

2021 第六届“数维杯”大学生 数学建模竞赛论文

题 目 基于最优化方法的城市地铁运营与建设

摘 要

随着城市地铁建设日益发展，地铁成为人们主要的出行工具。保证日常需求的同时还要关注后期保持地铁长期运营非常重要。针对问题 1 和问题 4，采用最优化方法来解决；针对问题 2，运用多目标模糊优化方法和熵权法；针对问题 3，采用 MBI 算法解决综合效益值。

对于问题 1 我们首先建立了车厢数量和发车间隔的优化模型，利用 Matlab 软件绘制客流形态分布图，其次利用最优化方法求解优化模型。最后确定需要 4 节车厢便可以保证地铁正常运营，且平峰、早晚高峰最优的发车间隔时间为 5.5min, 11.7min, 13.2min。

对于问题 2 我们首先对呼和浩特市地铁站选址特点进行分析，运用多目标模糊优化方法预测最大收益，其次给出了基于熵权法的地铁车站选址评价，建立了评价层次结构图。最后求解得到地铁车辆最大容量为 1480 人次时地铁收益最大。

针对问题 3 我们首先在疫情背景下构建了在地铁站高峰段的乘客活动链，其次根据其负效用值最大原理减少延误时间给出了错峰方案。最后利用 MBI 算法设定错峰时间段，保证算法收敛的情况下，求得最优延迟时间为 55 分钟。

针对问题 4 我们为完善呼和浩特市地铁与公交线路优化，将非线性优化模型进行改进得到“B-S-B”优化模型，给出快速路上地铁与公交线路互补图。

优化结果及总结：在保证地铁正常运营的情况下，针对问题 1 我们采用时间序列分析完善决策；针对问题 2 运用模拟退火算法解决地铁站选址问题；针对问题 3 我们可以通过神经网络使求解结果更精确；针对问题 4 可以运用双层模型确定增加的公交线路。

关键词 多目标模糊优化方法；熵权法；综合效益值；MBI 算法；“B-S-B”优化模型

目 录

一、问题重述.....	2
1.1 问题背景.....	2
1.2 需要解决的问题.....	2
二、问题分析.....	2
2.1 问题 1 的分析.....	2
2.2 问题 2 的分析.....	3
2.3 问题 3 的分析.....	3
2.4 问题 4 的分析.....	3
三、模型假设.....	3
四、符号说明.....	4
五、模型的建立与求解.....	5
5.1 问题 1 的模型建立与求解.....	5
5.1.1 呼和浩特市地铁运营方案评价.....	5
5.1.2 车厢数量优化模型.....	7
5.1.3 发车间隔优化模型.....	8
5.1.4 模型的求解.....	8
5.2 问题 2 的模型建立与求解.....	10
5.2.1 呼和浩特市地铁站选址特点分析.....	10
5.2.2 熵权法建立地铁选址评价体系.....	11
5.2.3 模型的求解.....	13
5.3 问题 3 的模型建立与求解.....	13
5.3.1 乘客活动链.....	14
5.3.2 乘客活动链负效用.....	14
5.3.3 疫情期间错峰出行方案.....	15
5.4 问题 4 的模型建立与求解.....	15
5.4.1 “B-S-B”优化模型.....	16
5.4.2 模型求解.....	17
5.4.3 路线设计.....	17
六、模型的评价及优化.....	18
6.1 误差分析.....	18
6.1.1 针对于问题 1 的误差分析.....	18
6.1.2 针对于问题 2 的误差分析.....	18
6.1.3 针对于问题 3 的误差分析.....	18
6.1.4 针对于问题 4 的误差分析.....	18
6.2 模型的优点.....	19
6.3 模型的缺点.....	19
6.4 模型的推广.....	19
参考文献.....	20
附 录.....	21

一、问题重述

1.1 问题背景

随着城市地铁建设日益发展，地铁成为人们主要的出行工具。在保证人们对地铁的日益需求以及各城市地铁正常运营的同时，降低城市交通的拥堵、建设地铁的成本、后期地铁运营成本等问题不容忽视。因此，对于如何合理的长期规划地铁建设以及如何保证地铁的正常运营至关重要。

2019 年年底，呼和浩特市已经建立 2 条铁路线。但根据实际运营情况来看，呼和浩特市地铁建成后存在收入较低、运行效率不高的现象。通过分析 2 条路线各地铁站的站点信息，将对地铁站的选址、地铁的运营收入、地铁的发车时间、地铁站高峰客流量等方面设计科学可行的运营建设方案。

1.2 需要解决的问题

在模型的建立过程中，有如下几点要求：

(1) 根据 15 天地铁站运营情况分析目前地铁运营方案的合理性。通过对地铁的车厢数以及发车时间的优化给出新的运营方案，并对前后两种方案进行对比。

(2) 在未来的地铁建设中如何选址并规划地铁路线，预测每天有多少人乘坐地铁，实现地铁站利益最大化。

(3) 在新冠疫情的影响下，设计合理的错峰方案减少高峰期的乘车人数。

(4) 为了让中小城市更好的减少交通拥堵，实现轨道交通不同的交通工具（地铁、公交）优势互补，提高人们在高峰期的出行效率，给出呼和浩特市新增公交线路达到地铁与公交互补的建设方案。

二、问题分析

2.1 问题 1 的分析

问题 1 能够在原有的地铁运营方案基础上进一步优化。本问属于目标决策问题，运用最优化方法建立相应的优化模型优化地铁运营方案。首先对 2020.9.5 和 2020.9.10 两条地铁线路的数据进行预处理，得到了时间分布图，分析客流高峰情况。建立以车厢数量优化模型以地铁车厢的容量与该时间段内人数差的平方和为目标函数，以乘客的候车

时间、站台服务、地铁线路运营为约束条件的非线性模型；同理建立发车间隔优化模型以满意度为目标函数，以乘客的候车时间以及相对满载率为约束条件的优化模型。通过求解得到优化方案并进行对比分析，说明优化方案的合理性。

2.2 问题 2 的分析

问题 2 给出未来呼和浩特市地铁运营的进一步方案，规划地铁的选址地点来预计最大收益。本问仍然属于目标决策问题，运用多目标模糊优化方法预测地铁站最大收益所需的客流量。根据国家在各个城市建立地铁交通枢纽站的要求以及更好的提高乘客的满意度给出了基于熵权法的地铁车站选址的评价，建立了评价层次结构图。通过进第一问中的非线性优化模型来求得满足最大收益时的地铁客流量。

2.3 问题 3 的分析

问题 3 给出疫情期间呼和浩特市对地铁站周围的学校学生以及上班的工作人员合理安排时间，错峰进入地铁站以消除高峰段降低疫情大范围传播的风险。本问属于车站客流行为分析题目，考虑构建在地铁站高峰段的客流的行为链，运用负效用值最大原理尽量减少乘客与乘客之间的延误时间，根据负效用值公式设定相应的参数运用 MBI 算法给出综合效益值，进而求出错峰时间。

2.4 问题 4 的分析

问题 4 给出呼和浩特市快速路上地铁与公交互补的方案。本文属于决策问题，基于问题 1 建立的非线性优化模型改进形成“B—S—B”优化模型，主要解决在增加公交线路后地铁与公交协调的合理性。

三、模型假设

- 3.1 假设呼和浩特市各周的乘车人数与题目附件 2 中的乘车人数没有显著性差异；
- 3.2 假设在疫情持续较长的时间下考虑地铁站错峰安排出行；
- 3.3 假设在呼和浩特市城市快速路的基础之上，考虑地铁与公交互补的作用给城市交通带来的影响；
- 3.4 假设在除问题 1 以外，发车在确定的一区段内时间间隔不变；
- 3.5 假设在地铁选址时保证工程项目的正常进行，且投入运营后与全部的地铁车站运营标准相同。

四、符号说明

表 4-1 符号说明

符号定义	符号说明
λ_i	乘客分布不均衡系数
a_k	第 k 个时间段发车间隔
C_k	第 k 个时间段最长候车时间
x_1	乘客等待地铁的满意度
x_2	乘客舒适度
d_{rj}	第 j 辆车第 r 个站的超时客流量
A_i	进站高峰段最大客流累积量
A'_i	出站高峰段最大客流累积量
x_3	企业收益函数
e	在某一时段内地铁运营的总收益
D_{\min}	满足企业收益的最小值
$\mu(x)$	收益隶属度函数
g_1	地铁运营最小收益值
g_2	地铁运营的期望收益值
$\varphi_M(t)$	白天高峰段乘客平均队列函数
$\varphi_E(t)$	晚上高峰段乘客平均队列函数
α, β	学生上学、放学的效用估计值
λ, μ	工作人员上下班的效用估计值
T^*	快速路段交通运营的时间
w^*	快速路区间段的发车时间间隔
f_x	快速路 x 段内发车次数
u_i, u_j	快速路节点
$\eta_i, i = 1, 2, 3$	车站路线规划建设费用
$\Phi(x)$	客流分布函数

