

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第五届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1526

参赛队员（签名）：

队员 1：赵斌

队员 2：陆忠谔

队员 3：苏钰

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：1494

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：1494

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2012 年第五届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目：“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的作用及前景分析

关键词：热岛效应；白屋顶计划；定量分析；Matlab；Word；正态分布

摘 要

本文针对“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的影响力问题，以白色屋顶吸收太阳热量减少量和城市温度变化量为切入点，综合分析了城市热岛效应和全球实施白屋顶计划的预期数据，运用控制变量分析法分别构建了上海城郊温度差异正态分布模型和等温线模型，全球实施白屋顶计划后预期太阳热量吸收量的减少量，以及实施白屋顶计划之后城市用电量的减少量，和燃煤发电排放的热量减少量与二氧化碳排放量减少量等模型。运用 Excel、Matlab 软件得出了上海城郊温度差异正态分布定量模型和等温线模型等定量模型。最后，将模型结果和实际相结合，做出了“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的影响力分析报告，对城市热岛效应和“白屋顶计划”提出自己的意见和看法。

针对问题一，本文选择以上海市这一具有典型代表性的具体城市的城郊温度差异情况来说明城市热岛效应实际情况。我们根据上海市 2004 年 1 月份至 2005 年 11 月份气象观测站公开的上海市城郊温度差异数据，运用 Excel、Matlab 软件画出散点图，从而拟合出正态分布模型和等温线模型，对热岛效应进行定性和定量评估。

针对问题二，以“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的直接效用和长期间接效用作为研究对象，来研究“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的影响。一方面，白屋顶对太阳热量吸收量相对于灰屋顶的减少量是降低城市热岛效应的直接因素；另一方面，城市热量减少使得城市气温降低，从而使得城市用电量减少；同时，假设电力全由燃煤发电得来，那么燃煤发电过程中浪费的热量和二氧化碳、烟尘等温室气体排放量也相对减少，从而间接进一步降低了城市热岛效应。我们从定量的角度具体推导出实施白屋顶计划后预期太阳热量吸收量的减少量，以及实施白屋顶计划之后城市用电量的减少量，和燃煤发电排放的热量减少量与二氧化碳排放量减少量等模型。最后，运用深入浅出思维，根据研究结果做一份关于“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的作用的分析报告，并对“热岛效应”和“白屋顶计划”提出自己的意见和看法。

本文还对模型的误差进行了定性分析；对模型的优化提出了针对性的切实的改进方向，对问题模型作出了理性中肯的评价。最后，我们又把屋顶材料、折射率等因素考虑进来，对白屋顶模型进一步优化；并从环境保护、经济效益和建模方法方面对模型做出了推广。本文分析思路清晰，切入点独到，运用多种方法，分析全面，特色鲜明。

参赛队号 1494

所选题目 B

参赛密码 _____
(由组委会填写)

§ 1 问题的重述

一、背景知识

1. 热岛效应

热岛效应是指一个地区的气温高于周围地区的现象。用两个代表性测点的气温差值（即热岛强度）表示。它主要有两种：城市热岛效应和青藏高原热岛效应。

(1) 城市热岛效应：是一个自 1960 年代开始，在世界各地大城市所发现的一个地区性气候现象。具体来说，无论从早上到日落以后，城市部份的气温都比周边地区异常的高。它是城市气候的主要特征之一。由于城市中辐射状况的改变，工业余热和生活余热的存在，蒸发耗热减少，而形成的城市市区温度高于郊区温度的一种小气候现象。其中，城市人口密集、工厂及车辆排热、居民生活用能的释放、城市建筑结构及下垫面特性的综合影响等是其产生的主要原因。

(2) 青藏高原热岛效应：近代地理学的开创者之一、德国科学家洪堡 1799—1804 年间在南美洲安第斯山脉考察时发现，赤道附近的高山雪线，比中纬度的青藏高原许多高山的雪线低 200 米左右。形成原因主要是因为对流层大气的主要直接热源是地面，或称“下垫面”，青藏高原由于下垫面大面积抬升，（相当于把“火炉”升高），故其热量较同纬度、同海拔高度的其它地区高得多，甚至比赤道附近的同海拔地区也要高得多。

2. 白色屋顶计划

白屋顶计划是美国能源部长朱棣文倡导发起的一项缓解全球变暖的环保运动。2009 年 6 月 15 日中新网据美国《星岛日报》报道，朱棣文日前提出在全美以至全球发起“白屋顶”运动，透过增加地球折射太阳热力，对抗日益严重的全球变暖问题。该建议在环保界引发不同反应，有人认为此举可为人类对抗全球暖化和换取宝贵时间，但也有人质疑此举大范围推行难度重重。

3. 白色屋顶计划的影响力

(1) 对环境温度的影响：因为白色屋顶对太阳热量的吸收量只有 20% 左右，而普通屋顶对太阳热量的吸收量能达到 80%。所以白色屋顶对太阳热量的吸收量相对于灰色屋顶要减少很多，所以可以有效的降低城市热岛效应。

(2) 对城市用电量的影响：因为城市环境温度的降低，使得人们用于降温解暑的电风扇、空调等电器设备的使用量锐减，因而导致城市用电量的减少。

(3) 对空气质量的影响：因为城市用电主要靠燃煤发电得来，而煤燃烧量的减少就使得烟尘和二氧化碳、二氧化硫等等污染性气体排放量的降低，因而城市空气质量将得到改善。

考虑到时间性，本文仅就经济角度对上海世博会影响力进行定量评估，为此，我们可分时间段收集以下各相关数据。

二、相关数据

1. 上海市 2004 年 1 月至 2005 年 11 月份各观测点观测城郊温度差异数据（详见附表 1）；
2. 世界各城市灰白屋顶年热量吸收量差异数据^[2]（详见附表 6）；
3. 中国 6 大城市灰白屋顶年热量吸收量差异数据^[3]（详见附表 7）；
4. 中国 6 大城市 4、7 月份温度数据^[4]（详见附表 9）。

