

第九届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 承 诺 书

我们仔细阅读了第九届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1590

参赛队员（签名）：

队员 1：

队员 2：

队员 3：

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别（例如本科组）：本科组

第九届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛
编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：
#1590

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

目录

1. 问题重述	1
2. 问题分析	1
3. 模型假设	1
4. 符号说明	1
5. 模型的建立与求解	2
5.1 波轮式洗衣机	2
5.1.1 波轮的研究与分析	2
5.1.2 内桶的研究与分析	3
5.1.3 转速的研究与分析	5
5.1.4 波轮式洗衣机的优化方案	7
5.2 滚筒式洗衣机	8
5.2.1 悬挂系统的研究与分析	8
5.2.2 箱体的研究与分析	15
5.2.3 滚筒式洗衣机的优化方案	19
6. 模型评价	19
6.1 模型优点	19
6.2 模型缺点	19
6.3 模型改进	19
7. 参考文献	20
8. 附录	21

2016 年第九届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第一阶段论文

题 目 洗衣机的优化设计

关 键 词 流体理论压力 拉格朗日方程 有限元分析 龙格-库塔法

摘 要：

我们根据洗衣机的工作方式不同，分别对波轮式洗衣机和滚筒式洗衣机进行研究。

针对波轮式洗衣机，根据波轮的外形、内筒的内壁形状、转速设计不同，进行参数设计。通过研究流体理论压力和机械的负载转矩特性，得出最优的几何及运转参数。不同参数的优化在增加波轮式洗衣机的洗净率的同时又降低了磨损率以及功率损耗，从而达到优化波轮式洗衣机的效果。

针对滚筒式洗衣机，我们对洗衣机悬挂系统和箱体进行研究。通过对滚筒洗衣机的实际物理系统进行抽象与结构简化，建立了滚筒洗衣机悬挂系统的简化力学模型。在此力学模型基础上，利用拉格朗日方程建立此六自由度悬挂系统在脱水工况下的动力响应方程。进而在 MATLAB 环境下，运用龙格-库塔法对振动方程进行数值分析。在对悬挂系统进行数学建模时，采用了小位移假设理论，这种理论只能在位移非常微小时才能用，否则模型很可能失真。再利用有限元分析理论，对洗衣机箱体的振动规律进行了研究。通过 ANSYS 软件对箱体进行模态分析，得出滚筒洗衣机箱体主要的各阶模态振型，由此分析出箱体的振动主要是发生在两侧的侧面板上，箱体上部也会有摆动现象的发生。根据以上模态分析结果，为了提高箱体刚度，保证工作的可靠性，对箱体提出了改进措施。通过对滚筒式洗衣机悬挂系统的优化以及对箱体的改进来减小整机的振动进行减振降噪从而达到优化滚筒洗衣机的目的。

由于洗衣机的动态特性研究非常复杂，本文忽略了个别影响因素，只对部分问题进行了研究，所以今后要对所建立的模型进行完善和修正。

参赛队号： #1590

所选题目： A 题

参赛密码

(由组委会填写)

Abstract:

we work in different ways according to a washing machine, respectively, to study the wave wheel washer and the drum-type washing machine.

For wave-wheel type washing machine, according to round shape, in the shape on the inner wall of the tube, the speed difference, to design parameters. Through the study of fluid pressure and mechanical load torque transfer, optimum geometric and running parameters. Parameter optimization to increase wave-wheel type washing machine wash the rate and reduce the wear rate and power loss so as to optimize the effect of impeller type washing machine.

Drum-type washing machine, we study the washing machine suspension systems and box. Abstract the actual physical systems through the drum washing machine and structure was simplified, simplified mechanical model of washing machine drum suspension system is established. This mechanical model based on Lagrange's equation, this six-DOF suspension system in the dewatering conditions of dynamic equations. In the MATLAB environment, numerical analysis using Runge-Kutta method for vibration equations. In the mathematical modeling of suspension system using small displacement hypothesis, this theory can only be minimal displacement can be used, otherwise the model may be distorted. Finite element analysis theory, study the vibration of the washer Cabinet. Modal analysis by ANSYS software to the box, that drum-type washing machine box-main mode of each order, to analyze the vibration of the body is mainly occurred in the side panels on both sides, box upper Oscillation phenomenon will happen. Modal analysis is based on the above results, in order to increase body rigidity to ensure the reliability of and proposed improvements to the box. By drum-type washing machine suspension system of optimization and improvement of box vibration and noise reduction to reduce the vibration of the machine so as to achieve the aim of optimization of drum washing machine.

Due to the study on the dynamic characteristics of a washing machine is very complicated, this article ignores the factors affecting the individual, only part of the problem is studied, so next to the model established by improved and modified.

1、问题重述

洗衣机是普及率极高的家用电器，它给人们的生活带来了很大的方便。家用洗衣机从工作方式来看，有波轮式、滚筒式、搅拌式等若干种类。在此基础上，各厂商也推出了多种具体方案，设计了不同的几何及运转参数，诸如波轮的外形、内筒的内壁形状、旋转方式和转速等。不同设计方案的净衣效能和对衣物的损伤程度各不相同。

第二阶段问题：

用户总是希望洗衣机能尽量提高净衣效能，而且能够尽量减小洗涤过程对衣物的机械损伤。为此，请你建立合理的数学模型，对典型的家用洗衣机进行优化的设计。在设计方案中请说明其工作方式（可使用或改进常见的波轮式、滚筒式和搅拌式等，也可设计全新的工作方式），并请给出关键的几何及运转参数。

2、问题分析

目前，在全自动洗衣机领域有三大流派：滚筒洗衣机，搅拌式洗衣机，以及波轮洗衣机。搅拌式洗衣机的洗涤筒中央设有一根搅拌棒，由搅拌棒正反旋动来拍打、摩擦洗涤物，从而达到洗净衣物的目的；波轮洗衣机的洗涤筒底部设有碟形波轮，通过波轮的正反旋转来搅拌和带动洗涤物，达到去污效果；在相同洗涤容量的条件下，波轮洗衣机比搅拌式洗衣机的体积小些。而滚筒洗衣机的滚筒作正反向旋转，筒内凸筋将洗涤物带到高处，衣物在重力作用下自由翻滚跌落，拍打水面，模拟手搓，实现洗涤功能。

针对波轮式洗衣机，根据波轮的外形、内筒的内壁形状、转速设计不同，进行参数设计，找到最合适的设计方案使得洗衣机的综合性能达到最优化。

针对滚筒式洗衣机，我们对其悬挂系统及箱体进行数学建模，基于虚拟样机的配重修正方法研究，优化悬挂系统参数，再对其箱体的模态分析和动力响应分析，达到对洗衣机的综合性能最优化。

3、模型假设

- (1). 假设数据的来源具有普适性，即我们在这篇论文中所引用的数据都是可靠的。
- (2). 洗衣机的设计方案制作可行；
- (3). 假设每种洗衣机只存在一种工作方式，由于各类洗衣机在工作时都会兼有其他类型洗衣机的工作特征，故我们忽略这种影响。

4、符号说明

符号	符号说明
P	波轮作用于流体的理论压力（公斤）
γ	流体的比重（克/厘米 ³ ）
g	重力加速度（981厘米/秒 ² ）
W_a 、 W_b	波轮进口截面的流体相对柱面速度和相对径向速度（厘米/秒）
W_c 、 W_d	波轮出口截面的流体相对柱面速度和相对径向速度（厘米/秒）
R_1 、 R	波轮进、出口截面的半径（厘米）
ω	波轮的转动角速度（弧度/秒）
β	波轮筋条的翼型倾角（度）

5、模型的建立与求解

5.1、波轮式洗衣机

5.1.1、波轮的研究与分析

(1). 波轮几何指标的模型建立

由文献[1]知道，波轮的几何参数，是指波轮进口截面半径 R_l 、出口截面半径 R 、筋条数目、筋高和筋条翼型倾角 β 。从简单机械力对洗衣机洗净率与磨损率的影响来看，流体对衣物的冲击力、弯曲力、拉伸力和摩擦力，是提高洗净率和降低磨损率的重要因素。流体作用于衣物的各种机械力，在实际工作中是同时进行的。流体作用于衣物的力，是由波轮传递的。波轮作用于流体的理论压力为：

$$P = \frac{\gamma\omega}{g} \sqrt{(RW_c - R_l W_a)^2 \sin^2 \beta + (RW_d - R_l W_b)^2 + (R^2 - R_l^2) \omega^2} \quad (1)$$

很明显，波轮作用于流体的力 P 愈大，流体作用于衣物的力也愈大，洗涤效果愈好。再从式(1)表达的参量关系来看，当波轮转速一定时，力 P 与波轮几何参数的关系是：在其他条件不变的情况下，出口截面半径 R 大，或进口截面半径 R_l 小，力 P 增大；角 β 愈大，力 P 也大。但 R 和 β 不能太大。 R 太大使波轮转矩增大，给强度设计带来困难； β 太大，使洗衣机的磨损率增加。因此， R 和 β 参数设计要适度。在波轮直径参数设计时，既要提高洗净率，又要降低磨损率和功率损耗，还要与波轮转速相匹配。图1-1为波轮半径与洗净比的数学模型变化函数图。

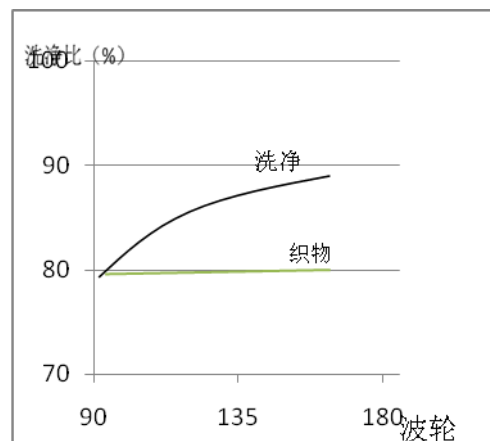


图 1-1

图 1-2 是波筋宽度与洗净比的函数关系，表明了洗净比随着波筋宽度的先增大后减小，所以存在一个波筋宽度的最大值，但是组织磨损随着波筋宽度的增大而增大。

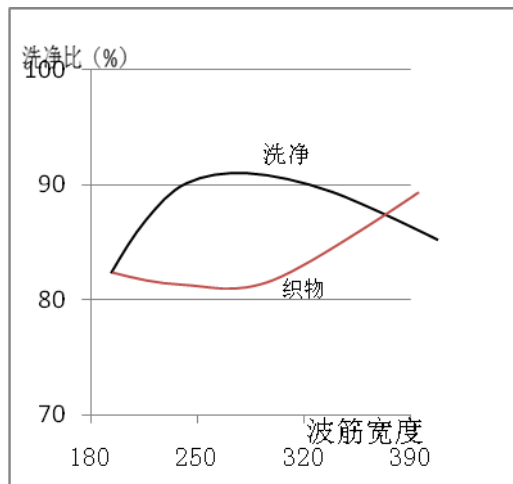


图 1-2

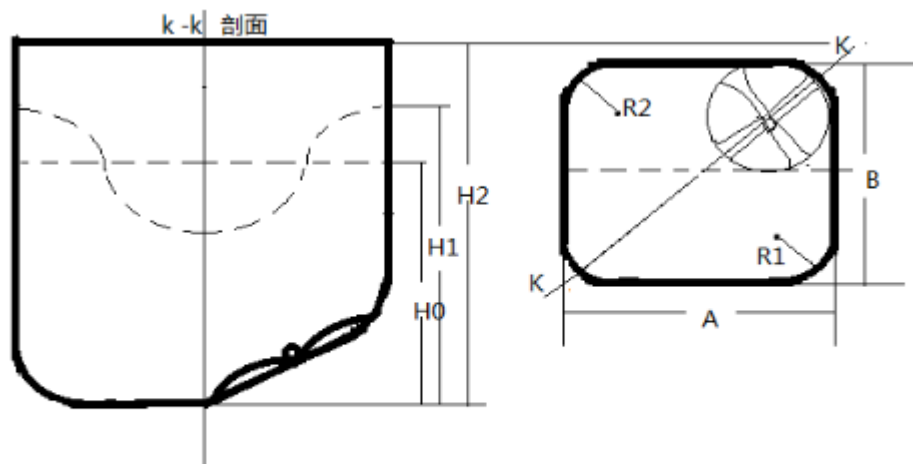
文献[6]对七种国产洗衣机的波轮直径进行了测量, 均在 175-185 毫米范围, 而且综合效能较好。我们对日本及国产十三种洗衣机的波轮几何参数进行了测量, 结果见表 1。

机号和机型		表1		
名称	型号	波轮直径 D (毫米)	波轮筋数 (条)	波轮筋条 翼型倾角 β (度)
日本双桶		200	4	50
国内双桶1号	XSB2.0_2	180	4	52
国内双桶2号	XB2_1	180	4	40
国内双桶3号		180	4	42
国内单桶1号		180	4	52
国内单桶2号	XBL2.0_2	180	4	50
国内单桶3号		180	4	40
国内单桶4号	XPB2.0_D	180	4	42
国内单桶5号		190	4	50
国内单桶6号		180	5	60
国内单桶7号		180	4	50
国内单桶8号	XPB_2.0_4C	180	4	25
国内单桶9号	XPB_2.0_4D	180	4	42

