

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第五届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1202

参赛队员（签名）：

队员 1：吕创新

队员 2：刘海鑫

队员 3：倪涛

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：大学组

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

1202

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

2012 年第五届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 A 题：蜘蛛网关 键 词 捕食面积 捕丝间距 最佳悬跨比 能量捕捉率

摘 要

本题要求通过建立数学模型对蜘蛛网进行合理设计。结构的合理性体现在蛛丝使用量尽量少的前提下蛛网强度尽量大与使用较少的蛛丝来得到捕捉面效率最大两个方面。为简化模型，我们认为放射丝和捕丝共同组成了蜘蛛网，蜘蛛网分为中枢区、捕食区和连接区，蜘蛛网一般承受垂直的动静载荷，且中枢区是维护蜘蛛网形状最为重要的部位。

第一个模型中，我们将蜘蛛网看做刚体同心圆结构，垂直方向上不变形。我们只考虑静载荷对蜘蛛网的作用，且只有放射丝承受静载荷。随着放射丝数目的增加，我们可知每根放射丝承受的力的减小率不断变小。其次我们定义公式（4-4）通过分析当捕丝层数 $n > 12$ 时，捕食效率与层数无关；当捕丝间距 $d > 3$ 时，捕食效率与间距成正比。

第二个模型中，放射丝数目影响捕食面积的大小。我们定义 ξ_n ，得到了放射丝数量越多，捕食面积越大，且放射丝数目 $n > 25$ 时，放射丝的数目基本上不会再影响捕食面积大小的结论。其次，捕丝也影响蜘蛛网承受动载荷的能力，我们定义公式（5-4），可知放射丝数目越少，蜘蛛网承受动载荷的能力越强，当 $n > 20$ 时，放射丝的数目基本上不会再影响蜘蛛网承受动载荷的能力大小。另外我们通过定义单位长度捕丝上的能量捕捉率公式（6-4），得到捕食区捕丝间距只和蜘蛛的食性有关，且当满足方程式（6-6）时，可以得到最优间距 \hat{d} 。最后我们通过力学分析得到了中枢区的捕丝分布特征。

最后一个模型，我们将蜘蛛网类比成悬索结构，分析可知当受到均匀分布力时，蜘蛛网的最大下垂为 f_{\max} ，通过最佳悬跨比 $k = \frac{f_{\max}}{L}$ ，可以得到蜘蛛网的参考最佳直径 L ，从而确定了蜘蛛网的大小。

参赛队号 1202所选题目 A 题参赛密码

(由组委会填写)

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

Abstract

In this subject, you are required to give a proper design for the cobweb by establish a mathematic model. And the reationality of the structure lies in achieving the most strongness of cobweb and most efficiency of capture face when using gossamer as less as possible.

To simplify the model, we presume that cobweb is make of catching silk and radial silk and a cobweb could be divided into tree parts named center pivot, preying area and linking area. Generally, a cobweb support the virtical static-dynamic load while center pivot is the most crucial part in maintain the cobweb's shape.

In the first model, we take the cobweb as a kind of structure like rigid concentric circles, which won't deform in vertical level. Anyway, we just think about the effects to cobwebs that the static-dynamic load brings and only the radial silk bear the static-dynamic load. With the increasing number of radial silk, we could know that the diminishing rate of every radial silk will decrease. Then, we made the difinition Formula (4-4). By comparing, when the layer's number of preying silk is larger than 12, the efficiency of preying has nothing to do with the layer's number. while d is larger than 3, the efficiency of preying varies with the distance.

In the second model, the radial silk's number affects the size of preying area. Then, we dinife a ξ_n . we could draw the conclusion that the more radial silk's number, the larger preying size, and when radial silk's number is larger than 25, the radial silk's number won't affect the preying size any more. Secondly, preying silk also affects the cobweb's endurance of static-dynamic load. so, we give the following definition Formula (5-4), from which we could know that the less the radial silk, the stronger the cobweb's endurance. When n is larger than 20, radial silk will basically hardly affect the cobweb's endurance. By the way, by defining the energy capture rate Formula (6-4) on every unit length, we get that the distance of preying area is just related to the feeding habits, and when the equation Formula (6-6) is meeted, we could get the shortest distance.

Also we can gain that the distance between spider silk of prey areas only relates to the feeding habits of the spiders by definiting the efficiency of the energy catched of unit length of the spider silk. And also when it can fit for the equation Formula (6-6), can gain the best distance \hat{d} . At last wo can gain the distribution features of the spider silk in center areas by dynamics analysis.

The last model we compare the spider webs to the suspension structure.

We can know the most drooping length as f_{\max} when it suffers the force distributing averagely. And we can confirm the size of the spider web by the best refernce diameter L which is comfirmed from the best suspended span ratio $k = \frac{f_{\max}}{L}$.

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

目 录

一 问题重述	1
二 问题分析	1
2.1 简化结构	2
2.2 前提假设	2
三 符号说明	3
四 简化构架模型的建立与求解	3
4.1 放射丝条数的确定	3
4.2 η_s 的表达	4
4.3 简化结构的结论与评价	7
五 简化结构的优化	7
5.1 静载荷条件下基于捕食面实际增长率的放射丝根数优化模型	7
5.1.1 前提假设	7
5.1.2 定义符号	7
5.1.3 模型的建立	8
5.1.4 模型的求解	8
5.1.5 模型的评价	9
5.1.6 结论	9
5.2 动载荷条件下基于蛛网抗撞击强度的放射丝根数优化模型	10
5.2.1 前提假设	10
5.2.2 符号说明	10
5.2.3 模型的建立	10
5.2.4 模型求解与评价	11
5.2.5 模型的评价	11
六 基于猎物提供能量的捕丝最优间距的确定	12
6.1 基本的假设	12
6.2 符号的设定	12
6.3 中枢区结构的确定	12
6.4 模型的建立	13
6.4.1 捕丝的总长度的确定	13
6.4.2 目标能量的捕捉率的确定	14
6.5 模型的求解	15
七 基于悬索模型的放射丝长度的确定	17
7.1 基本假定	17
7.2 悬索模型的理论推导[5]	18
7.2.1 悬链线方程的建立	18
7.2.2 曲线的最大垂度和曲线长度	18
7.2.2.1 最大垂度	18