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的模型建立与求解

数据的预处理：

首先将附件 2 中给出的数据进行筛选、整理和分析。对于呼和浩特两条地铁线路，我们选取了 2020 年 9 月 5 日（非工作日）和 2020 年 9 月 15 日（工作日）两天进站或出站人数的数据。同时，针对 1 号线，我们选取了地铁起点 1a 站，中间的 1p 站以及终点 1t 站；同理，针对 2 号线，我们选取了起点 2a 站，中间的 2o 站以及终点站 2x 站。

运用 Matlab 软件绘制客流形态和时间、空间的分布图，建立地铁发车运营的评价体系。

5.1.1 呼和浩特市地铁运营方案评价

由题设可知，目前呼和浩特市地铁采用 6 车厢编组型式，每车厢最多容纳 400 人，具体如图 5-1 所示。



图 5-1 地铁 6 节车厢编组型

呼和浩特市地铁站采取了在高峰、平峰、以及晚 20 点后发车间隔分别为 6 分钟，10 分钟，12 分钟的方案。良好的运营方案应当尽量减少在地铁站台的乘客累积量以及乘客的候车时间，从而有效的避免乘客分布方向不均衡。我们引入乘客分布不均衡参数 λ_i

$$\lambda_i = \frac{2A_i}{A_i + A'_i} \quad (5.1.1)$$

来判断客流分布均衡情况。

其中 A_i 表示进站高峰段最大客流累积量， A'_i 表示出站高峰段最大客流累积量出站高峰段最大客流累积量。

经计算得到地铁 1 号线 2020.9.5 与 2020.9.10 的数据如表 5-1 所示。

表 5-1 地铁 1 号线相关参数数据表

日期	A_i	A'_i	λ_i
2020.9.5	48930	17127	1.48
2020.9.10	37868	11062	1.55

经查阅资料， λ_i 在经过不同的区域的取值变化范围是 $[1.1, 1.5]$ 。[1] 因此呼和浩特市地铁站运营方案在双休日以及节假日能够较好地实现乘客的均衡，但是数值也接近临界值 1.5。为此我们将对 2020.9.5 和 2020.9.10 对两条地铁线的 6 个站台的进站出站数据，运用 MATLAB 软件绘制客流时间分布特征图。以下只给出 1 号线不同日期的分布特征图，2 号线见附录。

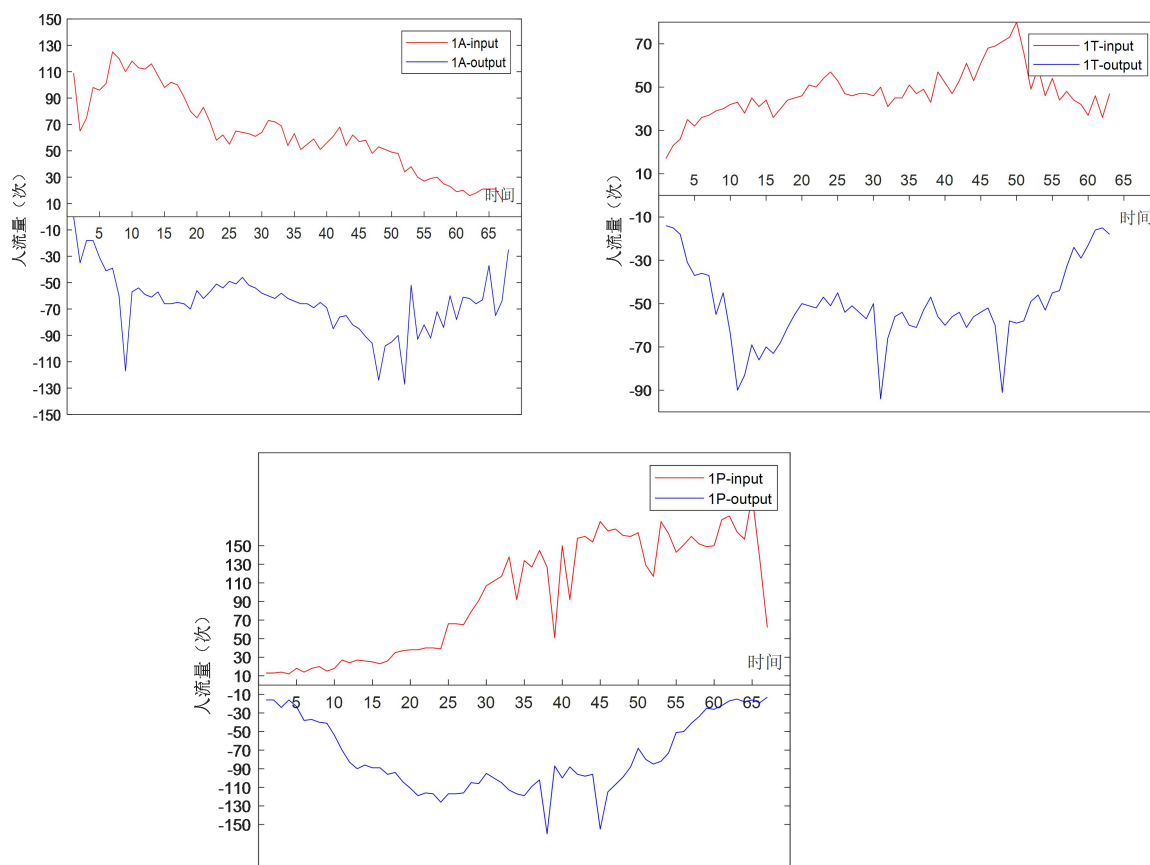


图 5-2 地铁 1 号线 2020.9.5 1a、1p、1t 站客流时间分布图

通过图象得到，在节假日和双休日呈现明显的单高峰状态，而在正常工作日早上高峰期也出现了时间高峰状态。地铁站充分运用了资源，但是并没有根据客流的时间分布情况合理规划车辆区间间隔和车辆组型的改进，接下来我们将提出原有的优化运营方

