

2008 年 第一届 “数学中国杯”

数学建模网络挑战赛

承 诺

我们仔细阅读了首届“数学中国杯”数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛报名号为：1077

参赛队员（签名）：

队员 1：

队员 2：

队员 3：

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：大学组

2008 年 第一届 “数学中国杯”

数学建模网络挑战赛

编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛号码：（请各个参赛队提前填写好）：

1077

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2008 年 第一届“数学中国杯” 数学建模网络挑战赛

题 目 沙尘暴的分析与预测

关键词：修正后的气候影响指数模型、spss 软件、沙尘天气气象等级评估模型、沙尘暴风险预测模型、图像适线法、Rungar-kutta、数值模拟、沙通量指数衰减模型、K 中心聚类分析法、两点定位法

摘要：

在本文中，我们从气象信息和沙尘暴形成机理两个角度出发，着重分析了各个气候因素对沙尘暴的发生次数的影响，发现影响沙尘暴的最主要因素是月平均风速、大风日数、气温变化、下垫面风蚀因子、土壤湿润度。

针对问题一，经过综合权衡，将上述五种气候因素对沙尘暴次数的影响综合为一个量——气候影响指数，建立了气候影响指数模型。但该模型只适用于鼎新站的具体情况，不同的地区因地理位置和气候条件的差异相应的气候指数模型各不相同。为了拓展模型的适用范围，这次我们借助层次分析法，针对宁夏四个观测站的具体情况，求出不同观测站的下垫面影响权重，较为准确地刻画出了地理位置的不同引起的各观测站气候指数模型的差异，得到了修正后的气候影响指数模型。然后利用 spss 软件代替原先采用的 Curve Expert 软件进行回归拟合，得到沙尘暴次数关于修正后的气候影响指数的回归曲线，取得了更为优化的拟合效果。进而针对各个省实际情况，建立起该省份不同观测站沙尘暴次数关于各气候因素的函数关系式。

针对问题二，从物理机理层面进行分析，深入探究了能见度与辐射量之间的函数关系。对沙尘暴风险进行预测时，我们引入灾害熵的概念，应用图像适线法，建立了沙尘暴风险预测模型，从而可以实现在一定的预测时间段内，预测出沙尘暴的爆发强度等级，并根据预测结果发出相应的预警信号。

针对问题三，从沙尘随风传输过程的物理机制出发，采用定性与定量相结合的方法，并借助 Rungar-kutta 方法利用 matlab 进行数值模拟，分析出到来自沙源的沙尘随传输距离呈指数规律衰减，建立沙通量指数衰减模型，估算出到达观测站的沙通量，加入了沙尘随风传输和地理位置差异对观测站沙尘暴预测产生的影响，对模型 1 在本次已经经过改进的气候影响指数模型进行了进一步的修正和完善。考虑各个观测站的气候指标及其位置指标，借助 SPSS 软件，利用 K 中心聚类分析法将所有的观测站分成 4 类，通过分别求解四个聚类中心同四个重要沙源关于气候指标及位置指标的相关系数，确定出了四个重要沙源的大致影响范围。尤其值得突出的是：在电子地图上采用两点定位法在位置信息无法获取的情况下衡量出观测站的地理位置；聚类分析取得了很好的分类效果，极大简化了因观测站为数众多而给影响范围的确定带来的巨大计算量。且通过验证，这种简化是非常合理的。

最后，对本模型进行了进一步较为深刻的讨论，并针对模型的薄弱环节指出了可改进的方向。

参赛队号 1077

所选题目 C 题

3

参 赛 密 码

(由组委会填写)

一. 问题重述

沙尘暴是一种灾害性天气，近年来频繁发生，对环境和人们的生产、生活都造成了影响甚至危害。对沙尘暴的发生条件需要加以研究，以便人们进行有效的预测和预防。请为沙尘暴的发生建立数学模型，具体问题如下：

问题一：对沙尘暴的发生次数进行分析，建立相应的数学模型，使人们可以根据相关气象数据的监测结果，估计出沙尘暴在某地区某段时间内发生的次数。

问题二：评估沙尘天气气象等级，预测在近期内观测站所在地发生沙尘暴的风险，并在高风险时发出警报信息。

问题三：考虑到沙尘在空气中随风传输的过程和各个观测站点的空间位置，进一步深入前面的问题，完善气候因素对沙尘暴发生频率的影响模型，完善各地区对沙尘暴的短期预报机制，并估计中国境内引起沙尘暴的重要沙源地位置及其影响范围。

二. 问题假设

1. 沙尘暴的影响因素在本论文中仅考虑与月平均风速、大风日数、气温变化、下垫面风蚀因子、土壤湿润度、太阳辐射等五个因素有关，降水量、蒸发量等其它因素对其影响均可划归到这五类的作用中去。
2. 沙尘天气发生时仅考虑一种沙尘天气，而不考虑发生过程中可能出现的转变情况。
3. 题目中所给的数据是真实反映客观实际的，包括经数据提炼分析得出的大风日数只在于同年度不同月份间发生变化，而不随年度变化，我们也认为其是准确可靠的。
4. 假设所给的月平均风速的数据为 10~12m 处的数据。
5. 不考虑中国境外沙源对境内的观测站发生沙尘暴的影响。
6. 发生跃移的沙粒半径为 150 μm 。
7. 忽略不同沙源所在地的重力加速度、沙粒大小、沙粒密度、空气密度的差异

三. 符号说明

由于在模型中我们引用的较多公式出自参考文献，计算公式涉及到一些专业的符号或术语，因而在符号的使用过程中不加更改地对其进行了引用。

符号说明	
F_i	第 <i>i</i> 月份沙尘暴发生次数
A_i	第 <i>i</i> 月份下垫面风蚀气候因子
CD_i	第 <i>i</i> 月份气候影响指数
B_i	第 <i>i</i> 月份大风日数
D_i	第 <i>i</i> 月份土壤湿润指数
ETP_i	第 <i>i</i> 月份月潜在蒸发量
Q_i	月降雨量
p_i	月平均气压 (mb)
d_i	月的天数
W_i	在10~12m高度处观测的月平均风速 (m/s)
t_i	月平均气温 (°C)
w_{oi}	在温度为 t_i 时的饱和水汽压 (mmHg)
h_i	月平均相对湿度
R	能见度
λ_1	消光系数
λ_2	消光率
λ_3	穿透率
H	沙尘天气时空气中尘埃的作用距离
S	灾损系列
S_a	灾损系列的均值
C_v	灾损系列的变差系数；
C_s	灾损系列的偏态系数
ϕ	离均系数
w_k	第 <i>k</i> 个观测站下垫面影响权重
u^*	实际摩擦速度
u_{*t}^*	临界摩擦速度
Q_0	沙源起沙通量
Q_f	沉积沙通量
Q	到达观测站的沙通量
d	砂粒直径

四. 问题分析

(一) 问题一的分析：

由于题目数据是按月给出的，所以在具体考虑时，以月为单位考虑气候因素对沙尘暴发生次数的影响。以一个观测站（鼎新 52446）为研究对象，评估其某一特定月份实测的各个气候因素（月平均风速、大风日数、平均等）对该月份沙尘暴发生次数的影响，经过综合权衡，得出以任一特定月份的沙尘暴发生次数为因变量，以该月份各实测指标为自变量的确定函数模型，以达到对该观测站某年某月发生的沙尘暴发生次数进行估计的目的。

经过权威认证，气候因素对沙尘暴次数的月际变化将起到非常重要的作用。首先从沙尘暴天气发生的 4 个基本条件出发，经过定性分析，风速和湿润度分别构成了形成沙尘暴天气的动力条件和起沙的可能性，地面温度是形成沙尘暴的热力条件，下垫面风蚀气候因子（沙源）则是沙尘暴天气形成的物质条件。而且，经过数据分析和实际考察，沙尘暴形成还与大风日数存在着密切的联系。且月平均风速、大风日数、地面温差、下垫面风蚀气候因子等 4 项指标与沙尘暴次数正相关，下垫面湿润度与沙尘暴次数负相关。

针对鼎新的实际情况，我们建立了气候影响指数模型来刻画各气候因素对沙尘暴次数的月际变化的作用，将各气候因素所起的作用综合反映为一个量对沙尘暴次数的影响，即气候影响指数 CD_i 。之后，针对该模型求出的气候影响指数与沙尘暴天数的图像关系进行回归分析，得出以沙尘暴天数为因变量，以气候影响指数为自变量的回归函数。

在具体确定气候影响指数模型时，需反映不同气候因素对气候影响指数的贡献，文中主要确定了下垫面风蚀气候因子、大风日数和土壤湿润度对气候影响指数的贡献大小：

1、下垫面风蚀气候因子：

风蚀气候侵蚀力是气候条件影响风蚀的可能程度的量度，是土地沙化和土壤风蚀评判程度的重要指标，是衡量沙源对沙尘暴次数影响程度的根本指标，国际上通常采用风蚀气候因子表示。在这里我们借用联合国粮农组织【1】给出的公式：

$$A_i = \frac{1}{100} \left(\frac{ETP_i - Q_i}{ETP_i} \right) d_i W_i^3 \quad (4.1)$$

$$ETP_i = \begin{cases} 0.19(20 + t_i)^2(1 - h_i) & t_i \geq -20 \\ 0 & t_i < -20 \end{cases} \quad (4.2)$$

其中， i 是月份号； A_i 即为第 i 月份下垫面风蚀气候因子； ETP_i 为月潜在蒸发蒸腾； Q_i 为月降雨量， d_i 是月的天数， W_i 是在 10~12m 高度处观测的月平均风速（m/s）， t_i 是月平均气温（℃）；而 h_i 是月平均相对湿度。

结合所给出的参考数据，可以得出该观测站任一月份的下垫面风蚀气候因子对沙尘暴次数的影响指数。

2、大风日数：

经过相关性分析，可以看出大风日数与沙尘暴次数相关系数最大，为**0.832**，月温度变化与沙尘暴次数相关性次之，相关系数为**0.701**。而温度变化对气候影响指数的影响程度已由权威资料论证出，可参照式（6.1）中温度对其的影响程度的刻画类似的将大风日数对气候影响指数的影响作为一个修正项反映到式（6.1）中去。

3、土壤湿润度 D_i 的讨论：

经过查阅相关资料【2】，月土壤湿润度为当月降水量与当月潜在蒸发量之比，即：

$$D_i = Q_i / ETP_i \quad i=1, 2 \dots 12 \quad (4.3)。$$

其中 Q_i 为 i 月份为降水量（mm）， ETP_i 为潜在蒸散量（mm）。月潜在蒸散量 ETP_i （mm）采用上式（2）计算：

结合上述公式，利用相关数据即可确定出 D_i 的大小。

而此时确定的 D_i 只是一个理论值，事实上，由于土壤湿润度状况对沙尘暴次数的影响有一定的滞后性，所以本月实际土壤湿润度在很大程度上受到上月的土壤湿润度的影响。为此，将相邻月份土壤湿润状况的变化划分为四种情况：一是土壤越来越湿润的变化过程，在这一过程中上一个月份的土壤湿润度相对本月较低，使本月的实际土壤湿润度低于由降水和蒸发所决定的土壤湿润度，从而使本月沙尘暴次数有所增大；第二种情况是土壤越来越干燥的变化过程，在这一过程中土壤的实际湿润度除受本月降水与蒸发的影响外，还受上一个月土壤湿润度的影响，从而使本月沙尘暴次数有所减小；第三种情况是当月的湿润度与上月相比变化不大，此时可认为上月的湿润度对本月不产生影响；最后一种是在每年的11、12、1月份由于北方天气寒冷以致地面封冻，土壤水分不易散失，而使得湿润度对沙尘暴发生次数的影响较小，即对气候影响指数的影响不如上三种情况显著。

所以在对某特定月份考虑时，先根据绘出的土壤湿润度的图像，得出其属于四种变化情况的哪一种，针对其不同类别，对理论土壤湿润度进行修正，从而分别建立函数关系式来刻画不同的相邻月份土壤湿润变化状况对气候影响指数的影响，进一步得出以各气候因素为自变量，以气候影响指数为因变量的各月份的函数表达式。

此时得出的气候影响指数模型只能较为客观的反映鼎新站的实际情况，但由于不同的地区地理位置及气候条件不同，各因素对沙尘暴的影响程度存在较大的差异，因此鼎新站的沙尘暴预测模型不能直接应用于其它地区，此时需针对各站的实际情况，将地理位置对预测模型的影响囊括进来，在原有模型的基础上进行修正，将模型的适用范围推广到各个观测站。

（二）、问题二的分析：

1、按照国家气象局对沙尘天气气象等级的划分，依据沙尘天气的能见度和风速大小的差别，将其划分成四级：大风、浮尘、扬沙、沙尘暴【3】。其等级划分评价依据为：

	能见度 (km)	风速 (m/s)
大风	10-30	
浮尘	1-10	<4
扬尘	1-10	≥ 4
沙尘暴	< 1	

我们只需针对某次沙尘天气的实测数据求出其能见度，根据该评价依据，即可非常简易的确定出其等级。

能见度的确定：空气中的尘埃等会对太阳的辐射量产生很大的影响，而单位体积的尘埃数直接决定了其能见度的大小，这样在能见度与太阳的辐射量之间肯定存在着某种必然的联系，我们现在就要经过机理分析，找出它们之间的这种关系，再根据某次沙尘天气实测数据中给出的太阳的辐射量，则可得出此时的能见度。

