

2021 第六届“数维杯”大学生 数学建模竞赛论文

题 目 外卖骑手的送餐危机

摘 要

如今，外卖行业中存在骑手向更快更廉价趋势发展、商家为盈利不断压缩生产成本等问题，因此外卖行业迫切需要合理的奖惩措施以及协调商家、消费者、骑手、外卖平台的利益的举措。基于此，我们在问题 1 中采用了线性回归分析的方法，在问题 2 中结合弗鲁姆期望理论和骑手薪酬体系展开分析，在问题 3 中运用了主成分分析法，在问题 4 中用博弈论的合作均衡来求解，在问题 5 中以送餐距离为核心变量进行建模。

针对问题 1，我们首先查找交通事故的危险性和速度的关系的数据，然后通过**线性回归分析**得到了顾客满意度和安全性平衡条件 $k_1 m^{-(\frac{d}{at}+b)} = -ct^2 + d$ ，其中 $a=0.242, b=-14.699$ 。并以方程的解 t_0 为最大值点建立倒 V 型的骑手配送时长模型来反映奖惩措施。

针对问题 2，依据期望理论，我们着重研究绩效与奖励之间的平衡关系以提高骑手满意度，选取骑手薪酬体系中基本配送费、时段补贴、周奖励、月奖励四个部分，以薪酬发放的合理性与相对公平为标准建立优化的骑手薪酬模型，将基本配送费的发放中间点和月奖励的发放起点下调为每月 832 单，每周配送超过 75 单每单可有补贴 6.44 元。

针对问题 3，我们首先查找了中国不同地区极端天气对交通危害程度的相关数据，然后运用**主成分分析法**得到各个因素的权重。最后，运用**综合评价法**计算出一个包含多种自然灾害的函数 $F=0.173ZX_1+0.202ZX_2+0.007ZX_3-0.199ZX_4+0.077ZX_5$ ，并由此对问题 1 中的模型进行优化 $k_1(m+F)^{-(\frac{d}{at}+b)} = -ct^2 + d$ 。

针对问题 4，我们用**博弈论合作均衡**的分析方法，在不考虑消费者这一利益相关者的前提下选取了商家、外卖平台、骑手这三个主体研究商品与服务的出售过程。基于“共赢”的想法使用 Shapley 值确定了一个 n 人合作对策中合理的效益分配方案，合作均衡条件为商家得 72.67%，外卖平台得 16%，骑手得 11.33%。

针对问题 5，我们设计了以送餐距离为核心变量的长距离和跨区域外卖订单配送定价策略，并引入了顾客缴纳押金的模式，以保障长距离配送时平台方的利益，最终给出了缴纳押金比例需满足 $\alpha \geq \frac{\beta d n_1 p}{r(p+md)} - \frac{n_1}{r} + 1$ 的结果。

关键词 线性回归分析；期望理论；主成分分析法；综合评价法；合作均衡

目 录

一、问题重述.....	2
1.1 问题背景.....	2
1.2 问题提出.....	2
二、问题分析.....	3
2.1 问题 1 的分析.....	3
2.2 问题 2 的分析.....	3
2.3 问题 3 的分析.....	3
2.4 问题 4 的分析.....	3
2.5 问题 5 的分析.....	4
三、模型假设.....	4
四、定义与符号说明.....	4
五、模型的建立与求解.....	4
5.1 问题 1 的模型建立与求解.....	5
5.1.1 骑手配送时长模型的建立.....	5
5.1.2 骑手配送时长模型的求解.....	6
5.2 问题 2 的模型建立与求解.....	8
5.2.1 优化的骑手薪酬模型的建立与求解.....	8
5.2.2 结果.....	11
5.3 问题 3 的模型建立与求解.....	11
5.3.1 优化的骑手配送时长模型的建立.....	11
5.3.2 优化的骑手配送时长模型的求解.....	12
5.4 问题 4 的模型建立与求解.....	15
5.4.1 博弈论 n 人合作对策模型的建立.....	15
5.4.2 博弈论 n 人合作对策模型的求解.....	16
5.4.3 结果.....	17
5.5 问题 5 的模型建立与求解.....	18
5.5.1 问题 5 的模型建立.....	18
5.5.2 问题 5 的模型求解.....	19
六、模型的评价及优化.....	21
6.1 误差分析.....	21
6.2 模型的优点.....	21
6.3 模型的缺点.....	22
6.4 模型的推广.....	22
参考文献.....	24
附录.....	25

一、问题重述

1.1 问题背景

如今，外卖业务已经成为了大城市上班族每日生活中不可或缺的一部分。面对巨大的订单量及用户群体，外卖骑手的数量也呈现一种直线上升的趋势。但是，由于国内与国际经济环境的复杂性以及庞大的人口规模，外卖骑手间的竞争异常激烈。这给予了平台更多的订单配送提成单价压缩空间，将拼命压缩配送时间和延长上班时间来换取较高收入的骑手作为参照，以骑手配送效率低下为理由逐步压缩外卖骑手的订单配送提成。这就造成了外卖骑手从原来的月入过万逐步缩减到较难超过月入五千的现状。平台通过搜集各种数据和进行智能算法分析，不断压缩骑手的配送时间，外卖骑手劳动力正在向越来越廉价的趋势发展，而骑手们也不断加快派送速度，造成了较大的交通安全隐患。与此同时，商家方面也对于平台极高的抽成叫苦不迭。这也导致了部分商家为了盈利不断压缩生产成本，最终使得消费者受害。上述种种事实表明外卖行业中存在着严重的内卷现象。因此制定合理的奖惩措施以及通过各种举措协调商家、消费者、骑手、外卖平台的利益显得至关重要。

1.2 问题提出

问题 1 要求在充分考虑骑手的骑行安全与高质量服务等因素后，制定一个合理的骑手配送时长以及对应的完成质量奖惩措施的方案。

问题 2 要求制定一个在不显著增加订单总体配送费用与总体配送效率的基础之上，能够使得骑手总体的满意度最高的方案。

问题 3 要求考虑极端气候发生的情况下，设计一个额外订单配送费用收取金额、订单配送时长设计及订单配送提成的通用方案。

问题 4 要求从博弈理论角度出发提出一个外卖平台、骑手、商家与消费者之间可行的共赢方案。

问题 5 要求针对目前外卖订单的配送距离约束相对较少且跨区域的配送较难实现的问题，设计一个更长距离和跨区域的外卖订单的配送模式及其订单配送提成定价策略。

二、问题分析

2.1 问题 1 的分析

问题 1 属于相关性分析问题，需要一定的数据作为支撑。对于此类问题，我们采用基于最小二乘法的线性回归拟合方法来求解。首先，我们需要查找交通事故的危险性和速度的关系的数据。然后，我们进行线性回归分析，得到相应的表达式。最后，利用顾客满意度和安全性均衡的条件解出最合适的时长，基于此建立骑手配送时长模型，并由此制定相应的奖惩措施。