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

7.2.2.2 曲线长度.....	19
7.2.3 悬链线模型的缆索张力.....	19
7.3 模型的建立.....	20
7.4 模型的求解与评价.....	21
八 蛛网的最终设计方案.....	21
8.1 放射丝的条数的取值范围.....	21
8.2 放射丝的长度为.....	22
8.3 捕丝的间距值的取值范围.....	22
8.4 中枢区的半径.....	22
8.5 强化丝分布力.....	22
九 设计方案的评价和改进.....	22
十 参考文献.....	23
附 录.....	24

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

一 问题重述

蜘蛛目共有 105 个科约 37000 种，世界各地均有分布[4]。蜘蛛主要有结网、游猎和穴居三种生态类型。虽然不是所有的蜘蛛都结网，但在几乎所有科中都有结网型蜘蛛。蛛网的进化经历了绊丝、片网和圆网阶段，对于结网蜘蛛来说，蛛网是其生存的最大的保障，而且蛛网的结构，特别是圆网结构在建筑仿生学的组织结构仿生方向得到了很多的应用。所以研究蛛网的结构以及对蛛网的结构优化对蜘蛛的生存和仿生应用有很大的好处。

就圆网而言，它是有拖丝、捕丝和辅助丝和螺旋丝构成[2]，其中根据功能的不同，拖丝可以具体分为停泊丝、框丝和放射丝 3 种。停泊丝又称锚定丝，对网起固定作用，框丝构建起网的框架，形成网面，放射丝从中枢区辐射出，可以固定捕丝和维持网的结构稳定。蛛网中螺旋形分布的是捕丝，可以粘住猎物。辅助螺旋丝则形成中枢区，中枢区在蜘蛛抽捕丝时起辅助作用，其形状决定了捕丝面的形状。最外层捕丝与最内层捕丝之间的闭合区域即为捕食面，

大的捕食面意味着有更多的捕食机会。具体的结构如右图所示。

捕丝间距为相邻的两圈捕丝的距离，其大小可以在一定程度上反映出蜘蛛对食物大小的选择，也可以反映出网的强度：捕丝间距大，则网的强度大。网眼即为相邻两圈捕丝和相邻两根放射丝围成的小空间，其大小不仅可以像捕丝间距那样反映出蜘蛛对食物大小的选择倾向，还可以反映出网的强度：网眼小，网一般更为牢固。

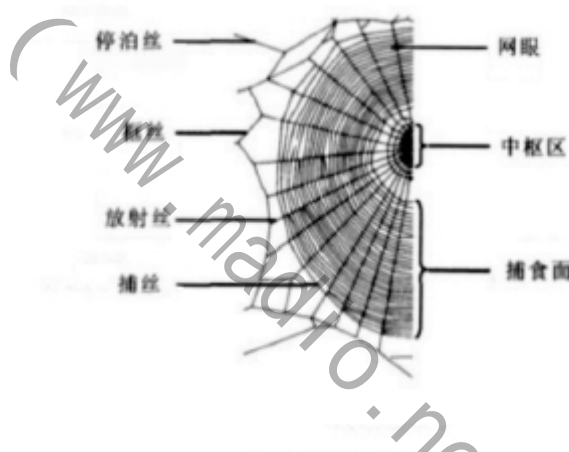
综合各方面考虑，本文对蛛网做如下的判断：捕食面大小和网（即捕丝间距）大小是影响蜘蛛捕食效率的重要特征。

所以本文设计的结构要处理的问题是如下两点：

- (1) 在蛛丝使用比较少时，蜘蛛网的结构稳定性较强。
- (2) 网的捕食面的捕食效率最大，即蛛丝的组成的网的捕面在捕丝的单位长度上的比率较大。

二 问题分析

整体的蛛网结构的设计应基本基于原有的蛛网形状的前提下，通过对蛛网的的受力分析确定放射丝条以及中枢区的强度加强与稳定的设计方案，通过对蛛丝效率的计算与优化确定捕丝间的间距的设计方案。



第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

在要解决的问题一中，要想使使用蛛丝较少时保证蛛网的稳定性则需要分别对蛛网的结构进行假设。一般情况下，相同形状的结构，考虑为刚体时的受力分析比较简单，而对于作用于蛛网上的力一般是猎物飞行撞击产生的，也就是说这是个动载荷作用的问题，但一般情况下动载荷比静载荷的作用分析要难一些。在分析蛛网具体结构时，蛛网的中枢区对于蛛网的整体的稳定与强度起决定性的作用，通过对中枢区进行稳定性设计即可达到整体的稳定与强度的加强，所以对于这一点问题，首先选择如下的处理方法：通过如下条件对蛛网进行简化：

条件 1：将整体结构考虑为刚体结构。

条件 2：将动载荷简化为静载荷作用。

通过以上两个条件的简化可以简单而合理地对蛛网结构进行整体的分析与优化，然后再交叉简化分析，即

(1) 在条件 1 成立的情况下，将蛛网受到的撞击还原为动载荷。

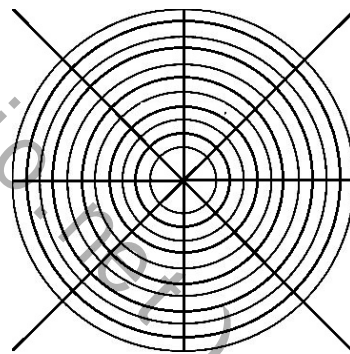
(2) 在条件 2 成立的情况下，将蛛网还原为弹性结构。

再次在相对真实的情形下对设计的结构强度与稳定性进行优化。

在要解决的问题二中，我们首先在捕丝的间距为任何值的情况下进行整体的规划。将增加的捕丝的圈数时捕食面的有效增量与增加的蛛丝长度作比则可得到一个关于捕丝间距和圈数的比值效率公式，对此公式进行计算分析，看是否可以得到最优解，即使该比值最小的捕丝圈数与捕丝间距的具体值，如果可以，则这个圈数与间距可以选取为蛛网优化设计的参数，如果得不到具体的值，则对该问题进行进一步的影响因素的分析，通过分析蜘蛛捕食的猎物的体积大小与所能提供能量多少进行考虑单位长度捕丝上的能量的捕捉率，以体积大小为约束条件进行求解优化的捕丝间距的具体值。

