第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会　　网址：www.tzmcm.cn
电话：0471-4343756　　邮编：010021　　Email：2010@tzmcm.cn

第三届“ScienceWord 杯”数学中国

数学建模网络挑战赛
承　诺　书

我们仔细阅读了第三届“ScienceWord 杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛报名号为：#1717

参赛队员 (签名)：

队员 1：盛洪浩

队员 2：李娅飞

队员 3：高　云

参赛队教练员 (签名)：　数学建模组

参赛队伍组别：大学本科组

第三届数学中国数学建模网络挑战赛
地址：内蒙古数学会　　网址：www.tzmcm.cn
电话：0471-4343756　　邮编：010021　　Email：2010@tzmcm.cn

第三届“ScienceWord 杯”数学中国
数学建模网络挑战赛
编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛号码：（请各个参赛队提前填写好）：

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会　　网址：www.tzmcm.cn
电话：0471-4343756　　邮编：010021　　Email：2010@tzmcm.cn

2010 年第三届“ScienceWord 杯”数学中国数学建模网络挑战赛

题　　目　对北京二环路交通状况分析

关 键 词　网络　最大流　Braess 悖论

摘　　要

交通系统是整个社会体系的重要组成部分，然而近年来，日益严重的堵车问题已经成为各地交通难题.针对北京二环路交通拥堵的难题，我们对二环路各路段交通拥堵情况进行了一些调查，并通过对具体路况的分析做出了一定假设及讨论，随之根据具体情况分析建立了相应模型来进行处理.

针对北京二环路以内的路网中出现的交通拥堵，我们主要着重于对二环路主干路线的研究，并将二环路主干路线简化处理，形成一个简易的交通网，通过图论等相关知识研究交通网能够通过的流量，并对交通网络中对车辆的最大通过能力进行研究，即我们研究确立的交通网最大流模型，主要利用对路段自由交通量α、通行时间t、车流量f以及路段耽误系数β的数据统计结果根据公式$t=\alpha_{ij}+\beta_{ij}f_{ij}$计算出所研究路段的耽误系数，再利用 Braess 悖论相关知识进行判断得出结论.

由于交通网络中的一些网络都具有起点和终点，且每一弧都有明确的最大通过容量，但是由于网路配置的原因，各弧的实际能力往往达不到各弧的最大交通能力.因此，我们利用交通网络流量分配模型对交通流量进行最优化处理，使得总代价最小总时间最少.根据网络中的非线性规划问题分析 Prato 最优值，主要运用的用户均衡原理和 NASH 平衡原，从而解决导航系统的优化使用.

本文给出了关于 Braess 悖论的理论知识，并通过模型简化结合实际进行研究，这是对理论问题转化为实际问题的一个初步尝试，目标是分析道路拥堵产生因素及对拥堵情况的最优化处理建议.

参赛队号　#1717
所选题目　B 组题

参赛密码 ＿＿＿＿＿＿
（由组委会填写）

第三届数学中国数学建模网络挑战赛
地址：内蒙古数学会 网址：www.tzmcm.cn
电话：0471-4343756 邮编：010021 Email：2010@tzmcm.cn

英文摘要

Transport system is the important part of the social system, but in recent years, the growing traffic jams around the traffic problem has become. Second Ring Road in Beijing, the traffic congestion problem, we are all sections of the Second Ring Road, the traffic congestion situation in a number of surveys, and through the analysis of specific road conditions and made certain assumptions and discussion, followed established under the specific conditions of appropriate model to be processed.

Within the Second Ring Road in Beijing, the road network with the traffic congestion, we mainly focused on the main route of Second Ring Road and Second Ring Road trunk line is simplified, the formation of a simple transport network, through graph theory and other related Knowledge of transportation network through the traffic, and traffic network in the vehicle's maximum capacity to conduct research, that we study the transport network to establish the maximum flow model. Main advantage of the free traffic on the roads α , passage of time t , road delays traffic flow f and coefficient β of the statistical results according to the formula $t=\alpha_{ij}+\beta_{ij}f_{ij}$ calculate the coefficient of delay sections, and then use the knowledge to judge BRAESS paradox was a conclusion.

Because some of the network traffic in the network has a starting point and end point, and each arc has a clear maximum through capacity, but due to network configuration of the reasons, the arc of the actual capacity is often not reach the maximum traffic capacity of each arc, so We use traffic flow distribution network optimization model for dealing with traffic, making the total cost of at least the minimum total time. According to the network of PRATO nonlinear programming optimal value, the main use of user equilibrium principle and NASH equilibrium of the original, so as to solve the optimal use of navigation systems.