三、要解决的问题

1. 问题一：根据一个城市内各地区的温度情况以及其所在地理位置建立城市热岛模型，定量评估城市热岛效应。

2. 问题二：由于现今已实施白屋顶计划的城市较少，且实施现况数据不易获取。故我们改变思路，根据白色屋顶与灰色屋顶对太阳热量吸收率的对比，建立白屋顶计划预期模型，定量评估“白屋顶计划”对城市热岛效应的影响力。这个问题要从直接效用和间接效用两方面来评估。

(1) 直接效用：根据白色屋顶与灰色屋顶对太阳热量吸收率的对比，定量计算实施白屋顶计划后屋顶吸收太阳热量减少量；

(2) 间接效用：实施白屋顶计划后城市温度降低，进而导致降温电器设备使用电量减少，因而燃煤发电总量减少，从而减少了因燃煤发电过程中浪费的热量以及二氧化碳、二氧化硫等温室气体的排放，最终间接降低了城市热岛效应。

综合问题(1)、(2)的结论，建模分析预测“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的作用。

3. 问题三：运用深入浅出思维，根据研究结果做一份关于“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的作用的分析报告，并对“热岛效应”和“白屋顶计划”提出自己的意见和看法。

§2 问题的分析

一、问题的总分析

白屋顶计划对降低城市热岛效应的作用评估是一个涉及到光学、大气学、物理学、化学、环境学、经济学、心理学等各诸多方面产生影响的问题，由于考虑到本次比赛时间较短而白屋顶计划对降低城市热岛效应的作用评估影响面太广等因素，本文仅就白色屋顶对太阳热量的吸收量相对于灰色屋顶减少量以及实施后城市用电量的减少量等方面运用定量分析法来评估白屋顶计划对降低城市热岛效应的作用。首先，我们对热岛效应的现状及成因进行分析，主要有以下五个特征：多元性、阶段性、带动性、非均衡性、长效性。因此我们结合城乡温度差异对城市热岛效应数据进行定量分析，再从物理学角度定性分析其形成原因。然后，综合以上热岛效应的成因，再结合白色屋顶与灰色屋顶对太阳热量吸收率的不同对世界数据进行预期定量分析，从而初步得到实施白屋顶计划后屋顶对降低城市热岛效应的直接效用。其次，实施白屋顶计划后城市温度降低，进而导致降温电器设备使用电量减少，因而燃煤发电总量减少，从而减少了因燃煤发电过程中浪费的热量以及二氧化碳、二氧化硫等温室气体的排放，最终间接降低了城市热岛效应。因而我们根据发电数据对其进行定量分析。

二、对具体问题的分析

1. 对问题一的分析

根据一个城市内各地区的温度情况以及其所在地理位置建立城市热岛模型，定量评估城市热岛效应。

(1) 问题要求根据观测站的观测数据，建立一个数学模型，定量的计算出其观测数据与其距离市中心距离的关系，从而形象的描述热岛效应。

(2) 根据上海市各观察站某师的数据可知，虹口的温度最高，因此取这一地区为城市热岛的中心，即基点。采集各个观察站与市中心的距离数据，列一个各个观察站与市中心的距离以及温度情况表。

(3)考虑到热岛效应的表现及特点，我们可以将其预期其为一个正态分布图像。再通过做出散点图，我们对其进行定向的拟合，从而得出一个相对准确地曲线。

①正态分布模型：根据上海市各观测站的具体数据，作出用 Matlab 以各个地区与市中心之间的距离为 x 轴、以对应的各个地区的温度为 y 轴的散点图，明显可见其近似于正态分布模型。因此用正态分布模型拟合，确定距市中心的距离与其温度的正态分布模型定量关系，最终得到一个具体的城市热岛效应的正态分布模型。

②等温线图：根据上海市各观测站的具体数据，确定距市中心的距离与其温度的定性关系，从而对城市热岛效应作出一个定性的等温线图数学模型。

2. 对问题二的分析

根据白色屋顶对太阳热量吸收率只有 20%左右，而灰色屋顶对太阳热量的吸收率能够达到 80%。根据白色屋顶与灰色屋顶对太阳热量吸收率的对比，建立白屋顶计划预期模型，定量评估“白屋顶计划”对城市热岛效应的影响力。这个问题要从直接效用和间接效用两方面来评估。

(1)直接效用：根据白色屋顶与灰色屋顶对太阳热量吸收率的对比，利用采集到的城市屋顶面积数据，定量推算出灰白两种屋顶年热量吸收量的差值，即为实施白屋顶计划后屋顶吸收太阳热量减少量；

(2)间接效用：实施白屋顶计划后城市温度降低，进而导致降温电器设备使用电量减少，因而燃煤发电总量减少，从而减少了因燃煤发电过程中浪费的热量以及二氧化碳、二氧化硫等温室气体的排放，最终间接降低了城市热岛效应；

S1. 利用问题(1)计算到的城市年太阳热量吸收量和采集到的城市年平均温度推算出城市每升高一摄氏度所需热量的数值，即得到了温度——热量模型。再利用问题(1)中白色屋顶相对于灰色屋顶热量吸收量的减少量数据，计算出白色屋顶实施后城市温度减小量。

S2. 利用搜集到的城市不同季节温度变化量和不同季节民用电量减少量推算出城市温度每降低一摄氏度导致用电量的减少量。

S3. 利用标准煤的燃烧热效率和发电率计算出每吨标准煤产电量。

S4. 利用 S1. 白色屋顶实施后城市温度减小量和 S2. 城市温度每降低一摄氏度导致用电量的减少量以及 S3. 每吨标准煤产电量计算出由于城市温度降低而使“燃煤发电”耗煤量的减少量。

