4t - 4t^2)P_2 + (2t^2 - t)P_3 \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (5-17)$$

由上式得出，只需对 P_1, P_2, P_3 进行操作在屏幕上显示该条曲线时，可以根据参变量的取值，一一计算出位于曲线上的数据点，然后顺次连线绘出图形。由上述抛物样条曲线拟合左上区间的曲线如图得：

$$f(x) = -0.0385x^2 + 2.7085x + 103.3300 \quad (5-18)$$

由上图明显可以感觉到误差很大，因此我们提出了将区间继续细分，以当前离散曲线段的起点！中点和终点构造一条抛物样条曲线对当前曲线段进行拟合并进行误差计算，若本段拟合的误差小于给定的阈值，则返回；否则以当前曲线段的中点将曲线分为两部分再用同样的方法分别进行拟合。最后得到各小区段的二次项系数，将所有方程整合在一起就能得到整个函数的表达式。具体算法流程图如下：

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

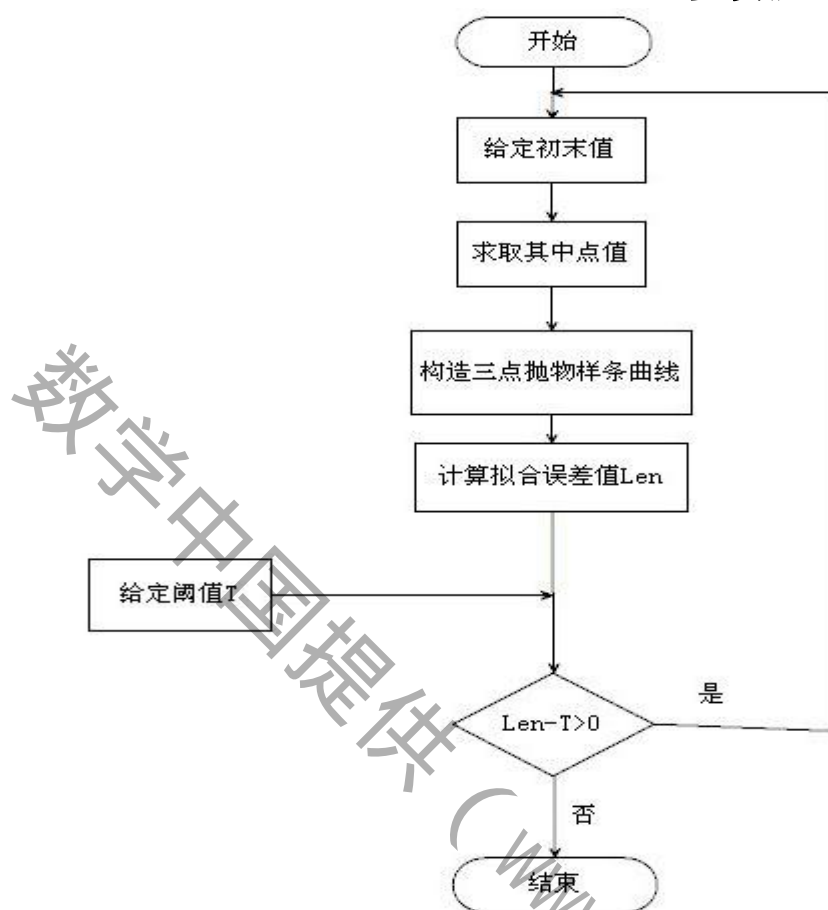


图 5.18 递归算法流程图

5.6.2 分区域递归抛物样条曲线拟合模型求解

递归最后得出函数表达式如下：

$$y(n) = a(n)x^2 + b(n)x + c(n) \quad x \in (n, n+1) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (5-19)$$