2.2 问题 2 的分析

问题 2 属于方案优化问题，需要对原有的分配方案进行改进。首先，题目要求“使得总体满意度”最高，依据弗鲁姆的期望理论，本题我们着重通过解决绩效与奖励之间的平衡关系来提高骑手满意度。接着，我们选取当前骑手薪酬体系中较为重要的四个部分，以薪酬发放的合理性与相对公平为标准，对当前外卖行业中普遍的薪酬分配方案进行优化。最后，提出了能够一定程度上提高骑手满意度的新的薪酬体系分配方案。

2.3 问题 3 的分析

问题 3 可以看作综合评价类问题，需要一定的数据作为支撑。问题 3 可以看做是问题 1 的延伸，其不同在于改变了天气因素。基于此，首先我们需要查找中国不同地区极端天气对交通危害程度的相关数据。然后，我们运用主成分分析法找出影响的关键因素，并得到一个得分系数矩阵。最后，运用综合评价法计算得出一个包含多种自然灾害在内的函数，并由此对问题 1 中的模型做了适当改进，提出了一个通用的奖惩方案。

2.4 问题 4 的分析

问题 4 可以看做一类特殊的优化问题。题目要求从博弈论的角度求解，又因为题目要求给出的是一个“共赢”的方案，因此可以用博弈论中合作均衡的分析方法。首先，我们研究商品与服务的出售过程，故不考虑消费者这一利益相关者。然后，我们选取了外卖业务兴起以后商家、外卖平台、骑手这三个主体，构成博弈论中的 n 人合作对策问题。最后，基于“共赢”的想法，我们使用 Shapley 值确定了一个 n 人合作对策中合理的效益分配方案，从而引导卖方三个主体达成合作均衡。

2.5 问题 5 的分析

问题 5 亦可以看做一类方案优化问题。首先，更长距离和跨区域的外卖订单的配送模式，获得的收益应该不少于短距离外卖配送的收益，这样才能够保证平台和骑手方愿意提供相关服务。其次，更长距离和跨区域的外卖订单的配送模式面临着顾客取消订单造成大量损失的风险，为此我们引入顾客缴纳押金的机制，以确保长距离和跨区域外卖订单的收益。最后，我们通过与短距离配送带来的收益的对比，确定长距离配送中押金比例的合理值。

三、模型假设

1. 假设搜集到的数据真实可靠。
2. 假设选取到的指标具有典型性。
3. 假设商家、消费者、外卖平台、骑手四个主体充分理性，信息完全透明。
4. 假设没有极低概率偶发事件的发生。

四、定义与符号说明

符号定义	符号说明
L	骑手遭受交通事故的风险
S	骑手派送的安全性
U	顾客满意度
Y	骑手薪酬
F	气象灾害综合评价指标
I_1, I_2	最终收入
γ	放弃比率
k_1, k_2	比例系数

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的模型建立与求解

5.1.1 骑手配送时长模型的建立

根据搜集到的数据（数据来源参考文献[1]），利用统计软件 SPSS 进行曲线估计，发现骑手遭受交通事故的风险 L 和骑手的速度 v 大致呈指数函数的关系（SPSS 交互命令详见附录 1），因此有

$$L \propto m^v$$

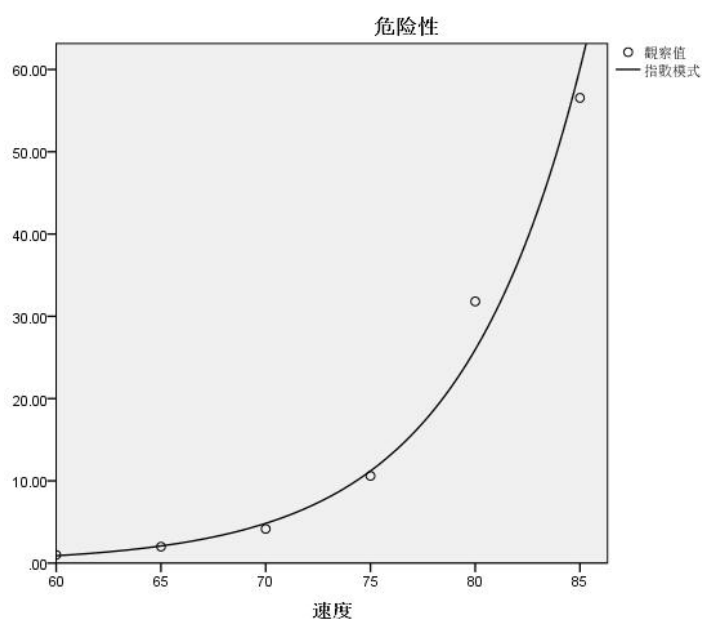


图 5-1 SPSS 速度和危险性曲线估计结果

而安全性 S 和骑手遭受交通事故的风险 L 呈负相关的关系，因此可以用骑手遭受交通事故的风险 L 的倒数来衡量，即

$$S = \frac{1}{L}$$

如果距离 d 给定，由于 t 和 v 呈反比，因此有

$$S = k_1 m^{-\left(\frac{d}{at} + b\right)}$$

其中 k_1 为比例系数。

再定义顾客满意度 U ，当 $t=0$ 时，由于顾客不用等待，此时顾客的满意度必然最大。现实表明，随着时间的推移，顾客的满意度会不断下降，而且 t 越大顾客满意度下降地越快，因此假设 U 和骑手送达的时间 t 呈二次函数关系，根据定义则有

$$U = -ct^2 + d$$

其中 c 和 d 在消费者群体心理不发生大的变化的情况下可以看做常数。

而对于骑手来说，骑手需要同时考虑骑行安全与服务质量，为了兼顾两者的平衡，骑手需要以恰当的速度行驶，以保证在满足骑行安全的同时提供高质量的服务，因此有

$$U = S$$

即

$$k_1 m^{-(\frac{d}{at}+b)} = -ct^2 + d$$

这个方程的解析解难以表示，因此我们可以用几何画板对这个方程的解进行讨论并进行合理性分析。

如果方程有一个解，记作 t_0 ，那么骑手配送时长可以以 t_0 为基准点进行确定。当骑手的配送时长在给定的范围 $[t_0 - \varepsilon, t_0 + \varepsilon]$ 时，骑手可以获得奖励；当骑手在给定的范围之外时，骑手会获得惩罚。

5.1.2 骑手配送时长模型的求解

为了求出具体的表达式，首先对 5.1.1 中的数据进行处理，将 L 取对数，这样一来 $\log_m L$ 就和 v 呈线性关系，即

$$\log_m L = av + b$$

数据处理结果如图所示

表 5-1 速度和危险性的关系数据（以 $m=2$ 为例）

速度	危险性	危险性对数
60	1	0
65	2	1
70	4.16	2.056583528
75	10.6	3.40599236
80	31.81	4.991408467
85	56.55	5.821455119

基于最小二乘法用 SPSS 进行线性回归，得到具体的表达式（SPSS 交互命令详见附录 2）。

表 5-2 速度和危险性的对数关系的回归结果

模型		非标准化系数		标准化系数	T	显著性
		B	标准错误	Beta		
1	常数	-14.699	0.728		-20.197	0.000
	速度	0.242	0.010	0.997	24.320	0.000

