

第八届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email: 2015@tzmcm.cn

第八届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 承 诺 书

我们仔细阅读了第八届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：

参赛队员（签名）：

队员 1：汪涛

队员 2：邹希

队员 3：王真华

参赛队教练员（签名）： 李以渝

参赛队伍组别（例如本科组）： 专科组

第八届“认证杯”数学中国

第八届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email: 2015@tzmcm.cn

数学建模网络挑战赛 编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

#1798

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第八届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email: 2015@tzmcm.cn

2015 年第八届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第一阶段论文

题 目 基于自行车租赁系统影响因素的相关分析

关 键 词 DEA FCA 模型 租车费用上限预测

摘 要：

本文根据自行车系统的顺利运行，政府如何估计投资上限及影响运行效率低下的问题，建立政府投入上限预算模型，租车费用上限预算模型，数据包络分析（DEA）与模糊综合评价（FCA）综合评价对问题进行求解。

针对问题一，直接根据第一阶段相关数据得到政府投入： $U_1 = N_1 (X_1 + X_2) + X_3 N_3 + X_4$ 。考虑到模型应用的普遍性，建立**租车费用上限预测模型、动态价格上限模式**。确定租车费用因子 η 是政府投入和系统推广的重要因素，利用租车费用上限预测模型确定 $P_{\max} = (1 + \eta)[\overline{C_a} + C_s(A_{m+1})]$ 的最大值，确定政府投入上限值： $U_2 = N_1 X_5 + X_6 + X_7 N_4 + X_8 - N_1 P_{\max}$ 。

针对问题二，评价造成系统整体运行效率低下的关键因素。建立 DEA FCA 模型，分别对影响系统运行效率的量化指标进行 DEA 评价和非量化指标进行 FCA 分析。将 DEA FCA 综合，组建综合评价矩阵，计算出各指标权重。最终得出关键因素为：自行车数量，调度，道路拥堵状况。

参赛队号： #1798

所选题目： D 题

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第八届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email: 2015@tzmcm.cn

英文摘要（选填）

Based on bicycle system running smoothly, the government how to estimate the investment ceiling and affect the operation of inefficiencies, establish the upper limit of the government investment budget model, Car upper limit budget model, data enveloping analysis (DEA) and Fuzzy Comprehensive Assessment (FCA) Evaluation problem solved.

One for the problem, to obtain data directly from the first stage of government spending: $U1 = N_1(X_1 + X_2) + X_3N_3 + X_4$. Factor determining rental costs are an important factor in the promotion of government investment and systems, the use of the maximum rental fee prediction model to determine the upper limit $P_{\max} = (1 + \eta)[\overline{C_a} + C_s(A_{m+1})]$. Determine the upper limit government spending:

$$U2 = N_1X_5 + X_6 + X_7X_4 + X_8 - N_1P_{\max}.$$

For the second question, evaluate the key factors resulting in inefficient operation of the system as a whole. Establish DEA FCA model, respectively quantitative indicators affect system efficiency were DEA evaluation and analysis of non-quantitative indicators FCA. The DEA FCA integrated, comprehensive formation evaluation matrix to calculate the index weight. Final draw key factors: the number of bicycles, scheduling, road congestion.

一、问题重述

随着我国城市化进程的推进，城市交通问题已然成为了众多大城市的“城市病”，过量私家车和公务车一方面造成了城市拥堵，另一方面排放的汽车尾气严重影响空气质量。随着两型社会的宣传与实践，“绿色出行，低碳环保”的出行方式越来越受到追捧，全国各地兴起了建设公共自行车租赁系统的热潮。

然而城市交通问题直接影响市民的生活和工作。在地形平坦的城市，公共自行车出行系统是一种很好的辅助手段。一般来说，公共自行车出行系统由数据中心、驻车站点、驻车桩、自行车（含随车锁具、车辆电子标签）及相应的通讯、监控设备组成。管理部门向市民发放借车卡，市民通过借车卡借还自行车。一个驻车站点有多个驻车桩，市民从有自行车的驻车桩上刷卡借车，在空闲桩上刷卡还车。数据中心可以感知从哪个桩上借得哪辆自行车，也可以感知在哪个桩上还了自行车，并可以计时。数据中心还可以实时地感知驻车站点有多少空闲桩位。

