

## 第十一届“认证杯”数学中国

### 数学建模网络挑战赛

#### 承 诺 书

我们仔细阅读了第十一届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站([www.madio.net](http://www.madio.net))公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

**我们的参赛队号为：5899**

**参赛队员（签名）：**

队员 1：

队员 2：

队员 3：

**参赛队教练员（签名）：**

**参赛队伍组别（例如本科组）：**

# 第十一届“认证杯”数学中国

## 数学建模网络挑战赛

### 编号专用页

参赛队伍的参赛队号：5899

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

---

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

# 2018 年第十一届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第一阶段论文

题 目 动态模糊图像复原

关 键 词 运动模糊 模糊方向 模糊长度 相机响应函数 Radon 变换

## 摘 要：

在照片的形成过程中相机会产生相机响应函数（CRF）。因为 CRF 是非线性的，在模糊图像去模糊的过程中会产生一定的影响，但目前的运动模糊去除算法中没有消除它的影响。本文针对动态模糊图像恢复进行研究。以附件和查阅的相关资料为基础，在假设已知模糊的运动方向上，建立模糊图像结合 CRF 的运动模糊模型。首先将模糊图片通过 CRF 的反函数求的 RAW 的模糊图，然后通过去模糊的方法得到去模糊的 RAW 图，最后通过 CRF 函数得到复原结果。

在求解模糊图像的运动方向中，通过分析模糊图像的模糊，分析运动模糊图像的频谱特征，确定图像中暗纹的方向。在提取暗条纹边缘特征的基础上，利用两次 Radon 变换估计得到动态模糊方向。

针对问题一：。在去模糊过程之前，要去除摄像机响应函数的对模糊图片的影响，也就是将去模糊的对象换成图像辐照度，在去模糊之后，再将辐照度通过摄像机响应函数映射一到图像强度。所以，对摄像响应函数的求解应该是去模糊过程的首要任务。在曝光时间内，图像成像传感器接受光量子决定了图像的像素强度值  $I(x)$ ：

$$I(x) = \int_0^T \Delta I(x, t) dt \approx \sum_{i=1}^N \Delta I(x, t_i) \quad (1)$$

将其离散化，通过对曝光时间的一种理想化假设，得到模糊图与真实图的关系，在已知相机工作的参数的基础下，通过多项式进行模拟求解相机响应函数

针对问题二：在曝光时间较短时，像点的运动可以看作匀速直线运动，将模糊图像的一般模型： $g(x, y) = f(x, y)h(x, y) + n(x, y)$  退化为  $g(x, y) = f(x, y)h(x, y)$ ，分析模糊图像的成像原因。对运动模糊图像的频谱特征进行研究，确定了运动模糊图像频谱图中暗条纹方向特征与运动信息的关系。设计开发 Radon 算法来估计运动模糊方向。

针对问题三：利用相机响应函数结合维纳滤波去模糊的方法先将模糊图像模型二分析的到图像的运动估计为  $\theta$  以及模糊尺度估计为  $L$  的到维纳滤波去模糊的参数，再由模型三的相机的响应函数。首先将模糊图通过 CRF 的反函数求的 RAW 的模糊图像，然后在通过维纳滤波去模糊的方法的到去模糊的 RAW 图像，最后再加上 CRF 的到图的图像。

参赛队号： 5899

所选题目： B 题

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

### Abstract

In the process of photo formation, the camera will produce a camera response function (CRF). Because CRF is nonlinear, it will have a certain effect in the process of blurred image deblurring, but its influence is not eliminated in the current motion blur removal algorithm. In this paper, dynamic blurred image restoration is studied. Based on the attachment and related data, a motion blur model based on fuzzy image combined with CRF is established on the assumption of known blurred motion direction. Firstly, the fuzzy graph of RAW is obtained by the inverse function of CRF, then the defuzzy RAW graph is obtained by the method of deblurring. Finally, the restoration result is obtained by the CRF function. In solving the motion direction of the blurred image, the direction of the dark grain in the image is determined by analyzing the blur of the blurred image and analyzing the spectral characteristics of the motion-blurred image.

On the basis of extracting the edge features of dark fringes, the dynamic fuzzy direction is estimated by using the double Radon transform. To question one: Before the process of deblurring, the effect of camera response function on the blurred image should be removed, that is, the deblurring object should be replaced by image irradiance, and then the irradiance should be mapped to

the image intensity through the camera response function after deblurring. Therefore, the solution of the camera response function should be the primary task of the deblurring process. In the exposure time, the image sensor accepts the light quantum to determine the pixel intensity value of the image: (1) Through an idealized assumption of exposure time, the relationship between fuzzy graph and real image is obtained. Based on the known parameters of camera operation, the camera response function is solved by polynomial simulation. In view of the second problem: when the exposure time is relatively short, the motion of image points can be regarded as uniform linear motion, the general model of blurred image is reduced to, the imaging reason of blurred image is analyzed. The spectral characteristics of motion blur images are studied and the relationship between the direction features of dark fringes and motion information in motion blur images is determined. Radon algorithm is designed and developed to estimate motion blur direction. In order to solve the third problem, the method of camera response function and Wiener filter is used to estimate the motion of the image analyzed by fuzzy image model 2 and the parameter of fuzzy scale estimation to Wiener filter. Then the response function of model 3 camera is introduced. Firstly, the blur image of the RAW of the fuzzy graph passing through the ball of the inverse function of CRF is blurred, then the RAW image is blurred by Wiener filter, and the image of the CRF the graph is added at last

## § 1 问题的重述

### 一、引言

#### 1. 研究背景

在生活中我们经常用相机拍摄图片时由于物体与相机的相对运动而导致图像的模糊，在交通事件处理中，由于车辆的高速行驶和摄像机曝光时间的延迟使得拍摄的图像模糊看不清车牌等现象[2].

相机拍摄图像的形成、传输、记录等过程中，在现有设备不完善使得图像的质量下降，这一现象被称为图像的退化。图像质量下降最为常见典型的有比如：模糊、失真、噪声大等。而引起退化的原因繁多，图像退化当前主要研究的原因是光学系统的像差、摄像机在拍摄过程中与物体之间不可避免的相对运动，如：相机本身的曝光时间，成像传感器收到的光量；以及在拍摄过程中的抖动等[4]。

图像退化中比较重要的一种——图像模糊。其产生的原因繁多，当中比可避免的有天气、相机的像素、灯光和相机的对焦问题。在对图像的传输与处理中也有可能使得在处理的细节中对图像信息的一种丢失导致图片质量的下降。

摄像机的曝光过程，是数字图像模糊的形成过程，曝光结束后，形成了辐照度图像然后通过摄像机响应函数将辐照度图映射到最终的强度图像上。并且，在辐照度图的形成过程中，还存在非线性的生成饱和和像素的饱和过程。