从测量的结果来看, 波轮直径绝大多数为 180 毫米, 占 84.6%。波轮筋数绝大多数为 4 条, 占 92.3%。波轮筋条翼型倾角多数在 40° - 60° 之间, 占 92.3%。对于波轮筋条翼型倾角 β , 某厂在同一种机型上, 用两种角度的波轮进行对比试验, $\beta = 40^{\circ}$ 时, 衣物翻滚无力; $\beta = 62^{\circ}$ 时, 衣物翻滚旋转有力, 洗涤效果大为改善。如果用文献[2]的功率公式进行推算, 在其他条件相同的情况下, $\beta = 60^{\circ}$ 时的功率是 $\beta = 45^{\circ}$ 时功率的 1.29 倍。这说明, β 角大比 β 角小好。但 β 角不能太大, 因为大了虽对洗净率有利, 但磨损率会增加。从上述事实说明, 在设计波轮几何参数时, 波轮直径以 180-185 毫米、筋条数目为 4 条、筋条翼型倾角 $\beta = 45^{\circ}$ - 55° 范围为好。

5.1.2、内桶的研究与分析

洗涤桶的参数,是指桶的容积、横截面积和桶的高度。关于桶的容积,主要是确定容量系数K。K过大和过小都不好。文献[8]推荐K=17-18。文献[6]推荐K=20。从国内多数洗衣机来看,K值取20的多。K值确定后,干衣物的重量(公斤)乘以K值,就等于桶的有效容积(升)。很明显,K值适当,桶的有效容积适当,既可满足衣物的翻滚洗涤,又可减小磨损和功率损耗。参考国内外的有关资料和我们设计体会,取K=20较为理想。关于桶的横截面积,形状和高度,参见下图。



洗涤桶结构参数尺寸

我们对十三种机型洗涤桶参数的测量结果见表2。

机号与机型		桶横截面形状	桶横截面尺寸 A×B(毫米)	桶长宽比 A/B	桶内静止液面高度 H ₀ (毫米)	桶溢水孔高度 H ₁ (毫米)	桶总高度 H ₂ (毫米)	洗涤情况
名称	型号							
日本双桶		方形大圆角	360×360	1	309	400	500	正常
国内双桶1号	XSB2.0_2	矩形大圆角	380×350	1.085	300	380	460	正常
国内双桶2号	XB2_1	方形大圆角	380×380	1	288	340	420	正常
国内双桶3号		矩形大圆角	390×370	1.053	278	330	420	正常
国内单桶1号		方形大圆角	380×380	1	288	350	410	正常
国内单桶2号	XBL2.0_2	矩形大圆角	380×350	1.085	300	340	450	正常
国内单桶3号		矩形大圆角	390×370	1.053	278	无	400	正常
国内单桶4号	XPB2.0_D	圆形有筋	Φ420		288	无	400	正常
国内单桶5号		方形大圆角	380×380	1	288	340	420	正常
国内单桶6号		矩形大圆角	385×375	1.025	274	无	430	正常
国内单桶7号		矩形大圆角	380×370	1.025	284	320	400	正常
国内单桶8号	XPB_2.0_4C	方形大圆角	380×380	1	288	340	420	正常
国内单桶9号	XPB_2.0_4D	矩形大圆角	390×370	1.053	278	330	420	正常

*H₀=V/(A×B), V是有效容积(毫米³)。

洗涤桶的横截面积,对洗净率有较大的影响。当桶的有效容积确定以后,横截面大,则桶内液面静止高度H₀小,衣物不易翻滚,洗涤力弱,且磨损增大。若横截面太小,则H₀大,

衣物舒展不开,洗涤效果同样不好。例如,某厂用 350×400 毫米横截面的洗衣机,洗1.5公斤衣物时,洗净率为50%。洗2公斤衣物时,洗净率为42%。这说明,这种截面只适合洗1.5公斤的衣物。关于横截面的大小,文献[2]推荐:1.5公斤洗衣机桶的横截面积为 $0.14-0.15 \text{ 米}^2$,2公斤洗衣机桶的横截面积为 $0.145-0.16 \text{ 米}^2$ 。

从我们测量的结果来看,均是2公斤洗衣机,桶的横截面积在 $0.125-0.14 \text{ 米}^2$ 之间。为有利于提高洗衣机的综合性能,我们认为,2公斤洗衣机桶的横截面积取 $0.14-0.15 \text{ 米}^2$,1.5公斤的取 $0.125-0.14 \text{ 米}^2$ 是适宜的。

桶的横截面形状,从我们测量的13种机型来看,有圆形、方形和矩形三种。圆形桶只有一种,方形桶五种,矩形桶有七种。从桶底圆角来看,绝大多数为大圆角,占92.3%。桶的横截面形状为什么矩形的多,其主要原因是使流体在变形流场中形成不规则运动,增加流体对衣物的冲击和摩擦,提高洗净率。但矩形的长宽比不能太大,太大了使流体运动阻力增加,涡流损失增大,使磨损率和功率损耗都加大。从测量的七种矩形桶来看,长宽比均在 $1.025-1.085$ 之间。从提高洗衣机的综合效能出发,我们认为桶的横截面形状以矩形大圆角为好,其长宽比在 $1.025-1.085$ 之间。桶的溢水孔高度 H_1 ,和桶的总高度 H_2 ,也是桶设计的重要参数。洗衣机工作时,桶内液体要形成漩流,漩峰要高出静止液面一个距离,即 H_1-H_0 。在 H_1 处设置溢水孔,其目的在于将多余的液体和污垢排出机外。所以, H_1 的位置要适当。 H_1 大了,多余的液体和污垢不能排出机外,要排出势必增加液体,使负载加重,功耗增加; H_1 太小了,使运动流体体积不够,洗净率受到影响,磨损增加。洗涤桶的总高度 H_2 ,为了防止流体溅出机外,要高出溢水孔一个距离,即 H_2-H_1 。这个距离不能太大,太大了用材增加,使成本提高。从表3的测量结果来看,十种机型有溢水孔,占测量机型的76.9%。有溢水孔的机型中, H_1-H_0 距离分别为91、80、62、40、52、36、52、52、52、52毫米。在50-70毫米的有6台,占60%。 H_2-H_1 距离分别为100、80、60、110、80、80、80、90、90毫米,在50-100毫米的有8台,占80%。从测量的十三种机型看,桶的总高 H_2 在400-450毫米范围的有11台,占84.6%。

上述事实说明,桶的高度参数,以 H_1-H_0 为50-70毫米, H_2-H_1 为80-100毫米,桶的总高为410-470毫米范围为好。

5.1.3 转速的研究与分析

要找出一种合理的波轮转速,必须在确定一种桶形、波轮形状、位置等条件下进行。我们是以“三峡”1型洗衣机为对象,改变其波轮转速,来测定洗净比和磨损率的改变波轮转速的方法有多种,究竟选择哪种呢?直流电机调速容易,但特性与交流电机相差甚远,即实验方法与实际情况相差太大,不宜采用,改变电机皮带轮的直径很不方便,要制作许多皮带轮,另外也不能连续调速;采取改变电机位置来改变传动比的方法和用改变传动机构的方法都比较麻烦,我们采用J的是改变电压来调速的一种简单易行的办法。

从电机拖动理论方面来看,一般的工作机械的负载转矩特性(即负载转矩 M_z 与转速 n 的关系 $M=f(n)$)有:

恒转矩负载特性;

恒功率负载特性;

通风机负载特性。

从工作原理分析,洗衣机这种工作机械的负载转矩特性应类似于通风机负载特性(一般的风机、水泵、油泵等机械就是这种特性,其介质空气、水、油对机器叶片的阻力基本上与转速的平方成正比) $M_z=M_{z0}+K_n^2$ 。由于轴上有摩擦转矩 M_{z0} ,特性曲线如图1-3所示。实际上,洗衣机的负载特性是不好测试的。图1-4是武汉家电科研所用应变测试仪器实测的“荷花”牌洗衣机的波轮转矩与转速的关系曲线。因为在稳态时,波轮的输出转矩应与

负载转矩相等, 因此图2也可近似看作是负载转矩特性曲线。

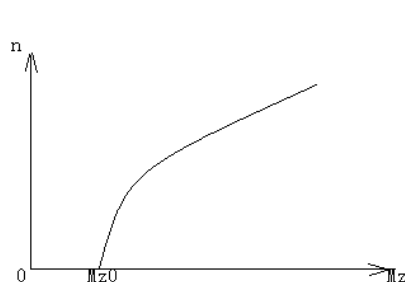


图1-3

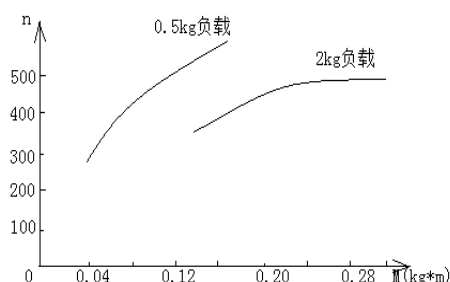


图1-4

从图1-3和图1-4可以看出, 在一段范围内洗衣机的负载转矩与转速有关。根据力学公式 $M - M_z = J \frac{dw}{dt}$ 可知, M 为波轮轴的输出转矩, w 为转动角速度。转速 n 由 0 增至 n_1 , 则负载转矩 M_z 也从 M_{z0} 变化到 M_{z1} , 变化到 M_{z1} , 这个过渡过程时间的长短, 主要由波轮轴的输出转矩 M 决定。如果波轮轴提供的转矩大, 即起动快, 转速达到 n_1 的时间短, 波轮轴提供的转矩小, 则达到 n_1 的时间长。

一般电机起动过程时间很短, 约为 0.15-0.4 秒, 因为电机本身所需的转矩较小。洗衣机的起动过程较长, 约为 5-7 秒, 因为在额定洗涤条件下, 负载较重, 转动惯量大。因此, 在改变电压调速时, 电机起动过程有所差异 (当降低电压至 160 伏时, 过渡过程时间约增加 0.2 秒, 当升高电压至 240 伏时, 过渡过程时间约减少 0.1 秒左右), 但是洗衣机的过渡过程时间变化则不大, 仅改变 1 秒左右。在洗衣机的一个正反交替循环中, 正转约 26-30 秒, 停 3-4 秒, 反转 26-30 秒。在运转 30 秒的时间里, 过渡过程如图因调速而延长或提高 1 秒, 对于总的洗涤过程来说影响不大。这说明只要通过改变电压能够将波轮调到所需的转速上, 过渡过程的微小变化是可以忽略的。从实测来看, 电压为 220 伏时, 洗衣机起动过程约 5 秒; 电压为 160 伏时, 起动约 6 秒, 当电压增至 240 伏时, 起动约 5 秒, 过渡时间变化未大。一旦达到稳态后, 负载转矩仅与转速有关。因此, 达到稳态时不管用什么方法调速, 情况都一样。所以我们认为这种调速方法是可行的。

波轮转速对洗净度 D 、磨损率 P 和输入功率 W 的影响如图 1-5、1-6、1-7 所示。

转速	洗净度 (D)	磨损率 (P)	功率 (W)
320	0.25	0.09	140
340	0.40	0.13	170
360	0.42	0.16	220
380	0.43	0.19	250

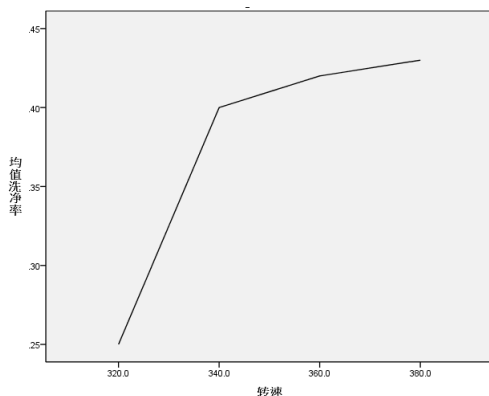


图1-5

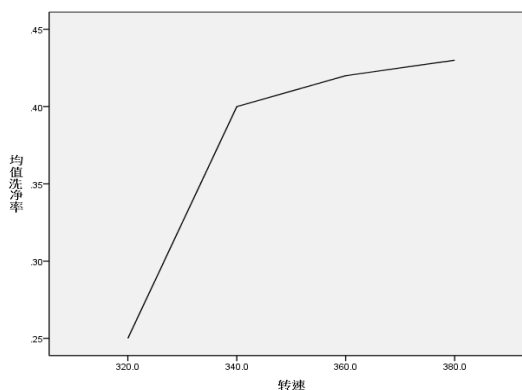


图1-6

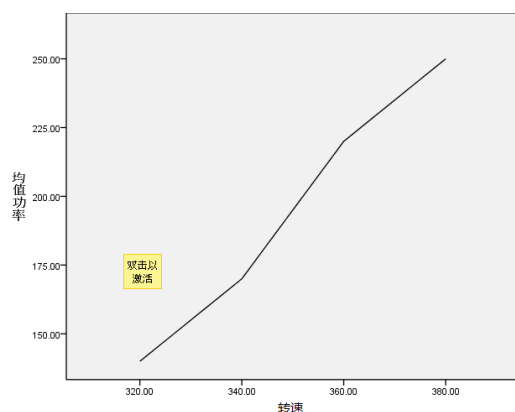


图 1-7

当转速较低时,水流速度较慢,洗涤物在桶中翻转无力,而且由于轴向升力不强,洗涤物仅作旋转运动,上下翻滚少,从曲线可以看出:这时洗净度D、磨损率P、输入功率都低。

当转速增加到340-350转/分时,洗涤物翻滚加强,水流轴向升力增加,使洗涤物上下翻转,水流并不激烈,且打卷缠扭较轻,洗涤度D上升。二转速增加到360转/分以上时,由于水流剧烈,速度太快,桶中央形成很深的旋涡,洗涤物反复扭缠,形成很紧的扭结,洗涤不均匀,使平均洗净度上升不显著,但磨损率与输入功率却几乎成线性增加。