2、沙尘暴的风险预测：

风险的定义：根据相关资料定义【4】，灾害风险的含义是灾害损失大于某种程度的发生概率大小。由此，可以看出风险不仅与概率有关，还与灾害强度有关。

灾害是一种随机事件，它的发生具有不确定性，因而可以用熵来进行描述。灾害以最无序的方式在各地发生，意味着灾害熵达到了极大值，在给定的约束条件下，当灾害熵取极大值时，灾损系列（各月份的灾害损失程度，用能见度的大小来描述，因为能见度越大，说明受灾程度越小，反之，受灾程度则越大）服从p-III型分布【5】。灾害损失的重现期指未来某一程度的灾害损失出现的平均时间间隔。根据实测的辐射数据得出每月能见度大小，组成一个灾损系列，利用p-III型分布函数，可以计算未来具有一定重现期的灾害损失大小，以达到预测沙尘暴风险的目的。

（三）、问题三的分析

观测站之所以会爆发沙尘暴，追根溯源是由境内沙源起沙后，沙尘随风扩散，沿途一直传输到观测站，进而引起沙尘暴。最终能够到达观测站的沙通量越大，该站爆发沙尘暴的可能性越大。结合相关研究，沙源起沙后沿途沉积的沙通量随传输距离呈指数规律衰减，而沙源起沙通量一定，则沙源到达某个地区的沙通量也应呈指数规律衰减，且到不同观测站传输距离不同，衰减沙通量不同。若能将所有沙源的起沙通量计算得出，则到达任一观测站的沙通量相应可以利用指数衰减模型求出，参照式（6.1）中温度对气候影响指数的影响程度的刻画，类似的将到达的沙通量对气候影响指数的影响作为一个修正项反映到式（6.1）中去，从而刻画出沙尘随风传输及地理位置的差异对各站气候影响指数的影响。

但此时必须找出重要沙源，经查阅相关资料，认为中国境内引起沙尘暴的最主要的范围较广的沙源有五个：内蒙古东部的呼伦贝尔、科尔沁及浑善达克沙地中西部、鄂尔多斯沙地(包含毛乌素沙漠和库布齐沙漠)、阿拉善盟中蒙边境地区(巴丹吉林沙漠和腾格里沙漠)、青海西北的柴达木盆地和新疆南疆的塔克拉玛干沙漠。

在确定这四个重要沙源的影响范围时，需通过相关性分析，计算出各观测站与各重要沙源的气候因素及地理位置量化值的相关系数，若相关性大则划入该沙源地影响势力

范围。但此时若将140多个观测站与各沙源分别进行相关性分析，算法的复杂度很大，且不够科学。因此，为简化计算，考虑采用聚类分析法，以所有观测站的地理指标和气候指标实测数据为聚类变量，借助spss软件首先将所有的观测站分成四类，地理上临近分布且气候条件差异不大的观测站划归为同一类，可得到各类别的聚类中心，然后分别求定这四个聚类中心与四个重要沙源地的位置指标和气候指标的相关性系数，分别确定出各沙源对这四个类别的影响程度，进而得出每个沙源地的大致的影响范围。

由于进行聚类时，须考虑的数据量较大，且权威数值变量，因此考虑采用k中心聚类法，

五. 模型准备

最大熵原理得出灾损系列的分布：

熵增加原理表明：在孤立或绝热的条件下，系统自发地从非平衡态向平衡态发展的过程是一种熵增加的过程，平衡态与最大熵相对应，在平衡态系统的状态最混乱、最无序。

灾害是一种随机事件，它的发生具有不确定性，因而可以用熵来进行描述，灾害以最无序的方式在各地发生，意味着灾害熵达到了极大值，因此可以用最大熵原理来确定一个地区一定时段内灾损系列(实测的灾害损失资料)的分布。

从灾损系列可知，损失小的灾害出现机会多，损失大的灾害出现机会少，且灾害损失均大于 a_0 。此时约束条件式(2)、(3)成为：

$$\text{灾害损失均大于 } a_0 \Rightarrow \int_{a_0}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad (5.1)$$

$$\text{已知函数 } y=x-a_0 \text{ 的平均值给定} \Rightarrow \int_{a_0}^{\infty} (x-a_0) p(x) dx = E(x-a_0) \quad (5.2)$$

$$\text{已知函数 } y=\ln(x-a_0) \text{ 的平均值给定} \Rightarrow \int_{a_0}^{\infty} \ln(x-a_0) \times p(x) dx = E[\ln(x-a_0)] \quad (5.3)$$

上式右边的值是给定的，如果满足这些约束条件，则熵取极大值时的分布函数为：

$$p(x) = \exp[-\beta_0 - \beta_1(x-a_0) + \beta_2 \ln(x-a_0)] \quad (5.4)$$

由(5.1)与(5.4)可以得到：

$$\exp(\beta_0) = \int_{a_0}^{\infty} \exp[-\beta_0 - \beta_1(x-a_0) + \beta_2 \ln(x-a_0)] dx = \beta_1^{\beta_2-1} \Gamma(\beta_2+1) \quad (5.5)$$

将(5.5)代入(5.4)中得到

$$p(x) = \frac{\beta_1^{\beta_2+1}}{\Gamma(\beta_2+1)} (x-a_0)^{\beta_2} \exp[-\beta_1(x-a_0)] \quad (5.6)$$

可以看出，式（5.6）为p-III型分布函数。

六. 模型建立

问题一的模型建立与求解

根据问题分析，欲评估各气候因素对沙尘暴次数综合影响，首先确定气候因素对沙尘暴次数的影响指数，即气候影响指数。

模型一、气候影响指数模型

1、气候影响指数的建立

模型基本结构为【6】：

$$CD_i = A_i \times (W_i/D_i^2) + \Delta t_i \quad i=1,2,\dots,12 \quad (6.1)$$

其中*i*为月份， CD_i 是用来描述气候因素对沙尘暴次数的影响指数，即第*i*月份气候影响指数； A_i 表示第*i*月份下垫面风蚀气候因子； W_i 为第*i*月份风速月平均值； D_i 表示第*i*月份土壤湿润指数； Δt_i 为第*i*月份与第*i-1*月份地面平均温度差值。

根据问题分析中对于下垫面风蚀气候因子、大风日数及土壤湿润指数的分析，具体各气候因素在公式（6.1）中的取值确定如下：

（1）风速平均值 W_i 可以由已知数据直接给出，对于 Δt_i 的确定，可以用本月与前月的月平均气温的差值来近似代替地面平均温度差值。

（2）下垫面风蚀气候因子：

这里我们借用Chepil公式：

$$A_i = \frac{1}{100} \left(\frac{ETP_i - Q_i}{ETP_i} \right) d_i W_i^3 \quad (6.2)$$

$$ETP_i = \begin{cases} 0.19(20 + t_i)^2(1 - h_i) & t_i \geq -20 \\ 0 & t_i < -20 \end{cases} \quad (6.3)$$

式中，*i*是月份号； A_i 表示第*i*月份下垫面风蚀气候因子； ETP_i 表示*i*月份的月潜在蒸发量； Q_i 为月降雨量； d_i 表示第*i*月的天数； W_i 是在10~12m高度处观测的月平均风速（m/s）； t_i 表示第*i*月的月平均气温（℃）； h_i 表示*i*月份的月平均相对湿度。

当潜在蒸发量(ETP_i)小于降水量 Q_i 时, 由于地面不会产生实际的沙尘暴, 虽然风蚀的潜在能力仍然存在, 但可认为下垫面风蚀气候因子为0。

将实测数据代入, 得出各月份风蚀气候因子 A_i , 详见表1。

(3) 大风日数B影响程度的确定:

根据问题分析, 大风日数与沙尘暴次数正相关, 且相关系数 cov_1 为0.832最大, 温度变化与沙尘暴频的相关系数 cov_2 为0.701。

在其它影像因素一定的前提下, 单个对大风日数和沙尘暴次数进行回归, 综合各种回归曲线(多项式拟合、指数函数拟合、对数函数拟合)后, 所得回归结果的可决系数、剩余标准差的相对大小, 取可决系数最大、剩余标准差最小的指数拟合曲线

$$y = 0.45B^{0.912} \quad (6.4)$$

此式说明了在其他影响因素固定的情况下, 大风日数和沙尘暴次数间呈指数关系。此时, 参照式(6.1)中温度变化量对气候影响指数 CD_i 的作用, 把大风日数对沙尘暴次数的影响综合到气候影响指数中去。在考虑大风日数对气候影响指数 CD_i 的作用后, 式(6.1)应修正为:

$$CD_i = A_i \times (W_i/D_i^2) + \Delta t_i + kB^{0.912} \quad i=1,2,\dots,12 \quad (6.5)$$

其中K值我们取为 $\frac{\text{cov}_1}{\text{cov}_2} = 1.187$, 以反映与沙尘暴次数间相关系数的不同而导致的其影响程度上的不同。

(4) 土壤湿润度 D_i 的确定:

根据问题分析, i 月份土壤湿润度

$$D_i = Q_i / ETP_i \quad (6.6)$$

其中 Q_i 为 i 月份降水量(mm), ETP_i 为潜在蒸散量(mm)。月潜在蒸散量 ETP_i (mm)采用上式(6.3)计算:

代入相关参考数据, 可确定出理论土壤湿润度 D_i 的大小。结果详见表1。其折线图

为图 1 所示。

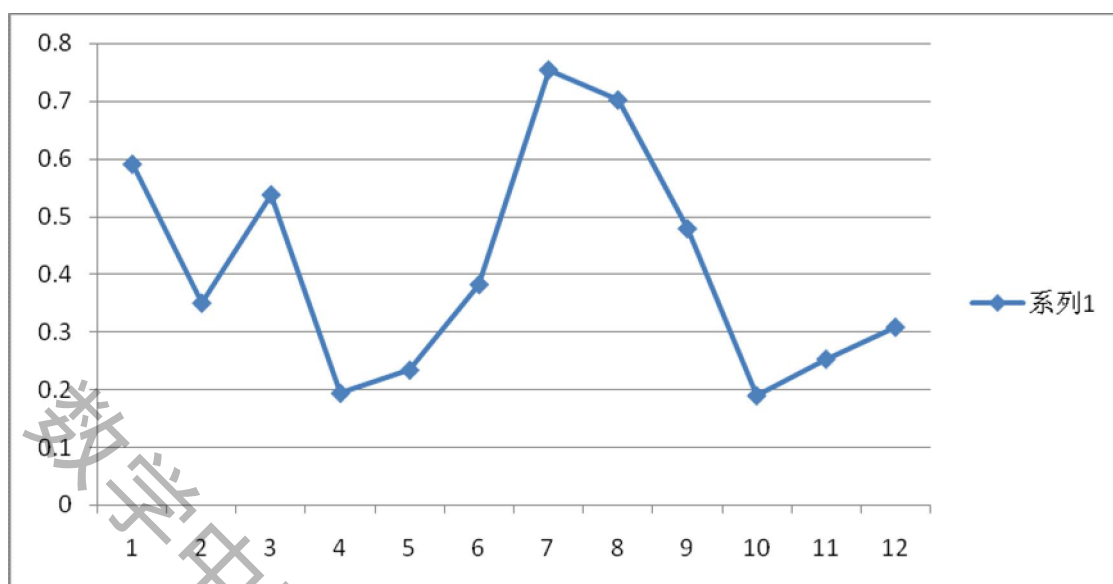


图 1 土壤湿润度指数月季变化图

下面基于问题分析中的讨论，结合得出的土壤湿润度指数月季变化图，针对不同月份在相邻月份土壤湿润度变化上的差异，对理论土壤湿润度进行修正，使其更符合实际情况，进一步得出不同月份气候影响指数关于各气候因素的函数表达式。

湿润度指数与沙尘暴次数存在着一定的负相关，并且月际之间存在着显著的变化。由图像可以看出：

(1) 3、6、7月份为土壤比上一月份湿润的月份，即符合问题分析中的第一种情况——土壤越来越湿润，此时我们将 (6.1) 式修正为：

$$CD_i = A_i \times (2W_i/D_i^2 + 1/D_i^*) + \Delta t_i + 1.187B^{0.912} \quad i=3,6,7 \quad (6.7)$$

CD_i 表示呈现土壤越来越湿润趋势月份的气候影响指数，其中 D_i^* 表示前月的土壤湿润指数；其它变量同前。

(2) 2、4、9、10为土壤比上一月份干燥的月份，即符合问题分析中的第二种情况——土壤越来越湿润，此时我们将 (6.1) 式修正为：

$$CD_i = A_i \times (W_i/D_i^2 - 1/D_i^* \times W_i/D_i) + \Delta t_i + 1.187B^{0.912} \quad i=2,4,9,10 \quad (6.8)$$

这里 CD_i 为土壤越来越干燥的对应月份的气候影响指数，变量同前。

(3) 5、8月份为相对前一月份变化不大的月份，属于第三种情况，不需要进行修正，仍为 (6.1) 式。

(4) 11、12、1月份由于处于北方的冷冻季节，上月的土壤湿润度对当月的土壤湿润度没有影响，符合第四种情况，因而将(6.1)式修正为：

$$CD_i = A_i \times (W_i/D_i) + \Delta t_i + 1.187B^{0.912} \quad i=11,12,1 \quad (6.9)$$

综合上述对各月沙尘暴次数所建立的气候影响指数模型，得到了应用于所研究地区（鼎新）全年的气候影响指数模型，其表达形式如

$$\text{下: } CD_i = \begin{cases} A_i \times (W_i/D_i^2) + \Delta t_i + 1.187B^{0.912} & i=5,8 \\ A_i \times (W_i/D_i^2 - 1/D_i^* \times W_i/D_i) + \Delta t_i + 1.187B^{0.912} & i=2,4,9,10 \\ A_i \times (2W_i/D_i^2 + 1/D_i^*) + \Delta t_i + 1.187B^{0.912} & i=3,6,7 \\ A_i \times (W_i/D_i) + \Delta t_i + 1.187B^{0.912} & i=11,12,1 \end{cases} \quad (6.10)$$