In this paper, the theoretical knowledge on BRAESS paradox, and model simplification by combining the actual conduct of research, this is a theoretical into the practical problems of an initial attempt to produce objective is to analyze the factors of road congestion and the congestion situation in the most optimized proposal.

Keywords: network maximum flow Braess Paradox

一、 问题的提出

Dirtrich Braess 在 1968 年的一篇文章中提出了道路交通体系当中的悖论.它的含义是:有时在一个交通网络上增加一条路段,或者提高某个路段的局部通行能力,反而使所有出行者的出行时间都增加了,这种为了改善通行能力的投入不但没有减少交通延误,反而降低了整个交通网络的服务水平.人们对这个问题做过许多研究,在城市建设当中也尽量避免这种现象的发生.但在复杂的城市道路当中,Braess 悖论仍然不时出现,造成实际交通效率的显著下降.在此,请你通过合理的模型来研究和解决城市交通中的 Braess 悖论.

(1) 通过分析实际城市的道路交通情况,建立合理的模型,判断在北京市二环路以内的路网中(包括二环路)出现的交通拥堵,是否来源于 Braess 悖论所描述的情况.

(2) 请你建立模型以分析:如果司机广泛使用可以反映当前交通拥堵情况的 GPS 导航系统,是否会缓解交通堵塞,并请估计其效果.

二、 问题假设

1．在研究路段无交通事故、道路施工建设、驾驶违章、设施损害、路况相同;
2．天气状况良好，无特殊气候条件影响机动车辆运行;
3．北京市整体机动车数量保持稳定，车辆长度相同;
4．在正常工作日，非节假日，特殊日期.

三、 符号说明

N	结点集
A	路段集
t	目的地
s	出发地
Q	车流总量
(i,j)	路段 i 到 j
f_{fi}	路段(i,j)的路线
t_{ij}	路段(i,j)的通行时间
α_{ij}	路段(i,j)的自由交通时间
β_{ij}	路段(i,j)的延迟系数

图 1

四、 问题分析和对模型的准备

本问题是通过分析北京二环路各条主要线路的堵车高峰时间,堵车原因,高峰时

间段的车流量来分析在北京二环的主要干道是否出现悖论.

(i) 堵车原因

1、商业、办公等城市就业功能过度密集于二环路以内的中心区,上班的、办事的、开会的、观光的车流从四面八方涌向这一地区,加上这一地区交通辐射能力差,以及近来住宅郊区化的无序蔓延,使得大量的就业人口必须早晚拥挤在往返于城郊之间的交通中.

2、经过 50 多年的建设,北京市区建成面积为 490 平方公里,而市区人口已达到 610 万人,城市化地区人口密度高达每平方公里 14,700 人,已接近市区的环境容量.

3、北京交通路网还存在东西向和南北向不平衡的状况.东西方向因有长安街、平安大街、"两广"路等干线,车辆通行状况较好;而南北方向却缺少主要干道.因此,东二环和东三环、西二环和西三环还要承担起南北主干道的作用.

4、北京机动车辆和驾驶袁数量大幅增加,近 10 年平均增长 10%~15%.

5、部分驾驶员不遵守交通规章违章行驶;公共汽车出站强行并线或长时间占据内侧道;缺乏上路经验的新驾驶员或正在磨合的新机动车长时间占据快行车道(里侧道)等.

6、大量短程交通存在,占总量的 24%;而环路上车流量的 1/4 是不应该进入环路.这种短程交通的大量存在,造成了车辆在环路上进出频繁,一定程度上影响了环路的畅通.

7、另外,行人、自行车违章穿行,交通事故频发,以及道路施工和维修地下管线等造成秩序混乱,加剧了原本就拥挤的道路的堵塞.

(ii) 模型的准备

我们建立这个数学模型主要是是验证北京二环路及二环路以内的道路的严重堵车现象是否有 braess 悖论造成的.并通过我们的的模型得到的结论提出恰当的解决方案和措施来缓解北京二环以内的严重堵车现象.

五、 模型的建立

通常影响交通系统效率的因素很多.一个交通系统可以分为两个方面:一方面为交通系统自身主体方面,其中包括道路上的车流量,货物的运载量,人的运载量;另一方面为交通系统的客体,其中包括交通系统的道路状况的好坏,交通设施优良程度,信号灯的多少等.它们都影响着交通系统的效率.为了方便分析问题,我们将模型简化,只考虑几个主要方面对交通系统的影响.

