

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承诺书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1728

参赛队员（签名）：

队员 1：汪 波

队员 2：宋成吉

队员 3：陈孝玉

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：本科组

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：1728

竞赛统一编号：

竞赛评阅编号：

目录

1. 问题的背景及重述	1
1.1 问题的背景	1
2. 问题的分析和建模思路	2
2.1. 数据整理	2
2.2. 问题分析	3
2.3. 建模思路	5
3. 基本假设	5
4. 符号与定义	5
5. 交强险费率折扣模型	6
5.1. 基于出险次数交强险保费折扣率模型	6
5.2. 模型解答	7
5.3. 结果分析	8
5.4. 保费折扣率模型的确定	8
6. 基于使用性质的交强险保费折扣率模型	9
6.1. 聚类	9
6.2. 聚类结果分析	10
7. 交强险保费折扣率模型分析及结论	11
7.1. 模型分析和总结	11
7.2. 结论	11
8. 基于出险次数的商业车险保费折扣率模型	11
8.1. 模型推导	11
9. 基于使用性质的商业车险保费折扣率模型	13
9.1. 保费折扣调整推广	13
9.2. 聚类分析	13
9.3. 聚类结果分析及结论	14
10. 风险评估模型	14
10.1. IRIS 指标系统	14
10.2. 使用 IRIS 指标系统进行分析的优点	15
10.3. 评估指标、含义及取值	15
11. 模型的评价及推广	16
11.1. 模型评价	16
11.2. 模型的现实意义及推广	16
参考文献	16

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 保费折扣率及保险公司风险评估

关 键 词：保费折扣率 聚类分析 IRIS 风险指标评估系统

摘 要：

保费折扣率关系客户续保率和保费收入。在我国车险行业，交强险的原则是“不盈利，不亏损”。对于交强险，利用盈收为 0 建立模型；对于商业车险利用盈收最大原则推导最优的保费折扣模型。

表：模型结论汇总

险种	变量	模型结果
交强险	出险次数 ($n=[0,1,2,3,4]$)	$f(n)=0.0463\omega\times n+0.0145\omega$
	使用性质 ($n=[1,2]$)	$f(n)=0.0231\times n+0.0142\omega$
商业车险	出险次数 ($n=[0,1,2,3,4,5,7]$)	表格 1-8
	使用性质 ($n=[1,2,3]$)	$f(1)=0.0177$ $f(2)=0.1057$ $f(3)=0.2291$

利用 IRIS 进行风险评估，指标值均在正常范围之内，该保险分公司尚未处于风险经营阶段。

最后，评价模型的优缺点，并研究其现实意义进行推广。

参赛队号 1728

所选题目 C

参赛密码

(由组委会填写)

Subject: Discount rate of Premium and Risk Assessment of the Insurance

Company

Keywords: Discount rate of Premium Cluster Analysis IRIS Risk

Indicators to Assess System

Abstract

Discount of Premium influences customer renewal rate and premium income. Auto insurance industry in China, the principle of Compulsory Motor Vehicle Insurance is "no profit, no loss." For the Compulsory Motor Vehicle Insurance, the use of surplus revenue to 0 to model; for commercial insurance are derived using the principle of maximum earnings in the best premium discount model

Chart: Model Conclusion

Categories	Variable	Results
Compulsory Motor Vehicle Insurance	Times of accident ($n = [0, 1, 2, 3, 4]$)	$f(n) = 0.0463\omega \times n + 0.0145\omega$
	Nature of use ($n = [1, 2]$)	$f(n) = 0.0231 \times n + 0.0142\omega$
Commercial Vehicle insurance	Times of dangerous ($n = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 7]$)	chart1-8
	Nature of use ($n = [1, 2, 3]$)	$f(1) = 0.0177$ $f(2) = 0.1057$ $f(3) = 0.2291$

By IRIS risk assessment, index values were within the normal range, not at risk of the insurance subsidiaries operating stage.

Finally, evaluate the model, and research its practical significance, then promote it.

1. 问题的背景及重述

1.1 问题的背景

近些年来，国内汽车销售市场异常火爆，销售量屡创新高。汽车，逐渐开始作为大众消费品进入人们的生活。汽车保险，简称车险，是指对机动车辆由于自然灾害或意外事故所造成的人身伤亡或财产损失负赔偿责任的一种商业保险。汽车保险是财产保险的主要险种。交强险，全称机动车交通事故责任强制保险，自2006年7月1日开始实施，是我国首个法律规定的强制保险制度。交强险的定义：交强险是由保险公司对机动车发生道路交通事故造成受害人（不包括本车人员和被保险人）的人身伤亡、财产损失，在责任限额内予以赔偿的强制性责任保险。除了交强险，各保险公司还有各种商业保险，种类繁多。