将鼎新的实测数据代入，可以求得各月份的下垫面风蚀气候因子、土壤湿润度、气候影响指数 CD_i ，如下

月份	土壤湿润度	下垫面风蚀气候因子	气候影响指数	沙尘暴次数
1	0.5902	4.8485	28.2932	1.5
2	0.35	4.003	81.7033	1.311111
3	0.5373	4.4573	129.006	1.466667
4	0.194	5.1592	419.467	2.088889
5	0.234	3.7502	230.235	1.955556
6	0.3821	2.9235	139.28	2.022222
7	0.7531	2.3393	35.1411	1.733333
8	0.7012	1.8958	10.4908	0.844444
9	0.4788	1.5162	5.6842	0.288889
10	0.1899	1.9685	106.954	0.488889
11	0.2531	3.8611	43.2598	1.244444
12	0.3083	9.7837	105.242	1.545455

表 1、土壤湿润度、下垫面风蚀气候因子、气候影响指数结果一览表

2、回归分析

基于上述方法，得出了四种气候因素对于沙尘暴次数 F_i 影响的总和度量值，即气候影响指数 CD_i ，之后我们须建立气候影响指数 CD_i 与沙尘暴次数 F_i 的函数关系式，以进一步将气候因素对沙尘暴次数的影响定量化。

因此，考虑采用回归的方法建立以 CD_i 为自变量、以 F_i 为因变量的函数关系式。利用 CurveExpert 回归软件进行曲线拟合。在确定其回归类型时，我们采用对照法，分别针对多项式、指数、线性、heat capacity model 回归类型得出其回归方程，每个回归方程对应一组不同的标准偏差值 s 和相关系数 r ，通过比较，找出其中标准偏差值最小，相关系数最大的一组值所对应的回归方程。

通过标准偏差值 s 和相关系数 r 大小的比较，可以看出，五次多形式拟合后，其标准偏差最小，相关系数最大，但由于其抖动很大，所以我们采用标准偏差较小，相关系数较大，同时抖动较小的第四种拟合方式——heat capacity model 对其进行拟合。

剔除异常点

在拟合前首先对原始数据点进行残差分析（见下图），发现有一个异常点（106.954, 0.488889），对曲线拟合影响很大。由于该回归参数估计是残差平方和最小的估计，当异常值远大于其它观测值时，会导致拟合值偏向异常值的拟合错误，使回归模型失真。因此，需将该异常点剔除。

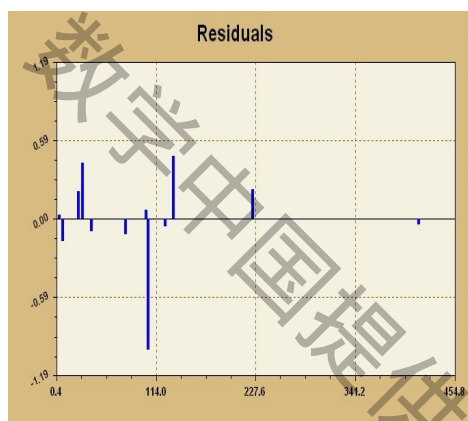
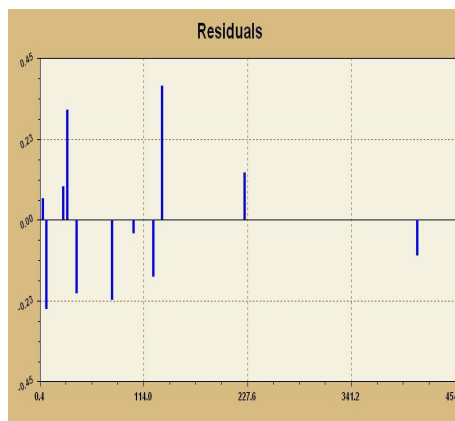


图 3 剔除前残差图



剔除后残差图

将异常点剔除后，经过曲线拟合得出其回归方程为

$$F_i = 1.392 + 0.00188 \times CD_i + \frac{-37.8763}{CD_i^2} \quad i=1,2,3 \dots 12 \quad (6.11)$$

相应可以得出拟合曲线的标准偏差 $S=0.236$ ，相关系数 $r=0.919$ 。不难发现其标准偏差 S 相对较小，相关系数很大，可以达到 0.9 以上，说明该曲线的回归效果较好，回归是非常显著的。

模型一的改进（地区差异的刻画）

原模型仅针对鼎新地区进行分析，可以实现在给定各影响因素的实测值时，对鼎新某月的沙尘暴发生日数进行近似预测。但由于不同观测站降水量、土壤湿润度等气候条件上的不同，各气候影响因素对不同观测站的作用大小各不相同，这种差异集中体现在不同观测站的下垫面风蚀气候因子（包括大风日数、风速、平均温度、月降水量、蒸发量、平均湿度等）的差异上。因此需要针对不同观测站的下垫面风蚀气候因子对相应观测站的沙尘暴发生日数的作用程度进行修正，以充分体现不同观测站在气候影响指数模型的差异，从而使得该模型通用性更强，能够针对不同观测站的实际情况作出正确的预测。

针对宁夏的四个观测站，采用层次分析法求出各观测站下垫面影响权重。用各观测站的权重与式（6.3）确定出的对应观测站的下垫面风蚀气候因子理论值的乘积，取代

对应观测站的下垫面风蚀气候因子理论值，从而可以较准确地刻画出地理位置差异引起的模型中下垫面风蚀气候因子的差别。即：

$$A_i^{\#} = A_i \times W_k \quad i=1,2,3,\dots,12; j=1,2,3,4 \quad (6.12)$$

其中， w_k 表示第 k 个观测站下垫面影响权重， $k=1、2、3、4$ 分别对应观测站银川、陶乐、中宁、盐池。

1、层次分析法【7】

(1) 构建层次结构模型

问题层次结构共分三层：第 1 层为目标层(O)：下垫面风蚀气候因子；第 2 层为准则层(c)：表示影响下垫面风蚀气候因子的因素，对宁夏的四个观测站的实测数据利用 spss 软件进行逐步回归分析（通过了 $F_{0.05}$ 的检验），确定出影响下垫面风蚀气候因子的主要因素有：风速、大风日数、平均温度、月降水量、蒸发量、相对湿度，依次记为 $C_i(i=1,2,\dots,6)$ （注：不同的地区因实测数据上的差异，经逐步回归分析所确定出的影响下垫面风蚀气候因子的主要因素种类个数不同，各个省份的逐步回归结果见下表）；第 3 层为方案层(p)：银川、陶乐、中宁、盐池等四个地区，依次记为 $p_k(k=1, 2, 3, 4)$ 。

省份	下垫面风蚀气候因子影响因素
甘肃	大风日数、平均温度、蒸发量、相对湿度
内蒙古	风速、平均温度、月降水量、蒸发量、相对湿度
青海	风速、大风日数、平均温度、相对湿度、蒸发量
陕西	风速、相对湿度
新疆	风速、平均温度、月降水量、蒸发量、相对湿度
宁夏	风速、大风日数、平均温度、月降水量、蒸发量、相对湿度

影响下垫面风蚀气候因子的气候因素各省对比表

(2) 确定准则层对目标层的权重 w_1

六个因素通过对下垫面风蚀气候因子作用最终将对沙尘暴发生日数产生影响，因而任两个因素对下垫面的影响程度比可由它们与沙尘暴发生次数的相关系数的比值来近似刻画。利用 spss 软件确定出各因素与沙尘暴发生次数的相关系数依次为： $r_1=0.165$ ， 0.331 ， -0.022 ， -0.079 ， 0.224 ， -0.407 ，则可利用第 i 个因素与第 j 个因素相关系数的绝对值的比值 r_i/r_j 构成比较矩阵 c_{ij} ，即：

$$c_{ij} = c_i / c_j \quad (6.13)$$

结合层次分析法的相关理论， c_i 和 c_j 对目标层的影响程度之比（即比较矩阵的元素 c_{ij} ），按 1-9 的比例标度来度量。但此时采用上公式求得的 c_{ij} 将出现超出该范围的情况，因此考虑借助区间归一法，将求出的每个 c_{ij} 标准化，归一到 1 和 9 之间的某个数值。区间归一法的思想用公式阐释为：

$$c_{ij}^{\#} = 1 + (9 - 1) \frac{c_{ij} - c_{\min}}{c_{\max} - c_{\min}} \quad (6.14)$$

借助该方法可以得到正反比较矩阵为：

C_{ij}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

C_1	1.0000	0.5000	0.1250	0.2500	0.6250	1.1250
C_2	2.0000	1.0000	0.2500	0.5000	1.2500	2.2500
C_3	8.0000	4.0000	1.0000	2.0000	5.0000	9.0000
C_4	4.0000	2.0000	0.5000	1.0000	2.5000	4.5000
C_5	1.6000	0.8000	0.2000	0.4000	1.0000	1.8000
C_6	0.8889	0.4444	0.1111	0.2222	0.5556	1.0000

表2 准则层正反比较矩阵

这是一个6阶正互反矩阵，经计算求得该矩阵的最大特征值为 $\lambda_{\max}=6$ ，相应的归一化特征向量有： $W_1=0.0572, 0.1144, 0.4574, 0.2287, 0.091, 0.0508$ 。

对应的致性检验指标为 $CI_1 = \frac{\lambda_{\max} - 6}{6 - 1} = 0 < 0.1$ ，于是 w_1 可以作为c层对o层的权重向量。

(3) 确定方案层(p)对准则层(c)的权重 W_2

此时需测算出每个影响因素下各个观测站的重要程度比，这里通过计算求得各观测站的每个影响因素的所有年份的平均值 p_i ，利用该平均值相对大小来表征各个观测站的重要程度比。即：

$$p_{ij} = p_i / p_j \quad (6.15)$$

借助此公式，可以确定出方案的成对比较矩阵详见附录1。

根据比较矩阵可以得出不同观测站对各影响因素的权重值为：

观测站 各影响因素	53614	53615	53705	53723
平均风速	0.307	0.246	0.2064	0.2402
5				
大风日数	0.151	0.4376	0.2503	0.161
平均温度	0.2432	0.25	0.2368	0.27
降水量	0.2762	0.2928	0.2524	0.1785
蒸发量	0.2329	0.2555	0.2483	0.2632
相对湿度	0.2796	0.2542	0.237	0.2292

表3 不同观测站对各影响因素的权重值

并且结合附录1，可以清晰地看出四个观测站对每个影响因素的权重均通过了一致性检验，即每组权重的选定处于可以接受的范围内，都是非常合理的。

(4) 确定方案层(P)对目标层(O)的权重 W

由C对O的权重 W_1 和P对C的权重 W_2 ，则P对O的权重 W 为：

$$W = W_1 \times W_2 \quad (6.16)$$

借助该公式，可以确定出：

$$w_1 = 0.3075 \times 0.0572 + 0.151 \times 0.1144 + 0.2432 \times 0.4574 + 0.2762 \times 0.2287 + 0.2329 \times 0.091 + 0.2796 \times 0.0508 = 0.245$$

同理，可以得到 $w_2=0.282$ ， $w_2=0.241$ ， $w_4=0.232$ 。由此可见下垫面的影响权重在四个地区分别是 0.245，0.282，0.241，0.232。

2、修正后的沙尘暴预测模型

以第 2 个观测站陶乐为例，检验对不同观测站下垫面风蚀气候因子修正后沙尘暴预测的效果。

结合式 (6.12)，修正后陶乐的下垫面风蚀气候因子为

$$A_i^{\#} = 0.282 A_i \quad i=1,2,3\cdots 12;$$

采用与原模型的相同的方法，首先根据公式 (6.6) 确定出每月理论土壤湿润度的大小，其折线图如下图 4 所示。

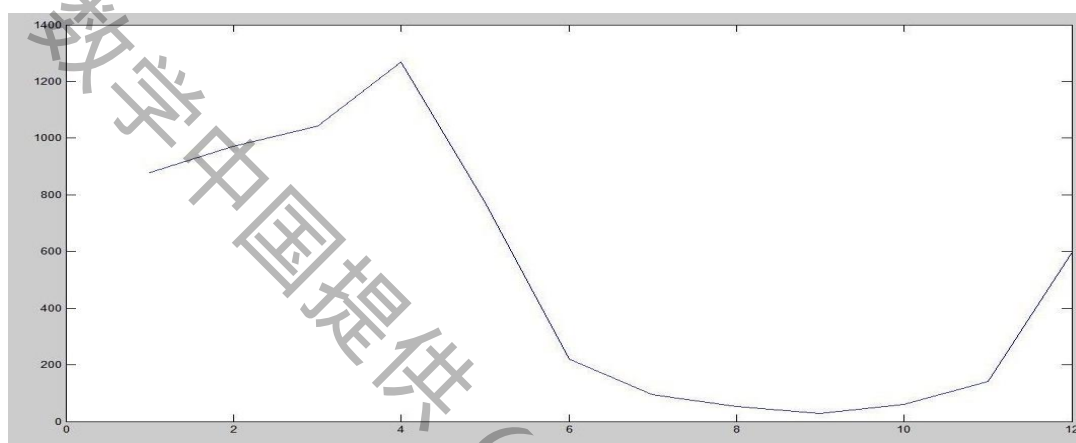


图 4 陶乐站土壤湿润度月季变化图

将图 4 与鼎新站的月季变化图 1 进行比较，可以看出针对不同的观测站其土壤湿润度的月季变化有着显著的差异。针对陶乐站不同月份在相邻月份土壤湿润度变化上的差异，采用同原模型相同标准对理论土壤湿润度进行修正，进而可以得出修正后陶乐站气候影响指数为：

$$CD_i = \begin{cases} 0.282 A_i \times (W_i/D_i^2 + D_i^* \times W_i/D_i) + \Delta t_i & i=6,7,8 \\ 0.282 A_i \times (W_i/D_i^2 - 1/D_i^*) + \Delta t_i & i=9,10,11 \\ 0.282 A_i \times (W_i/D_i^2 + 1/D_i^*) + \Delta t_i & i=3,4 \\ 0.282 A_i \times (W_i/D_i + 1/D_i^*) + \Delta t_i & i=1,2,5,12 \end{cases} \quad (6.17)$$