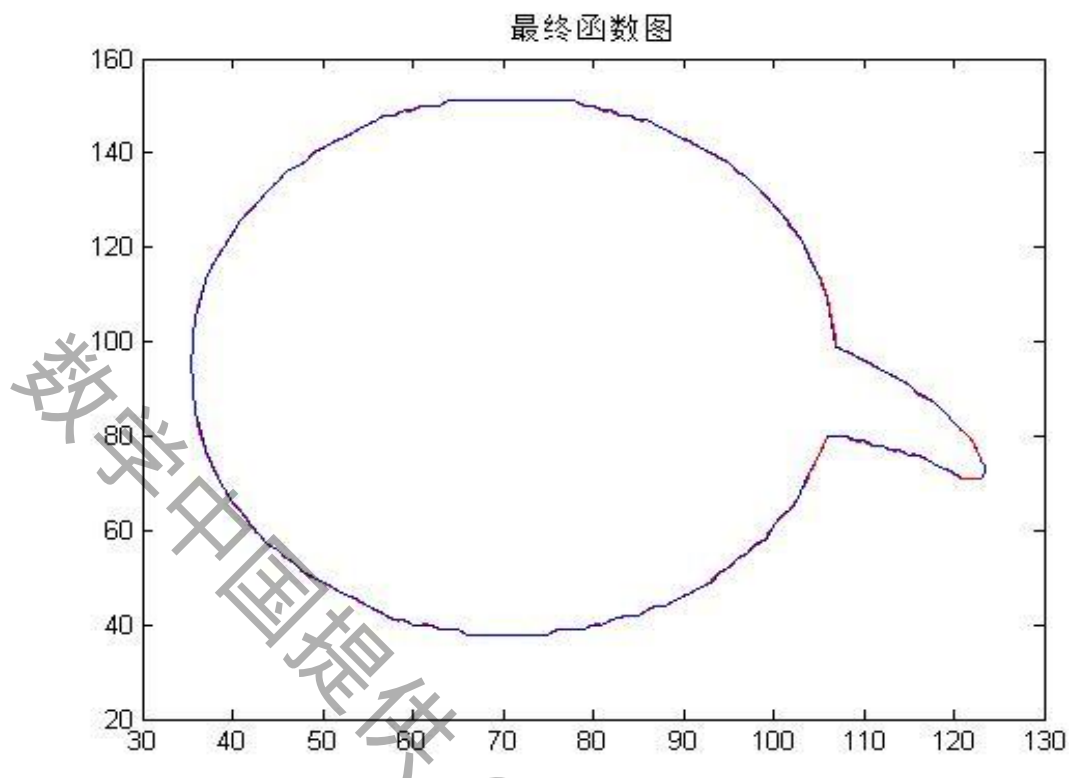
表 1：函数系数表（详见附表一）

自变量 x 区间 [36, 107]			自变量 x 区间 [107, 123]			自变量 x 区间 [36, 106]			自变量 x 区间 [106, 123]		
左上函数系数			右上函数系数			左下函数系数			右下函数系数		
a	b	c		b	c	a	b	c	a	b	c
-	1	-2		-1	206	1	-1	2	0	0	80
1.5	16.5	144				.5	16.5	334			
-	1	-2		-1	206	1	-1	2	0	0	80
1.5	16.5	144				.5	16.5	334			
.
..			

根据所得函数，画出坐标图如下：

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009



六、模型分析

根据神经网络以及递归拟合所得出的函数图像，进行相应的坐标转换，如 6.1 图所示：

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

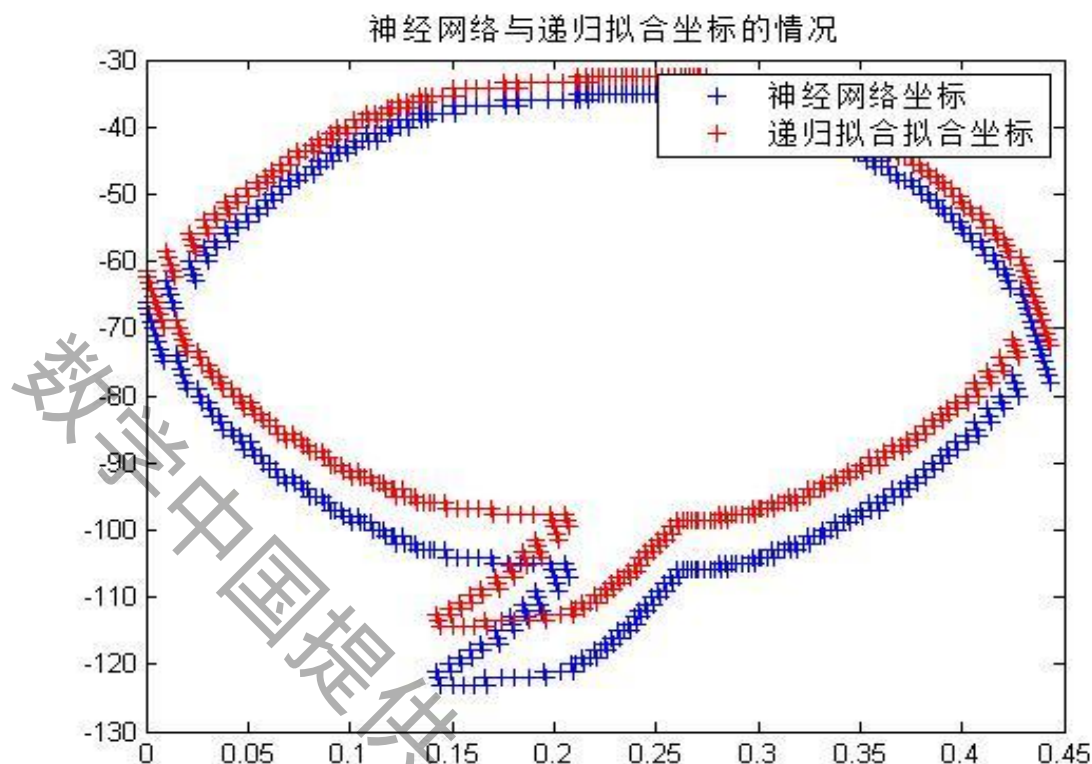


图 6.1 神经网络与递归拟合对比图

可以从途中直观地发现误差较低, 由于神经网络的拟合程度高, 递归的拟合与之误差较大, 递归算法中递归的中止条件是某段曲线的拟合误差小于误差阈值 T , 若条件不满足, 则可以对曲线进行进一步的细分, 以进行更精确的拟合, 直到满足精度条件为止”由于 T 可以根据实际需要进行设定, 因此理论上递归算法能达到任意大小的拟合精度”但精度越大, 递归次数越多, 计算量也越大”

七、工作展望

虽然递归算法拟合精度可以很高, 但是它带来的计算量是很大的, 运行时间长, 而且它分的越细, 所给出的函数表达式变越多, 越复杂, 难以做到实时得出结果, 因此在后续的工作中, 可以加强对过程与结果的优化。

目前该算法存在的缺点是递归拟合时对原始曲线都是利用中点进行简单分段, 没有考虑到曲线自身的形状特征, 因此最后得到的分界点还是有冗余, 需要进一步改进”

