

# 一种新的缓解 Braes 悖论的方法的可行性分析

## ——以北京二环内交通为例

张强，张卓，左名浩  
(南京大学 210000)

### 一、 问题重述

根据北京统计信息网<sup>[1]</sup>数据显示，北京人拥堵时花在路上的时间是顺畅时的2.2倍。截止2007年底，北京市城八区道路总里程约为4455公里，年均增长率超过10%。道路容量不断提高，但道路服务质量却不断下降，2000年的道路运行系统测试表明，二环内的中心区，道路平均速度不到 10km/h，在高峰时段，中心区一半以上的主干道发生交通阻塞。Braess悖论常常是造成实际交通效率显著下降的最终原因，即在一交通网中增加路径可能导致新网络中的均衡交通流的通行时间不降反升，产生与预期相反的结果。

在上一轮的论文中，我们已经通过最小流算法通过费用最小的寻优模拟过程很好地解释了Braess现象的发生，即在对信息不完全掌握的情况下，表现出趋同性，致使交通网路效率低下，甚至堵塞。在费用矩阵的计算中，我们运用了排队论衡量了等待费用，进而验证了北京二环路网中Braess悖论的存在。那么，反向思考之，在发生交通拥堵的时候，如果暂时关闭其中的某条道路，是否可以缓解交通堵塞的现象？

综上所述，我们将在本文中建立模型以解决如下问题：

- (1) 以北京二环路网为例，验证用临时关闭道路的方法缓解交通堵塞的可行性。
- (2) 在(1)中方法合理有效的基础上找出关闭道路的最优方案，给出求该方案的算法。

### 二、 问题分析

首先，我们利用上一轮已收集的北京市二环内中心区数据，继续对模型的简化，我们需要找到北京市二环内路网主干道路的数据。但由于时间和条件限制，我们无法找到齐全的所有指标的详尽资料，于是我们把通过适当的估计将问题数据要求合理的简化，再根据具体的路况状态定态分析校正。

第一问：

1、对如何避免 Braess 悖论进行深刻的认识。在一张充分简化的路网中，取消其中某条路径，比较取消前后的平均流量，进而分析题述方法是否可行。

2、我们假设人的路径选择始终以费用最小为准则，便可以建立最大流量最小费用的图论模型分析北京二环内的主干道情况，同时简化路网，为寻优带来方便。生成模型所需数据：最大流量矩阵、费用矩阵，我们运用了 Smeed<sup>[2]</sup>的城市中心路网模型解决了流量数据不完整的问题，建立交通节点的排队模型描述路径选择的成本。分别对北京二环减少通路前后的路网成本进行描述，并通过比较得到我们的结论。

3、完备本题中费用的概念，它应包含时间费用、经济费用、行程费用等因素，提高模型对现实的拟合程度。

第二问：

根据问题一中所建立的模型，我们遍历检验各条主道路临时关闭的结果，进一步对路网费用进行衡量，从而得到最优方案。我们还将向驾驶员以及政府部门提出相应建议，妥善解决北京二环内的交通拥堵。

### 三、模型的基本假设

完善上一轮假设有：

- 1) 每个驾驶员个体均按照费用最小原则进行路线选择，费用函数能够合理描述驾驶员的决策行为。
- 2) 交通系统处于理想的路网容量状态，路网状态可以被驾驶员时间费用总和进行描述。
- 3) 每个驾驶员掌握的信息都来自“信息素”（GPS 信息），驾驶员总是倾向朝信息素多的地方走，但多会以小概率犯错误，从而偏离信息素最多的点。
- 4) 初始状态为出现拥堵状态的临界点，便于观察改进是否有效。
- 5) 根据最大效用原则，在道路限速允许的前提下，驾驶员将尽可能的快行。
- 6) 为便于思考，模型考虑的是单位时间内的路网情况。
- 7) 道路的自然情况良好，无事故，各道路绿信比相等。

### 四、模型准备与概念引入

1、本文涉及的参数：

$C(e)$ ：驾驶员选择路径的一般费用函数；

$T, \alpha$ ：时间费用以及其在一般费用中的权重；

$M, \beta$ ：经济费用以及其在一般费用中的权重；

$L, \theta$ ：行程费用以及其在一般费用中的权重；

$\gamma$ ：拥挤费用以及其在一般费用中的权重；

$\omega$ ：客观情况的驾驶员权向量；

$extra$ ：附加费用，例如公共汽车对后方车辆的影响，商贩占道；

$t_r$ ：节点间汽车行驶时间；

$t_w$ ：交通节点等待时间；

$\varepsilon_i$ ：表征路段时间费用中存在的干扰因素，这里假定  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ ；

$\varepsilon$ ：路段供需匹配系数；

$V$ ：路段交通供给；

$D$ ：路段交通供给；

$Q$ ：路段实际流量；

$Q_0$ ：路段设计流量；

## 2、路网分析

北京市二环路网地处北京市中心区，路网的有效性受到以下几个因素的影响：

- 历史古迹的影响。城市中心区的历史古迹不得有城市道路穿过，因此，道路网从北到南存在几部分道路网无法覆盖的空白区域，这增加了其周边道路系统的压力。
- 道路容量和密度的影响。除道路的长度和路宽以外，快速路、主干路、次干路和支路等的配比和分布很大程度上决定了其路网效率。从北京的实际情况看，北京二环内的主干道和次干路比例不均。而且南北朝向表现尤为严重，这也影响了二环内路网的效率。

