

## 第八届“认证杯”数学中国

### 数学建模网络挑战赛

#### 承 诺 书

我们仔细阅读了第八届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站([www.madio.net](http://www.madio.net))公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

**我们的参赛队号为：1513**

**参赛队员（签名）：**

队员 1：江子越

队员 2：余李建

队员 3：范培潇

**参赛队教练员（签名）：包文涛**

**参赛队伍组别：中学组**

## 第八届“认证杯”数学中国

### 数学建模网络挑战赛

#### 编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）： 1513

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

---

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

# 2015 年第八届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第一阶段论文

题 目 城市公共自行车

关 键 词 克拉克模型、插值预测、站点模拟、量纲分析

## 摘 要:

本文针对城市公共自行车系统的最优化建设方案问题，在综合考虑自行车的损坏、城市人口分布、城市交通拥挤程度、摄像头的监控范围的前提下，以多方面分析和处理数据为基础，给出了城市公共自行车站点的合理分布方案，分析了轮胎磨损程度与地面摩擦因素、距离的关系，建立了人口分布的克拉克模型、轮胎磨损程度的预测模型以及交通拥堵程度的插值模型，模拟了大型站点内的车桩分布，确定了自行车系统建设的最优方案与经费预算方法。

**问题细化处理：**问题 1 细化成了 3 个方面，借车卡发放，自行车资费，车辆维护。

问题 2 为了更好的确立指标，我们模拟站点车桩分布，研究站点的通讯与监控问题以及对管理方案的预想，从设计过程中得出评价指标。

问题 3 对于经济的预算方法，可以细化为四个方面：初始资金，维护费用，建成后的收支及减少支出的一些方法。通过对我国城市平均的水平推广至大部分城市

**对于问题 1 中主要问题：车辆维护**，建立预测模型推得自行车磨损与行驶距离利用量纲分析，外胎材质等相关因素所成关系，从而确立使用寿命及相关维护方案

**对于问题 2 评价指标的提出**，对站点和车桩的分布先进行多次设计，最后进行总结，站点分布采取“六边形服务范围（结合大小站点）”，站点大小通过相关公式，得出合理大小的面积范围；车桩分布考虑实际情况是否方便市民取车，模拟出相关模型。由于偷盗行为是一个重要的问题，因此考虑了相关的安全问题，引进名词“安全系数”。通过对过程中的反思及总结相关问题，得出 7 项主要的评价指标。

**对于问题 3 经济预算方法的四个部分**，通过查询相关内容，进行计算，进而推出广泛意义的计算方法与过程。

**模型的改进与推广**，为了提高预测模型的精确程度：

一、服务中心的长宽比例是变化的，这时需要对其长宽比例变化的影响进一步探究，优化设计；

二、可结合城市道路的实际布局资料，来对模型进行适应性改进。

三、根据实际情况减少监控摄像头的个数。针对模型的推广，本文所建模型也可用于公交车系统的建设、监控系统的建设与安全性评估等实际问题中。

四、对于模型的推广，关于自行车的外胎使用寿命的模型可以测定不同自行车的轮胎质量，帮助运输行业的管理者估算自己交通工具外胎等的更换时间。

参赛队号：1513

参赛密码  
(由组委会填写)

所选题目：D 题

## 英文摘要（选填）

（此摘要非论文必须部分，选填可加分，加分不超过论文总分的 5%）

This article focus on the construction of the **Public Bicycle System's Building program optimization problem**. In Diffusely thinking about the damage of the bike , the city population distribution , the city's city traffic congestion and the surveillance camera range, based on the analysis and the data processing in many aspects, the author gives a reasonable distribution plan of city public bicycle station and analyze the relationship between the degree of friction with the ground tire wear and the distance factor, establishes the population distribution of **the Clark model, the tire wear prediction model and the traffic congestion degree interpolation model**. The author simulates the large site inside the car pile distribution and determine the optimal scheme and budget system construction method for bicycle.

The refinement to the problem: Problem 1: The author divided the question into 3 aspects: to borrow the car card charges, bicycle, vehicle maintenance.

Problem 2: In order to establish the better performance, the author simulate the site car pile distribution, communication and monitoring on site and thought of management scheme, gets the evaluation index from the design process.

Problem 3: For the budget method, the question can be divided into four aspects: the initial capital, maintenance costs, some methods after the completion of the balance of payments and reduce expenditure. The author extended to the method to most of the city through the promotion of our country city level average.

For the main problems of the problem 1, the vehicle maintenance, the author establish the prediction model of push bike wear and travel distance, factors related to the relationship between tire material, so as to establish the service life and maintenance program.

For the problems put forward 2 evaluation indexes, the author distributed on the site and the number of cars pile design, finally carries on the summary, the site distribution take "the scope of services (the size of the site with the hexagon)," the site size by related formula, the range of reasonable size of area of distribution; vehicle pile considering the actual situation is the convenience of the public to take the car, simulation a correlation model. Because theft is an important issue, the author also consider the related security issues, the introduction of the noun "safety coefficient". Based on the process of reflection and summary of related issues, the 7 major indexes.

For the four part of the problem of the 3 budget method, the author query the relevant content, were calculated, and then introduced the calculation method of broad sense.

The improvement and promotion model: in order to improve the accuracy of prediction model, the author think:

1. Ratio of length to width of service center is changing, then need to further research on the influence of ratio of length to width change, optimization design;
2. Data can be combined with the actual layout of City Road, to improving the adaptability of the model.
3. According to the actual situation of the number of surveillance cameras. According to the model, this model can also be used for the construction of the bus system, the monitoring system construction and safety assessment of the actual problem.
4. For the promotion of the model, a bicycle tire life model can be used to measure different bicycle tire quality, help the transportation industry managers estimate their vehicle tyre replacement time.

## 目录

一、	问题重述	1
二、	问题分析	1
三、	模型假设与符号说明	1
四、	模型建立、分析与求解	2
4.1	问题一	2
4.1.1	借车卡的发放	2
4.1.2	自行车服务资费标准	2
4.1.3	车辆维护	5
4.2	问题二	9
4.2.1	站点和车桩分布	9
4.2.2	通讯和监控设备	14
4.2.3	管理方案	17
4.2.4	设计方案评价指标	17
4.3	问题三	18
4.3.1	初始资金使用预算	18
4.3.2	维护费用预算	20
4.3.3	建成后政府支出与收入	21
4.3.4	赞助商赞助费预算	22
五、	评价准则与模型评价	23
六、	模型的改进与推广	24
6.1	模型的改进	24
6.2	模型的推广	24
七、	参考文献	25
八、	附录	25

## 一、 问题重述

为了缓解城市交通堵塞问题，某市准备开设公共自行车服务。公共自行车出行系统由数据中心、驻车站点、驻车桩、自行车（含随车锁具、车辆电子标签）及相应的通讯、监控设备组成。根据所了解的知识，建立数学模型，讨论以下问题

1. 出行系统的使用方案：包括如何发放借车卡、如何收取押金、如何收取自行车租金，以及需要哪些维护和如何维护等。
2. 出行系统设计方案的评价指标：这些指标可以评价站点分布、驻车桩分布和自行车分布是否合理。
3. 经费预算

## 二、 问题分析

本题以人们实际生活中熟悉且相关较贴近的公共自行车服务系统为背景，要求我们在知晓公共自行车服务模式和使用规则基础之上，根据所了解的材料，讨论所给问题。下面，我们将进一步展开分析：

对于问题 1：采用统计测算，借助于克拉克模型与计算机模拟，得出最佳的出行系统的使用方案；

对于问题 2：根据实际情况，测算总结出较为合理的出行系统设计方案的评价指标，再推算出用于评价的公式，最后根据之前采用的模型进行公式验证

对于问题 3：在采用上述的最佳方案的前提下，遵从最俭原则，采用科学统计方法，得出最合理的经费预算方法，最后进行经费的预算

## 三、 模型假设与符号说明

基于我们对本文问题的分析，我们作如下基本假设：

- 1：由于我国大部分有交通堵塞问题，且有一定经济能力的城市多为多核心模式，我们假设该市的空间结构为**多核心模式**，且次级商务区只有 1 个。
  - 2：假设该城市面积  $S$  为 5000 平方千米，
  - 3：由于特殊情况（如恶劣天气等），我们假设自行车每年会被使用天数为 250 天。
  - 4：启动资金为 1.5 亿
  - 5：由于公共自行车站点间隔较远，暂不考虑一个摄像头监控多个站点的问题。
- 以下是本文部份的符号说明：

$Dr$	到城市中心（通常为中央商务区，即 CBD） 距离为 $r$ 处的人口密度
$a$	常数（或称 CBD 截距）
$b$	密度斜率常数
$c$	站点数

## 四、 模型建立、分析与求解

### 4.1.1 借车卡的发放：

发放地点：小型社区、中学、旅游文化中心、医院、市场、车站，管理中心  
（在刚开始发放的时候可以增开临时发卡点，地点可在：购物中心、居委会、街边等临时发放点）

发放时间：

	夏季（4月16日-10月15日）	冬季（10月16日-4月15日）
上午	7:00-11:00	7:30-11:30
下午	14:00-18:00	13:00-17:00
注：	周末，节假日不休息	

### 4.1.2 自行车服务资费标准：

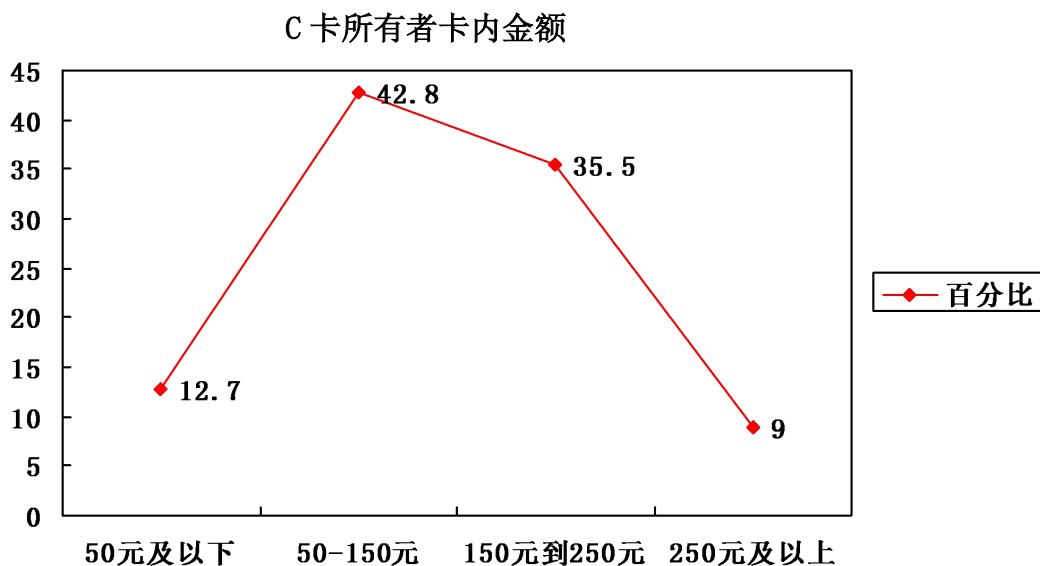
#### 1：押金步骤以及处理方法

参照《杭州公共自行车收费规定》，收取押金流程大致为：

取卡后收取一定量（Q）的押金，在交还车辆后，将会从押金中收取应付金额，多余部分将返还。因此，所需要收取的押金数额 Q，应满足以下几点要求：

1. 数额不可过大，使得 IC 卡所有者无法支付押金，造成麻烦
2. 数额不可过小，导致应付金额超过了押金

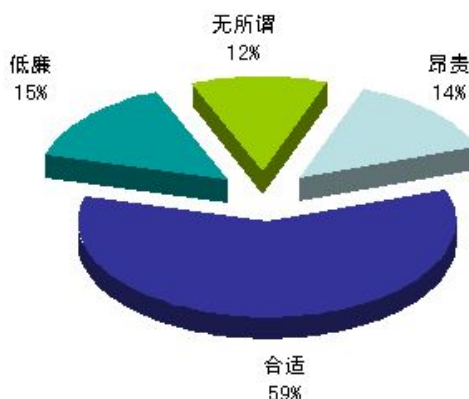
因此可在发放 IC 卡后 1 周内随机采集数据，统计出 IC 卡所有者卡内金额的饼状图和平均值，在制定适合的押金数额