将陶乐的实测数据代入，可以求得各月份的下垫面风蚀气候因子、土壤湿润度、气候影响指数 CD_i 如下

月	月平均风速	大风发生	平均气温	平均降水	相对湿度	月蒸发量	气候影响指数	沙尘暴天数
1	2.12	0.40	-9.08	0.93	51.93	30.52	878.8372	1.10
2	2.48	0.40	-4.76	1.28	46.00	51.13	972.4494	1.23
3	2.85	0.80	2.57	4.80	43.45	118.48	1041.93	1.55
4	3.17	2.10	10.76	8.65	39.82	196.17	1269.48	2.33
5	3.11	1.10	17.44	16.47	42.73	256.08	773.3254	1.29
6	2.80	0.60	21.84	18.92	48.18	258.08	220.6069	0.49

7	2.67	0.80	24.00	37.77	57.27	242.88	93.5426	0.29
8	2.51	0.40	22.17	48.15	62.73	210.88	53.6021	0.16
9	2.31	0.60	16.46	22.55	60.20	152.63	27.46	0.04
10	2.24	0.30	8.83	10.73	57.33	103.11	61.0425	0.09
11	2.32	0.70	-0.07	3.63	59.23	52.75	141.7169	0.28
12	2.17	0.60	-7.38	0.73	56.50	29.21	597.482	1.00

表 4 陶乐站各因素量化值

之后，须建立气候影响指数 CD_i 与沙尘暴次数 F_i 的函数关系式。与原模型所不同的是，此时我们采用 **spss** 软件进行回归，优化了回归效果，这里同样给出几种不同的回归曲线所对应的拟和结果，并通过对照法进行分析。

总共选取了 11 总拟和方式，在附表——回归分析中详细列出了每总拟和方式的拟和结果分析，结果形式与下表 5、6、7 相同。这里给出了通过对拟和效果分析优选出的最佳拟和方式：三次方程回归

结果合理性解释

表 5 为模型的拟和的优度情况，显示模型的相关系数 R 为 0.992，决定系数 R^2 为 0.984，说明该模型回归的贡献很大，表示回归模型的拟和效果很好。

Cubic

R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
0.992	0.984	0.977	0.107

表 5 回归分析表 1

对拟和的模型进行假设检验，（结果见下表 6）， F 值为 159.551， P 值为 0.001，说明 这个回归模型是有统计意义的。

ANOVA

	Sum of squares	df	Mean square	F	Sig.
Regression	5.49	3	1.83	159.551	0.001
Residual	0.092	8	0.011		
Total	5.582	11			

表 6 回归分析表 2

下表 7 中给出了包括常数项在内的参数及检验结果，进行的是 t 检验，可见常数项和各参数值均有统计学意义。

Coefficients

	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
	B	Std. Error	Beta		
X1	0.004	0.001	2.577	4.591	0.002
x2	-5.5×10^{-6}	0	-4.25	-3.472	0.008
x3	3.06×10^{-9}	0	2.764	.	.
(Constant)	-0.095	0.083		-1.152	0.283

表 7 回归分析表 3

建立回归方程为：

$$\hat{F}_i = 3.06 \times 10^{-9} CD_i^3 - 5.5 \times 10^{-6} CD_i^2 + 0.004 CD_i - 0.095 \quad (6.18)$$

下表给出不同回归模型的回归结果的比较，可以看出以三次方程进行回归相关系数最高，F 检验值是最大的，说明其回归效果最优。

回归模型	R	R Square	F
<i>cubic</i>	0.992	0.984	159.551
<i>Linear</i>	0.97	0.94	157.201
<i>Logarithmic</i>	0.907	0.822	46.32
<i>Inverse</i>	0.708	0.501	10.033
<i>Quadratic</i>	0.976	0.952	89.913
<i>Compound</i>	0.902	0.814	43.834
<i>S</i>	0.922	0.85	56.601
<i>Growth</i>	0.902	0.814	43.834
<i>Exponential</i>	0.902	0.814	43.834
<i>Logistic</i>	0.902	0.814	43.834

表 8 回归模型结果对比表

利用得出的回归方程并结合式 (6.17)，即可实现对陶乐站某月份沙尘暴发生次数的预测，代入实测数据，平均每月的沙尘暴发生日数的预测结果为

月份	1	2	3	4	5	6
沙尘暴实际发生日数	1.098	1.233	1.545	2.333	1.289	0.489
沙尘暴预测发生日数	1.249	1.408	1.563	2.380	1.124	0.553
月份	7	8	9	10	11	12
沙尘暴实际发生日数	0.289	0.156	0.044	0.089	0.275	1.000
沙尘暴预测发生日数	0.234	0.104	0.011	0.129	0.370	0.984

表 9 沙尘暴实际发生日数与预测值对照图

根据预测结果，作出沙尘暴实际发生日数与预测发生日数折线图 5：

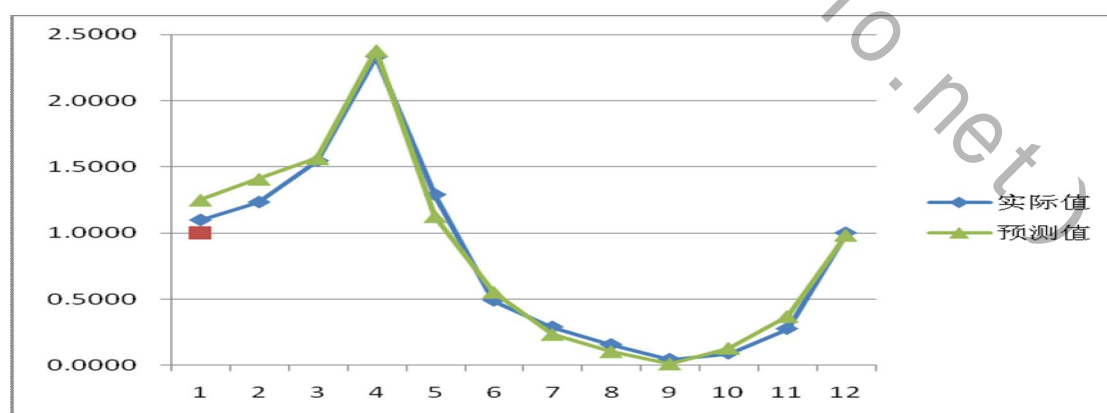


图 5 沙尘暴实际发生日数与预测结果显示折线图

通过对比分析预测结果与真实值的误差，不难发现，除 1、2 月份预测结果偏大外，其它预测值与真实值非常接近，总体上预测精度较高。因此我们有理由相信，采用修正后的可以较为真实客观地反映空间分布差异的气候指数模型，并借助回归效果较优的 spss 软件，可以针对陶乐的实际情况，进行较为准确的预测。

问题二的模型建立与求解

1、天气气象等级评价模型

首先，经查阅资料得出天气气象等级评价依据表如下：

能见度 (km)	风速 (m/s)	
大风	10-30	
沙尘	1-10	<4
扬尘	1-10	>4
沙尘暴	<1	

表 9-天气气象等级评价依据表

根据问题分析，我们现在所要做的就是如何根据参考数据得出所要评估的沙尘天气的能见度。具体求解如下：

引入参数能见度 R 消光系数 λ_1 、消光率 λ_2 、穿透率 λ_3 。经查阅资料可知，它们三者之间有着密切的联系【8】：

$$\begin{aligned} R &= 3.912 / \lambda_1 \\ \lambda_2 &= 1 - \lambda_3 \end{aligned} \quad (6.19)$$

消光系数是指单位传播距离下的相对消光量，而对于本题所要讨论的是空气中的沙尘消光大小，因此这时所要考虑的传播距离是沙尘天气时空气中尘埃的作用距离，相对消光量即为其消光率。由此可以确定出消光系数与消光率之间的关系：

$$\lambda_1 = \lambda_2 / H \quad (6.20)$$

其中 H 为沙尘天气时空气中尘埃的作用距离，一般取作常量，经借鉴相关权威文献，在此取设定 H 为 210m。

而穿透率为

$$\lambda_3 = \frac{\text{穿透强度}}{\text{入射强度}} * 100\% \quad (6.21), \quad \text{【9】}$$

又因光强度与光能量成正比，则 (6.21) 式可等效为

$$\lambda_3 = \frac{\text{直射辐射量}}{\text{总辐射量}} * 100\% = \frac{w_1}{w_2} * 100\% \quad (6.22)$$

综合上述四式，得出能见度关于辐射量的函数关系式：

$$R = 3.912 \times H / (1 - w_1 / w_2) \quad (6.23)$$

根据该公式，若某次沙尘天气的太阳辐射量实测数据已知，则可直接计算出该沙尘天气的能见度，结合给定的风速，参考天气气象等级评价依据表即可完成对相应天气气象等级的评价。

2 沙尘暴风险预测模型

结合问题分析, 我们引入灾害熵【5】建立沙尘暴风险预测模型, 对沙尘暴发生的风险进行预测。

基于模型准备中所阐释的理论, 如果灾损系列用 s 来表示, 那么灾害熵取极大值时, s 服从 p -III 型分布(经过整理):

$$p(s) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} (s - a_0)^{\alpha-1} \exp[-\beta(s - a_0)] \quad (6.24)$$

式中 α 、 β 、 a_0 是三个待定的未知参数, 它们与灾损系列统计参数 \bar{S} 、 C_v 、 C_s 的关系为:

$$\alpha = \frac{4}{C_s^2}; \quad \beta = \frac{2}{\bar{S}C_vC_s}; \quad a_0 = \bar{S}(1 - \frac{2C_v}{C_s}) \quad (6.25)$$

式中 \bar{S} ——灾损系列的均值; C_v ——灾损系列的变差系数; C_s ——灾损系列的偏态系数。

在未来灾害分析中, 需要求出指定概率 P 所对应的灾害损失 SP 即

$$p = p(s > SP) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_{sp}^{\infty} (s - a_0)^{\alpha-1} \exp[-\beta(s - a_0)] ds \quad (6.26)$$

式中 P 由决策部门根据风险水平或抗灾能力的大小选定, P 一经确定, SP 即为估计的具有一定概率(或重现期 T)的灾害损失。这里 $T = 1/P$, 如要求 $P=1\%$ 的灾害损失 $S_{1\%}$, 那么重现期 $T=1/1\%=100$ 年, $S_{1\%}$ 即为百年一遇的灾害损失。因此, 重现期指未来某一程度的灾害损失出现的平均时间间隔。

为了根据分布函数式(6.26)计算 SP , 通过推导, 可令 $\Phi = (SP - \bar{S})/(\bar{S} \times C_v)$, 式中 Φ 称为离均系数, 有表可查, 那么

$$SP = (\Phi C_v + 1)\bar{S} \quad (6.27)$$

因此, 在 \bar{S} 、 C_v 、 C_s 和 P 已知的条件下, 即可求得 SP 。这里 \bar{S} 、 C_v 、 C_s 可根

$$\text{据灾损系列来计算: } \bar{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i, \quad C_v = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2} \quad (6.28)$$

C_s 用 $C_s = mC_v$ 来估计(m 为倍数)。

图解适线法进行误差修正

由于用上述方法计算的 \bar{S} 、 C_v 、 C_s 误差较大, 因此一般用图解适线的方法来确定 \bar{S} 、 C_v 、 C_s , 而把原先计算的 \bar{S}_0 、 C_{v0} 、 C_{s0} 作为图解适线时的参数初试值。

图解适线时，首先把灾损系列按大到小排列 $S_1 \geq S_2 \geq S_3 \geq \dots S_n$ ，那么，它们各项的概率为：

$$p_i = i/(n+1) \quad (6.29)$$

然后把灾损系列和对应的 p_i 点绘在概率格纸上，得到离散的灾损点子，再根据 \bar{S} 、 C_{v0} 、 C_{s0} 和式(6.27)计算 SP ，把 SP 和 p_i 也点绘在概率格纸上，得到一条连续的理论曲线。如果理论曲线和灾损点子配合不好，那么改变 \bar{S} 、 C_v 、 C_s 重新适线，直至两者吻合为止，此时的 \bar{S} 、 C_v 、 C_s 即为待求的统计参数。

最后根据指定概率 P 和最佳拟合的理论曲线，即可求得具有一定重现期的灾害损失 SP 。

在本题中用能见度 R 来衡量灾损系列的大小。因为能见度越大，沙尘天气等级越低，受灾程度越小，反之则受灾程度越大。说明能见度 R 与受灾程度呈负相关的关系，并且能见度 R 直接决定了受灾程度的大小。

这样针对本题目给出所想要预测的时间段长度 T （即模型中的重现期），即可得出与之相对应的概率 $P=1/T$ ，结合式(6.26)，即可求出灾害损失的大小，即能见度 R 的大小。从而可以在一定的概率下对沙尘暴的爆发强度等级进行预测。