第二阶段问题：

问题一、城市自行车系统的顺利运行需要政府给予一定的资金投入，如何估计这种投入的上限？

问题二、如果在一个时间周期内出现了资金超过上限的情况，很可能的原因是系统运行效率低下。哪些环节是可能造成系统整体效率低下的关键点？

二、问题分析

针对问题一：自行车租赁系统的建立分为三种方式：政府投资建立、公司投资建立、政府和公司一起投资建立。我们主要讨论了第一种和第二种建立方式政府的投入上限，对于第三种方式，计算方法同第二种方式一样，政府的投入金额与公司的建立资金预算各后期运行支出政府按一定比例给与补贴。对于第一种建立方式：政府的投入与实施该系统后的租车费用收入有直接关系。在这里我们引入**租车费用上限预测模型**对自行车的租金进行预算，且当租车费用达到政府和消费者所能接受的最大价值时，政府的投入最大。

针对问题二：根据参考文献3中的DEAFCA模糊综合评价模型，在此需要确定对系统运行效率影响的量化指标和非量化指标。先对量化指标使用数据包络分析法计算器相对效率进而将其模糊化，再对非量化指标进行模糊综合评价，最后将这两个模型结合进行综合评价得到影响系统运行效率的关键点。

三、模型假设

假设一：所有统计数据都是合理有效。资源配置是最优化配置以及低碳环保。

假设二：人们需要就会租车，即不会出现无人租赁的情况，借车人都是熟练使用自行车，不存在安全隐患。

假设三：这个城用自行车的人数处于相对稳定，一卡对一人，凭卡租赁，借还量相等。

假设四：该城市具备适宜自行车骑行的条件，政府财政能支持自行车系统顺利运行。且城市具备系统规划的方法和目标。

四、符号说明及名词解释

符号	说明
P_{\max}	动态价格上限确定出的上限租车价
η	租车费用因子
C_a	各站点平均建造成本
A_{m+1}	某站点运行 m 年后的等年值期望租车费用
$C_s(A_{m+1})$	以 A_{m+1} 为函数的沉淀成本
β_i	站点 i 的有效自行车寄存量权重
C_{ai}	站点 i 的建造成本
C_{si}	站点 i 的沉淀成本
P	自行车租赁市场的出清价
q	曲线上任一点 (q, P) 表示全年租车价不小于 P 的所有租车量占总租车量的概率值
x_{ij}	第 j 个决策单元对第 i 输入的投入量
y_{rj}	第 j 个决策单元对第 r 输出的产出量
k	所有量化即非量化分指标分类后的总指标项目数
P_a	年平均租车价
q_0	某年内价格上限的概率
u	各站点的租车费用空间
η	租车费用因子
V	评语集
C	因素集
A_j	权重矩阵
D_j	输入向量
F_j	输出向量

名词解释

沉淀成本：指与初始投资相关的部分；

建造成本：指建造站点的费用部分；

五、模型的建立与求解

5.1.1 模型一：政府投入上限预算模型

租车费用上限预测模型：

$$P_{\max} = (1 + \eta)[\overline{C_a} + C_s(A_{m+1})] \quad (1)$$

式中： P_{\max} 为动态价格上限确定出的上限租车价； η 为租车费用因子，由监管机构根据站点实际自行车租赁情况决定； C_a 为各站点平均建造成本； A_{m+1} 为某站点运行 m 年后的等年值期望租车费用， $C_s(A_{m+1})$ 是以 A_{m+1} 为函数的沉淀成本。