经过统计测算，可以得到 IC 卡内存金额平均值  $Q_k=147$  元。

再根据群众对收取 100 元作为押金的观点态度，可以制定  $Q_i=100$  元

对于以100元作为押金金额群众反映



## 2: 如何收租

摘自中安在线网上的关于国家统计局数据的报道：2011 年我国的人均月公共交通费为 180.5 元，且 2011 年到 2015 年我国的平均经济增长速度为 7.5%，由此得出近几年来全国人均月公共交通费（花费在公共交通上的钱）为 259.13 元。

由于之前假设自行车每年会被使用的天数为：250 天

考虑到公共自行车的种种优点，且根据消费心理学，公共交通工具之间是互相替代的，即公共自行车与公交车互为替代品，所以可以假设我国居民人均公共交通费全部花费在公共自行车上。

假设我国居民人均月公共自行车费用为 259.13 元，

由于建设公共自行车系统的目的是为了缓解城市交通拥挤，绿化城市环境，故不以营利为目的。

根据消费心理学，倘若租金收取太高，会造成没有人使用公共自行车，租金收取太低，又会造成借车不还、公共自行车的数量跟不上公共自行车的使用需求等问题。

因此采取一小时之内免费原则（限时免费原则），在上下班的高峰期免费。一小时以上四小时以下，每超过一小时收费 0.5 元。

为了避免借车不还的现象，应收取押金，以及四小时以上的收费模式采取指数增长（指数函数具有爆炸性）的模式，假定  $y=(t-4)^a+1.5$  ( $0 \leq y \leq m, 0 \leq t \leq 24$ ) ( $y$  为收费金额,  $t$  为自行车租赁总时间,  $m$  为收费上限,  $a$  为常数)。

接下来的工作就是对常数  $a$  的定值

对常数  $a$  的定值

### (1).确定收费上限 $m$

鉴于指数函数的图像性质，所以收费金额必须有上限，所以收费上限要考虑的因素有：居民单次能付出的最高金额，以及应居民付出最高金额的天数。

假定市民平均每年都必须有  $x$  天付出最高金额  $c$ ,

假定居民单次能付出的最高金额为  $c$  (元),

假定借用时间为 24 小时以上时收取最高金额,

假定剩下平均每天付出 0.5 元,

假定一年为 365 天,

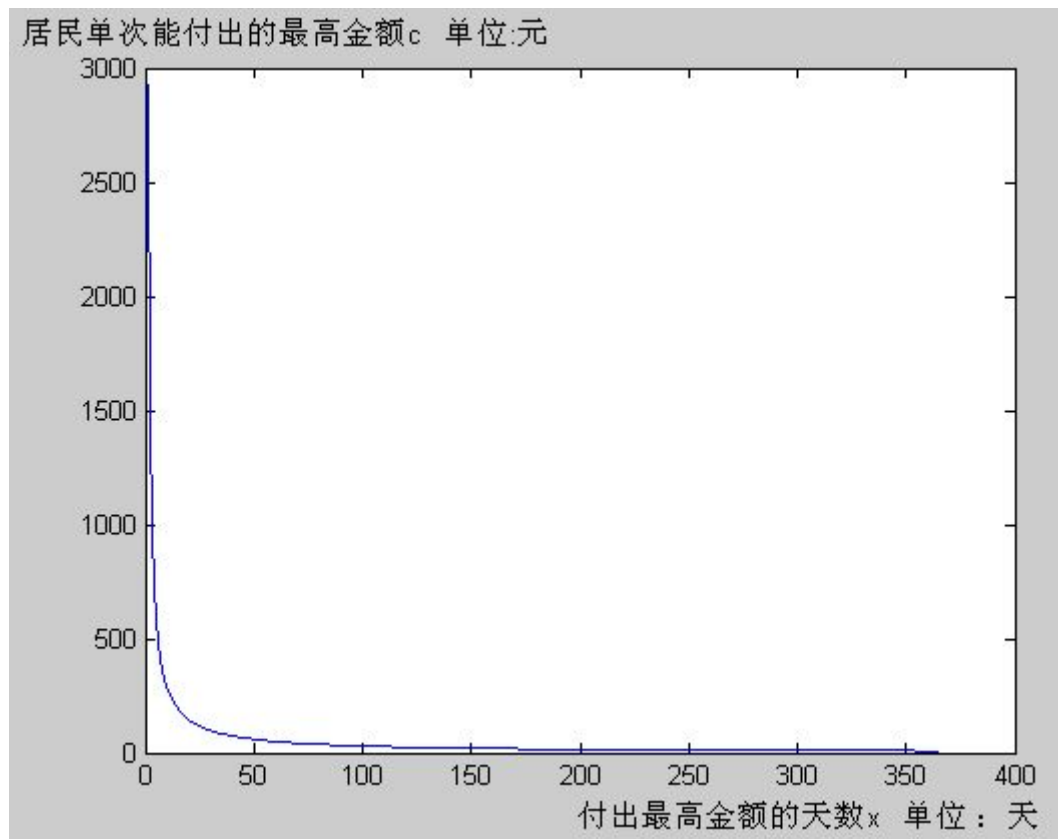


那么他能付出的最高金额  $c$  为:

$$c = \frac{p*12-(365-x)*0.5}{x} \quad (\text{元})$$

[ $p$  为我国人均月公共自行车费用],

利用 matlab 具有模拟功能的 plot 函数模拟出如下有关  $x$  与  $c$  关系



综合考虑各种因素, 得出收费上限  $m$  应为 30 元。

**(2).由收费上限  $m$  得出常数  $a$**

假设押金为  $r$  元。

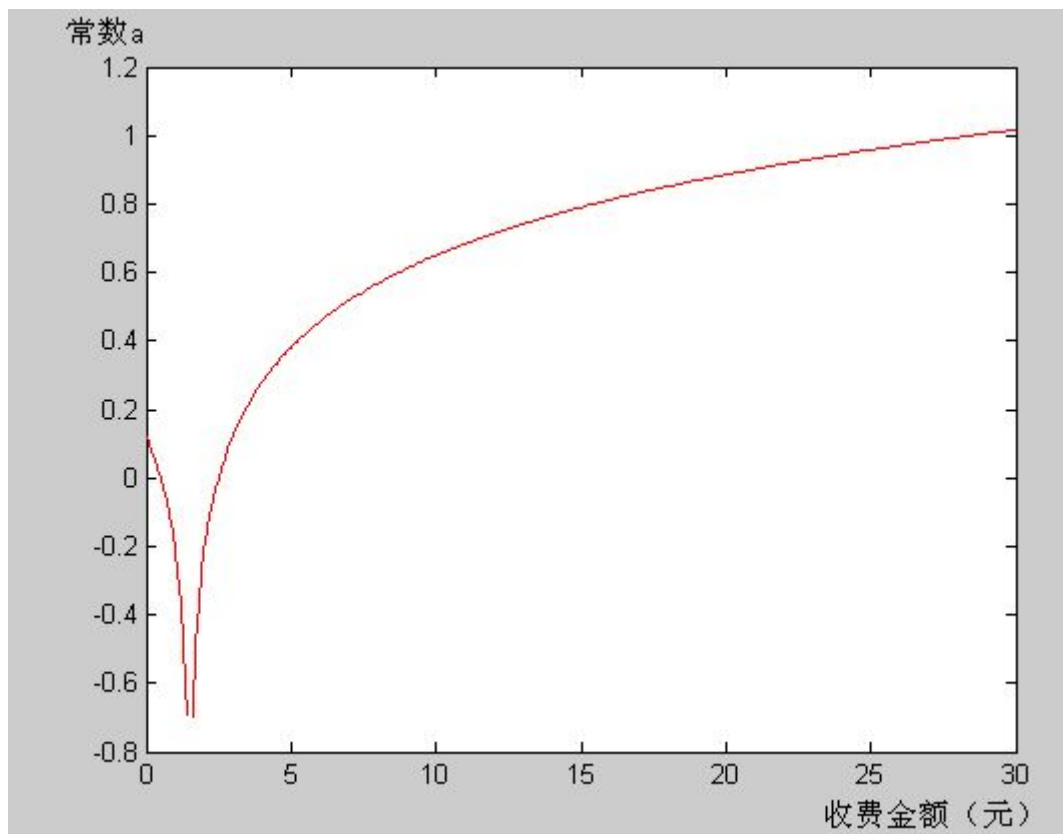
由公式  $y=(t-4)^{a+1.5}$  考虑, 建立数学模型:

$$y \leq p - r$$

$$y = (t-4)^{a+1.5}$$

考虑到新浪网的数据——国家的人均工作时间为 8.66, 以及各种因素的影响, 此处的  $t$  的值取: 9 (小时)

(工作的八小时加上加班的时间 假设平均 9 小时, 由于采取上下班高峰期免费的方案, 故此处不计上下班时间)



由于前文所说公共自行车服务不以营利为目的，且根据中安在线网 2013 年 10 月 12 日对公共自行车超时收费的民意调查报告来看，多数人认为单次超时收费金额在五元及以下较为合适。

综合各种因素考虑， $a$  的值取 0.38（当  $a$  取值 0.38 时，消费金额  $y$  的值大约为 5）

综上所述，收租方式为如下时最为合理：

- ① 采取一小时之内免费原则（限时免费原则）；
- ② 一小时以上四小时以下，每超过一小时收费 0.5 元。
- ③ 为了避免借车不还的现象，四小时以上的收费模式采取指数增长（指数函数具有爆炸性）的模式， $y = 5^{0.38} + 1.5$  ( $0 \leq y \leq 30$ )
- ④ 在上下班的高峰期免费。