综合上述三条实验曲线,可以认为:

将波轮转速选定在340-350转/分较好,洗净度D较高,磨损率偏低,输入功率偏低。

当然,洗净度还可提高,但会影响磨损率这项指标,况且从全国大多数洗衣机来看,与国外同类洗衣机相比,磨损率都大得多,所以应尽量控制磨损率。另外,从节约能源的角度来看,也是令人满意的。输入功率在180瓦左右,还可似用较小的电机来拖动。事实上,90瓦的电机能够胜任2公斤的洗衣机需要。当然,如果改变桶形和波轮的形状及大小,转速的选定会有所不同。实际中,我们选另一种“航海”牌洗衣机的波轮替换“三峡”波轮(两种波轮直径相同),由于“航海”波轮的筋较高,筋断面狭长,筋部较窄,过渡圆弧小,这样受水流、衣物阻力,大,负载加重,即使电压升到250伏,输入功率增至240瓦,转速也调不到345转/分。这充分说明布选定波轮转速时不能一概而论,而必须从大量的实验结果中去分析、探讨。

5.1.4 波轮式洗衣机的优化方案

在设计波轮几何参数时,波轮直径以180-185毫米、筋条数目为4条、筋条翼型倾角

$\beta = 45^\circ - 55^\circ$ 范围为好;2公斤洗衣机桶的横截面积取0.14-0.15米²,1.5公斤的取0.125-0.14米²是适宜的;桶的高度参数,以 H_1-H_0 为50-70毫米, H_2-H_1 为80-100毫米,桶的总高为410-470毫米范围为好;波轮转速选定在340-350转/分较好。综上所述,得出表3:

表3

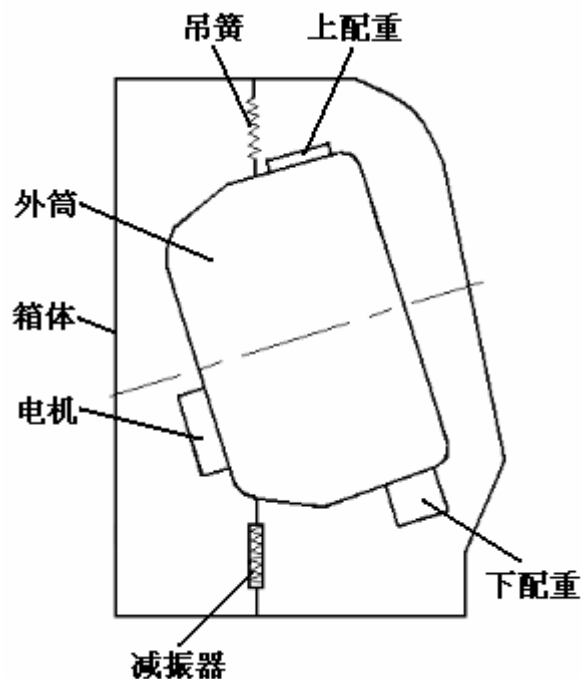
参数名	最优参数
波轮直径 (mm)	180-185
筋条数目(条)	4
筋条翼型倾角 (度)	45-55
横截面积 (m ²)	0.14-0.15
桶的高度(mm)	410-470
波轮转速(rad/min)	340-350

5.2、滚筒式洗衣机

5.2.1、悬挂系统的研究与分析

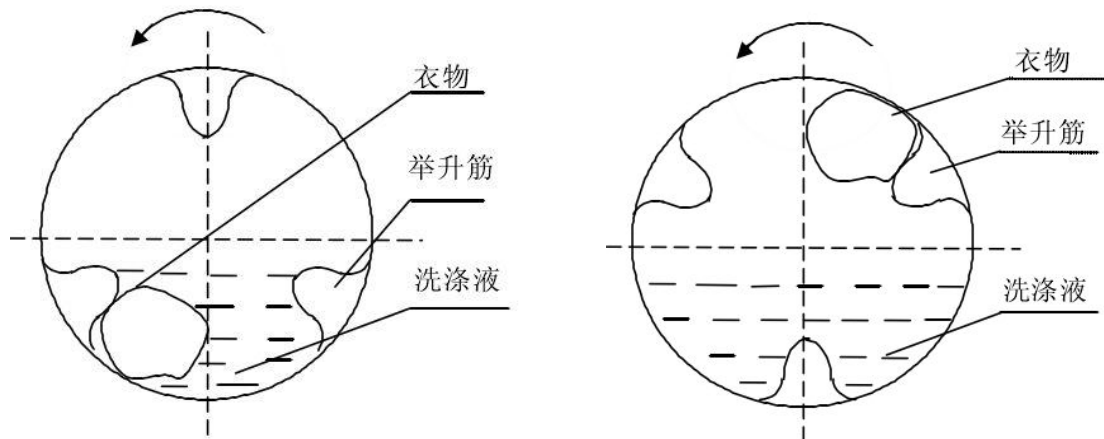
(1) 滚筒洗衣机结构

从振动分析的角度出发,滚筒洗衣机由箱体和悬挂系统两部分组成。悬挂系统包括外筒、内筒、上配重、下配重、吊簧、减振器以及电机等。外筒上固定有上下配重块和电机,与洗衣机前门通过密封圈和前盖进行相连。内筒通过轴承安装在外筒中,由不锈钢板制成以满足其在高速工作时的稳定安全性。由于偏心洗涤物的离心力和重力的作用,在洗涤和高速脱水时内筒常处在偏心状态,外筒上的上下配重块能够起到平衡内筒偏心的作用。电机通过皮带轮传动驱动内筒在外筒中旋转,进行洗涤或脱水工作。悬挂系统通过吊簧和减振器与箱体进行相连,吊簧承担滚筒部分的重量,减振器起定位和减振的作用。除此之外,洗衣机还有给排水系统、操作系统、控制系统等系统,部分洗衣机还具有烘干系统。本文所研究的倾斜轴滚筒洗衣机的滚筒相对于水平轴倾斜一定角度,更符合人机工程学原理。其结构简图如图 2-1 所示。



2-1 倾斜轴滚筒洗衣机结构简图

(2) 滚筒洗衣机的工作原理



2-2 滚筒洗衣机洗涤原理示意图

滚筒式洗衣机的内筒置于装有洗涤剂的外筒中，内筒筒壁上有许多小孔以便洗涤液可以在内筒与外筒之间相互流通。洗涤时衣物放置在内筒中，洗涤液一般情况下只有内筒半径的一半高度，所以衣物只处在半浸泡的状态。洗衣机洗涤衣物的原理同古人用棍棒敲打洗衣一样，通过将衣物里的水快速挤出来使污物随着水的流动和冲击被带走。滚筒洗衣机的洗涤作用是靠电动机通过皮带轮传动带动内筒作循环往复的正反转运动实现的。在内筒内壁上有三条凸起的沿长度方向分布的结构，我们称之为提升筋。如图2-2[19]所示。洗涤时衣物由于提升筋的提升作用随着内筒一起转动，当内筒带着衣物转到接近顶端时，由于洗涤工作转速很慢，致使衣物产生的离心惯性力不足以克服其本身的重力而跌落下来产生一个能将水分从衣服里挤出的冲击力，使衣服纤维与洗涤液间产生较大的相对运动，达到与手工洗涤的揉搓动作极为相似的效果。当衣物旋转到内筒底部时，会再次吸入洗涤液，提升筋继续带着衣物随内筒旋转。如此往复循环，实现洗涤的功能。在脱水甩干工作时，内筒沿同一方向高速旋转，衣物里的水分由于离心力的作用被甩出，经由内筒壁上的小排水孔流到外筒里并通过排水系统排出，完成脱水的功能。

(3) 建立多自由度系统的数学模型

建立多自由度系统的振动微分方程有多种方法，最常用的是根据牛顿定律来建立振动方程和以拉格朗日方程为基础来导出振动方程这两种方法。

根据牛顿定律建立振动方程

$$[M][\ddot{X}] + [C][\dot{X}] + [K][X] = [F(t)] \quad (2-1)$$

式中：[X]—系统的广义坐标矩阵；

[\dot{X}]—系统的广义速度列阵；

[\ddot{X}]—系统的广义加速度列阵；

[M]—系统的质量矩阵；

[K]—系统的刚度矩阵；

[C]—系统的阻力矩阵；

[F(t)]—系统的广义力矩阵；

以拉格朗日方程为基础导出振动方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} + \frac{\partial E_c}{\partial q_i} = F_i \quad (i=1,2,3,\dots,n) \quad (2-2)$$

上式为多自由度系统的拉格朗日方程，式中： E_k 、 E_p 、 E_c 分别为系统的动能、势能与能量耗散函数； q_i 为系统的广义坐标； \dot{q}_i 为系统的广义速度（ q_i 对时间的一阶导数）； F_i 为与 q_i 对应的广义力。应用牛顿运动定律对于较复杂的系统建立运动微分方程时，需要取一系列的分离体，并要分析他们之间的相互作用力。而对于这些未知的约束力，往往是不需要求出的。约束力越多，所要求解的方程也越多，这会给求解带来极大的困难。所以，对于一些自由度较多的复杂动力学系统，常常以拉格朗日方程为基础来导出振动方程。对于本课题所研究的滚筒洗衣机悬挂系统来说，偏心衣物随内筒做定轴转动，其在任意时刻的空间位置是不确定的，若根据牛顿定律来建立振动方程，由于减振器、吊簧及滚筒惯性积等因素，很难准确表达方程中的所有受力情况，并且求解也比较困难，所以采用拉格朗日方程对悬挂系统进行数学建模。

显然，拉格朗日方程从能量的观点来研究机械系统的真实运动规律。利用拉格朗日方程对机械系统进行动力学分析，首先应确定系统的广义坐标（即完全确定系统的运动所需的一组独立的参数），然后列出系统的广义力、动能和势能的表达式，再代入式（2-2），即可获得系统的振动方程。

（4）悬挂系统的抽象与简化

洗衣机在工作时的动态性能主要是由其悬挂系统的振动特性决定的，所以对悬挂系统的研究是洗衣机减振降噪研究中最最重要的一个内容。一个实际的振动系统，常常是一个复杂的弹性系统。研究系统的振动时，必须根据所要解决的问题，将实际系统加以简化。为了分析方便，在对滚筒洗衣机悬挂系统进行动力学研究之前，首先要将实际的物理系统进行抽象与结构简化。我们假设如下：

a 将吊簧和阻尼减振器视为理想元件，忽略自身的重量；且内外筒以及其它零部件间的装配关系为理想状态，即忽略运动副间的摩擦。

b 在脱水工况下，将偏心衣物看做质量集中于滚筒内一点的定质量刚体并通过离心力与内筒壁保持相对静止，紧贴于其上。

c 将内外滚筒均视为刚体，并且旋转中心在同一轴线。

d 将吊簧和减振器在箱体上的悬挂连接点视为相对于地面固定的。综上所述，我们将滚筒洗衣机的悬挂系统描述为由滚筒系统（内外筒体、电机、配重），偏心负载（即脱水衣物），以及作用效果可以分解为垂直和水平两方向的吊簧和阻尼减振器等组成的一个振动系统。此振动系统是一个空间六自由度系统，可以把工作时筒体的振动看成是空间刚体的运动，振动轨迹可以分解为沿坐标轴方向的三个平动和绕坐标轴的三个转动。悬挂系统的各参数及坐标系示意简图如图 2-3 所示。

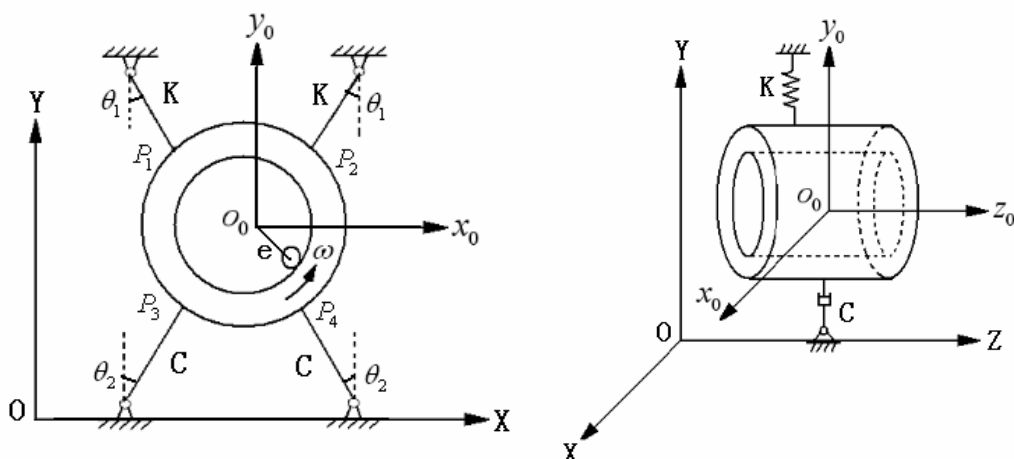


图 2-3 悬挂系统参数及坐标系示意简图

上图中 $OXYZ$ 坐标系为悬挂系统的整体坐标系，坐标系原点 O 为洗衣机箱体的左前下侧角点。 $O_0x_0y_0z_0$ 坐标系为悬挂系统中筒体的局部坐标系，原点 O_0 在筒体的质心处， O_0z_0 坐标轴与筒体的轴线平行。图中 K 为吊簧的刚度系数、 C 为减振器的阻尼系数、 θ_1 为弹簧的安装角、 θ_2 为减振器的安装角、 P_1 和 P_2 为两吊簧与外筒的连接点、 P_3 和 P_4 为两减振器与外筒的连接点、 e 为偏心负载的偏心距、 ω 为内筒的工作转速。