#### 2. 附件详解

附录一为在模型二当中求解频谱图时，通过软件 Microsoft Visual Studio2010 进行的傅里叶变换的代码部分。

附录二是在模型三种求解相机响应函数参数时利用 matlab2016b 进行求参数并画出具体图像

#### 3. 研究意义

图像的去模糊已知是计算机图像处理中研究的一个重要问题，当中较为常见的是运动模糊。在图像去模糊中比较经典的算法有：Richardson-Lucy 算法、最大期望算法、贝叶斯去模糊算法等。但大多数的去模糊算法都没有考虑到 CRF 对模糊图片去模糊效果的影响。在不考虑 CRF 的影响下，直接去除模糊会导致图片的边界处出现振铃效果，然而在去模糊之前去除非线性的 CRF 对去模糊效果的影响得到的结果会优于直接去模糊。

### 二、具体问题

具体问题一：讨论动态模糊图像的成像原因，建立相机运动与动态图像模糊的联系

具体问题二：对于运动模糊图像如何获得运动方向以及运动模糊长度

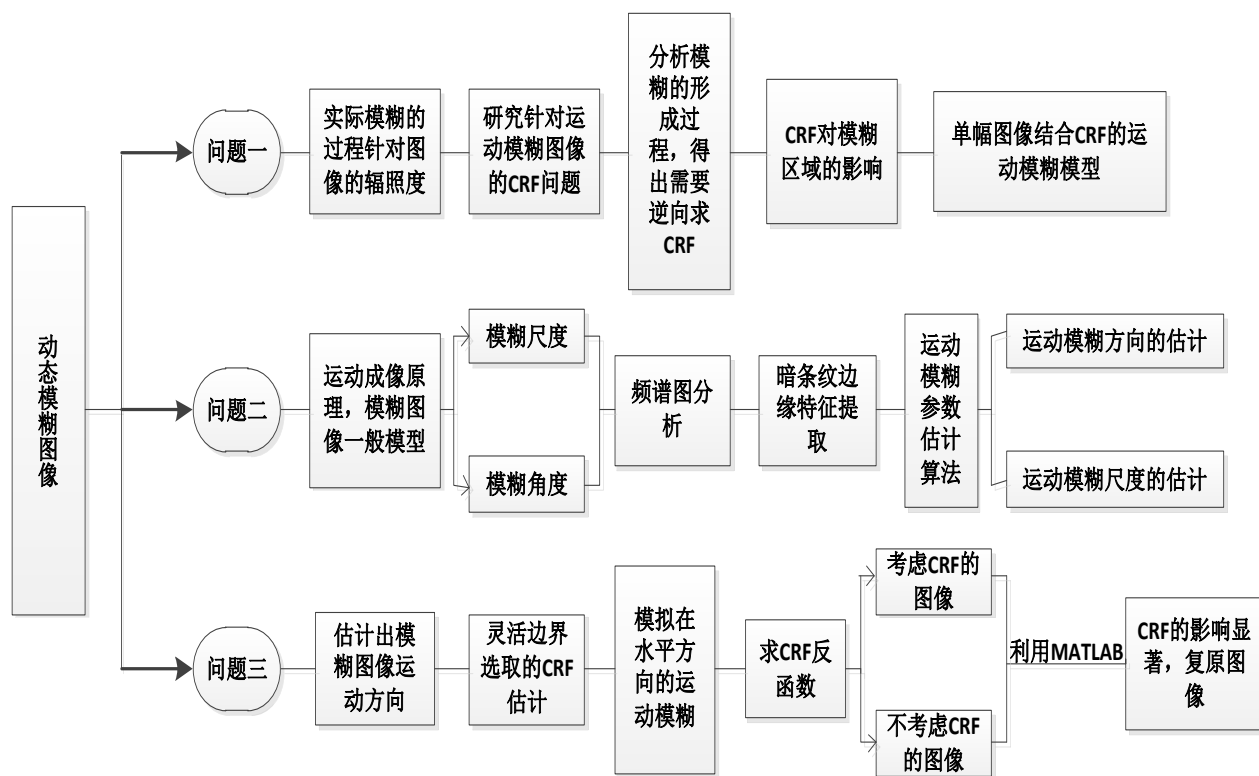
具体问题三：如何求解相机响应函数，并利用相机响应函数还原动态模糊图像

## § 2 问题的分析

### 一、研究思路和步骤

题目要求我们建立数学模型把模糊的动态模糊图像尽可能的还原成比较清晰的图像。在实际生活中，造成图像模糊的因素有很多，。在模型建立之前，我们有必要弄清楚运动的物体和静止的物体在拍摄当中的区别，进而分析出因为物体运动而使得图片模糊的原因。首先运动的物体与静止的物体的区别在于：运动的物体具有具体的运动速度函数和运动角度函数等。在本文中，我们考虑由运动而造成的模糊以及相机响应函数的非线性造成的模糊，将运动的物体看成是匀速直线运动得到物体运动的角度也是一个常量，然后再由模糊图像的一般模型建立综合的模糊图像退化模型，通过傅里叶变换，将模糊图像的退化模型转化为运动模糊图像的点的扩散函数，分析提取模糊图像的暗条纹，确定其运动模糊图像的运动角度，即运动方向。在求成运动方向的基础上灵活的选取边界估计相机响应函数（CRF）；最后根据求解的 CRF 函数，逆向求的模糊图片的 RAW 图，接着根据维纳滤波法去模糊得到较为清晰的图片[6]。

具体思路流程图所示：



## § 3 模型的假设

- 1、只考虑运动图像是一个二维平面的匀速直线运动
- 2、假设曝光时间短，周围的噪声小

- 3、在边界的两边，图像强度都是均匀的
- 4、在运动方向上模糊图像的背景像素具有很强的相关性
- 5、不考虑其他因素对图片造成的模糊
- 6、假设在图像变换是线性空间不变系统

## § 4 符号的说明

编号	符号	说明
1	$B$	模糊的图
2	$\hat{B}$	不考虑 CRF 作用的模糊图
3	$I$	曝光后记录的图像
4	$\Delta I$	dt 内的传感器接收到的光量
5	$L$	运动模糊尺度
6	$\theta$	运动模糊方向
7	$H$	物距
8	$f$	镜头焦距
9	$T$	曝光时间
10	$s$	像素大小
11	$a$	在 x 轴的位移
12	$b$	在 y 轴的位移
13	$\alpha$	暗条纹的方向角
14	$D$	中心点两侧的暗条纹间距
15	$d$	其他暗条纹间距
16	$E$	选取的边界数目
17	$\omega_j$	第 j 条边界的强度范围
18	$M$	原图的模糊大小