因此，我们根据北京二环内部的交通量分布，选取了以积水潭桥为出发点，左安门桥为目的地的寻优端点。



图 1

## 3、路网简化

将北京二环路以内（包含二环路）的交通线路较为复杂，不便于研究，因此，我们将主干路罗列如图 2：

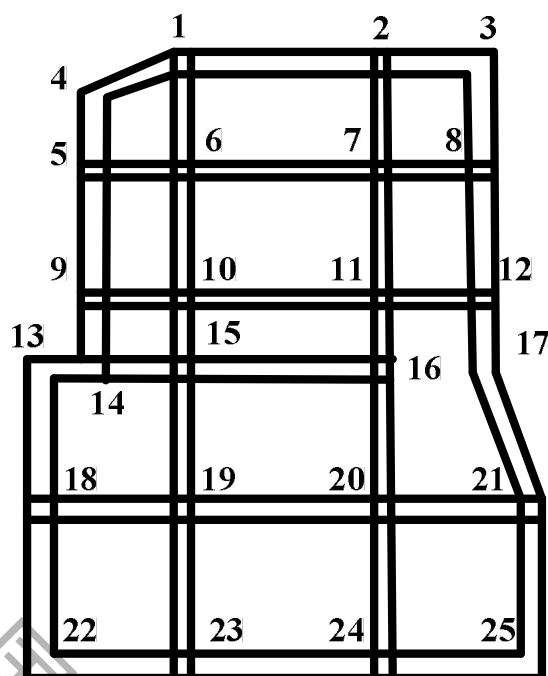


图 2

- 将各个节点（即路口）编号为 1~25（如图 2），其中起点为 1（积水潭桥），终点为 25（左安门桥）。利用 Google Map 的测距功能测出各相邻节点（从  $i$  点到  $j$  点， $i, j$  含义如图 2）的距离，距离列表见附表 1：
- 利用网络搜索所得北京市的限速图片，标定了各条线路的限速。图片及列表见附图 1，附表 2：<sup>[2]</sup>（从  $i$  点到  $j$  点， $i, j$  含义如图 2）
- 根据《公路工程设计标准》<sup>[3]</sup> 的数据准则，我们将所得线路的设计流量作为衡量道路通行能力的标准，如附表 3（从  $i$  点到  $j$  点， $i, j$  含义如图 2）：

## 五、 模型建立

### 1、驾驶员的一般性费用：

在上一轮论文中，我们研究了驾驶员驾驶费用的量化问题，然而它假定每个人的行为严格按照最小时间费用选择路径，这并不能完全体现人作为复杂个体的全部特征，这里我们将放松假设，引入一般性费用的概念并用它衡量驾驶员的驾驶体验。一般性费用包括驾驶员选择路径的行程时间费用  $T$ 、经济费用  $M$ 、出行距离  $S$ 、拥挤费用  $Q$ ，附加费用  $extra$ （例如公共汽车对后方车辆的影响，商贩占道）。不同驾驶员将会在指标的权重尚有较大差异。我们将根据实际情况对一般性费用的各个指标分配不同的权重。因此，此时多目标规划的目标函数可以解释为：

$$\min.C(e) = \alpha T + \beta M + \theta L + \gamma Q + extra \quad (1)$$

之前的研究中我们已得到：

$$T = f(e) = t_r + t_w = \frac{L}{v_r} + t_w \quad (2)$$

其中  $t_w$  由交通路口排队模型  $t_w = \frac{L}{\lambda_{ij}} = \frac{1}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}}$  得到，此式在假设道路的自然情况良好，无事故，并且排除天气情况影响的情况下得到的。而现实中，由于道路自然情况的不确定性的存在，我们引入随机因子  $\varepsilon_i$  表征可能存在的干扰因素，这里设定  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ 。则时间费用的计量有：

$$T = f(e) = t_r + t_w + \varepsilon_i = \frac{L}{v_r} + t_w + \varepsilon_i \quad (3)$$

## 2、驾驶员的出行决策：

城市中心区的公路交通系统中在城市交通系统中，驾驶员、交通控制系统和交通诱导系统之间的关联方式极为复杂。驾驶员是自主的智能体，接受系统所传递的出行信息，并结合自身经验选择出行时间和出行路线等。驾驶员的路径选择是非线性、动态和时变的决策过程，不同的个体决策结果可能差异很大，具有不确定性和模糊性。<sup>[4]</sup>

驾驶员会考虑收集到的上述改进模型中变量的交通信息和以往出行的经验，并根据出行目的和个体特性对信息进行解释，确定决策规则<sup>[5]</sup>。这件体现为参考因素的系数确定。最后，他仍将按照最小费用的准则，不断进行检查反馈直至形成出行决策方案。具体的出行决策过程见下图：