在我国保险业，车险有着不可撼动的地位，连续多年，车险稳居国内保险第一险种。

一直以来，续保都被认为是保险公司业务流程中最为重要的一个环节。“续保能力的高低，反映了一个保险企业能否不断扩大业务规模、能否有持续稳定增长的利润来源、能否不断改善客户服务水平的能力”已是行业内不争的事实。汽车保险公司为了降低车辆出现率，鼓励保户续保，发展潜在保户，通常都会对满足条件的保户或者投保人给予一定比例的保费浮动优惠，这就是通常所说的保费折扣。保费折扣过高会使公司保费收益减少，保费折扣过低又会使得续保对于客户不具有吸引力，影响客户续保。

1.2 问题的重述

车险业务作为保险业务的核心组成部分，保费收入直接关系保险公司可持续发展的能力。在我国车险行业中包含两个大的险种类型：交强险和商业车险。交强险一直秉承“不盈利，不亏损”的原则，保费限额为120000元。商业车险是保险公司盈利的重要部分，是保险公司重点考虑的险种类型。

保险公司给被保险人的保费折扣一共包括两个方面：费率折扣和支付折扣。费率折扣为在某保险额度下，根据被保险人的具体情况给定费率。支付折扣为在营销员操作是给予被保险人应交保费一定的优惠。

定义：保费折扣率为实际缴纳的保费与保额的比值。

研究保费的折扣率方案应针对不同的险种类别就行分类讨论。

保险公司风险的特点：1.风险的双重性。2.环境风险的重要性。3.经营风险与财务风险的混合性。美国精算师协会(American Academy of Actuaries, AAA)将保险公司面临的风险划分为C-1至C-4四类，依次为资产风险、价格风险、资产负债匹配风险以及其他风险。如何建立有效完备的考核机制，将保险风险纳入考核范围关系考核精确度。

基于我国保险行业的现状和问题，我们这样分解问题：

(1) 收集整理两个险种类别下车辆使用性质，出险次数条件下保费与赔付额的数据关系；

(2) 分析数据关系，分别针对不同的险种类别，建立折扣率模型；

(3) 建立风险评估模型，评估风险。

2. 问题的分析和建模思路

2.1. 数据整理

根据收集的数据，交强险和商业车险两个险种类别下，出险次数与车辆使用性质条件下，保费与赔付额的数据表格如下图：

2010 年 11 月到 2011 年 4 月的实验月份内，交强险的统计数据：

表 1-1 交强险使用性质影响保费与赔付额

交强险使用性质	签单平均 保费	应赔付总 额	实际赔付总 额	保费折 扣率	未赔付总 额	个案 数
摩托车	120.00			0.0010		20
非营业挂车	666.00			0.0055		4
企业用车	745.12	45231.00	43231.00	0.0061	2000.00	296
党政机关、事业 团体用车	923.69	137299.40	16285.40	0.0076	121014.00	147
家庭自用车	956.76	1102593.09	847996.09	0.0079	254597.00	2884
非营业货车	1010.26	110399.01	92199.01	0.0084	18200.00	461
营业挂车	1129.89	11190.88	11190.88	0.0093	0	36
特种车	1477.04	33418.71	13418.71	0.0121	20000.00	79
城市公交	1575.00			0.0129		1
出租、租赁用车	1614.58	256475.10	148975.10	0.0134	107500.00	166
营运货车	2572.33	1735013.15	971984.15	0.0211	763029.00	872
公路客运车	3420.00			0.0280		1
总统计量	6259872	3431620	2145280	0.0105	1286340	4967

表 1-2 交强险出现次数影响保费与赔付额

出险次数	签单保费	应赔付	实际赔付	保费折扣率	未赔付总额	个案数
0	1214.96	2263.00	1380.00	0.0100	883.00	3965
1	1371.68	2354839.27	1684883.27	0.0112	669956.00	809
2	1704.73	776546.76	277992.76	0.0140	498554.00	160
3	1887.21	234275.31	162597.31	0.0155	71678.00	28
4	1454.00	63696.00	18427.00	0.0119	45269.00	5
总统计量	6259872	3431520	2145280	0.0105	1286340	4967

2010 年 11 月到 2011 年 4 月的实验月份内，商业车险的统计数据：

表 1-3 商业车险使用性质影响保费与赔付额

使用性质	签单平均 保费	应赔付总 额	实际赔付 总额	保费折 扣率	未赔付总 额	个案 数
城市公交	2334.29			0.0233	0	2
出租、租赁车	2883.77	2571.00	571.00	0.0198	2000	69
党政机关、事业团 体	2498.21	180747.37	79147.37	0.0089	101600	153
非营业特种车	727.76			0.0052	0	2
家庭自用车	5213.24	4707523.39	4026659.00	0.0162	680864.39	1877
企业非营业用车	3662.23	756079.73	721345.59	0.0080	34734.14	519
营业货车	9074.40	2497583.01	1696248.05	0.0227	801334.96	745
营业特种车	7873.58	71080.00	40580.00	0.0097	30500	47
统计总量	19403779	8215585	6564551	0.0158	1651033	3414