S5. 利用标准煤的燃烧热效率和发电率计算出每吨标准煤产电量以及标准煤的含碳量计算出燃煤发电效率外浪费的热量和燃煤排放的二氧化碳量。

(3)综述：最后将直接效用和间接效用两个模型相结合，运用深入浅出思维，根据研究结果做一份关于“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的作用的综合评价分析报告。考虑到长期影响与短期影响相互作用，运用自然科学知识将定性定量相结合，将历史与现状相结合，并结合前面几个模型结果，作出一份关于“热岛效应”和“白屋顶计划”的综合评价模型。

§ 3 模型的假设

1. 每个观测站的观测点都在其地区的中心位置，其与市中心的距离就可以简单表示为地区中心与市中心的距离；

2. 我们假设太阳是以 45 度照射地球时每平米吸收的功率为地球每平米吸收的功率；

3. 根据采集的数据推算，假设屋顶面积占城市总面积的四分之一；

4. 假设居民其他生活基本不变，四月份与七月份的用电差值就大致为空调的用量。

§ 4 名词解释与符号说明

一、名词解释

1. **能量密度**：指一千克燃料燃烧产生的热量。
2. **摩尔含量**：指衡量物质微观粒子多少的物理量。

二、符号说明

序号	符号	符号说明
1	Q	城市年热量吸收量
2	\bar{T}	城市平均温度
3	q	城市每升高一摄氏度所需热量
4	ΔQ_1	白色屋顶相对于灰色屋顶减少的太阳热量吸收量
5	ΔT	白色屋顶实施后城市温度减小量
6	Δt	城市不同季节温度变化量
7	ΔW	不同季节民用电量减少量
8	w	城市温度每降低一摄氏度导致用电量的减少量
9	α	居民用电量占总用电量的比例
10	e	每吨煤产电量
11	Δm	城市温度降低而导致“燃煤发电”耗煤量的减少量
12	Q_2	一千克标准煤发电过程浪费的热量
13	ΔQ_2	实施白色屋顶计划后可减少因燃煤发电浪费而排放到

§ 5 模型的建立与求解

一、问题一的分析与求解

1. 对问题的分析

根据上海市内各地区的温度情况以及其所在地理位置建立城市热岛模型，定量评估城市热岛效应。

(1)问题要求根据观测站的观测数据，建立一个数学模型，定量的计算出其观测数据与其距离市中心距离的关系，从而形象的描述热岛效应。

(2)根据上海市各观察站某师的数据，可以列一个各个观察站与市中心的距离，在本表中，虹口的温度最高，暂且将其视为市中心。

考虑到热岛效应的表现及特点，可以将其预期其为一个正态分布图像。再通过做出散点图，对其进行定向的拟合，从而得出一个相对准确地曲线：

①正态分布模型：根据上海市各观测站的具体数据，作出以各个地区到市中心虹口体育馆的距离 x 为横轴、以对应的各个地区的温度为 y 轴的散点图，明显可见其近似于正态分布；故再用 Matlab 进行正态分布拟合，得出上海市内各地区的温度情况以及其所在地理位置的标准正态分布模型，从而对城市热岛效应建立起一个具体的正态分布数学模型。

②等温线图：根据上海市各观测站的具体数据，确定距市中心的距离与其温度的定量关系，从而对城市热岛效应作出一个定性的等温线图数学模型。

2. 对问题的求解

热岛模型：

根据上海市各观察站某师的数据，我们可以列一个各个观察站与市中心的距离，在本表中，虹口的温度最高，我们暂且将其视为市中心。

我们可以粗略的观察表，根据热岛效应的特点，我们可以简单的判断出离中心越远，温度越低。

上海市各观察站观测温度与其距市中心距离表：

表 1 各观察站观测温度与其距市中心距离表

丰 溪 路	延 安 西 路	南浦 大桥	黄 浦 区	杨 浦 区	虹 口 体 育 场	共 和 新 路	重 庆 北 路	静 安 区	普 陀 区	复 兴 岛	中 山 南 二 路
-14.9	-12	-10.8	-7.6	-7.1	0	3.7	6.8	7.2	11.2	12.3	13.7
34.5	36.0	35.4	35.9	35.8	36.4	35.9	35.5	36.4	35.7	34.3	35.3

对上表最初散点图：

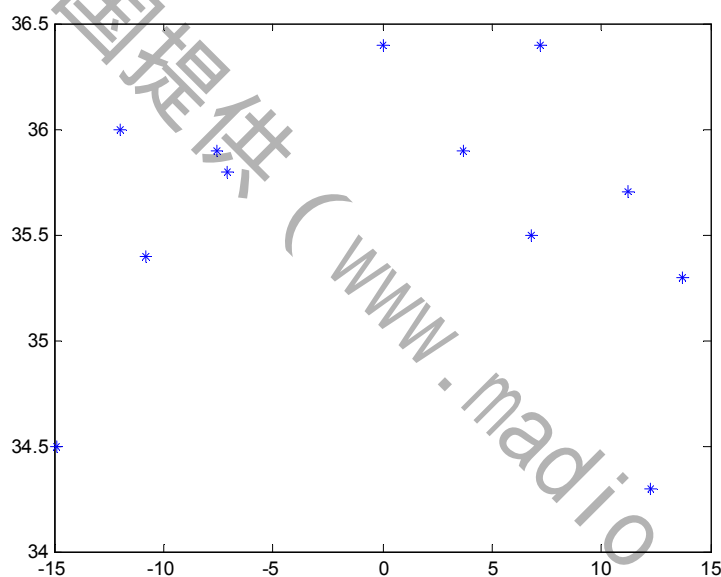


图 2 观测数据的散点图

考虑到热岛效应的模型，可以试着用正态分布模型拟合
得出拟合方程： $f(x)=36.27 \exp(-((x+0.5145)/71.95)^2)$ 表示距市中心的距离与其温度的关系