因变量：危险性对数

根据回归结果，数据拟合程度较好，显著性水平 $\alpha=0.000$ ，通过了显著性水平检验。其中 $a=0.242, b=-14.699$ 。比例系数 k_1 可以综合考察历年交通事故发生造成的伤害以及对应的速度的平均值来求解。常数 c, d 则需要通过实际情况确定，可以采用问卷调查的形式来考察顾客满意度和时间之间的具体关系，再通过 SPSS 的数据拟合功能来求解。但是由于条件限制，目前无法给出具体的数值。

为了直观表示这种平衡关系，下面运用适当的赋值法加以说明：

设 $S = k_1 m^{-(\frac{d}{at}+b)}$ ， $U = -ct^2 + d$ ，其中 $m=2, a=0.242, b=-14.699, d=1, k_1=100, c=1, d=50$ 。用几何画板可得函数图像如下图所示：

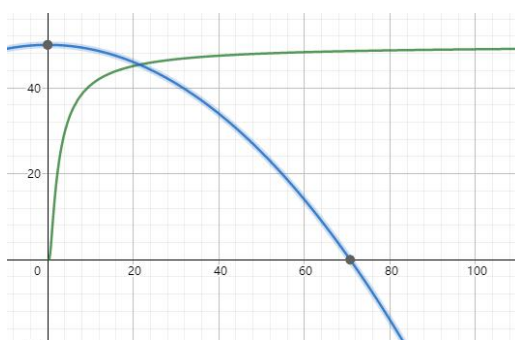


图 5-2 函数图像图示

从结果可以看出，函数的交点 $t_0=23$ ，即最优的配送时间是 23 分钟。再根据现实情况取 $\varepsilon=5$ ，则配送时间的区间为 $[18, 28]$ 。

此外，我们还可以设定这样一个奖惩措施：取外卖行业每单收入平均值 W_0 ，提成为 w （当 $w>0$ 时可以看做提成或奖励， $w<0$ 时可以看做惩罚，配送时间为 t_0 时有最大提成为 w_0 ，平台能给的最大惩罚为 $-W_0$ ）， k_2 为比例系数，骑手能得到的最终工资为 W ，则有

$$\begin{cases} W_0 = k_2(t_0 - \varepsilon) \\ W_0 = k_2(t_0 + \varepsilon) \\ \left| \frac{dW}{dt} \right| = \frac{w_0}{\varepsilon} \\ W = W_0 + w \end{cases}$$

其中

$$\frac{dW}{dt} = \begin{cases} \frac{w_0}{\varepsilon}, t < t_0 \\ -\frac{w_0}{\varepsilon}, t > t_0 \end{cases}$$

求解方程可得

$$W = \begin{cases} \frac{k_2 w_0}{\varepsilon} [t - (t_0 - \varepsilon)] + W_0, t < t_0 \\ -\frac{k_2 w_0}{\varepsilon} [t - (t_0 + \varepsilon)] + W_0, t > t_0 \end{cases}$$

结果得到的是一个倒V字形的分段函数。当骑手所用的时间 $t=t_0$ 时骑手得到的工资 W 最高，这激励骑手尽量控制配送时间在 t_0 附近的区间，从而得到总体效益的最大化。

此外，当 $t < t_0 - \frac{W_0 \varepsilon}{k_2 w_0} - \varepsilon$ 或者 $t > t_0 + \frac{W_0 \varepsilon}{k_2 w_0} + \varepsilon$ 时骑手甚至要赔钱，在现实生活中超时被投诉或者自身原因造成的交通事故则是其体现。

特别需要说明的是，在 $k_1 m^{-(\frac{d}{at}+b)} = -ct^2 + d$ 这一等式中， k_1 是不变的，其对应平均发生交通事故的危险性的基准值，如果考虑极端天气的情况，那么 k_1 依然不变，但是指数的底数 m 可能发生变化。关于 m 的详细讨论将会在问题3中给出。

5.2 问题 2 的模型建立与求解

5.2.1 优化的骑手薪酬模型的建立与求解

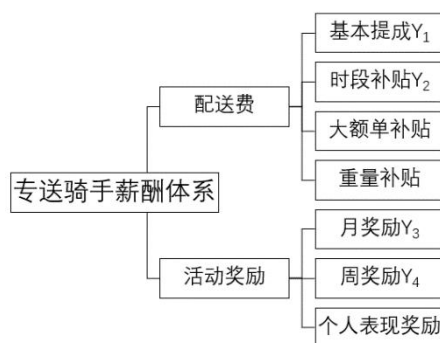


图 5-3 当前专送骑手薪酬体系

本题我们主要研究专送骑手，即配送费与配送单数有关而与配送距离无关。由弗鲁姆的期望理论可知，要想提高骑手总体满意度，需要平衡努力与绩效、绩效与奖励以及奖励和个人满足的关系。

目前骑手增加薪酬的方式主要有两种，分别是增加订单总数和增加高溢价订单（高峰期时段订单）。由此假设绩效的衡量只有订单数与订单所在时段两个方面，本题我们着重关注制定合理的薪酬体系来平衡绩效与奖励之间的关系。

故选取基本提成 Y_1 、时段补贴 Y_2 （只考虑午高峰），月奖励 Y_3 （和当月完成总订单

数有关)和周奖励 Y_4 (和当周午高峰完成总订单数有关)四个部分作为骑手薪酬的主要组成成分。其中 Y_1 和 Y_3 主要与订单总数有关, Y_2 和 Y_4 与订单所在时段有关。设骑手月薪 Y 为

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4$$

其中, Y 是订单数 x 的分段函数

根据目前骑手劳工市场现状(数据来源参考文献[2])可知,骑手薪酬按以下方式给付:

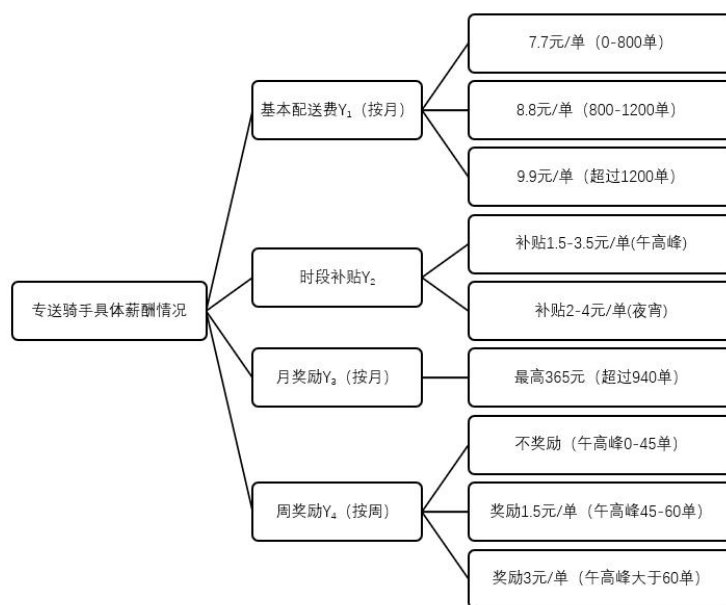


图 5-4 现实情况下骑手具体薪酬情况

首先,我们只研究订单数对薪酬的影响,以月为单位对基本配送费 Y_1 和月奖励 Y_3 的薪酬设定进行改进。我国《劳动法》规定每个月最多工作 208 小时,超出 176 小时的部分要支付加班费。假设骑手完成一个订单平均花费 15-20 分钟,现骑手以最佳状态 15 分钟派送一单,则每月该骑手最多完成订单数为

$$208 \times \frac{60}{15} = 832 \text{ (单)}$$

因此 832 单应该作为最高月奖励的发放点,而不是原有的 940 单,故 Y_3 标准调整为月订单数超过 832 单即可发放最高月奖励 365 元。

再对 Y_1 进行改进,832 单应该作为基本配送费的发放中间点,原有的中间点 $\frac{800+1200}{2}=1000$ (单)是不符合我国劳工标准且不利于骑手身心健康的,现调整基本配送费 Y_1 为如下分段函数

$$Y_1(x) = \begin{cases} 7.7x, & x \leq 632 \\ 8.8x - 695.2, & 632 < x \leq 1032 \\ 9.9x - 1830.4, & x > 1032 \end{cases}$$

其中 x 为月订单总数, $x \in N^*$.