表 1-4 商业车险出险次数影响保费与赔付额

出险次数	签单平均 保费	应赔付总 额	实际赔付总 额	保费折扣 率	未赔付总 额	个案 数
0	4638.78	2765.60	2765.60	0.0141	0	2021
1	6800.13	3112264.44	2425123.93	0.0173	687140.51	715
2	7526.37	2313429.68	1963923.57	0.0180	349506.11	351
3	7723.11	1365348.42	937357.92	0.0185	427990.50	168
4	8029.05	658863.85	613196.48	0.0184	45667.37	86
5	6721.23	333475.57	322722.57	0.0182	10753.00	38
5 次以上	8432.78	187480.72	81428.72	0.0186	106052.00	35

2.2. 问题分析

通过对于表格 1-4 的应赔付总额观察，我们发现在该保险公司的保费折扣过程中存在如下问题：

(1) 表格 1-1 中，家庭自用车的赔付总额明显高于城市公交、特种车等使用性质的车辆，平均保费也小于后者，但是他的费率却相当低，仅为 0.0079，明显低于了城市公交、特种车的 0.012，显然这对于后者来说是不公平的，对于保险公司来说也是不划算的。

(2) 表格 1-2 中，出险次数 4 次的平均签单保费仅为 1454，保费折扣率为 0.0119，反而这两项数据都比出险次数少的要高，很明显对于出险次数的来说是不公平的，对于保险公司来说也不划算的。