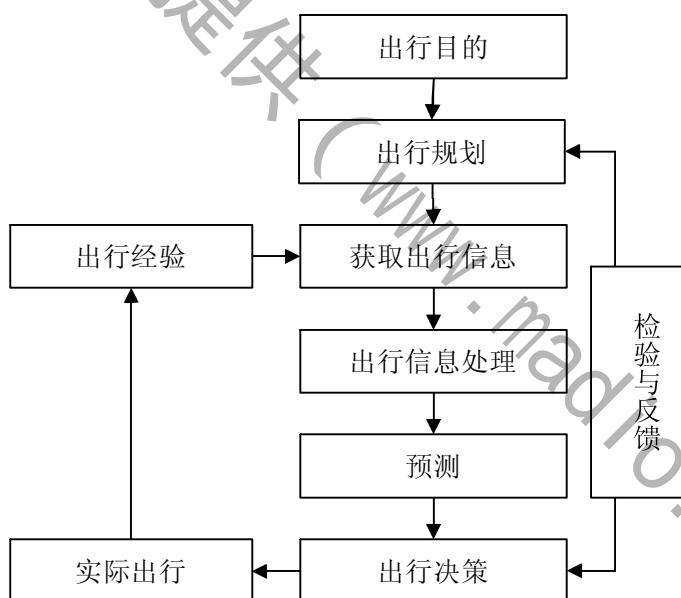


图 5：驾驶员出行行为决策

在驾驶员进行出行决策的过程中，出行信息的获取和处理起着至关重要的作用。作为拥有 GPS 系统的驾驶员，他将知道同一阶段中的其他驾驶员的决策信息，他将具有“完美的信息”；相反，没有 GPS 的驾驶员无法预知他人的选择决策，造成的一种困境：所有驾驶员按照已有的经验选择出行，形成巨大的拥堵费用，降低了路网的效率。信息处理时，驾驶员根据自身的驾驶体验确定个目标的权重，对所具备的信息进行相应的处理，得到驾驶员个体可供选择路径的费用，最后确定最优的路线。

## 3、驾驶因素权重的确定

驾驶员费用生成的因素的权重可以通过问卷和访谈的形式生成有效的评价信息而确定，然后通过层次分析或模糊评价等常规方法生成。这里我们为了模拟大量随机的样本决策，采用生成随机权重的方法表现不同特征个体表现出的权重。

#### 4、均衡情况的探讨

我们把路网内的均衡粗略的划分为用户最优和路网最优。

##### ● 用户最优

理想情况下，把驾驶员行为与市场上的投机者相比，最后的路网内最短路径将不存在。因为在路网中出现最短路径时，将会有大量的驾驶员选择这条路径并造成此路径的拥堵，路径费用增加，这便是路径需求暂时超过供给时的情况。拥堵出现后，驾驶员将改变决策。因此，路网中的路径将反复出现 Braess 悖论所描述的情况，直到用户的最优的出现，即静态情况下，路径供给无差别，任何路径的一般性费用相同。GPS 将使驾驶员的信息更完美，缩短到达均衡的时间。

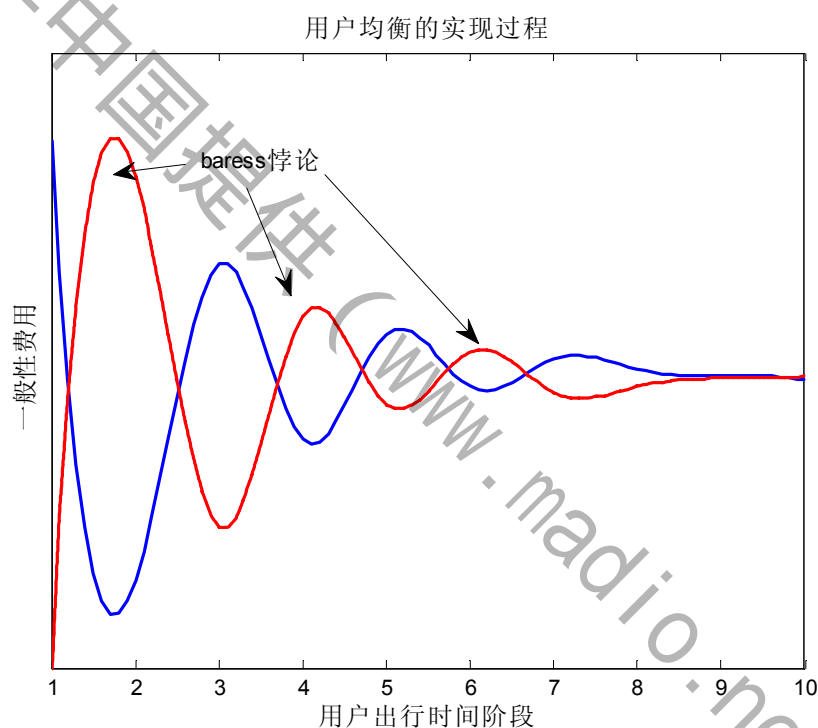


图 6：用户均衡实现过程

图中红色虚线为新加入的路径，初始时刻它有更小的费用。两条路径的费用随时间产生波动，直至路径的用户均衡。

##### ● 社会最优

相对用户，社会最优将是较为宽泛的界定，由于交通监管只在乎总体的效率优劣，因此路网效率的量值可以最为衡量路网最优的变量。而最有路径的存在与否并不是那么重要。没有拥堵现象的出现可以视为较好的路网情况。路网最优的条件可解释为在正常交通量的情况下，路况良好并且路网总费用最低。

前面的论文中，我们得到了堵塞系数，同时衡量了交通供需的关系，这里我们将给出堵塞系数更合理的解释。我们定义交通拥堵率来描述可通过流的衰减，交通拥堵率与费用的关系如下：

$$Q = Q_0 \cdot \theta$$

可见这里， $\varepsilon = \frac{1}{\theta}$ 。这里引入供需匹配系数：

$$\varepsilon = \frac{V}{D}$$

其中  $V$  为路径容量， $D$  为交通需求且  $D = D(C)$  关于路径费用单调递减的函数。

$$\begin{cases} \varepsilon \leq 0.9, \text{供给不足} \\ 0.9 < \varepsilon \leq 0.95, \text{基本匹配} \\ 0.95 < \varepsilon < 1.05, \text{良好匹配} \\ 1.05 \leq \varepsilon < 1.10, \text{基本匹配} \\ 1.10 \leq \varepsilon, \text{供给富余} \end{cases}$$