其次我们考虑研究订单时段对薪酬的影响,以周为单位对时段补贴 Y_2 和周奖励 Y_4 进行研究。由于当前骑手增加薪酬的方式主要有两种,分别是增加订单总数和增加高溢价订单(高峰期时段订单)。故将骑手分为高风险订单偏好与订单总数偏好两类。

现在只要保证高风险订单偏好者(以月最低劳动时长 176 小时工作且午高峰时段以最大能力派送)获得的报酬与订单总数偏好者(以月最高劳动时长 208 小时工作且午高峰时段以平均完成订单能力派送)获得的报酬相等,即可使得两者的相对报酬公平,使全部骑手达到满意。

外卖行业数据显示,骑手在午高峰期间(10:30-13:30)平均可派送 10 个订单,且每个午高峰订单可补贴 1.5-3.5 元。故假设高风险者在午高峰期间可派送 15 个订单,而订单总数偏好者在午高峰期间可派送 10 个订单,且午高峰订单每个时段补贴为 3.5 元不变,现在计算周奖励 Y_4 应该如何调整。设订单总数偏好者每月午高峰订单总数 $30 \times 10 = 300$ (单)为周补贴起点,高风险偏好者多出的部分每单可获得周补贴 ρ 元。对于高风险偏好者有

$$Y_{\text{高}} = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4$$

代入数据可得

$$\begin{aligned} Y_{\text{高}} &= (176 \times 4 \times 8.8 - 695.2) + 0 + (15 \times 30 \times 3.5) + (15 - 10) \times 30 \times \rho \\ &= 7075 + 150\rho \end{aligned}$$

对于订单总数偏好者有

$$Y_{\text{总}} = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4$$

代入数据可得

$$Y_{\text{总}} = (208 \times 4 \times 8.8 - 695.2) + 365 + (10 \times 30 \times 3.5) + 0 = 8041.4$$

现在让

$$Y_{\text{高}} = Y_{\text{总}}$$

解得

$$\rho = 6.44$$

现调整基本配送费 Y_4 为如下分段函数

$$Y_4(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 300 \\ 6.44(x - 300), & x > 300 \end{cases}$$

其中 x 为月订单总数, $x \in N^*$.

调整后周奖励的起点为每月午高峰单数 300 单,平均下来每周派送午高峰单数达

$\frac{300}{4} = 75$ （单）即可获得周奖励，这在原有基础上提高了获得周奖励的门槛，同时加大了奖励力度。

5.2.2 结果

经过如上运算骑手薪酬调整为如下：

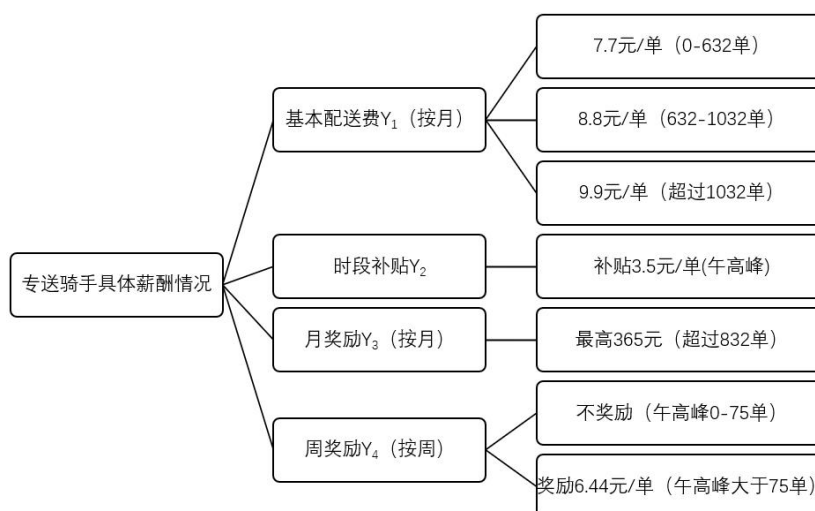


图 5-5 调整后骑手具体薪酬情况

经过调整后，骑手在合理工作时长与强度内努力工作便可以拿到额外的活动奖励，同时骑手若想要提高薪酬只需从增加订单总数和增加高溢价订单中选择一种方式即可到达收入增加的目的，不需在超过生理极限的工作时长下冒着高风险进行派送，有效地降低了交通事故发生的概率并且提高骑手对薪酬相对值和绝对值的满意度。

5.3 问题 3 的模型建立与求解

5.3.1 优化的骑手配送时长模型的建立

问题 3 需要考虑极端天气的因素，因此可以看做是问题 1 中得到模型的优化。极端天气对模型的影响是通过改变基准的天气情况 m 来实现的（这一点在问题 1 最后也有说明）。

但是对极端天气的研究十分复杂，极端天气会受到地理因素的影响在灾害种类、严重程度上有明显差异。为了综合考察全国范围内极端天气对交通事故的影响，我们按照

全国的地理分区分为了西北地区、东北地区、华北地区、江淮地区、江南地区、华南地区、西南地区七个气候类型不同的地区，并查找了七个地区相关的各类气象灾害对交通出行影响的数据（数据来源参考文献[3]）。为了简化分析，我们近似将各类气象灾害对交通出行的影响当做和交通风险 L 相关的变量。

表 5-3 不同地区发生各类气象灾害对交通出行的影响

	大雾	暴雨	大风	暴雪	强对流
西北地区	0.07	0.1	0.13	0.16	0
东北地区	0.06	0.06	0.09	0.34	0
华北地区	0.16	0.05	0.08	0.32	0.13
江淮地区	0.25	0.09	0.11	0.07	0.13
江南地区	0.22	0.22	0.25	0.05	0.3
华南地区	0.03	0.20	0.34	0	0.4
西南地区	0.2	0.28	0	0.06	0.03

由于数据较多，因此我们运用主成分分析法考察各类气象灾害在交通风险中的权重，最终的结果在全国范围内应该具有普适性和代表性。

5.3.2 优化的骑手配送时长模型的求解

首先利用统计软件 SPSS 中的主成分分析功能（SPSS 交互命令详见附录 3）得到各类气象灾害在方差中贡献的权重。结果如下表：

表 5-4 各类气象灾害在方差中贡献的权重

元件	起始特征值			摘取平方和和载入		
	总计	方差贡献%	累加%	总计	方差贡献%	累加%
1	2.667	53.334	53.334	2.667	53.334	53.334
2	1.478	29.568	82.902	1.478	29.568	82.902
3	0.628	12.559	95.461			
4	0.187	3.740	99.201			
5	0.040	0.799	100.000			