案。

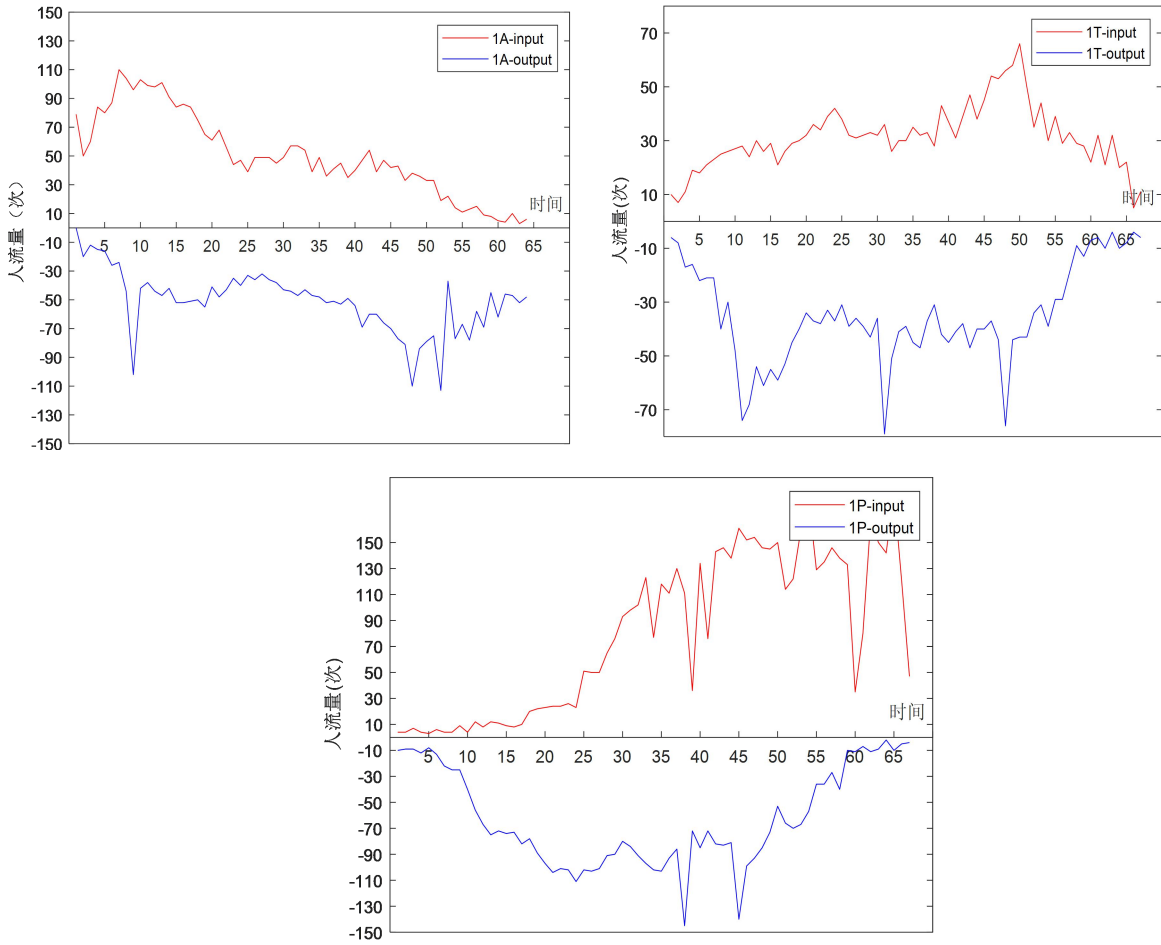


图 5-3 地铁 1 号线 2020.9.10 1a、1p、1t 站客流时间分布图

5.1.2 车厢数量优化模型

在原有的运营方案基础上，为了满足广大人民乘坐地铁的需要，设地铁最优车厢数量为 X ，根据地铁运营要求建立如下优化模型：

$$\text{目标函数: } \min X = \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^{m-1} (V_r^k - B)^2 \quad (5.1.2)$$

$$\text{约束条件: } s.t. \begin{cases} \max(V_r^k) \leq 1.32B; \\ 0 < a_k \leq C_k; \\ B_{\min} \leq B \leq B_{\max}. \end{cases} \quad (5.1.3)$$

其中

$$V_r^k = V_{r-1}^k + a_k (\alpha_r^k - \beta_r^k) = \sum_{j=1}^r (\alpha_j^k - \beta_j^k) a_k. \quad (5.1.4)$$

优化模型中的变量解释如下：

m —某地铁线路站点的个数；

n —研究某天的时间区间段；

B —该列车的列车厢的正常载客量；

V_r^k —某天第 k 个时间段内第 r 个车站到第 $r+1$ 个车站的人数；

a_k —某天第 k 个时间段内发车间隔；

C_k —第 k 个时间段内乘客可以等待地铁的最大候车时间；

α_r^k —第 k 个时间段内第 r 个车站上车人数；

β_r^k —第 k 个时间段内第 r 个车站下车人数。

5.1.3 发车间隔优化模型

在原有的地铁运营方案基础上，为了避免乘客时间分布不均衡、交通拥堵、高峰期站内拥挤等问题，设乘客的综合满意度为 Y ，根据地铁运营要求建立如下优化模型：

$$\text{目标函数： } \min Y = w_1 x_1 + w_2 x_2 \quad (5.1.5)$$

$$\text{约束条件： } s.t. \begin{cases} s_w \geq 0.8; \\ a_k \leq C_k. \end{cases} \quad (5.1.6)$$

其中[2]对于 x_1 ，得到：

$$x_1 = \frac{\sum_{r=1}^m \int_{T_1}^{T_2} \alpha_r(t) dt - \sum_{r=1}^m \sum_{j=1}^n d_{rj}}{\sum_{i=1}^m \int_{T_1}^{T_2} \alpha_r(t) dt} \quad (5.1.7)$$

优化模型中的变量解释如下：

$w_i, i=1,2,3$ —权重因子；

x_1 —乘客等待地铁的满意度；

x_2 —乘客在该列车乘坐的舒适度；

s —该地铁车厢的座位数；

T_1, T_2 —研究区间段的初始时间和最终时间；

d_{rj} —第 j 辆车第 r 个站的超时客流量。

5.1.4 模型的求解

根据附件 2 中 2020.9.5 数据以及 2020.9.10 数据，取 $n=4, m=20$ ，根据 5.1.1 中求

解出来的 λ_i 的值，代入目标函数 (5.1.2) 中，运用 Lingo 12.0 确定呼和浩特市地铁线路 1 号线的最优车厢数量，求解结果如下。

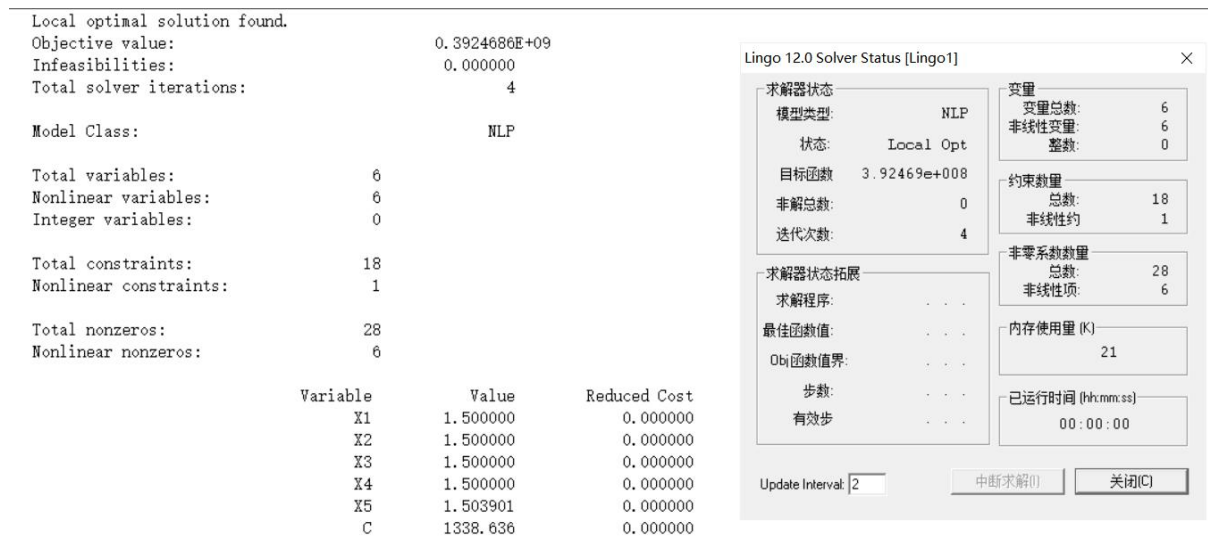


图 5-4 Lingo 求解结果

通过求解结果，可以得到在一定的时段内地铁车辆最大容量为 1339 人次。题设中呼和浩特市地铁每节车厢最多可容纳 400 人，因此仅需要 4 节车厢便可以充分保证地铁的正常运营而且保证空间利用资源不浪费。

由 Matlab 绘图体现出的客流量高峰情况，我们把呼和浩特市地铁 1 号线的发车间隔时间按照三种情况划分如图 5-5 所示。

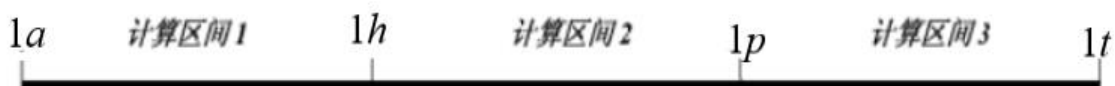


图 5-5 地铁 1 号线发车间隔计算区间划分

运用 Matlab 软件进行仿真，从而得到不同区段内行车间隔值。根据呼和浩特市地铁附件 2 中的数据，进一步确定最优的发车间隔时间为

$$a_r = (5.5 \text{ min}, 11.7 \text{ min}, 13.2 \text{ min})$$

我们不再将原有的附件 2 数据以及仿真后的数据进行对比，在建立优化模型的过程中，尤其是建立发车时间间隔优化模型时，间接考虑了以乘客乘车的满意度为决策变量的最大效益值函数。因此得到了优化前后乘客满意度的对比分析图，从而反映出优化后的改进方案提高了呼和浩特市地铁运营效率。