根据能见度的大小，将沙尘暴的爆发等级及其相应的预警信号【10】分成三类：

沙尘暴的爆发等级	预警信号	能见度 (km)
强	红	≤ 0.05
中	橙	$0.05 - 0.5$
弱	黄	$0.5 - 1$

表 10 沙尘暴的爆发等级及其相应的预警信号划分表

结合沙尘天气等级评价模型中对于能见度的计算，可以得出 12 个月份平均能见度，按照平均能见度由大到小的顺序排序，并确定出与之相对应的概率值，借助图像适线法的一般原理，最终得出理论曲线与点子最佳拟合时，

$\bar{S}=1.026$, $C_s=1.2$, $C_v=0.167$ 。结合式(6.27)，求出 $\alpha=2.78, \beta=9.73, a_0=0.7404$ ，借助式(6.26)即可得出一定预期时间段内将会遭遇沙尘暴的能见度大小，此时可根据沙尘暴的爆发等级及其相应的预警信号划分表，确定出爆发等级及不发或者发出何种颜色的预警信号。

基于以上理论，及求解出的求出的 $\alpha=2.78, \beta=9.73, a_0=0.7404$ ，可以得出在 12 个不同的预期时间段分别会遭遇的沙尘暴的能见度大小和相应的沙尘暴的爆

发等级及其预测信号。详见表 4。

其表示的具体含义是：在一个月內会遭遇能见度为 1.32km 的沙尘天气，在两个月內会遭遇能见度为 0.1245km 的中等沙尘暴天气，此时发出橙色信号，依次类似，在一年內会遭遇能见度为 0.0452km 的强沙尘暴天气，此时发出红色信号。

概 率 值	能 见 度 (KM)	沙 尘 暴 的 爆 发 等 级	预 警 信 号	概 率 值	能 见 度 (KM)	沙 尘 暴 的 爆 发 等 级	预 警 信 号
1	1.32	未	黄	1/7	0.0586	中	橙
1/2	0.1245	中	橙	1/8	0.0548	中	橙
1/3	0.0938	中	橙	1/9	0.0518	中	橙
1/4	0.0789	中	橙	1/10	0.0493	强	红
1/5	0.0698	中	橙	1/11	0.0471	强	红
1/6	0.0634	中	橙	1/12	0.0452	强	红

表 11 沙尘暴的爆发等级及其相应的预警信号预测表

问题（3）的分析与求解

沙通量随距离指数递减模型

前文对模型一作了改进后，可以较好的刻画不同地区间因地理位置、气候条件的不同而在模型表现形式上存在的差异，将模型的应用范围推广到各个不同的观测站，增强了模型的适用性。但此时结合问题 3 的相关要求，模型 1 改进后并没有反映出因不同观测站与沙源的距离大小不同而带来的沙尘随风传输过程的差异，并最终导致各站受沙源影响程度的不同。因此，需在原有改进模型的基础上，将沙尘随风传输过程考虑进来，对模型做进一步的修正，使之更为符合实际。

结合问题分析，认为中国境内引起沙尘暴的最主要的范围较广的沙源有五个：内蒙古东部的呼伦贝尔、科尔沁及浑善达克沙地中西部、鄂尔多斯沙地(包含毛乌素沙漠和库布齐沙漠)、阿拉善盟中蒙边境地区(巴丹吉林沙漠和腾格里沙漠)、青海西北的柴达木盆地和新疆南疆的塔克拉玛干沙漠【11】。其中内蒙古东部的呼伦贝尔、科尔沁及浑善达克沙地中西部主要影响区域为我国华北、华东地区，而我们所关注的仅是西北地区的观测站的沙尘暴发生次数，因而此时将该沙源忽略，仅考虑后四个沙源。

所研究的对象与模型一改进时研究对象相同，仍为宁夏的四个观测站，依次为：银川、陶乐、中宁、盐池。

经在中国电子地图软件上对宁夏个省份与四个最主要沙源的距离进行测绘，发现宁夏四个观测站与阿拉善沙源的距离远大于与其它三个沙源的距离，为简化计算量，认为对此四个观测站构成影响的沙源主要为阿拉善沙源，其它沙源可以忽略不计（从下文经过分析得出的各沙源的影响范围划分示意图中同样可得出此结论）。经测绘四个观测站与阿拉善的距离分别为： 69.2km ， 85.2km ， 156.2km ， 194.1km 。

1、土壤的风蚀起沙量的测算

地表土壤的风蚀起沙过程是运动的空气流与地表上的粒子在界面上相互作用的一种动力过程。风沙物理学中根据地表土壤微粒的尺度(直径 d)和所受的合力大小，将其

运动划分为三种形式【12】尺度较大($d > 1000 \mu\text{m}$)的微粒的蠕移运动, 约占所有运动颗粒的 15%; 沙粒($60 \mu\text{m} < d < 1000 \mu\text{m}$)的跃移碰撞运动, 约占 80%; 尘粒($d < 60 \mu\text{m}$)的悬浮运动, 约占 5%。由此可见, 沙粒的跃移运动就成为地面风蚀起沙最关键的运动形式。这三种运动形式用图例形象的刻画为:

蠕移运动示意图

跃移碰撞运动示意图

悬浮运动示意图

沙粒在一定的空气动力作用下, 可以被抬升到离地表几十厘米的地方, 但当空气动力不足以超过重力时, 它们又落回到地表面并与地表发生碰撞, 这种碰撞很容易使尘粒克服内部粘性力的束缚, 脱离地表进入到大气中。尘粒一旦进入大气, 内部粘性力的束缚作用完全消失, 由于其重力远小于空气动力, 从而导致尘粒悬浮于大气中并在湍流的作用下扩散到很远的地方。由此, 对于一定类型的地表土壤, 其能否因风蚀而引起尘粒的排放, 决定于地表的沙粒能否进行跃移碰撞运动, 从宏观上而言, 也就是决定于实际的摩擦速度 u_* (即空气动力) 和沙粒脱离地表的临界摩擦速度 u_{*t} (即临界空气动力)。当 $u_* > u_{*t}$ 时, 空气动力大于沙粒的重力和内部粘性力的合力, 跳跃运动发生, 地面会因此而起尘; 当 $u_* < u_{*t}$ 时, 空气动力小于或等于微粒的重力和内部粘性力的合力, 跳跃运动不能发生, 地面也不会因此而起尘。

风沙物理学中用顺风向沙粒通量 Q 表征进行跃移运动的沙粒的量【13】 Q 是沙粒漂移强度 $q(z)$ 沿高度的积分, 量纲为 $\text{g} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, 其物理意义是单位时间内单位宽度从地表到积分高度处所形成的平面(与水平风向垂直)内的沙粒质量。具体计算时, 对于只包含单一粒子尺度的土壤, 最常用的是 Owen 方程【14】

$$Q = \begin{cases} \frac{c_s \rho \mu_*^3}{g} \left[1 - \left(\frac{\mu_{*t}}{\mu_*} \right)^2 \right] & \mu_* \geq \mu_{*t} \\ 0 & \mu_* \leq \mu_{*t} \end{cases} \quad (6.28)$$

其中 c_s 是 Owen 系数, 在较典型的情况下($d \approx 150 \mu\text{m}$), $c_s \approx 0.94$, 具体应用时, 可通过 Owen 的经验关系式确定; ρ 是空气密度, 取为 $1.23 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; g 是重力加速度, 取 $9.81 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。

2、临界摩擦速度 u_{*t} 的测定【15】

$$\mu_{*t} = C_1 \sqrt{\frac{(\rho_s - \rho_a) g d}{\rho_a}} \quad (6.29)$$

式中 C_1 为比例系数，Lyles and Woodruff (1972) 的非均匀沙试验结果显示 $C_1=0.17$ ； d 为砂粒的直径，这里取 $150\mu\text{m}$ ； ρ_s 和 ρ_a 分别为砂粒和空气的密度，分别取 $2650\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 和 $1.23\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 。

3、实际摩擦速度 u_* 的测定

结合资料，风速【16】与实际摩擦速度的关系式为：

$$u = u_* \ln(y/y_0)/k \quad (6.30)$$

u_* 是摩阻风速， k 是冯·卡门常数 0.4，粗糙度 y_0 【17】一般取为 $d/30$ ， y 表示沙粒距离沙床面的高度，一般取 10cm 。

结合资料，阿拉善沙源发生沙尘暴时的风速一般可以达到 18m/s ，将所有已知量代入，利用公式 (6.28) (6.29) (6.30) 进行计算即可得出该沙源的起沙通量为 $Q_0=40.2\text{g}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ 。

4、起沙通量随距离的衰减

结合前面的分析，当沙源的实际摩擦速度大于其临界摩擦速度时，表现为跃移运动形式的沙尘将随风传向下游，并在随风传输的过程中逐渐沉积。此时需结合具体的传输过程，对不同的传输距离下沉积的沙通量进行定量的分析。

(1) 沙尘沉积通量随距离衰减

针对不同质量和沙粒半径的跃移沙尘在同样风速条件下能够传输的距离进行定量分析。

关于颗粒跃移模型，很多学者都曾进行过模拟研究，1941 年，拜格诺应用“感应率”概念，计算单一沙粒与具有不同倾斜角度的光滑平面进行弹性碰撞而产生的跃移轨迹【18】。福特 (1957) 在考虑沙粒的儒可夫斯基升力、斯托克斯阻力和重力的情况下，计算了玻璃小球的跃移轨迹，并通过与只受重力作用下的跃移轨迹的比较，发现其差别颇大。究其原因，在于影响沙粒跃移因素十分复杂，而且数值模拟也很困难，人们不得不进行较多的简化，导致了模拟的失真，所以建立一个较好的沙粒跃移轨迹模型是反映沙粒运动真实情况的关键，就需要更好的认识沙粒起跳时的受力机制，这也是研究沙粒跃移轨迹模型的难点所在。为此，许多学者都进行了大量的研究，其中比较有成效的沙粒跃移模型是 Ungar(1987) 提出的风沙跃移模型。

基本方程：

设想沙粒在位于 xoy 平面作二维运动【19】，来流风速与 x 轴的正方向一致， y 表示沙粒距离沙床面的高度， d 、 ρ_p 分别为沙粒的直径和比重； ρ ， g 分别为空气的比重和重力加速度， m 为沙粒的质量， u 为来流风速， x ， y 分别为沙粒在 x y 方向的速度分量， ω 为沙粒的旋转角速度。

则沙粒的运动的基本方程为：

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{1}{2} C_d \rho \Delta v \left(\frac{dx}{dt} - u \right) \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 + \frac{1}{8} \pi \rho d^3 \frac{dy}{dt} \omega \quad (6.31)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg - \frac{1}{2} C_d \rho \Delta v \frac{dy}{dt} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 - \frac{1}{8} \pi \rho d^3 \left(\frac{dx}{dt} - u \right) \omega \quad (6.32)$$

其中， Δv 为沙粒与风之间的相对速度【20】可表示为： $\Delta v = [(\frac{dx}{dt} - u)^2 + (\frac{dy}{dt})^2]^{1/2}$

C_d 为阻力系数，且可表示为： $C_d = \frac{24}{Re} + \frac{6}{1 + (Re)^{1/2}} + 0.4$ ， Re 是雷诺数，可由

式求得【21】：

$$= \frac{d}{\gamma} \Delta v, \text{ 结合前文分析, 来流风速为: } u = u_* \ln(y/y_0)/k, u_* \text{ 是摩阻风速, } k \text{ 是冯} \cdot$$

卡门常数 0.4, 粗糙度 y_0 一般取为 $d/30$ 。

计算步骤如下：

1. 给出输入参数沙粒起跳速度 $\frac{dy}{dt}$, 空气动力粘性系数 γ , k , d , m , ρ_p , ρ 的值, 计算初始风速分布。
2. 在初始条件下, 利用 Rungar-kutta 方法求解方程得到 $x_i(t)$, $y_i(t)$ 。
3. 将 $y_i(t)$ 带入来流风速的式子, 以得到变化的来流风速 $u_i(t)$ 。
4. 将 $u_i(t)$ 带入方程, 在初始条件下, 得到沙粒的跃移轨迹, 并将结果记为 $x_{i+1}(t)$, $y_{i+1}(t)$ 。
5. 用 $x_{i+1}(t)$, $y_{i+1}(t)$ 分别代替 $x_i(t)$, $y_i(t)$, 重复进行步骤 3—5, 直到 $y_{i+1}(t) < 1.0e-30$ 。

拖曳力对不同质量不同半径沙粒运动行为的影响

目前, 多数理论模型是针对沙粒在空气拖曳力和重力的作用下进行的。为了表明本文数值模拟的可靠性, 首先我们对这一问题进行了模拟, 并给出了与已有文献结果的比较说明。

对此问题其运动方程(6.31), (6.32)可以化为:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{1}{2} C_d \rho \Delta v (\frac{dx}{dt} - u) \pi (\frac{d}{2})^2 \quad (6.33)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg - \frac{1}{2} C_d \rho \Delta v \frac{dy}{dt} \pi (\frac{d}{2})^2 \quad (6.34)$$

其中【22】， $d = 0.25 \text{ mm}$ ， $\rho_p = 2.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ， $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$ ， $\gamma = 0.133 \text{ cm}^2/\text{s}$ 。

在给定初始条件为 $t = 0$ 、 $x = 0$ 、 $y = 0$ 、 $\frac{dx}{dt} = 0$ 、 $\frac{dy}{dt} = 1 \text{ m/s}$ 、 $u_* = 0.3 \text{ m/s}$ ，质