提取方法：主成分分析

这一结果也可以直观地用陡坡图（又名碎石图）来表示：

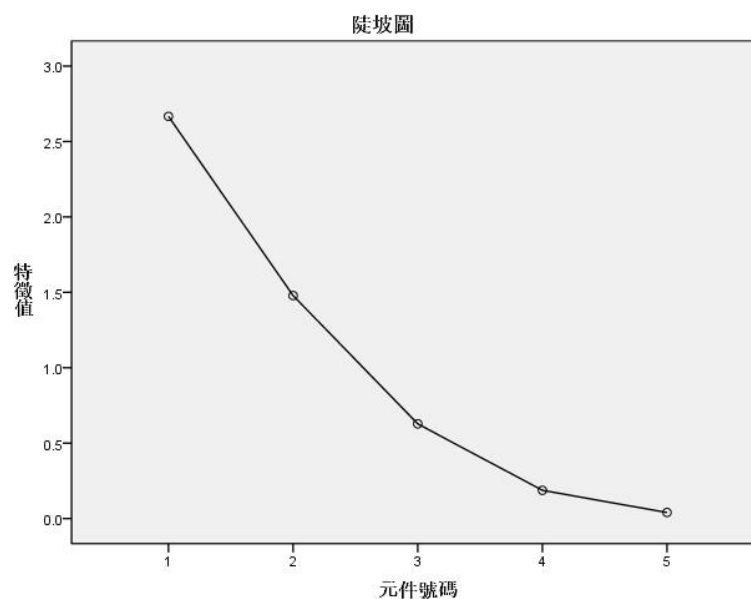


图 5-6 陡坡图表示各类气象灾害在方差中贡献的权重

此外还能得到一个元件评分系数矩阵，结果如下表：

表 5-5 元件评分系数矩阵

	元件	
	1	2
大雾	0.013	0.573
暴雨	0.262	0.338
大风	0.300	-0.378
暴雪	-0.326	-0.239
强对流	0.331	-0.183

提取方法：主成分分析

在最终的矩阵中，设 ω_{ij} 表示在第 i 个主成分中第 j 个成分的系数（对应表格数据部分的第 i 列第 j 行）。成分矩阵对应的系数 ξ_{ij} 除以主成分相对应的特征值 η_i 的平方根便得到两个主成分中每个指标所对应的系数 ω_{ij} ，即

$$\omega_{ij} = \frac{\xi_{ij}}{\sqrt{\eta_i}}$$

其中 $i=1, 2$; $j=1, 2, 3, 4, 5$.

利用 Excel 进行数据处理和计算，结果得到

$$F_1 = 0.01 ZX_1 + 0.16 ZX_2 + 0.18 ZX_3 - 0.2 ZX_4 + 0.2 ZX_5$$

$$F_2 = 0.47 ZX_1 + 0.28 ZX_2 - 0.31 ZX_3 - 0.2 ZX_4 - 0.15 ZX_5$$

其中 ZX_k 表示一个地区对应的指标归一化后的结果， $k=1, 2, 3, 4, 5$.

最终得到一个地区的气象灾害的综合评价指标

$$F = \frac{A}{A+B} F_1 + \frac{B}{A+B} F_2$$

在本例中, $A=53.334$, $B=29.568$. 代入表达式可得最终结果为

$$F = 0.643 F_1 + 0.357 F_2$$

将 F_1, F_2 代入表达式, 化简得

$$F = 0.173 ZX_1 + 0.202 ZX_2 + 0.007 ZX_3 - 0.199 ZX_4 + 0.077 ZX_5$$

由此可以直观的看出, 对交通影响最大的气象灾害是暴雨, 其次是暴雪、大雾, 而强对流和大风对交通几乎没有影响。这也符合我们的生活认知——由于暴雨会影响道路的摩擦系数 μ , 从而使得发生交通事故的概率显著增加; 大雾会影响能见度, 从而增加交通事故发生的概率; 强对流和大风则影响相对较小。

在此基础上对问题 1 模型中的 m 作如下改进:

$$M = m + F$$

即

$$M = m + 0.173 ZX_1 + 0.202 ZX_2 + 0.007 ZX_3 - 0.199 ZX_4 + 0.077 ZX_5$$

基于此, 我们最终得到了优化后的骑手配送时长通用模型

$$k_1 M^{-\left(\frac{d}{at}+b\right)} = -ct^2 + d$$

即

$$k_1 (m + F)^{-\left(\frac{d}{at}+b\right)} = -ct^2 + d$$

其中 F 是一个地区气象灾害的综合评价指标, 各个地区可以通过统计当地不同自然灾害对交通的影响程度来确定。

从模型中不难看出, 在考虑极端天气因素的情况下, 底数 m 会相应增大, 从而使得函数 S 的曲线向下移动, 在此情况下 S 和 U 的交点会向右移动, 也就是 t 增大, v 减小。这也符合常理——在恶劣的天气条件下, 骑手必须更加考虑安全, 从而放慢自己的速度。下面用几何画板直观表示了这种现象:

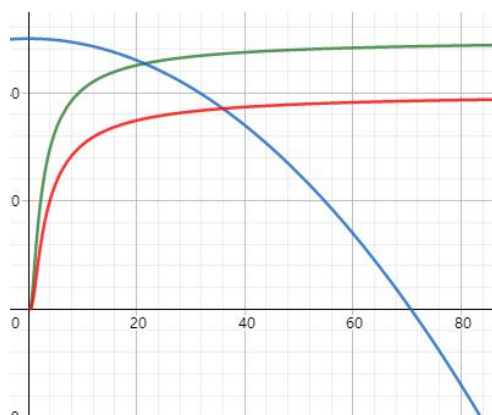


图 5-7 函数图像图示

在此图中， m 赋值由原来的 2 调整为 2.5，此时方程的解 $t^*=36>23=t_0$ ，则最优的时间选择发生了变化，从而说明了极端天气会影响骑手配送的速度。

5.4 问题 4 的模型建立与求解

5.4.1 博弈论 n 人合作对策模型的建立

外卖行业的诞生导致餐饮服务业商家在出售商品与服务给消费者的过程中，增加了外卖平台和骑手两方主要利益相关者。现仅研究商品与服务的出售过程，暂时不考虑消费者这一利益相关者，选取商家（A）、外卖平台（B）和骑手（C）作为提供餐饮服务的三个实体，构成博弈论中的 n 人合作对策问题。

假设 A、B、C 中若干人组合的每一种合作，都会得到一定的效益，且三方利益是非对抗性的，合作方的增加不会引起效益的减少，则全体合作将带来最大效益。下面使用 Shapley 值确定分配 n 人合作对策最大效益的合理方案，以实现供方三方共赢。