## § 5 模型的建立与求解

### 5.1 问题一的模型建立与求解

#### 5.1.1 分析流程图

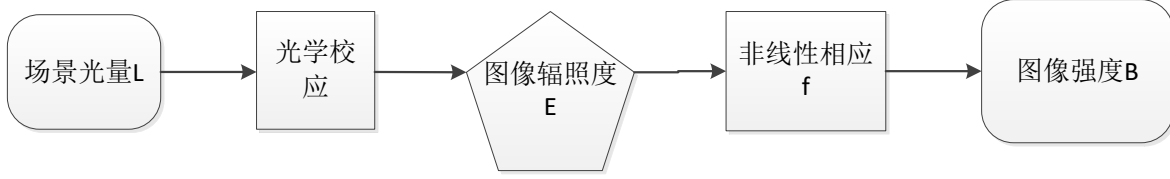


图 1 问题一分析流程图

### 5.1. 2CRF 对模糊区域的影响

我们首先来分析 CRF 对模糊区域的影响。 $I$  代表清晰的图,  $B$  代表对应的模糊图,  $\hat{B} = I \otimes K$  代表的是不考虑 CRF 作用的传统模型的模糊图。通过  $B$  和  $\hat{B}$  的差值来衡量 CRF 对模糊图的影响大小,  $\Gamma = B - \hat{B}$ 。在均匀区域、低频区域我们很容易可以可到

$\lim_{B \rightarrow \hat{B}} \Gamma = 0$ 。因此我们分析高频高对比度区域: 首先考虑以下形式的锐边界  $I(x)$ :

$$I(x) = \begin{cases} 0, & x < 0.5 \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

$f^{-1}(x)$  有边界  $f^{-1}(0) = 0$  且  $f^{-1}(1) = 1$  假设有  $f^{-1}(I) = I$  可得:

$$B = f(f^{-1}(I) \otimes K) = f(I \otimes K) = f(\hat{B}) \quad (3)$$

$$\text{即} \quad \Gamma = f(B) - B \quad (4)$$

在这个例子中,  $\Gamma(x)$  度量了  $f(x)$  偏离线性方程  $y(x) = x$  的程度。当  $f(x) \rightarrow x$  时,  $\Gamma(x) \rightarrow 0$ 。但是, 实际中的 CRF 是非线性的。令  $I_{\min}$  和  $I_{\max}$  分别表示图像  $I$  在大小为模糊核覆盖的局部区域内的强度最小值和最大值, 如果  $f^{-1}$  是凸的, 那么模糊不一致差  $\Gamma$  的范围为:  $0 \leq \Gamma \leq I_{\max} - B \leq I_{\max} - I_{\min}$  因为  $K$  只包含 0 和正值, 所以可以把  $f^{-1}(I) \otimes K$  看做像素值的正组合。如果  $f^{-1}$  是凸的, 由汤森不等式可得:

$$f^{-1}(I) \otimes K \geq f^{-1}(I \otimes K) \quad (5)$$

又因为 CRF 是单调递增的, 可得到:

$$B = f(f^{-1}(I) \otimes K) \geq f(f^{-1}(I \otimes K)) = \hat{B}, \text{ 即 } \Gamma > 0。$$

又因为  $I \otimes K \leq I_{\max}$ , 并且  $f^{-1}$  是单调递增的, 由此可得:

$$B = f(f^{-1}(I) \otimes K) \leq f(f^{-1}(I_{\max})) = I_{\max} \quad (6)$$

同样, 可得  $B = I \otimes K \geq I_{\min}$ 。由以上两式可得:

$$I_{\min} \leq B \leq I_{\max}$$



$$\text{即:} \quad 0 \leq \Gamma \leq I_{\max} - B \leq I_{\max} - I_{\min} \quad (7)$$

在上面的中不难发现,非线性 CRF 对高频高对比度的区域有显著差异,进而高频高对比度区域经常出现振铃效应。换句话说,由于 CRF 对这些区域影响显著,那么这些区域包含的 CRF 信息也就相对比较多。所以在求解 CRF 中就应该选取一些高频高对比度的区域。

### 5.1.3 图像结合 CRF 的运动模糊模型

在曝光时间内,相机上的成像传感器接收到的光量决定了图像的像素强度值。

$$I(x) = \int_0^T \Delta I(x, t) dt = \sum_{i=1}^N \Delta I(x, t_i) \quad (8)$$

其中,  $I(x)$  为相机对曝光后的图像记录;  $\Delta I(x, t)$  是相机在第  $t$  个无穷小的时间间隔内  $dt$  内的相机的传感器接收到的光量;  $[0, T]$  为总的曝光时间;  $x$  是一个  $3 \times 1$  的向量,表示的是同一个坐标系下的像素点坐标。将积分离散化之后可近似得到后面的结果。如果相机和场景在曝光时间里面没有相对的移动时,并且假设噪声比较小。那么有  $\Delta I(x, t_1) \approx \Delta I(x, t_2) \approx \dots \approx \Delta I(x, t_N)$  也就是  $I(x) \approx N \Delta I(x, t_0) = I_0(x)$  是一个清晰图。当相机和场景对象之间在曝光时间内存在相对运动时,  $I(x)$  就是许多不同的中间图像  $\Delta I(x, t_i)$  的累积。这个相对运动,在图像平面内产生的是一个投影变换  $\Delta I(x, t_i) = \Delta I(h_i x, t_{i-1})$ ,  $h_i$  是一个非奇异的单应性矩阵。如果知道了所有的  $h_i$ , 就可以用  $I_0(x)$  表示所有的  $\Delta I(x, t_i)$ :

$$\Delta I(x, t_i) = \Delta \left( \prod_{j=1}^i h_j x, t_0 \right) = \frac{1}{N} I_0(H_i x) \quad (9)$$

其中,  $H_i$  同样是一个单应性矩阵。这样就得到了运动模糊模型:

$$B(y) = \sum_{i=1}^N \Delta I(x, t_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N I_0(H_i x) \quad (10)$$

其中,  $B(y)$ , 是动态模糊图像;  $I_0(x)$  是对应的清晰图。考虑将相机响应函数  $f$  加入该模糊模型中:

$$g(I(x)) = \int_0^T \sum_{i=1}^N g(\Delta I(x, t_i)) dt = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(I_0(H_i x)) \quad (11)$$

其中,  $g$  是相机响应函数  $f$  的反函数。

若知道清晰的初始位置图  $I_0$  和单应性矩阵  $H_i$ , 以及最后的模糊图  $B$ , 那么选择高对比度高强度相对高的的区域,  $x \in [x_{\min}, x_{\max}]$ ,  $y \in [y_{\min}, y_{\max}]$ , 在这个区域内来求解

CRF。对模糊图  $I$  的一个像素点  $(x, y)$   $g(I(x, y)) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(I_0(H_i^{-1}(x, y)))$ 。

$$\arg_{g(\cdot)} \min (Ng(i(x, y)) - \sum_{i=1}^N g(I_0(H_i^{-1}(x, y))))$$

对于完整的图片区域上有：

$$\arg_{g(\cdot)} \min \sum_{x=x_{\min}}^{x_{\max}} \sum_{y=y_{\min}}^{y_{\max}} (Ng(I(x, y)) - \sum g(I_0(H_i^{-1}(x, y)))) \quad (12)$$

### 5.1.3 问题一结论：

经过分析，虽然此模型针对模糊处理可以一定的理论基础，但是模型一处理过多的依赖于相机成像原理以及相机的硬件设施进行 CRF 求解模型，而且在处理过程中所需要的已知量太多如：清晰图, 模糊图和运动轨迹对应相应的单性矩阵。所以实践过程中并不实用