拟合图像为：

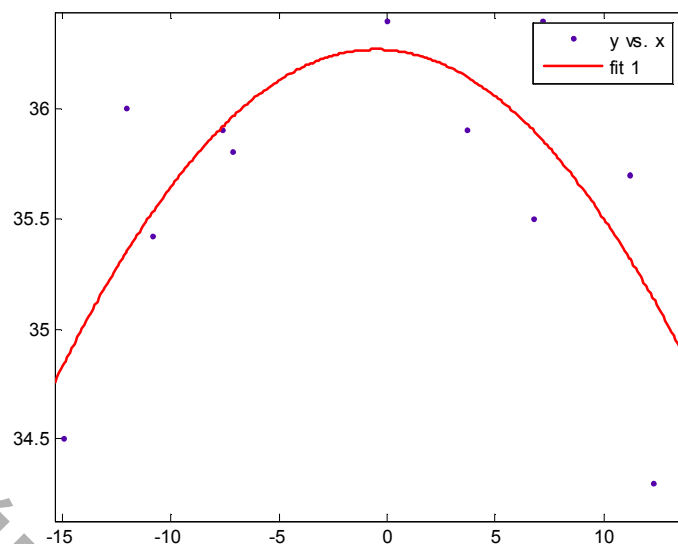


图3 正态拟合图

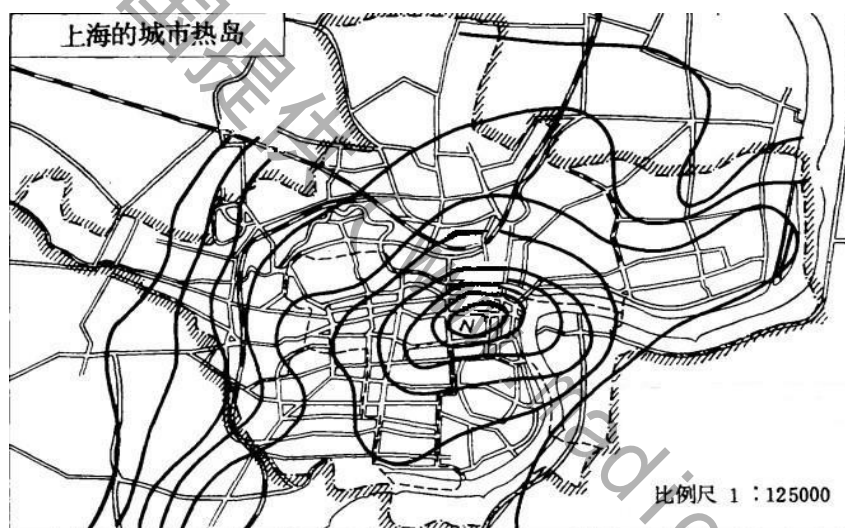


图4 上海市热岛效应下的等温线图

误差分析：关于点的分布问题，误差较大的点，可能受到其他因素的影响引起观测周围温度的突然的变化，而且从图像可以观察出，温度的区间并不大，所以外界的一个微小的影响可以引起图像较大的变化，但多个数据已经比较明显的表示，因而并不影响我们图像的走势和拟合。

由上海地区的标准正态分布模型和等温线模型结果可知，具体来说，无论从早上到日落以后，上海城市部分的气温都比周边地区异常的高。它是城市气候的主要特征之一，对城市地区人们日常生产生活造成极大影响。

由此可对整个地球城市热岛效应的严重性略见一斑，因而怎样减小城市热岛效应是一个环境方面亟待解决的问题，我们倡导研究白色屋顶计划具有很大的现实意义。

二、问题二的分析与求解

1. 综合分析

(1)对问题的综合分析

根据白色屋顶对太阳热量吸收率只有 20%左右，而灰色屋顶对太阳热量的吸收率能

够达到 80%。根据白色屋顶与灰色屋顶对太阳热量吸收率的对比，建立白屋顶计划预期模型，定量评估“白屋顶计划”对城市热岛效应的影响力。这个问题要从直接效用和间接效用两方面来评估。