(5) 建立悬挂系统的数学模型

所建立的数学模型，不考虑洗衣机箱体的振动和左右移动，只研究由吊簧、减振器、内外筒和上下配重等组成的悬挂系统的振动情况。由于模型中上下配重是固定在外筒上的，故将外筒和上下配重看做一个整体。以脱水工作状态下外桶质心的振动轨迹做为研究目标，以脱水阶段外筒质心在整体坐标系下沿坐标轴三个方向的平动位移 x 、 y 、 z 和外筒质心绕三个坐标轴转动的角位移 α 、 β 、 γ 为六个广义坐标。由于筒体的振动幅度相对于其本身及箱体尺寸来说很小，对所要建立的数学模型采用小位移假设理论。

a 系统的势能

悬挂系统中的势能有两种：吊簧的弹性势能和系统的重力势能。将重力势能的零势面取在系统的静平衡位置处，从而使悬挂系统的重量和与之相平衡的吊簧初始力相抵消都不出现在运动方程中。所以系统的势能不考虑悬挂系统的重力势能，只需要考虑存储于变形的吊簧中的弹性势能。

设脱水阶段外筒质心在 t 时刻的位移坐标为 $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)^T$ 两吊簧在外筒上的吊接点坐标分别为 $(x_3, y_3, z_3)^T$ 、 $(x_4, y_4, z_4)^T$ 则两吊簧在 t 时刻沿三个坐标轴方向的长度改变量为：

$$\Delta x_1 = x - y_1 \tan \gamma + z_1 \tan \beta \quad (2-3)$$

$$\Delta y_1 = y - z_1 \tan \alpha + x_1 \tan \gamma \quad (2-4)$$

$$\Delta z_1 = z - x_1 \tan \beta + y_1 \tan \alpha \quad (2-5)$$

$$\Delta x_2 = x - y_2 \tan \gamma + z_2 \tan \beta \quad (2-6)$$

$$\Delta y_2 = y - z_2 \tan \alpha + x_2 \tan \gamma \quad (2-7)$$

$$\Delta z_2 = z - x_2 \tan \beta + y_2 \tan \alpha \quad (2-8)$$

式 (2-3) ~ (2-8) 中, $\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta z_1, \Delta x_2, \Delta y_2, \Delta z_2$ 分别为两吊簧在 t 时刻沿三个坐标轴方向的长度改变量。考虑到小位移假设理论, 悬挂系统为微幅振动, 有如下近似的几何关系:

$$\alpha \approx \tan \alpha \quad \beta \approx \tan \beta \quad \gamma \approx \tan \gamma$$

于是两吊簧在 t 时刻沿三个坐标轴方向的长度改变量可写为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - y_i \gamma + z_i \beta \\ y - z_i \alpha + x_i \gamma \\ z - x_i \beta + y_i \alpha \end{bmatrix} \quad (i=1,2) \quad (2-9)$$

设吊簧为线性弹簧且其刚度系数为 k , 则吊簧沿三个坐标轴方向的近似刚度分别为:

$$K_x = k \sin \theta_1, K_y = k \cos \theta_1, K_z = 0$$

其中 θ_1 为吊簧的安装角, 即吊簧与垂直方向的夹角。

则悬挂系统的势能即吊簧的弹性势能为:

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{1}{2} K_x (\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2) + \frac{1}{2} K_y (\Delta y_1^2 + \Delta y_2^2) + \frac{1}{2} K_z (\Delta z_1^2 + \Delta z_2^2) \\ &= \sum_i \left(\frac{1}{2} k \sin \theta_1 \Delta x_i^2 + \frac{1}{2} k \cos \theta_1 \Delta y_i^2 \right) \end{aligned}$$

将式 (2-9) 代入上式得:

$$E_p = \sum_i \left[\frac{1}{2} k \sin \theta_1 (x - y_i \gamma + z_i \beta)^2 + \frac{1}{2} k \cos \theta_1 (y - z_i \alpha + x_i \gamma)^2 \right] \quad (i=1,2) \quad (2-10)$$

b 系统的动能

整个系统的动能由洗衣机外筒的动能、内滚筒的动能和偏心衣物的动能组成。

外筒的动能:

$$E_w = \frac{1}{2} m_w (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (J_{xw} \alpha^2 + J_{yw} \beta^2 + J_{zw} \gamma^2) \quad (2-11)$$

内滚筒的动能:

$$E_n = \frac{1}{2} m_n (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} J_{xn} (\alpha + \omega_x)^2 + \frac{1}{2} J_{yn} (\beta + \omega_y)^2 + \frac{1}{2} J_{zn} (\gamma + \omega_z)^2 \quad (2-12)$$

综上所述, 整个悬挂系统的动能为:

$$E_k = E_w + E_n \quad (2-17)$$

c 系统的耗散能

把悬挂系统中各构件间的相对运动看作是理想状态, 即忽略各构件相对运动产生的摩擦力, 所以在本分析计算中我们对悬挂系统的阻尼器采用线性粘性阻尼器模型。

则悬挂系统的耗散能即阻尼减振器的耗散能为:

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2} C_x (v_{3x}^2 + v_{4x}^2) + \frac{1}{2} C_y (v_{3y}^2 + v_{4y}^2) + \frac{1}{2} C_z (v_{3z}^2 + v_{4z}^2) \\ &= \sum_j \left(\frac{1}{2} C \sin \theta_2 v_{jx}^2 + \frac{1}{2} C \cos \theta_2 v_{jy}^2 \right) \end{aligned}$$

经计算得:

$$E_c = \sum_j \left[\frac{1}{2} C \sin \theta_2 (x - y_j \gamma + z_j \beta)^2 + \frac{1}{2} C \cos \theta_2 (y - z_j \alpha + x_j \gamma)^2 \right] \quad (j=3,4) \quad (2-20)$$

由式 (2-10)、式 (2-17) 和式 (2-20) 推导出拉格朗日方程式 (2-2) 中
所需要的各个导数: (见附录)

在所研究滚筒洗衣机悬挂系统中, 悬挂系统的重量和与之相平衡的吊簧初始力相抵消, 故在拉格朗日方程式 (2-2) 中:

$$F_1 = F_2 \dots F_6 = 0$$

将上述推导出的各导数的表达式代入拉格朗日方程, 最终可得整个悬挂系统的运动

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} & m_{46} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} & m_{56} \\ m_{61} & m_{62} & m_{63} & m_{64} & m_{65} & m_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

方程为:

即:

$$[M][\ddot{X}] + [C][\dot{X}] + [K][X] = [F] \quad (2-3)$$

上式中, $[M]$ 、 $[C]$ 和 $[K]$ 都是 6×6 阶矩阵分别为悬挂系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, 它们的各元素代表式见附录; $[F]$ 为由洗涤衣物的不平衡质量在脱水时产生的离心力列阵; $[X]$ 、 $\dot{[X]}$ 和 $\ddot{[X]}$ 分别为外筒质心的广义位移列阵、广义速度列阵和广义加速度列阵。

(6) 数学模型的分析

通过对悬挂系统运动方程的分析, 可以看出方程中刚度矩阵、阻尼矩阵和质量矩阵的各元素中包含大量的系统结构参数, 且方程是耦合的, 方程中的转动部分和平动部分通过减振器与吊簧发生耦合, 所以对系统运动方程的直接求解极其麻烦难度很大。在工程分析中, 通常应用龙格-库塔法来对上述常微分方程进行数值求解。悬挂系统的各参数如表 2-1 所示。确定了内外筒及偏心衣物的转动惯量以后, 即可在 MATLAB 中采用四阶龙格-库塔法数值仿真出洗衣机悬挂系统筒体的振动轨迹, 积分步长设置为 0.001 秒。

表 2-1 悬挂系统的各参数

内筒质量 m_n (kg)	9.5	吊簧刚度系数 k (N/mm)	8
外筒加上下配重质量 m_w (kg)	27.5	减振器阻尼系数 c (N·s/mm)	0.2
偏心洗涤物质量 m_y (kg)	2	吊簧安装角 θ_1	
偏心距 e (mm)	200	减振器安装角 θ_2	
脱水转速 ω (r/min)	1000		

参考以往文献中振动测试结果，滚筒洗衣机在实际工作状况下沿筒体轴向的振动以及绕三个坐标轴的转动都较小，对悬挂系统的动态性能影响不大，所以在这里只研究筒体的垂向（y 方向）和侧向（x 方向）两个方向的振动，数值仿真出的它们的振动曲线如图 2-4 和图 2-5 所示。

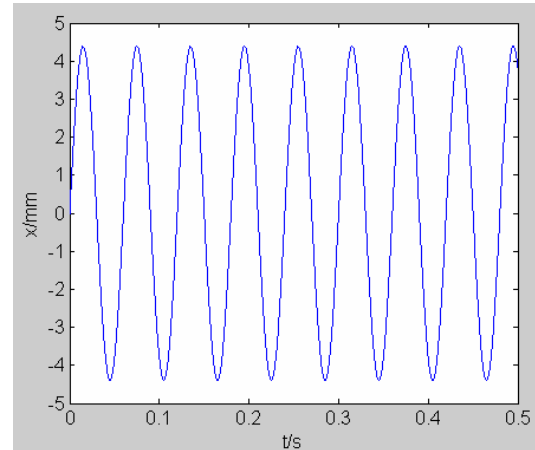
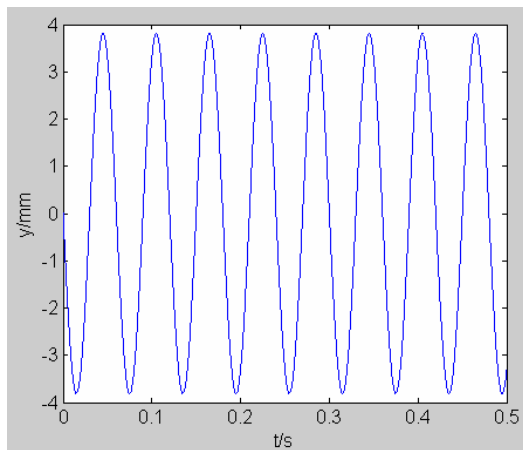


图 2-4 筒体垂向（y 方向）振动曲线 图 2-5 筒体侧向（x 方向）振动曲线

由图 2-4 和图 2-5 可知，筒体的振动是周期性稳态强迫振动，它的激振频率就是洗衣机工作时的频率，筒体的振动曲线符合旋转机械受周期载荷激励的频谱成分。激振频率与工作转速有关，可由公式 $f=n/60$ （ n 为工作转速，单位为 r/min； f 为激振频率，单位为 Hz）计算而得。通过对吊簧刚度系数和减振器阻尼系数的不同取值，研究在脱水稳定阶段筒体质心垂向（y 方向）和侧向（x 方向）的振幅最大值受它们影响的情况，如图 2-6 和图 2-7 所示。

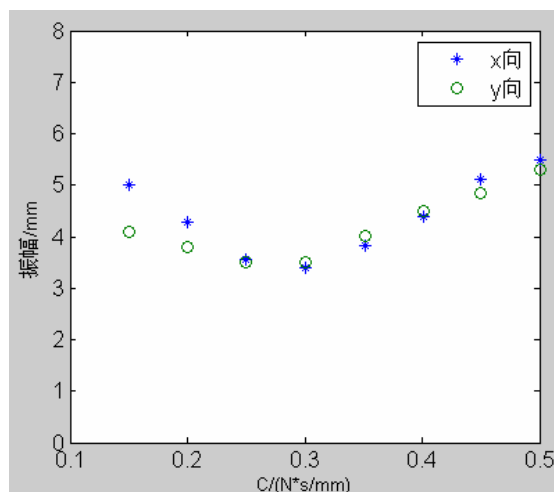
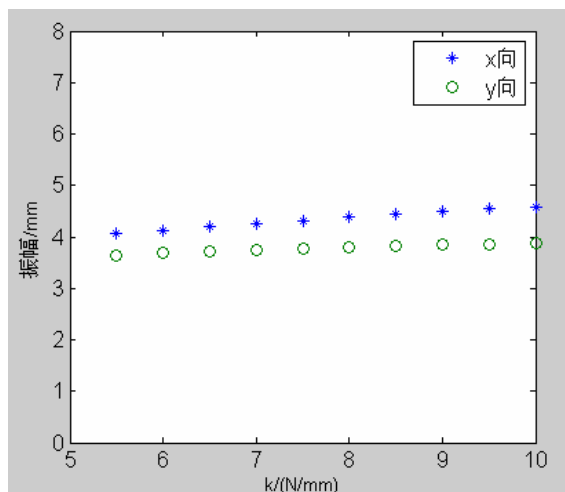


图 2-6 吊簧刚度系数对筒体振幅的影响 图 2-7 减振器阻尼系数对筒体振幅的影响

由图 2-6 和图 2-7 可看出，在脱水稳定阶段，筒体质心在垂向（y 方向）和侧向（x 方向）的最大振幅随着吊簧刚度系数的增加呈现缓慢增长的趋势，侧向的振幅受吊簧刚度系数的影响相对于垂向更大一些，总的来说，吊簧刚度系数的变化对筒体振幅的影响不明显；筒体振幅随减振器阻尼系数的增大先减小后增大，当减振器阻尼系数较小时，侧向和垂向最大振幅之间的差值较明显，随着减振器阻尼系数的增加两者之间的差值也变的较小。