租车费用因子 η 的确定

无论是在租车费用上限模式^[1]还是动态价格上限模式下，各站点的建设价格上限都是不一样的，但其原因并不一样，租车费用上限模式中各站点的租车费用 u 相等，加上不同平均建造成本，形成不同价格上限。动态价格上限模式下，为了兼顾各站点利用效率的最大化，各站点采用相同的租车费用因子。这决定动态价格上限对租车价格等影响仍然要以其对各城市平均租车价格的调控来考察期合理性。租车高峰期各站点的自行车有效使用量，综合成本的加权平均值为^[2]

$$P_b = \sum_i \beta_i (C_{ai} + C_{si}) \quad (2)$$

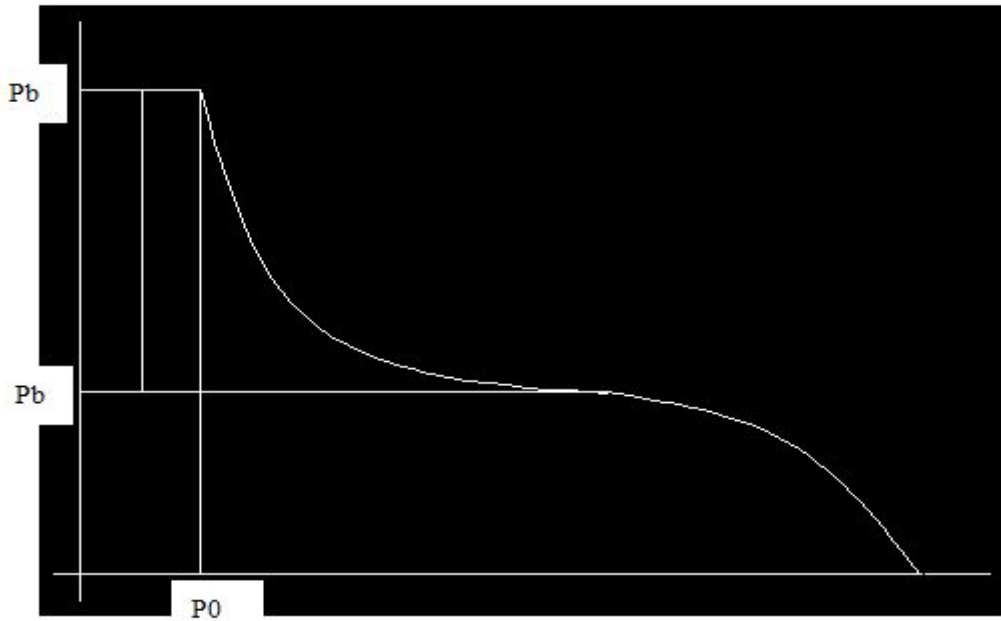
式中： β_i 是站点 i 的有效自行车寄存量权重； C_{ai} 和 C_{si} 分别是站点 i 的建造成本和沉淀成本。

在动态价格上限模式下，可以算出各站点车桩的价格上限：

$$p_{\max} = \sum_i \beta_i (1+\eta)(C_{ai} + C_{si}) = (1+\eta) \sum_i \beta_i (C_{ai} + C_{si}) = (1+\eta)P_b \quad (3)$$

利用参考文献 2 的方法可作出全年租车量-租车价的统计曲线图（如图 1），纵坐标 P 表示自行车租赁市场的出清价，其曲线上任一点 (q, P) 表示全年租车价不小于 P 的所有租车量占总租车量的概率值为 q ，设某年内价格上限的概率为 q_0 ，由概率相关的期望值求解方法可以得到年平均租车价 P_a 的表达式可表示如下：

$$P_a = f(\eta) = \int_{q_0}^1 P(q) dq + (1+\eta)P_b q_0 \quad (4)$$



图一：租车量-租车价统计曲线

若需要预测下一年度平均租车价 P'_a 与 η 的函数关系，即寻找 $P'_a = f(\eta)$ ，参考文献 2 的随机生产模拟方法，用失负荷概率(LOLP)预测来年租车价达上限的概率值 q' ，求得年度租车量-租车价预测统计曲线。