(2)模型的准备

针对问题分析，将建模思路以流程图形式展现出来（见图 5）。

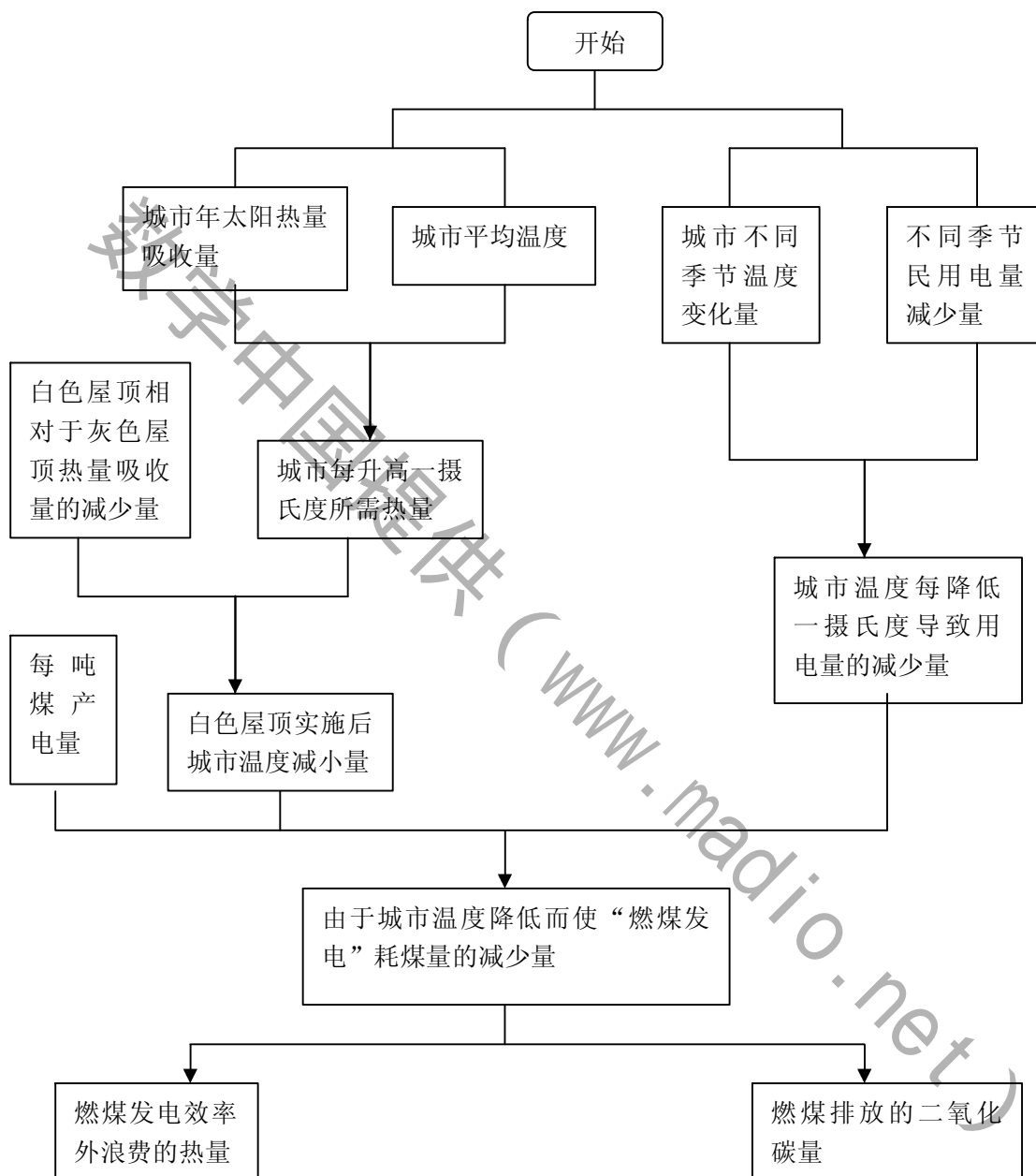


图 5 问题二的流程图

2.模型 II：直接效用模型

(1)问题的分析

根据白色屋顶与灰色屋顶对太阳热量吸收率的对比，利用采集到的城市屋顶面积数据，定量推算出灰白两种屋顶年热量吸收量的差值，即为实施白屋顶计划后屋顶吸收太阳热量减少量。

(2)对问题的求解

模型 II 直接效用模型

城市温度降低量与“燃煤发电”耗煤量之间的关系

假设：城市温度即由太阳照射的热量而形成

因为：城市年热量吸收量为 Q

城市平均温度为 \bar{T}

则：城市每升高一摄氏度所需热量为 $q = Q/\bar{T}$

因为：白色屋顶相对于灰色屋顶减少的太阳热量吸收量为 ΔQ_1

$$\text{白色屋顶实施后城市温度减小量 } \Delta T = \frac{\Delta Q_1}{q} = \frac{\Delta Q_1 \cdot \bar{T}}{Q} \quad (1)$$

根据测量数据推算，假设屋顶面积占城市总面积的 25%

代入采集到的数据得到结果如下表 5：

表 5 世界城市灰白屋顶太阳热量吸收量的差异对比

纬度/度	城市	面积/KM	日照时长/h	灰色屋顶		白色屋顶		太阳照射到屋顶的总热量/KJ
				年热量吸收/KJ	年热量折射/KJ	年热量吸收/KJ	年热量反射/KJ	
北纬 60 度	圣彼得堡	14396	1563	3.9×10^{14}	9.75×10^{13}	9.75×10^{13}	3.9×10^{14}	4.88×10^{14}
北纬 50 度	伦敦	1577	1700	4.68×10^{14}	1.17×10^{14}	1.17×10^{14}	4.68×10^{14}	5.85×10^{14}
北纬 40 度	纽约	1214	2685	5.68×10^{14}	1.42×10^{14}	1.42×10^{14}	5.68×10^{14}	7.10×10^{14}
北纬 30 度	上海	6340	1895	2.09×10^{15}	5.23×10^{14}	5.23×10^{14}	2.09×10^{15}	2.61×10^{15}
北纬 20 度	墨西哥城	1500	2217	6.08×10^{14}	1.52×10^{14}	1.52×10^{14}	6.08×10^{14}	7.60×10^{14}
北纬 10 度	志明市	2390	2583	1.08×10^{15}	2.69×10^{14}	2.69×10^{14}	1.08×10^{15}	1.35×10^{15}
赤道	新加坡	98	2064	3.52×10^{13}	8.81×10^{12}	8.81×10^{12}	3.52×10^{13}	4.40×10^{13}
南纬 10 度	累西腓	2201	1913	7.34×10^{14}	1.84×10^{14}	1.84×10^{14}	7.34×10^{14}	9.18×10^{14}

南纬 20度	贝洛奥里藏	3670	2493	3.98×10^{14}	1.59×10^{14}	3.98×10^{14}	1.59×10^{14}	5.57×10^{14}
南纬 30度	阿雷格里港	497	2443	2.12×10^{14}	5.30×10^{13}	5.30×10^{13}	2.12×10^{14}	2.65×10^{14}
南纬 40度	惠灵顿	266	2065	9.60×10^{13}	2.40×10^{13}	2.40×10^{13}	9.60×10^{13}	1.20×10^{14}