商家、外卖平台和骑手三方记为 $I = \{A, B, C\}$ ，获利定义为 I 上的特征函数 u ， s 为 n 人集合中的任意一种合作， $u(s)$ 为合作效益， $|s|$ 是子集 s 中的元素数目， $\omega(|s|)$ 是加权因子， $s \setminus i$ 表示去掉 i 后的集合。Shapley 值由特征函数 u 确定，记作

$$\Phi(u) = (\varphi_1(u), \varphi_2(u), \dots)$$

根据定义则有

$$\omega(|s|) = \frac{(n - (|s|))! (|s| - 1)!}{n!}$$

$$\varphi_i(u) = \sum_s \omega(|s|) [u(s) - u(s \setminus i)], \quad i=1, 2, \dots, n.$$

假设某单商家单独出售商品服务可获利 10 元；由题干可知外卖平台每单抽成 20% 作为平台提成，则外卖平台单独一单可获利 2 元；资料显示外卖平台将八成佣金收入分给骑手，则骑手单独一单可获利 1.6 元。因此有

$$u(\emptyset) = 0; \quad u(A) = 10; \quad u(B) = 2; \quad u(C) = 1.6$$

美团研究院 2020 年 2 月问卷调查显示，开通外卖服务后商家营收最多增加可超过 50%。现假设开通外卖服务三方充分合作后，商家营业情况较好收入增加了 50%，则商家、外卖平台和骑手合作之后每单共获利 15 元。因此有

$$u(I) = 15$$

又根据实值函数 u 的性质

$$u(s_1 \cup s_2) \geq u(s_1) + u(s_2)$$

假设

$$u(A, B) = 14; \quad u(B, C) = 4; \quad u(A, C) = 13$$

5.4.2 博弈论 n 人合作对策模型的求解

首先对三方合作中 A 的分配 φ_1 进行计算：

表 5-6 三方合作中 A 的分配 φ_1

s	A	$\{A, B\}$	$\{A, C\}$	I
$u(s)$	10	14	13	15
$u(s \setminus A)$	0	2	1.6	4
$u(s) - u(s \setminus A)$	10	12	11.4	11
$ s $	1	2	2	3
$\omega(s)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
$\omega(s)[u(s) - u(s \setminus A)]$	$\frac{10}{3}$	2	1.9	$\frac{11}{3}$

由

$$\varphi_1(u) = \sum_s \omega(|s|)[u(s) - u(s \setminus A)]$$

故

$$\varphi_1(u) = \frac{10}{3} + 2 + 1.9 + \frac{11}{3} = 10.9 \text{ (元)}$$

同理可对三方合作中 B 的分配 φ_2 进行计算：

表 5-7 三方合作中 B 的分配 φ_2

s	B	$\{A, B\}$	$\{B, C\}$	I
$u(s)$	2	14	4	15
$u(s \setminus B)$	0	10	1.6	13
$u(s) - u(s \setminus B)$	2	4	2.4	2
$ s $	1	2	2	3
$\omega(s)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

$\omega(s)[u(s) - u(s \setminus B)]$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0.4	$\frac{2}{3}$
--	---------------	---------------	-----	---------------

由

$$\varphi_2(u) = \sum_s \omega(|s|)[u(s) - u(s \setminus B)]$$

故

$$\varphi_2(u) = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + 0.4 + \frac{2}{3} = 2.4 \text{ (元)}$$

同理可对三方合作中 C 的分配 φ_3 进行计算:

表 5-8 三方合作中 C 的分配 φ_3

s	C	$\{A, C\}$	$\{B, C\}$	I
$u(s)$	1.6	13	4	15
$u(s \setminus C)$	0	10	2	14
$u(s) - u(s \setminus C)$	1.6	3	2	1
$ s $	1	2	2	3
$\omega(s)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
$\omega(s)[u(s) - u(s \setminus C)]$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

由

$$\varphi_3(u) = \sum_s \omega(|s|)[u(s) - u(s \setminus C)]$$

故

$$\varphi_3(u) = \frac{8}{15} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1.7 \text{ (元)}$$

5.4.3 结果

在以上假设的商家、外卖平台和骑手三方合作中，按照商家（10.9/15=72.67%）、外卖平台（2.4/15=16%）和骑手（1.7/15=11.33%）的比例进行收益分配可达到总收益最大化的合作共赢效果。

现实中，在外卖行业刚兴起时外卖平台通过大量的补贴，包括首次用户、在线支付、

配送等，吸引了众多商家、骑手和消费者通过平台完成交易和流通，而现在随着外卖平台商户覆盖面的提高，平台逐步减少补贴并提高平台抽成以获得营收。在这个成本结构回归本质和盈利模式应用的过程中，商家、外卖平台、骑手和消费者之间的矛盾逐渐激化。因此，在商家、外卖平台和骑手合作之下的共享型外卖经济中，要根据实际营收情况合理分配总收益，以便在三方之间达成合作共识，从而有利于平台式外卖行业的长远发展。

5.5 问题 5 的模型建立与求解

5.5.1 问题 5 的模型建立

在考虑长距离与跨区域外卖配送的问题时，配送距离 d 成为了构成订单价格重要变量。设商品本身的价格为 p ，商品每公里的运送价格为 m ，则最终运输费用 P 由商品价格 p 、配送距离 d 与每公里运送价格 m 的乘积组成，即

$$P = p + md$$

设长距离配送的顾客数量为 n_1 ，则在理想状态下，总收入为

$$n_1 P = n_1 p + n_1 md$$

实际上，在长距离和跨区域外卖配送中，配送员需要承担因长时间运输导致顾客失去耐心而取消订单的风险。设取消订单的顾客数量为 r ，显然 r 是关于 n_1 和 d 的函数，即

$$r = r(n_1, d)$$

由于长距离运输需要配送员耗费大量的时间成本，因此取消长距离或跨区域外卖的风险不可忽视。合理的方案是针对长距离或跨区域外卖订单顾客在下单的同时需要缴纳一定的押金，若取消订单则不返还押金。设顾客需要缴纳的押金为 R ，则