首先,道路系统可以用网络图来 $G=(N,A)$ 表示,其中 N 是结点集, A 是路段集.我们首先分析时间与路段长度以及车流量的关系.在一般情况下总假设两点之间没有相同的走法,即($A\subseteq N\times N$,对于使用交通系统的主体而言,假设他们有一个出发点 s 和一个目的地 t,而且有一定的运输量.穿越网络的运输量构成了一个"流".) 所谓的流式指在 A 上的一个非负数函数 $\forall(i,j)\in A$, f_{ij} 表示从 i 到 j 的流量,满足一下关系：

对不是出发点和目的地的点而言，车流进入的量必须等于车流出去的量,即

$$\sum_j f_{ij}=\sum_j f_{fi}=Q$$

这里的 Q 表示总流量.在这个道路系统中,假设对任一条走法 $(i,j)\in A$,车流量 f_{ij} ,那么通过它的时间为

$$t_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij} f_{ij}$$

其中α_{ij}为路段上的自由交通时间.它的一个常数,体现了路段的长短,道路越长,该系数也越大,道路越短,该系数越小;β_{ij}为路段上的延迟系数（即在路段(i,j)上,每增加一个档位流量所增加的交通时间）他也是一个常数,体现了路段的质量.一般来说,在其他情况相同下,路程越短,延迟系数越大;道路越长,延迟系数越小.

α_{ij}与β_{ij}它们可以通过以下方法进行确定;首先根据路段上一个月的车速(speed)与流量（flow）数据与路段长度（L）可以估计出路段自由流出时间α_{ij}=L/speed,同时可以拟合出$flow \tilde{} L/speed$,最后得出一个关系曲线,从而估计出β_{ij}的值.我们通过以下例子进行说明;另外,如何使用交通系统,用什么来度量交通系统的效率,我们的模型给出了两个量化指标.

1．对于整个系统的管理者而言,不能仅考虑某个个体的通过网络的快慢,而是考虑系统的整体利益,度量系统的效益可能有多种指标,一种常用的指标是全部流量通过网络花费的总代价.

即

$$U(f) = \sum_{(i,j)\in A} f_{ij} t_{ij}$$

其中

$$t_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij} f_{ij}$$

2．用全部流量通过网络是所花费的总时间作为度量目标.

即

$$T(f) = \max_{p\in P} \sum_{(i,j)\in P} t_{ij}$$

其中P是从出发点到目的地的所有流量不为 0 的路的集合.

作为系统的管理者,总希望兼顾 1 和 2 中两个指标,即总代价不要太大,总的通过时间不要太长.根据以上分析,交通流的最优指标有两个即为 A 和 B.它要求总代价最小和总的通行时间最少.对于这个双目标模型,直接求解有点困难.由于问题 A 比较好解决.因此,我们先求解问题 A 得出总代价的下界,然后逐步减少时间,最后得出一个满意解.

在实际情况中我们作为交通系统的使用者又可以分为两种情况;

1．对于使用系统的个体而言,它总是希望自己能够尽快地通过网络,如果个体用户不能得到交通系统的变化信息,则总是选那些自由交通时间最短的路,即一般意义下的最短路.

2.如果用户都能了解交通系统各个路段的拥挤情况,允许隔离自由竞争而不加任何限制,同时交通系统的红绿灯对交通量又进行了分流其结果是在从出发点的目的地的所有路上所花的时间都相等时,系统达到平衡.

六、　模型的预测与结果分析

模型一

我们首先分析简单的路况如图 2

图 2

我们将路线中的四个点依次记为 ABCD,起点为 B,终点为 C.现在我们分析在 B 与 C 之间是否应该增加一条道路使得道路的通行状况得到好转.