0.95 <  $\varepsilon$  ≤ 1.05 时，交通系统中供需良好匹配即为社会最优的体现，即资源的合理配置。以上对均衡进行了分析表明社会最优的路网状态是一种更为宽泛的优化概念。更符合现实情况。因此我们将选取供需匹配系数作为研究中可行的参数。

#### 5、费用形成的确定

- 我们将各项费用用随机数模拟多个驾驶员的决策，以表现个体差异从而得到与实际相近的结果并应用 matlab 随机数生成 100 组随机权重，我们认为他可以很好的模拟驾驶员的决策。
- 我们将运用客观和主观赋权法模拟驾驶员的目标函数，以表现一个较为普通的驾驶员行为。在赋权法中，主观赋权法有较大的主观性，将对问题认识和解决带来很大的失真，然而，我们将应用客观赋权法确定驾驶员对于行驶时间、行驶距离、驾驶的拥挤程度以及经济成本的关注程度，基于赋权结果，我们将给出一般性费用的衡量变量。

#### 6、驾驶员寻路的模拟

- 根据假设，驾驶员仍将按照最小费用的原则进行行驶，我们将利用最大流最小费用流方法衡量路网的费用，在每一次删去一条路时，比较路网的效率。
- 总体费用函数的定义

$$F(e) = \sum_Q C_i(e) \quad (14)$$

总体费用函数定义对于流  $Q$  所产生的驾驶费用的总和。其中  $F$  为费用加总； $Q$  为单位时间流量； $T$  为驾驶员的时间费用。

我们建立了北京市二环内的简化地图取得其中 25 个节点，对于容量网络  $G = (V, E, C, t)$ ，单位流量的费用  $t = T(e)$ ，给定流  $Q$  时，得到可行流  $f = \{f_{ij}\}$  使得流量为  $Q$ ，总费用最小：

$$F(Q) = \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} f_{ij} \quad (15)$$

根据我们对驾驶员决策的假定，驾驶员将按照最小费用在图中寻优，等到其最适路径。

#### 7、一般性费用与流量的联系

由以上分析，我们知道在路网中，用户均衡的实现将伴随着费用波动的过程。而实际中，这将是多路均衡的过程。由上述的一般性费用的推导我们可以得到驾驶员决策时流量及费用的关系：

$$C(e) = \alpha(t_r + \frac{1}{\mu - Q}) + \beta M + \theta L + \gamma Q + extra$$

当一般性均衡实现时，有：

$$C_1(e) = C_2(e) = \dots = C_n(e)$$

## 六、模型求解

### 1、一般性费用

#### ● 时间费用

在高峰期间的十字路口，我们采用 M/M/1 的排队模型研究较具有代表性的广渠门大街：根据调查的结果单方向上车流量为 1639 辆/h，平均 2s 通过一辆汽车，假设车辆到达是随机的，则排队系统中的车辆数计算如下<sup>[6]</sup>：

$$\lambda = 4/9(\text{辆/s}), \quad \mu = 1/2(\text{辆/s})$$

根据公式： $\rho = \lambda / \mu = 0.89 < 1$ ，排队系统是稳定的。

排队系统中的平均车辆数： $n = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{0.89}{1 - 0.89} = 8(\text{辆})$

$$\lambda_{ij} = c_{ij} = CL_{ij}, \quad \mu_{ij} = 1/2 (\text{辆/秒})$$

对于系统中排队的逗留时间，可以证明其服从参数为的负指数分布，

$$P(T > t) = e^{-(\mu - \lambda)t}, \quad t > 0$$

因此平均逗留时间为：

$$t_w = \frac{1}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}}$$

对于排队分析的结果的可得：广渠门排队系统中将有 8 辆汽车，说明尽管车辆通过界面的数量大于车辆到达的数量，系统可以达到稳定状态。然而，任然存在缓慢行驶甚至停止的汽车，同时考虑到队长于路长的关系，可知当路长小于队长时，排队车辆将占用路口空间导致堵塞。

从模型中可以看出，道路情况（路宽，车道数，路长）和车流情况（车流量、停车时间）将影响系统平衡的到达。

#### ● 拥挤费用

我们将用实际流量  $Q$  来衡量，在行车时，驾驶员花费的拥挤费用。

#### ● 经济费用

经济费由被定义为路径选择时产生的货币消耗。包括停车费用，油耗等。这里我们忽略停车费用，仅以油耗表征经济费用：

$$M = k(v) \cdot S$$

$k(v)$  为历程耗油数，其为车速的函数。数据表示见附录。由于附加费用对驾驶员群体决策结果影响较小并且难以度量而忽略。

#### ● 权重的确定

由于变量之间具有一定的关联性，主成分分析原来的变量重新组合成性的相互无关的综合变量代替原来的变量，同时这些较少的变脸应尽多的反映原来的信息。将变量标准化，再进行相关性分析得到路径特征的五个变量之间的相关系数矩阵：