## 5.2 问题二模型建立与求解

### 5.2.1 分析流程图

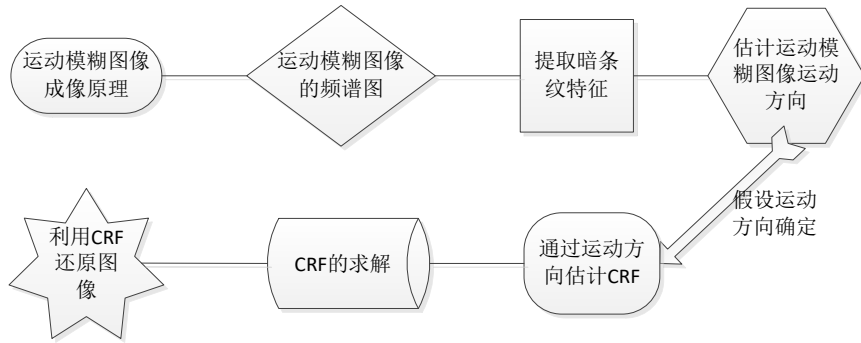


图 2 问题二分析流程图

### 5.2.2 模型二的准备

在现实生活中，相机成像过程中，相机与场景之间避免不了相对运动，故在短暂的曝光时间内所得到的图像会产生运动模糊，导致了图像的质量下降。因此建立运动模糊函数，函数中的模糊方向和模糊的尺度反映出成像设备与场景之间的相对运动。根据运动模糊图像的成像原理和特性，建立了运动方向和模糊尺度与模糊函数之间的关系，提出了运动模糊参数的估计方法来估计动态模糊图像的运动方向和模糊尺度。[5]

### 5.2.3 运动模糊成像原理模型

在模糊成像过程中，实拍物体中的每一个点与相机产生的像素并不是一一对应关系，而是在图像平面上弥散成一个离散的区域。我们为了降低算法的难度和计算的复杂度，假设图像变换为线性空间不变系统，则模糊图像的一般模型为

$$g(x, y) = f(x, y)h(x, y) + n(x, y)$$

式中： $g(x, y)$  为卷积； $f(x, y)$  为原始图像； $h(x, y)$  为点扩散函数； $n(x, y)$  为加性噪

声.

在拍摄过程中物体与相机之间的运动关系相对比较复杂，其中可以包括变速运动、非直线运动，然而由于曝光时间相对比较短暂，其运动关系均可以近似的分解成多段无穷小时间内匀速运动的一个矢量和，匀速直线运动模糊的点扩散函数

$h(x, y)$  为：

$$h(x, y) = \begin{cases} 1/L, \sqrt{x^2 + y^2} \ll L, y = x \tan \theta \\ 0, \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

式中： $L$ 为模糊尺度； $\theta$ 为运动方向。

相机在运动过程中所获取的物体图像需要参与卷积，所以形成后的运动模糊也为全局运动模糊。运动模糊图像原理如图所示。图 3 中  $xoy$  为相机的成像图平面， $XOY$  为运动平面，且运动平面与图像平面几乎平行，相机的光轴与运动平面垂直。当目标点在  $XOY$  平面内由  $A$  点运动到  $B$  点时，运动的位移为  $\Delta S$ 。在一定的曝光时间内，在小孔成像当中，目标点在  $xoy$  平面上由  $a$  点到  $b$  点的灰度连续变化为模糊轨迹  $\Delta s$ 。两者之间的同步运动直观地反映了目标点的运动轨迹。相机的曝光时间为  $T$ ，拍摄物体在  $XOY$  平面的运动位移就为  $\Delta S = Tv$ ，其映射在  $xoy$  平面的运动位移为  $\Delta s = Ls$ ，由图 1 可推导出运动速度  $v$  为

$$v = \frac{H}{f} \frac{1}{T} Ls \quad (14)$$

式中： $H$  为物距； $f$  为镜头焦距； $T$  为曝光时间； $L$  为曝光时间内的运动位移，即运动模糊尺度； $s$  为像素大小。

由式（3）可知，在物距、镜头焦距、曝光时间已知的前提下，运动速度与模糊尺度成正比。[6]

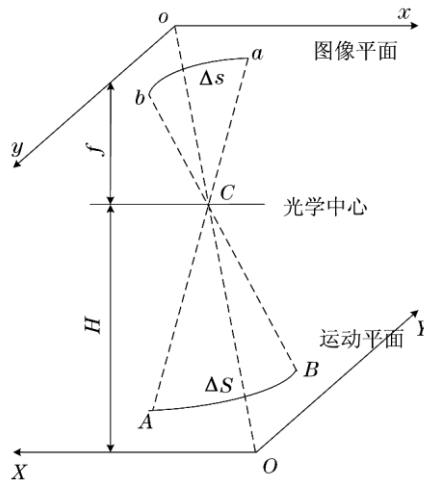


图 3 运动模糊图像成像原理图

#### 5.2.4 运动模糊图像的频谱特征分析

对忽略加性噪声  $N(u,v)$  的运动模糊图像  $g(x,y)$  进行离散傅里叶变换，则有：

$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v) \quad (15)$$

在曝光时间  $T$  内，在  $X$  轴的位移为  $a$ ，在  $Y$  轴的位移为  $b$ ，则在  $t$  时间内的运动位移为  $x_0 = (at)/T, y_0 = (bt)/T$ ，图像分辨率为  $M \times N$ ，则点扩散函数  $h(x,y)$  的离散傅里叶变换函数  $H(u,v)$  可表示为

$$H(u,v) = \frac{T}{\pi(\frac{ua}{M} + \frac{vb}{N})} \sin(\pi(\frac{ua}{M} + \frac{vb}{N})) e^{-j\pi(\frac{ua}{M} + \frac{vb}{N})} \quad (16)$$

式中： $u = 0, 1, 2, \dots, M-1; v = 0, 1, 2, \dots, N-1$

由式 (15)，(16) 则有

$$|G(u,v)| = |F(u,v)| |H(u,v)| = |F(u,v)| T \frac{\sin(\pi(\frac{ua}{M} + \frac{vb}{N}))}{\pi(\frac{ua}{M} + \frac{vb}{N})} \quad (17)$$

由式 (6) 可知，点扩散函数频谱中的幅值函数  $|H(u,v)|$  具有  $\sin c$  函数的特征，故运动模糊图像频谱的幅值  $|G(u,v)|$  也具有  $\sin c$  函数的特征。当  $n \neq 0$  时  $|H(u,v)| = 0$ ，

则  $|G(u,v)|$ ，显示为暗条纹；当  $(\frac{ua}{M} + \frac{vb}{N}) = n$ ， $n = 0$  时， $|H(u,v)|$  取得最大值，则

$|G(u,v)|$  亦取最大值，显示为亮条纹。

对问题中的动态模糊图像进行运动模糊的模拟分析。



图 4 运动模糊图

### 5.2.5 暗条纹方向的频谱特征

采用运动模糊尺度  $L=10(pixel)$ ，运动模糊角度分别为  $0^\circ$  和  $30^\circ$  的点扩散函数对图 4 进行卷积，产生全局运动模糊，对其进行傅里叶变换得到频谱图。运动模糊图像及其频谱图如图 4 所示。

由图 4 可知，无论运动模糊方向是水平运动还是非水平运动，在运动模糊图像的频谱图中均出现了相互平行的暗条纹，这些暗条纹为  $|G(x, y)|=0$

时所对应的位置。暗条纹的分布方向一致，且与运动方向的夹角近似  $90^\circ$

.