2.1 简化结构

对圆形蛛网的结构进行简化，简化后的形状图如右。中间部分的中枢区由几条对称的放射丝和捕食面最内侧组成，捕食面由多条圆形捕丝构成，捕丝成同心圆状。



2.2 前提假设

对于这个结构做出如下假设：

- 1、整个结构是个刚性结构，正面被撞击不会发生弹性变形，只是会被断裂。
- 2、猎物撞在中枢区时，规定撞击力都是垂直作用于放射丝中心，且各条放射丝的受力是均匀的。
- 3、增加放射丝后的强度增加比率用增加放射丝数时每根丝上受的力的减小量的比率来度量。
- 4、只要中心的中枢区的强度足够则整个结构的稳定性就很强。
- 5、增加捕丝层数时，规定蛛网的捕食效率用增加的捕食面大小和增加的捕丝长度的比率来度量。
- 6、放射丝之间的夹角是相等的，即放射丝形状是轴对称或者旋转对称的。

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

三 符号说明

F	中枢区受到的撞击力的大小
S_n	第 n 层捕丝与第 $n-1$ 层捕丝间的环状的面积
l_n	第 n 层捕丝的长度
a	中枢区的半径
d	捕丝间的间距
η_s	增加捕丝层数时，增加的捕食面大小和增加的捕丝长度的比率
η_F	增加放射丝数时每根丝上受的力的减小量的比率

注：其他的符号将在文中的具体情境中给出。

四 简化构架模型的建立与求解

4.1 放射丝条数的确定

假设放射丝的条数为 x ，则可以确定 $x \geq 3, x \in \mathbb{Z}^+$ 。

当 $x=4$ 时，放射丝结构如右：

如果中心点受力是 F ，所以每一根放射丝的受力是均匀的，都是 $\frac{F}{x}$ 。

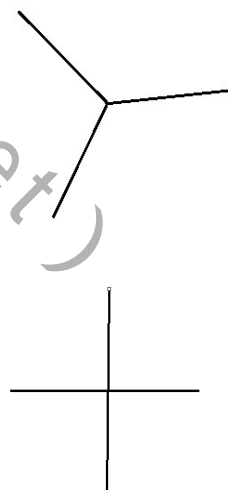
当 $x=4$ 时，放射丝结构如右：

此时每根丝上的受力大小为 $\frac{F}{4}$ 。

同理，则当放射丝的根数为 x 时，每一根放射丝上的受力大小为 $\frac{F}{x}$ 。

所以得每根丝上受的力的减小量的比率为：

$$\eta_F = \frac{F_x - F_{x+1}}{F_x}$$



第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

$$\text{即} \quad n_F = \frac{\frac{F}{x} - \frac{F}{x+1}}{\frac{F}{x}} = \frac{1}{x+1} \quad (4-1)$$

使用 *MATLAB* 可以得到 η_F 关于 x 的函数图像如下：

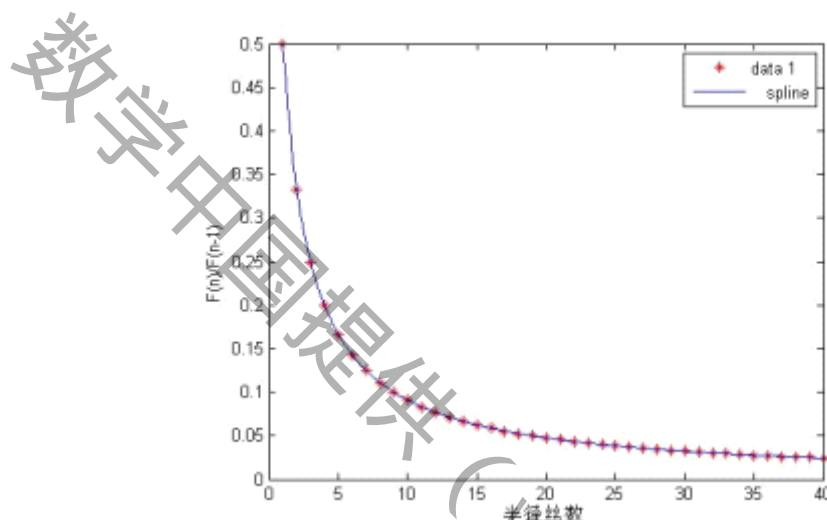


图 1 η_F 关于 x 的函数图像

从图像上可以看出，当 x 越大时， η_F 的减小量越小。

当 $x=3$ 时， $\eta_F = \frac{1}{4} = 0.25$ ；当 $x=4$ 时， $\eta_F = \frac{1}{5} = 0.2$ ；当 $x=5$ 时， $\eta_F = \frac{1}{6} = 0.167$ ；
当 $x=6$ 时， $\eta_F = \frac{1}{7} = 0.143$ ；当 $x=7$ 时， $\eta_F = \frac{1}{8} = 0.125$ ；当 $x=8$ 时， $\eta_F = \frac{1}{9} = 0.111$ ；
当 $x=9$ 时， $\eta_F = \frac{1}{10} = 0.1$ ；当 $x=10$ 时， $\eta_F = \frac{1}{11} = 0.091$ 。

所以当我们取精度为 0.01 时可以得到当 $x=8$ 时的效率相比较来说是较高的，当 x 到达 8 后再增加放射丝的根数对强度的增加量就比较小了，所以根据本方法确定，当放射丝的根数在 $x \in [30, 35]$ 时，中枢区的强度较高且节省蛛丝，即强度效率较高。