#### 4.1.3 车辆维护

##### 1：外胎磨损厚度变化的影响因素：

根据搜寻相关文献，可以得到影响因素有：

自行车行驶距离  $s$

外胎与路面的动摩擦因素及外胎的材质  $u$

车重与人重  $m$

将以上几个因素结合在一起建立相关的模型如下：

$$d = um^{\partial_1} s^{\partial_2}$$

其中：

$d$  表示外胎磨损厚度，其量纲为  $L$ ，即  $[d]=L$ ；

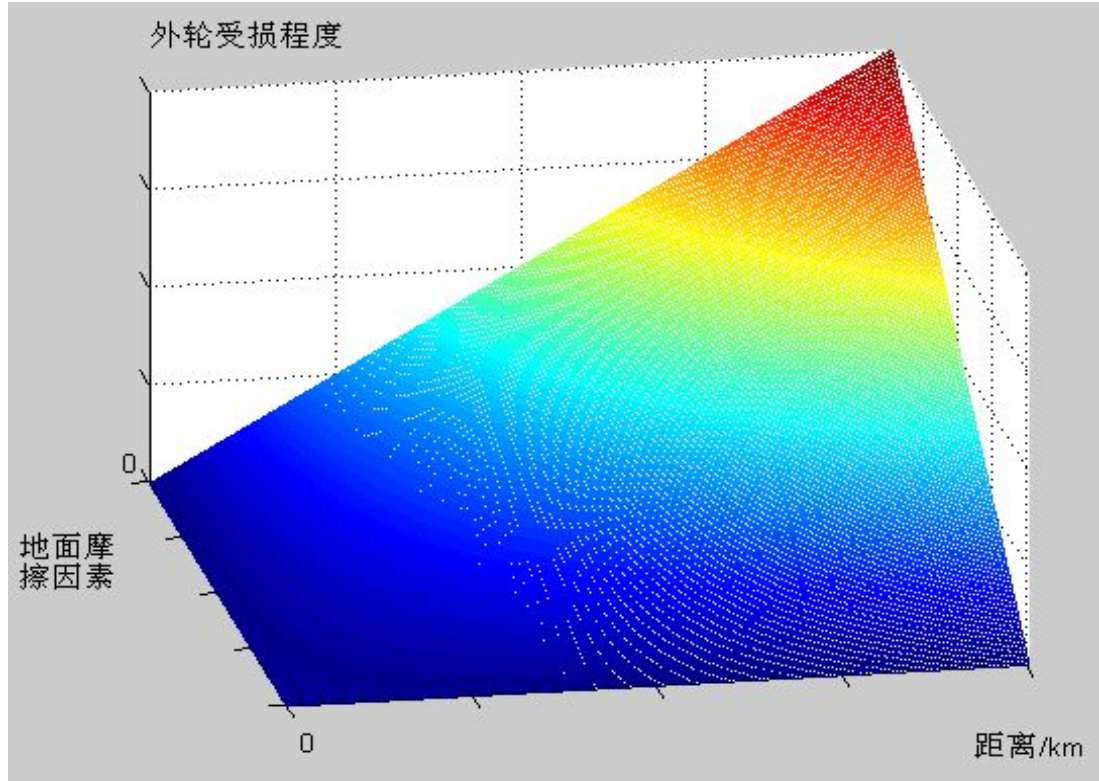
$m$  表示车和人的总质量，其量纲为  $M$ ，即  $[m]=M$ ；

$s$  表示自行车自出厂的行驶距离，其量纲为  $L$ ，即 $[s]=L$ ；

$u$  表示自行车行驶的环境与自行车材质对自行车磨损的影响因素

外胎磨损厚度变化模型的量纲表达式为 $[d] = u[m]^{\partial_1} [s]^{\partial_2}$

通过采集分析数据，利用 MATLAB 建立相关函数图象：



所以有： $\partial_1 = 0$ ， $\partial_2 = 1$ ，得到轮胎磨损厚度变化模型的表达式为： $d = us$

以上模型说明在一般情况下自行车外胎磨损厚度与自行车行驶环境和行驶距离有很大联系，当自行车行驶环境越差，行驶距离越长，外胎磨损厚度越大。

可以得到：收取的行驶租金应考虑到不同地形所造成的不同损害来制定。且根据公式来测算公共自行车的磨损情况，可以进行维修判定：当 $[d]$ 接近最大值 $d_{\max}$ ，应对此车辆进行维修，维修费根据《杭州公共自行车信息库》可知，对于每辆车自然磨损维修费为 100 元/月。

## 2：确立外胎使用寿命：

通过分析建立模型，我们可以将外胎使用寿命分为

最大磨损厚度确立，

自行车最大行驶距离，

安全系数，

三个部分，通过对这个部分进行权重衡量来确立外胎使用寿命

最大磨损厚度确立

通过对外胎磨损厚度变化模型的建立我们知道在一般情况下行驶环境和行驶距离直接影响自行车外胎的磨损厚度，所以当外胎磨损厚度达到最大时，安全厚度为外胎的出厂厚度减去最大磨损厚度，在同样的行驶环境下确定了最大磨损厚度，便知道了自行车的最大行驶距离（自行车自出厂到磨损最大的行驶距离）；

即可得到公式

$$l_{\min}^{(i)} = l_k - d_{\max}^{(i)}$$

$$d_{\max}^{(i)} = l_k - l_{\min}^{(i)}$$

$l_{\min}^{(i)}$ ,  $l_k$ ,  $d_{\max}^{(i)}$  分别表示安全厚度（外胎能在其他条件不变下能承受的最小厚度），外胎出厂厚度，最大磨损厚度。

所以除了这两个因素其他的影响因素可以不作考虑，故可以对不同的行驶环境下自行车外胎承受的最小厚度通过作做表对比，具体求解方法如表 I：

表（1）									
u	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9
d	1-M1	1-M2	1-M3	1-M4	1-M5	1-M6	1-M7	1-M8	1-M9

所以对应的自行车在不同行驶环境下的最大磨损厚度由上述公式得如下表:

表（2）									
u	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9
l	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9

可以根据表格来对公共自行车进行维修预算，当外胎厚度达到最大磨损厚度的一半时，应当对车辆进行普通维修或更换外轮胎，根据资料分析，更换一次轮胎所需费用约为 100 元/次。

### 自行车最大行驶距离

对于自行车最大行驶距离，当自行车外胎磨损厚度达到最大时，在不同的行驶环境下，其的最大行驶距离：

$$s_{\max}^{(i)} = \frac{d_{\max}^{(i)}}{u_i}$$

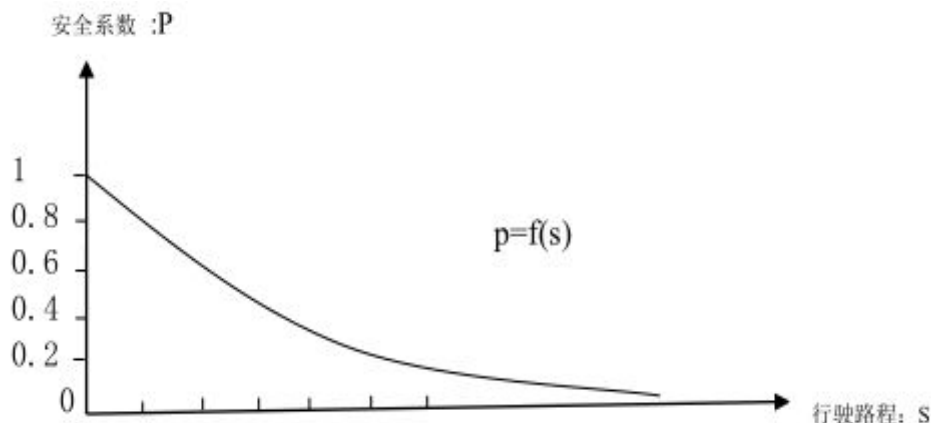
$$i = 1, 2, 3, \dots, 9$$

$s_{\max}^{(i)}$ ,  $d_{\max}^{(i)}$ ,  $u_i$  分别表示自行车自出厂行驶的最大距离，外胎自出厂最大磨损厚度，不同的行驶环境下的影响因素；所以在自行车损坏程度并未达到标准而已超过最高行驶距离时，应更换轮胎，并对车身进行维修处理。每个轮胎所需维修费大约为 100 元/次，车身维修处理大约为 60 元/次。

### 安全系数 P 与行驶路程 S 的关系

首先根据自行车外胎的厚度，将自行车外胎的安全系数人为的拟定一个指标（1—0 指标）：即  $p_{\min} = 0, p_{\max} = 1$ , 也就是说，在自行车的使用期间，外胎的安全系数是介于 1 与 0 之间。当自行车外胎的安全系数 p 达到 0 的时刻 t，也即是自行车外胎寿命终止

并且必须更换自行车外胎的时刻,在自行车行驶距离  $S$  所对应的安全系数  $P$  未达到标准指数时,应当对自行车进行全面更新,维修处理费用大约为: 250 元/次。



### 自行车使用寿命的确定

由相关文献分析自行车外胎使用寿命可以用如下模型得:

$$T_i = \frac{l_k - l_{\min}^i}{u_i} r_i p_i$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, 9$$

其中,  $T_i$ ,  $l_k$ ,  $l_{\min}^i$ ,  $r_i p_i$  分别代表:

外胎的使用寿命, 外胎的出厂厚度, 自行车外胎在不同环境下的最小承受厚度, 安全性的权重系数。

所以由模型可以确定不同行驶环境下的自行车外胎使用寿命。应在使用寿命过半后进行整修, 在接近使用寿命后进行回收处理。并对超过使用寿命的自行车进行直接回收更新, 对此类自行车不可以进行二次利用。而像此类完全更换一辆自行车大约为 6 个月/次, 而更换新自行车所需要的费用大约为 400 元/辆。

### 3: 实例分析公共自行车维修费用:

由《杭州公共自行车信息库》并整合可以得到下列数据:

2008 年 5 月, 杭州公共自行车系统面向市民游客推出。杭州市一共有 2800 辆公共自行车, 61 个服务点位。

5 年以后, 2010 年杭州拥有 2200 个服务点, 52800 辆公共自行车, 今年 5 月 31 日, 杭州公共自行车服务系统创下了日最高的纪录, 达到了 402420 人次, 而平时的日均租用量, 也达到了 26 万人次。