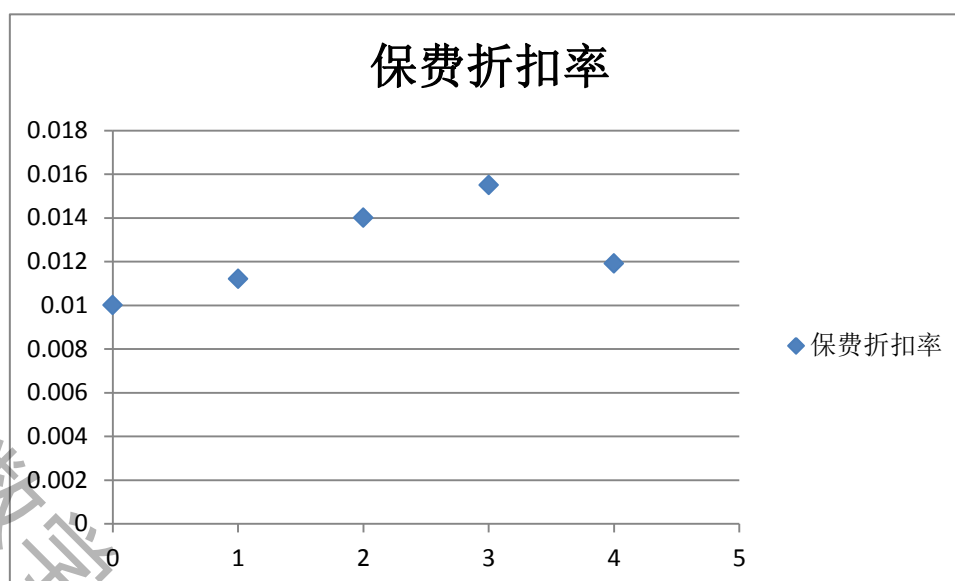


图 1-1 交强险保费折扣率与出险次数的散点图

(3) 表格 1-3 中，城市公交的赔付额为 0，但是保费折扣率却为最高，家庭自用车的赔付额最高，折扣率却十分接近平均的折扣率。

(4) 表格 1-4 中，依然如表格 1-2 中的出险次数 5 次的平均折扣率和平均保费低于 3 次和 4 次。

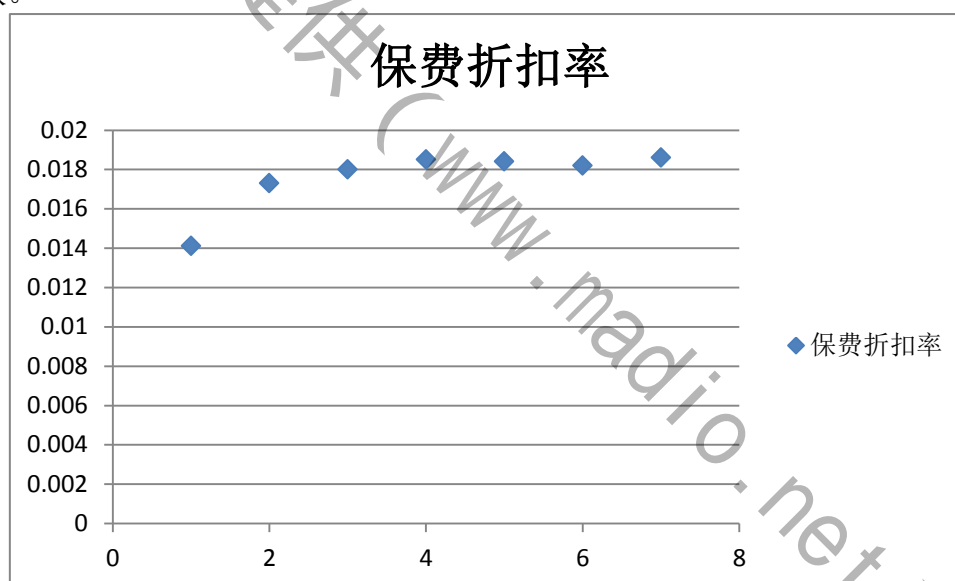


图 1-2 商业车险保费折扣率与出险次数散点图

针对出险的问题，我们可以得出这样的结论：在考虑保费折扣率的时候我们需要综合考虑保费额，赔付率，综合保险公司的盈收确定哪些是应该鼓励续保的客户和哪些应该加重惩罚（加大折扣率）的客户。

对于保险分公司的风险评估，根据风险的主要来源部分分析：风险来源于为未理赔部分款项及该时间段收取的保费在可能出险的赔付额。因此建立评价的模型最终指标确定为保险公司盈收总额。

2.3. 建模思路

把保险客户群体分为两类：A 和 B，A 类为该鼓励续保并给予优惠的保户，B 类为给予惩罚的保费折扣率的保户。

对于交强险，按照“不盈利，不亏损”的原则重新设立保费折扣率，同时兼顾对于 A 类保户的续保热情和对于 B 类的惩罚。对于商业车险，根据盈收额最大确定折扣率。建立保户群体数量稳定的假设，推导保险公司盈收的表达式，根据保户情况确定相应的保费折扣率。

评估一个保险公司的风险不仅需要考虑该时间段的盈收额，还要综合问题一中的未来盈收额，即当前时间内收到保费总额与这些保户在未来可能产生的赔付额的差值，还要考虑未赔付额。

3. 基本假设

- [1] 保险公司保险环境稳定，在每个特点时间段的保费收入保持稳定；
- [2] 保户稳定，假定该统计数据表示的是一个长期稳定的状态，比如对于一个改时间段出现次数为 5 次的保户，我们认为他在未来出险次数的可能性依旧为 5 次；
- [3] 理赔费用计入赔付额内，不影响最后结果；
- [4] 总体客户群体数量恒定，A 类保户增加量等于 B 类保户减少；
- [5] 保费折扣每减少一个百分点，续保率增加一个百分点（即后文的 $\omega=1$ ）；

4. 符号与定义

为了便于描述问题，我们用一些符号来代替问题中涉及的一些基本变量，如表 1-8 符号说明一览表所示，其他符号将在文中一一说明。

表 1-5 符号说明一览表

主要符号	含义
F_n	保费折扣率
$\overline{B_n}$	出险次数为 n 的平均保费
B_z	保费总收入
$xb l_n$	出险次数为 n 的保户续保率
$\overline{P_n}$	出险次数为 n 应赔付平均额
P_n	出险次数为 n 的应赔付总额
P_e	实际赔付总额

m_n	出险次数为 n 的保户个案数
B_w	保险期内未到期保费收入
B_d	保险期内到期续保保费收入
B_e	保险限额
L_p	赔付率
P_y	保险公司盈收

5. 交强险费率折扣模型

5.1. 基于出险次数交强险保费折扣率模型

令保费折扣率 F_n 为关于出险次数 $n=(0,1,2,3,4,5,7)$ 的一次线性函数，出险次数 5 次以上的取平均出险次数 7 次，则：

$$F_n = f(n)$$

\overline{B}_n 表示出现次数为 n 的平均保费， xb_l_n 为出险次数为 n 的保户的平均续保率，根据第一阶段的分析可知：

续保率	xb_l_0	xb_l_1	xb_l_2	xb_l_3	xb_l_4	xb_l_5	xb_l_7
值	0.2734	0.3521	0.4024	0.3784	0.3767	0.2947	0.3676

\overline{P}_n 表示出险次数为 n 应赔付平均额， P_n 表示出险次数为 n 的应赔付总额， m_n 表示出险次数为 n 的个案数， P_e 表示当年已经赔付的保险额，当年保费收入分为两个部分 B_w 和 B_d ，则

$$B_w^n = (1 - xb_l_n) \times B_n$$

$$B_d^n = xb_l_n \times B_n$$

保险期内实际的保费收入 B_s^n 可由以下公式求得：

$$B_s^n = \frac{xb_l_n \times B_n}{(1 - xb_l_n) \times B_n + xb_l_n \times B_n} \times \overline{B}_n \times m_n = xb_l_n \times B_e \times F_n \times m_n$$