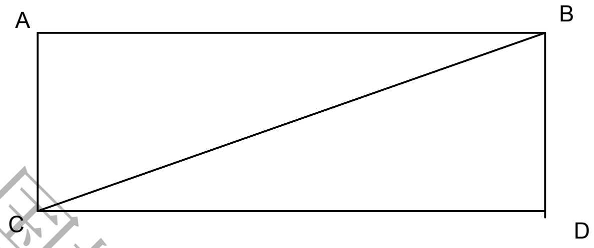

图 3

假设在 AB 与 CD 之间的自由通行量相等都为 α_1,耽误系数为 β_1,在 AC 与 BD 之间的自由通行量相等都为 α_2，耽误系数为 β_2.此时它对应路线的通行时间分别为:1.路线为 $B\to A\to C$ 时 $t=\alpha_1+\beta_1F+\alpha_2+\beta_2F$,2. 路线为 $B\to D\to C$ 时 $t=\alpha_1+\alpha_2+\left(Q-F\right)\left(\beta_1+\beta_2\right)$,其中 Q 为交通总量,F 为 AB 段的车流量,t 为通行时间.它们的函数图 4 如下;

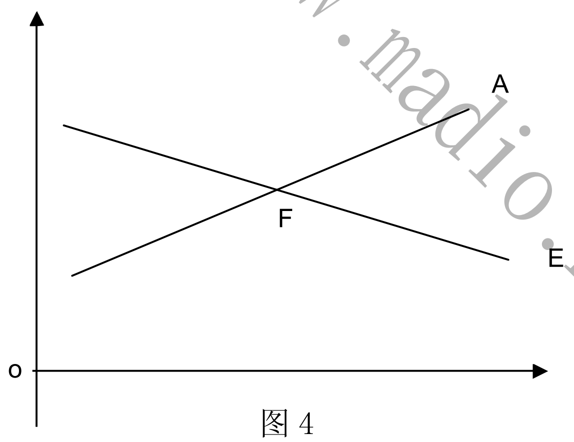

图 4

直线 A 与 E 分别表示两条路线通行时间 T 与流量 F 的关系图像,交点 F 为用户均衡解,偏离这一边界必然导致一个目标函数值减小而另一个目标函数增加,用户均衡解位于 PRAETO 边界上.因此,用户之间是非合作关系,其结果仍然满足 Praeto 最优化不存在可以提高双方性能的最优解.

当增加道路时车流量发生变化,$B\to A\to C$ 与 $B\to D\to C$ 的是 F,而 $B\to C$ 的交通流量是 $Q-2F$,对应公式 $t_{ij}=\alpha_{ij}+\beta_{ij}f_{ij}$ 可以得到流量与通行时间的函数图 5 是;

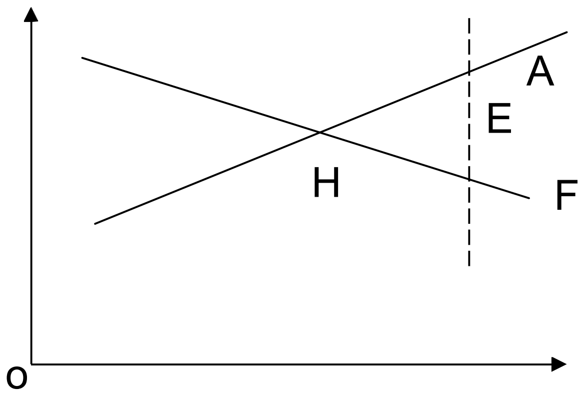

图 5

假设直线 A 与 E 表示是走 $B \to A \to C$ 与 $B \to D \to C$ 的路线，F 表示的是走 $B \to C$ 得路线，它们的交点是 H. 但是，如果 PRAETO 最优解为虚线部分时，那么他的均衡解不在 Pareto 最优解的边界上，，会出现悖论.

现在分析这种现象是否发生，北京的道路中常见的道路状况如图 6 所示，我们通过对路线具体数据满足什么关系时，会产生悖论.