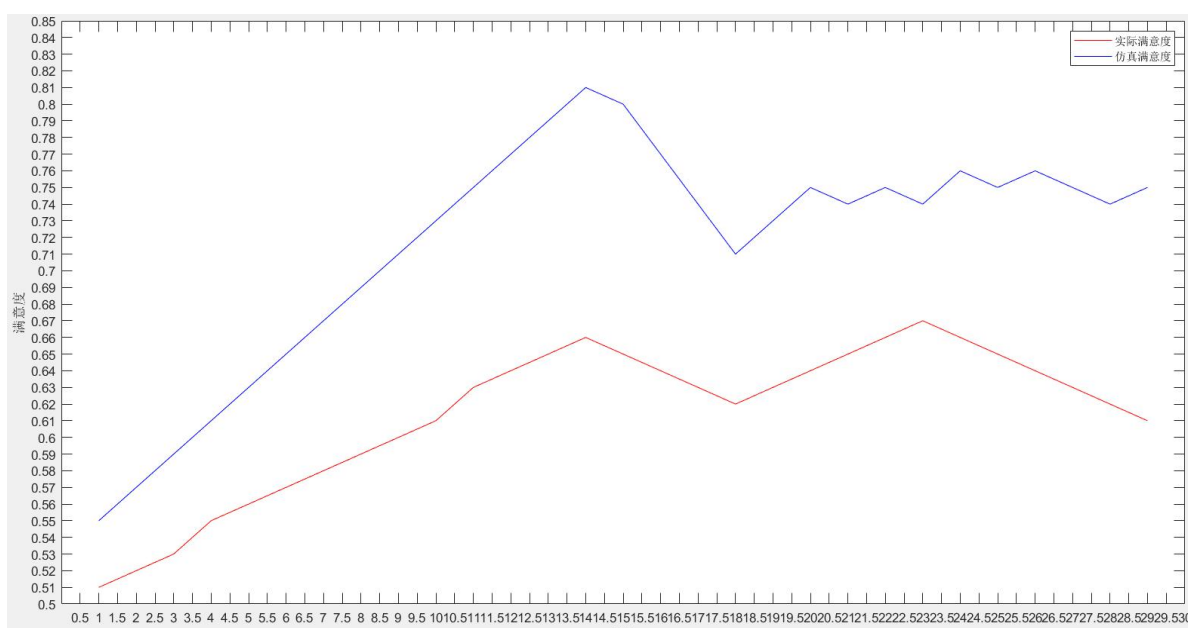


图 5-6 优化前后方案对比分析图

5.2 问题 2 的模型建立与求解

数据的预处理：

对附件 1 中地铁站的经纬度坐标绘制地铁 1 号线大致走向。

根据国家在各个城市建立地铁交通枢纽站的要求以及更好的提高乘客的满意度给出了基于熵权法的地铁车站选址的评价。通过评价模型改进第一问中的优化模型来求得满足最大收益时的地铁客流量。

5.2.1 呼和浩特市地铁站选址特点分析

随着各中小城市轨道交通的发展，地铁、轻轨更是当下人们比较青睐的出行交通工具[3]。各个城市的建设都以服务广大人民、减少城市拥堵为根本目标，使项目建设收益最大化。地铁沿线也是一个城市的主要标志和文化承载，呼和浩特市便是最好的体现。其结合了当地有名的文化产业、政治中心、商业区等地区。

目前，虽然呼和浩特市已经建立了两条地铁路线并已经实现了良好的运营，第三条、第四条地铁或其它轨道交通路线等选址、运营问题也是呼和浩特市交通发展的一大挑战。根据附件 1 中 1 号线 20 个站的经纬度大致绘出站点简略位置如图 5-7 所示。

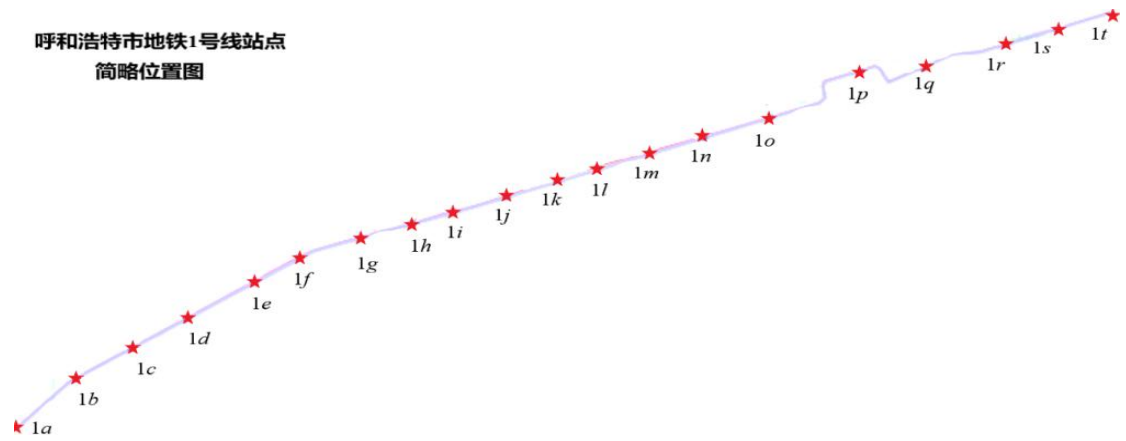


图 5-7 地铁 1 号线站点位置简图

5.2.2 熵权法建立地铁选址评价体系

为了促进城市轨道交通的发展，缓解交通压力，给人们生活提供更多的便利，综合考虑地铁站选址因素，建立如下层次结构[4]如图 5-8 所示。

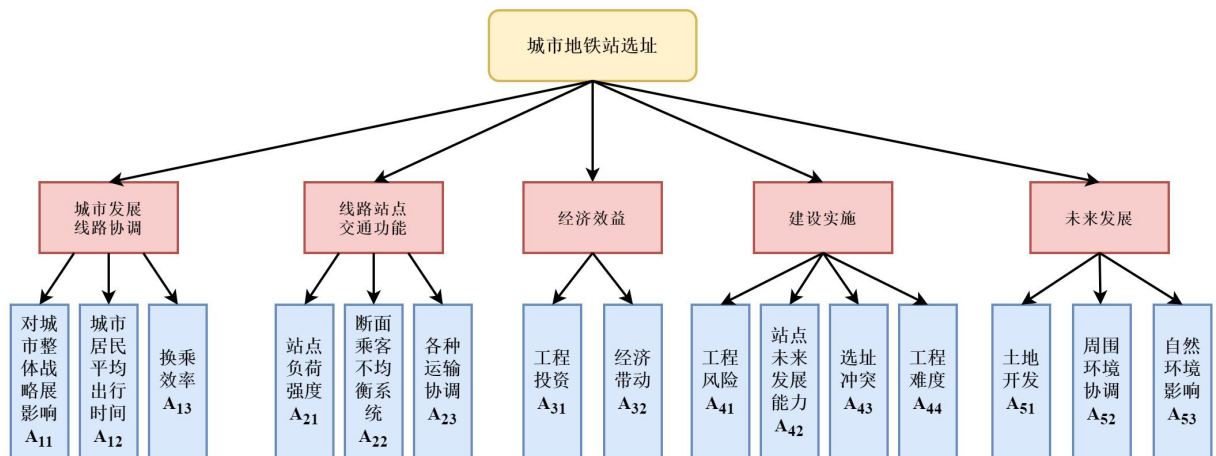


图 5-8 地铁选址层次结构图

本文运用熵权法确定层次结构图各个权重。具体步骤如下：

Step1 建立原始矩阵： 记 x_{ij} 表示在第 j 个决策下的第 i 个指标，以 n 表示在研究范围内总方案的个数，建立原始矩阵如下：

$$X = (x_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (5.2.1)$$

Step2 归一化处理：将矩阵中的每一个元素限制在 (0,1) 范围内，根据公式得到：

$$y_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{j=1}^n x_{ij}} \quad (5.2.2)$$

Step3 计算信息熵：求解各个元素的熵，则

$$H_i = -\frac{1}{\ln n} \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} \ln y_{ij} \right) \quad (5.2.3)$$

相应的，得到每个方案的权重指标 γ_i 为：

$$\gamma_i = \frac{1 - H_i}{\sum_{k=1}^n (1 - H_k)} \quad (5.2.4)$$

从而得到各个方案在归一化后的权重，即权值矩阵 $V = (\gamma_i y_{ij})_{m \times n}$ ，但必须满足 $\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1$ 。