$$R = \alpha P$$

其中 α 为比例系数。

设长距离运输或跨区域运输的最终收入为 I_1 ，则

$$I_1 = (n_1 - r)P + rR = (n_1 + \alpha r - r)(p + md)$$

而在短距离配送中，不考虑配送距离和取消订单带来的影响，设顾客为数量 n_2 ，最终收入为 I_2 ，则

$$I_2 = n_2 p$$

在相同的时间 t 内，距离 d 越大，长距离配送能够满足的顾客越少。则长、短距离配送能够满足的顾客数量 n_1 ， n_2 可近似的看做满足关系

$$\frac{n_2}{n_1} = \beta d$$

其中 β 为参数。

要保证长距离配送和跨区域配送，获得的收入不少于短距离配送，使得长距离和跨区域配送成为合理的服务模式，则需

$$I_1 \geq I_2$$

代入上式后可得

$$(n_1 + \alpha r - r)(p + md) \geq \beta d n_1 p$$

化简得

$$\alpha \geq \frac{\beta d n_1 p}{r(p + md)} - \frac{n_1}{r} + 1$$

顾客缴纳押金对原配送费用的比例系数 α 即为本模型的目标函数。

5.5.2 问题 5 的模型求解

先考察取消订单的顾客数量 r 与总顾客数量 n_1 和配送距离 d 的关系。实际上，顾客取消订单的决策与所需要的等待时间相关。等待时间越长，取消订单的决策发生的概率越高。因此，我们引入“放弃比率”的概念：将放弃比率设为 γ ，则取消订单的顾客数量 $r = \gamma n_1$ 。配送距离越长，等待时间越长，则放弃比率越高，放弃等待的顾客数量越多。放弃比率 γ 的决定，可以通过问卷调查等形式进行更加具体的评估。这里我们使用近似的方法来模拟放弃比率 γ ：在实际情况下，3-5 公里为一般外卖平台的服务半径。我们不妨将超过 5 公里的配送服务看做长距离配送和跨区域配送的服务范围，并假定长距离配送的服务时间最多不超过 4 个小时（按一天 8 小时工作算，则单程时间宜控制在 4 小时以内），以外卖员平均速度 40km/h 计算，则长距离配送服务的最长距离为 160km。我们固定在 $d = 5\text{km}$ 时，顾客的放弃比率 $\gamma = 0$ ，在 $d = 160\text{km}$ 时，顾客的放弃比率 $\gamma = 40\%$ 。用一次函数拟合，可得

$$\gamma = \frac{8(d-5)}{31}$$

$$r = \frac{8(d-5)n_1}{31}$$

其次，我们需要考察长距离配送和跨区域配送的顾客人数 n_1 和短距离配送的顾客人数 n_2 的关系。在固定时间 T 时，外卖员的送单数量

$$n = \frac{T}{\frac{d}{v}} = \frac{vT}{d}$$

其中 v 为外卖员的速度。

在 5 公里内，假定外卖员走过的路程固定为 5 公里，可推得

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{5}d$$

其中 d_1, d_2 分别为长、短距离配送的路程。

结合上式可取 $\beta = \frac{1}{5}$ 。

结合上述讨论，假设长距离和跨区域配送与短距离配送的收入相等，即令 $I_1 = I_2$ ，我们可以得到所需的比例系数 α_{\min} ，满足 $\alpha_{\min} = \frac{31(dp - 5p - 5md)}{4(p + md)(d - 5)} + 1$ 。下表中给出了在不同的 p, d, m 条件下，比例系数 α_{\min} 的取值。

表 5-9 不同条件下 α_{\min} 的取值

d	p							m
	10	20	40	80	160	320	640	
10	1.332	1.517	1.634	1.701	1.737	1.756	1.765	0.4
	1.258	1.465	1.603	1.684	1.728	1.751	1.763	0.5
	1.194	1.417	1.573	1.667	1.719	1.746	1.761	0.6
20	1.316	1.480	1.603	1.681	1.726	1.750	1.762	0.4
	1.258	1.431	1.568	1.660	1.714	1.744	1.759	0.5
	1.211	1.388	1.537	1.640	1.703	1.738	1.756	0.6
40	1.230	1.381	1.522	1.627	1.694	1.733	1.753	0.4
	1.185	1.332	1.480	1.598	1.677	1.723	1.748	0.5
	1.150	1.292	1.443	1.571	1.659	1.713	1.743	0.6
80	1.145	1.266	1.408	1.539	1.637	1.700	1.736	0.4
	1.114	1.224	1.362	1.499	1.610	1.683	1.726	0.5
	1.091	1.191	1.324	1.465	1.584	1.667	1.717	0.6
160	1.083	1.165	1.283	1.419	1.546	1.642	1.702	0.4
	1.064	1.135	1.242	1.375	1.508	1.615	1.686	0.5
	1.050	1.113	1.210	1.339	1.475	1.590	1.671	0.6

从表中我们可以看出：随着距离 d 的不断增大，比例系数 α 不断下降，即越是长距离的运输，所需要的押金对原本应付的金额比例越低；随着价格 p 的不断增大，比例系数 α 不断上升，即所下的订单越贵，所需要的押金对原本应付的金额比例越高；随着单位路程所需金额 m 的不断增大，比例系数 α 不断下降，即单位路程的所需金额越贵，所需要的押金对原本应付的金额比例越低。

另外，由上表可以看出，在上式设置的路程范围内，不存在比例系数 α 使得 $\alpha < 1$ 。也就是说，对于长距离运输或跨区域运输的顾客而言，购买长距离外卖服务所要付出的押金始终高于应付金额，违约成本巨大。这也从一定程度上解释了为什么当前外卖平台几乎都不会提供长距离或跨区域外卖服务。

六、模型的评价及优化

6.1 误差分析

相關		危險性對數	速度
危險性對數	皮爾森 (Pearson) 相關	1	.997**
	顯著性 (雙尾)		.000
	N	6	6
速度	皮爾森 (Pearson) 相關	.997**	1
	顯著性 (雙尾)	.000	
	N	6	6

** . 相關性在 0.01 層上顯著 (雙尾)。

针对问题 1，线性回归拟合有少数点发生偏离，而且通过皮尔森相关系数检验发现相关性为 0.997（SPSS 交互命令详见附录 4），故所得到的 a 、 b 两值可能存在误差；其次， c 、 d 的值需要通过调查问卷等主观形式确定，其中可能存在样本的误差。最后，该模型没有解析解，只能通过几何画图的方式近似求解，故 t_0 存在误差。

针对问题 2，在对外卖行业进行调研与资料查找的过程中，选取的事实型数据忽略了地域与企业差异，代表行业内平均水平。同时，本题着重关注了薪酬相对公平对骑手满意度的影响，而薪酬的绝对公平仅通过相关法律进行了适当的推测，可能准确性不高。

针对问题 3，由于样本数量较少，因此得到的权重值可能存在误差；其次，图表中没有囊括所有气象灾害，不能完全反映极端天气的情况。

针对问题 4，由于暂时无法通过已有数据推算三方中任意两方合作后的大致收益，在计算时仅根据特征函数的性质进行了部分数据的赋值，故最终计算得出的总收益各方分配比例仅代表假设中的特殊情况，具体情况还需具体分析。

针对问题 5，由于暂时无法取得配送时间和人们放弃订单的比例之间的关系，在计算时选择了基于生活经验推断的拟合方式，与实际情况可能会出现较大的误差。另外，长距离配送和跨区域配送的顾客人数和短距离配送顾客人数关系的估计，是建立在送餐距离与送餐所需时间的基础之上的，并没有考虑市场因素对于长、短距离配送顾客数量的影响，与实际生活情况亦有较大的出入。

6.2 模型的优点

在问题 1 中，巧妙地把骑手的交通安全代表安全因素，用顾客满意度代表高质量服务因素，使问题得到简化。在求解平衡点时，由于式子较为复杂，巧妙通过几何画图的

方法近似估计解，减少了计算量。

在问题 2 中，结合期望理论，通过调整绩效与奖励之间的关系，在已有的薪酬体系中提出了优化的模型。模型根据现实生活中骑手的工作特点将其合理归为两类，将高风险订单在两类骑手中进行再分配，较好地减少了骑手派送中发生交通事故的概率，同时也提高了骑手满意度。