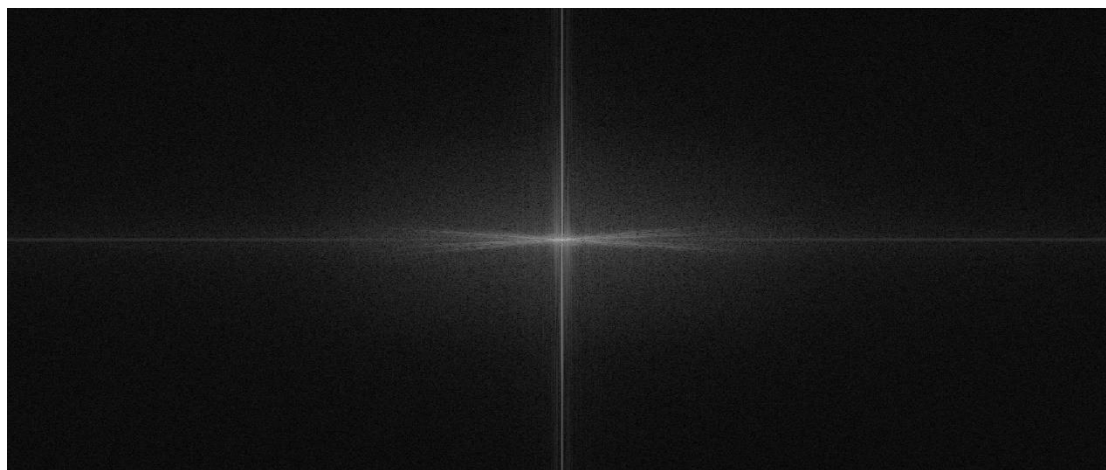


图 5 暗纹分析频谱图

### 5.2.6 暗条纹间距的频谱特征

采用水平运动且不同运动模糊尺度  $L=10(pixel)$  的点扩散函数对图 2 进行卷积，产生全局运动模糊图像，对其进行傅里叶变换得到频谱图。运动模糊图像及其频谱图如图 4 所示。由图 4 可知，随着运动模糊尺度的增加，频谱图中条纹的数量也在增加，但是

暗条纹的间距却在变小，即运动模糊尺度与模糊图像频谱图中暗条纹的数量成正比，与暗条纹的间距成反比。

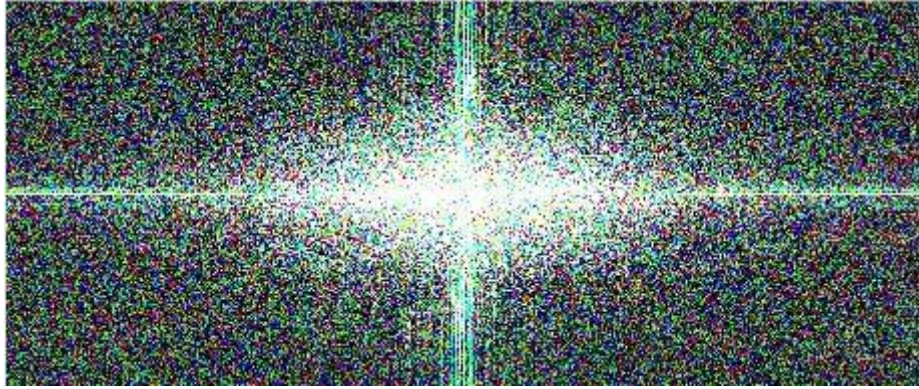


图 6 暗纹间距频谱

### 5.2.6 暗条纹边缘特征提取

分析运动模糊图像的频谱图可以得到，即模糊尺度与模糊方向体现在暗条纹之间的间距与暗条纹的方向，所以只需提取暗条纹的特征信息，即可确定运动参数。由于暗条纹分布规律明显，在提取特征时无需对频谱图像整体进行处理，只需选取合适的特征区域即可，该特征区域必须包含表征运动信息的间距特征与暗条纹方向。

为了能够在特征区域中保留暗条纹特征，又同时消除频谱中心高亮度的影响，在兼顾暗条纹特征和计算速度的前提下，本文在频谱图的中心位置的上方选取的矩形区域作为特征区域，该区域中暗条纹特征明显。

对图 5 的特征区域进行 canny 算子的边缘特征提取，得到如图 6 所示 r 暗条纹边缘特征，运动模糊尺度较小时暗条纹边缘模糊，边缘特征提取不连续。随着运动模糊尺度的增加，暗条纹边缘变得清晰，边缘特征连续。

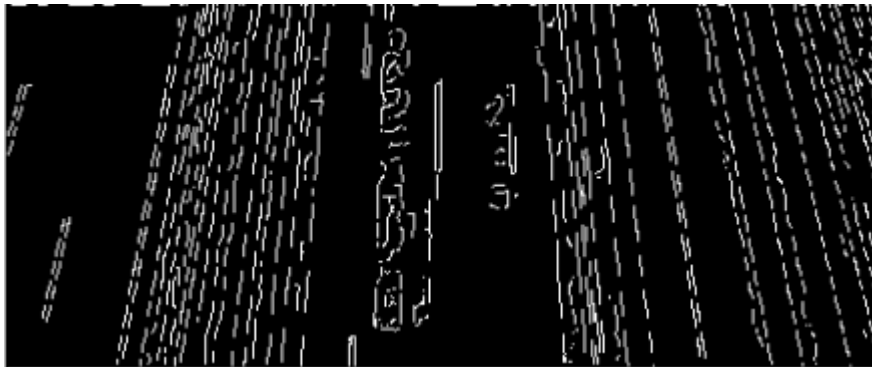


图 7 暗纹边缘特征图

### 5.2.7 运动模糊方向的估计

运动模糊图像频谱图中暗条纹可由直线  $(\frac{ua}{M} + \frac{vb}{N}) = n$  来表示，暗条纹的方向角  $\alpha$

等于该直线的斜率，两者之间的关系为

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} \frac{N}{M} \quad (18)$$

设  $\theta$  为成像系统与被测目标的相对运动方向，则将  $\tan \theta = b/a$  代入式 (7) 可得

$$\tan \theta = \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \frac{N}{M} \quad (19)$$

由式 (8) 可知，当图像的行列相等时，频谱图中运动模糊方向  $\theta$  与暗条纹方向  $\alpha$  之和等于  $90^\circ$ ；行列不相等时，频谱图中运动模糊方向  $\theta$  与暗条纹方向

$\alpha$  之和不等于  $90^\circ$ ，而与两者之比有关。由运动模糊图像频谱图识别出暗条纹的角度  $\alpha$ ，将其代入式 (8) 中计算出运动模糊方向。