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

附录

附录一：插值的算法

```
clc
clear
close all
%整张图的数据
load i1
load j1
%得到坐标【i1 i2】
%x 轴最小最大值大小与坐标
a3=[i1 j1];
size(a3)
a4=unique(a3,'rows');
size(a4)
%插值
%简单封闭图形
%排序
a4(1,:)=sort(a4(1,:), 'descend');
x=a4(:,1);
y=a4(:,2);
m=0;
i=1;
while(i<length(x))
    n=0;
    for j=1:length(x)
        if x(i)==x(j)
            n=n+1;
            q(n)=j;
        end
    end
    m=m+1;
    p1(m)=max(y(q(1:n)));
    i=i+n;
end
m
x1=min(x):max(x)
figure(3)
plot(x1,p1,'+')
hold on
m=0;
i=1;
while(i<length(x))
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```
n=0;
for j=1:length(x)
    if x(i)==x(j)
        n=n+1;
        q(n)=j;
    end
end
m=m+1;
p2(m)=min(y(q(1:n)));
i=i+n;
end
plot(x1,p2,'+')
%去掉误差较大的点
p1=p1(2:length(p1))
x1=x1(2:length(x1))
p2=p2(2:length(p2))
x2=x1;
figure(4)
[e,r]=find(p2==35)
p2(r)=(p2(r+1)+p2(r-1))/2;
plot(x1,p1,'+')
hold on
plot(x2,p2,'+')
figure(5)
plot(x2,p2,'+')
hold on
plot(x1,p1,'+')
hold on
figure(1)
%排序完成
%提取尖点
k=5;
i=k+1;
while i<(length(x1)-k)
    q1=[x1(i)-x1(i+k) p1(i)-p1(i+k)];
    w1=[x1(i)-x1(i-k) p1(i)-p1(i-k)];
    c1(i-k)=(q1(1)*w1(1)+q1(2)*w1(2))/(sqrt(q1(1)^2+q1(2)^2)*sqrt(w1(1)^2+w1(2)^2));
    if(c1(i-k)>-0.835)
        plot(x1(i),p1(i),'r*')
        d1=i;
        c1;
    end
end
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```
end
i=i+1;
end
%下半部分
k=15
i=k+1
while i<(length(x2)-k)
q2=[x2(i)-x2(i+k) p2(i)-p2(i+k)];
w2=[x2(i)-x2(i-k) p2(i)-p2(i-k)];
c2(i-k)=(q2(1)*w2(1)+q2(2)*w2(2))/(sqrt(q2(1)^2+q2(2)^2)*sqrt(w2(1)^2+w
2(2)^2));
if(c2(i-k)>0.11)
plot(x2(i),p2(i),'r*')
d2=i
c2;
end
i=i+1;
end
xq1=x1(1:d1);
pq1=p1(1:d1);
plot(xq1,pq1,'c')
hold on
xq2=x1(d1:length(x1));
pq2=p1(d1:length(x1));
plot(xq2,pq2,'b')
hold on
xq3=x2(1:d2);
pq3=p2(1:d2);
plot(xq3,pq3,'g')
hold on
xq4=x2(d2:length(x2));
pq4=p2(d2:length(x2));
plot(xq4,pq4,'k')
hold on
%四种方式插值比较
figure(6)
xq1=x1(1:d1);
pq1=p1(1:d1);
cxq1=min(xq1):0.001:max(xq1);
subplot(2,2,1)
cpq1=interp1(xq1,pq1,cxq1,'nearest')
plot(cxq1,cpq1)
```


第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```
title('左上区间 nearest 方式插值')
subplot(2, 2, 2)
cpq2=interp1(xq1, pq1, cxq1, 'spline')
plot(cxq1, cpq2)
title('左上区间 spline 方式插值')
subplot(2, 2, 3)
cpq3=interp1(xq1, pq1, cxq1, 'cubic')
plot(cxq1, cpq3)
title('左上区间 cubic')
subplot(2, 2, 4)
cpq4=interp1(xq1, pq1, cxq1, 'v5cubic')
plot(cxq1, cpq4)
title('左上区间 v5cubic 方式插值')
figure(7)
plot(cxq1, cpq4)
title('左上区间 v5cubic 方式插值')
figure(8)
xq2=x1(d1:length(x1));
pq2=p1(d1:length(x1));
cxq2=min(xq2):0.001:max(xq2);
ccpq4=interp1(xq2, pq2, cxq2, 'v5cubic')
plot(cxq2, ccpq4)
title('右上区间 v5cubic 方式插值')
figure(9)
xq3=x2(1:d2);
pq3=p2(1:d2);
cxq3=min(xq3):0.001:max(xq3);
ccpq3=interp1(xq3, pq3, cxq3, 'v5cubic')
plot(cxq3, ccpq3)
title('左下区间 v5cubic 方式插值')
figure(10)
xq4=x2(d2:length(x2));
pq4=p2(d2:length(x2));
cxq4=min(xq4):0.001:max(xq4);
ccpq4=interp1(xq4, pq4, cxq4, 'spline')
plot(cxq4, ccpq4)
title('右下区间 v5cubic 方式插值')
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

附录二：拟合算法

```
clc
clear
close all
%整张图的数据
load i1
load j1
%得到坐标【i1 i2】
%x 轴最小最大值大小与坐标
a3=[i1 j1];
size(a3)
a4=unique(a3,'rows');
size(a4)
%插值
%简单封闭图形
%排序
a4(1,:)=sort(a4(1,:), 'descend');
x=a4(:,1);
y=a4(:,2);
m=0;
i=1;
while(i<length(x))
    n=0;
    for j=1:length(x)
        if x(i)==x(j)
            n=n+1;
            q(n)=j;
        end
    end
    m=m+1;
    p1(m)=max(y(q(1:n)));
    i=i+n;
end
m
x1=min(x):max(x)
figure(3)
plot(x1,p1,'+')
hold on
m=0;
i=1;
while(i<length(x))
    n=0;
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```

for j=1:length(x)
    if x(i)==x(j)
        n=n+1;
        q(n)=j;
    end
end
m=m+1;
p2(m)=min(y(q(1:n)));
i=i+n;
end
plot(x1,p2,'+')
%去掉误差较大的点
p1=p1(2:length(p1))
x1=x1(2:length(x1))
p2=p2(2:length(p2))
x2=x1;
figure(4)
[e,r]=find(p2==35)
p2(r)=(p2(r+1)+p2(r-1))/2;
plot(x1,p1,'+')
hold on
plot(x2,p2,'+')
figure(5)
plot(x2,p2,'+')
hold on
plot(x1,p1,'+')
hold on
figure(1)
%排序完成
%提取尖点
k=5;
i=k+1;
while i<(length(x1)-k)
    q1=[x1(i)-x1(i+k) p1(i)-p1(i+k)];
    w1=[x1(i)-x1(i-k) p1(i)-p1(i-k)];
    c1(i-k)=(q1(1)*w1(1)+q1(2)*w1(2))/(sqrt(q1(1)^2+q1(2)^2)*sqrt(w1(1)^2+w1(2)^2));
    if(c1(i-k)>-0.835)
        plot(x1(i),p1(i),'r*')
        d1=i;
        c1;
    end
end