通过对滚筒洗衣机的实际物理系统进行抽象与结构简化，建立了滚筒洗衣机悬挂系统的简化力学模型。在此力学模型基础上，利用拉格朗日方程建立此六自由度悬挂系统在脱水工况下的动力响应方程。进而在 MATLAB 环境下，运用龙格-库塔法对振动方程进行数值分析。在对悬挂系统进行数学建模时，采用了小位移假设理论，这种理论只能在位移非常微小时才能用，否则模型很可能失真。在系统的弹性势能和能量耗散计算过程中，确定吊簧刚度和减振器阻尼在三个坐标轴方向上的分量时，假设了二者在振动过程中的安装角度是定值，并且忽略了 Z 轴方向上的分量，会有能量丢失问题。在数值仿真时，没考虑洗衣机在启动阶段的振动情况，脱水转速是直接以稳态时的速度输入的。所以，利用数学建模的方法对多自由度系统进行振动分析是比较困难的，很难达到预期的要求。但是本章所建的悬挂系统的动力响应方程可以作为第四章运用虚拟样机建模的方法对洗衣机的脱水工况进行仿真振动分析的理论依据。

5.2.2、箱体的研究与分析

滚筒洗衣机悬挂系统的质量是由洗衣机箱体承载的，所以在滚筒洗衣机工作过程中来自不平衡洗涤物的偏心激振力会通过悬挂系统传递到箱体上。箱体是相对刚度较小的薄板式框架结构，会产生受力变形。由于相对于悬挂系统而言，箱体的动态性能决定了洗衣机在高频阶段的振动模态，并且箱体四个面的振幅也是评价洗衣机整机振动性能的指标，因此箱体的振动特性是洗衣机减振降噪研究的重要内容。我们通过 ANSYS 有限元分析软件对洗衣机箱体进行有限元模态分析获得其振型和固有频率，通过模态分析结果找出箱体中的相对薄弱部分并对其进行结构改进设计，避免工作频率接近其固有频率发生共振的可能，为洗衣机整机的振动控制提供有效途径。

(1) 箱体的模态分析

研究滚筒洗衣机的结构可知，悬挂系统的质量是由洗衣机箱体承载的，所以在滚筒洗衣机工作过程中来自不平衡洗涤物的偏心激振力会通过悬挂系统传递到箱体上。箱体

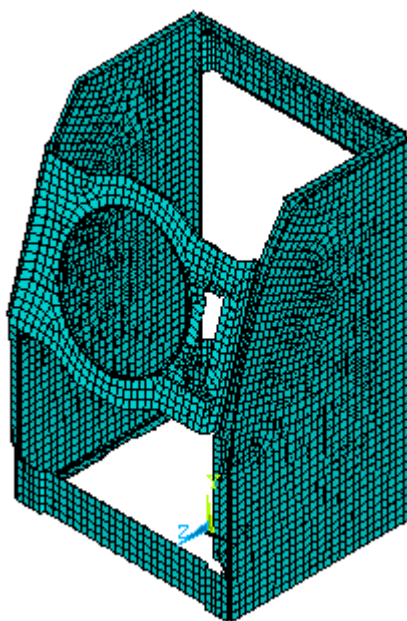
是薄板式框架结构,相对刚度较小,其会产生受力变形使自身受力情况更为复杂。由于相对于悬挂系统而言,箱体的动态性能决定了洗衣机在高频阶段的振动模态,并且箱体四个面的振幅也是评价洗衣机整机振动性能的指标,因此箱体的振动性能是洗衣机降振减噪研究的重要内容。对箱体进行有限元模态分析能够获得其振型和固有频率,避免工作频率接近其固有频率发生共振的可能性。通过模态分析还能发现箱体中的相对薄弱部分,为其结构改进设计提供依据。模态分析是研究箱体振动特性的基础。

(2) 箱体三维模型的建立

ANSYS 软件本身具有实体建模功能,但是直接在 ANSYS 环境中建立洗衣机箱体模型相对来说比较复杂,所以本文利用 Pro/e 三维建模软件对箱体进行实体建模,然后运用两个软件的接口程序将 Pro/e 三维模型导入到 ANSYS 中。

洗衣机箱体属于壳体结构,本身的工艺结构比较复杂,包含许多微小的细节,如工艺孔、倒角、斜度、圆角和螺栓孔等。在对箱体模型进行网格划分时由于精度的需要单元边界尺寸都十分微小,这些设计细节会大大增加单元数量,降低计算的效率。其次对箱体进行有限元分析的目的主要是分析箱体的刚度,完全按照箱体实体建立模型是没有必要的,对不影响箱体强度的局部细小几何结构可以忽略,以减小建模的复杂度。所以要对箱体模型进行必要的抽象与简化,略去工艺孔、倒角、进排水孔和螺栓孔等,这样既有利于建模和提高分析计算的效率,在分析精度上又能达到要求。对箱体结构进行简化以后,在 Pro/e 软件中建立箱体的三维模型,具体建模步骤不再赘述。

通过多次试验划分好网格后进行适当的优化,最终将箱体模型离散成含有 10480 个节点和 10827 个单元的有限元模型,如图所示。



对所计算的模态进行扩展以后,得到箱体的各阶固有频率如表 3-1 所示,主要各阶固有频率对应的模态振型如图 3-4~图 3-10 所示。见附录

表 3-1

阶数	固有频率 (HZ)	临界转速 (r/min)	阶数	固有频率 (HZ)	临界转速 (r/min)
1	12.718	783.08	11	36.569	2194.14
2	14.882	892.92	12	38.685	2321.1
3	16.515	920.9	13	40.147	2408.82
4	20.16	1109.6	14	42.815	2568.9
5	21.238	1274.28	15	42.838	2570.28
6	21.251	1275.06	16	42.94	2576.4
7	23.812	1428.72	17	49.035	2942.1
8	26.615	1596.9	18	53.737	3224.22
9	29.717	1783.02	19	53.777	3226.62
10	29.724	1783.44	20	53.782	3226.92

上表中临界转速即是滚筒洗衣机在工作状况下引起箱体和悬挂系统发生共振的工作转速，计算公式为：

$$n_c = 60f_n$$

上式中：

n_c —临界转速 (r/min)

f_n —箱体的固有频率 (HZ)

本文所研究型号的滚筒洗衣机脱水转速设定在 500r/min、700 r/min、1000 r/min 和 1200r/min 四个级别，对比表 3-1 中各阶临界转速可得知在脱水工作时不会有共振现象的发生，但是脱水转速离共振临界转速较近，这对于洗衣机的减振不利。

由以上滚筒洗衣机箱体主要的各阶模态振型可知，箱体的振动主要是发生在两侧的侧面板上，箱体上部也会有摆动现象的发生，其振动变化趋势主要有以下几种：

a 由图 3-4 可知，当激振频率达到 12.7HZ 时，洗衣机箱体的左右两侧面板中心部位开始产生 X 方向的一阶振动变形，同时箱体上部也伴随有振动现象的发生。随着激振频率的增大，箱体上部的前侧和后侧摆动现象较明显，特别是在 4 阶固有频率附近箱体的上部后侧振动剧烈。

b 由箱体的 7 阶模态振型可以看出，当激振频率达到 23.8HZ 附近时，洗衣机箱体的左右两侧面板开始产生纵向 (Y 向) 分布的二阶 X 方向的弯曲振动。

c 当激振频率达到 11 阶模态振型所对应的固有频率后，箱体两侧面板就会发生纵向 (Y 向) 分布的三阶 X 方向的振动弯曲变形。

d 由图 3-9 可以看出，箱体的 13 阶模态振型是两侧面板上横向 (Z 向) 分布的二阶 X 方向的弯曲变形，此时箱体的固有频率为 40.1HZ。随着激振频率的增大，箱体的 17 阶模态振型中侧面板有发生四阶振动变形的趋势。

(3) 箱体结构的改进设计

通过观察模态振型可以发现，箱体的振动变形主要发生在左右两侧面板上，其长期在瞬态固有频率的激励下容易产生弯曲变形，造成疲劳破坏。为了使洗衣机工作频率远离箱体的固有频率，减小整机的振动，保证工作的可靠性，要对箱体进行改进设计提高其刚度，尤其要提高左右两侧面板的刚度。要提高侧面板的刚度，可以通过改变其结构来实现。在两侧面板上设计纵向分布的凹槽，来增加其刚度。同时在箱体顶部的中间部

位增加一个连接两侧面板的连接板，以增加箱体的整体刚度，改善箱体上部的振动情况。改进后的箱体模型如图 3-11 所示。

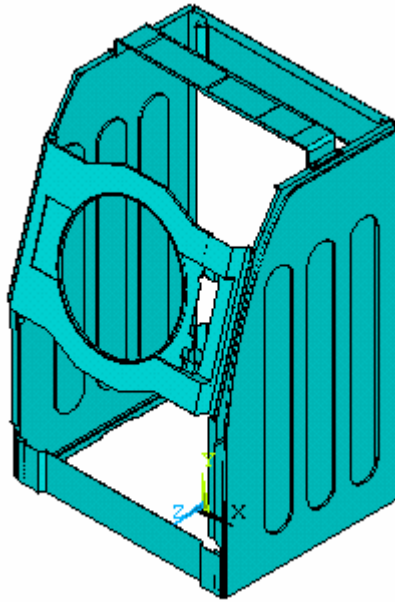


图 3-11 箱体改进后模型

(4) 箱体改进前后模态对比

对改进后的箱体进行模态分析计算，其前 10 阶固有频率及临界转速与未改进的前 10 阶固有频率及临界转速的对比如表 3-2 所示，主要各阶固有频率对应的模态振型如图 3-12～图 3-16 所示。见附录。

表 3-2

改进前 阶数	固有频率 (HZ)	临界转速 (r/min)	改进后 阶数	固有频率 (HZ)	临界转速 (r/min)
1	12.718	783.08	1	12.855	771.3
2	14.882	892.92	2	23.681	1420.86
3	16.515	920.9	3	24.164	1449.84
4	20.16	1109.6	4	29.419	1765.14
5	21.238	1274.28	5	32.15	1929
6	21.251	1275.06	6	32.164	1929.84
7	23.812	1428.72	7	44.201	2652.06
8	26.615	1596.9	8	48.592	2915.52
9	29.717	1783.02	9	49.93	2995.8
10	29.724	1783.44	10	55.552	3333.12

箱体改进设计前，侧面板产生的一阶振动变形发生在 1 阶固有频率 12.7HZ 附近，二阶振动变形发生在 23.8HZ 附近，三阶振动变形发生在 36.6HZ 附近。观察图 3-13 可知，改进后箱体两侧面板在 23.7HZ 的激振频率附近才开始发生一阶振动变形，若此频率在箱体改进前则即将使两侧面板产生二阶振动。由图 3-14 和图 3-15 可以看出，改进箱体的 5 阶振型中两侧面板的振动变形仍然是一阶的，而在 7 阶固有频率 44.2HZ 附近

时两侧面板刚开始产生二阶振动变形。对比观察图 3-10 和图 3-16 知, 激振频率在 49Hz 左右时, 改进前箱体两侧面板已经有了四阶振动的趋势, 而此时经过改进的箱体两侧面板只是有横向分布的二阶振动现象的发生。

由表 3-2 可以看出, 箱体经过改进设计其各阶固有频率相比改进设计前都有所增加, 能够使洗衣机的脱水工作频率更加远离箱体的各阶固有频率。改进后箱体的 2 阶固有频率所对应的临界转速为 1420.86r/min, 而此型号洗衣机的最高脱水工作转速为 1200r/min, 所以箱体改进设计后洗衣机在脱水工作的启动阶段只在加速到 1 阶固有频率所对应的临界转速 771.3r/min 时产生一次瞬时共振。而由表 3-2 可知, 箱体改进设计前其 5 阶固有频率所对应的临界转速为 1274.28r/min, 洗衣机以 1200r/min 的工作转速进行脱水时, 在加速启动阶段要先后经历前四阶固有频率所对应的临界转速, 产生四次瞬时共振。所以箱体改进设计后洗衣机在脱水工作的启动阶段能够有效的减少瞬时共振的次数, 改善整机的振动性能。

根据分析的结果, 我们采取了以下改进的措施: 在两侧面板上设计纵向分布的凹槽, 来增加其刚度; 同时在箱体顶部的中间部位增加一个连接两侧面板的连接板, 以增加箱体的整体刚度, 改善箱体上部的振动情况。通过箱体改进前后模态分析结果的对比可知, 对箱体的改进设计能够使洗衣机工作频率远离箱体的固有频率, 避免发生共振的可能, 并且能够减少脱水启动阶段瞬时共振的次数, 改善整机的振动性能。

5.2.3 滚筒式洗衣机的优化方案

运用龙格库塔法, 求得悬挂系统优化方案:

弹簧吊角 $\theta_1 = 11.5^\circ$, 弹性系数 $k = 7.5 \text{ N/mm}$, $X_0 = 0(0.1) \text{ mm}$, 阻尼安装角 $\theta_2 = 19^\circ$, 阻尼系数 $C = 0.15 \text{ Ns/mm}$, 偏心块质量 $m_u = 2 \text{ Kg}$, 偏距 $d = 0.1 \text{ m}$; 电机转速 $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$ 。