该年应赔付但未赔付与一个保险期后应赔付但未赔付相互抵消后， B_e 表示保险限额，在交强险种中， $B_e = 120000$ ，则一个保险期之后的保险盈收 P_y 根据下公式计算：

$$P_y = \sum_0^n (xbl_n \times m_n \times B_e \times F_n - P_n)$$

为了维持总体保户数量的稳定，需要增加新的客户，这部分客户是随机的，因此可以认为在这部分新客户中，在来年出险次数的比例是和上一年出险次数比例是相同的，即可以认为虽然有保户没有续保，但是对于任一出险次数为 n 的情况，客户是保持不变的。

5.2. 模型解答

代入出险次数为 $n = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 7)$ 时的各项数据，由 $P_y = 0$ 求得 F_n 有两种求法。

求法一：分别对各个 n 值求 $p_y = 0$ ，可以求得：

$$xbl_n \times m_n \times B_e \times F_n - P_n = 0$$

解得：

$$F_n = \frac{P_n}{xbl_n \times m_n \times B_e}$$

分别求得：

$$F_0 = 1.740 \times 10^{-5}, \quad F_1 = 0.0689, \quad F_2 = 0.1069, \quad F_3 = 0.1843, \quad F_4 = 0.2817$$

求法二：

由

$$P_y = \sum_0^n (xbl_n \times m_n \times B_e \times F_n - P_n) = 0$$

得

$$\begin{aligned} & xbl_0 \times m_0 \times B_e \times F_0 - P_0 + xbl_1 \times m_1 \times B_e \times F_1 - P_1 + xbl_2 \times m_2 \times B_e \times F_2 - P_2 \\ & + xbl_3 \times m_3 \times B_e \times F_3 - P_3 + xbl_4 \times m_4 \times B_e \times F_4 - P_4 \\ & = B_e (xbl_0 \times m_0 \times F_0 + xbl_1 \times m_1 \times F_1 + xbl_2 \times m_2 \times F_2 + xbl_3 \times m_3 \times F_3 + xbl_4 \times m_4 \times F_4) = 0 \end{aligned}$$

继续化简：

$$xbl_0 \times m_0 \times F_0 + xbl_1 \times m_1 \times F_1 + xbl_2 \times m_2 \times F_2 + xbl_3 \times m_3 \times F_3 + xbl_4 \times m_4 \times F_4 = 0$$

$xbl_n \times m_n$ 为一个常数，令 $a_n = xbl_n \times m_n$ ，上式改写为：

$$\sum_0^n a_n F_n = \sum_0^n a_n f(n)$$

令 $f(n) = kn + b$ ，当 $n = 0$ 时， $f(0) = b$ ， b 表示出险次数为 0 次时的保费折扣率，代入上式中，由

$$\sum_0^n a_n F_n = \sum_0^n a_n f(n) = 0$$

$$a_0 b + a_1(k + b) + a_2(2k + b) + a_3(3k + b) + a_4(4k + b) = 0$$

得：

$$k = \frac{a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4} b = \frac{1445.7426}{452.9365} b = 3.1919b$$

5.3. 结果分析

由求法一求出的结果对于每一种出险次数的保户来说都是公平的，即对于任意出险次数 n ，赔付额都和保费相等，保险公司不盈利，不亏损，但是由于给出险次数为 0 的用户极低保费折扣率，必然导致保费总额的大幅度下降，一旦某一年的出险次数增多，便会导致保险公司入不敷出，造成巨额亏损，显然这一绝对公平的保费折扣方案是不适合保险公司实际采用的。

求法二，保费折扣率的线性函数模型，保险公司只要控制 b 的值，再根据

$$k = 3.1919b$$

$$f(n) = 3.1919bn + b$$

控制费率折扣，都可以使得符合“不盈利，不亏损”的原则。

b 值的讨论：若 b 值过低，虽然可以赢得更多的续保客户，但是会造成保费总额的减少，保险公司风险增大；若 b 值过高，怎么会降低客户续保的热情，丢失的客户又要重新去发展新的保户，增加发展客户的成本。

5.4. 保费折扣率模型的确定

当保费折扣率发生变化时，续保率也会受到影响，我们这里主要考虑出险次数为 0 次的客户续保的问题，这部分客户基数大，是需要重点挽留的客户。

根据所给的数据，保费折扣率变化 $\Delta_{f(n)}$ ，续保率变化 Δ_{xbl_n} ，当保费折扣率变化引起的保费变化额等于续保率变化引起的保费变化额时， b 的取值为最优解，该条件下可以同时满足理想的续保率和理想保费收益：

$$\sum_0^n B_n \times \Delta_{f(n)} = \sum_0^n \overline{B_n} \times m_n \times \Delta_{xbl_n}$$