杭州公共自行车, 服务点投入了 653 个触摸屏, 方便市民查询周边站点的租还车情况; 维修人员从最初的三四十人, 发展成为了 155 人的维修团队。

如果按照新的会计准则, 2011 年公共自行车的实际运营维修费用达将到五千万左右。

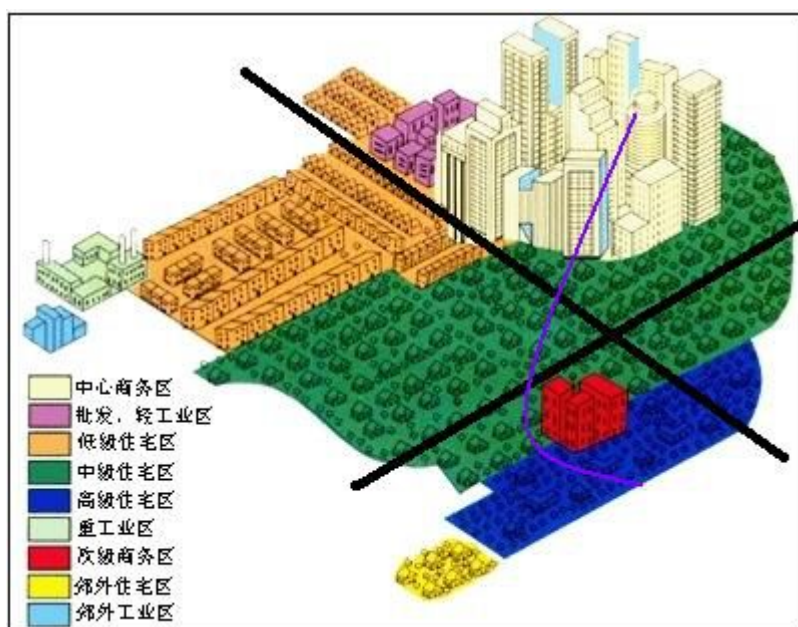
### 4: 损坏维修收费标准

根据《杭州损坏维修收费标准》可以整合出关于公共自行车意外受损所需维修的赔偿收费标准:

公共自行车部件损坏维修收费标准	部件	收费标准	部 件	收费标准
	车座损坏或丢失	15 元	爆胎	2 元/次
	前叉、把手变形	各 30 元	内胎损坏	10 元/只
	前、后轮变形	各 30 元	外胎损坏	15 元/只
	链罩、链条、车铃损坏或丢失	各 5 元	车架变形	100 元
	车锁损坏或钥匙丢失	20 元	脚踏	5 元/只
	前后轮广告挡泥板（共四片）破裂	10 元/片	车筐	10 元
公共自行车整车遗失赔偿标准	使用年限		儿童座椅	30 元
	按原价折算赔偿标准			
	一年（含）内		90%	
	一年以上至二年（含）内		80%	
	二年以上至三年（含）内		70%	
	三年以上		60%	

#### 4.2.1 站点和车桩分布

##### 1: 多核心模式的城市空间结构图:



注:

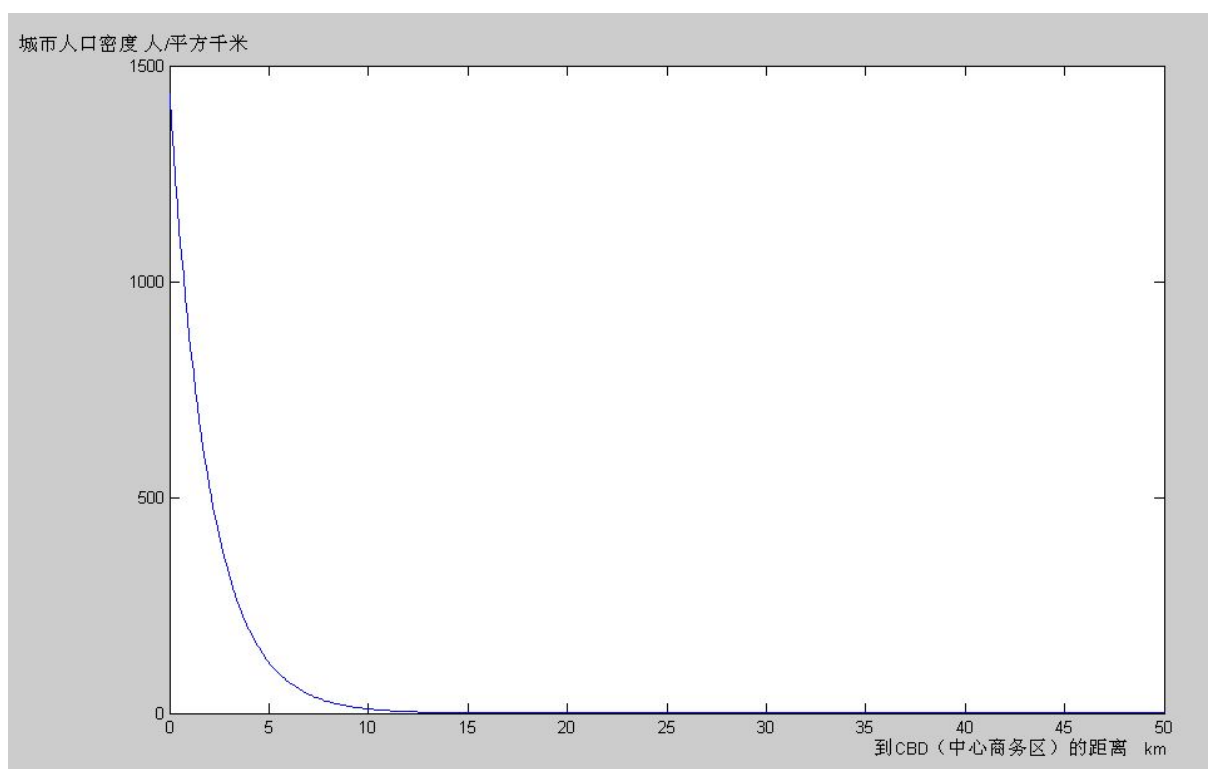
紫色线条为城市地铁

黑色线条为高速公路

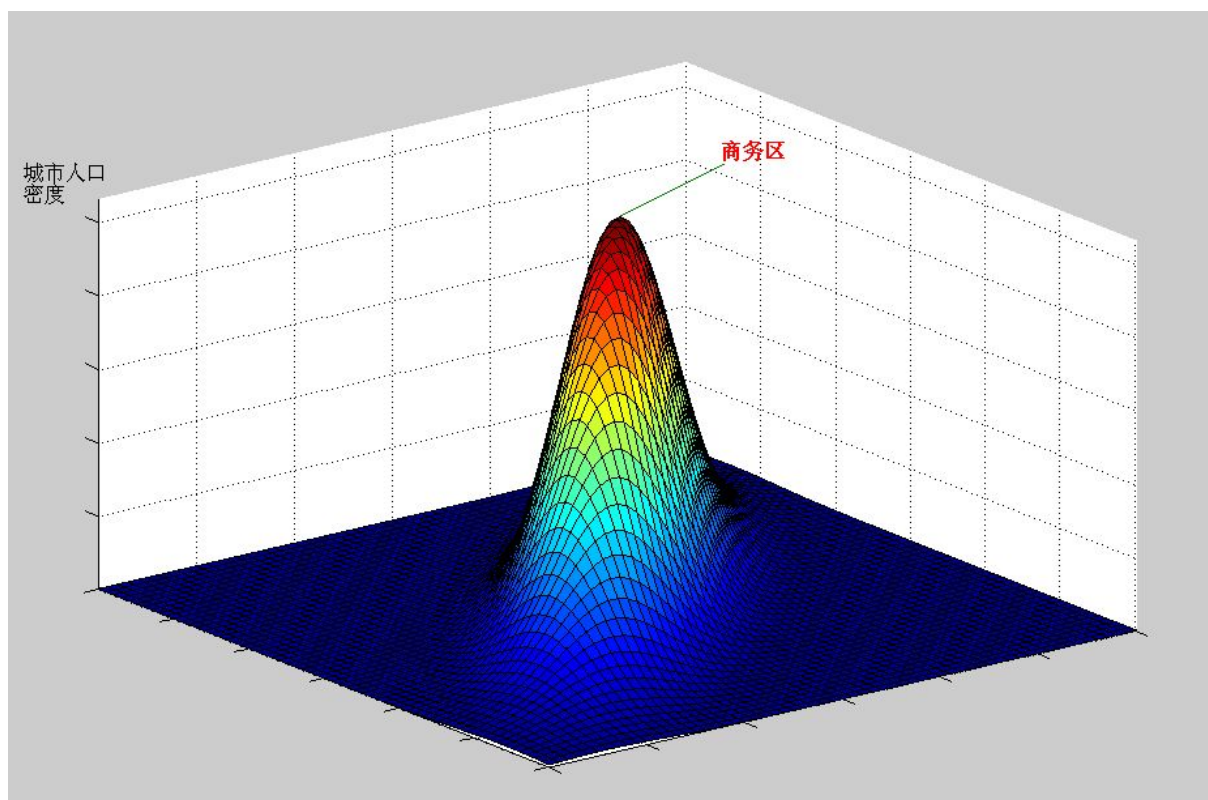
##### 2: 城市的人口密度

根据《城市与区域密度模型（人口密度）》<sup>[2]</sup>，中央商务区（CBD）是城市的中心，城市人口密度从中央商务区向外递减。通过使用负指数方程，用 Matlab 绘出以下图像(编写程序见 附录-程序 2):





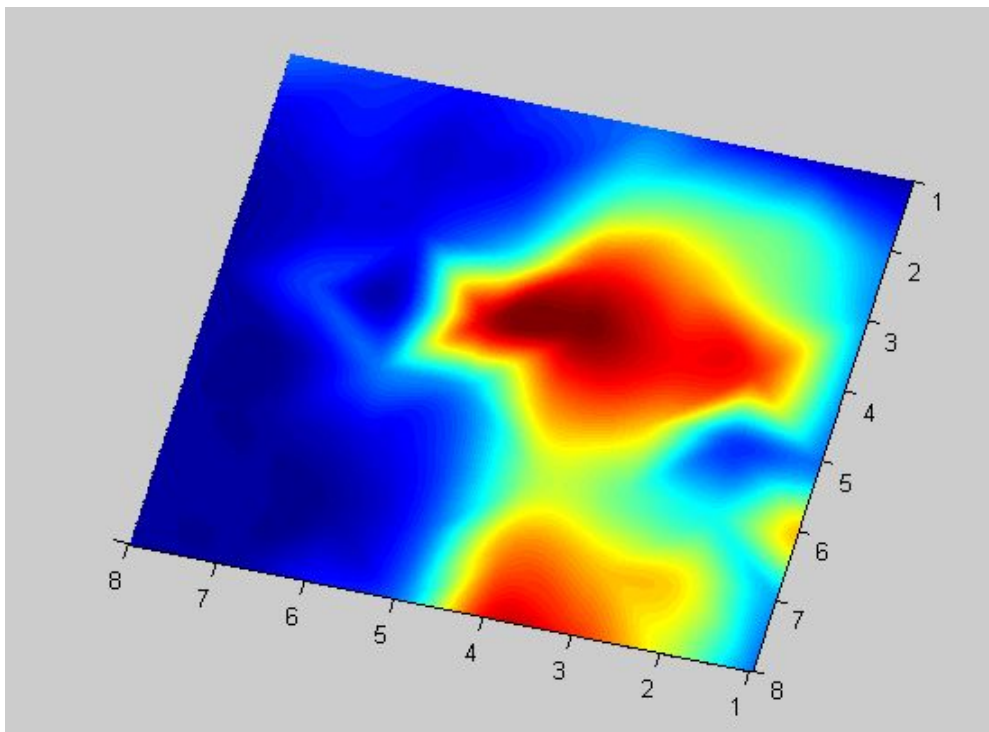
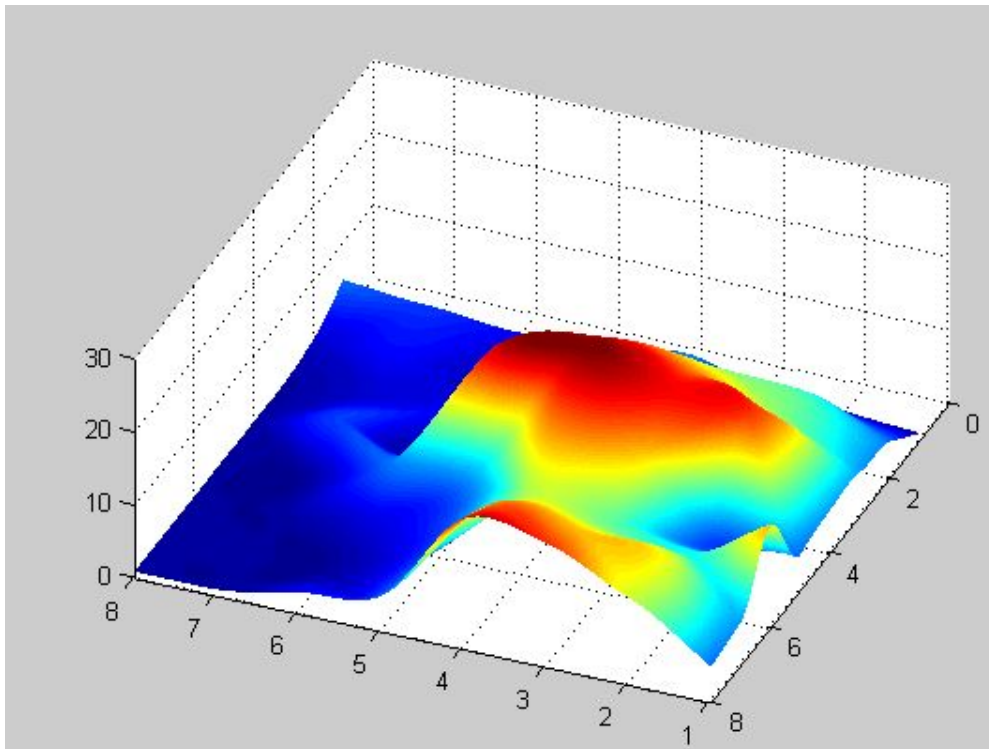
绕 y 轴旋转，涂色后可得三维图像如下：