```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```
i=i+1;
end
%下半部分
k=15
i=k+1
while i<(length(x2)-k)
q2=[x2(i)-x2(i+k) p2(i)-p2(i+k)];
w2=[x2(i)-x2(i-k) p2(i)-p2(i-k)];
c2(i-k)=(q2(1)*w2(1)+q2(2)*w2(2))/(sqrt(q2(1)^2+q2(2)^2)*sqrt(w2(1)^2+w
2(2)^2));
if(c2(i-k)>0.11)
plot(x2(i),p2(i),'r*')
d2=i
c2;
end
i=i+1;
end
xq1=x1(1:d1);
pq1=p1(1:d1);
plot(xq1,pq1,'c')
hold on
xq2=x1(d1:length(x1));
pq2=p1(d1:length(x1));
plot(xq2,pq2,'b')
hold on
xq3=x2(1:d2);
pq3=p2(1:d2);
plot(xq3,pq3,'g')
hold on
xq4=x2(d2:length(x2));
pq4=p2(d2:length(x2));
plot(xq4,pq4,'k')
hold on
%四种方式插值比较
figure(6)
xq1=x1(1:d1);
pq1=p1(1:d1);
cxq1=min(xq1):0.001:max(xq1);
subplot(2,2,1)
cpq1=interp1(xq1,pq1,cxq1,'nearest')
plot(cxq1,cpq1)
title('左上区间 nearest 方式插值')
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```
subplot(2,2,2)
cpq2=interp1(xq1,pq1,cxq1,'spline')
plot(cxq1,cpq2)
title('左上区间 spline 方式插值')
subplot(2,2,3)
cpq3=interp1(xq1,pq1,cxq1,'cubic')
plot(cxq1,cpq3)
title('左上区间 cubic')
subplot(2,2,4)
cpq4=interp1(xq1,pq1,cxq1,'v5cubic')
plot(cxq1,cpq4)
title('左上区间 v5cubic 方式插值')
figure(7)
plot(cxq1,cpq4)
title('左上区间 v5cubic 方式插值')
figure(8)
xq2=x1(d1:length(x1));
pq2=p1(d1:length(x1));
cxq2=min(xq2):0.001:max(xq2);
ccpq4=interp1(xq2,pq2,cxq2,'v5cubic')
plot(cxq2,ccpq4)
title('右上区间 v5cubic 方式插值')
figure(9)
xq3=x2(1:d2);
pq3=p2(1:d2);
cxq3=min(xq3):0.001:max(xq3);
ccpq3=interp1(xq3,pq3,cxq3,'v5cubic')
plot(cxq3,ccpq3)
title('左下区间 v5cubic 方式插值')
figure(10)
xq4=x2(d2:length(x2));
pq4=p2(d2:length(x2));
cxq4=min(xq4):0.001:max(xq4);
ccpq4=interp1(xq4,pq4,cxq4,'spline')
plot(cxq4,ccpq4)
title('右下区间 v5cubic 方式插值')
%第一区间的数据
b1=[xq1 pq1];
%第二区间的数据
b2=[xq2 pq2];
%第三区间的数据
b3=[xq3 pq3];
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

%第四区间的数据

b4=[xq4 pq4];

%%

%%对相关数据进行拟合%%

%%

%%对第一区间坐标拟合%%

t1=xq1;

y1=pq1; %%横坐标信息

yout1 = nihe(t1, y1);

%% 显示训练结果

figure(11);

plot(t1, y1, 'b', t1, yout1, 'r');

title('左上区间坐标的拟合情况')

legend('实际坐标', '拟合坐标');

figure(12);

plot(t1, abs(y1-yout1), 'r');

title('左上区间坐标的拟合的绝对误差')

%%对第二区间坐标拟合%%

t2=xq2;

y2=pq2; %%横坐标信息

yout2 = nihe(t2, y2);

%% 显示训练结果

figure(13);

plot(t2, y2, 'b', t2, yout2, 'r');

title('右上区间坐标的拟合情况')

legend('实际坐标', '拟合坐标');

figure(14);

plot(t2, abs(y2-yout2), 'r');

title('右上区间坐标的拟合的绝对误差')

%%对第三区间坐标拟合%%

t3=xq3;

y3=pq3; %%横坐标信息

yout3 = nihe(t3, y3);

%% 显示训练结果

figure(15);

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```

plot(t3, y3, 'b', t3, yout3, 'r');
title(' 左下区间坐标的拟合情况')
legend(' 实际坐标', ' 拟合坐标');
figure(16);
plot(t3, abs(y3-yout3), 'r');
title(' 左下区间坐标的拟合的绝对误差')

%%%%%%%%%%%%对第四区间坐标拟合%%%%%%%%%%%%
t4=xq4;
y4=pq4;    %%横坐标信息
yout4 = nihe(t4, y4);

%% 显示训练结果
figure(17);
plot(t4, y4, 'b', t4, yout4, 'r');
title(' 右下区间坐标的拟合情况')
legend(' 实际坐标', ' 拟合坐标');
figure(18);
plot(t4, abs(y4-yout4), 'r');
title(' 右下区间坐标的拟合的绝对误差')
figure(19)
plot(t1, yout1, 'r+');
hold on
plot(t2, yout2, 'r+');
hold on
plot(t3, yout3, 'r+');
hold on
plot(t4, yout4, 'r+');
hold on
title(' 自己拟合的图形')

```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

附录三：尖点提取划分区间