行驶时间	公路流量	行驶距离	经济费用	行驶速度
------	------	------	------	------



行驶时间	1	-0.2671	-0.2284	-0.2046	-0.271
公路流量	-0.2671	1	-0.2682	-0.196	-0.175
行驶距离	-0.2284	-0.2682	1	-0.2842	-0.2548
经济费用	-0.2046	-0.196	-0.2842	1	-0.2786
行驶速度	-0.271	-0.175	-0.2548	-0.2786	1

表 4：因素的相关性分析

通过其特征值的比较得到各因素的权向量：

$$\omega_0 = (0.2662, 0.2606, 0.2398, 0.2279, 0.0055)$$

- 一般性费用矩阵的图形表示：

驾驶员的客观一般性费用

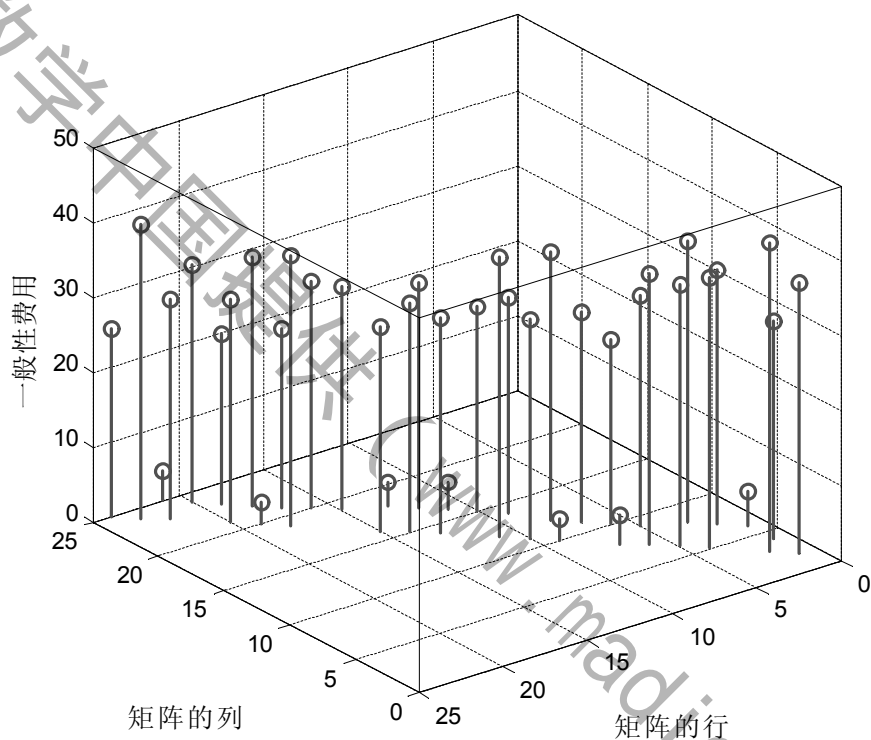


图 7：驾驶员的客观一般费用

随机权重生成的一般费用矩阵

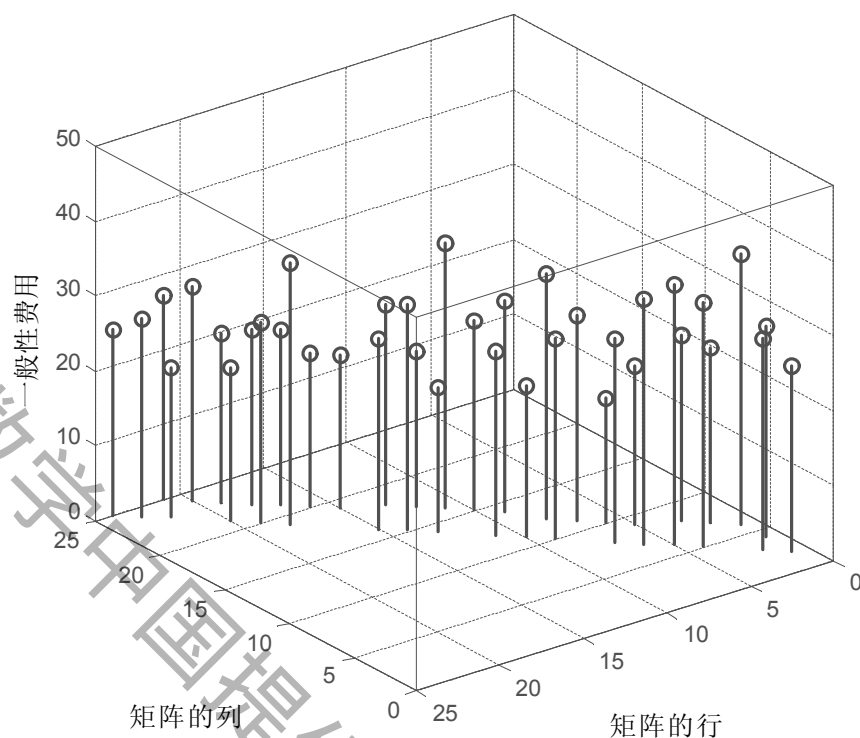


图 8：随机权重生成的平均一般费用矩阵

由此可见，在交通网络中的驾驶员个体不会对结果造成较大的影响，客观的驾驶决策在选择路径时则会有很大的波动性。

## 2、用户寻路

我们模拟 100 名具有不同个体特征的驾驶员在路网中寻路，得到较为理想的三条最优路线，见下图，其中每条路对于用户具有替代关系。达到均衡时费用指标相等。

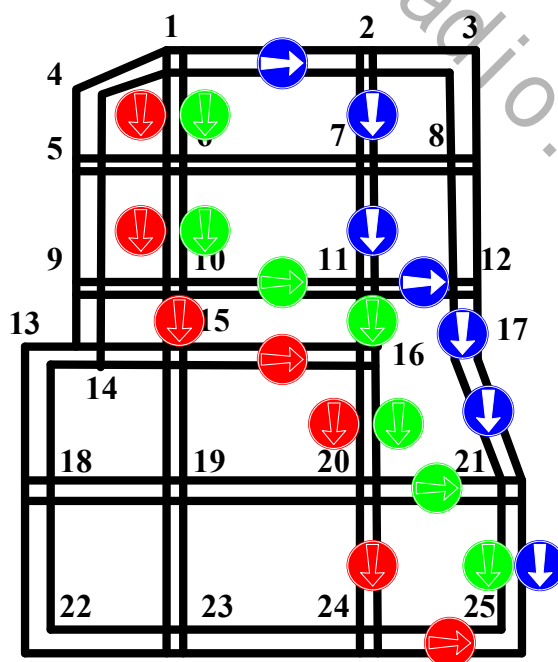


图 9：100 名驾驶员最优路线

对于随机模拟的 100 名具有不同个体特征的驾驶员寻路结果如图，其中 24 人选择蓝色路线，16 人选择绿色路线，21 人选择红色，总体费用为 15135。表征了当前情况的路网效率。我们将对这三条具有替代关系的路线进行分析。

用户路线选择情况										数量统计
25	21	17	12	8	3	2	1			1
25	21	17	12	8	7	2	1			3
25	21	17	12	11	7	2	1			24
25	21	17	12	11	10	6	1			8
25	21	20	16	11	7	2	1			1
25	21	20	16	11	10	6	1			16
25	21	20	16	15	10	6	1			6
25	21	20	19	15	10	6	1			8
25	24	20	16	15	10	6	1			21
25	24	20	16	15	10	6	7	2	1	1
25	24	20	19	15	10	6	1			2
25	24	23	19	15	10	6	1			9

表 5: 用户路线选择情况

### 3、解决悖论的路径删减方案:



图 10: 北京市二环拥堵的实际情况

图中可以看到东直门存在轻微拥堵的拥堵较为严重，崇文区拥堵严重。以及正阳门内路网拥堵较为严重。分别对可能存在的拥堵道路进行删减得到以下结果：

鼓楼附近路段删减后得到总费用 13917:

用户路线选择情况								数量统计
25	21	20	16	11	10	6	1	7