对中国数据整理计算结果见表 7:

表 7 中国灰白屋顶太阳热量吸收量的差异对比

城市	面积/ 平方 千米	日照 时长/ 小时	灰色屋顶		白色屋顶		太阳照射 到屋顶的总 热量/千焦
			年热量吸 收/千焦	年热量反 射/千焦	年热量 吸收/千 焦	年热量反 射/千焦	
海口	2304	2070	8.30×10^{14}	2.03×10^{14}	2.03×10^{14}	8.30×10^{14}	1.04×10^{15}
南京	6597	1983	2.28×10^{15}	5.7×10^{14}	5.70×10^{14}	2.28×10^{15}	2.85×10^{15}
乌鲁木齐	14000	2523	6.16×10^{15}	1.54×10^{15}	1.54×10^{15}	6.16×10^{15}	7.70×10^{15}
北京	16410	2750	7.86×10^{15}	1.97×10^{15}	1.97×10^{15}	7.86×10^{15}	9.83×10^{15}
拉萨	31662	2990	1.65×10^{16}	4.13×10^{15}	4.13×10^{15}	1.65×10^{16}	2.06×10^{16}

表 8 白色屋顶实施后城市温度减小量 ΔT 的差异对比

城市	乌鲁木齐	北京	上海	南京	拉萨	海口
灰屋顶	6.16×10^{15}	7.86×10^{15}	2.09×10^{15}	2.28×10^{15}	1.65×10^{16}	8.30×10^{14}
白屋顶	1.54×10^{15}	1.97×10^{15}	5.23×10^{14}	5.70×10^{14}	4.13×10^{15}	2.03×10^{14}
ΔQ_1	4.62×10^{15}	5.89×10^{15}	1.57×10^{15}	1.71×10^{15}	1.42×10^{16}	6.27×10^{14}

ΔT	1.1	1.8	2.4	2.4	1.4	3.7
------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

3. 模型III：间接效用模型

(1)问题的分析

实施白屋顶计划后城市温度降低，进而导致降温电器设备使用电量减少，因而燃煤发电总量减少，从而减少了因燃煤发电过程中浪费的热量以及二氧化碳、二氧化硫等温室气体的排放，最终间接降低了城市热岛效应。

(2)对问题的求解

模型III 间接效用模型

a.城市温度降低量与“燃煤发电”耗煤量之间的关系

城市不同季节温度变化量为 Δt

不同季节民用电量减少量 ΔW

则：城市温度每降低一摄氏度导致用电量的减少量为

$$w = \Delta W / \Delta t \quad (2)$$

代入中国城市数据得到结果如下表：

(居民用电量占总用电量的比例为 α)

表9 中国城市温度每降低一摄氏度导致用电量的减少量表

城市		乌鲁木齐	北京	上海	南京	拉萨	海口
温 度	四月的温 度	11.0	13.6	14.6	15.2	8.3	25.7
	七月的温 度	25.2	26.2	28.2	28.3	16.1	29.2
	Δt	14.2	12.6	13.6	13.1	7.8	3.5
用 电 量	四月的用 电量	4.39α	15.06α	57.51α	19.91α	0.22α	2.11α
	七月的用 电量	5.44α	21.76α	68.96α	24.77α	0.15α	2.53α
	ΔW	1.05α	6.70α	11.45α	4.86α	——	0.42α
$w=\Delta w/\Delta t$		0.07α	0.53α	0.84α	0.37α	——	0.12α

又：每吨煤产电量为 e

∴城市温度降低而导致“燃煤发电”耗煤量的减少量为

$$\Delta m = \Delta T \cdot w \cdot e = \frac{\Delta Q_1 \cdot \bar{T}}{Q} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta t} \cdot e \quad (3)$$

b.每吨煤产电量 e 的推算：

∴ ΔQ_1 (KJ) 为白色屋顶相对于灰色屋顶减少的太阳热量吸收量

$$\therefore 1\text{kJ} = \frac{1}{3600}\text{kwh}$$

$$\therefore \Delta Q_1(\text{kJ}) = \frac{1}{3600}\Delta Q_1(\text{kwh})$$

\therefore 一千克标准煤产生的热量为 7000 千卡 (29307.6KJ)，即 8.141kwh

又 \therefore 煤的热效率是 30% 左右 (假设按 30% 计算)

\therefore 每千克的标准煤产生的热量可以成功地转变成电能为

$$8.141\text{kwh} \times 30\% = 2.4423\text{ kwh}$$

\therefore 每吨标准煤产生的热量可以成功地转变成电能为

$$e = 2442.3\text{kwh} \quad (4)$$

c. 减少排放的二氧化碳量与减少的耗煤量间的关系

\therefore 标准煤中有大约 80% 的碳含量

即 1kg 标准煤中含有 0.8kg 的碳

又 \therefore 1kg 碳中碳元素含量为 12kg/kmol

$$\therefore 0.8\text{kg 碳中碳元素摩尔含量为 } n = \frac{m}{M} = \frac{0.8\text{kg}}{12\text{kg/mol}} = \frac{3}{20}\text{ kmol}$$

\therefore 每千克标准煤焚烧释放到空气中 CO_2 量为：

$$M_c = \frac{3}{20}\text{ kmol} \times 44\text{kg/mol} = \frac{88}{30}\text{ kg} \approx 2.93\text{kg}$$