```
clc
clear
close all
%整张图的数据
load i1
load j1
%得到坐标【i1 i2】
%x 轴最小最大值大小与坐标
a3=[i1 j1];
size(a3)
a4=unique(a3,'rows');
size(a4)
%插值
%简单封闭图形
%排序
a4(1,:)=sort(a4(1,:), 'descend');
x=a4(:,1);
y=a4(:,2);
m=0;
i=1;
while(i<length(x))
    n=0;
    for j=1:length(x)
        if x(i)==x(j)
            n=n+1;
            q(n)=j;
        end
    end
    m=m+1;
    p1(m)=max(y(q(1:n)));
    i=i+n;
end
m
x1=min(x):max(x)
figure(3)
plot(x1,p1,'+')
hold on
m=0;
i=1;
while(i<length(x))
    n=0;
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```

for j=1:length(x)
    if x(i)==x(j)
        n=n+1;
        q(n)=j;
    end
end
m=m+1;
p2(m)=min(y(q(1:n)));
i=i+n;
end
plot(x1,p2,'+')
%去掉误差较大的点
p1=p1(2:length(p1))
x1=x1(2:length(x1))
p2=p2(2:length(p2))
x2=x1;
figure(4)
[e,r]=find(p2==35)
p2(r)=(p2(r+1)+p2(r-1))/2;
plot(x1,p1,'+')
hold on
plot(x2,p2,'+')
figure(5)
plot(x2,p2,'+')
hold on
plot(x1,p1,'+')
hold on
figure(1)
%排序完成
%提取尖点
k=5;
i=k+1;
while i<(length(x1)-k)
    q1=[x1(i)-x1(i+k) p1(i)-p1(i+k)];
    w1=[x1(i)-x1(i-k) p1(i)-p1(i-k)];
    c1(i-k)=(q1(1)*w1(1)+q1(2)*w1(2))/(sqrt(q1(1)^2+q1(2)^2)*sqrt(w1(1)^2+w1(2)^2));
    if(c1(i-k)>-0.835)
        plot(x1(i),p1(i),'r*')
        d1=i;
        c1;
    end
end

```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```

i=i+1;
end
%下半部分
k=15
i=k+1
while i<(length(x2)-k)
q2=[x2(i)-x2(i+k) p2(i)-p2(i+k)];
w2=[x2(i)-x2(i-k) p2(i)-p2(i-k)];
c2(i-k)=(q2(1)*w2(1)+q2(2)*w2(2))/(sqrt(q2(1)^2+q2(2)^2)*sqrt(w2(1)^2+w
2(2)^2));
if(c2(i-k)>0.11)
plot(x2(i),p2(i),'r*')
d2=i
c2;
end
i=i+1;
end
xq1=x1(1:d1);
pq1=p1(1:d1);
plot(xq1,pq1,'c')
hold on
xq2=x1(d1:length(x1));
pq2=p1(d1:length(x1));
plot(xq2,pq2,'b')
hold on
xq3=x2(1:d2);
pq3=p2(1:d2);
plot(xq3,pq3,'g')
hold on
xq4=x2(d2:length(x2));
pq4=p2(d2:length(x2));
plot(xq4,pq4,'k')
hold on

```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

附录四：数据上下排序算法

```
clc
clear
close all
load i1
load j1
%整张图的数据
%得到坐标【i1 i2】
%x 轴最小最大值大小与坐标
a3=[i1 j1];
size(a3)
a4=unique(a3,'rows');
size(a4)
%插值
%简单封闭图形
%排序
a4(1,:)=sort(a4(1,:), 'descend');
x=a4(:,1);
y=a4(:,2);
m=0;
i=1;
while(i<length(x))
    n=0;
    for j=1:length(x)
        if x(i)==x(j)
            n=n+1;
            q(n)=j;
        end
    end
    m=m+1;
    p1(m)=max(y(q(1:n)));
    i=i+n;
end
m
x1=min(x):max(x)
figure(3)
plot(x1,p1,'+')
title('提取出最外层坐标')
hold on
m=0;
i=1;
while(i<length(x))
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```
n=0;
for j=1:length(x)
    if x(i)==x(j)
        n=n+1;
        q(n)=j;
    end
end
m=m+1;
p2(m)=min(y(q(1:n)));
i=i+n;
end
plot(x1,p2,'+')
%去掉误差较大的点
p1=p1(2:length(p1))
x1=x1(2:length(x1))
p2=p2(2:length(p2))
x2=x1;
figure(4)
[e,r]=find(p2==35)
p2(r)=(p2(r+1)+p2(r-1))/2;
plot(x1,p1,'+')
title('去除误差较大的点')
hold on
plot(x2,p2,'+')
```


第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

附录五：边缘轮廓及坐标提取

```
clc
clear
close all
%阈值设置
n=15;
%灰度图的轮廓线提取
a1=imread('1.jpg');
A=rgb2gray(a1);%读取指定的灰度图
[a,b]=size(A);%a,b 分别等于矩阵 A 的行数和列数
B=double(A);%将矩阵 A 变为双精度矩阵
D=40*sin(1/255*B);%将矩阵 B 进行线性变换
T=A;%新建与 A 同等大小矩阵
for p=2:a-1 %处理图片边框内的像素点
    for q=2:b-1
        if
            (D(p,q)-D(p,q+1))>n | (D(p,q)-D(p,q-1))>n | (D(p,q)-D(p+1,q))>n | (D(p,q)-D(p-1,q))>n | (D(p,q)-D(p-1,q+1))>n | (D(p,q)-D(p+1,q-1))>n | (D(p,q)-D(p-1,q-1))>n | (D(p,q)-D(p+1,q+1))>n
            T(p,q)=0;%置边界点为黑色
        else
            T(p,q)=255;
        %置非边界点为白色
    end;
end;
end;
subplot(2,1,1);%将窗口分割为两行一列，下图显示于第一行
image(A);%显示原图像
title('灰度图原图');
%图释
axis image;%保持图片显示比例
subplot(2,1,2);%下图显示于第二行
image(T);%显示提取轮廓线后的图片
title('提取轮廓线');
%图释
axis image;%保持图片显示比例
%坐标提取
figure(2)
[i1,j1]=find(T==0);
plot(i1,j1,'+')
title('坐标提取所建立的图形')
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

附录六：