有年租车量-租车价预测统计曲线后，结合（4）就能得出下一年平均与 η 的函数关系 $P'_a = f(\eta)$ 。由（4）式可以看出在租车量租车价函数关系（统计曲线）不变，且 q 确定的情况下，调整 η 的大小同样可以达到调控平均租车价 P_a 的目的。

监管机构确定年度租车费用因子 η 的预测值，即转化为一下线性规划问题：目标函数为求下一年度利润因子 η 的最大允许值，约束条件为平均租车价涨幅不超过一定比例，

$$\begin{cases} \max \eta = \bar{f}'(P_a') \\ s.t. P_a' \leq P_a(1+x\%) \end{cases} \quad (5)$$

求解此问题，需要给定平均租车价涨幅 $x\%$ 和下一年度租车量-租车价的预测统计曲线。对 $x\%$ 的确定有社会政治经济因素决定，如国家宏观调控政策，国名经济增长需求等，最终由监管机构给出。年租车量-租车价统计曲线可由前述预测方法确定。对于 η 的取值虽然由年初确定，但监管机构完全可以根据实际监管需要而加以调整，从而达到保护自行车租赁系统稳定目的。可见利用这种成熟的统计方法开确定租车费用因子 η 值是比较简单实用的。

其他相关影响因素的确定

政府的投入分为两个阶段：前期建设投入和后期运行投入。

前期建设投入主要考虑站点的建设，自行车的购置以及每辆自行车的相关配置和驻车桩。数据中心、每个站点的监控以及路线的建设和宣传属于公共自行车实施的前提。

后期运行投入主要集中在自行车和驻车桩的维修费用、自行车更换、平时的调度费用和工作人员的工资等。

以上影响因素在第一阶段的问题求解中已经明确给出，在这里我们直接引入第一阶段求得的相关数据：

项目名称	支出
自行车（包括配件）	每辆 X_1
驻车桩	每个 X_2
站点	每个 X_3
数据中心	X_4
自行车维护费	每辆每年 X_5
数据中心更新	每年 X_6
人工费	平均每人每年 X_7
调度	X_8

项目名称	数量
自行车	N_1
驻车桩	N_1
站点	N_3
工人	N_4

根据以上数据和租车费用得到政府前期投入资金为： $U_1 = N_1 (X_1 + X_2) + X_3 N_3 + X_4$
后期投入资金上限为： $U_2 = N_1 X_5 + X_6 + X_7 N_4 + X_8 - N_1 P_{\max}$

5.1.2 模型二企业运行资金预算模型

根据第一阶段和查询的相关资料可以得到下表：

设备名称	数量	单位	单价（元）	概算合计价（元）	备注
锁止器	1300	套	1800	2340000	
站点控制设备	50	套	8000	400000	规划按 50 个点计算
自助服务机	50	套	4500	2250000	规划按 50 个点计算
室外机柜	50	套	8000	400000	室外一体机
手持 POS 机	5	只	4500	22500	
网点控制设备	50	套	5000	250000	电信公司提供
运调车辆	2	辆	100000	100000	
紧急抢修车	2	辆	50000	100000	
公共自行车	1500	辆	450	675000	实际需求 1200 辆，一次购入 1500 辆，预留 300 辆做调度
临时一体锁	1400	套	150	210000	含锁舌、临时锁一套
自行车电子标签	1400	套	8	11200	
后台管理系统	1	套	200000	200000	
管理机房设备	1	套	200000	200000	服务数据中心
合计	A=7158700（元）				

其中各个系统费用统计如下表：

名称	方式	费用	备注
系统集成管理费用	$B=A*6\%$	429522 元	
质量服务费	项目总价的 3%	免费	
亭	45000 元/个*5 个	225000 元	每 10 个点一个亭
棚	20000*80 个	1600000 元	
其他基础设施	500000 元		基础电费、网费等
不确定费用	300000 元		
合计	B=2554522 元		