25	21	20	19	15	10	6	1	1
25	24	20	16	11	10	6	1	10
25	24	20	16	15	10	6	1	29
25	24	20	19	15	10	6	1	11
25	24	23	19	15	10	6	1	42

表 6: 鼓楼附近路段删减用户路线选择情况

崇文区附近删减后总费用 13916:

用户路线选择情况								数量统计
25	24	20	16	11	10	6	1	15
25	24	20	16	11	7	2	1	4
25	24	20	16	15	10	6	1	27
25	24	20	16	15	10	6	7	2
25	24	20	19	15	10	6	1	12
25	24	23	19	15	10	6	1	35
25	24	23	19	15	10	11	7	5

表 7: 崇文区附近删减后用户路线选择情况

东直门附近删减后总费用 13917:

用户路线选择情况								数量统计
25	21	20	16	11	10	6	1	7
25	21	20	19	15	10	6	1	1
25	24	20	16	15	10	6	1	29
25	24	20	16	11	10	6	1	10
25	24	20	19	15	10	6	1	11
25	24	23	19	15	10	6	1	42

表 8: 东直门附近删减后用户路线选择情况

正阳门附近删减后总费用 14172:

用户路线选择情况								数量统计
25	21	17	12	11	7	2	1	9
25	21	17	12	11	10	6	1	1
25	21	20	19	15	10	6	1	5
25	24	20	19	15	10	6	1	32
25	24	20	19	15	10	6	7	1
25	24	23	19	15	10	6	1	49
25	24	23	19	15	10	6	7	1

25	24	23	19	15	10	11	7	2	1	2
----	----	----	----	----	----	----	---	---	---	---

表 9：正阳门附近删减后用户路线选择情况

由以上结果可知，对于模型内情况，减少二环崇文区路段的交通通行将有效降低拥堵，实现路网效率的提高。

## 七、 模型评估

本文针对北京市二环及其内部路网的 Braess 现象进行分析，通过供需平衡理论解释了 Braess 现象的存在，并依照不同路径在行驶时间上的差异及路网使用者的价值标准确立定价准则，既能反映路径间的替代效应和路网交通的平衡状态，又能体现路网用户的心理效应。并利用供需匹配系数较为准确地判断了现象的发生。模型通过微观机理分析宏观问题，具有较强的理论基础和稳定性。最小流算法通过费用最小的寻优模拟过程很好地找到了存在具体替代关系的优化路径，找到了致使交通网路效率低下，甚至堵塞的具体路径。费用矩阵的计算，我们运用了排队论衡量了等待费用，并应用客观赋权法和随机模拟得到具有不同个体特征驾驶员的费用矩阵。模型对驾驶员行为的细致分析具有很好的实用性和理论价值，可以推广到更广的网络领域。对于难以量化的据测因素，本文给出定性的分析，费用函数尚具有开发价值，可以应用到多个个体博弈的复杂网络中。