```
%拟合函数
function yout = nihe(t,y)

n=8;
N=1; %隐含层和承接层神经元个数
m = size(t, 2); %输入序列长度
N1=300; %迭代次数

% 设定初值
w11 = ones(n, n); %隐含层到承接层权值初值
w12 = ones(n, m); %隐含层到输入层权值初值
w13 = ones(m, n); %输出层到隐含层权值初值
dw=zeros(1, n);

a1 = 0.002; %w11 的学习步长
a2 = 0.002; %w12 的学习步长
a3 = 0.002; %w13 的学习步长

%% 构造隐含层 sigmoid 函数
for i = 1:n
    for j=1:m
        x(i, j) = 1/(1+exp(-t(j)));
        dx(i, j)=exp(-t(j))/(x(i, j)^2);
    end
end
x=x';
dx=dx';

%% 建立 Elman 神经网络
xc=zeros(n, 1); % 承接层向量(n*1)
a=0; %隐含层到输入层的反馈系数
x_1=x(m, :)' ; % (n*1)
xc_1=xc;
X=x_1; % 隐含层正交基函数向量(1*n)
dX=dx(m, :)' ; % 隐含层正交基导数向量(1*n)
% xc=a*xc_1+X; %承接层初始化

w11_1=w11;
w12_1=w12;
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```

w13_1=w13;
t_1=t;
dw_1=dw;
X_1=X;

%% 神经网络训练
for k=1:1:N1

    Y(:,k)=w13*X;          %输出层的 NN 输出向量;

    %输出层到隐含层权值 w13 调节;
    d_w13=0*w13;
    for j=1:1:n
        for i=1:1:m
            mid(i)=(y(i)-Y(i,k));
            d_w13(i,j)=a3*mid(i)*x(j);
        end
    end
    w13=w13_1+d_w13;

    %隐含层到输入层权值 w12 调节    %可以把权值 w12, w11 直接忽悠
    d_w12=0*w12;
    for q=1:1:m
        for j=1:1:n
            s(j)=0;
            for i=1:1:m
                s(j)=s(j)+mid(i)*w13(i,j);
            end
            p(j)=s(j)*dX(j);
            d_w12(j,q)=a2*p(j)*t_1(q);
        end
    end
    w12=w12_1+d_w12;

    %承接层到输入层权值 w11 调节
    d_w11=0*w11;
    for l=1:1:n
        for j=1:1:n
            s1(j)=0;
            dw(j)=dX(j)*X_1(1)+a*dw_1(j);
            for i=1:1:m

```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```
s1(j)=s1(j)+mid(i)*w13(i,j);
end
d_w11(j,1)=a1*s1(j)*dw(j);
end
end
w11=w11_1+d_w11;

%状态更新
w11_1=w11;
w12_1=w12;
w13_1=w13;
t_1=t;
dw_1=dw;
X_1=X;
xc=a*xc_1+X_1; %承接层输出
end
yout=w13*X; %ELMAN 神经网络的最终输出向量;

yout=yout';

end
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

附录七：

```
%递归程序
clc
clear
close all
%阈值设置
n=15;
%灰度图的轮廓线提取
a1=imread('C:\Users\Administrator\Desktop\prenznihe1.jpg');
A=rgb2gray(a1);%读取指定的灰度图
[a,b]=size(A);%a,b 分别等于矩阵 A 的行数和列数
B=double(A); %将矩阵 A 变为双精度矩阵
D=40sin(1255B); %将矩阵 B 进行线性变换
T=A; %新建与 A 同等大小矩阵
for p=2a-1 %处理图片边框内的像素点
    for q=2b-1
        if
            (D(p,q)-D(p,q+1))n(D(p,q)-D(p,q-1))n(D(p,q)-D(p+1,q))n(D(p,q)-D(p-1,q))n(D(
            p,q)-D(p-1,q+1))n(D(p,q)-D(p+1,q-1))n(D(p,q)-D(p-1,q-1))n(D(p,q)-D(p+1,q+1))
            n
            T(p,q)=0; %置边界点为黑色
        else
            T(p,q)=255;
        %置非边界点为白色
    end;
end;
end;
subplot(2,1,1); %将窗口分割为两行一列，下图显示于第一行
image(A); %显示原图像
title('灰度图原图');
%图释
axis image; %保持图片显示比例
subplot(2,1,2); %下图显示于第二行
image(T); %显示提取轮廓线后的图片
title('提取轮廓线');
%图释
axis image; %保持图片显示比例
%坐标提取
figure(2)
[i1,j1]=find(T==0);
plot(i1,j1,'+')
title('坐标提取所建立的图形')
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

%整张图的数据

```
%得到坐标【i1 i2】
%x 轴最小最大值大小与坐标
a3=[i1 j1];
size(a3)
a4=unique(a3,'rows');
size(a4)
%插值
%简单封闭图形
%排序
a4(1,:)=sort(a4(1,:), 'descend');
x=a4(:,1);
y=a4(:,2);
m=0;
i=1;
while(ilength(x))
    n=0;
    for j=1length(x)
        if x(i)==x(j)
            n=n+1;
            q(n)=j;
        end
    end
    m=m+1;
    p1(m)=max(y(q(1:n)));
    i=i+n;
end
m
x1=min(x)max(x)
figure(3)
plot(x1,p1,'+')
hold on
m=0;
i=1;
while(ilength(x))
    n=0;
    for j=1length(x)
        if x(i)==x(j)
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```

        n=n+1;
        q(n)=j;
    end
end
m=m+1;
p2(m)=min(y(q(1:n)));
i=i+n;
end
plot(x1,p2,'+')
%去掉误差较大的点
p1=p1(2:length(p1))
x1=x1(2:length(x1))
p2=p2(2:length(p2))
x2=x1;
figure(4)
[e,r]=find(p2==35)
p2(r)=(p2(r+1)+p2(r-1))/2;
plot(x1,p1,'+')
hold on
plot(x2,p2,'+')
figure(5)
plot(x2,p2)
hold on
plot(x1,p1)
hold on
%排序完成
%提取尖点
k=5;
i=k+1;
while i(length(x1)-k)
    q1=[x1(i)-x1(i+k) p1(i)-p1(i+k)];
    w1=[x1(i)-x1(i-k) p1(i)-p1(i-k)];
    c1(i-k)=(q1(1)w1(1)+q1(2)w1(2))/(sqrt(q1(1)^2+q1(2)^2)*sqrt(w1(1)^2+w1(2)^2));
    if(c1(i-k)-0.835)
        plot(x1(i),p1(i),'r')
        d1=i;
        c1;
    end
    i=i+1;
end
%下半部分