我们采用 Radon 变换估计频谱图中暗条纹角度，Radon 变换是指对图像矩阵在某一指定方向上进行线性积分的变换，Radon 变换原理如图 7 所示。通过 Radon 变换将图像中所含有的线转换到相应的线参数域中，图像中的每一条线在线参数域[9]

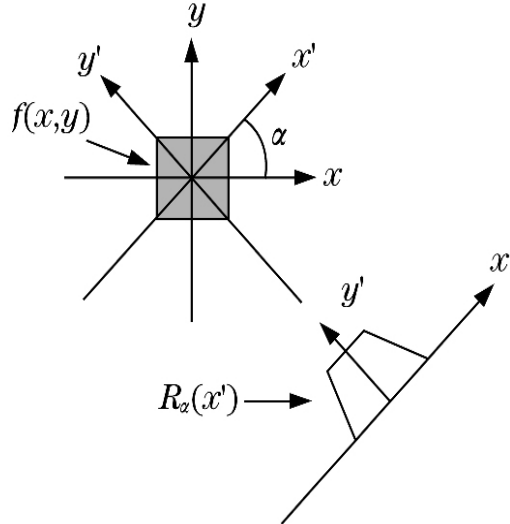


图 8 变换原理图

中的相应位置都会出现一个峰值，因此相互平行且具有相同方向的暗条纹在经过 Radon 变换后，在线参数域中的相应的角度位置就会出现峰值，该峰值点对应的

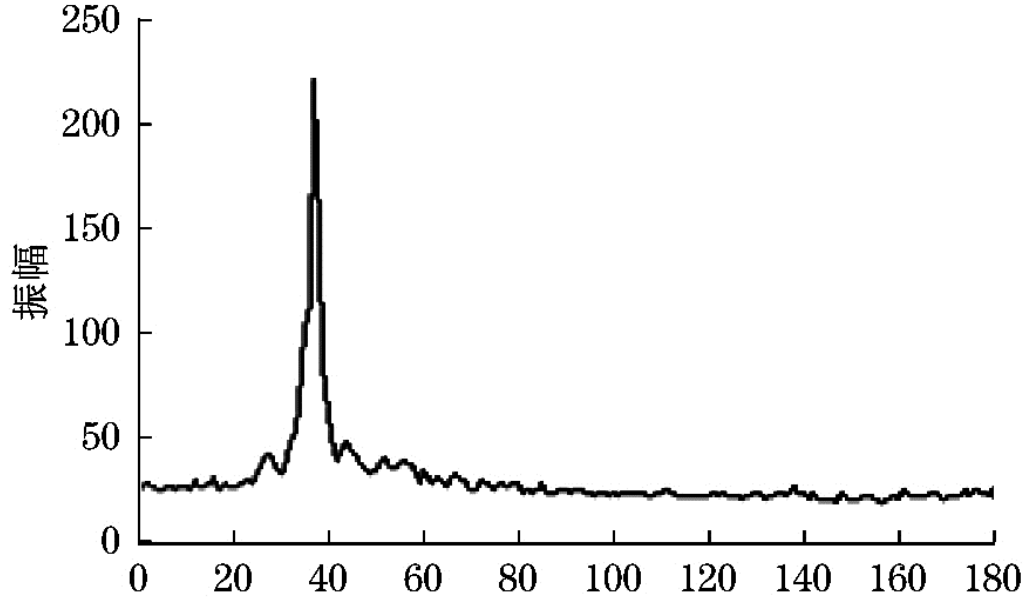


图 9 radon 变换图

坐标即为暗条纹的角度. 对  $30^\circ$  方向的运动模糊图像进行 Radon 变换, 其变换曲线, 得到运动模糊方向为  $31.0834^\circ$

### 5.2.8 运动模糊尺度的估计

运动模糊图像频谱图的中心点与直线  $(\frac{ua}{M} + \frac{vb}{N}) = 1$  的距离为  $d$ , 根据中心点与直线间距离的公式, 则  $d$  为

$$d = \frac{1}{\sqrt{(\frac{a}{M})^2 + (\frac{b}{N})^2}}$$

对运动模糊图像的频域特征分析可得, 频谱图中心点两侧的暗条纹间距  $D$  是其他暗条纹间距  $d$  的 2 倍, 即  $d = D/2$ . 设运动模糊图像的模糊尺度为  $L$ , 则  $a = L \cos \theta, b = L \sin \theta$ , 令代入  $M/N = \sigma$ , 则  $D$  为

$$D = \frac{2}{\sqrt{(\frac{L \cos \theta}{M})^2 + (\frac{\sigma L \cos \theta}{M})^2}} = \frac{2M}{L \sqrt{(\cos \theta)^2 + (\sigma \cos \theta)^2}} \quad (20)$$

由式 (20) 得到运动模糊尺度  $L$  为

$$L = \frac{2M}{D \sqrt{(\cos \theta)^2 + (\sigma \cos \theta)^2}} \quad (21)$$



由式 (21) 可知, 运动模糊的模糊尺度与运动模糊方向  $\theta$  成反比, 与频谱图中暗条纹间距  $D$  成反比. 此外, 暗条纹间距与图像尺寸  $M \times N$  有关.

对频谱图在运动模糊方向进行投影, 投影曲线主瓣宽度与频谱图中心点两侧暗条纹距离相等, 因此对频谱图在运动模糊方向角度  $\theta$  上进行两次 Radon 变换得到投影图. 提取与中心点对称的两个极值点坐标, 估计中心点两侧暗条纹的间距  $D$ . 对频谱图进行二次 Radon 变换, 得到运动模糊尺度为  $L=8$ .

### 5.2.9 问题二结论

- (1) 分析了运动模糊图像的一般模型, 研究了运动速度与曝光时间对运动模糊图像的影响, 建立了运动模糊尺度与相机的移动速度的数学模型, 提出了基于运动模糊图像的方法.
- (2) 对运动模糊图像的频谱特征进行研究, 确定了运动模糊图像频谱图中暗条纹方向和间距的特征与运动信息的关系. 设计开发 Radon 算法来估计运动模糊方向和运动模糊尺度.

## 5.3 相机响应函数的求解模型

### 5.3.1 模型的准备

模型一处理完全依赖于相机成像原理以及相机的硬件设施进行 CRF 求解模型, 而且在处理过程中所需要的已知量太多如: 清晰图, 模糊图和运动轨迹对应相应的单性矩阵. 所以实践过程中并不实用, 而我们下面的 CRF 求解方法是通过模型二求出运动方向, 就可以通过模糊图求解出 CRF, 在一条模糊边界  $e$ , 在边界的两边图像强度都是均匀的, 并且假设运动也是均匀运动, 从边界模糊开始分析.