代入 n ，根据保险公司经验 $\frac{\Delta_{xbl_n}}{\Delta_{f(n)}}$ 为已知常数，设为 ω ，

$$\Delta_{f(n)} = \frac{d_{f(n)}}{d_n} = 3.1919b$$

$$\Delta_{xbl_n} = \omega \Delta_{f(x)} = 3.1919\omega b$$

代入解得：

$$b = 0.0145\omega$$

6. 基于使用性质的交强险保费折扣率模型

6.1. 聚类

根据表格 1-2 中得出的数据，对应赔付额应用 SPSS 进行 K-均值聚类，分为二类，分类结果如下（SPSS 的运行结果及表格均用小五号字突显，区别于普通表格）：

初始聚类中心		
	聚类	
	1	2
应赔付总额	0.000	1735013.15

迭代历史记录*		
迭代	聚类中心内的更改	
	1	2
1	58282.322	316210.030
2	0.000	0.000

由于聚类中心内没有改动或改动较小而达到收敛。任何中心的最大绝对坐标更改为 0.000。当前迭代为 2。初始中心间的最小距离为 1735013.150。

聚类分析的成员表入下图所示：

聚类成员			
案例号	交强险使用性质	聚类	距离
1	城市公交	1	58282.322
2	出租、租赁用车	1	198192.778
3	党政机关、事业 团体用车	1	79017.078
4	非营业挂车	1	58282.322
5	非营业货车	1	52116.688
6	公路客运车	1	58282.322
7	家庭自用车	2	316210.030
8	摩托车	1	58282.322
9	企业用车	1	13051.322
10	特种车	1	24863.612
11	营业挂车	1	58282.322
12	营运货车	2	316210.030

最终聚类中心如下表：

最终聚类中心		
	聚类	
	1	2
应赔付总额	58282.32	1418803.12
个案数	10	2

6.2. 聚类结果分析

聚类结构表明：一类包括城市公交、出租租赁用车、党政机关事业团体用车、非营业挂车、非营业货车、公路客运车、摩托车、企业用车、特种车、营业挂车；二类包括家庭自用车、营运货车。

对两类的各项指标进行计算得到如下表：

表 1-6 分类统计使用性质与赔付保额统计

类别	个案数	应赔付总额	实际赔付总额	保额总数	保费总额
1	1211	582823.2	325300.1	146522000	1257512
2	3756	2837606	1819980	456524000	5002360

根据第一阶段的数据处理，家庭自用车和营运货车等车辆续保率与使用性质的统计：

表 1-7 车辆使用性质与续保率的统计

使用性质	家庭自用	营运货车	非营运货车	公路客运
续保率	0.3068	0.2408	0.2305	0.2352
党政机关	特种车	出租租赁	企业客车	城市公交
0.3939	0.3993	0.4659	0.4811	0.7607

由此可以求得，两类的平均续保率：

$$xbl_1 = 0.2738$$

$$xbl_2 = 0.4238$$

根据表 1-6 求两类的保费折扣率 $f(n)$ ，可以得到：

$$f(1) = 0.0086$$

$$f(2) = 0.0110$$

不同于出险次数的是，这里没有出险次数这个因素可以用来评价是该鼓励续保还是加重惩罚，我们需要重新引入一个指标：赔付率。赔付率，应赔付额与保费总额的比值，

用 L_p 表示，很容易得到：

$$L_{p_1} = 0.4635$$

$$L_{p_2} = 0.5673$$

第二类的赔付率高于第一类 10 个百分点，保费折扣率高于第一类 2.4 个百分点，令 $f(n) = gL_p + h$ ，可得：

$$\begin{cases} g \times 0.4635 + h = 0.0086 \\ g \times 0.5673 + h = 0.0110 \end{cases}$$

由此得出 g 的值：

$$g = 0.0231$$

g 值表达的含义：赔付率每升高 0.1，保费折扣率升高 0.00231，这个值在一定赔付方位内是具有意义的。

同理利用第 5 部分中相同的方法求得最佳的 h 值， h 值表示一个基准值，所有的保费折扣都以 h 值推算而来，得出 h 值：

$$h = 0.0142\omega$$

7. 交强险保费折扣率模型分析及结论

7.1. 模型分析和总结

修正后的保费折扣率，同时考虑了保费总的额度，续保率，赔付率，尽量以最为简单的数学模型来表达出合理的保费折扣率的修正值，从总体来讲，尽可能利用了现用数据和推测假设数据，完成对保费折扣率的修正。