```


第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```

k=15
i=k+1
while i(length(x2)-k)
    q2=[x2(i)-x2(i+k) p2(i)-p2(i+k)];
    w2=[x2(i)-x2(i-k) p2(i)-p2(i-k)];
    c2(i-k)=(q2(1)w2(1)+q2(2)w2(2))/(sqrt(q2(1)^2+q2(2)^2)*sqrt(w2(1)^2+w2(2)^2));
    if(c2(i-k)>0.11)
        plot(x2(i),p2(i),'r')
        d2=i
        c2;
    end
    i=i+1;
end
figure(6)
xq1=x1(1:d1);
pq1=p1(1:d1);
cxq1=min(xq1)/0.01*max(xq1);
subplot(2,2,1)
cpq1=interp1(xq1,pq1,cxq1,'nearest')
plot(cxq1,cpq1)
subplot(2,2,2)
cpq2=interp1(xq1,pq1,cxq1,'spline')
plot(cxq1,cpq2)
subplot(2,2,3)
cpq3=interp1(xq1,pq1,cxq1,'cubic')
plot(cxq1,cpq3)
subplot(2,2,4)
cpq4=interp1(xq1,pq1,cxq1,'v5cubic')
plot(cxq1,cpq4)
figure(7)
plot(cxq1,cpq4)
figure(8)
xq2=x1(d1:length(x1));
pq2=p1(d1:length(x1));
cxq2=min(xq2)/0.01*max(xq2);
ccpq4=interp1(xq2,pq2,cxq2,'v5cubic')
plot(cxq2,ccpq4)
figure(9)
xq3=x2(1:d2);
pq3=p2(1:d2);
cxq3=min(xq3)/0.01*max(xq3);

```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```
ccpq3=interp1(xq3,pq3,cxq3,'v5cubic')
plot(cxq3,ccpq3)
figure(10)
xq4=x2(d2length(x2));
pq4=p2(d2length(x2));
cxq4=min(xq4)0.01max(xq4);
ccpq4=interp1(xq4,pq4,cxq4,'spline')
plot(cxq4,ccpq4)
close all
clc
plot(xq1,pq1)
first1=[36 106];
end1=[107 99];
mid1=[71 151];
x=[first1(1) end1(1) mid1(1)];
y=[first1(2) end1(2) mid1(2)];
p=polyfit(x,y,2)
x1=360.1107;
y1=polyval(p,x1);
plot(xq1,pq1,x1,y1,'r')
%分区间
n=1;%精度控制
fx=[36n107];
t=(fx-36)+1;
fy=pq1(t);
for i=2length(fx)-1
first1=[fx(i-1) fy(i-1)];
end1=[fx(i+1) fy(i+1)];
mid1=[fx(i) fy(i)];
x=[first1(1) end1(1) mid1(1)];
y=[first1(2) end1(2) mid1(2)];
p=polyfit(x,y,2);
a(i-1)=p(1);
b(i-1)=p(2);
c(i-1)=p(3);
x1=fx(i-1)0.1fx(i+1);
y1=polyval(p,x1);
plot(xq1,pq1,x1,y1,'r')
hold on
end
for i=169
x(i)=36+i;
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```

y(i)=a(i).x(i).^2+b(i)x(i)+c(i)
hold on
end
n=1;%精度控制
fx=[107n123];
t=(fx-107)+1;
fy=pq2(t);
for i=2length(fx)-1
first1=[fx(i-1) fy(i-1)];
end1=[fx(i+1) fy(i+1)];
mid1=[fx(i) fy(i)];
x=[first1(1) end1(1) mid1(1)];
y=[first1(2) end1(2) mid1(2)];
p=polyfit(x,y,2);
la(i-1)=p(1);
lb(i-1)=p(2);
lc(i-1)=p(3);
x1=fx(i-1)0.1fx(i+1);
y1=polyval(p,x1);
plot(xq2,pq2,x1,y1,'r')
hold on
end
n=1;%精度控制
fx=[107n123];
t=(fx-107)+1;
fy=pq2(t);
for i=2length(fx)-1
first1=[fx(i-1) fy(i-1)];
end1=[fx(i+1) fy(i+1)];
mid1=[fx(i) fy(i)];
x=[first1(1) end1(1) mid1(1)];
y=[first1(2) end1(2) mid1(2)];
p=polyfit(x,y,2);
la1(i-1)=p(1);
lb1(i-1)=p(2);
lc1(i-1)=p(3);
x1=fx(i-1)0.1fx(i+1);
y1=polyval(p,x1);
plot(xq2,pq2,x1,y1,'r')
hold on
end

```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```

n=1;%精度控制
fx=[36n106];
t=(fx-36)+1;
fy=pq3(t);
for i=2length(fx)-1
first1=[fx(i-1) fy(i-1)];
end1=[fx(i+1) fy(i+1)];
mid1=[fx(i) fy(i)];
x=[first1(1) end1(1) mid1(1)];
y=[first1(2) end1(2) mid1(2)];
p=polyfit(x,y,2)
la2(i-1)=p(1);
lb2(i-1)=p(2);
lc2(i-1)=p(3);
x1=fx(i-1)0.1fx(i+1);
y1=polyval(p,x1);
plot(xq3,pq3,x1,y1,'r')
hold on
end
n=1;%精度控制
fx=[106n123];
t=(fx-106)+1;
fy=pq4(t);
for i=2length(fx)-1
first1=[fx(i-1) fy(i-1)];
end1=[fx(i+1) fy(i+1)];
mid1=[fx(i) fy(i)];
x=[first1(1) end1(1) mid1(1)];
y=[first1(2) end1(2) mid1(2)];
p=polyfit(x,y,2)
la3(i-1)=p(1);
lb3(i-1)=p(2);
lc3(i-1)=p(3);
x1=fx(i-1)0.1fx(i+1);
y1=polyval(p,x1);
plot(xq4,pq4,x1,y1,'r')
hold on
end
%左边连接
first1=[36 106];
end1=[36 84];
mid1=[35.5 95];

```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