定义  $r$  为据商务区的距离，由图像可得： $D r \propto \frac{1}{r}$

### 3: 交通的拥挤程度:

根据 matlab 中 `griddata` 函数模拟该市交通拥挤程度, 结合插值法, 得到以下图像(编写程序见 附录-程序 3):



### 4: 站点和车桩分布:

#### (1): 站点分布:

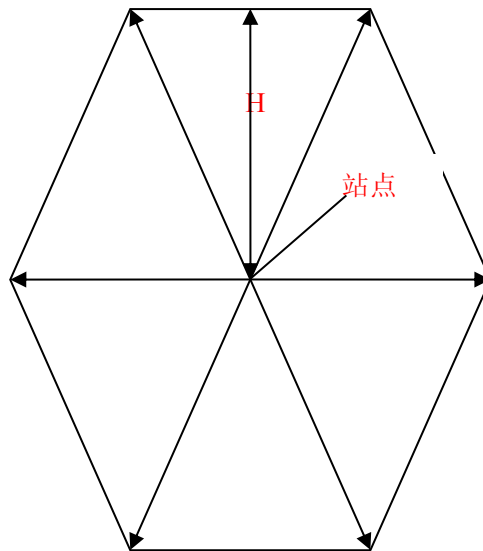


由以上 3 点可得：离商务区越近，人口密度越大，交通拥挤程度也较大。

运用相关地理知识，每个站点的服务范围呈正六边形时，最合理：

假设站点到边的距离为  $H$

经过推导  $H=1000$  米时，最合理



所以每个站点的服务范围  $s \approx 3.5$  平方千米

所以所需站点数  $c$ ：

$$c = \frac{S}{s}$$

带入数据解得  $c \approx 1400$  (个)

为缓解商务区附近交通拥挤问题，以商务区中心为原点，10 千米为半径范围内的站点的车桩数为  $\&$  个：

由相关所学知识知：

$$\& = \frac{s}{10 * r}$$

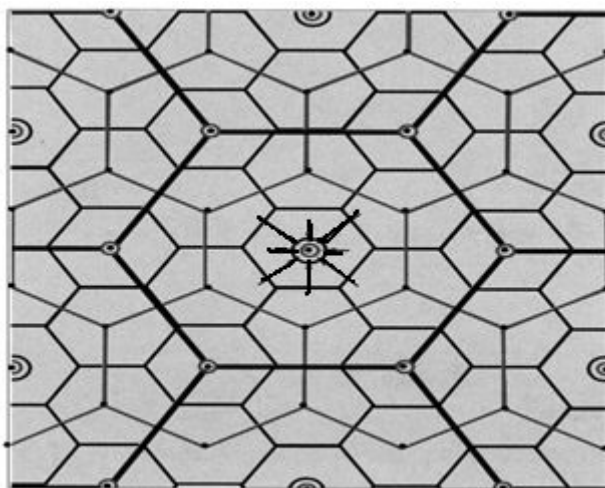
( $r$ ：单位服务范围的人口密度)

代入数据解得  $\& \approx 120$  (辆)， $c \approx 90$  (个)

其余站点利用同样方法解得： $\& \approx 20$  (辆)， $c \approx 1310$  (个)

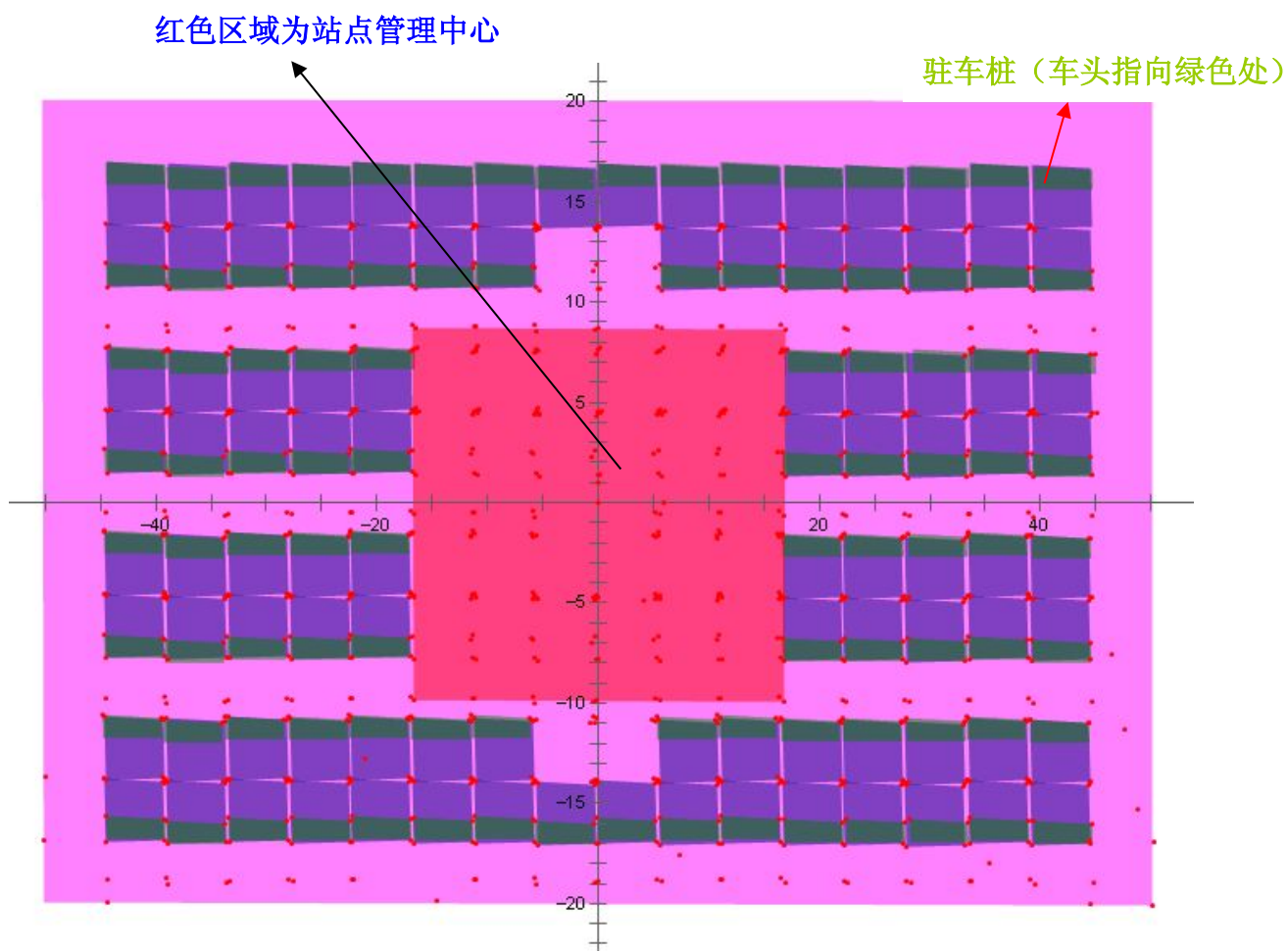
每七个站点中将会有一个为中型站点，每 7 个中型站点中将会有一个大型站点

(中型，大型站点主要还会附近工作人员的换班)，图形如下



## (2): 车桩分布:

经过与小组内同学研究讨论, 结合生活实际, 对于站点内的车桩分布, 我们采取如下设计



上图是我们以大型站点为原型假设的公共自行车站点, 以下是这个站点的介绍:

(1): 每一个紫色方格都是都是一辆自行车, 绿色代表车头, 自行车长 1m 宽 0.8m,

红色方格为控制中心用地，为了方便车辆的进出，我们采用每两辆自行车背靠背的方式，并且在每行自行车间留了宽度为 2m 的空间。

(2)：本中心的人员均为维修人员及保洁人员。

#### 4.2.2 通讯和监控设备

##### 1：通讯

(1)：影响通讯的因素：

\* 鉴于前文所得结论公共自行车站点间的平均距离为 1000m，由于公共自行车站点的信息交流一般采取互联网通讯模式，故此距离忽略不计。

\* 极端天气如太阳风暴、台风、洪水等对通讯的影响，要求通讯系统具有较强的应急功能。

\* 意外事故发生时，系统必须能够存储已有的数据

(2)：对各种通讯设备的要求

① 锁车器要包括读卡器和控制模块

- a) 能够 24 小时工作，必须安全可靠
- b) 要能够语音提示
- c) 要内置记忆芯片，保证在断电时存储信息

② 站点控制器

- a) 每一个站点都要有一个控制终端
- b) 通过互联网与总的终端相连接
- c) 内置一个记忆存储器，要求存储器必须具有抗压，抗热，防水的功能

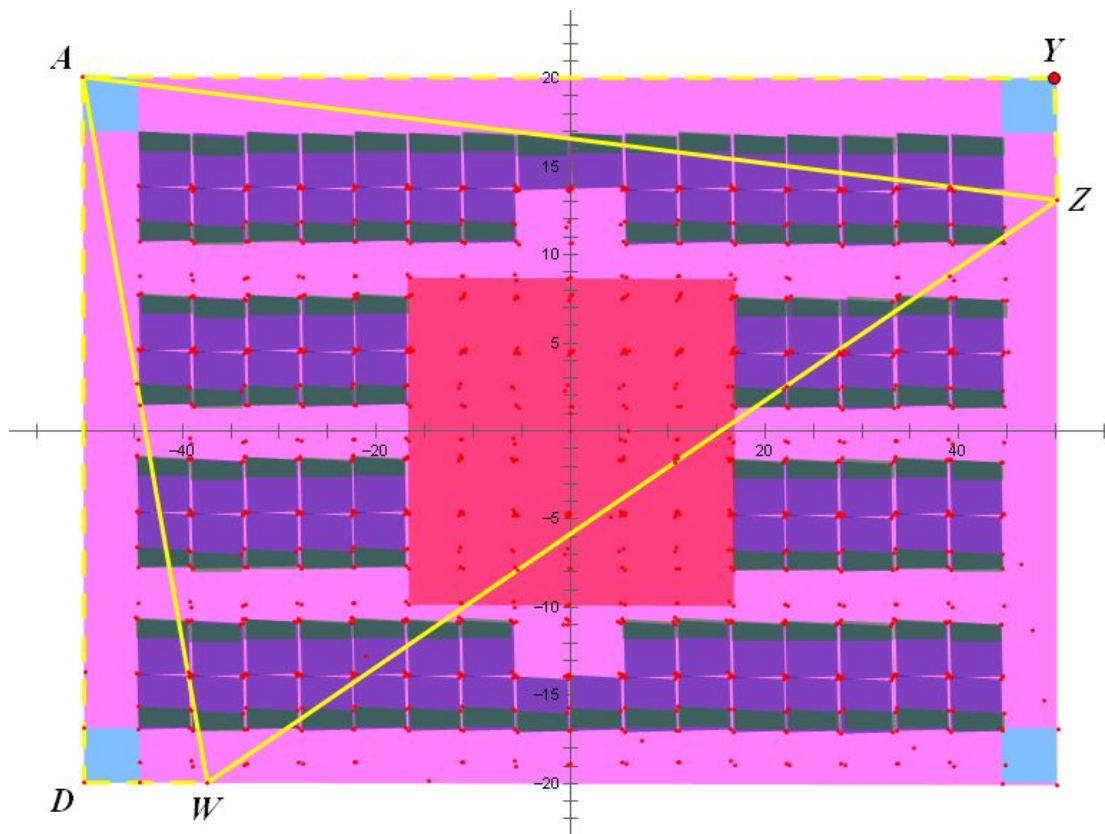
##### 2：监控

摘自阿里巴巴网的—————自行车的平均占地面积为 0.8 平方米

要求：

① 尽可能的减少摄像头的数目 以减少资金，并且统计出需要的总资金；

② 尽可能的增加公共自行车的安全系数（在较少花费的前提下尽可能减少监控盲区）。



上图是我们以大型站点为原型假设的公共自行车站点，经过改进后得到，以下是对改进后介绍：

蓝色方格代表监控系统，监控系统的长宽均为 1m, 黄色线段为视线，由于考虑到只要监控到一辆自行车一个非常小的部分就能算是监控到这辆自行车，所以最小且安全的监控区域如图所示。考虑到我们假设的公共自行车站点为矩形，因此在矩形的四个角设立监控摄像头及为最优选择。

我们不设置专门的监控人员。

为了尽可能减少费用，我们在大型中心采取四角监控模式，但这种监控模式的安全与否是未知的，因此以下是对这种监控摄像头设置方式的安全系数评估：

**\*安全系数的计算公式**（此公式由我们小组凭借实际情况总结得出）：

$$\text{安全系数} = \frac{(\text{每个所需监控的角度数} - \text{每个摄像头实际能监控的角度数}) \times \text{摄像头的个数}}{a \times 100\%}$$

（a 为常数，由具体研究问题时所要求的图像精确度决定）

（1）：以下是对每个摄像头所需监控的角度数的计算：

假设线段 AY 的长度为 y, 线段 AD 的长度为 x

线段 YZ、线段 DW 的长度计算

鉴于之前的数据，由相似三角形的性质得到： $YZ = y \times \frac{2+1}{y-1-0.8}$

$\angle YAZ$ 、 $\angle WAD$  的角度的计算  $DW = x \times \frac{0.8+2}{x-1-1}$

$$\angle YAZ = \arctan\left(\frac{y \times \frac{2+1}{y-1-0.8}}{y}\right)$$

$$\angle WAD = \arctan\left(\frac{x \times \frac{0.8+2}{x-1-1}}{x}\right)$$

对每个摄像头所需监控的角度数的计算

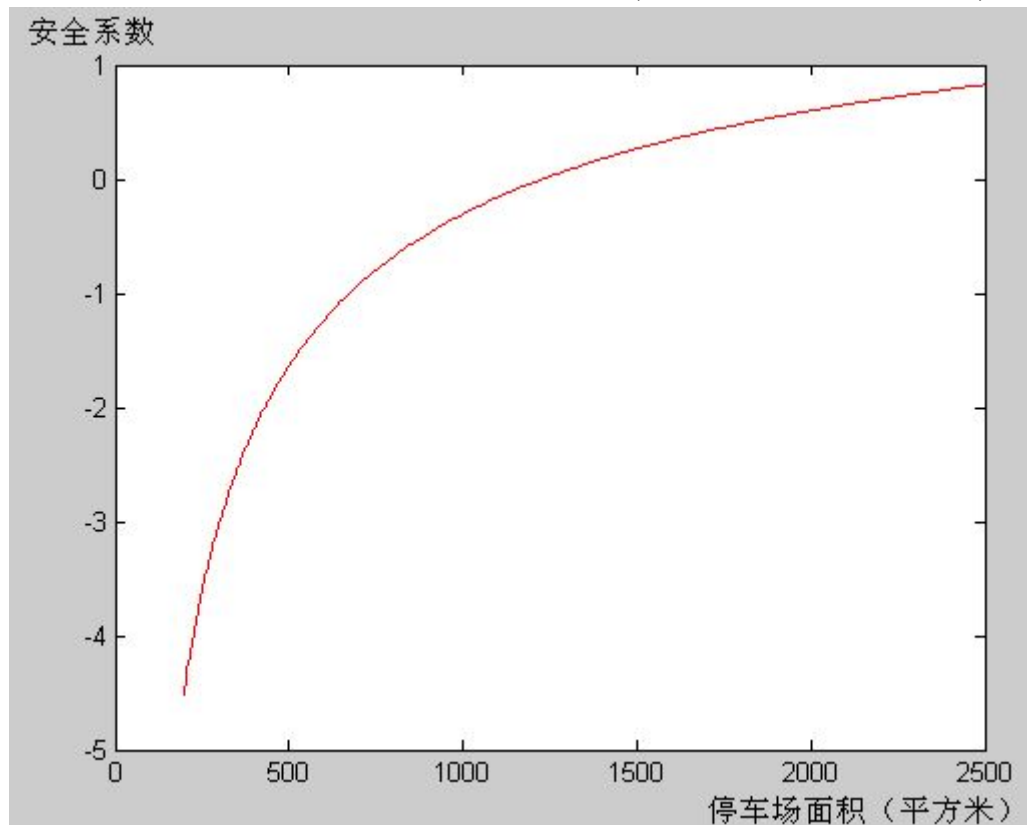
每个摄像头所需监控的角度数 =  $90^\circ - \angle YAZ - \angle WAD$

(2): 对安全系数的评估

由公式:

$$\text{安全系数} = \frac{(\text{每个所需监控的角度数} - \text{每个摄像头实际能监控的角度数}) \times \text{摄像头的个数}}{a \times 100\%}$$

得到安全系数与停车场面积的关系 (假设停车场的长与宽的比值不变, 以及我们选取的摄像头的监控角度为 80 度), 如下图所示: (编写程序见 附录-程序 3):



当安全系数大于 0 停车场是有监控死角的；

当安全系数在 0 以下的时候视为监控无死角（完全安全），

由图与算法可知：当面积为 1239 平方米以下时，该停车场完全安全，而我们假设的大型站点的面积约为 1000 平方米~1200 平方米，所以该监控方案是可行的。

### 4.2.3 管理方案

#### 1: 城市公共自行车门户网站:

对于城市公共自行车的管理，可建设城市公共自行车的公共服务门户，实现公共资源信息化。通过互联网来树立城市的良好形象，提高城市知名度。门户的内容主要结合到公共自行车运营情况，主要以在线交流、服务共享以及资源集中的形式为市民提供所需的服务、包括新闻公告、服务站点介绍、信息查询、网上论坛、投诉反馈等等。城市公共自行车门户网站在提供信息服务的同时，还可以迅速准确地得到用户反馈和建议，帮助改善服务规范和不足。

**2: 城市公共自行车后台管理系统:** 根据城市公共自行车的管理需求，城市公共自行车后台管理系统可分为八个模块：系统设置、服务站管理、自行车管理、业务查询、报表统计和卡管理。

**(1)系统设置:** 为公共自行车运营提供基础的支撑功能。包括对于部门人员的管理、系统权限的管理、文件日志的管理等。

**(2)服务站管理:** 对于提供公共自行车租赁服务的站点管理。每个服务站都有一台集中控制设备，系统通过与服务站建立双向连接，对于各个服务站进行实时监控、数据的采集以及操作指令的下发，并通过地图展示服务站的分布和状态。

**(3)自行车管理:** 对公共自行车进行统一管理，主要功能包括车辆登记、挂失、维修、报废以及信息查询等功能。

**(4)业务查询:** 提供系统主要业务数据的查询和汇总功能，方便管理人员在维护管理时实时了解系统当前的状态信息。

**(5)报表统计:** 提供系统 E1 常维护管理中所产生的数据统计和报表生成的功能。

**(6)借车卡管理:** 对于公共自行车服务的借车卡的发行设置。包括卡的登记发行、缴费充值、挂失解挂以及用户注销等操作。

### 4.2.4 设计方案评价指标

1: 由 4.2.1 站点和车桩分布中可知公共自行车服务根本是为了缓解城市的交通拥挤问题，所以对于设计方案评价的指标中首先要包含几年内的城市交通拥挤程度变化

2: 由 4.2.2 通讯和监控设备中可知站点的安全系数也是指标中的一项

3: 由 4.2.3 管理方案中可知一个城市公共自行车的服务好坏关键在于设计方案中对管理方案的设计，因此，管理方案的合理性也是评价指标中的一项

4: 在设计方案的过程中，我们意识到对于站点的分布，应考虑到距离市民的最远距离是否合理，车桩的分布应考虑到是否有利于市民行走，取车是否方便，发放借车卡出地点是否合理，站点内的发卡处，营业时间是否符合实际情况。