7.2. 结论

1. 考虑出险次数是的折扣率：

$$f(n) = 0.0463\omega \times n + 0.0145\omega$$

2. 考虑使用性质：

$$f(n) = 0.0231 \times n + 0.0142\omega$$

满足假设情况下， $\omega = 1$ 。

8. 基于出险次数的商业车险保费折扣率模型

8.1. 模型推导

商业车险不同于交强险的地方在于：在商业车险方面，保险公司最大化追求自己的

保费收益。当折扣率 F_n 变化到 F'_n 时，基于假设 5，续保率变化 $(F_n - F'_n)$ ，则保险公司总的保费变化 Δ_{B_n} 可由以下公式求出：

$$\Delta_{B_n} = \sum_0^n \overline{B_n} \times m_n \times (F_n - F'_n) \times (F'_n - F_n)$$

保险公司赔付的变化量 Δ_{P_n} 由以下公式求出：

$$\Delta_{P_n} = \sum_0^n \overline{P_n} \times m_n \times (F_n - F'_n)$$

公司盈收变化 P_y 得：

$$P_y = \sum_0^n \overline{B_n} \times m_n \times (F_n - F'_n) \times (F'_n - F_n) + \sum_0^n \overline{P_n} \times m_n \times (F_n - F'_n)$$

令 $F_n - F'_n = x$ ，继续得：

$$P_y = \sum_0^n -\overline{B_n} \times m_n x^2 + \sum_0^n \overline{P_n} \times m_n x$$

$$P_y = \sum_0^n (-\overline{B_n} \times m_n x^2 + \overline{P_n} \times m_n x)$$

该函数存在最大值,求导：

$$P'_y = -2 \times \overline{B_n} \times m_n x + \overline{P_n} \times m_n$$

由 $P'_y = 0$ 得：

$$x = \frac{\overline{P_n} \times m_n}{2 \times \overline{B_n} \times m_n} = \frac{\overline{P_n}}{2 \times \overline{B_n}}$$

即当 $x = \frac{\overline{P_n}}{2 \times \overline{B_n}}$ 时， P_y 取得最大值，代入数据分别可以得到折扣率调整值：

表 1-8 基于出险次数的保费折扣率调整方案

出险次数	0	1	2	3	4	5	7
原折扣率	0.0141	0.0173	0.0180	0.0185	0.0184	0.0182	0.0186
调整值	0.00015	0.3201	0.4379	0.5262	0.4771	0.6529	0.3176
调整后值	0.01425	0.3374	0.4559	0.5447	0.4959	0.6811	0.3362

此即为最优的保费折扣率调整,具体调整效果将在后面继续讨论。

9. 基于使用性质的商业车险保费折扣率模型

9.1. 保费折扣调整推广

根据第八部分的推导的结论对使用性质的保费折扣率进行调整：

表 1-9 基于使用性质的保费折扣率调整详细方案

使用性质	家庭自用	营运货车	企业非营运车	城市公交
原折扣率	0.0162	0.0227	0.0080	0.0233
调整值	0.2405	0.1847	0.1989	0
调整后值	0.2567	0.2174	0.2069	0.0233
党政机关	非营运特种车	出租租赁	营运特种车	
0.0089	0.0052	0.0198	0.0097	
0.2364	0	0.0065	0.0960	
0.2453	0.0052	0.0263	0.1057	

9.2. 聚类分析

对调整后的值对不同使用性质的保单进行 k-均值聚类，聚类结果如下：

初始聚类中心			
	聚类		
	1	2	3
调整后	0.0052	0.1057	0.2567

迭代历史记录*			
迭代	聚类中心内的更改		
	1	2	3
1	0.012	0.000	0.028
2	0.000	0.000	0.000

由于聚类中心内没有改动或改动较小而达到收敛。任何中心的最大绝对坐标更改为 0.000。当前迭代为 2。初始中心间的最小距离为 0.101。

聚类结果如下：

聚类成员			
案例号	使用性质	聚类	距离
1	城市公交	1	0.006
2	出租、租赁车	1	0.009
3	党政机关、事业团体	3	0.016
4	非营业特种车	1	0.012
5	家庭自用车	3	0.028

6	企业非营业用车	3	0.022
7	营业货车	3	0.022
8	营业特种车	2	0.000
9	统计总量	1	0.002

最终聚类中心

	聚类		
	1	2	3
调整后	0.0177	0.1057	0.2291
个案数	4	1	4

9.3. 聚类结果分析及结论

实际操作中我们不可能对于每一种使用类型的车辆都采用一个折扣率，往往需要将它们就行分类，这就有了聚类的必要。

聚类结果显示：城市公交，出租租赁车，非营运特种车的聚类中心即调整后保费折扣率接近为0.0177；家庭自用车、党政机关事业团体、企业非营运用车，营业货车调整后的结果保费折扣率聚类中心为0.2291；营运特种车的折扣率为0.1057。