模型的进一步提升可以从两方面入手：对于驾驶员的决策模型可以加入其主观对信息的评价，可以利用模糊方法求解；对于最优路径的选择，可以运用较为复杂的蚁群模拟算法。同时，假设的放宽也将带给模型更好的准确性。

## 八、 结束语

本文从宏观交通流角度出发，建立数学模型，验证了用临时关闭道路的方法缓解交通堵塞的可行性，并根据北京市二环内路网的实测数据给出了算例，检测出其交通系统的确存在Braess悖论中的情况。再进一步提出了求最佳方案的算法，并预计该方案能在多大程度上解决问题。本文虽研究了判定Braess悖论存在与否的模型，但考虑到初始假设的严格性，仍需进一步的深入研究。尽管实际问题中往往驾驶者还有许多个性化的要求，但本文考虑的仍是局中人出于对最短行驶时间的需求在决策中所表现出的趋同性，考察这种趋同性是否会引发Braess悖论并带来整个交通系统的紊乱。对于GPS所提供的信息的引入，从实际上来说也并不能完美解决局中人为趋同的问题，随着技术的发展，我们认为GPS的导航中如果能够体现“以人为本”的思想，使用户可以通过目标函数和约束条件将个人意愿施加于路径寻优中，将最终可以导致用户路径选择行为的分散，从而有效的遏制Braess悖论的发生。我们在这里只是提出自己对整个决策趋同性的模型理解，希望能有助于探索到彻底解决Braess悖论的策略。

## 参考文献

- 【1】北京市统计局. 北京统计信息网. www.bjstats.gov.cn. 2010-4-22[OL];
- 【2】新浪汽车. 新浪网. www.sina.com. 2009-3-6[OL];

- 【3】JTJ B01-2003. 公路工程技术标准[S];
- 【4】高振海, 管欣, 郭孔辉. 模糊决策理论在驾驶员行为研究中的应用[J]. 系统工程理论与实践. 2001. 6;
- 【5】戢晓峰, 姚琛. 出行信息传递效用与模式分析[J]. 城市交通. 2008. 5 (6);
- 【6】陈春妹, 任福田. 理想条件下路网临界车头间距的研究[J]. P1~2 . 2002;

## 附录

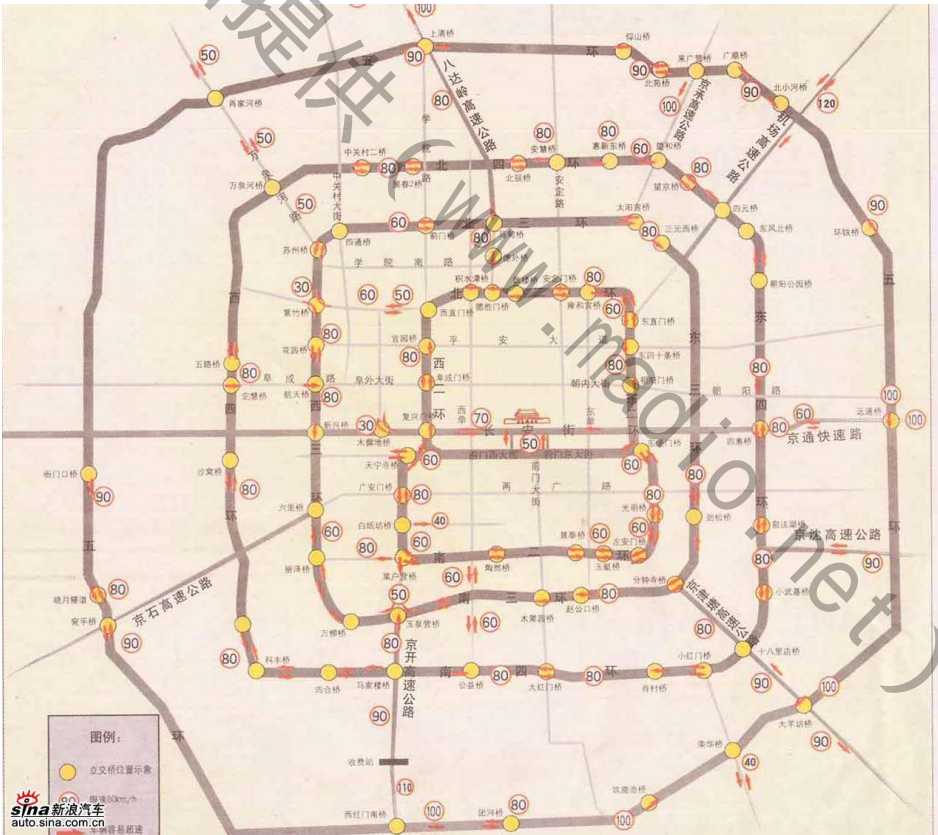
- 1、将各个节点（即路口）编号为 1~25（如图 2），其中起点为 1（积水潭桥），终点为 25（左安门桥）。利用 Google Map 的测距功能测出各相邻节点（从 i 点到 j 点，i, j 含义如图 2）的距离，距离列表见附表 1:

I	J	S (km)	I	J	S (km)
1	2	3.80	13	14	0.70
1	4	1.60	13	18	0.90
1	6	1.70	14	9	0.90
2	1	3.80	14	13	0.70
2	3	1.50	14	15	1.30
2	7	1.60	15	10	0.75
3	2	1.50	15	14	1.30
3	8	1.60	15	16	3.80
4	1	1.60	15	19	1.00
4	5	1.10	16	11	0.75
5	4	1.10	16	15	3.80
5	6	1.50	16	20	0.85
5	9	2.70	17	12	0.75
6	1	1.70	17	21	1.30
6	5	1.50	18	13	0.90
6	7	3.70	18	19	2.00
6	10	2.80	18	22	2.30
7	2	1.60	19	15	1.00
7	6	3.70	19	18	2.00
7	8	1.40	19	20	3.60
7	11	4.30	19	23	1.90
8	3	1.60	20	16	0.85
8	7	1.40	20	19	3.60
8	12	2.60	20	21	2.10
9	5	2.70	20	24	2.30
9	10	1.40	21	17	1.30
9	14	0.90	21	20	2.10

10	6	2.80	21	25	2.40
10	9	1.40	22	18	2.30
10	11	3.70	22	23	2.20
10	15	0.75	23	19	1.90
11	7	4.30	23	22	2.20
11	10	3.70	23	24	3.90
11	12	1.50	24	20	2.30
11	16	0.75	24	23	3.90
12	8	2.60	24	25	1.80
12	11	1.50	25	21	2.40
12	17	0.75	25	24	1.80

附表 1

2、用网络搜索所得北京市的限速图片，标定了各条线路的限速。图片及列表见附图 1，附表 2：<sup>[n]</sup>（从 i 点到 j 点，i，j 含义如图 2）



附图 1

I	J	V (km/h)	I	J	V (km/h)
1	2	80	13	14	60
1	4	50	13	18	80
1	6	60	14	9	60

2	1	80	14	13	60
2	3	80	14	15	60
2	7	60	15	10	60
3	2	80	15	14	60
3	8	60	15	16	60
4	1	50	15	19	60
4	5	80	16	11	60
5	4	80	16	15	60
5	6	80	16	20	60
5	9	80	17	12	60
6	1	60	17	21	60
6	5	80	18	13	80
6	7	80	18	19	50
6	10	60	18	22	80
7	2	60	19	15	60
7	6	80	19	18	50
7	8	80	19	20	50
7	11	60	19	23	60
8	3	60	20	16	60
8	7	80	20	19	50
8	12	80	20	21	50
9	5	80	20	24	60
9	10	70	21	17	60
9	14	60	21	20	50
10	6	60	21	25	80
10	9	70	22	18	80
10	11	70	22	23	60
10	15	60	23	19	60
11	7	60	23	22	60
11	10	70	23	24	60
11	12	70	24	20	60
11	16	60	24	23	60
12	8	80	24	25	60
12	11	70	25	21	80
12	17	60	25	24	60

附表 2

3、根据《公路工程设计标准》的数据准则，我们将所得线路的设计流量作为衡量道路通行能力的标准，有下表：



## 报名号 # 1115

i	j	公路设计流量	i	j	公路设计流量
1	2	1600	11	16	1200
2	3	1600	12	17	1200
1	4	1000	13	14	1200
4	5	1600	14	15	1200
1	6	1200	15	16	1200
2	7	1200	13	18	1600
3	8	1200	15	19	1200
5	6	1600	16	20	1200
6	7	1600	17	21	1200
7	8	1600	18	19	1000
5	9	1600	19	20	1000
6	10	1200	20	21	1000
7	11	1200	18	22	1600
8	12	1600	19	23	1200
9	10	1400	20	24	1200
10	11	1400	21	25	1600
11	12	1400	22	23	1200
9	14	1200	23	24	1200
10	15	1200	24	25	1200

附表 3

## 4、驾驶员经济费用

i	j	M(RMB)	i	j	M(RMB)
1	2	0.93936	10	15	0.1854
2	3	0.3708	11	16	0.1854
1	4	0.39552	12	17	0.1854
4	5	0.27192	13	14	0.17304
1	6	0.42024	14	15	0.32136
2	7	0.39552	15	16	0.93936
3	8	0.39552	13	18	0.22248
5	6	0.3708	15	19	0.2472
6	7	0.91464	16	20	0.21012
7	8	0.34608	17	21	0.32136
5	9	0.66744	18	19	0.4944
6	10	0.69216	19	20	0.88992
7	11	1.06296	20	21	0.51912
8	12	0.64272	18	22	0.56856
9	10	0.34608	19	23	0.46968

10	11	0.91464	20	24	0.56856
11	12	0.3708	21	25	0.59328
9	14	0.22248	22	23	0.54384
10	15	0.1854	23	24	0.96408
11	16	0.1854	24	25	0.44496

附表 4

## 5、程序生成客观驾驶员权重

1000\*权值\*标准化因素

i	j	费用	i	j	费用
1	2	36.16569	11	16	3.72898
2	3	41.14569	12	17	30.04649
1	4	29.04913	13	14	28.957
4	5	36.22136	14	15	30.70727
1	6	4.54519	15	16	27.31628
2	7	33.95567	13	18	3.15058
3	8	37.45188	15	19	29.94001
5	6	35.0645	16	20	30.27882
6	7	36.14861	17	21	23.76062
7	8	3.69016	18	19	36.01718
5	9	30.69685	19	20	3.02652
6	10	24.67354	20	21	29.736
7	11	28.01264	18	22	33.11152
8	12	35.94489	19	23	22.58792
9	10	2.85888	20	24	31.67517
10	11	29.19465	21	25	3.81459
11	12	37.42909	22	23	29.33616
9	14	28.74232	23	24	39.27116
10	15	27.30968	24	25	25.1418

附表 5