```
x=[first1(1) end1(1) mid1(1)];  
y=[first1(2) end1(2) mid1(2)];  
p=polyfit(y,x,2)  
y1=840.1106;  
x1=polyval(p,y1);  
plot(x1,y1)  
%右边连接  
first1=[123 71];  
end1=[123 75];  
mid1=[123.2 71.5];  
x=[first1(1) end1(1) mid1(1)];  
y=[first1(2) end1(2) mid1(2)];  
p=polyfit(y,x,2)  
y1=710.175;  
x1=polyval(p,y1);  
plot(x1,y1)
```

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

附表一：

自变量 x 区间 [36, 107]			自变量 x 区间 [107, 123]			自变量 x 区间 [36, 106]			自变量 x 区间[106, 123]		
左上函数系数			右上函数系数[]			左下函数系数			右下函数系数		
a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
-1.5	116.5	-2144	0	-1	206	1.5	-116.5	2334	0	0	80
-1.5	116.5	-2144	0	-1	206	1.5	-116.5	2334	0	0	80
-0.5	41.5	-738	0	-1	206	0	-4	225	-0.5	107.5	-5698
0	3	3	0	-1	206	0.5	-42.5	966	0.5	-109.5	6074
0	3	3	0	-1	206	0.5	-42.5	966	-0.5	109.5	-5916
-0.5	43.5	-817	0	-1	206	-0.5	38.5	-674	0.5	-111.5	6294
0	2	44	0	-1	206	0.5	-44.5	1048	-0.5	111.5	-6138
0	2	44	0	-1	206	0	-2	145	0.5	-113.5	6518
0	2	44	0.5	3.5	-634	0.5	-45.5	1091	-0.5	113.5	-6364
0	2	44	0	-1	6991	-0.5	43.5	-889	0.5	-115.5	6746
-0.5	47.5	-991	0	-1	205	0.5	-47.5	1181	-0.5	115.5	-6594
0	1	90	0.5	6.5	-6698	-0.5	45.5	-981	0	-1	192
0.5	-46.5	1218	0	-2	323	0.5	-49.5	1275	0	-1	192
-0.5	50.5	-113	0	-2	323	0	-1	99	0	-1	192
0	1	91	0	-2	323	0	-1	99	0	-1	192
0	1	91	1	1	39	0	-1	99	0.5	-121.5	7452
0	1	91	1	1	39	0	-1	99	0	0	71
0	1	91				0	-1	99	0	0	71
0	1	91				0	-1	99			
0	1	91				0	-1	99			
-0.5	57.5	-150				0	-1	99			
0.5	-57.5	1801				0	-58.5	1752			
-0.5	59.5	-162				-0.5	58.5	-1670			
0.5	-59.5	1919				0	-60.5	1870			

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

5	9.5					.5					
-0.5	61.5	-174				0	0	40			
		1									
0	0	150				-	6	-185			
						0.5	1.5	1			
0.5	-62.5	2103				0	-	2055			
						.5	63.5				
-0.5	64.5	-192				0	0	39			
		9									
0	0	151				-	6	-204			
						0.5	4.5	1			
0	0	151				0	-	2249			
						.5	66.5				
0	0	151				0	0	38			
0	0	151				0	0	38			
0	0	151				0	0	38			
0	0	151				0	0	38			
0	0	151				0	0	38			
0	0	151				0	0	38			
0	0	151				0	0	38			
0	0	151				0	0	38			
0	0	151				0	0	38			
0	0	151				0	-	2813			
						.5	74.5				
0	0	151					7	-288			
						0.5	6.5	7			
0	0	151				0	0	39			
-0.5	77.5	-285				0	0	39			
		2									
0.5	-79.5	3310				0	-	3120			
						.5	78.5				
-0.5	79.5	-301				-	8	-320			
		0				0.5	0.5	0			
0.5	-81.5	3470				0	-	3280			
						.5	80.5				
-0.5	81	-317				-	4	-170			
	.5	2				0.25	1.75	1.5			
0.5	-83.5	3634				0	0	0			
						.5					
-0.5	83	-333				-	4	-174			
	.5	8				0.25	2.25	3			
0.5	-8	3802				0	-	3612			
	5.5					.5	84.5				
-0.5	85	-350				0	1	-43			
	.5	8									
0	-1	233				-	8	-378			

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

						0.5	7.5	4			
0	-1	233				0	-	3872			
						.5	87.5				
0	-1	233				0	1	-44			
0	-1	233				0	1	-44			
0	-1	233				0	1	-44			
0	-1	233				0	1	-44			
0	-1	233				0	-	4234			
						.5	91.5				
0	-1	233				-	9	-450			
						0.5	5.5	8			
-0	93	-423				0	-	4422			
.5	.5	2				.5	93.5				
0.	-9	4888				-	9	-469			
5	7.5					0.5	7.5	8			
-0	95	-442				0	-	4614			
.5	.5	4				.5	95.5				
0	-2	329				-	9	-489			
						0.5	9.5	2			
0	-2	329				1	-	9661			
							196				
0	-2	329				-	1	-518			
						0.5	02.5	9			
-0	98	-472				0	2	-139			
.5	.5	1									
0.	-1	5581				0	-	5012			
5	04.5					.5	99.5				
-1	20	-101				0	-	5012			
	3	78				.5	99.5				
0	-4	534				0	4	-344			
-0	10	-492				0	4	-344			
.5	0.5	6									
-2	52	-271									
.5	2.5	86									
-2	52	-271									
.5	2.5	86									
端点连接自变量											
y=95											
左连接系数											
a	b	c									
0.	-0	72.7									
0041	.7851	934									

第七届数学中国数学建模网络挑战赛

参赛队号#1009

端点连接自变量 $y=72$											
右连接系数											
a	b	c									
-0.1143	16.6857	-485.5714									

数学中国提供 (www.madio.net)