基于 5.1 建立的非线性优化模型，将发车时间间隔非线性优化模型 (5.1.5) 和 (5.1.6) 进行改进，计算地铁运营收益。

$$\text{目标函数: } \min Y = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 \quad (5.2.5)$$

$$\text{约束条件: } s.t. \begin{cases} s_w \geq 0.8; \\ a_k \leq C_k; \\ e \geq D_{\min}. \end{cases} \quad (5.2.6)$$

其中优化模型中的变量解释如下：

x_3 — 企业收益函数；

e — 在某一时段内地铁运营的总收益；

D_{\min} — 满足企业收益的最小值。

对于 x_3 企业收益函数的确定，我们采用多目标模糊优化方法求解地铁运营最大效益值，其中企业收益可以用隶属度函数去刻画，具体形式如下：

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq g_1; \\ \frac{x - g_1}{g_2}, & g_1 < x < g_2; \\ 1, & x \geq g_2. \end{cases} \quad (5.2.7)$$

其中 g_1 和 g_2 分别表示地铁运营最小收益值和地铁运营的期望收益值。显然对于某一时间段内的运营总收益，有

$$e = \sum_{r=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n M_{ij} \cdot \delta \quad (5.2.8)$$

δ 表示平均每人次的票价费用。

5.2.3 模型的求解

运用同样的方法，取 $n = 4$, $m = 20$ ，根据 5.1.1 中求解出来的 λ_i 的值，代入目标函数 (5.2.5) 中，运用 Lingo 12.0 确定呼和浩特市地铁线路 1 号线的最大收益所需要的最多乘客数，求解结果如下。

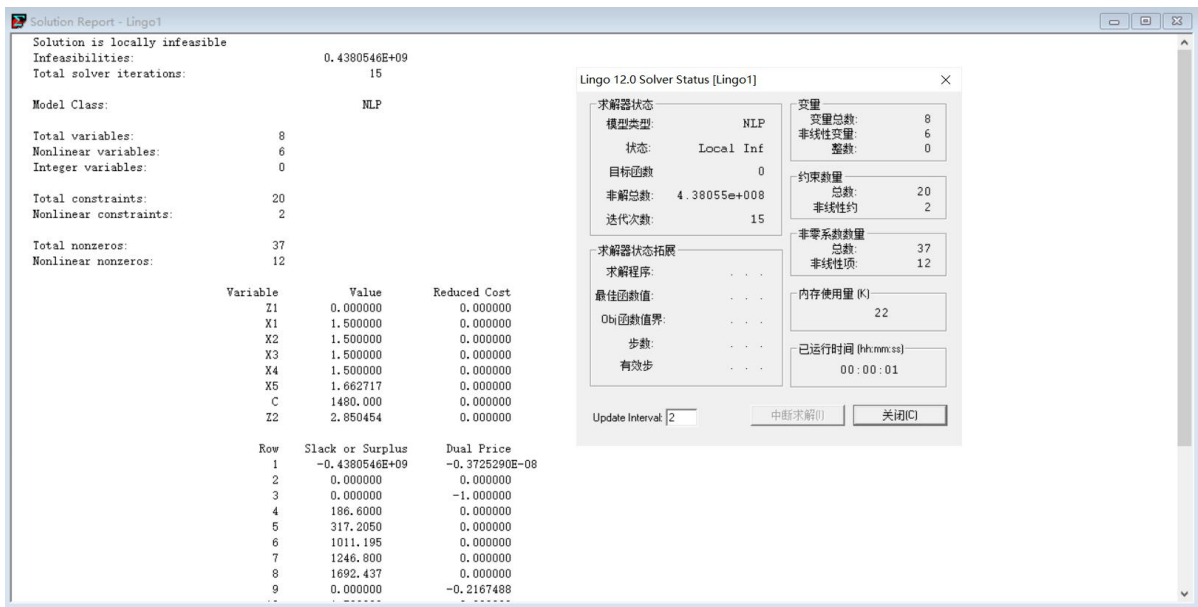


图 5-9 Lingo 求解结果

通过求解结果，可以得到在一定的时间段内地铁车辆最大容量为 1480 人次时，地铁收益获得最大值。

5.3 问题 3 的模型建立与求解

新冠疫情的到来给我国的交通运输带来了巨大压力。疫情初期“居家式隔离”给地铁运营的效益大打折扣，随着疫情的逐步好转，为了避免疫情大范围的在人群中传播，在地铁的高峰期要采取错峰措施，减少人群大规模的聚集。

但是我们会注意到在实际地铁运营中考虑到乘客的心理因素，高峰期的时候一部分乘客会长时间逗留车站，另一部分乘客会赶到站台乘坐轨道交通离开车站。这样往往会给车站内部和车站站台造成两部分大客流，且全线轨道交通客流不断上升，增加了疫情传播的风险。

5.3.1 乘客活动链

疫情期间在地铁站客流高峰段，各个地铁站枢纽根据相应的错峰方案来平息高峰段，保持地铁站的正常运营。但并不是所有的客流高峰段都能根据相应的错峰方案去实施。注意到呼和浩特市一天内有两个高峰段，我们只需要将这两段时间内对客流合理错峰便能恢复正常的运营[5]。因此，在这段时间研究乘客的行为以及在该时间段内活动范围非常重要，即乘客在某时间段内的活动链问题。根据题设，这一部分我们主要考虑乘客上下班、学生上学两类活动，并缩小至公司、学校、地铁站的“三点”范围。

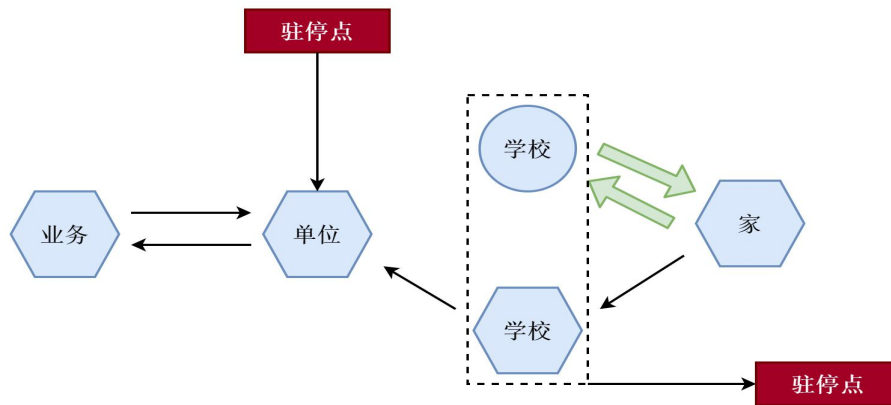


图 5-10 乘客活动链示意图

5.3.2 乘客活动链负效用

由题设知，中小城市地铁站高峰人数集中的时间段比较固定，且主要以工作人员上下班和学生上课为多。高峰段在地铁站形成“队列”，在一段时间内地铁站乘客队列变化率为

$$\frac{d(\varphi_M(t))}{dt} = \begin{cases} q_M(t) - S, & \varphi_M(t) > 0; \\ 0, & else. \end{cases} \quad (5.3.1)$$

$$\frac{d(\varphi_E(t))}{dt} = \begin{cases} q_E(t) - S, & \varphi_E(t) > 0; \\ 0, & else. \end{cases} \quad (5.3.2)$$

其中 $\varphi_M(t)$ 和 $\varphi_E(t)$ 是高峰段乘客平均队列关于时间的函数，关系式如下：

$$\varphi_M(t) = \int_{t_M^q}^t q_M(t) dt - S(t - t_M^q) \quad (5.3.3)$$

$$\varphi_E(t) = \int_{t_E^q}^t q_E(t) dt - S(t - t_E^q) \quad (5.3.4)$$

根据两个高峰段的时间差，乘客活动链负效用 U^T 包括实际出行的负效用与工作人员、

学生延误时间负效用之和，即

$$U^T = \alpha T_M(t_M^d) + \beta \max(0, t_M^* - t_M^d - T_M(t_M^d)) + \gamma \max(0, t_M^d + T_M(t_M^d) - t_M^*) + \alpha T_E(t_E^d) + \mu \max(0, t_E^* - t_E^d) + \lambda \max(0, t_E^d - t_E^*) \quad (5.3.5)$$