### 5.3.2 模型的建立

在已知一组清晰边界  $[I_s, \dots, I_s, I_L, \dots, I_L]$ , 在边界垂直方向运动, 那么最后模糊边界形式为  $[I_s, \dots, I_s, I_1, I_2, \dots, I_M, I_L, \dots, I_L]$ . 不考虑 CRF 的作用, 可得:

$$I_i = \frac{1}{M} \sum_{i+j=M} (iI_L + jI_s)$$

在没有 CRF 的作用下的情况中  $[I_1, I_2, \dots, I_M]$  为与等差数列相近的数列. 在 CRF 作用之下, 清晰边界和模糊边界的的形式基本不变, 那么模糊边界关系如下分析  
在没有 CRF 的作用之下是一个近似的等差数列. 在 CRF 作用之下清晰边界和模糊边界的假设的形式, 边界关系如下.

$$g(I_i) = \frac{1}{M} \sum_{i+j=M} (ig(I_s) + jg(I_L))$$

其中  $[g(I_1), g(I_2), \dots, g(I_M)]$  为一个与等差数列相近的数列

$$g(I_j(m+1)) - g(I_j(m)) = \frac{1}{M} (I_L - I_S)$$

运动模糊图像的摄像机会响应函数估计方法，那么我们可以通过以下方法计算

$$\arg_{g(\cdot)} \min \sum_{j=1}^E \sum_{m=1}^{M-2} \omega_j (g(I_j(m+2)) + g(I_j(m)) - 2g(I_j(m+1)))^2 \quad (22)$$

其中  $E$  是选取的边界数目； $\omega_j$  是第  $j$  条边界的强度范围, 在这里也可以作为一个权值函数, 即强度范围大的边界可以提供更多的 CRF 求解的参考； $M$  代表的是原图的模糊大小。

#### 5.4.3 实验结果与分析

利用 gamma 曲线模拟的 CRF, 模糊是通过运动的模糊模型确立模拟的在水平方向的运动模糊, 选较粗线条标记出来的边界作为计算的数据分析, 通过处理的方法求解。

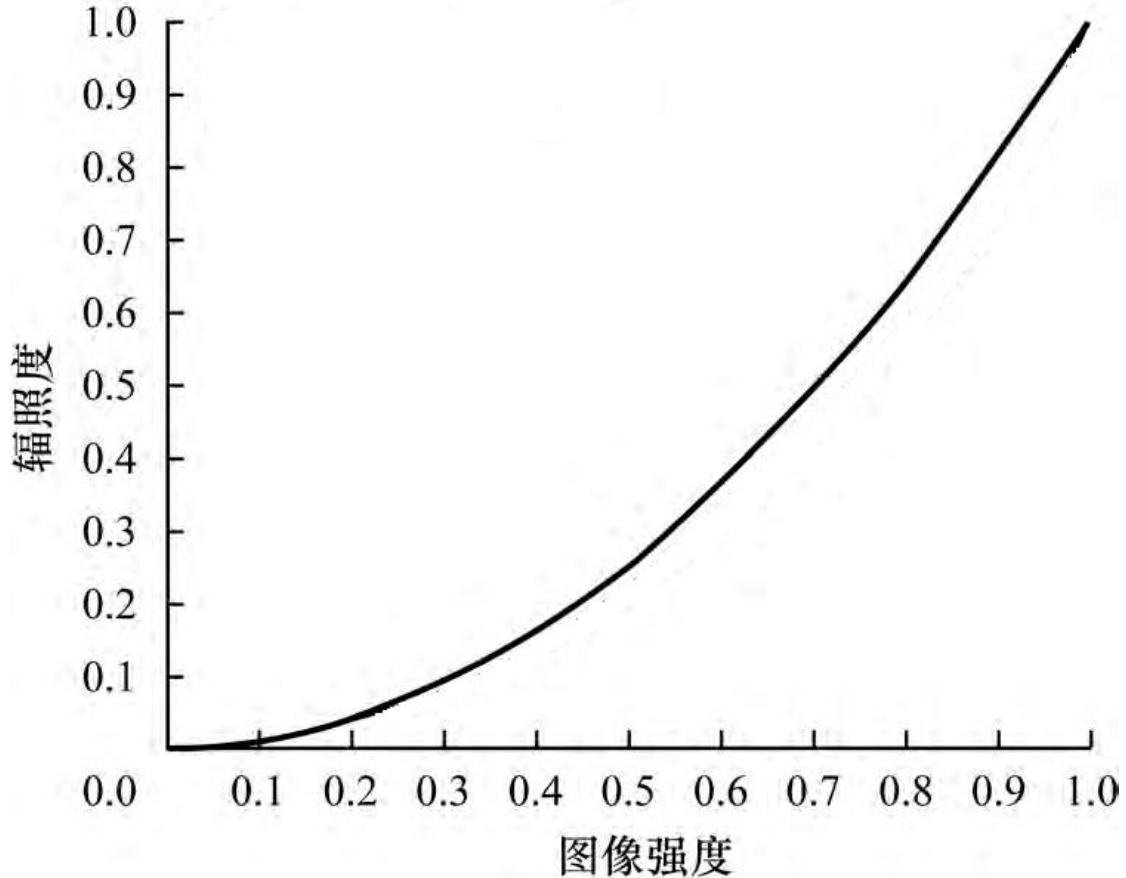


图 10 模糊图片的响应函数图

利用相机响应函数结合维纳滤波去模糊的方法先将模糊图像模型二分析的到图像的运动估计为  $\theta = 31.08^\circ$  以及模糊尺度估计为  $L = 8$  的到维纳滤波去模糊的参数, 再由

模型三的相机的响应函数。首先将模糊图通过 CRF 的反函数球的 RAW 的模糊图像，然后在通过维纳滤波去模糊的方法的到去模糊的 RAW 图像，最后再加上 CRF 的到图的图像



图 11 模糊图片复原图

#### 5.3.4 模型三结论

相机响应函数对模糊图的作用, 以及对 去模糊过程造成的影响, 指出在去模糊的方法中有必要 考虑 CRF 的影响, 并将动态映射模糊模型和 CRF 结 合, 从真实的模糊图形成的过程逆向求解 CRF。 通过图像的边界强度信息求解 CRF 的方法有实验结果表明, 方法的复原效果相对与传统的复原方法是运动的模糊图像更加的清晰。

## § 6 模型的评价与推广

针对本题我们所建立的模型及实验得出的结果，我们对模型的优缺点分析有如下几点：  
优点：

- (1) 本文建立的运动模糊图像恢复模型思维缜密，具有很强的逻辑性，很容易理解并且得出的结果数据真实、可靠
- (2) 我们建立的运动模糊模型与 CRF 相结合的模糊模型，该模型能准确描述实际运动模糊图的形成过程，并在该模型的基础上提出一种灵活选取边界求解 CRF 的方法。实验结果证明，与传统方法相比，该方法具有较高的准确性。
- (3) 我们对造成运动模糊的过程进行全面的分析并与模糊图像的模型紧密相结合，恢复效果显著
- (4) 我们建立的运动模糊尺度与相机速度的数学模型，该模型提出的两次 Radon 变换估计模糊运动方向和模糊尺度的算法，对速度大于 2m/min 的全局模糊运动参数估计具有良好的结果，试验测得的速度与平均速度相对误差在 2% 以内，验证了所提方法的可靠性和有效性。