\therefore 实施白色屋顶计划后可减少排放的二氧化碳量为 $\Delta m_c = 2.93 \Delta m$ (5)

d. “燃煤发电” 热量排放减少量与耗煤量减少量之间的关系

\therefore 有效的煤炭能源输出约 30%，即还有 70% 的热量浪费，造成环境升温

\therefore 一千克标准煤发电过程浪费的热量为：

$$Q_2 = 29307.6\text{kJ} \times 70\% = 20515.32\text{kJ}$$

\therefore 实施白色屋顶计划后可减少因燃煤发电浪费而排放到环境中的热量为

$$\Delta Q_2 = \Delta m \times Q_2 \quad (6)$$

表 10 中国城市燃煤发电浪费电力、煤炭、热量表

城市	乌鲁木齐	北京	上海	南京	拉萨	海口
----	------	----	----	----	----	----

ΔT	1.1	1.8	2.4	2.4	1.4	3.7
w	0.07α	0.53α	0.84α	0.37α	——	0.12α
Δm	188.06α	2329.95α	4923.68α	2168.76α	——	1084.38α
M	551.02α	6826.75α	14426.38α	6354.47α	——	3177.23α
浪费的热量	$3.86 \times 10^9 \alpha$	$4.78 \times 10^{10} \alpha$	$1.01 \times 10^{11} \alpha$	$4.45 \times 10^{10} \alpha$	——	$2.22 \times 10^{10} \alpha$

4.综述:

将直接效用和间接效用两个模型相结合,运用深入浅出思维,根据研究结果做一份关于“白屋顶计划”对降低城市热岛效应的作用的综合评价分析报告。考虑到长期影响与短期影响相互作用,运用自然科学知识将定性定量相结合,将历史与现状相结合,并结合前面几个模型结果,作出一份关于“热岛效应”和“白屋顶计划”的综合评价模型。

§ 6 误差分析

一、误差分析

在问题一长期经济影响度模型中,确立三大产业权重时,我们发现除了 2000 年、2001 年、2002 年三年的波动程度较大外,具体图形见图 7,其余几年基本稳定不变。为了计算的简便,我们舍弃这三年的数据,对其他几年的数据求均值,来近似代替三大产业的贡献率,这样就产生了一定的误差。但这三年离 2010 年有一定距离,因此我们分析长期影响指标时,舍弃此三年数据对整个模型的影响不大。

§ 7 模型的评价

一、模型的优点: 模型的评价:

1. 本文巧妙运用流程图,将建模思路完整清晰的展现出来;
2. 用城市各地区温度量化了热岛效应;
3. 利用 Matlab 软件对数据进行处理并作出各种图表,简便,直观,快捷,准确;
4. 本文建立的模型与实际联系紧密,充分考虑不同地区的不同情况,从而使模型更贴近实际。

二、模型的缺点:

1. 对于一些数据,我们对其进行了一些必要的处理,会带来一些误差;
2. 模型中为使计算简便,使所得结果更理想化,忽略了一些次要温度影响因素。

§ 8 模型的改进

1. 本文考虑白灰色屋顶的反射率，是根据网上采集的数据来计算的：灰色屋顶的反射率在 10%到 20%之间，我们取了较大值；白色屋顶的反射率在 80%到 90%之间，我们也取了较小值。在模型的改进中，可以考虑求出反射率。反射率的求法可以考虑用传感器测出光反射的总热量与总的照射热量比值求得
2. 同时，我们也应该考虑到材料与时间的因素。在哥伦比亚大学斯图尔特加芬的关于白色屋顶的论文中已充分的说明，即不同材料的反射率不同，例如涂沥青膜与弹性丙烯酸最初的反射率为 0.87；而随着时间的变化，屋顶的反射率也会随着时间而减少。

§ 9 模型的推广

1. 本文建立了热岛效应的数学模型，近年来，随着世界城市人口的不断增多，城市进程的不断推进，全球会有越来越多的城市出现热岛效应，热岛效应的程度也会越来越严重。因此，本文研究的热岛效应模型具有很高的实际社会价值。
2. 随着人类越来越重视对环境的保护和能源的节约，白色屋顶就会被越来越多的推广，而本文的白色屋顶与现在较多使用的灰色屋顶的对比可以有力的论证出白色屋顶的好处，进而为白色屋顶的推广提供强有力的论证。

参考文献

- [1] 中华人名共和国国家统计局：<http://www.stats.gov.cn>;
- [2] 国家电力信息网：<http://www.sp.com.cn/>;
- [3] 百度百科网：<http://www.baidu.com/>;
- [4] 朱家其等. 上海市城区气温变化及城市热岛. 高原气象. 第 25 卷. 第 6 期. 2006 年 12 月;
- [5] S R Gaffin . Bright is the new black—multi-year performance of high-albedo roofs in an urban climate: <http://iopscience.iop.org/1748-9326/7/1/014029/article#cr1417116s2> ;
- [6] 谷歌地球：
http://translate.google.com.hk/translate?hl=zh-CN&langpair=en%7Czh-CN&u=http://www.windows2universe.org/earth/climate/sun_radiation_at_earth.html;
- [7] 姜启源等. 数学模型[M]. 北京:高等教育出版社, 2003.8 第三版。