为了使洗衣机工作频率远离箱体的固有频率, 减小整机的振动, 保证工作的可靠性, 要对箱体进行改进设计提高其刚度, 尤其要提高左右两侧面板的刚度。要提高侧面板的刚度, 可以通过改变其结构来实现。在两侧面板上设计纵向分布的凹槽, 来增加其刚度。同时在箱体顶部的中间部位增加一个连接两侧面板的连接板, 以增加箱体的整体刚度, 改善箱体上部的振动情况(改进后的箱体模型如图 3-11 所示)。

。

六、模型评价

6.1 模型优点

- (1) 综合考虑了几何参数和运转参数对净衣效能和对衣物的损伤程度的影响;
- (2) 利用流体力学来分析流体对衣物产生的压力;
- (3) 利用 Matlab 编程 ps 软件绘图建立模型求解问题。

6.2 模型缺点

(1) 在对悬挂系统进行数学建模时, 采用了小位移假设理论, 这种理论只能在位移非常微小时才能用, 否则模型很可能失真。在系统的弹性势能和能量耗散计算过程中, 确定吊簧刚度和减振器阻尼在三个坐标轴方向上的分量时, 假设了二者在振动过程中的安装角度是定值, 并且忽略了 Z 轴方向上分量。

(2) 在洗衣机虚拟样机建模过程中, 除箱体以外其它零部件都视为刚体。为更加接近真实情况以增加仿真分析的精度, 以后的研究中可将内筒也作为柔性体来处理。

6.3 模型改进

1、问题中仅对不同设计方案对净衣效能和对衣物的损伤程度进行研究，并未将各种方案之间的关系进行研究。可对不同方案之间互相影响进行研究。

参考文献

- [1] 《家用电器科技》，1983年第1期, 刘代祥著：
“波轮式洗衣机的流体特性与动力计算”；
- [2] 《家用电器技术》，1982年第2期, 陆启凯著：
“波轮式洗衣机功耗的计算与节能”；
- [3] 《家用电器科技》，1983年第2期, 崔德昆著：
“波轮式洗衣机洗涤原理的初步探讨”；
- [4] 《家用电器科技》，1982年第5期, 郭勇著：
“对于洗衣机波轮几何形状的探讨”；
- [5] 《家用电器科技》，1983年第6期, 王爱珍著：
“谈洗衣机的设计与计算”；
- [6] 《家用电器科技》，1982年第4期, 龙仲文著：
“对改善波轮式洗衣机结构的初步研究”；
- [7] 《家用电器科技》，1981年第1期, 游玉海译：
“各种简单机械力与洗净度的关系”；
- [8] 《中国家用电器工程学会文集》，1981年, 宋振北著：
“普通波轮式洗衣机工作原理探讨”；
- [9] 《家用电器科技》，1983年第1期, 陈长英译：
“波轮偏置式全自动洗衣机”。
- [10] 杨晓文, 赵晓明. 滚筒式洗衣机振动模态分析[J]. 机械工程师, 2007
- [11] 李晓川, 左言言. 洗衣机滚筒的有限元动态分析[J], 噪声与振动控制, 2009
[J]. 华南理工大学学报, 1997
- [12] 刘庆亮. 滚筒洗衣机的振动分析[D]. 天津大学硕士学位论文, 2002
[J]. 实验力学, 2004
- [13] 左言言, 申秀敏, 刘海波. 滚筒洗衣机机箱动态特性分析[J]. 噪声与振动控制, 2007
- [14] 付素芳, 张秋菊, 陈海卫, 林浩. 洗衣机悬挂系统动态特性的实验研究.
实验力学, 2008