4.2 η_s 的表达

捕食面大小和网的捕丝间距大小是影响蜘蛛捕食效率的主要考虑的方面。

首先我们对捕食面大小对捕食效率的影响进行分析：

在网孔一定时，捕食面越大效率越高，但是蛛丝越多对蜘蛛的消耗就越多，这显然

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

是降低综合捕食效率的现象。

下面本文对增加捕丝圈数时，增加的捕食面积以及需要多增加的蛛丝长度之间的关系进行比率的探讨。

因为中枢区的半径为 a ，假设其为常数，蛛丝间的间距为 d ，则第 n 圈的捕丝圆的半径为 $R_n = a + (n-1)d$ ，则

$$S_n = \pi R_n^2$$

$$l_n = 2\pi R_n$$

所以的到 η_s 的表达式为：

$$\eta_s = \frac{S_{n+1} - S_n}{l_{n+1}} \quad (4-2)$$

将 $S_n = \pi R_n^2$ 和 $l_n = 2\pi R_n$ 代入上式得到如下公式：

$$\eta_s = \frac{S_{n+1} - S_n}{l_{n+1}} = \frac{R_{n+1}^2 - R_n^2}{2R_{n+1}} \quad (4-3)$$

再将 $R_n = a + (n-1)d$ 代入上式则可得到 η_s 关于 n 和 d 两个自变量的函数：

$$\eta_s = \frac{(a+nd)^2 - [a+(n-1)d]^2}{2(a+nd)}$$

化简得：

$$\eta_s = \frac{2ad + (2n-1)d^2}{2a + 2nd} \quad (4-4)$$

对 n 求偏导数^[1]得：

$$\frac{\partial \eta_s}{\partial n} = \frac{2d^2(2a+2dn) - 2d(2ad+2d^2n-d^2)}{(2a+2dn)^2} = \frac{2d^3}{(2a+2dn)^2} \quad (4-5)$$

对 d 求偏导数得：

$$\frac{\partial \eta_s}{\partial d} = \frac{(4n^2-2n)d^2 + (4an-4a)d + 4a^2}{(2a+2dn)^2} \quad (4-6)$$

令 $\frac{\partial \eta_s}{\partial d} = 0$ 得：

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

$$\frac{(4n^2 - 2n)d^2 + (4an - 4a)d + 4a^2}{(2a + 2dn)^2} = 0$$

$$\text{即 } (4n^2 - 2n)d^2 + (4an - 4a)d + 4a^2 = 0 \quad (4-7)$$

该方程的根的判别式为：

$$\Delta = (4an - 4a)^2 - 4 \cdot 4a^2 \cdot (4n^2 - 2n) = 1 - 3n^2$$

因为 $n \geq 1$ ，所以 $\Delta = 1 - 3n^2 < 0$ ，所以 $\frac{\partial \eta_s}{\partial d} = 0$ 无解。又因为 $4an - 4a \geq 0$ 且

$4n^2 - 2n > 0$ ，所以综上， $\eta_s = \frac{2ad + (2n-1)d^2}{2a + 2nd}$ 中， η_s 关于 n, d 递增的关系，且这个增加

量是越来越小的，所以在确定一个精度的情况，也可以像上面对放射丝条数的确定一样，通过 *MATLAB*[3] 可以画出这两个偏导函数和原函数的图像，如下：

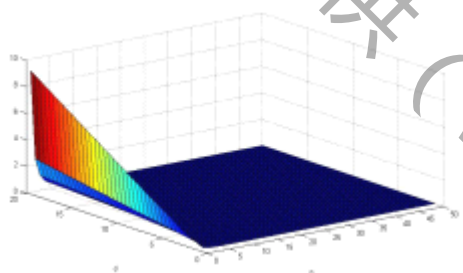


图 2 对 n 的偏导函数图像

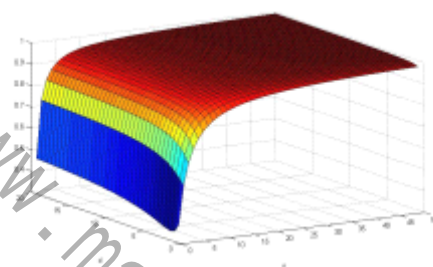


图 3 对 d 的偏导函数图像

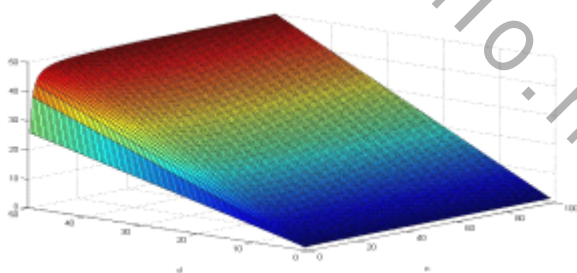


图 4 关于 n 和 d 的图像

当 $n=12$ 时又可以得到下面的原函数的图像：

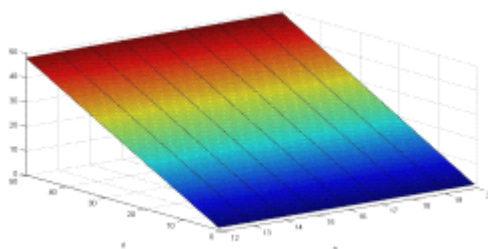


图 5 原函数图像

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

通过分析上面四个图以及对偏导公式、原函数的分析可以得出下面结论：

增加捕丝层数时，增加的捕食面大小和增加的捕丝长度的比率的变化与 n 无关，与 d 有关，关于 d 呈递增的关系。

4.3 简化结构的结论与评价

本文进行的简化后的蛛网圆形结构对于研究现实中蛛网的结构的效果是良好的，虽然不能确定最优的 n 和 d 的值，但给出一种分析效率的方法。同时在对放射丝的条数确定方面，确定的放射丝的条数与实际的蛛网中的放射丝条数已经很接近了，且在取其他的精度时可以做到更加优化的解，这一点的考虑是比较成熟的。

