

# 2017 年“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛

## 第二阶段

### A 题 安全的后视镜

汽车后视镜的视野对行车安全非常重要。一般来说,汽车的后视镜需要有良好的视野范围,以便驾驶员能够全面地了解车后方的道路情况。同时,后视镜也要使图像的畸变尽可能小,以使驾驶员能够准确地判断距离。

如果汽车的后视镜使用平面镜,图像没有畸变,对距离的判断十分准确。但是当镜面大小受限时,视野相对较小。如果使用凸面镜,可以以较小的镜面获得更加宽广的视野,但是图像存在畸变,很难准确判断镜中物体与自己的距离。有的镜面是由平面镜和凸面镜拼合在一起组成,意图兼顾两者的优点。但事实上,驾驶员在观察后视镜时,两者很难同时看清。较受欢迎的做法是构造一个变曲率的后视镜,使后视镜可以兼顾两者的优点,也降低了观察和距离判断上的难度。目前市场上有售不同设计的变曲率后视镜。最常见的是一种双曲率后视镜,内侧接近平面镜,外侧则是一个凸面镜,在它们之间进行了平滑的过渡。图 1 是两个例子,为了便于驾驶员对距离进行判断,镜中由虚线或细实线示意了不同曲率的镜面间的分界线。它们的具体设计有所区别,性能也会有所不同。

**第一阶段问题:** 对典型的小型家用轿车而言,共有三面后视镜,左右车门的外侧各装一面外后视镜,车内正中还有一面内后视镜。假设两面外后视镜都设计成如图 1 所示的双曲率后视镜,请你建立相应的数学模型,对外后视镜给出优化的设计方案,包括镜面的曲面外形以及分界示意线的位置。并以一种现有的轿车为例(可自选),给出具体的计算结果,镜面的边缘轮廓可以沿用现有的设计。由于我们只做理论上的研究,所以在设计时暂不需要考虑和遵循相应的国家标准。



图 1: 变曲率后视镜的例子

**第二阶段问题：**对后视镜的布置而言，相比于形式较为类似的小轿车，大客车具有复杂得多的情况。即使在车体轮廓近似为长方体的前提下，镜面的形状、大小和安装位置等各种参数也都可能有很大的差别（如图 2）。请你建立相应的数学模型，对车体外形近似为长方体的大客车设计最优的后视镜方案，方案中需要包括镜面的曲面外形、边缘轮廓、尺寸以及安装位置等参数。同样地，由于我们只做理论上的研究，所以在设计时暂不需要考虑和遵循相应的国家标准。



图 2: 大客车后视镜的例子