模型的缺点

- (1) 整个模型都建立在二维平面上，没有对图像进行彩色还原。
- (2) 本模型只考虑了物体做匀速运动时造成的动态图像模糊，至于对加速度、变加速运动的物体没有作全面的分析。
- (3) 我们只考虑了运动方向，假设运动方向已知，没有考虑运动轨迹等因素，不够有说服力。

模型的推广

根据文中所建立的模型，在只考虑运动方向的情况下，可以大体上把动态模糊图像复原。

## § 7 参考文献

- [1] 张铮,倪红霞,苑春苗,杨立红.精通 Matlab 数字图像处理与识别[M].北京:人民邮电出版社,2013.
- [2] 胡晓东,董辰辉. MATLAB 从入门到精通[M].北京:人民邮电出版社,2010.
- [3] 司守奎,孙兆亮.数学建模算法与应用[M].北京:国防工业出版社,2015.
- [4] 郭永彩,郭瑞瑞,高潮.运动模糊图像点扩展函数的参数鉴别[J].仪表学报,2010.31(5):1052-1057  
GUO Y C, GUO R R, GAO C. Identification of blur parameters from motion blurred images[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010. 31(5):1052-1057.
- [5] Grossberg M D, Nayar S K. What is the Space of Camera Response Functions[C]/Proceedings of IEEE Computer Society Conference. [S. l. ]:IEEE Press, 2004:1063-1074.
- [6] 金守峰,范荻,田明锐.基于运动模糊图像的车载视觉测速方法[J].中国工程机械学报.第十五卷.No. 1. 2017.
- [7] 张春.模糊图像的时频毗邻节点信息挖掘算法仿真[J]科技通报,第三十卷:28-30. 2014.
- [8] 阚未然,方贤勇.运动模糊图像的摄像机响应函数估计方法[J].计算机工程,第四十卷.No. 10. 2014
- [9] 王海莉,王玉良,陆晓燕,李丹.运动模糊图像点扩散函数参数估计[J].安徽工业大学学报. 2017.

## §8 附录

附录一

```
#include <stdio.h>
#include<opencv.hpp>
#include<iostream>

int main(void)
{
    cv::Mat src=cv::imread("C:/Users/Desktop/mohu.png",
CV_LOAD_IMAGE_GRAYSCALE);
    if (!src.data)
    {
        std::cout << "Image Load Fail!!!" << "\n";
        return 1;
    }
    cv::imshow("SRC", src);

    int r = cv::getOptimalDFTSize(src.rows);
    int c = cv::getOptimalDFTSize(src.cols);
    cv::Mat padded;
    cv::copyMakeBorder(src, padded, 0, r - src.rows, 0, c - src.cols,
cv::BORDER_CONSTANT, cv::Scalar::all(0));
    cv::Mat dst1[] = { cv::Mat_<float>(padded), cv::Mat::zeros(padded.size(),
CV_32F) };
    cv::Mat dst2;
    cv::merge(dst1, 2, dst2);
    cv::dft(dst2, dst2);
    cv::split(dst2, dst1);
    cv::magnitude(dst1[0], dst1[1], dst1[0]);
    cv::Mat magnitudeImage = dst1[0];
    magnitudeImage += cv::Scalar::all(1);
    cv::log(magnitudeImage, magnitudeImage);
    magnitudeImage = magnitudeImage(cv::Rect(0, 0, magnitudeImage.cols & -2,
magnitudeImage.rows & -2));
    int cx = magnitudeImage.cols / 2;
    int cy = magnitudeImage.rows / 2;
    cv::Mat q0(magnitudeImage(cv::Rect(0, 0, cx, cy)));
    cv::Mat q1(magnitudeImage(cv::Rect(cx, 0, cx, cy)));
    cv::Mat q2(magnitudeImage(cv::Rect(0, cy, cx, cy)));
    cv::Mat q3(magnitudeImage(cv::Rect(cy, cy, cx, cy)));
    cv::Mat tmp;
    q0.copyTo(tmp);
```

```

q3.copyTo(q0);
tmp.copyTo(q3);
q1.copyTo(tmp);
q2.copyTo(q1);
tmp.copyTo(q2);
cv::normalize(magnitudeImage, magnitudeImage, 0, 1, cv::NORM_MINMAX);
cv::imshow("spectrum magnitude", magnitudeImage);
cv::waitKey();
return 0;
附录二
function [nll, grad] = InstanceNegLogLikelihood(X, y, theta, modelParams)

    featureSet = GenerateAllFeatures(X, modelParams);

    nll = 0;
    grad = zeros(size(theta));
    ctree = CliqueTreeFromFeattrue(featureSet.features, theta,
modelParams);
    [ctree, logZ] = CliqueTreeCalibrate(ctree, 0);
    [featureCnt, weightCnt] = WeightFeatureCnt(y, featureSet.features,
theta);
    weightedFeatureCnt = sum(weightCnt);
    regCost = (modelParams.lambda/2)*(theta * theta');
    nll = logZ-weightedFeatureCnt+regCost;

    mFeatureCnt = ModelFeatureCount(ctree, featureSet.features, theta);
    regGrad = modelParams.lambda* theta;
    grad = mFeatureCnt-featureCnt+regGrad;
end

function ctree = CliqueTreeFromFeattrue(features, theta, modelParams)
    n = length(features);
    factors = repmat(EmptyFactorStruct(), n, 1);
    for i=1:n
        factors(i).var = features(i).var;
        factors(i).card =
ones(1, length(features(i).var))*modelParams.numHiddenStates;
        factors(i).val = ones(1, prod(factors(i).card));

        factors(i) = SetValueOfAssignment(factors(i),
features(i).assignment, exp(theta(features(i).paramIdx)));
    end

```

```

        ctree = CreateCliqueTree(factors);
    end

function [counts, weighted] = WeightFeatureCnt(y, features, theta)

    counts = zeros(1,length(theta));
    weighted = zeros(length(theta), 1);
    for i = 1:length(features)
        feature = features(i);
        if all(y(feature.var)==feature.assignment)
            counts(feature.paramIdx) = 1;
            weighted(i) = theta(feature.paramIdx);
        end
    end
end

function mFeatureCnt = ModelFeatureCount (ctree, features, theta)
    mFeatureCnt = zeros(1,length(theta));
    for i = 1:length(features)
        mIdx = features(i).paramIdx;
        cliqueIdx = 0;
        for j = 1:length(ctree.cliqueList)
            if all(ismember(features(i).var,ctree.cliqueList(j).var))
                cliqueIdx = j;
                break;
            end
        end
        eval = setdiff(ctree.cliqueList(cliqueIdx).var, features(i).var);
        featureFactor =
FactorMarginalization(ctree.cliqueList(cliqueIdx),eval);
        idx =
AssignmentToIndex(features(i).assignment, featureFactor.card);
        mFeatureCnt(mIdx) = mFeatureCnt(mIdx) + featureFactor.val(idx) /
sum(featureFactor.val);
    end
end

```