五 简化结构的优化

5.1 静载荷条件下基于捕食面实际增长率的放射丝根数优化模型

通过尝试与现实情况想结合，进行实际演算对上述的确定放射丝条数的方法进行了新一轮的优化确定。

考虑到实际情况中，真正的圆形的网是不存在的，一般都是均匀的八卦状的，如图所示：

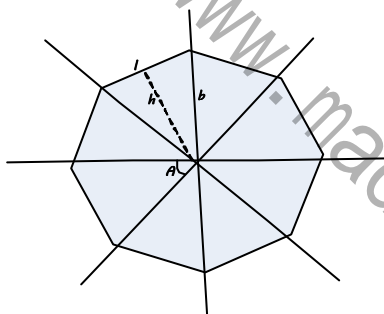


图 6

下面进行只考虑一圈情况下的单向优化。

5.1.1 前提假设

1、假设放射丝增加时，图示的第一圈的增加后的面积和增加前的面积的比可以反映捕食效率的增量。

2、蛛网是对称结构。

5.1.2 定义符号

 n

放射丝的条数，取值范围为大于 3 的整数

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

S_n	放射丝条数为 n 时捕食面和中枢区的总面积
l_n	放射丝条数为 n 时多边形的一个边的长度
A_n	放射丝条数为 n 时一个卦限的角度大小
h_n	放射丝条数为 n 时一个卦限的三角形的高
ξ_n	S_{n+1} 和 S_n 的比值

5.1.3 模型的建立

设结点到中心的距离为 b ，是一个常数。

如图可得如下的公式：

$$A_n = \frac{2\pi}{n}, l_n = 2b \sin \frac{A_n}{2}$$

$$l_n = b \cos \frac{A_n}{2}, S_n = \frac{1}{2} n l_n h_n$$

联立上面四个式子可得具体的 S_n 的值为：

$$S_n = \frac{1}{2} n b^2 \sin \frac{2\pi}{n} \quad (5-1)$$

所以 ξ_n 的表达式为：

$$\xi_n = \frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{\frac{1}{2} (n+1) b^2 \sin \frac{2\pi}{n+1}}{\frac{1}{2} n b^2 \sin \frac{2\pi}{n}} = \frac{(n+1) \sin \frac{2\pi}{n+1}}{n \sin \frac{2\pi}{n}} \quad (5-2)$$

5.1.4 模型的求解

本文使用 *MATLAB* 对公式

$$\xi_n = \frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{\frac{1}{2} (n+1) b^2 \sin \frac{2\pi}{n+1}}{\frac{1}{2} n b^2 \sin \frac{2\pi}{n}} = \frac{(n+1) \sin \frac{2\pi}{n+1}}{n \sin \frac{2\pi}{n}}$$

进行了求解，求解后得到的 ξ_n 关于 n 的变化图像如下：

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

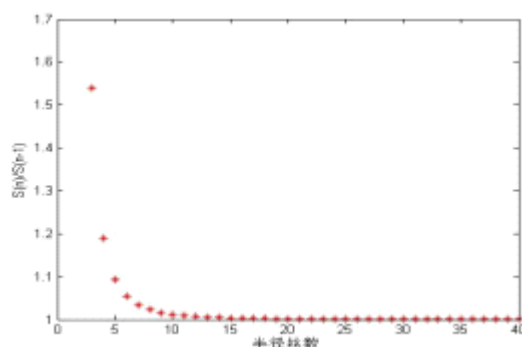


图7 ξ_n 关于 n 的变化图像

观察分析以上的求解结果，发现 ξ_n 在 n 增大时的减少量先显著减小后变的平缓，且在 $n=10$ 左右基本持平。在 $n>10$ 时，捕食面积 S_n 随着 n 的增加而增加的比率减小，所以由图像可以确定，在 $n \in [16, 20]$ 范围内的捕丝的利用效率较高。

5.1.5 模型的评价

第一种和现在的模型选择的放射丝的根数的求解的结果如下：

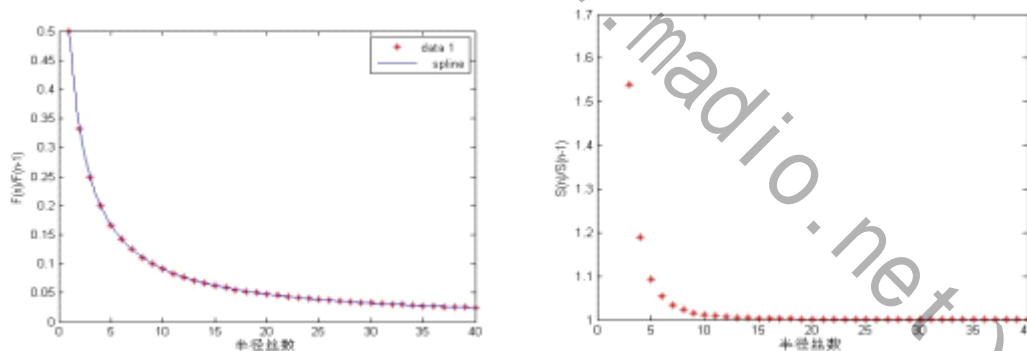


图8 放射丝的根数

通过对比上面两个图发现，对于确定精度情况下临界值的确定的问题，很显然新的方法的更精确，更容易得到效率更高时的 n 的取值范围。新的模型很优秀，灵敏度很好。

5.1.6 结论

在放射丝根数为 $n \in [16, 20]$ 时的捕食效率最高。

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

5.2 动载荷条件下基于蛛网抗撞击强度的放射丝根数优化模型

通过查阅资料，得到如下信息：蜘蛛的体形越大，那么其所织出来的蛛网的放射丝的条数越少且捕丝的间距越大；反之，蜘蛛的体积越小，蛛网的放射丝的条数越多，捕丝间距越小。

而对于大的蜘蛛，它们所捕食的猎物的体积更大，质量更重，需要的网的强度越大。

5.2.1 前提假设

- 1、假设不同的猎物撞向蛛网的速度是相同的。
- 2、假设不同的蜘蛛吐出的蛛丝的强度是相同的。
- 3、蛛网是对称结构。

5.2.2 符号说明

n	放射丝的根数，取值范围为大于 3 的整数
E_n	放射丝根数为 n 时所对应的蜘蛛的猎物的动能值
b	第一个结点与中心的距离
ψ_n	E_{n+1} 和 E_n 的比值