其中 α, β 作为评估单位时间内地铁站学生上学、放学的效用（损耗）估计值， λ, μ 作为评估单位时间内地铁站工作人员早上上班和晚上下班的效用（损耗）估计值； $(0, t_M^* - t_M^d - T_M(t_M^d))$ 和 $\max(0, t_M^* - t_E^d)$ 作为评估单位时间内地铁站学生上学、放学的时间延误的效用损耗估计值， $\max(0, t_M^d + T_M(t_M^d) - t_M^*)$ 和 $\max(0, t_E^d - t_E^*)$ 作为评估单位时间内地铁站工作人员早上上班和晚上下班的时间延误效用损耗估计值。

5.3.3 疫情期间错峰出行方案

将乘客活动链的负效用利用(5.3.5)绘制有关时间点和负效用的图象如图 5-11 所示。

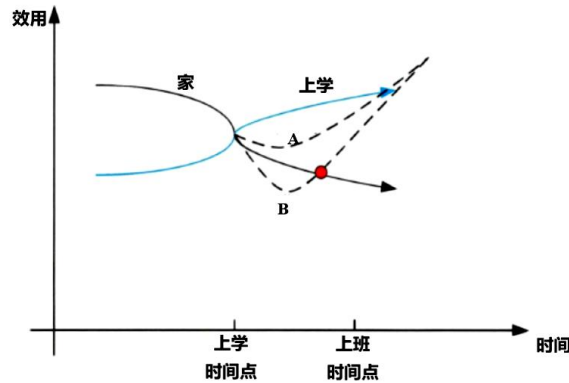


图 5-11 错峰时间点效用值分析

于是，运用 MSA 算法，设定时间段为 3 个小时，保证算法收敛的前提下，[6]取 $\alpha = 10$ ， $\beta = 6$ ， $\gamma = 19$ ，运用 Matlab 软件求解出效用平均值为 8.0332，将根据效用值分析图我们将给出以下错峰方案：如果工作人员队列排布曲线刚好符合 A 的情况，则在高峰阶段应当先允许学生上学；如果工作人员队列排布曲线刚好符合 B 的情况，则在高峰阶段应当先允许工作人员上班。于是根据效益值公式，求得最优延迟时间为 55 分钟。

5.4 问题 4 的模型建立与求解

在题设中呼和浩特市城市快速路上实现地铁线路与公交线路互补以提高客流出行效率。并不是地铁线路和公交线路在某些关键车站重合有利于乘客换乘提高出行效率，跟不是足够多的线路环网综合运营实现提升乘客出行效率的目标。在多数情况下，我们考虑地铁与公交车换乘（S—B）以及公交车与地铁换乘（B—S）两种情况，建立“B—

S—B”优化模型[7]，通过合理的设置呼和浩特市地铁与公交互补路线，实现车站合理协调客流从而达到提高乘客出行效率的目的。

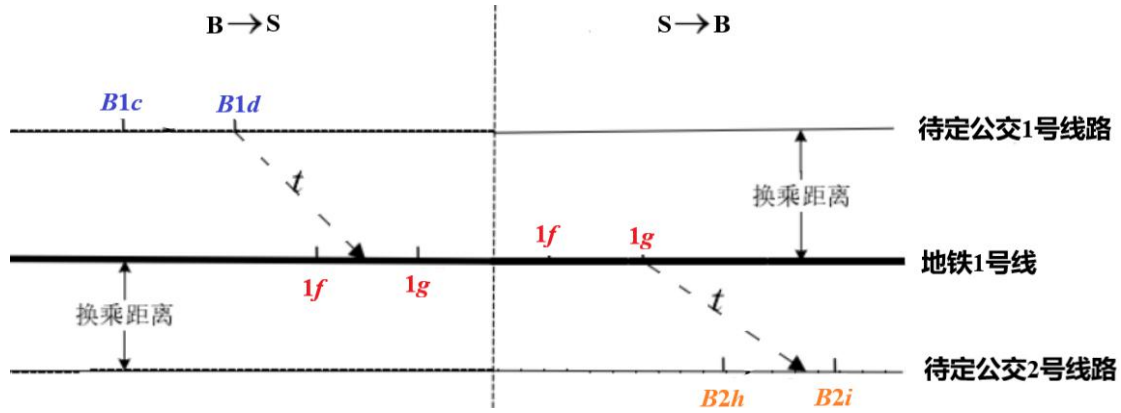


图 5-12 公交与地铁换乘协调简图

5.4.1 “B-S-B” 优化模型

设呼和浩特市线路集合为 A ，某地铁线路与公交线路之间重合的车站（交通线网交集）的集合为 $S = \{1a, 1b, \dots, 1s, 1t\}$ ，换乘的线路集合记为 $B = \{B_1, B_2, B_3, \dots\}$ ，根据题设要求三个集合之间满足

$$\begin{cases} A = S \cup B; \\ S \cap B = \phi. \end{cases} \quad (5.4.1)$$

在原有交通路线的基础上，在呼和浩特市快速路上拓展公交路线的区间段为 I ，在拓展的路线中，乘客通过拓展路段实现换乘的区间段记为 I_1 ，其它实现快速路交通运输平衡的区间段记为 I_2 ，则有

$$\begin{cases} I = I_1 \cup I_2; \\ I_1 \cap I_2 = \emptyset. \end{cases} \quad (5.4.2)$$

基于问题 1 中发车时间优化模型，给出快速路区段交通运营的时间 T^* 和规划路段的间隔 w^* 关系式如下

$$T^* = \begin{cases} (t_{x_1} + t_{x_2}) \cdot \eta_1, & x \in S; \\ t_x^* \cdot \eta_2, & x \in B. \end{cases} \quad (5.4.3)$$

$$w^* = \begin{cases} \frac{1}{2} \sum_{x \in A} q_i \left(H_x + \frac{\text{Var}(H_x)}{H_x} \right) \cdot \eta_3, & i \in I_1; \\ 0, & i \in I_2. \end{cases} \quad (5.4.4)$$

其中 $\eta_i, i=1,2,3$ 是关于车站路线规划建设费用，本问不做重点分析，在真正求解时作为固定常数来处理。 t_{x_1}, t_{x_2} 分别表示快速路 x 段的行驶时间和停车时间。基于上述求解公式，建立“B—S—B”优化模型如下：

$$\text{目标函数: } \min \left(\sum_{x \in A} T^* d_x + \sum_{i \in I} w^* \right) \quad (5.4.5)$$

$$\text{约束条件: } \begin{cases} d_x \leq f_x \cdot w^*, x \in A, & i \in I; \\ w^* = \frac{1}{2} \sum_{a \in A} q_i \left(H_x + \frac{\text{Var}(H_x)}{H_x} \right) \cdot \eta_3, i \in I_1; \\ H_x = \frac{60}{f_x} \\ w^* = 0, & i \in I_2. \end{cases} \quad (5.4.6)$$

5.4.2 模型求解

算法 “B—S—B”模型算法

输入：相关客流、路线运营信息；

输出：评估参数。

- 1: 初始化：规定 $u_i, u_j, f_i = 0, i \in I, S = A, A \neq \phi$;
- 2: 确定路段：若 $S = \phi$ ，算法结束；否则搜索 $x(i, j) \in S, S = S - \{x\}$;
- 3: 更新节点： $u_i = (f_i \cdot u_i + f_x(u_j + \eta_1)) \cdot (f_i + f_x)^{-1}, f_i = f_i + f_x, A_1 = A + \{x\}$ （转 2）；
- 4: 客流分配：按照 $-\nabla f(x)$ 方向合理分配快速路上乘客。

5.4.3 路线设计

根据“B-S-B”优化模型反映的结果，绘制快速路上地铁与公交线路互补图。

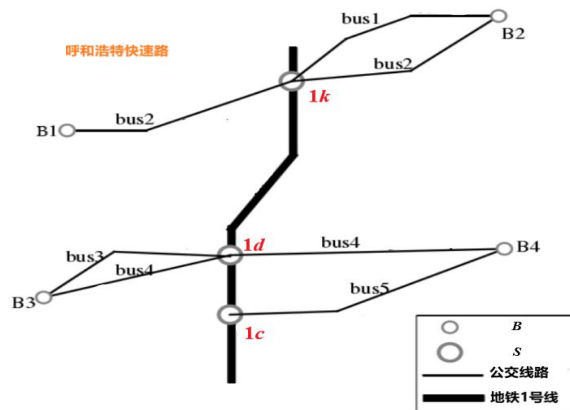


图 5-13 快速路增加地铁公交互补简图

六、模型的评价及优化

6.1 误差分析

6.1.1 针对于问题 1 的误差分析

求解问题 1 时，我们选取了呼和浩特市 2020.9.5 和 2020.9.10 两条地铁线路的数据进行分析。虽然综合选择了双休日和工作日两种情况下的高峰情况，在数据代表性方面会有一定的误差。但是在建立两种优化模型后面分析问题时尽量减少用数据来代表方案的合理性，间接通过时间分布图和乘客乘车的满意度等方面对方案进行决策，客观上减少了误差。