通过分析，从 O 点到 D 点有 3 条路线；

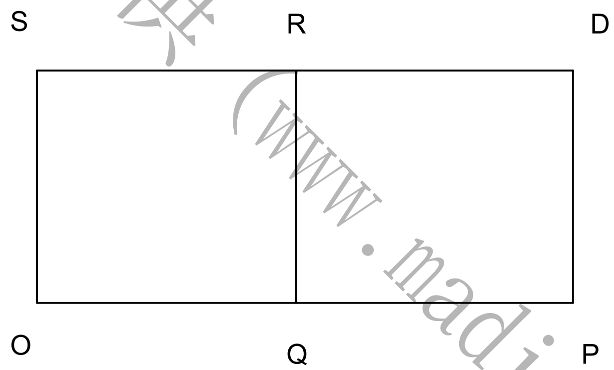

图 6

第一条是 $o \to p \to q \to d$，第二条是 $o \to r \to s \to d$，第三条是 $o \to r \to s \to d$. 假设交通总需求量为 Q，分配到三条路线的流量分别是；第一条是 x_1，第二条是 x_2，第三条是 $Q-x_1-x_2$，每个路段的车流量分别是；$d \to p$ 流量是 x_1，$p \to q$ 流量是 x_1，$q \to o$ 流量是 $Q-x_2$，$o \to s$ 的流量是 x_2，$s \to r$ 的流量是 x_2，$r \to d$ 的流量是 $Q-x_1$，$r \to q$ 的流量 $Q-x_1-x_2$，是同时每个路段的耽误系数分别是；$d \to p$ 的耽误系数是 β_1，自由交通时间 α_1，$p \to q$ 的耽误系数是 β_2，自由交通时间 α_2，$q \to o$ 耽误系数是 β_3，自由交通时间 α_3，$o \to s$ 的耽误系数是 β_4，自由交通时间 α_4，$s \to r$ 的耽误系数是 β_5，自由交通时间 α_5，$r \to d$ 的耽误系数是 β_6，自由交通时间 α_6，$r \to q$ 耽误系数是 β_7，自由交通时间 α_7. 并且 $t = \alpha + \beta f$，通过图像分析得当

$$\beta_3 / (\beta_1 + \beta_2) \le (\beta_5 + \beta_6) / \beta_4$$

时该问题存在 Pareto 最优解并且与用户均衡解不一致，会发生谬论.

通过以上分析可知：对于以上公路体系当耽误系数满足如下关系

$\beta_3/(\beta_1+\beta_2)\le(\beta_5+\beta_6)/\beta_4$ 时在 $r\to p$ 两点间增加道路并没有减少用户出行时间反而增加了用户出行时间.

我们将北京二环及其以内的地图简化成网络图终简化交通路段主干,如图 7

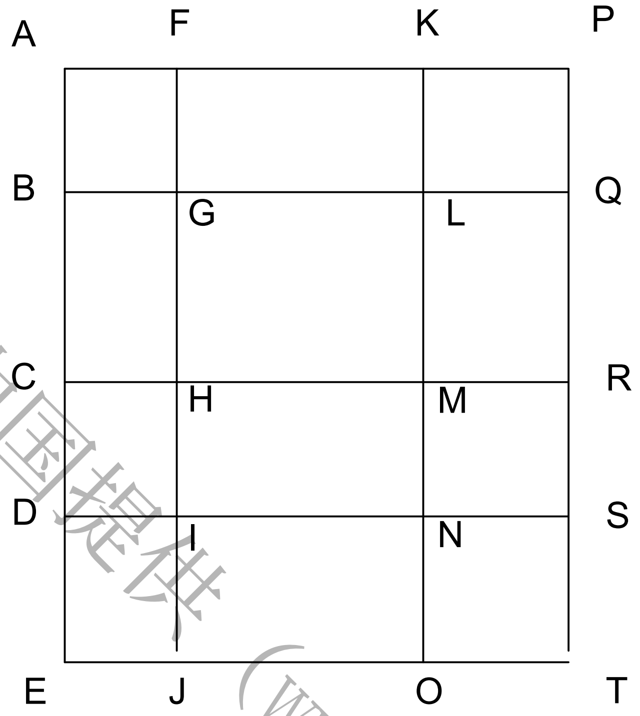

图 7

A：西直门桥	F：积水潭桥	K：雍和宫桥	P：东直门北站
B：车庄公桥	G：平安里桥	L：张自忠桥	Q：东四十条桥
C：复兴门桥	H：西单桥	M：东单桥	R：建国门桥
D：广安门桥	I：菜市口桥	N：瓷器口桥	S：广渠门桥
E：菜户营桥	J：开阳桥	O：玉蜓桥	T：左安门桥

各点之间的实际距离：

A---2.499km---F---3.829km---K---1.448km---P

1.287km　　1.799km　　1.737km　　1.754km

B---1.478km---G---3.772km---L---1.472km---Q

2.416km　　2.727km　　2.831km　　2.780km

C---1.551km---H---3.748km---M---1.539km---R

2.512km　　2.116km　　1.684km　　1.797km

D---2,198km---I----3.847km---N---2.187km---S

2.453km 2.057km 3.156km 2.945km

E---2.316km---J----4.016km---O---1.965km---T

我们通过测量等到几点间流量实际通过时间根据实际距离与车速上限得到自由通行量.通过公式 $t_{ij}=\alpha_{ij}+\beta_{ij}f_{ij}$ 得到二环不同路段的耽误系数如表 1