量分别为 0.1g 和 0.5g 时，用 Rungar-kutta 方法数值模拟计算得到两种沙粒运动轨迹如下：

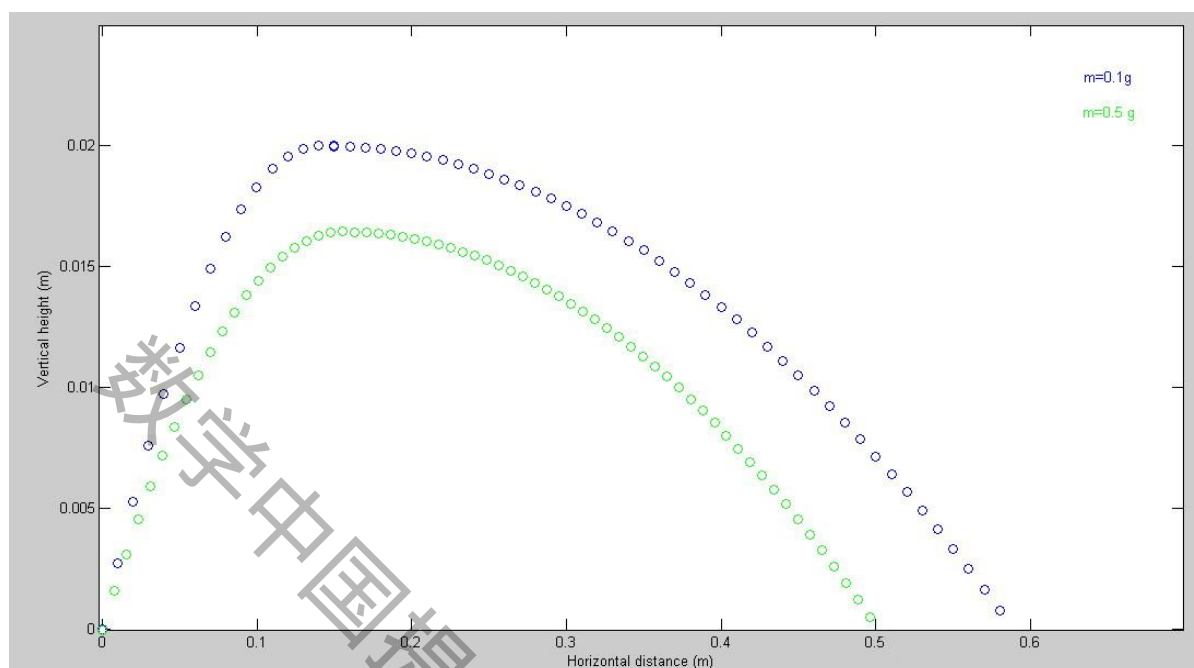


图 6 在给定不同初值条件下两种沙粒运动轨迹对比图

图 6 是在上述初值条件下沙粒运动的一条轨迹。通过对比可以看出：在同等气候条件下，质量和体积相对较大的沙粒的一次跃移位移相对较小。而位移量越小，则说明单位跃移位移下，质量大的沙粒与地面发生碰撞的次数相对较多，因而在运动过程中单位位移的能量损耗大。所以在混杂有不同质量沙粒的混合沙尘在随风传输的过程中，质量大的沙粒首先沉积，且刚开始沉积的沙尘通量较大，而随着传输距离的不断增加，跃移沙尘不断趋于微型化、均匀化，且沙尘量逐渐减少，导致沙尘的沉积量随传输距离增大递减。

借助 Gao 等【23】模拟并得到观测事实支持的北太平洋地区沙尘中平均铁通量随传输距离呈指数曲线变化，可以类似认为沙尘沉积通量随传输距离的增加呈指数衰减的结果具有普遍意义。

即在传输距离 x 处的衰减的沙通量为 $q(x) = ke^{-ax}$ ， k 与 a 为指数防尘的参数。

(2) 到达一定传输距离下的沙通量以指数规律衰减

传输过程中沉积的沙通量为在任何传输沉积量的积分：

$$Q_f = \int_0^x ke^{-ax} dx = \frac{k}{a}(1 - e^{-ax}) \quad (6.35)$$

那么，经过一段距离传输到达某观测站时，到达的沙通量为沙源的起通量扣除传输过程中沉积的沙通量，即： $Q = Q_0 - Q_f$

结合上两式，到达的某观测站的沙通量为随距离呈指数规律递减，即满足方程：

$Q = ke^{-ax} + b$ 。当传输距离为无穷远时，可认为到达的沙通量为零，基于此设可以看出

$b=0$ 。即，到达的某观测站的沙通量满足方程： $Q=ke^{-ax}$ ，当 $x=0$ 时， $Q=k$ ，即为沙源的起沙通量，结合前面对于起沙的三种形式的阐释并参照示意图，发现蠕动只是在地面上的滚动，对随风传输的沙尘量没有贡献的。因此扣除蠕动运动的沙砾所占的 20% 的比例沙源的实际起沙通量应修正为： $k=80\% Q=32.16 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ 。参照 Gao 等对铁通量的研究，此时 a 取 -0.0129 。即到达与沙源相距为 x 的观测站的沙通量为：

$$Q=32.24e^{-0.0129x} \quad (6.36)$$

因此，到达银川、陶乐、中宁、盐池四观测站的沙通量为：13.1, 10.7, 4.3, 2.6 ($\text{g} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$)。

参照原未改进前的模型一将温度和大风日数修正项植入方法，将沙源到达的沙通量对沙尘暴的影响同样归拢到单一量——气候影响指数中，则将陶乐站改进后的模型进一步修正为：

$$CD_i = \begin{cases} 0.282A_i \times (W_i/D_i^2 + D_i^* \times W_i/D_i) + \Delta t_i + Q_i & i=6,7,8 \\ 0.282A_i \times (W_i/D_i^2 - 1/D_i^*) + \Delta t_i + Q_i & i=9,10,11 \\ 0.282A_i \times (W_i/D_i^2 + 1/D_i^*) + \Delta t_i + Q_i & i=3,4 \\ 0.282A_i \times (W_i/D_i + 1/D_i^*) + \Delta t_i + Q_i & i=1,2,5,12 \end{cases} \quad (6.37)$$

继而与模型 1 采用同样的方法进行回归分析检验。

经不同回归模型回归效果的对比，发现三次回归模型的相关系数达到了 0.992，F 检验值达到了 159.551，回归效果最优，（回归分析详细结果参见附表 4），此时建立回归方程为：

$$\hat{F}_i = 3.06 \times 10^{-9} CD_i^3 - 5.65 \times 10^{-6} CD_i^2 + 0.004 CD_i - 0.138 \quad (6.38)$$

利用得出的回归方程并结合式 (6.37)，即可实现对陶乐站某月份沙尘暴发生次数的预测，代入实测数据，平均每月的沙尘暴发生日数的预测结果为：

月份	1	2	3	4	5	6
沙尘暴实际发生日数	1.098	1.233	1.546	2.333	1.289	0.489
沙尘暴预测发生日数	1.143	1.290	1.437	2.225	1.031	0.526
月份	7	8	9	10	11	12
沙尘暴实际发生日数	0.289	0.156	0.044	0.089	0.275	1.000
沙尘暴预测发生日数	0.222	0.097	0.007	0.121	0.352	0.912

沙尘暴实际发生日数与预测值对照图

根据预测结果，作出沙尘暴实际发生日数与预测发生日数折线图 7：

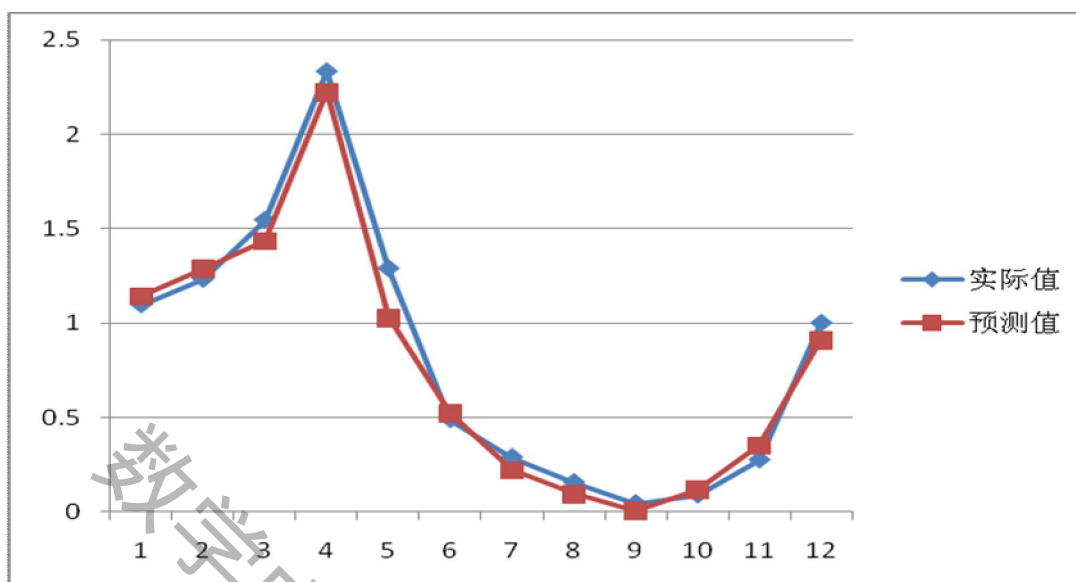


图7 沙尘暴实际发生日数与预测结果显示折线图

聚类分析法

结合问题分析，以每个观测站各气候指标实测值的平均值及地理位置为聚类变量，借助 spss 软件，采用 k 中心聚类法，对所有的观测站进行聚类。

1、观测站地理位置的测定：两点定位法

由于难以借助资料查询出各观测站的地理坐标，或者经纬度，这给确定各观测站的地理位置带来了很大困难。此时采用两点定位法。其基本原理为：

此时若选取两个定点，借助中国电子地图软件分别测定出某观测站相距这两个定点的实地距离，分别以这两个定点为圆心，以某观测站相距两个定点的实地距离为半径画弧，两弧的交点即为该观测站的位置。因此观测站的地理位置完全可以利用该站与两个定点的距离来表征。

选取北京和长沙为两参考定点，测定出所有观测站相距这两个定点的实地距离，连同每个观测站各气候指标实测值的平均值组成的各观测站的特征向量详见附表 2。

2、k 中心聚类【24】

聚类分析又称集群分析，其分析的基本思想是依照事务的数值特征，来观察各样品之间的亲疏关系。而样品之间的亲疏关系则由样品之间的距离来衡量，一旦样品之间的距离定义之后，则把距离近的样品的归为同一类。传统的聚类分析要求聚类的变量为数值变量。设 x_{ik} 为第 i 个样品的第 k 个指标，每个样品测量了 p 个变量，则样品 x_i 和 x_j 之间的距离(D_{ij})的定义为：

$$D_{ij}(q) = \left(\sum_{k=1}^p |x_{ik} - x_{jk}|^q \right)^{\frac{1}{q}} \quad (6.39)$$

上式称明考夫斯基距离 (Minkowshi)，其中 q 为大于 0 的正数。当 $q=1, 2, \infty$ 时分别对应曼哈顿距离(Manhattan)、欧氏距离(Euclidean Distance)、切比雪夫距离(Chebychev Distance)。

K 中心聚类为一种快速聚类方法，适合处理大样本数据。K 中心聚类要求聚类变量为聚类变量。首先需要指定分类数 k ，各分类中心的初值可以自行指定，也可以由程序

自动给出，这里采用程序自动给出的方式。 K 中心聚类常采用迭代算法，不断调整各分类中心位置，直到收敛。

本题数据属于较大样本资料，聚类变量已经在附表给出，故使用 k 中心聚类法处理非常适合。

借助 spss 软件进行聚类，将所有观测站分成四类，各类的聚类中心为：

类别 聚类变量	Cluster			
	1	2	3	4
月平均风速	2.526365	2.725624	2.843190	2.413818
大风日数	2.385560	2.042989	2.962791	3.187727
月平均气温	3.504484	1.927691	7.044603	6.967844
月降水量	23.94545	25.04256	26.82573	12.07120
月蒸发量	153.24	127.47	157.95	174.29
月相对湿度	50.30031	60.13058	54.43152	54.25161
沙尘暴天数	0.52803	0.09263	0.45423	0.52274
相距北京距离	1,612	1,097	758	2,746
相距长沙距离	1,715	2,480	1,414	3,088

表 12—a 聚类中心表

聚类结果详见附表 3。

3、聚类结果分析

结果表 12—b 为各类中所含样品的频数，即包含观测站的个数，从数据来看，第 2 类包含的观测站的个数较少，只有 16 个，其他类包含数目基本相同。

Number of Cases in each Cluster		
Cluster	1	40.000
	2	16.000
	3	46.000
	4	41.000
Valid		143.000
Missing		0.000

表 12—b 聚类中心表

表 12—c 是方差分析表，分析各聚类变量是否具有统计意义，本例的 9 个变量中，月平均气温、月降水量、相距北京距离及相距长沙距离所对应的 p 值（sig）较小，可以判定此 4 个变量对观测站分类贡献较大，对分类具有较高的价值；而前两个聚类变量月平均风速、大风日数的 p 值相对较大，说明这两者对分类结果的影响相对不够显著。

ANOVA						
聚类变量	Cluster		Error		F	Sig.
	Mean Square	df	Mean Square	df		
月平均风速	1.521	3	0.939	139	1.620	0.188
大风日数	7.742	3	4.831	139	1.602	0.192
月平均气温	187.106	3	13.519	139	13.840	0.000
月降水量	1,796.184	3	154.462	139	11.629	0.000
月蒸发量	8,900.344	3	2,069.824	139	4.300	0.006