前期投入：

将上述预算整体结果求出，可初步得知前期投入金额：9713222 元。工程预算投入金额 10000000 元。

后期运营成本分析如下：

公司组织规模：初期按照 50 个站点计算，人员预算为 35 人。（可由公交公司员工兼职）

所有人员都可按照公交公司给予编制，其他社会人员采取社会公开招聘制。

每年运营成本运算

项目名称	运营成本（元）	备注
人力资源成本	1480000	
办公费用	150000	办公耗材料（车辆维修，替换）
网络与水电费	100000	网络 3.72 万/年 水电费 6.28 万/年
车辆保险与保养	130000	保养 油耗 保险等
调度车费用	120000	

运营成本合计	C=1980000（元）
--------	--------------

公共自行车租金收取方式

时间	≤1 小时	1~2 小时	2~3 小时	3~6 小时	>6 小时，记一天
费用	免费	1 元/小时	2 元/小时	3 元/小时	15 元/天

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
收取的租金（元）	67	52	88	93	85	110	60	55	125	103	95	87

运营成本预计投入金额：1980000 元。工程预算投入金额：2000000 元。

现实中，政府在预算中按国家标准给予 60%（根据具体的项目投资金额来确定）的比例投资，政府的最初投资为 600 万元。在后期政府投入根据企业的亏损来给出相应的投入金额。（企业亏损多少，政府补贴多少）

运行企业每年租金收益：每车每年平均租金 1020 元共计租金：1200*1020=1124000

政府后期每年投入金额：U₂=2000000-1100000=90 万。

模型三：DEA FCA 关键点评价模型

结合现实情况和上一阶段对问题的分析可以得到，影响系统运行效率的量化指标有：自行车数量、驻车桩数量、站点。非量化指标：数据中心调配、自行车车维护。

非量化指标 FCA 计算

运用 FCA 方法计算非量化指标，设评语集 $V = (v_0, v_1, \dots, v_{p-1})$ 即评语集划分为 p 个等级。因素集 $C = (c_1, c_2, \dots, c_q)$ ，表示有 q 个评价因素，其综合评价矩阵

$$R_j = \begin{bmatrix} r_{j10} & r_{j11} & \dots & r_{j1(p-1)} \\ r_{j20} & r_{j21} & \dots & r_{j2(p-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{jq0} & r_{jq1} & \dots & r_{jq(p-1)} \end{bmatrix}, j=1, 2, \dots, n$$

权重矩阵 $A_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jq}), j=1, 2, \dots, n$ 则

$$B_j = A_j \circ R_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jq}) \circ \begin{bmatrix} r_{j10} & r_{j11} & \dots & r_{j1(p-1)} \\ r_{j20} & r_{j21} & \dots & r_{j2(p-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{jq0} & r_{jq1} & \dots & r_{jq(p-1)} \end{bmatrix} = (b_{j1}, b_{j2}, \dots, b_{jp})$$

为第 j 个评价单元的分指标中的非量化因素经过模糊综合评价所得的结果。

量化指标 DEA 计算

设第 j 个决策单元 $DMU_j (1 \leq j \leq n)$ 对应的输入输出的向量分别为

$$D_j = (d_{1j}, d_{2j}, \dots, d_{mj})^T > 0,$$

$$F_j = (f_{1j}, f_{2j}, \dots, f_{sj})^T > 0, j=1, 2, \dots, n$$

且 $x_{ij} > 0, y_{rj} > 0, i=1, 2, \dots, m; r=1, 2, \dots, s$. 即每个决策单元由 m 种类型的“输入”以及 s 种类型的“输出”， x_{ij} 为第 j 个决策单元对第 i 输入的投入量， y_{rj} 为第 j 个决策单元对第 r 输出的产出量。设输入输出的权向量分别为

$$v = (v_1, v_2, \dots, v_m)^T, u = (u_1, u_2, \dots, u_s)^T$$

效率指数是指在权系数 v, u 之下, 投入为 $v^T D_j$, 产出为 $u^T F_j$ 时的产出与投入之比, 效率指数越大, 则表示 DMU_j 能利用相对较少的