路段	东二环	南二环	西二环	北二环
延迟系数	2.03	0.840	2.534	1.632

表 1

我们对于如下形状的路线用公式

$$\beta_3/(\beta_1+\beta_2)\le(\beta_5+\beta_6)/\beta_4$$

通过比较得到会发生 Braess 悖论的几处路段时

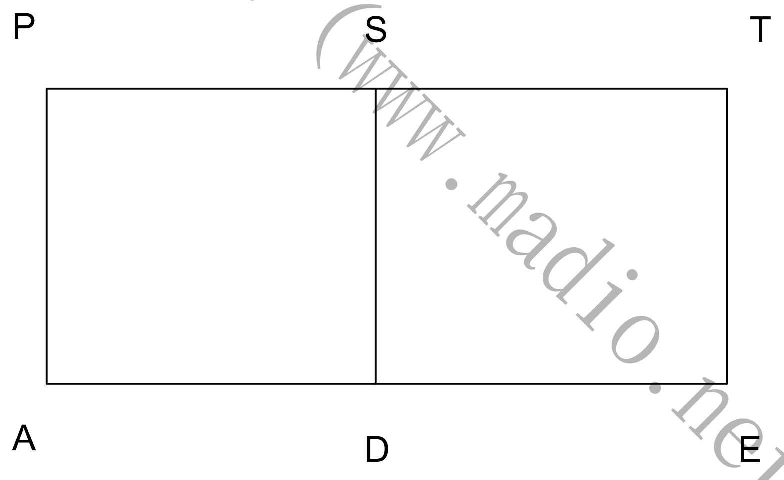

图 8

我们将二环路分成几部分逐段进行分析的,通过以下数据进行计算找出会发生 Braess 悖论的几个路段

物理量 路段	实际车流量 f（PUC/Min）	路长 L（m）	理想速度 v_1（m/s）	实际速度 v_2（m/s）	理想时间 t_1（s）	实际时间 t_2（s）
PS 段	108	6331	22.2	12.8	258.2	494.6
ST 段	43	2945	22.2	12.8	132.7	230.1
TE 段	106	8297	22.2	18.1	373.7	458.4
ED 段	121	6215	22.2	11.9	280.0	522.3
DA 段	48	2453	22.2	11.9	110.5	206.1
AP 段	129	350	22.2	13.9	350	559.4

表 2

通过对上面数据的分析我们可以将这几条堵车现象严重的路段的 β 值可以通过公式

$$t_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij} f_{ij}$$

的导出公式

$$\beta = \frac{t_{ij} - \alpha_{ij}}{f_{ij}}$$

求出各个路段的 β 的数值，见下表 3

路段	PS	ST	TE	ED	DA	AP
β	1.94	2.72	0.80	2.00	1.99	1.62

表 3

然后我们可以通过模型中的结论当

$$\beta_{AD} / (\beta_{DE} + \beta_{TE}) \geq (\beta_{PS} + \beta_{AP}) / \beta_{ST}$$

是说明北京二环内出现了 Braess 悖论现象,我们把具体数值代入验证公式中可以发现

$$\beta_{AD} / (\beta_{DE} + \beta_{TE}) \leq (\beta_{PS} + \beta_{AP}) / \beta_{ST}$$

说明在我们所研究二环中的这段路线中没有出现 Braess 悖论现象.

模型二

我们的数据说明二环线堵车并不是由于悖论的原因,可能是由于数据处理过程中的大量近似处理加上许多因素考虑不够周全.另一方面,我们发现理论中预测的与实际之中堵车路段大致相同,我们并不能确定二环路堵车是否由于悖论的原因,只是说堵车可能是由于悖论的原因.

问题二：

如果司机广泛使用 GPS 导航系统,通过它来了解交通拥堵情况.我们现在讨论通过这种方式能否改善交通拥堵的情况.我首先对对简单路线来进行分析

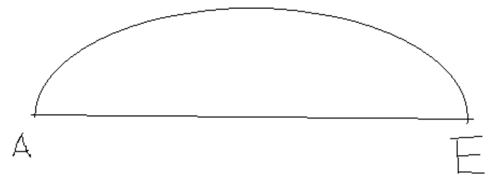

图 9

从 A 点到 E 点的线路有两条;从弧线上经过的线路记为 2,从直线上的路线记为 1,线路 1 的自由通行量为 α_1,耽误系数为 β_1,流量为 f_1,线路 2 的自由通行量为 α_2,耽误系数为 β_2,流量为 f_2.假设从 A 到 E 的总流量为 Q.我们通过 U 与 T 两个参数来分析该交通状况的运行情况.