所以：方案评价指标应当包括：

- (1)：10 年内的交通拥挤程度变化
- (2)：站点距离市民的最远距离
- (3)：站点的安全系数
- (4)：站点职工的工作时间
- (5)：市民取卡是否方便
- (6)：市民站点内取车所用时间
- (7)：公共自行车服务的通讯合理性

4.3.1 初始资金使用预算（注：相关建设费用经资料查询后，假设得出）

1：站点建设费用（只包括站点建筑建成费用，不包括站点内部设施费用）：

(1)：商务区附近 90 个站点费用

	小型站点	中型站点	大型站点	总计
个数（个）	75	13	2	90
单个建设费用（万元）	8	10	12	
总计（万元）	600	130	24	637

(2)：其他 1310 个站点费用

	小型站点	中型站点	大型站点	总计
个数（个）	1097	187	26	1310
单个建设费用（万元）	2	2.5	3	
总计（万元）	2194	467.5	78	2739.5

小计：3412.5（万元）

2：车桩建设及自行车费用（包括车桩所涂油漆，所车锁具，车辆电子标签）：

费用约为：1200（元/辆）

自行车数：90 个 100 辆自行车的站点+1310 个 20 辆自行车的站点

计算得出自行车辆数：37500（辆）



所以费用为： $1200 \times 37500 = 45000000$

小计：4500（万元）

### 3: 通讯监控及相关网点数据费用:

#### (1) 通讯系统所需的资金预算:

经过相关估算约为：20 万

#### (2) 监控系统所需的资金的计算:

所需摄像头购置费用:

由经济、安全性、耐久度等各种因素综合考虑，我们决定采用如下这种监控摄像头:

**乔安 (JOOAN) 516KRB-T 1200线 4MM 高清 监控摄像头 监控摄像机 阵列红外夜视监控器 室外防水探头**



(网址: <http://item.jd.com/1163282.html>)

这种摄像头的单价为：¥108.00

鉴于之前所讨论的四角监控模式只适用于面积在 196 平方米~1239 平方米之间的大型服务中心，因此小型与微型的服务中心我们采用双摄像头对角监控模式或单摄像头监控模式，综合考虑城市人口分布、“最后一公里”问题，以及之前所得出的服务中心数量，我们计算出所需的摄像头的个数为：2980。 $(1310 \times 2 + 90 \times 4 = 2980)$

所以所需摄像头购置费用为： $2980 \times 108 = 321840$ （元）

#### (3) 网点施工费

网点施工费，以北京为例，在北京市区的商业地区，如 CBD，一个网点施工成本需要四五十万，而相对远离市中心的施工成本大约为 25 万，所以可以得到，每个网点的平均施工费为 30 万。而北京市区大约有 24 个停车网点，即估计本市网点施工费大约为 700 万元。

小计：752.18（万元）

#### 4.3.2 维护费用预算

关于维修预算的问题，首先已经了解的有:



每辆车辆自然磨损（即非意外造成磨损）维修费为 30 元/月，

更换一次轮胎所需费用约为 100 元/次

车身维修处理大约为 60 元/次

自行车进行全面更新维修处理费用大约为：250 元/次。

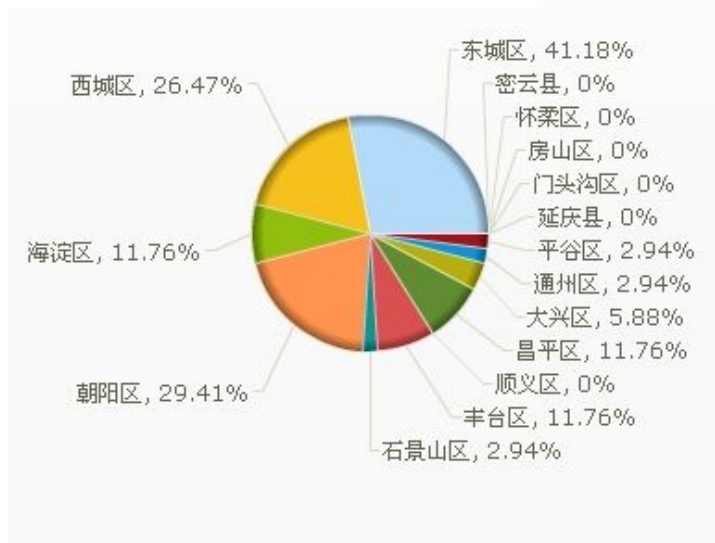
更换一辆自行车约为 6 个月/次，更换自行车所需要的费用大约为 400 元/辆。

而自行车各部件受损大致周期  $T$ ，并令  $I_i$  为单件部件每年损耗所需费用， $T_i$  为单件部件损耗周期（单位为 t 天/次）， $W_i$  为单件部件每次维修所需费用。

$$\text{所以可得到公式 } I_i = \frac{365}{T_i} \times W_i$$

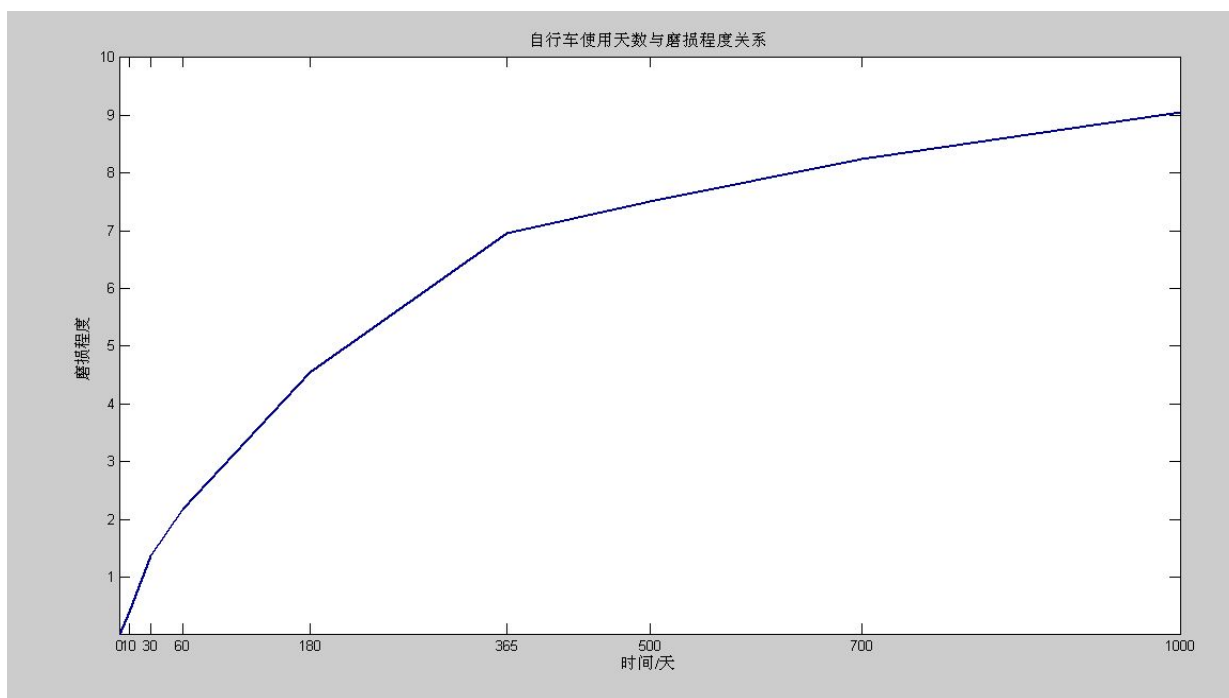
所以每年所需维修总费用  $I_{\text{总}} = \theta \times (I_{i1} + I_{i2} + I_{i3} \dots I_{ik})$ ，其中  $\theta$  为发放自行车数目。参照《北京市公共自行车使用情况调查问卷》<sup>[2]</sup>我们可以得到估计数据

北京各个站点公共自行车使用频率（q）



所以，根据公式  $T_i = \frac{j_i}{q_i}$ （ $j_i$  为自行车各个部件耐久度）可以得到各个站点的周期  $T_i$

再根据已知数据可以得到  $W_i$ ，以及通过测定自行车使用时间以及自行车受损关系，利用 MATLAB 求出其关系函数图象(编写程序见 附录-程序 4)：



可以得到，自行车平均使用期限大约为 700 天，所以根据公式大致估计出所需维修费用为  $I_{\text{总}} = 600$  万元。

小计：600（万元）

#### 4.3.3 建成后政府支出与收入

##### 支出方面

##### 1. 服务设备费用

服务设备费用包括摄像头维护，IC 卡，停车柱，电费等。每年所需费用约 60 万元。

##### 2. 工作人员酬劳

一个普通职工的年薪大约为 3.8 万/年，而根据本市共有 1400 个停车站点，可估计需要有 720 名工作人员，故工资每年所需金额大约为 2736 万元。

（工作人员计算方法：商务区附近 90 个站点，小型 2 人，中型 4 人，大型 7 人；其余 1310 个站点，小型不设人，中型 2 人，大型 5 人）

在收入方面，大约分为：

##### 1. 广告媒体经营权出让收益

参照《北京商报》，杭州公共自行车试水商业化路径的第一年，其停车棚（亭）广告媒体、自行车车身广告媒体经营权出让收益就达到 2800 万元，所以，可以估计，本市每年由自行车广告媒体经营权出让可以有 2000 万的收入。

##### 2. 自行车租车费

参照实际收费方案以及《北京商报》实际数据：朝阳区运营商 12 个月实收租车费 6.1 万元，所以每年每辆车平均可以收取租车费 6 万元，即全市每年租车费总收入大约为 60 万。

##### 3. 政府节约费用

在实施公共自行车方案后，可以一定量地减少公共汽车、出租车的使用量，即每年投入资金可以有一定量的节约，节约量大约为 90 万元。

其次，由于私家车的减少，可以缓解城市大气污染程度，可以减少每年所需要的政

治费用，据陶光远《财新专栏》可知，自 2013 年起后的 5 年，将会支出 2000 亿人民币来减少百分之 25 的 PM2.5 污染，而倘若公共自行车得到发展，这些巨额资金，将得到减少节约，其数目不可估量。

**小计：646（万元）【支出-收入】**

#### 4.3.4 赞助商赞助费预算

##### 赞助商：

对于邀请公共自行车赞助商问题，大约有以下渠道：

1. 可向市内各自行车行或企业赞助商提出无偿或低价提供自行车的要求，作为商铺和企业的回报，可以在每个管理系统的显著位置上冠以该企业的名字或者商标名称，来为企业提供公益和功利的广告平台。
  2. 可向旅游景点提供无偿或低价公共自行车站点服务，改善旅游景点交通问题，并由相关产业提供资金帮助或产业宣传。
  3. 可以向与公共自行车相关的产业进行合作，比如向合作企业购买公共自行车、摄像头等部件，而合作企业则对自行车等部件进行优惠处理。
  4. 可对自行车上的显著位置，进行冠名的拍卖，邀请赞助商加盟，以此抵消一部分初始投资。
  5. 同样以显著位置贴上企业冠名，为企业提供平台，但需要企业进行每年的维护
- 综合总结我们预测该市采取第五种方案。