5.2.3 模型的建立

查阅资料得知：蜘蛛的体形越大，那么其所织出来的蛛网的放射丝的条数越少蜘蛛的体积越小，蛛网的放射丝的条数越多，具体的关系可以通过不同的蜘蛛捕食的猎物的动能来确定。

查资料得（ k 是常数）：

$$\psi_n \propto \frac{E_{n+1}}{E_n} = k \cdot \frac{2b \sin \frac{\pi}{n+1}}{2b \sin \frac{\pi}{n}}$$

$$\psi_n \propto \frac{E_{n+1}}{E_n} = k \cdot \frac{n}{n+1}$$

综上所述得：

$$\psi_n \propto \frac{E_{n+1}}{E_n} = k \cdot \frac{2b \sin \frac{\pi}{n+1}}{2b \sin \frac{\pi}{n}} \cdot \frac{n}{n+1} \quad (5-3)$$

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

所以得

$$\psi_n \propto \frac{E_{n+1}}{E_n} = k \cdot \frac{\frac{2b \sin \frac{\pi}{n+1}}{n+1}}{\frac{2b \sin \frac{\pi}{n}}{n}} \quad (5-4)$$

即

$$E_n = k \cdot \frac{2b \sin \frac{\pi}{n}}{n} \quad (5-5)$$

5.2.4 模型求解与评价

仍旧使用 *MATLAB* 对 ψ_n 关于 n 的函数变化图像具体的图像如下：

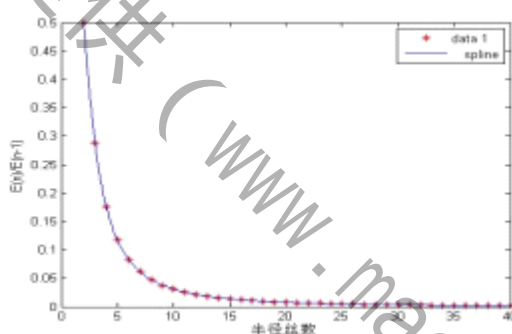


图9 ψ_n 关于 n 的函数变化图像

观察分析以上的求解结果，发现 ψ_n 在 n 增大时的减少量先显著减小后变的平缓，且在 $n > 10$ 后，其减小量显著减小，直到 $n > 15$ 之后渐渐的基本保持水平了，所以可以确定放射丝的根数在 $n \in [15, 20]$ 范围时，网的结构强度最好。

5.2.5 模型的评价

这个模型最终确定的放射丝的根数为 10 时，网的抗撞击能力最好。这个与上一个优化模型的求解结果基本相同。他们的求解结果图为：

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

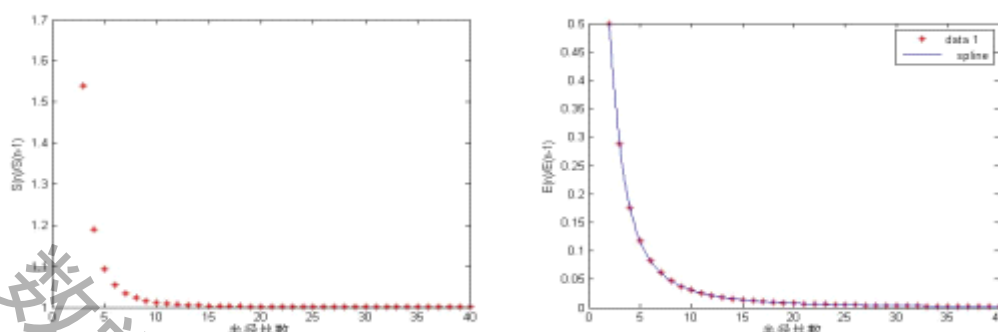
地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202



对比上面得知，这个优化模型的精度还是比较高的。

六 基于猎物提供能量的捕丝最优间距的确定

6.1 基本的假设

- 1、假设猎物的形状为球状，猎物的种类有 n 种，最小的猎物的直径为 d_1 ，最大的猎物的直径为 d_n 。
- 2、各种猎物的单位体积所能为蜘蛛提供的能量的大小是一样的。
- 3、蛛网的形状近似为圆形。
- 4、不同的猎物的数量分布是均匀的。

6.2 符号的设定

l	所有捕丝的总长度
η	能捕捉到的猎物的总能量与所有猎物的总能量的比值，即目标能量的捕捉率
\hat{d}	捕丝间的间距， $d_1 \leq \hat{d} \leq d_n$
ζ	单位长度捕丝上的能量的捕捉率

其他的符号，将在下文的具体情境中给出。

6.3 中枢区结构的确定

中枢区的半径与目标猎物中最大的猎物的直径 d_n 有关系。

在动载荷中，当猎物撞击中心时就相当于三角形的分布力系作用在放射丝上，具体

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

受力图如下面所示：

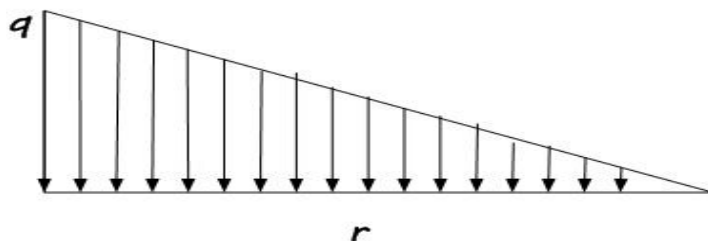


图 10 受力图

根据理论力学分析，可以求出这个三角形的分布力系的等效作用力的作用点为 d_n 靠近中心的 $\frac{1}{3}$ 处，所以可以确定中枢区的半径即为 $\frac{1}{3}d_n$ 。