1 当没有 GPS 导航系统时我们认为司机总是希望自己能够尽快地通过网络,如果个体用户不能得到交通系统的变化信息,则总是选那些自由交通时间最短的路,即一般意义下的最短路.

此时 $f_1 = Q$，$f_2 = 0$.此时在由公式 $t_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij} f_{ij}$ 得到线路 1 的实际时间是 $\alpha_1 + \beta_1 Q$ 而线路二很少有人会选择,我们忽略不计,假定它的通行量为 0.现在我们通过公式

$$T(f) = \max_{p \in P} \sum_{(i,j) \in P} t_{ij}$$

以及

$$U(f) = \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} t_{ij}$$

来判断该交通系统的通行状况.

$$T_1 = \alpha_1 + \beta_1 Q$$
$$U_1 = (\alpha_1 + \beta_1 Q) Q$$

2 当使用了 GPS 导航系统时我们认为司机都能了解交通系统个路段的拥挤情况,允许隔离自由竞争而不加任何限制,同时交通系统的红绿灯对交通量又进行了分流其结果是在从出发点的目的地的所有路上所花的时间都相等时，系统达到平衡.

此时路线 1 的通行时间为 $t_1 = \alpha_1 + \beta_1 f_1$;路线 2 的通行时间为 $t_2 = \alpha_2 + \beta_2 f_2$;我们认为通过两条路段从出发点的目的地的所有路上所花的时间都相等时,系统达到平衡.所以 $T_1 = T_2$，我们可以得到道路 1 的流量为

$$f = (\alpha_2 - \alpha_1 + Q\beta_2) / (\beta_1 + \beta_2)$$

道路 2 的流量为 $f_2 = Q - f_1$。现在我们通过公式

$$T(f) = \max_{p \in P} \sum_{(i,j) \in P} t_{ij}$$

以及

$$U(f) = \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} t_{ij}$$

来判断该交通系统的通行状况

$$T_2=\left(\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1+Q\beta_1\beta_2\right)/\left(\beta_1+\beta_2\right)$$
$$U_2=Q\left(\alpha_1\beta_2+\alpha_2\beta_1+Q\beta_1\beta_2\right)$$

现在我们比较两种情况 T 与 U 的大小来判断两种情况.

令 $T_1>T_2$　，$U_2<U_1$ 可以解得

$$\alpha_1+\beta_1Q<\alpha_2\Rightarrow\left|\alpha_1-\alpha_2\right|>\beta_1Q$$

由于 Q 的大小一般是恒定不变的,所以我们把它看成是一个常数.

当使用 GPS 导航系统时,如果线路 2 与线路 1 的自由通行量相差足够大,即满足关系 $\left|\alpha_1-\alpha_2\right|>\beta_1Q$ 时,那么使用 GPS 导航系统将有利于缓解交通堵塞的情况.

反之如果线路 2 的自由通行量与线路 1 相差比较小,即满足关系 $\left|\alpha_1-\alpha_2\right|>\beta_1Q$，那么使用 GPS 导航系统将不有利于缓解交通堵塞的情况,甚至还会加据堵塞状况.

同时通过关系 $\left|\alpha_1-\alpha_2\right|>\beta_1Q$，分析得到如果 β_1 比较小时也用利于使用 GPS 导航系统缓解交通堵塞的情况.而 β_1 与线路 1 的路况有关,当路况好时,即使车流量较多在路上耽误的时间也较少, β_1 相应也较小,所以改善线路 1 的情况也将有利于使用 GPS 导航系统缓解交通堵塞的情况.