10. 风险评估模型

10.1. IRIS 指标系统

IRIS 即保险监管信息系统(Insurance Regulatory Information System, IRIS)，是在 1971 年早期的预警系统（如 RBC）的基础上，逐步发展起来的一套比较完善的指标系统，并与 1974 年 NAIC 推行实施。

表 1-10 美国 NAIC 的 IRIS 指标系统财产与责任保险部分

指标	正常范围
毛保费收入与盈余之比	<900%
净保费与盈余之比	<300%
净保费收入变化率	-33%~33%
盈余缓解与盈余之比	<15%
两年期内经营总比率	<100%
投资收益率	4.5%~10%
盈余变化率	-10%~50%
负债比流动资产	<105%
代理人账户余额比盈余	<40%
一年期内提存准备金比盈余	<20%
两年期内提存准备金比盈余	<20%
当年准备金缺额估计值比盈余	<25%

10.2. 使用 IRIS 指标系统进行分析的优点

第一，IRIS 是美国与 1974 年开始推行的指标系统，那时美国的保险业才刚刚起步，正处于发展阶段，与我国现阶段保险业发展及其相似。第二，I 班 S 指标系统是比较完善的指标系统，使用 IRIS 系统进行实证分析，能够得到比较完善的数据，结果更令人信服。第三，IRIS 指标系统采用概率论等方法，方法简便易用，从而为实证研究提供了方便。

10.3. 评估指标、含义及取值

由于所给数据的限制，我们须采用保险风险评估中常用的一个方法——历史重演法，扩展数据，预测 2011 年 4 月之后及 2010 年 10 月事前的数据进行补充完整，认为与该阶段是一致的。

根据数据，毛保费 $B_m = 6259872 + 19403779 = 25663651$

净保费 $B_j = 3431520 + 8215585 = 11647105$

盈余 $Y_y = B_m - B_j = 14016546$

负债 $F_z = 1286340 + 1651033 = 2937373$

流动资产 $L_z = 16953919$

表 1-11 相关指标的含义和数值

指标	符号	含义	取值
毛保费	B_m	指保险公司从各个途径收取的全部保险费	25663651
净保费	B_j	保费中用于赔付损失和支付理赔费用的部分	11647105
负债	F_z	企业过去的交易或事项形成的、预期会导致经济利益流出企业的现时义务	2937373
盈余	Y_y	人们营商时的营业额中扣除成本后，为正数，即总收入减去成本	14016546
流动资产	L_z	企业全部的流动资产	16953919

可以计算的指标如下表：

表 1-12 相关风险评估指标值

指标	指标值	正常范围
毛保费收入与盈余之比	183.10%	900%
净保费与盈余之比	83.10%	300%
负债比流动资产	17.33%	<105%
净保费收入变化率	0	-33%~33%
盈余变化率	0	-10%~50%

由此可见，可由数据得出的几个指标均在正常的指标范围内。

结论：虽然拖欠赔付款是一种不好的情况，但是如果保险公司把这部分资产作为负债资产处理并加以利用，在稳定的市场环境，控制相关风险指标不超过 IRIS 的风险评估的正常范围，但这种行为对损害保险公司声誉，可取性很低。

11. 模型的评价及推广

11.1. 模型评价

(1) 简单。从最初筹划建立模型，我们就试图使模型的最后结论简洁明了，最后的结果也说明完全达到了目的。模型推导过程没有高深的理论，全部按照实际情形进行推导，同时也显现出了一些按实际推导在解决一些复杂的交叉的问题方面的不足。

(2) 客观。模型推导结果均按实际情况推导，符合社会现状，具有较高的客观性。

(3) 克服数据太少的困难。在进行风险评估的时候，给出数据是远远不足以建立一个完备的风险评估模型，于是我们采用了对数据要求不高的 IRIS 指标系统对保险公司风险进行评估，评估结果基本能使人满意。

11.2. 模型的现实意义及推广

(1) 针对保险公司风险高，用户群体、资金基数大的特点，保费费率折扣优化对于综合提高保险公司盈收具有重要的指导意义。

(2) 建立一套完备详细切实可行的折扣率方案，并在长期的保险服务中应用于实践进行检验，十分有必要。

(3) 保险公司经营过程中，应秉持信誉至上的基本原则，原则上对于拖欠赔付款的行为时坚决不允许，切实做好做强自身，是最好的规避风险的方法。

参考文献

- [1] 林建艺，我国保险公司风险评估指标体系研究，复旦大学硕士学位论文，2007 年。
- [2] 张涛，新产品对老产品的替代度，系统工程，第 2008 卷第 3 期：59-63，2010。
- [3] 车险网，险企过招车险续保率，<http://www.po0.com/356.html>，2011.04.23
- [4] 李志林，数学建模及典型案例分析，北京：化学工业出版社，2006。
- [5] 戴明强，数学建模及其应用，北京：科学出版社，2007。