投入得到相对较多的产出。考察 DMU_j 的效率问题, 即计算这个决策单元的效率指数为多少, 从而判断 DMU_j 在这 n 个决策单元的效率评价指数 $h_{j0} = \frac{u^T F_{j0}}{v^T D_{j0}}$ 最大为优化目标, 以所有的决策单元 $DMU_j (j=1, 2, \dots, n)$ 的效率指数 (包括 DMU_{j0})。

$$h_j = \frac{u^T F_j}{v^T D_j} \leq 1, j=1, 2, \dots, n$$

为约束, 构成以下的分式规划问题 (C^2R 模型) :

$$(P) \begin{cases} \max \frac{u^T F_{j0}}{v^T D_{j0}} \\ s.t. \frac{u^T F_j}{v^T D_j} \leq 1, j=1, 2, \dots, n \\ u_k \geq 0, k=1, 2, \dots, s \\ v_i \geq 0, i=1, 2, \dots, m \end{cases}$$

有 Charnes-Cooper 变换

$$\begin{cases} t = \frac{1}{v^T X_{j0}} \\ k = tv \\ - = tu \end{cases}$$

将分式规划模型转换成如下的线性规划模型:

$$(P) \begin{cases} \max -^T Y_{j0} \\ s. t. \quad k^T X_j - -^T Y_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ k^T X_{j0} = 1 \\ k \geq 0, - \geq 0 \end{cases}$$

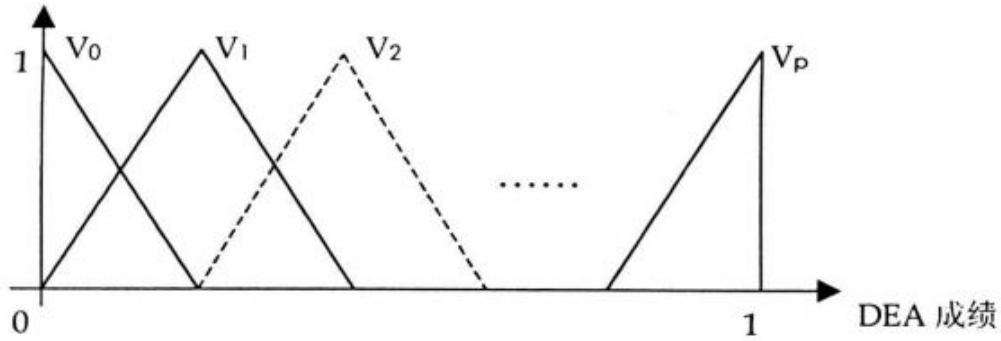
将需要评价的两个决策单元输入输出数据带入上述线性规划 P 分别解其最优解, 从而得到各个评价单元的效率评价指数。记其结果分别为 $B'_j, j=1, 2, \dots, n$ 。表示 DMU_j 对于量化指标的 DEA 成绩

DEA 的模糊化

DEA 的成绩是一种评价单元间相对比较的结果, 其数值客观反映每个评价单元的相对效率, 利用其结果部分或全部替代专家的打分显然更具客观说服力, 但 DEA 的成绩这一单一数值, 主观不具备“优、良、差”这样的感性认识, 客观上也不具备模糊综合评价中所需的隶属度形式, 所以利用模糊数学中的隶属度函数将 DEA 的分值进行模糊化, 从而与其他指标在主观意义及表现上得到统一。

假设模糊综合评价中的评语集为 $V = (v_0, v_1, \dots, v_{p-1})$, 那么 DEA 的成绩就可以理解

为分别对于 $(v_0, v_1, \dots, v_{p-1})$ 的隶属程度，采用图 3 的等腰三角形隶属函数来对其进行模糊处理。



图三

设其隶属度 $r = (r_0, r_1, \dots, r_{p-1})$ ，则

$$r_j = \begin{cases} \frac{x - (j-1)\frac{1}{p-1}}{\frac{1}{p-1}}, (j-1)\frac{1}{p-1} \leq x < j\frac{1}{p-1} \\ \frac{(j+1)\frac{1}{p-1} - x}{\frac{1}{p-1}}, j\frac{1}{p-1} \leq x < (j+1)\frac{1}{p-1}, r_j \in [0,1], j=0,1,2,\dots,p-1 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