月相对湿度	385.763	3	84.525	139	4.564	0.004
沙尘暴天数	0.834	3	0.270	139	3.092	0.029
相距北京距离	30,166,258.938	3	101,291.213	139	297.817	0.000
相距长沙距离	23,301,461.023	3	93,468.226	139	249.298	0.000

表 12—c 聚类中心表

4、沙源影响范围的确定

结合前文，已知四个重要沙源：鄂尔多斯、阿拉善、柴达木、塔克拉玛干，此时需对每个沙源的影响范围进行分析估计。根据问题分析，将聚类中心的 9 个数值指标与各沙源的数值指标（包括 7 个气候指标和 2 个位置指标）进行相关性分析。经查阅相关资料得出四个沙源的数值指标为

数值指标	鄂尔多斯【25】	阿拉善【26】	柴达木【27】	塔克拉玛干【28】
月平均风速	5	8.2	6.8	8
月平均气温	7	9.3	15	12.4
月降水量	10	2.8	6.3	11.05
月蒸发量	224	235	230	308
月相对湿度	23	30	31	29.4
沙尘暴天数	19	14.9	20	19.5
相距北京距离	544	910	1946	2800
相距长沙距离	1323	1508	1981	3109

表 13 沙源气候位置指标一览表

经相关性分析后，可以得到：

沙源 聚类中心	鄂尔多斯	阿拉善	柴达木	塔克拉玛干
1	0.904	0.966	0.999	0.941
2	0.992	0.986	0.914	0.933
3	0.990	0.997	0.944	0.959
4	0.915	0.971	0.927	0.999

表 14 沙源与聚类中心相关分析表

分别用数字 1、2、3、4 标识沙源鄂尔多斯、阿拉善、柴达木、塔克拉玛干，由上表可知，聚类中心 1 与沙 3 的相关程度最大，因此我们断定类别 1 主要受沙源 3 的影响；同理可以确定出类别 2 主要受沙源 1 的影响，类别 3 主要受沙源 2 的影响，类别 4 主要受沙源 4 的影响，将各沙源的具体影响范围标示在中国地图上：

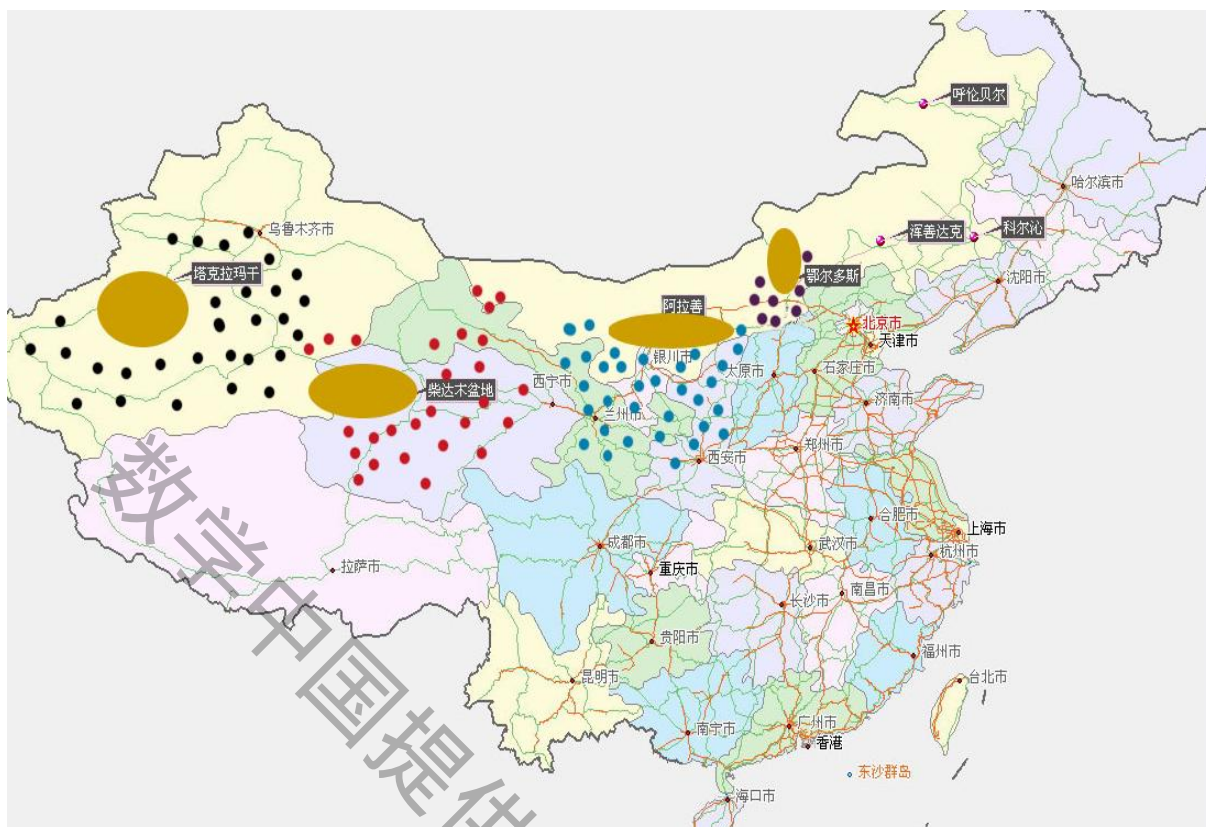


图 8、沙源影响范围示意图

七. 模型检验

两次改进沙尘暴预测结果对比分析

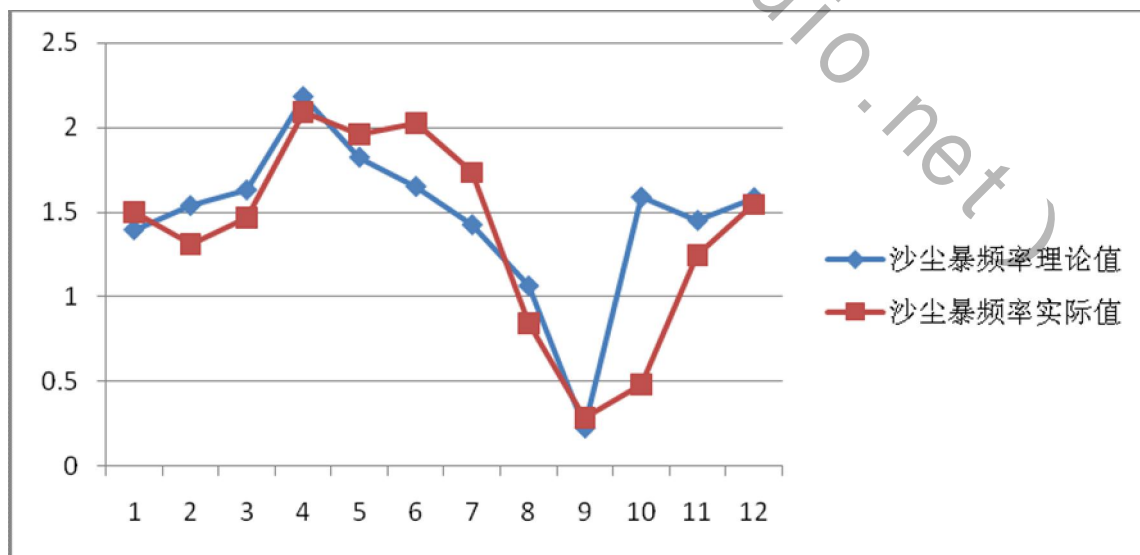


图 9、模型 1 预测结果图

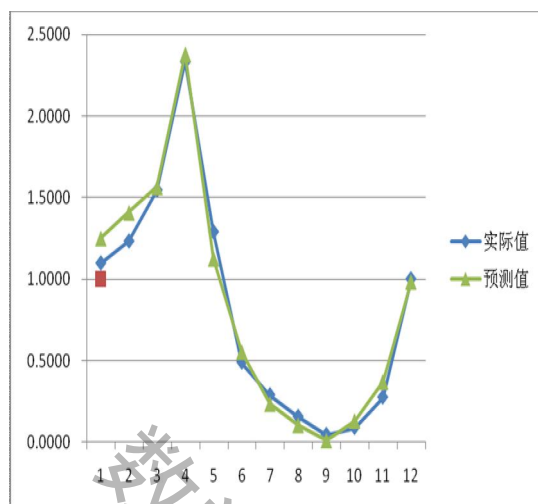


图 10、第 1 次改进预测结果图

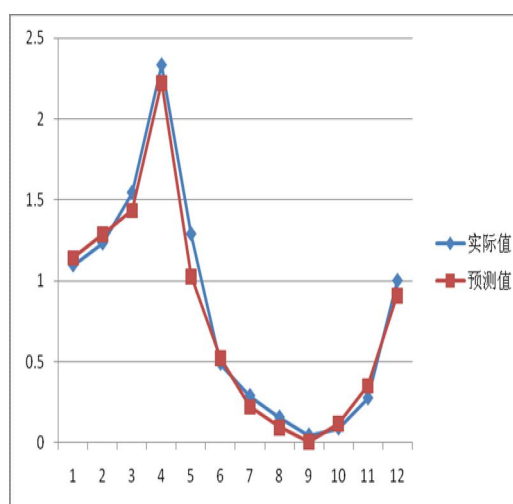


图 11、第 2 次改进预测结果图

经对比，改进前模型的预测结果与实际沙尘暴发生次数有较大偏差，但经考虑地理位置对沙尘暴发生次数的影响，对模型 1 进行第 1 次改进后，可以明显看出，除 1、2 月份外其他月份的预测值与实际沙尘暴发生次数吻合得较好；经考虑沙尘随风传输过程及沙源和观测站相对地理位置对沙尘暴发生次数的影响，对模型 1 作第 2 次改进后，发现预测值与实际值基本完全吻合，说明充分考虑到作用于沙尘暴发生次数的各种因素后，取得了更高的预测精度，进一步验证了修正模型的合力科学性和合理性。

八、结果分析

1、对模型一拟合结果的分析

在下图中，将拟合后所得的方程式（6.10）所确定的 45 年内各月的平均沙尘暴次数与实际的沙尘暴次数进行比较，我们发现：

（1）除 2、5、6、10 月份外其它月份的平均沙尘暴次数与实际吻合的较好，且整体吻合较好，说明该模型能较好地反映出诸多的气候影响因素对沙尘暴发生次数的内在作用机理，对于沙尘暴爆发可能性的预测有一定的指导意义。

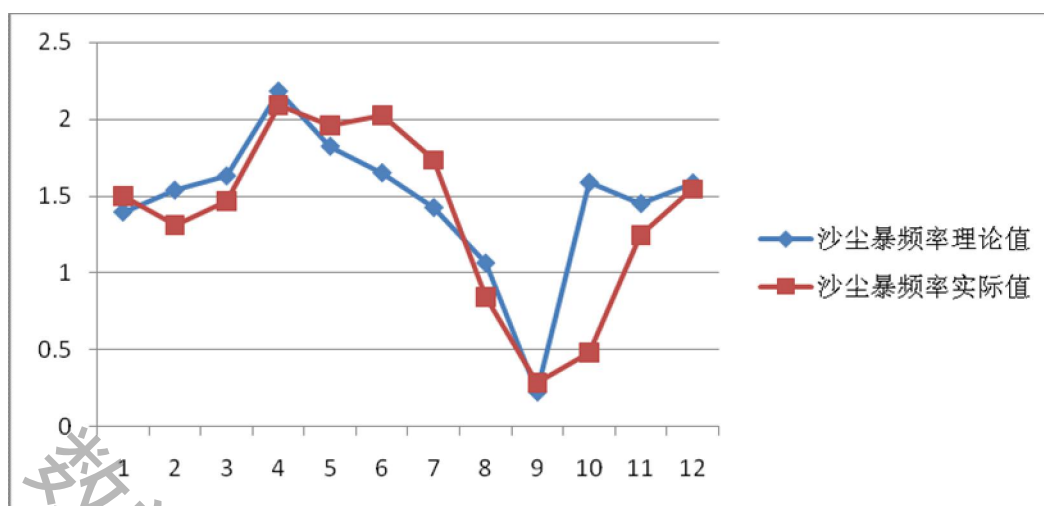


图 12、沙尘暴次数理论（拟合后数据）与实际数值对照图

(2) 由下表 5 可以看出，在所有影响沙尘暴次数的指标中，大风日数、温度差值及月均风速等三者同沙尘暴次数相关系数相对较大，从一定程度上，反映出这三者对于沙尘暴次数的作用较为明显。各指标都是通过影响气候影响指数进而对沙尘暴次数产生影响的，在我们得到的气候影响指数方程 (6.10) 中，也不难看出各个指标对沙尘暴次数影响的影响程度：

由于众气候影响因素中只有土壤湿润度同沙尘暴次数负相关，所以尽管它与沙尘暴次数相关系数相对较小，但它对于沙尘暴次数影响较大，因而是一个平方项。

月份	土壤湿润度	月平均风速	大风日数	温度差值	气候风蚀因子	气候影响指数	沙尘暴次数
1	0.5902	3.370455	2	-1.64091	4.8485	26.0492	1.5
2	0.35	3.28888	1.9	3.93429	4.003	79.5621	1.31111
3	0.5373	3.386667	4	7.475557	4.4573	124.775	1.466667
4	0.194	3.60888	5.5	8.38666	5.1592	413.804	2.08888
5	0.234	3.18444	5.1	6.78889	3.7502	224.95	1.955556
6	0.3821	2.92444	4.9	4.57111	2.9235	134.185	2.02222
7	0.7531	2.69111	4.4	2.20223	2.3393	30.5239	1.73333
8	0.7012	2.51333	2.3	-1.74889	1.8958	7.9406	0.84444
9	0.4788	2.35111	1.4	-6.17556	1.5162	4.0651	0.28888