处理大规模数据来完成决策问题可以采用时间序列分析会更精确一些。

6.1.2 针对于问题 2 的误差分析

求解问题 2 时，我们在问题 1 的基础上改进了模型，并引入了层次结构综合评价地铁选址问题。在设置层次结构图时可能会有其他因素影响地铁建设没有考虑到，但运用熵权法最终评价结果的初始矩阵具有一致性通过了一致性检验，即一致性比率 $CR < 0.1$ 。

解决地铁站选址问题也可以运用模拟退火算法，在参数改进合理后结果较为精确。

6.1.3 针对于问题 3 的误差分析

求解问题 3 时，给出了疫情期间呼和浩特市对地铁站客流错峰的方案。在模型改进的同时，考察期望效用值[8]

$$E = (\rho + \omega)\mu + \nu H(\Phi, \lambda) \quad (6.1.1)$$

期望值包含了错峰方案实施后的客流累积量分布情况，运用 MBI 算法求解效应值时，参数 α, β, γ 的设定会造成一定的误差。

求解问题时可以采用神经网络结构，求解结果较为精确。

6.1.4 针对于问题 4 的误差分析

求解问题 4 时，在呼和浩特市快速路上可以给出更多的互补公交线路，但是未曾考虑公交线路站点与站点之间的情况，会有一定的误差。

如果可以很好地模拟快速路上地铁和公交站路线的情况，可以运用双层模型确定路线，并评价方案的合理性。

6.2 模型的优点

1. 问题 1 通过建立优化模型给出了合理的发车间隔与车型选择的方案，结果合理；
2. 问题 2 运用多目标模糊优化方法预测地铁站最大收益所需的客流量，将建立的模型大大简化，减少了计算量；
3. 问题 3 采用负效用值确定工作人员和学生出行链，运用 MBI 算法给出综合效益值，合理地求出错峰时间，使得整个地铁运营系统总效益值最大；
4. 问题 4 给出了快速路地铁与公交互补最优方案算法，结合城市轨道交通和公交线路的互补情况，具有很大的实用性。

6.3 模型的缺点

1. 运用层次结构来完成选址评价，主观性强；
2. 问题 3 和问题 4 并没有考虑未来建设成本情况；
3. 设计错峰方案如果 MBI 算法参数设定不合理会没有最优解。

6.4 模型的推广

本文主要采用最优化方法，建立相应的模型可以解决大规模数据处理最优解问题。计划在处理有约束问题的情况时相应的转换成无约束问题，搜索最优解时寻找目标函数下降最快的方向即负梯度方向，如何逼近最优解。错峰方案不仅可以用到疫情期间，突发环境下轨道交通发生大客流事件时可以根据城市的实际情况采取。

同时，对于轨道交通车站内部拥堵情况以及客流行为特征分析还有待进一步研究。

参考文献

- [1] 严波. 城市轨道交通运营组织优化研究[D]. 东南大学, 2006.
- [2] 陈茜, 牛学勤, 陈学武, 王伟. 公交线路发车频率优化模型[J]. 公路交通科技, 2004(02): 103-105+108.
- [3] 谢霖. 呼和浩特某明挖地铁车站勘察要点分析[J]. 山西建筑, 2020, 46(10): 80-81+129.
- [4] 张也弛. 城市地铁选址方法研究[J]. 科技创新导报, 2015, 12(11): 78.
- [5] 朱婷婷. 错峰上班措施下通勤廊道出行行为分析及优化[D]. 合肥工业大学, 2016.
- [6] 刘梦吉. 基于数据融合的南京地铁通勤模式识别及形成机理研究[D]. 东南大学, 2018.
- [7] 张思林. 城市轨道交通接运公交线网规划与运营方案优化方法研究[D]. 北京交通大学, 2017.
- [8] 刘汉英. 基于 Anylogic 的地铁车站客流仿真分析[J]. 铁路计算机应用, 2020, 29(09): 6-11.

1.1 问题 1 相关图象和程序

1.1.1 呼和浩特市轨道交通 2 号线客流时间分布图

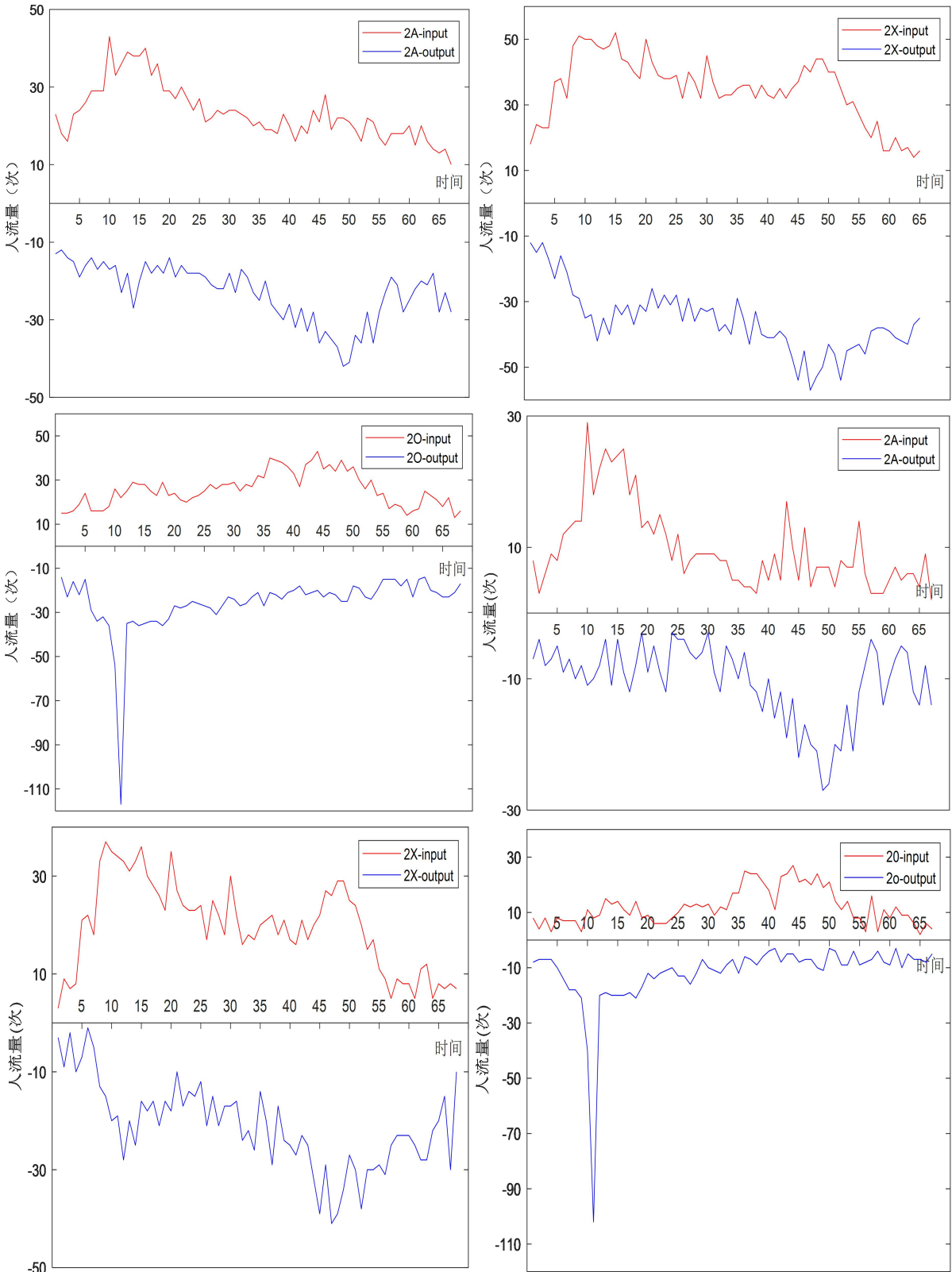


图 1-1 呼和浩特市轨道交通 2 号线客流时间分布图

1.1.2 Matlab 源程序

(1) m1.m 文件

```
clc;
x=1:1:68;%x 的个数
a=Untitled(:,1);%数据第一列进站人数
b=-Untitled(:,2);%数据第二列出站人数
plot(x,a,'r',x,b,'b');
set(gca,'XTick',[0:5:70])%将时间区间细分
set(gca,'xaxisLOCATION','ORIGIN');
set(gca,'YTick',[-150:20:150])%将客流量细分
legend('1A-Input','1A-output');
xlabel('时间')%标记横坐标
ylabel('流量') %标记纵坐标
```