在问题 3 中，运用主成分分析法将所有极端天气的变量联系在一个式子中，使得问题得到简化。运用综合评价法，为各地因地制宜制定奖惩方案提供了一个统一的维度，使得模型具有广泛性和普适性。

在问题 4 中，模型将商家、外卖平台和骑手看作非对抗性的三方，假设全体合作将带来最大效益，较好地满足了题设中“共赢”的要求。又运用博弈论中的 shapley 值对最大合作收益进行合理分配，保证了三方合作的公平性，符合现实情境下合作各方的需求。

在问题 5 中，我们通过引入外卖押金的机制，简化了骑手和平台在长距离和跨区域的外卖订单的配送模式中的风险补贴设计，避免了复杂的风险分析，在定性分析长距离和跨区域的外卖订单的配送模式的可行性中具有很高的参考意义。

6.3 模型的缺点

在问题 1 中，线性回归拟合有少数点发生偏离，故所得到的 a 、 b 两值可能存在误差。此外由于时间所限，我们没法通过问卷调查等其他方法确定顾客满意度指标中 c 、 d 的值。最后，由于数学水平所限，我们无法求出模型的解析解。

在问题 2 中，为方便探究绩效与奖励之间的关系，未将骑手所有的薪酬构成考虑进运算，仅重点研究了其中四个部分，而实际情况将会更加灵活。

在问题 3 中，由于样本数量较少，因此得到的权重值缺乏说服力。此外，图表中没有囊括所有气象灾害，而且地理区域的划分较粗略，不能完全反映极端天气的情况。

在问题 4 中，在进行合作博弈计算时为保证各方利益出发点一致方便分析，暂且不考虑消费者，而在现实中，外卖行业“共享”经济中消费者也是重要的利益相关者。

在问题 5 中，我们没有考虑在长距离和跨区域的外卖订单的配送中，对于无法完成的订单本身应该具有怎样的折现方式，而是选择了直接进行放弃处理。这无疑增加了长距离和跨区域的外卖订单的成本，最终表现为废弃订单的损失通过押金的形式几乎完全转嫁到了顾客之上，造成长距离和跨区域订单配送中押金价格虚高的情况。

6.4 模型的推广

在问题 1 中我们得到了骑手配送时长的方案，为相关主体制定奖惩措施提供了一个

科学的依据。同时，我们取了最优时长附近的基准值来表示配送的平均薪酬，从而使得赏罚分明，激励骑手向着社会各方利益平衡的情况运动。对于整个社会来说，这有助于协调骑手的安全性和顾客的满意度之间的矛盾，引导外卖行业健康发展。

在问题 2 中我们得到了当前骑手薪酬体系的改进方案。原有的薪酬体系虽遵循了多劳多得的原则，但在大大延长骑手工作时间的同时又增加了骑手派送的风险，不符合劳动者的生理与心理条件，衍生了许多安全隐患与问题。改进后的方案给合理化骑手薪酬体系提供了一定的思路，在提升骑手工作满意度的同时，也为解决其他相关衍生问题创造了条件。

在问题 3 中，我们考虑了极端天气这一权变因素。极端天气的种类和危害性随时空的变化而有明显不同。我们给出的模型是基于地理位置的不同，这为各地因地制宜制定符合当地气候条件下的骑手配送时长方案提供了借鉴，使得模型具有普适性，更加符合社会实际。但是由于时间所限，我们没有引进时间这个变量进行更加深入地研究，这也是模型需要完善的地方。

问题 4 是基于当前共享经济模式而阐发的，旨在商家、平台、骑手和消费者之间实现共赢。目前随着外卖平台的覆盖面扩大，平台大大提高抽成，骑手基本配送费下降，商家由平台式转向自营式等各种问题逐渐浮现。供方矛盾的激化直接导致了消费者承担许多费用的支出，故在供方之间进行合理的利益分配，可以为创建和谐可持续发展的外卖行业生态提供一定的思路与思考空间。

在问题 5 中，我们考虑了当前状况下并不存在的长距离和跨区域的外卖订单配送模式及定价策略的方案。该方案在原有的外卖定价方案上引入了押金制度，实质上是通过向消费者转嫁风险的方式来保证提供服务的合理性。在实际的商业运行当中，虽然将风险完全交由顾客承担的做法有待商榷，但该模型也提醒了我们，在消费者希望获得特殊的个性化服务时，通过押金制度等风险分摊方式，将一部分潜在损失从提供服务方分离出去的行为是合理的。这样的做法为企业向新领域服务发展的过渡方式提供了思路：在企业为特定对象提供新种类的服务之前，我们不妨将押金制度作为迈向新领域服务的过渡，在保障自身利益的同时也能够对当前该领域的表现作出评判与权衡。如此一来，企业便有了向新领域发展的动力，我们能够享受到的服务也会日渐增多。

参考文献

- [1] 刘志强, 王兆华, 钱卫东. 基于速度的交通事故分析[J]. 中国安全科学学报, 2005(11): 35-38.
- [2] 沈锦浩. 嵌套激励与闭环监控: 互联网平台用工中的劳动控制[J]. 中国劳动关系学院学报, 2020(12): 63-71.
- [3] 王静, 白静玉, 段丽, 徐辉. 我国交通出行事件的天气影响初析[A]. 中国气象学会. 第28届中国气象学会年会——S10 公共气象服务政策体制机制和学科建设[C]. 中国气象学会: 中国气象学会, 2011: 11.
- [4] 夏敏洁. 气象条件对道路交通事故的影响分析[D]. 南京信息工程大学, 2014.
- [5] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学建模(第五版)[M]. 北京: 高等教育出版社. 2006. 1. 至 389 页.

附录

附录 1 SPSS 曲线估计交互命令

* 曲线估计.

```
TSET NEWVAR=NONE.
```

```
CURVEFIT
```

```
  /VARIABLES=危险性 WITH 速度
```

```
  /CONSTANT
```

```
  /MODEL=EXPONENTIAL
```

```
  /PLOT FIT.
```

附录 2 SPSS 回归交互命令

```
REGRESSION
```

```
  /MISSING LISTWISE
```

```
  /STATISTICS COEFF OUTS R ANOVA
```

```
  /CRITERIA=PIN(.05) POUT(.10)
```

```
  /NOORIGIN
```

```
  /DEPENDENT 危险性对数
```

```
  /METHOD=ENTER 速度.
```

附录 3 SPSS 主成分分析交互命令

```
DATASET ACTIVATE 数据集2.
```

```
FACTOR
```

```
  /VARIABLES 大雾 暴雨 大风 暴雪 强对流
```

```
  /MISSING LISTWISE
```

```
  /ANALYSIS 大雾 暴雨 大风 暴雪 强对流
```

```
  /PRINT INITIAL EXTRACTION FSCORE
```

```
  /PLOT EIGEN
```

```
  /CRITERIA MINEIGEN(1) ITERATE(25)
```

```
  /EXTRACTION PC
```

```
  /ROTATION NOROTATE
```

```
  /METHOD=CORRELATION.
```

附录 4 SPSS 皮尔森相关系数检验交互命令

```
CORRELATIONS
```

```
  /VARIABLES=危险性对数 速度
```

```
  /PRINT=TWOTAIL NOSIG
```

```
  /MISSING=PAIRWISE.
```