10	0.1899	2.52	1.3	-8.051 11	1.9685	105.44 1	0.4888 8
11	0.2531	3.24	2.2	-8.615 56	3.8611	40.811 2	1.2444 4
12	0.3083	3.4704 55	2	-7.126 71	9.7837	102.99 8	1.5454 5
各因子与 沙尘暴次 数的相关 系数	-0.115 5	0.6877 7	0.8320 27	0.7012 91	0.4335 78	0.6016 57	1

表 14、各气候指标与沙尘暴次数对照一览表

2、异常点剔除后拟合效果差异分析

通过剔除前曲线拟合效果与剔除后曲线拟合效果对比分析剔除的合理性和必要性。剔除前后其拟合曲线分别为：

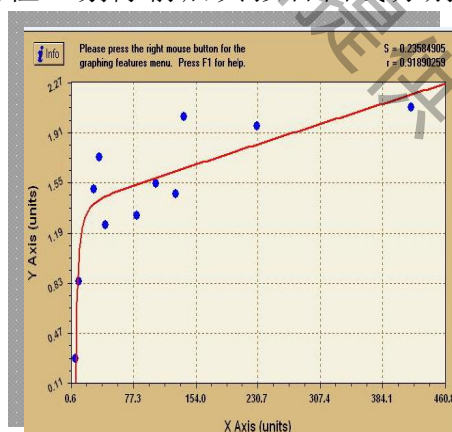


图 13、剔除后回归曲线图

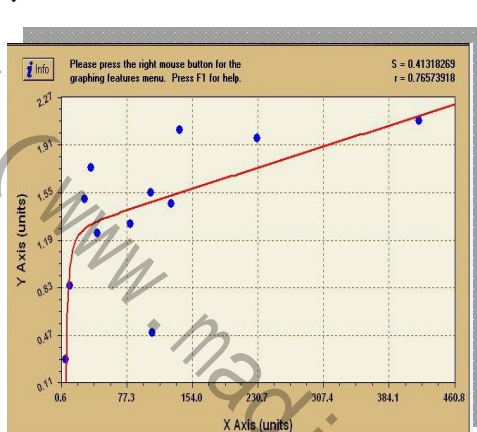


图 14、剔除前回归曲线图

相应可以得出两拟合曲线的标准偏差与 S 相关系数 r 的对比，详见回归效果对比表不难发现剔除异常点后，回归方程的标准偏差 S 减小了近一倍，相关系数也有很大幅度的增加，达到了 0.9 以上，说明剔除异常点后拟合曲线的回归效果远较剔除前回归效果优，回归更为显著。从而进一步说明了剔除异常点是非常合理的也是很有必要的。

	S	r
剔除前	0.413	0.765
剔除后	0.236	0.918

表 15、回归效果对比表

九. 模型的进一步讨论

1、在模型二中，在引入式（11） $\lambda_1=\lambda_2/H$ 来确定消光系数 λ_1 与消光率 λ_2 之间的关系时，综合相关的资料并经过理论分析，确定出沙尘天气影响空气层的厚度 H 为210m，但此值是在210m以上的高空沙尘粒子浓度较小，忽略其对消光率的影响的基础上提出的，但事实上，当沙尘等级较高时，210m以上的高空沙尘粒子浓度对消光率或多或少存在着一定影响的，因此 H 值该应该具体情况具体设定。

2、在模型三中，由于我们采用的方法是目估适线法，即通过观察理论曲线与灾损点配合得优异度程度来不断地修正 \bar{S} 、 C_p 、 C_s 的取值，以获得配合程度最好的一组值，但这难免会产生人为的误差。为了克服目估适线时的人为误差，可以考虑在计算机上，利用多参数模型搜索的方法和离差绝对值之和最小的适线准则来确定这三个统计参数。

3、在问题3的解决过程中，利用两点定位法在中国电子地图软件上测定出的任何两站到北京、长沙的距离虽可完全表征每个观测站的地理位置，但是由于在具体实施过程中全部都是人工标定计算，因而难免带来误差，且出于软件定距的精度难以保证，因此如果能利用地理信息详尽的各省份地图将各站的经纬度信息得到，定位精度会得到提高，聚类精度也将随之提高。

十. 模型优缺点

优点：

1、针对各省份不同观测站建立了适用于该站的三类模型：气候影响指数模型、沙尘天气等级评价模型及沙尘暴风险预测模型，较好解决了问题要求，且模型的针对性较强。

2、模型一中，经过综合权衡，将月平均风速、大风日数、土壤湿润度、地面温差、下垫面风蚀气候因子等气候因素对沙尘暴次数的影响综合为一个量——气候影响指数对沙尘暴次数的影响，通过广泛查阅相关资料，借助机理分析，深入探究了各因素与沙尘暴次数的内在作用机理，模型可操作性很强，并借助层次分析法将该研究方法推广到同一省份的不同观测站，模型适用性和实用性得到切实增强。

3、模型一中，引入大风日数和地理位置的差异对沙尘暴次数的影响，从而增加了模型的合理性，使模型更贴合实际。

4、在模型二中，从理论层面深入讨论了能见度与辐射度之间的内在联系，

说服力较强，且针对沙尘天气等级的评价方法简单易行。

5、在模型三中，巧妙地引入灾害熵对未来的沙尘暴风险进行预测，从而极大地减少了未来诸多的不确定性因素给风险预测带来的困难。

6、在问题 3 中从沙尘随风传输过程的物理机制出发，采用定性与定量相结合的方法，并借助 Rungar-kutta 方法进行数值模拟，建立沙通量指数衰减模型，加入了沙尘随风传输距离和地理位置差异对观测站沙尘暴预测产生的影响，对模型 1 在本次已经经过改进的气候影响指数模型进行了进一步的修正和完善，使得模型更加贴合实际。

7、在电子地图上采用两点定位法在位置信息无法获取的情况下衡量出观测站的地理位置。

8、聚类分析取得了很好的分类效果，极大简化了因观测站为数众多而给影响范围的确定带来的巨大计算量，且给出的各沙源大致的影响范围。

缺点：

1、由于各气候影响因素量纲不同，其数值的相对大小差别比较大，因而将他们合并讨论时，有可能会出现相对数值较大的因素弱化其它因素对沙尘暴次数的作用的情况，而使得结果产生变异。

2、在问题 3 的解决中，将到达观测站的沙通量作为一个修正因子对该站的气候影响指数进行修正，修正方式有些粗糙。

3、在定位的过程中，由于某些站在电子地图上难以标定，此时采取了结合其地理位置进行估计的策略，难免会带来较大误差，但由于此类遗失观测站为数较少，对分类的精度应该影响不大。

4、在假设中，忽略了中国境外沙源对境内的观测站发生沙尘暴的影响，而实际背景下，沙尘暴的引发原因已经全球化，境外的沙源同样会对我国的观测站不同程度上产生影响；且假设中忽略了不同沙源所在地的重力加速度、沙粒大小、沙粒密度、空气密度的差异，而实际生活中，各沙源因所处海拔、土质、地形的差异，以上量显然或多或少存有差异。这些假设都会对结果产生一定误差，使得模型与实际情况略有不符。

十一. 参考文献

【1】FAO. A provisional Methodology for Soil Degradation Assessment [M]. Rome : Food and Agriculture Organization of the United Nations ,1979.

【2】石慧兰，王新堂，邵志勇，陈成国，张建海 德州生态质量气象评价中湿润指数定量分析，《山东气象》第 27 卷，2007 年 3 月

【3】张广兴，李霞 《沙尘暴观测及分级标准研究》 《中国沙漠》第 23 卷第 5 期，2003 年 9 月

- 【4】任鲁川, 灾害熵: 概念引入与应用案例 《自然灾害学报》第 9 卷 2 期, 2000 年 5 月
- 【5】冯利华, 李凤全 基于最大熵原理的灾害损失分析, 《数学的实践与认识》第 35 卷第 8 期, 2005 年 8 月
- 【6】李艳春 宁夏中北部地区沙尘暴频率气候影响指数模型的建立, 《干旱气象》Vol. 22 NO. 1 Mar, 2004
- 【7】韩中耕, 《数学建模方法及其应用》, 北京: 高等教育出版社, 2005.06
- 【8】王毅, 饶瑞中 空间斜程能见度的影响因素分析, 《强激光与离子束》第 15 卷第 10 期 2003 年 10 月
- 【9】辛金元, 张文煜, 袁九毅, 刘立超 沙尘气溶胶对直接太阳辐射的衰减研究, 《中国沙漠》, Vol. 23 No. 3 May 2003
- 【10】姚润丰 中央气象台发布沙尘暴橙色警报, <http://www.sina.com.cn>, 08..4.12
- 【11】我国沙尘暴的沙源及路径<http://www.sina.com.cn> 2002年03月20日14:39 新华网。
- 【12】Shao Y, M R Raupach, J F Leys. A model for predicting aeolian sand drift entrainment on scales from paddock to region[J]. J Soil Res, 1996, 34: 309 - 342
- 【13】Shao Y, M L Lance. Wind erosion prediction over the Australian continent [J]. J Geophys Res, 1997, 102: 30091 - 30105
- 【14】Owen R P. Saltation of uniform grains in air [J]. J Fluid Mech, 1964, 20: 225 - 242
- 【15】gogle 《中国西部报告》
- 【16】White B.R, And Schulz J.C, Magnus effect in saltation J.Fluid Mech, 81:497-512 (1977).
- 【17】Anderson R.S, and Haff P.K, Wind modification and bed response during saltation of sand in air. Acta.Mech. (Supp) 1:21.25(1991)
- 【18】刘贤万, 实验风沙物理与风沙工程学. 科学出版社, 北京, 1995.
- 【19】黄宁, 沙粒带电及风沙电场对风沙跃移运动影响的研究, 兰州大学, 博士学位论文, 2002
- 【20】Gao yuan, Fan songmiao, Sarmiento J L. Aeolian iron input to the ocean through precipitation scavenging: A modeling perspective and its implication for natural iron fertilization in the ocean. J Geophys Res, 2003, 108(D7): 4221, doi:10.1029/2002JD002420
- 【21】White F.M. Viscous fluid flow. McGraw-Hill Book Company, New York(1974)

【22】Ungar J.E .and HaffP.K, Steady state saltation in air, Sedimentology , 34:289-299(1987)

【23】普朗特.L, 奥斯瓦提奇.K, 维格哈特.K, 流体力学概论, 北京:科学出版社,1981.

指	观 测	5361	53615	53705	5372	权 重	特征值及一致性指标, 比率
月 平 均 风 速	5361	1.00	1.25	1.49	1.28	0.307	$\lambda_{\max}=4.0$ $CR=0.0$ $CI=0.0$
	5361	0.80	1.00	1.1920	1.02	0.246	
	5370	0.67	0.83	1.00	0.85	0.206	
	5372	0.78	0.97	1.1641	1.00	0.240	
大 风 日 数	5361	1.00	0.344	0.6034	0.93	0.151	$\lambda_{\max}=4.0$ $CR=0.0$ $CI=0.0$
	5361	2.90	1.000	1.7500	2.71	0.437	
	5370	1.65	0.571	1.0000	1.55	0.250	
	5372	1.06	0.367	0.6434	1.00	0.161	
平 均 气 温	5361	1.00	0.973	1.0270	0.90	0.243	$\lambda_{\max}=4.0$ $CR=0.0$ $CI=0.0$
	5361	1.02	1.000	1.0556	0.92	0.250	
	5370	0.97	0.947	1.0000	0.87	0.236	
	5372	1.11	1.080	1.1400	1.00	0.270	
平 均 降 水	5361	1.00	0.943	1.0943	1.54	0.276	$\lambda_{\max}=4.0$ $CR=0.0$ $CI=0.0$
	5361	1.06	1.000	1.1600	1.64	0.292	
	5370	0.91	0.862	1.0000	1.41	0.252	
	5372	0.64	0.609	0.7073	1.00	0.178	
相 对 湿 度	5361	1.00	0.911	0.9381	0.88	0.232	$\lambda_{\max}=4.0$ $CR=0.0$ $CI=0.0$
	5361	1.09	1.000	1.0291	0.97	0.255	
	5370	1.06	0.971	1.0000	0.94	0.248	
	5372	1.13	1.030	1.0600	1.00	0.263	
月	5361	1.00	1.100	1.1800	1.22	0.279	$\lambda_{\max}=4.0$

【24】宇传华,《spss 与统计分析》, 北京: 电子工业出版社, 2007.02

【25】刘立超等敦煌地区沙尘气溶胶质量浓度的观测研究,《高 原 气 象》 , Vol. 24 No. 5October, 2005

【26】李爱军,河西走廊地下水资源,《干 旱 区 资 源 与 环 境》, Vol.18 No. 6 Nov. 2004

【27】董 雯、赵景波,毛乌素沙地的形成与治理,《贵州师范大学学报》, Vol. 24. No. 4Nov. 2006

【28】崔向慧等, 民勤绿洲- 荒漠过渡区沙土温度的变化特征,《林业科学研究》 2003 ,16(6) :708~714

十二. 附录

	5361	0.90	1.000	1.0727	1.10	0.254	
	5370	0.84	0.932	1.0000	1.03	0.237	
	5372	0.81	0.901	0.9672	1.00	0.229	

数学中国提供 (www.madio.net)

附表 1 方案层正反比较矩阵