附录

附表 1

```
function wubuzhi(a,b)
%WUBUZH Create plot of datasets and fits
% WUBUZH(A,B)
% Creates a plot, similar to the plot in the main curve fitting
% window, using the data that you provide as input. You can
% apply this function to the same data you used with cftool
% or with different data. You may want to edit the function to
% customize the code and this help message.
%
% Number of datasets: 1
% Number of fits: 1

% Data from dataset "b vs. a":
% X = a:
% Y = b:
% Unweighted
%
% This function was automatically generated on 15-Mar-2006 22:28:56

% Set up figure to receive datasets and fits
f_ = clf;
figure(f_);
set(f_,'Units','Pixels','Position',[94 -3 680 477]);
leg_h_ = []; leg_t_ = {}; % handles and text for legend
xlim_ = [Inf -Inf]; % limits of x axis
ax_ = axes;
set(ax_,'Units','normalized','OuterPosition',[0 0 1 1]);
set(ax_,'Box','on');
axes(ax_); hold on;

% --- Plot data originally in dataset "b vs. a"
a = a(:);
b = b(:);
h_ = line(a,b,'Parent',ax_,'Color',[0.333333 0 0.666667],...
'LineStyle','none','LineWidth',1,...
'Marker','.', 'MarkerSize',12);
xlim_(1) = min(xlim_(1),min(a));
xlim_(2) = max(xlim_(2),max(a));
```

```

legh_(end+1) = h_;
legt_{end+1} = 'b vs. a';

% Nudge axis limits beyond data limits
if all(isfinite(xlim_))
    xlim_ = xlim_ + [-1 1] * 0.01 * diff(xlim_);
    set(ax_, 'XLim', xlim_)
end

% --- Create fit "fit 1"
fo_ = fitoptions('method', 'NonlinearLeastSquares', 'Lower', [-Inf -Inf 0]);
ok_ = ~(isnan(a) | isnan(b));
st_ = [36.4 7.2 37.08648767684];
set(fo_, 'Startpoint', st_);
ft_ = fittype('gauss1');

% Fit this model using new data
cf_ = fit(a(ok_), b(ok_), ft_, fo_);

% Or use coefficients from the original fit:
if 0
    cv_ = {36.26728460036, -0.5004625286708, 71.92200739256};
    cf_ = cfit(ft_, cv_{:});
end

% Plot this fit
h_ = plot(cf_, 'fit', 0.95);
legend off; % turn off legend from plot method call
set(h_(1), 'Color', [1 0 0], ...
    'LineStyle', '-', 'LineWidth', 2, ...
    'Marker', 'none', 'MarkerSize', 6);
legh_(end+1) = h_(1);
legt_{end+1} = 'fit 1';

% Done plotting data and fits. Now finish up loose ends.
hold off;
h_ = legend(ax_, legh_, legt_, 'Location', 'NorthEast');
set(h_, 'Interpreter', 'none');
xlabel(ax_, ''); % remove x label
ylabel(ax_, ''); % remove y label

```

附表二

上海中国六大城市温度统计数据表

上海

月份	平均温度 °C		平均降水总量(mm)	平均降水日数
	日最低	日最高		
一月	0.5	7.7	39	9
二月	1.5	8.6	59	10
三月	5.1	12.7	81	13
四月	10.6	18.6	102	13
五月	15.7	23.5	115	13
六月	20.3	27.2	152	14
七月	24.8	31.6	128	12
八月	24.7	31.5	133	10
九月	20.5	27.2	156	12
十月	14.7	22.3	61	9
十一月	8.6	16.7	51	8
十二月	2.4	10.6	35	7
年平均气温				

乌鲁木齐

月份	平均温度 °C		平均降水总量(mm)	平均降水日数
	日最低	日最高		
一月	-17.9	-8.4	8	10
二月	-15.9	-6.2	8	7
三月	-4.9	3.7	18	7
四月	5.2	16.7	29	7
五月	12.0	24.3	28	7
六月	16.8	28.8	36	8
七月	19.1	31.2	20	8
八月	17.7	30.0	16	6
九月	11.8	23.7	24	5
十月	3.4	13.6	22	6
十一月	-6.0	2.0	17	7
十二月	-14.4	-6.1	10	9

北京

月份	平均温度 °C		平均降水总量(mm)	平均降水日数
	日最低	日最高		
一月	-9.4	1.6	3	2

二月	-6.9	4.0	6	3
三月	-0.6	11.3	9	4
四月	7.2	19.9	26	5
五月	13.2	26.4	29	6
六月	18.2	30.3	71	9
七月	21.6	30.8	176	14
八月	20.4	29.5	182	12
九月	14.2	25.8	49	7
十月	7.3	19.0	19	5
十一月	-0.4	10.1	6	3
十二月	-6.9	3.3	2	2

南京

月份	平均温度 °C		平均降水总量(mm)	平均降水日数
	日最低	日最高		
一月	-1.6	7.0	29	7
二月	0.0	8.4	48	9
三月	4.4	13.5	69	11
四月	10.3	20.1	87	12
五月	15.7	25.3	96	10
六月	20.4	29.0	159	11
七月	24.6	32.0	188	13
八月	24.2	32.2	124	11
九月	19.1	27.2	95	10
十月	12.6	22.1	60	8
十一月	6.1	15.9	56	8
十二月	-0.1	9.7	25	6

拉萨

月份	平均温度 °C		平均降水总量(mm)	平均降水日数
	日最低	日最高		
一月	-10.1	6.9	0.5	0.2
二月	-6.8	9.0	0.7	0.2
三月	-3.0	12.1	2.0	0.5
四月	0.9	15.6	5.2	1.3
五月	5.0	19.3	26.6	5.3
六月	9.3	22.7	72.3	9.6
七月	10.1	22.1	119.4	14.8
八月	9.4	21.1	122.6	15.3

九月	7.5	19.7	58.3	10.0
十月	1.3	16.3	10.2	2.3
十一月	-4.9	11.2	1.7	0.4
十二月	-9.0	7.7	1.0	0.2

海口

月份	平均温度 °C		平均降水总量(mm)	平均降水日数
	日 最低	日 最高		
一月	14.6	20.8	22	9
二月	15.7	22.0	34	11
三月	18.6	25.7	51	10
四月	21.9	29.5	106	12
五月	24.2	32.0	183	16
六月	25.1	32.6	211	16
七月	25.2	33.1	210	14
八月	24.9	32.1	225	15
九月	24.2	30.6	251	15
十月	22.4	28.3	201	13
十一月	19.5	25.1	97	10
十二月	16.1	22.1	34	8