(2) m2.m 文件

```
clc;
x=1:1:68;%x 的个数
a=x2(:,1);%数据第一列进站人数
b=-x2(:,2); %数据第二列出站人数
plot(x,a,'r',x,b,'b');
set(gca,'XTick',[0:5:70])%将时间区间细分
set(gca,'xaxisLOCATION','ORIGIN');
set(gca,'YTick',[-150:20:150])%将客流量细分
legend('1T-input','1T-output');
xlabel('时间') %标记横坐标
ylabel('流量')%标记纵坐标
```

```
clc;
```

(3) m3.m 文件

```
x=1:1:68;%x 的个数
a=x3(:,1);%数据第一列进站人数
b=-x3(:,2); %数据第二列出站人数
plot(x,a,'r',x,b,'b');
set(gca,'XTick',[0:5:70])%将时间区间细分
set(gca,'xaxisLOCATION','ORIGIN');
set(gca,'YTick',[-150:20:150])%将客流量细分
legend('1P-input','1P-output');
```

```
xlabel('时间') %标记横坐标
```

```
yLABEL('流量') %标记纵坐标
```

(4) m4.m 文件

```
clc;
```

```
x=1:1:68;%x 的个数
```

```
a=x4(:,1);%数据第一列进站人数
```

```
b=-x4(:,2); %数据第二列出站人数
```

```
plot(x,a,'r',x,b,'b');
```

```
set(gca,'XTick',[0:5:70])%将时间区间细分
```

```
set(gca,'xaxisLOCATION','ORIGIN');
```

```
set(gca,'YTick',[-150:20:150]) %将客流量细分
```

```
legend('1A-input','1A-output');
```

```
xlabel('时间') %标记横坐标
```

```
yLABEL('流量') %标记纵坐标
```

(5) m5.m 文件

```
clc;
```

```
x=1:1:67;%x 的个数
```

```
a=x5(:,1);%数据第一列进站人数
```

```
b=-x5(:,2); %数据第二列出站人数
```

```
plot(x,a,'r',x,b,'b');
```

```
set(gca,'XTick',[0:5:70]) %将时间区间细分
```

```
set(gca,'xaxisLOCATION','ORIGIN');
```

```
set(gca,'YTick',[-150:20:150]) %将客流量细分
```

```
legend('1T-input','1T-output');
```

```
xlabel('时间') %标记横坐标
```

```
yLABEL('流量') %标记纵坐标
```

(6) m6.m 文件

```
clc;
```

```
x=1:1:67;%x 的个数
```

```
a=x6(:,1);%数据第一列进站人数
```

```
b=-x6(:,2); %数据第二列出站人数
```

```
plot(x,a,'r',x,b,'b');
```

```
set(gca,'XTick',[0:5:70]) %将时间区间细分
```

```
set(gca,'xaxisLOCATION','ORIGIN');
```



```
set(gca,'YTick',[-150:20:150]) %将客流量细分
legend('1P-input','1P-output');
xlabel('时间')%标记横坐标
ylabel('流量') %标记纵坐标
```

(7) m7.m 文件

```
clc;
x=1:1:29;%x 的个数
a=x7(:,1);%数据初始满意度
b=x7(:,2); %数据改进满意度
plot(x,a,'r',x,b,'b');
set(gca,'XTick',[0.5:0.5:30])
set(gca,'xaxisLOCATION','ORIGIN');
set(gca,'YTick',[0.5:0.01:1])
legend('Resat','Sisat');
xlabel('数值')%标记横坐标
ylabel('满意度')%标记纵坐标
```

1.1.3 Lingo 源程序

(1) 模型 I 求解

```
model:
min=22828222.8*x1*x1+9635420.42*x2*x2+55648916.31*x3*x3+4052515.61*x4*x
4+428057.96*x5*x5-6960.54*x1*c-5298.73*x2*c-3645.22*x3*c-2984.42*x4*c-9
61.81*x5*c+125*c*c;
1178*x1<=1.32*c;
1020.93*x2<=1.32*c;
628.27*x3<=1.32*c;
471.2*x4<=1.32*c;
157.07*x5<=1.32*c;
x1>=1.5;
x1<=3;
x2>=1.5;
x2<=3;
x3>=1.5;
x3<=6;
x4>=1.5;
```

```
x4<=6;  
x5>=1.5;  
x5<=10;  
c>=1240;  
c<=3280;  
end
```

(2) 模型 II 求解

```
model:  
z1=22828222.8*x1*x1+9635420.42*x2*x2+55648916.31*x3*x3+4052515.61*x4*x4  
+428057.96*x5*x5-6960.54*x1*c-5298.73*x2*c-3645.22*x3*c-2984.42*x4*c-96  
1.81*x5*c+125*c*c;  
z2=(4881.05*x1+3963.58*x2+2669.89*x3+1752.42*x4+717.47*x5)/(5*c);  
min=z1;  
!max=z2;  
1178*x1<=1.32*c;  
1090.93*x2<=1.32*c;  
628.27*x3<=1.32*c;  
471.2*x4<=1.32*c;  
157.07*x5<=1.32*c;  
x1>=1.5;  
x1<=3;  
x2>=1.5;  
x2<=3;  
x3>=1.5;  
x3<=6;  
x4>=1.5;  
x4<=6;  
x5>=1.5;  
x5<=10;  
c>=1480;  
c<=3280;  
end
```

1.3 问题 3 相关程序

1.3.1 Matlab 源程序

```
x(i)=6;
for i=2:1:181
    x(i)=x(i-1)+1/60;%早高峰开始时间
end
alpha=10;%单位时间内上学、工作出行的负效用初始值
beta=6;%单位时间内提前负效用初始值;
gamma=19;%单位时间内延迟负效用初始值;
epsilon=0.0001;
f0=10;
f1=-0.5;%活动分析函数系数值
m0=2;
m1=5/6;
x1=8;%早高峰开始时间
N=8034;
Z=4097;%区间通行能力阈值
Y=zeros(1,181);%初始客流量
for i=1:1:181
    Tm(i)=0;%初始排队值
end
for n=1:1:10000
    ZD=zeros(1,181);
    for i=1:1:181
        U(i)=f0*x(i)+0.5*f1*x(i)^2+m0*12+0.5*m1*12^2-m0*(x(i)+Tm(i))-0.5*m1*(x(i)+Tm(i))^2-alpha*Tm(i);
        if x(i)+Tm(i)<=t1
            ZD(i)=beta*(x1-x(i)-Tm(i));
        elseif x(i)+Tm(i)>x1
            ZD(i)=gamma*(x(i)+Tm(i)-x1);
        end
        U(i)=U(i)-ZD(i);%工作人员效益值矩阵
    end
    BY=Y;
    M=max(max(U));%最大效益值
    [x,y]=find(U==M);
```

```
Y10=zeros(1,181);
Y10(x,y)=N;
for i=1:1:181
    Y(i)=BY(i)+1/(n+1)*(Y10(i)-BY(i));
end
[m1,n1]=size(Y);
for i=1:1:n1;
    if i==1;
        RYh(i)=Y(i)%各时间点客流量
    elseif i>1
        RYh(i)=RYh(i-1)+Y(i);
    end
end
for i=1:1:181
    if i==1
        Dm(i)=0;
    elseif i>=2
        Dm(i)=Dm(i-1)+Y(i)-Z*(x(i)-x(i-1));
        if Dm(i)<0
            Dm(i)=0;
        end
    end
end
end
for i=1:1:181
    Tm(i)=Dm(i)/Z;
end
sum1=0;
for i=1:1:181
    sum1=sum1+(BY(i)-Y(i))*(BY(i)-Y(i));
end
sum1=sqrt(sum1);
sum2=0;
for i=1:1:181
```

```
        sum2=sum2+Y(i);  
    end  
    if sum1/sum2<epsilon  
    end%收敛  
    TT=Tm*Y'/N;%平均效益值  
    UU=Y*U';%区间最大客流量
```