中枢区在整个蛛网的强度与稳定性的意义在上文中已经分析过了，所以要继续强化蛛网的强度与稳定性则需要对中枢区进行强化，这一目的可以通过在中枢区设置强化丝来解决，下面进行强化丝的位置的探讨：

通过分析，最外层的强化丝就是捕丝的最内圈，即在距离中心 $\frac{1}{3}d_n$ 处设置强化丝一根。同理，当猎物直径为 d_{n-1} 时，其针对性强化丝的位置为距离中心 $\frac{1}{3}d_{n-1}$ 处。以此类推，最内侧的强化丝位置是距离中心 $\frac{1}{3}d_1$ 处。

6.4 模型的建立

6.4.1 捕丝的总长度的确定

假设中枢区的半径是 r ，取捕食区的范围是一个单位长度，定义为 1（具体情况如下图）。

所以所有的捕丝的圈数为：

$$x = 1 + \frac{1}{d}$$

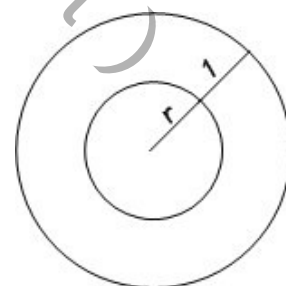
所以可以得到捕丝长度的平均值为：

$$\bar{l} = \frac{1}{2}[2\pi r + 2\pi(r+1)]$$

即

$$\bar{l} = \pi r + \pi(r+1) = 2\pi r + \pi \quad (6-1)$$

所以捕丝的总长度为：



第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

$$l = \bar{l}x = (2\pi r + \pi)(1 + \frac{1}{\hat{d}}) \quad (6-2)$$

6.4.2 目标能量的捕捉率的确定

假设猎物的直径是连续的，且猎物的数量分布是均匀的，则目标能量就是连续的。

用 Q 表示目标能量的大小，由于上文已假设各种猎物的单位体积所能为蜘蛛提供的能量的大小是一样的，所以可以得到 Q 与猎物的体积成正比，，又因为已假设猎物的形状为球形，球形体积为： $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ，所以可以得出 Q 与猎物的直径 d 的三次方成正比。所以可以得到 Q 关于 d 变化的三次函数图像，如下图所示。

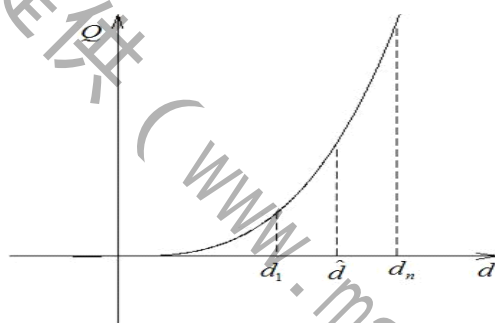


图 11 Q 关于 d 变化的三次函数图像

由于 $d_1 \leq \hat{d} \leq d_n$ ，所以在区间 (\hat{d}, d_n) 内的能量都可以被捕捉，在区间 (d_1, \hat{d}) 内的能量不能被捕捉。所以可以得到 η 的表达式为：

$$\eta = \frac{\int_{\hat{d}}^{d_n} d^3 dx}{\int_{d_1}^{\hat{d}} d^3 dx} = \frac{d_n^4 - \hat{d}^4}{\hat{d}^4 - d_1^4} \quad (6-3)$$

综上则可以得到单位长度的捕丝上的目标能量的捕捉率 ζ 为：

$$\zeta = \frac{\eta}{l}$$

其中 $\eta = \frac{d_n^4 - \hat{d}^4}{\hat{d}^4 - d_1^4}$ ， $l = (2\pi r + \pi)(1 + \frac{1}{\hat{d}})$ ，将其代入上式的：

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

$$\zeta = \frac{\frac{d_n^4 - \hat{d}^4}{\hat{d}^4 - d_1^4}}{(2\pi r + \pi)(1 + \frac{1}{\hat{d}})} \quad (6-4)$$

对该表达式中的 \hat{d} 进行求导得：

$$\frac{d\zeta}{d\hat{d}} = \frac{-4\pi\hat{d}^3}{d_n^4 - d_1^4} (2r+1)(1 + \frac{1}{\hat{d}}) + \frac{d_n^4 - \hat{d}^4}{d_n^4 - d_1^4} \cdot \frac{1}{\hat{d}^2} \quad (6-5)$$

令 $\frac{d\zeta}{d\hat{d}} = 0$ ，经化简得到如下方程：

$$4\hat{d}^3(1 + \frac{1}{\hat{d}}) = \frac{d_n^4 - \hat{d}^4}{\pi(2r+1)} \quad (6-6)$$

又因为

$$r = \frac{1}{3}d_n$$

所以上面方程为：

$$4\hat{d}^3(1 + \frac{1}{\hat{d}}) = \frac{d_n^4 - \hat{d}^4}{\pi(\frac{2}{3}d_n + 1)} \quad (6-7)$$

下面对 d_n 和 d_1 进行判断，由于 d_n 一般是 d_1 的 5 到 10 倍，所以可以就此做出一下假设： $d_n \gg d_1$ ，则 d_1 可忽略不计。所以方程式简化成了如下的式子：

$$\hat{d}^5 + \hat{d}^4 = \frac{d_n^4}{4\pi(\frac{2}{3}d_n + 1)} \quad (6-8)$$

6.5 模型的求解

由于以上的方程式是一个含有两个变量的高阶的方程，没法求解。但可以根据实际情况中蜘蛛的猎物的直径大小对猎物的直径的最大值进行定间距的取值，然后可以得到多个仅有 \hat{d} 这一个变量的高阶方程，并解出取不同的 d_n 值的情况下的 \hat{d} 的值，具体取值如一下表中所示（单位：mm）：

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

d_n	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
\hat{d}	0	0.2345	0.4276	0.5960	0.7475	0.8866	1.0160
d_n	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5
\hat{d}	1.1378	1.2531	1.3631	1.4681	1.5698	1.6675	1.7622
d_n	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
\hat{d}	1.8540	1.9432	2.0301	2.1149	2.1976	2.2786	2.23579