将前面计算得到的 B'_j 代入上式，则得出隶属度为 $B_j = (b_{j1}, b_{j2}, \dots, b_{jp})$

综合评价

有了量化指标进行数据包络分析后的模糊统一，以及非量化指标的 FCA 结果，就可以进行最后的综合评价。

由分指标计算组成的总指标的综合评价矩阵 $R_j = \begin{bmatrix} B_{j1} \\ B_{j2} \\ \dots \\ B_{jk} \end{bmatrix}, j=1,2,\dots,n$ ，中 k 表示所有

量化即非量化分指标分类后的总指标项目数。如只分为量化、非量化两大类总指标，则 $k=2$ 设其权重 $A_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jk}), j=1,2,\dots,n$ ，则可得到：

$$B = A \circ R \Rightarrow B_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jk}) \circ \begin{bmatrix} B_{j1} \\ B_{j2} \\ \dots \\ B_{jk} \end{bmatrix} = (b_{j1}, b_{j2}, \dots, b_{jp}), j = 1, 2, \dots, n$$

根据最大隶属度原则，选择模糊综合评价集 $B_j = (b_{j1}, b_{j2}, \dots, b_{jp})$ 中最大值 b_{ji} 所对应 $(v_0, v_1, \dots, v_{p-1})$ 的 v_i 作为最终的评价结果。

根据参考文献 4 关于 DEA FAC 的计算方法，确定了评语集 V 和因素集 C 权重矩阵 A_j 输入向量 D_j 输出向量 F_j 等相关数据。

将以上求得数据带入模型中可以求得： $b_{ji} = (0.52, 0.46, 0.42, 0.38, 0.52, 0.54)$

从求得的最终评判结果矩阵可以看出 b_{j1}, b_{j5}, b_{j6} 对应的因素对系统的整体效率影响最大，分别为：自行车数量，调度，道路拥堵状况。

综上所述：自行车数量，调度，道路拥堵状况为影响系统运行效率低下的关键因素。

六、模型的推广

在问题一中所用到的模型：租车费用上限模型。不仅仅只能用于自行车租车费用上限，还可以用于其他的费用上限。如：出行旅游费用的上限，由于出行旅游的景区、交通方式、行程路线等的不同导致旅行费用的上限不同。可以利用租车费用上限模型，对旅游费用进行预算，得出旅游费用的上限，这对理财也有很大的帮助。

数据包络分析法：根据多指标投入和多指标产出对相同类型的决策单元（DEA）进行相对有效性或绩效评价的一种系统分析方法。DEA 以相对效率概念为基础，以凸分析和线性规划为工具，可用于多目标决策问题。

模糊综合评价的基本思想是利用模糊线性变换原理和最大隶属度原则，考虑与被评价事物相

关的各个因素，对其做出合理的综合评价。将不确定性在形式上转化为确定性，即将模糊性加以量化，从而可以利用传统的数学方法进行分析和处理。该方法主要针对模糊的非量化因素进行评价，因此模糊综合评价可以广泛地应用于环境、气象预报经济管理以及教学过程等领域的评价。

七、模型的优缺点

优点：

1) 运用利润上限模型，在动态价格模式下更符合现实，简单实用的求出政府投资上限。有利于推动其他城市的公共自行车系统。

2) 针对问题建立数据包络分析模型，使影响环节的因素对系统运营造成的效率合理分析。可以清楚简单的得出重要的影响因素。同时采用模糊综合评价指标的方法对数据包络分析进行加权，最终可以得出较为具体的理想的影响环节的因素。