附录

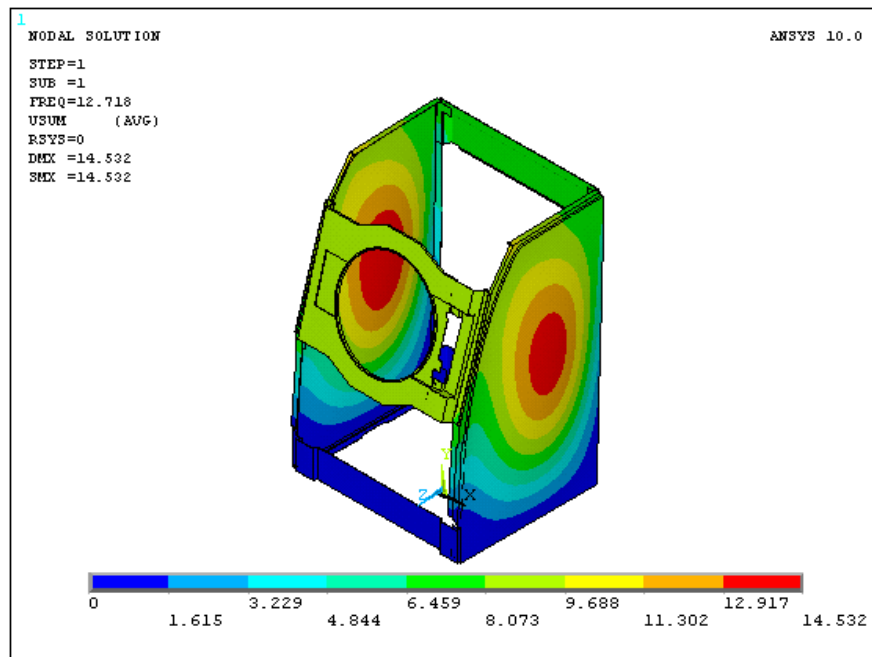


图 3-4 箱体 1 阶模态振型

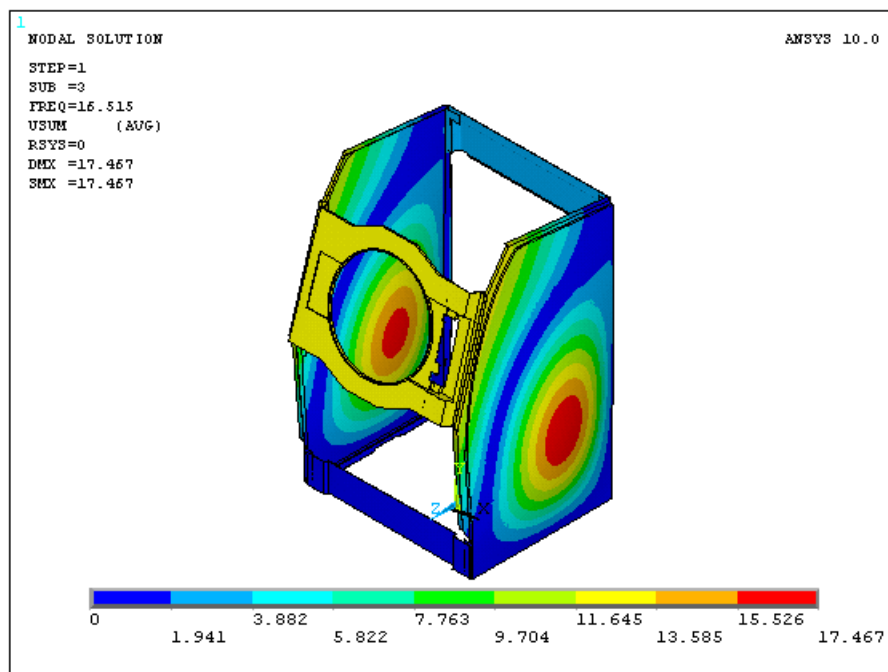


图 3-5 箱体 3 阶模态振型

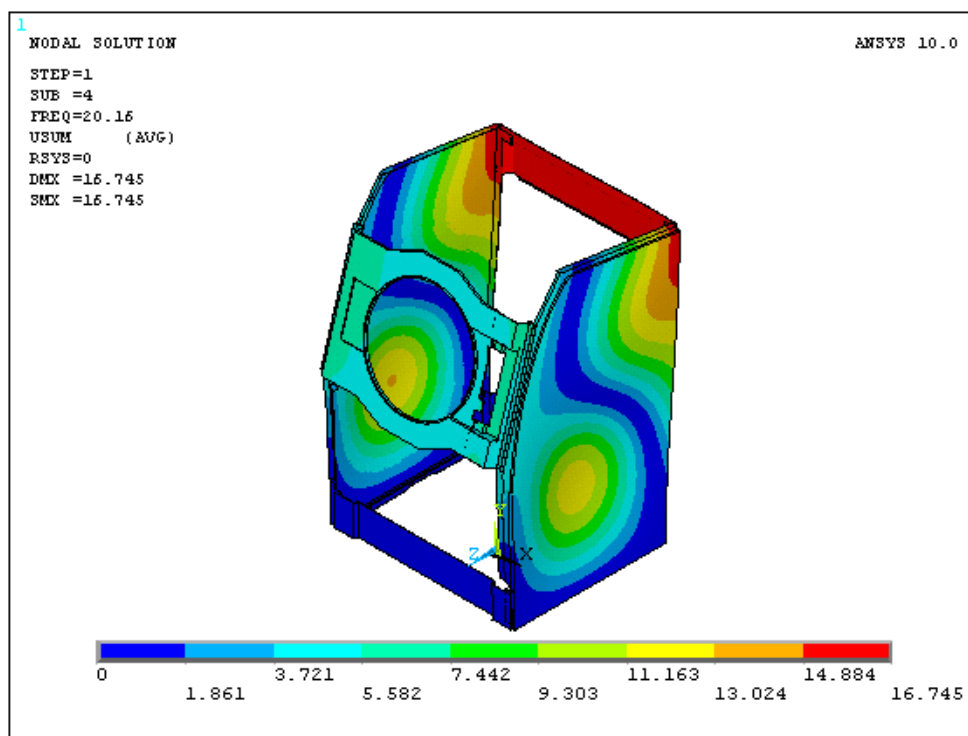


图 3-6 箱体 4 阶模态振型

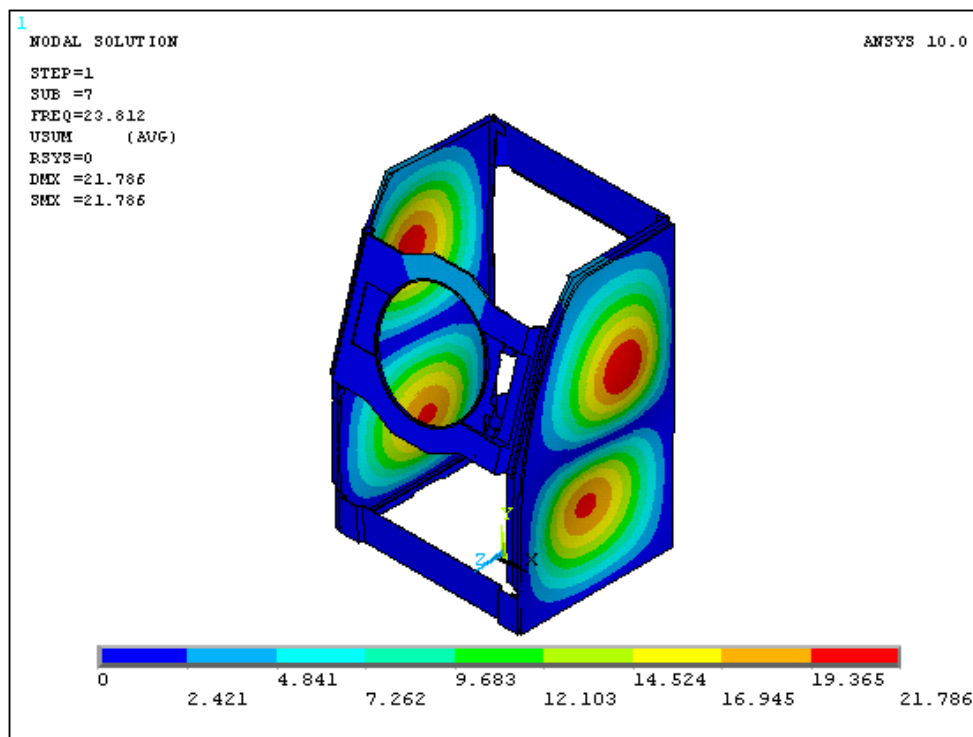


图 3-7 箱体 7 阶模态振型

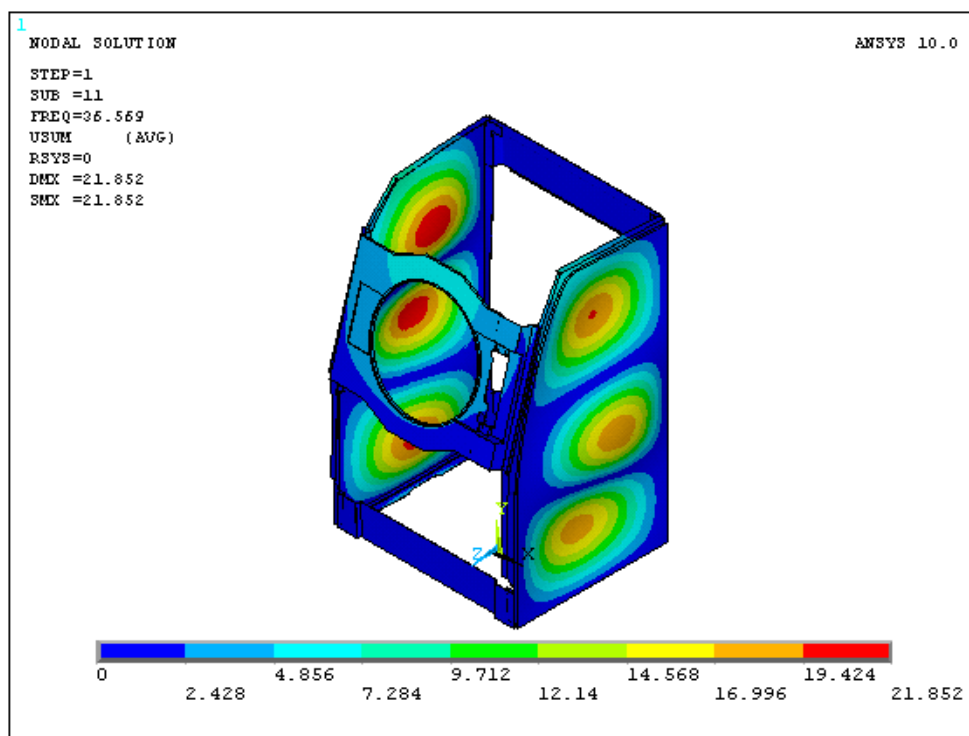


图 3-8 箱体 11 阶模态振型

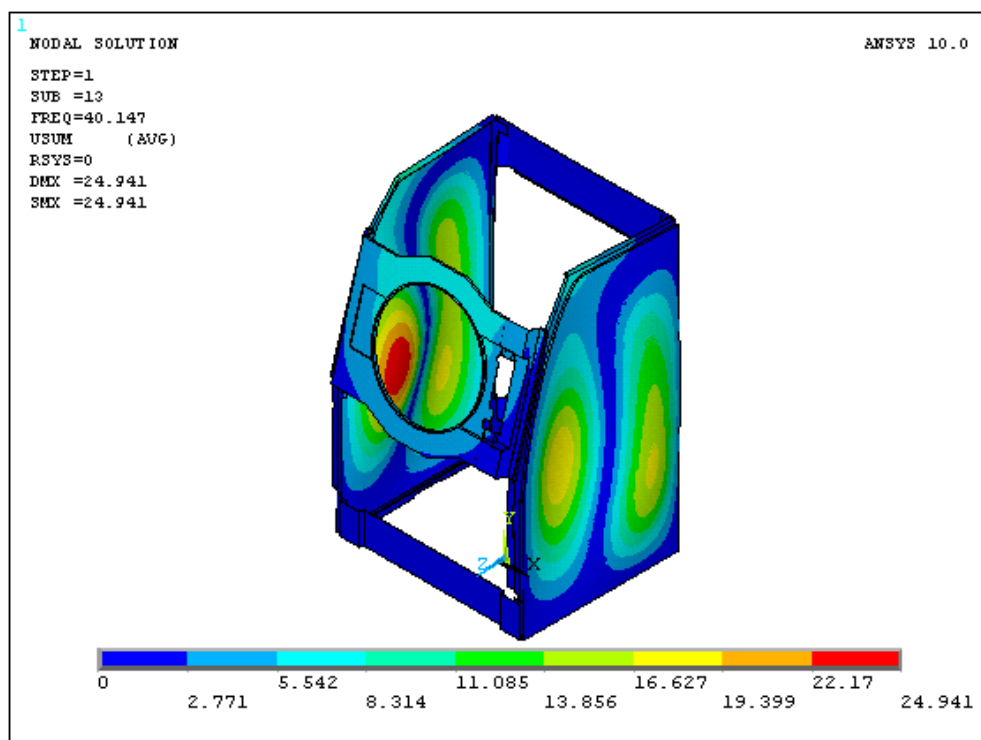


图 3-9 箱体 13 阶模态振型

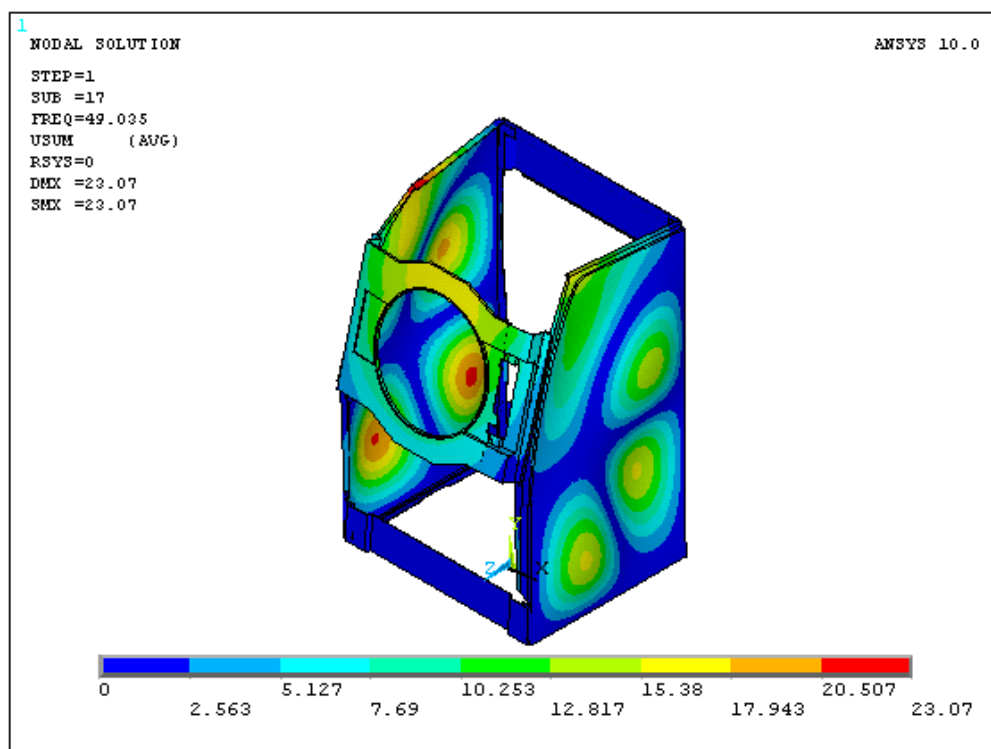


图 3-10 箱体 17 阶模态振型

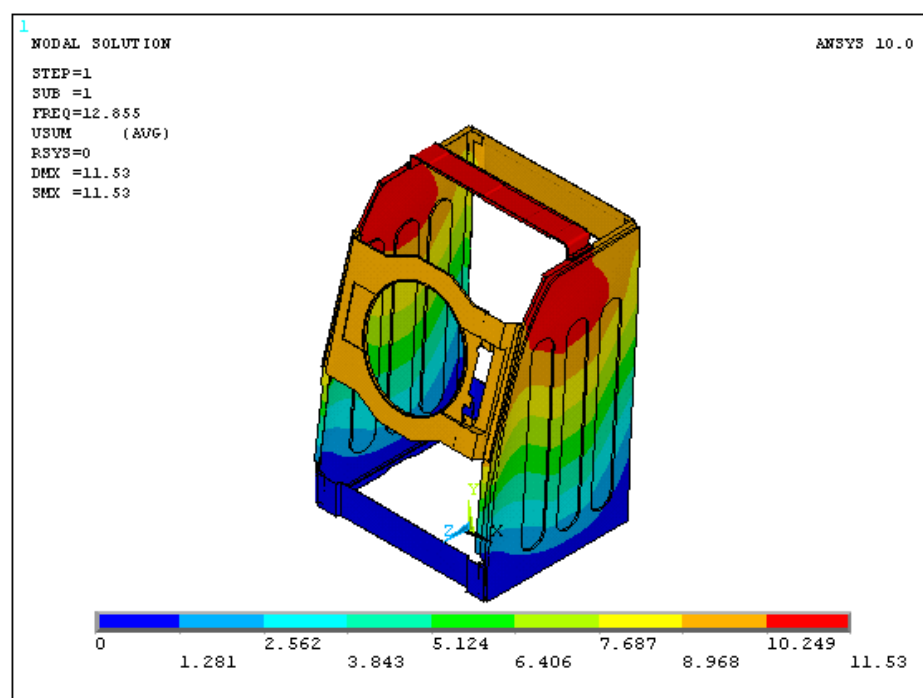


图 3-12 改进后箱体 1 阶模态振型

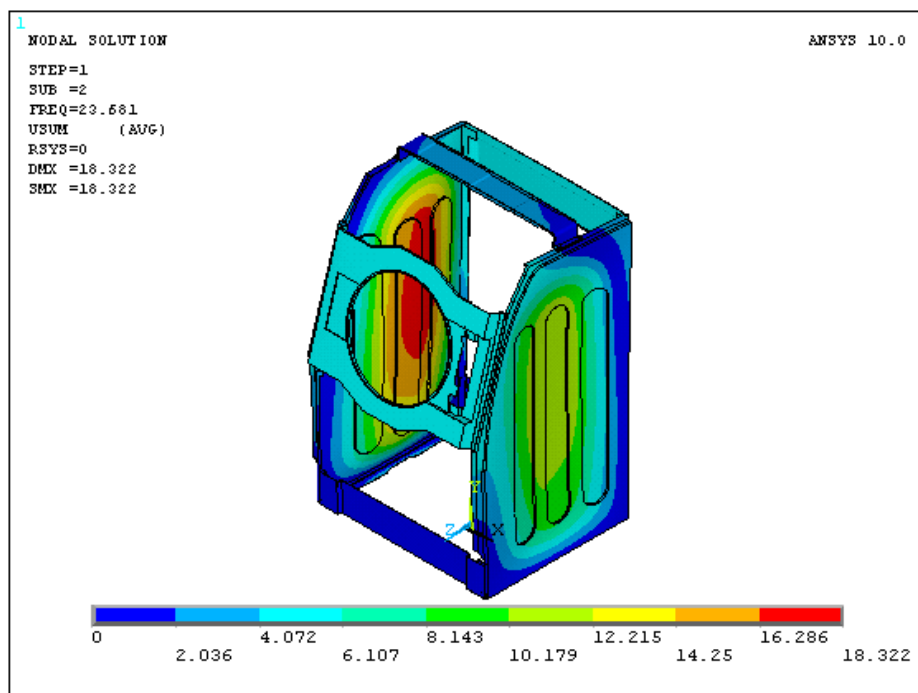


图 3-13 改进后箱体 2 阶模态振型

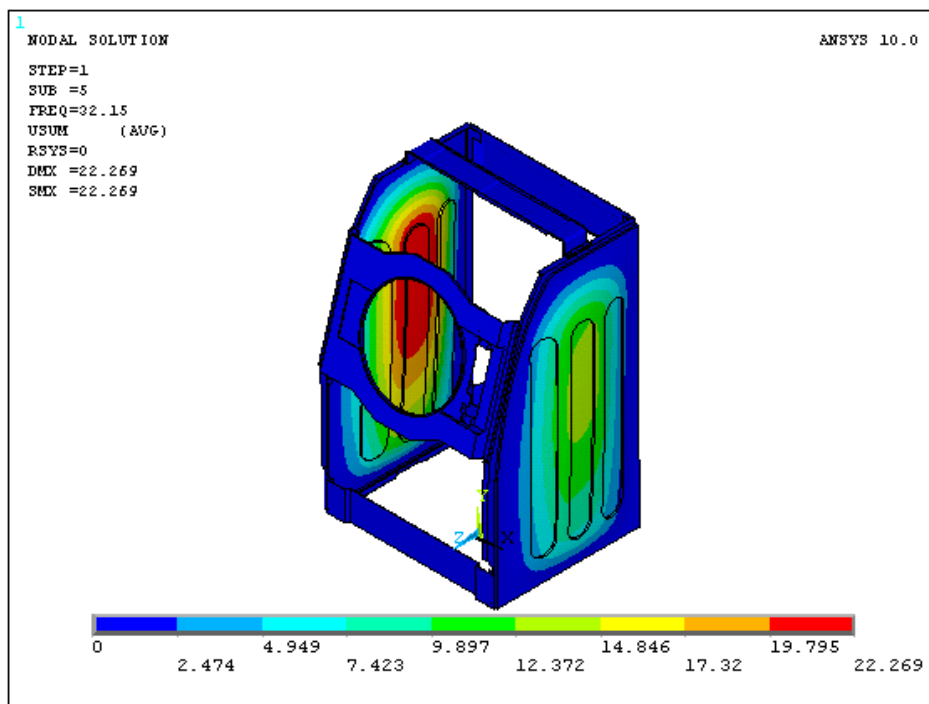


图 3-14 改进后箱体 5 阶模态振型

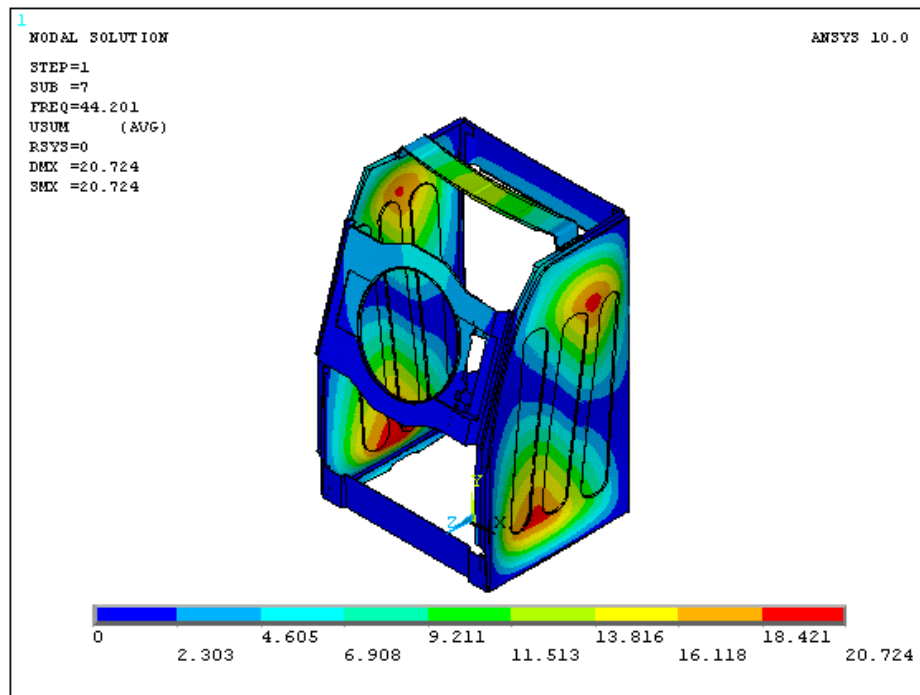


图 3-15 改进后箱体 7 阶模态振型

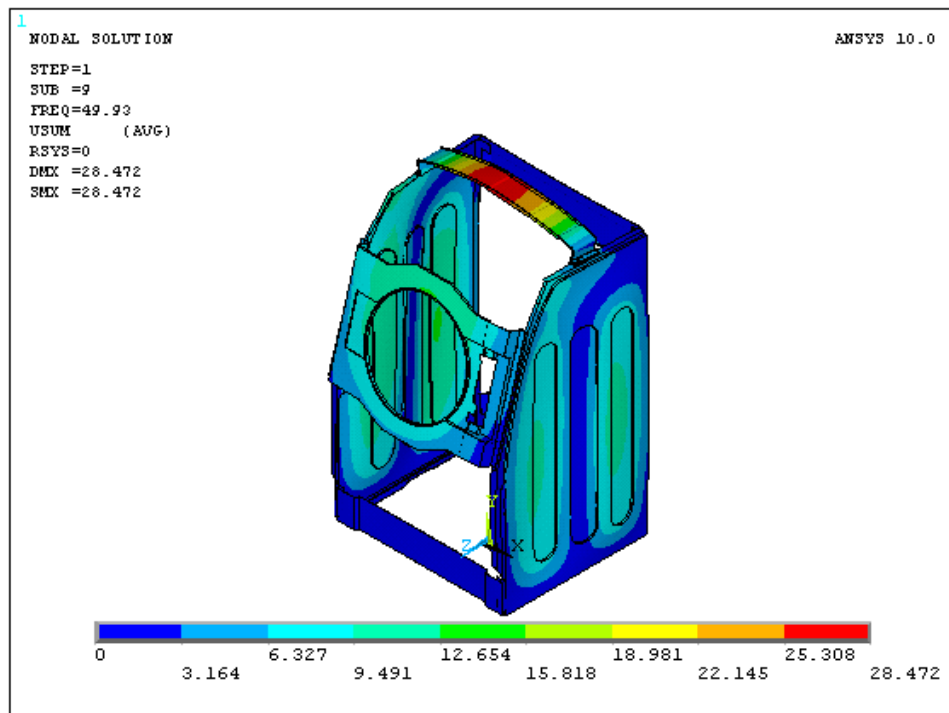


图 3-16 改进后箱体 9 阶模态振型

各种数学元素说明:

$$m_{12} = m_{21} = m_{13} = m_{31} = m_{14} = m_{41} = m_{25} = m_{52} = m_{36} = m_{63} = 0$$

$$m_{11} = m_{22} = m_{33} = m_w + m_n + m_y$$

$$m_{15} = m_{51} = m_y e \cos \varphi \quad m_{44} = J_{xw} + J_{xn} + m_y e^2$$

$$m_{16} = m_{61} = -m_y e \sin \varphi \quad m_{45} = m_{54} = -m_y e^2 \sin^2 \varphi$$

$$m_{24} = m_{42} = -m_y e \sin \varphi \quad m_{46} = m_{64} = -m_y e^2 \cos^2 \varphi$$

$$m_{26} = m_{62} = m_y \quad m_{55} = J_{yw} + J_{yn} = m_y e^2 \cos^2 \varphi + m_y$$

$$m_{34} = m_{43} = m_y e \sin \varphi \quad m_{56} = m_{65} = -m_y e^2 \sin \varphi \cos \varphi$$

$$m_{35} = m_{53} = -m_y e^2 \sin^2 \varphi \quad m_{66} = J_{yw} + J_{yn} + m_y e^2 \sin^2 \varphi + m_y$$

$$\Delta x_1 = x - y_1 \tan \gamma + z_1 \tan \beta$$

$$\Delta y_1 = y - z_1 \tan \alpha + x_1 \tan \gamma$$

$$\Delta z_1 = z - x_1 \tan \beta + y_1 \tan \alpha$$

$$\Delta x_2 = x - y_2 \tan \gamma + z_2 \tan \beta$$

$$\Delta y_2 = y - z_2 \tan \alpha + x_2 \tan \gamma$$

$$\Delta z_2 = z - x_2 \tan \beta + y_2 \tan \alpha$$

$$\alpha \approx \tan \alpha$$

$$\beta \approx \tan \beta$$

$$\gamma \approx \tan \gamma$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - y_i \gamma + z_i \beta \\ y - z_i \alpha + x_i \gamma \\ z - x_i \beta + y_i \alpha \end{bmatrix} \quad (i=1,2)$$

$$K_x = k \sin \theta_1, K_y = k \cos \theta_1, K_z = 0$$

$$E_p = \frac{1}{2} K_x (\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2) + \frac{1}{2} K_y (\Delta y_1^2 + \Delta y_2^2) + \frac{1}{2} K_z (\Delta z_1^2 + \Delta z_2^2)$$

$$= \sum_i \left(\frac{1}{2} k \sin \theta_1 \Delta x_i^2 + \frac{1}{2} k \cos \theta_1 \Delta y_i^2 \right)$$

$$E_p = \sum_i \left[\frac{1}{2} k \sin \theta_1 (x - y_i \gamma + z_i \beta)^2 + \frac{1}{2} k \cos \theta_1 (y - z_i \alpha + x_i \gamma)^2 \right] \quad (i=1,2)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y + a * \gamma \\ z + (-a) * \beta \end{bmatrix}$$

$$\omega_x = \frac{\omega}{\sqrt{1 + \gamma^2 + \beta^2}}$$

$$\omega_y = \frac{\gamma\omega}{\sqrt{1+\gamma^2+\beta^2}}$$

$$\omega_z = \frac{-\beta\omega}{\sqrt{1+\gamma^2+\beta^2}}$$

$$E_n = \frac{1}{2}m_n(x^2+y^2+z^2) + \frac{1}{2}J_{xn}(\alpha+\omega_x)^2 + \frac{1}{2}J_{yn}(\beta+\omega_y)^2 + \frac{1}{2}J_{zn}(\gamma+\omega_z)^2$$

$$E_n = \frac{1}{2}m_n(x^2+y^2+z^2) + \frac{1}{2}J_{xn}\left(\alpha + \frac{\omega}{\sqrt{1+\gamma^2+\beta^2}}\right)^2 + \frac{1}{2}J_{yn}\left(\beta + \frac{\gamma\omega}{\sqrt{1+\gamma^2+\beta^2}}\right)^2 + \frac{1}{2}J_{zn}\left(\gamma + \frac{-\beta\omega}{\sqrt{1+\gamma^2+\beta^2}}\right)^2$$

$$\begin{pmatrix} V_{xy} \\ V_{yy} \\ V_{zy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{rx} \\ V_{ry} \\ V_{rz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -e\omega\sin\varphi \\ e\omega\cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e\omega\sin\varphi + x \\ e\omega\cos\varphi + y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_j \\ \Delta y_j \\ \Delta z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - y_j\gamma + z_j\beta \\ y - z_j\alpha + x_j\gamma \\ z - x_j\beta + y_j\alpha \end{bmatrix} \quad (j=3,4)$$

$$\begin{bmatrix} v_{jx} \\ v_{jy} \\ v_{jz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_j \\ \Delta y_j \\ \Delta z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - y_j\gamma + z_j\beta \\ y - z_j\alpha + x_j\gamma \\ z - x_j\beta + y_j\alpha \end{bmatrix} \quad (j=3,4)$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial q_i}:$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial x} = (m_w + m_n + m_y)x - m_y e\omega \sin \beta$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial y} = (m_w + m_n + m_y)y - m_y e\omega \cos \beta$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial z} = (m_w + m_n + m_y)z$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial \alpha} = (J_{xw} + J_{xy})\alpha + J_{xn}\left(\alpha + \frac{\omega}{\sqrt{1+\gamma^2+\beta^2}}\right)$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial \beta} = (J_{yw} + J_{yy})\beta + J_{yn}\left(\beta + \frac{\gamma\omega}{\sqrt{1+\gamma^2+\beta^2}}\right)$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial \gamma} = (J_{zw} + J_{zy})\gamma + J_{zn}\left(\beta + \frac{\beta\omega}{\sqrt{1+\gamma^2+\beta^2}}\right)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial q_i} \right):$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial x} \right) = (m_w + m_n + m_y) x - m_y e \omega^2 \cos \varphi$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial y} \right) = (m_w + m_n + m_y) x - m_y e \omega^2 \sin \varphi$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial z} \right) = (m_w + m_n + m_y) z$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \alpha} \right) = (J_{xw} + J_{xy}) \alpha + J_{xn} \left[\alpha - \omega (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{3}{2}} (\gamma\gamma + \beta\beta) \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \beta} \right) = (J_{yw} + J_{yy}) \beta + J_{yn} \left[\beta + \omega (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{1}{2}} - \omega \gamma (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{3}{2}} (\gamma\gamma + \beta\beta) \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \gamma} \right) = (J_{zw} + J_{zy}) \beta + J_{zn} \left[\beta - \omega (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{1}{2}} - \omega \beta (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{3}{2}} (\gamma\gamma + \beta\beta) \right]$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial q_i} : \frac{\partial E_k}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial E_k}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial E_k}{\partial \alpha} = 0 \quad \frac{\partial E_k}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial \beta} = J_{zn} \left(\gamma - \frac{\beta \omega}{\sqrt{1 + \gamma^2 + \beta^2}} \right) \left[\omega \beta^2 (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{3}{2}} - \omega (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$- \omega \beta J_{xn} \left(\alpha + \frac{\beta \omega}{\sqrt{1 + \gamma^2 + \beta^2}} \right) (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$- \omega \beta \gamma J_{xn} \left(\beta + \frac{\beta \omega}{\sqrt{1 + \gamma^2 + \beta^2}} \right) (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial \gamma} = J_{yn} \left(\beta + \frac{\gamma \omega}{\sqrt{1 + \gamma^2 + \beta^2}} \right) \left[\omega (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{1}{2}} - \omega \gamma^2 (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{3}{2}} \right]$$

$$- \omega \gamma J_{xn} \left(\alpha + \frac{\omega}{\sqrt{1 + \gamma^2 + \beta^2}} \right) (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\omega \beta \gamma J_{zn} \left(\gamma - \frac{\beta \omega}{\sqrt{1 + \gamma^2 + \beta^2}} \right) (1 + \gamma^2 + \beta^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial q_i}:$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial x} = k \sin \theta_1 (x - y_1 \gamma + z_1 \beta) + k \sin \theta_1 (x - y_2 \gamma + z_2 \beta)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial y} = k \cos \theta_1 (y - z_1 \alpha + x_1 \gamma) + k \cos \theta_1 (y - z_2 \alpha + x_2 \gamma)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial \alpha} = -z_1 k \cos \theta_1 (y - z_1 \alpha + x_1 \gamma) - z_2 k \cos \theta_1 (y - z_2 \alpha + x_2 \gamma)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial \beta} = z_1 k \sin \theta_1 (x - y_1 \gamma + z_1 \beta) + z_2 k \sin \theta_1 (x - y_2 \gamma + z_2 \beta)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial \gamma} = x_1 k \cos \theta_1 (y - z_1 \alpha + x_1 \gamma) - y_1 k \sin \theta_1 (x - y_1 \gamma + z_1 \beta)$$

$$+ x_2 k \cos \theta_1 (y - z_2 \alpha + x_2 \gamma) - y_2 k \sin \theta_1 (x - y_2 \gamma + z_2 \beta)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial q_i} :$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial x} = C \sin \theta_2 (x - y_3 \gamma + z_3 \beta) + C \sin \theta_2 (x - y_4 \gamma + z_4 \beta)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial y} = C \cos \theta_2 (y - z_3 \alpha + x_3 \gamma) + C \cos \theta_2 (y - z_4 \alpha + x_4 \gamma)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial \alpha} = -z_3 C \cos \theta_2 (y - z_3 \alpha + x_3 \gamma) - z_4 C \cos \theta_2 (y - z_4 \alpha + x_4 \gamma)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial \beta} = z_3 C \sin \theta_2 (x - y_3 \gamma + z_3 \beta) + z_4 C \sin \theta_2 (x - y_4 \gamma + z_4 \beta)$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial \gamma} = x_3 C \cos \theta_2 (y - z_3 \alpha + x_3 \gamma) - y_3 C \sin \theta_2 (x - y_3 \gamma + z_3 \beta)$$

$$+ z_4 C \cos \theta_2 (y - z_4 \alpha + x_4 \gamma) - y_4 C \sin \theta_2 (x - y_4 \gamma + z_4 \beta)$$