#### 4.3 总结：

初始资金投入约为 **8664.68 万元**，为了防止意外事故的发生，我们**建议**初始投入 **9000 万元**。

由于赞助商提供了每年的维护费用，所以建成后每年大约需要支出 646 万元。进而，我们给出了一个大致的计算方法

##### 广泛意义上的计算方法：

###### 初始资金投入方面

- 1: 计算站点个数，乘以每个站点的建设费用（不包括内部设施费用）
- 2: 通过建立相关数学模型，考虑不同站点自行车的不同数量，计算出总数（以车桩+自行车+锁具+电子标签为一套），总数乘上套数，得出总金额
- 3: 通讯监控及相关设备服务上的支出，通过网购方式，货比三家，选出最适合的，计算总金额

###### 建成后每年的支出

- 1: 通过建立数学模型，推出维护费用大致范围
- 2: 计算所需职工数及每年的服务费用，进而算出总数
- 3: 通过一个月的试行，计算出每年的大致收入
- 4: 对未来在其他方面支出的减少
- 5: 支出减去收入，得出每年费用

###### 赞助商

如果维护费用预算过大，可让赞助商出，如果较少，可采取每年向赞助商收取一定赞助费来弥补相关可能赤字

## 五、 评价准则与模型评价

### 1: 方案评价

(1): 10 年内的交通拥挤程度变化

公共自行车的推广利用，可以促使私家车的使用量的减少，缓解拥挤地段的交通问题。

(2): 站点距离市民的最远距离

每个站点距离市民家的最远距离大约为 1 公里，根据心理学思路可以判断：1 公里的步行距离在居民的接受范围之内，且这样的站点分布规律符合地理学角度，故此方案为较佳方案。

(3): 站点的安全系数

每个站点都有设置摄像头，并根据安全系数的计算公式（此公式由我们小组凭借实际情况总结得出），可以确保安全系数较高。

(4): 站点职工的工作时间

站点附近将设置一定量的站点职工，根据心理学以及民意调查，可以得出工作时间不宜超过 8 小时，并设置午休时间，选择出此方案。

(5): 市民取卡是否方便

从市民随机抽取样本进行调查，并分析群众对服务方便程度的看法并作出改进，制定出此方案。

(6): 市民站点内取车所用时间

对市民取车时时间进行测算并统计，利用统计学得出较恰当方案

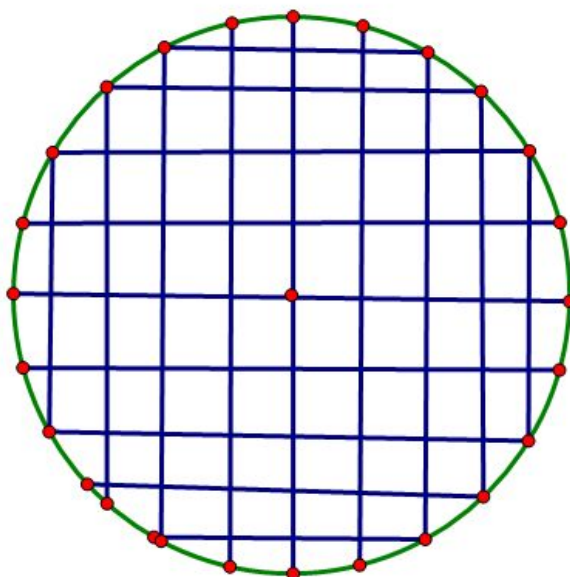
### 2: 模型评价

由于我们所选用的城市模型近似于椭圆形，因此作出如右图形。将该椭圆划分为无数个网格区域，每个网格区域的面积大小近似为相等。

因此我们只要得出每个网格区域的公共自行车站点数量与该区域的交通拥挤程度即可评价该地公共自行车站点分布的合理性。

将每个网格区域的公共自行车站点数量设定为矩阵  $a1$ ，将每个网格区域的交通拥挤程度设定为矩阵  $b1$ 。利用 matlab 软件，得出公式：

$$P = \left( \frac{\sum(\sum(\text{abs}(b1 - a1)))}{\lambda} \right)^c$$



( $c$  为常数且通常为负,  $\lambda$  为常数且不为零,  $P$  为合理性,  $0 \leq p \leq 1$ ,  $\text{sum}(\text{sum}())$  为 matlab 中求矩阵中各个数字之和的函数,  $\text{abs}()$  为 matlab 中求绝对值的函数,  $\text{sum}(\text{sum}(\text{abs}(b1-a1)))$  的值不为零 )

检验:

在我们之前采用的城市模型中, 倘若平均分布公共自行车站点, 则由如上公式得出:

$$p = 0.1293$$

倘若采取我们自己制定的最优方案, 则合理性为:  $P = 0.8036$

(此处  $\lambda$  取 45,  $c$  取 -1)

根据上述结论, 我们可以认为我们设定的公共自行车站点分布的合理性评价公式是正确可行的。因此我们之前建立的公共自行车站点分布模型是合理的。

## 六、模型的改进与推广

### 6.1 模型的改进

为了提高预测模型的精确程度, 我们认为:

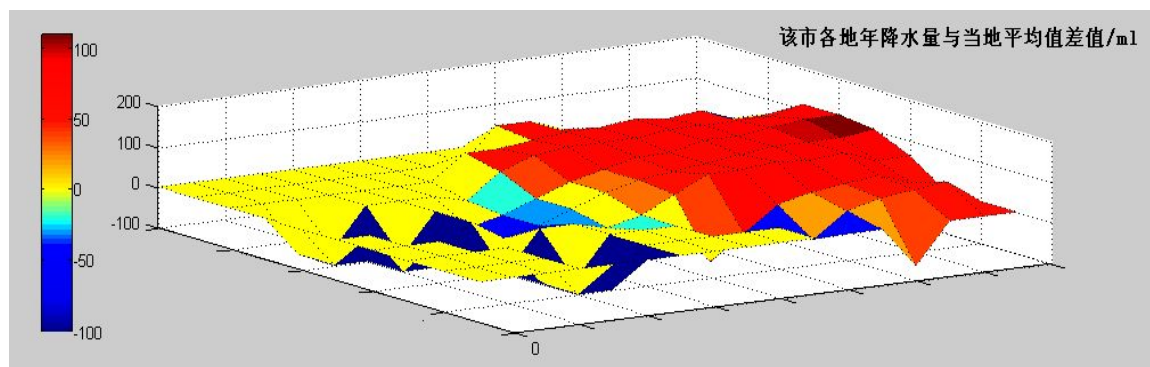
一、在实际情况下公共自行车服务中心的长与宽的比例不是一成不变的, 因此需要对长于宽的比例变化对监控安全系数评价模型的影响进行进一步探究, 以优化设计。

二、加入摄像头视线转动的监控方案的预测模型, 与上述模型对比, 得出此时的公共自行车服务中心的最大面积, 从而尽可能减少监控系统的费用。

三、由于实际城市道路的分布模式并非理想的多核心城市的道路分布模式, 因此应该对公共自行车站点的实际分布与我们的模型的偏差问题进行探究, 从而得出最优化的模型。

四、利用 MATLAB 二维正态分布图可以得到更精确的结果。

五、关于外胎磨损厚度变化的影响因素, 对天气的影响并不够细致, 若要改进, 应当从更多方面考虑问题并改进。如下图:



六、在考虑自行车磨损程度方面, 如果要考虑不同的车在不同的行驶环境下的情况, 我们可以采用矩阵, 记录同一辆车在不同的环境下的行驶距离, 然后综合考虑以确定自行车外胎使用寿命的模型。

### 6.2 模型的推广

- ①由于该方案涉及站点的分布、轮胎的磨损, 因此也可用于公交车系统的建设问题;
- ②由于建立的监控安全系数模型涉及监控系统的安全性的评估, 因此也可用于监控系统的建设问题。

## 七、 参考文献

- [1] 张进洁, 城市与区域密度模型 (人口密度), 新浪微博: 2009/10/09  
 [2] 《北京市公共自行车使用情况调查问卷》, <http://www.sojump.com/report/4059689.aspx>  
 [3] 《杭州损坏维修收费标准》2013.11

## 八、 附录

**程序 01---城市人口密度分布情况:**

```
x=[0:0.1:50]
y=power(2.7183,x)
y=power(y,-0.5)
y=y.*1435.6
plot(x,y)
```

**程序 02---交通的拥挤程度:**

```
x=1:8;
y=1:8;
z=[1, 2, 3, 5, 4, 3, 4, 5; 5, 9, 10, 9, 3, 2, 3, 2; 12, 11, 15, 17, 7, 3, 2, 1; 15, 17, 18, 20, 19, 2, 4,
1; 18, 4, 13, 14, 6, 5, 1, 1; 17, 8, 10, 11, 4, 2, 1, 1; 15, 13, 14, 15, 4, 1, 1, 1; 14, 12, 12, 14, 5, 3,
1, 1];
xi=1:0.01:8;
yi=1:0.01:8;
zi=griddata(x, y, z, xi, yi, 'cubic') ;
surface(xi, yi, zi)
```

**程序 03---安全系数与停车场面积关系:**

```
y=[14:0.1:50]
a=(y.*((2+1)./(y-1-0.8)))./y
b=atan(a)
c=b*57.29577951
x=[14:0.1:50]
a=(x.*((0.8+2)./(x-1-1)))./x
b=atan(a)
c=b*57.29577951
l=90-c-c1
m=l-80
m=m*4
m=m./15
n=x.*y1
plot(n,m,'r')
```

**程序 04---自行车使用天数与磨损程度关系:**

```
x=[0 10 30 60 180 365 500 700 1000];
y=[0 0.4 1.37 2.17 4.55 6.95 7.5 8.25 9.05];
xi=0:1:1000;
yi=0:0.1:10;
plot(x,y)
```

程序 05----该地区年降水量与该地区平均降水量:

```

xa = 0:1:9
ya=[0:1:16]
[x,y] = meshgrid(xa,ya);
z=[0,0,0,0,0,0,0,0,0;0,0,0,1100,1100,0,0,0,0;0,0,0,1100,1100,1100,0,0,0;0,0,0,0,1100,11
00,1100,0,0,0;0,0,0,0,0,1100,1100,1100,0;0,0,0,0,1100,0,0,1100,1100,0;0,0,0,1120,1120,
1100,0,0,0;0,0,1120,1120,1125,1100,1100,0,0,0;0,0,1120,1130,1130,1120,1100,0,0,0;0,1130,
1130,1140,1130,1125,1115,1100,0,0,0;0,1130,1140,1140,1135,1135,1120,1100,0,0,0;0,1100,1140,
1150,1135,1140,1120,1100,1100,0;0,1100,1150,1150,1140,1150,1160,1120,1100,0;0,1100,114
0,1150,1140,1160,1150,1150,1120,1100,0;0,1100,1150,1150,1150,1150,1160,1150,1130,0;0,0,1
150,1150,1150,1150,1160,1140,0,0,0;0,1150,1180,1160,1150,1160,0,0,0;]
>> surf(x,y,z)

```