3) 模型运用中数据包络分析的客观准确性弥补了模糊综合评价的主观不足性，同时利用数据包络分析的结果作为模糊综合评价的指标数据进行优势互补

4) 模型具有灵活性，切有利于政府监管。

5) 通过使用这几种数学方法，体现了一定的数学思想，对解决现实生活中准备进行或进行中有缺陷的公共自行车租赁系统的城市有巨大帮助。

缺点：

1) 该模型采用大量数据，在实际过程中需要自行车网点的大量信息，处理数据较为繁琐。

2) 模型过程中站点分布、自行车分布参考的主要是最优化的预测方案，没有考虑其他因素，如与其他设施、建筑物是否冲突等。

3) 模型的建立中分析片面，考虑到了全面因素，虽然也对重要因素做了加权分析，但是对那些影响极小的因素没做讨论和假设。这样固然简单，但也会造成考虑不全面。对政府投资上限会有所波动却不明显。

4) 对自然的影响并不够细致，列如天气、地形等环境分析等需要改进。

八、参考文献

[1] 魏学好，周浩. 用利润空间法实现从价格上限到利润上限的转变[J]. 电网技术, 2003, 27(5):15- 20.

[2] 魏学好，周浩. 电价监管的一揽子解决方案在利润空间法中的应用[J]. 电网技术, 2003, 27(6):1- 7.

[3] 蒋东荣，李群湛 电力市场监管中的动态价格上限模型 西南交通大学学报 第41卷 第4期 2006年8月

九、附录

各影响因素评语集：

评语集	不好	好	很好
C1	0.1	0.6	0.3
C2	0.2	0.7	0.1
C3	0.4	0.5	0.1

$$C1=\{0.1, 0.6, 0.3\}$$

$$C2=\{0.2, 0.7, 0.1\}$$

$$C3=\{0.4, 0.5, 0.1\}$$

模糊矩阵：

$$R_j = (C1, C2, C3) = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 \end{pmatrix}$$

各影响因素权重的确定：

因素	权重
驻车桩数量	0.30
自行车数量	0.40
站点数量及设置地点	0.30

以上权重可以表示成模糊矩阵； $A=(0.3,0.4,0.3)$ ，对此中分布的综合评判结果为：

$$B_j = A \circ R_j = (0.3 \quad 0.4 \quad 0.3) \circ \begin{pmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.4 & 0.5 & 0.1 \end{pmatrix}$$

输入输出向量：

一级指标	量化			非量化		
权重	0.6			0.4		
二级指标	驻车站点（输入）	自行车数量（输入）	社会收益量（输出）	调度维修	环境保护	交通情况
权重	DEA 调整	DEA 调整	DEA 调整	0.4	0.3	0.3
自行车数量	26	521	27.0279	(0.4,0.3,0.3)	(0.3,0.5,0.2)	(0.3,0.4,0.3)
站点数量	108	2526	122.2539	(0.4,0.5,0.1)	(0.4,0.4,0.2)	(0.3,0.5,0.2)
站点距离	33	800	22.6909	(0.6,0.3,0.1)	(0.5,0.3,0.2)	(0.4,0.4,0.2)
自行车维护	65	1600	18.2281	(0.4,0.3,0.3)	(0.3,0.4,0.3)	(0.3,0.5,0.2)
道路拥堵	13	387	11.1864	(0.6,0.4,0.0)	(0.5,0.4,0.1)	(0.4,0.5,0.1)
调度	50	1200	112.4	(0.4,0.5,0.1)	(0.4,0.4,0.2)	(0.3,0.4,0.3)

影响因素	量化				非量化			评判结果
	DEA成绩	DEA 成绩模糊化隶属度			模糊化隶属度			
		优	良	差	优	良	差	
自行车数量	61.50%	0.230	0.770	0.000	0.520	0.220	0.260	优
站点数量	63.10%	0.262	0.738	0.000	0.380	0.460	0.160	良
站点距离	71.40%	0.428	0.572	0.000	0.370	0.420	0.210	良
自行车维护	13.80%	0.000	0.276	0.724	0.340	0.380	0.280	良
道路拥堵	22.20%	0.000	0.444	0.556	0.520	0.420	0.060	优
调度	100%	1.000	0.000	0.000	0.540	0.330	0.130	优