以下是北京二环的主要干线简图

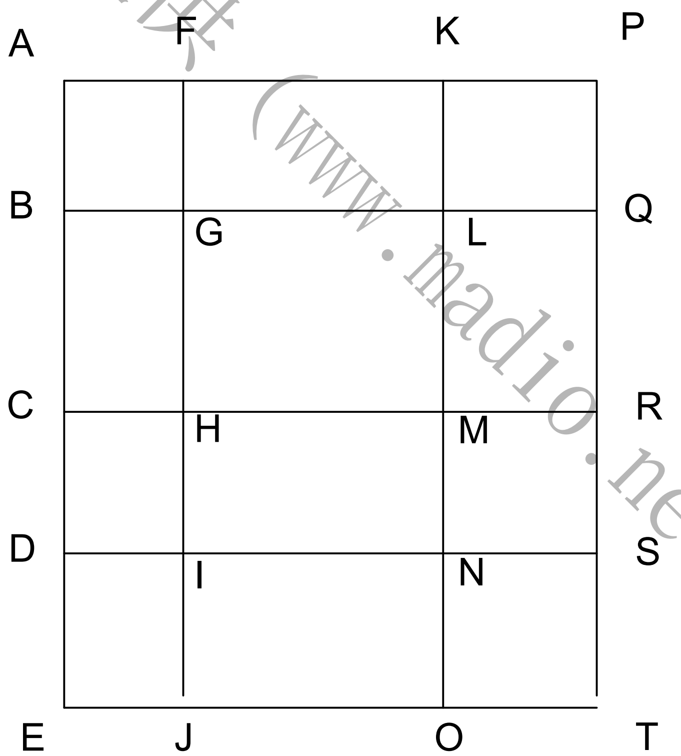

图 10

二环中广泛存在我们所讨论的情况,即在两点之间存在两条路线,一条长,一条短.如果推广使用 GPS 导航系统,我们可以通过加大 α_2 减少 α_1 减小 β_1,来实现缓解交通堵塞的情况.那么我们应该拓宽线路较小的道路,减小 β_1,同时在适当范围内提高车辆的运行速度,减少 α_1，对于较长的线路我们应该通过环外红绿路灯并且限制汽车的

速度来延长通行时间增加α_2.

我们现在通过T_1-T_2可以得出我使用 GPS 导航系统能够节约的时间

$$T=\left[\left(\alpha_1+\beta Q-\alpha_2\right)\beta_1\right]/\left(\beta_1+\beta_2\right)$$

七、　对模型的评估

我们运用网络最大流和 OD 矩阵的模型来测试北京二环路及二环路以内堵车是否因为 Braess 悖论问题,这个模型对问题的求解都可以起到判断的作用.

（1）对模型的评估:综合对北京二环路交通运输体系的一些分析和研究,我们对二环路的一些主要干道进行了近似处理并通过图形来进行反映和比较,这样便合理地将我们所建立的模型和实际交通情况有效地联系了起来，通过对数学模型的理论分析结合实际情况的数据反映来说明模型建立的成功与否.针对网络最大流模型:由于路网的复杂性,其与最大流相关的研究有重要的理论和实践意义,还可以通过对交通系统供求平衡进行分析,这样可以实现有效地优化交通运输管理,从而可以降低道路中断带来的相关损失以及提高交通网络使用效率.

（2）对数据的评估:由于数据信息是模型的输入部分,误差是指统计数据与客观现实之间的差距.我们在进行数据统计时,着重于对各个路段的交通拥堵情况进行研究,测量标准有拥堵时间,拥堵路段,拥堵时的交流量,拥堵时的车速,拥堵路段的长度等等.由于在数据处理方面存在的不足,数据的获得是通过网络搜索和大略数据统计获得,而在统计数据的时候又做了相应的近似处理.这样,最终的计算结果就会产生无可避免的误差,只能尽量减少这种误差对数据统计反映现实问题的影响.加之对问题的研究是在假设的理想状态下进行的,通过对模型的分析与数据统计只是一种数学性质的研究方法,数据方面的处理仍旧有待改进.

八、　模型的推广

每类模型都有其适应范围和擅长解决的问题,建模技术包括针对不同问题采用不同建模方法、技术的先进性与复杂性、替代技术的优劣比较、模型能解决哪些问题及其解决能力、技术本身实现的难易等.对于此次问题的研究,我们可以通过交通最大流模型了解道路交通拥堵的各种因素,在现实生活中将理论结合实际将有助于解决交通拥堵问题的有效解决.同时,在现今科技发达的时代,GPS 导航系统在交通体系中的广泛使用也成为 PARETO 最优化的另类体现,我们可以在此基础上加深理解和研究以便对交通运输体系作出更合理的优化处理.

参考文献

[1] 刘奇志 聂永革，Braess 悖论与交通系统流量分配优化模型，中国系统工程学会第十届年会;

[2] 成卫 陈月明 董玉佩，考虑路段流量不确定性的 OD 矩阵反推算法，城市交通 2008 年 5 月第三期第六卷;