将上表数据中的 d_n 的值作为横轴坐标， \hat{d} 的值作为对应的纵轴坐标，通过 matlab 求出下面的散点图。

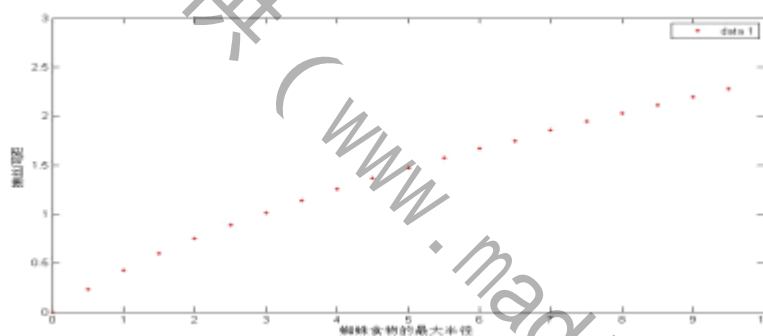


图 12 蜘蛛食物半径的最大值与捕丝间距的关系图

将相邻的两个 \hat{d} 的值作差得到下面的表中的数据(单位：mm)：

d_n	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
$\Delta\hat{d}$	0.2345	0.1931	0.1693	0.1515	0.1391
d_n	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$\Delta\hat{d}$	0.1294	0.1218	0.1153	0.1100	0.1053
d_n	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
$\Delta\hat{d}$	0.1014	0.0977	0.0947	0.0918	0.0892
d_n	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0
$\Delta\hat{d}$	0.0869	0.0848	0.0827	0.0810	0.0793

将上表数据中的 d_n 的值作为横轴坐标， $\Delta\hat{d}$ 的值作为对应的纵轴坐标，通过 MATLAB 求出下面的散点图。

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

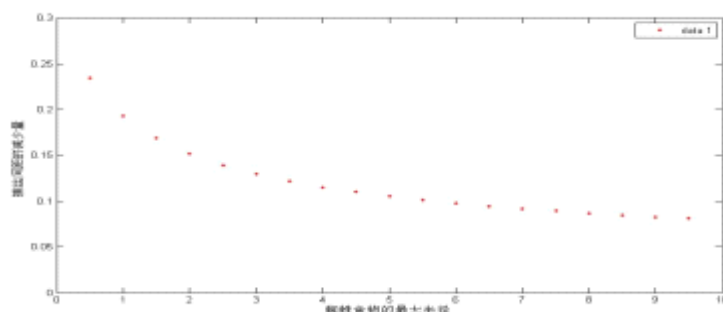


图 13 蜘蛛食物半径的最大值与捕丝间距减少量的关系图

由以上分析以及“蜘蛛食物半径的最大值与捕丝间距减少量的关系图”中的规律可以得到在 $d_n = 8$ 后 $\Delta \hat{d}$ 的变化量开始不是很大，即此时的单位的捕丝上的能量的捕捉率的变化量随着 d_n 的变化而产生的变化量开始不是很大，所以捕丝间的间距距离的取值范围是 $\hat{d} \in [8, 10]$ 。

七 基于悬索模型的放射丝长度的确定

前面的模型均假设蜘蛛网受到碰撞后不会发生变形，这是不符合实际情况的。在该模型中我们将蜘蛛网考虑成悬索结构（发生碰撞后产生弹性变形），并在该假设下通过悬链线理论建立单根放射丝受到撞击后的张力方程，得到了蜘蛛网可接受的垂跨比的表达式，再通过研究

蜘蛛的最大猎物撞击网时产生的最大的压力作用于悬索形的放射丝所产生的水平张力与悬索的断裂极限的关系确定放射丝的长度。

7.1 基本假定

在分析单根放射丝受力情况时，为了简化计算，作如下基本假定：

- (1) 缆索是绝对柔性的，即缆索任一截面上只能承受拉力，不能承受弯矩和压力。
- (2) 缆索的材料服从胡克定律。
- (3) 将缆索两支承点视为不动点，不考虑两支承点的位移。

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

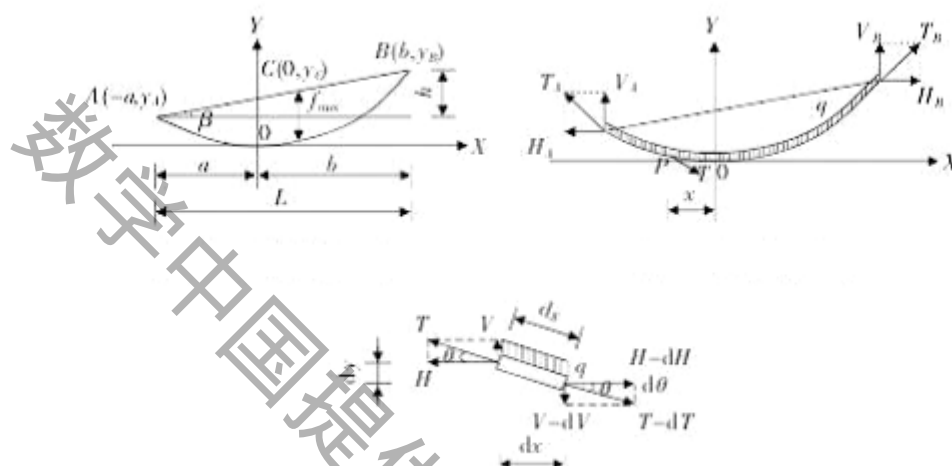
电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

7.2 悬索模型的理论推导[5]

7.2.1 悬链线方程的建立



上图中从左上一个图开始顺时针方向依次为图 1、2、3。所以如图 1，图 2 所示，以架空缆索最低点为原点建立坐标系。悬链线方程建立分析图见图 3。 A 、 B 两点为缆索不等高的两支承点。两支承点相对高差 h ，缆索跨径 L 。 f 为任意点的垂度， f_{\max} 为最大垂度， H 为缆索水平张力， V 为缆索张力的垂直分力，并假定缆索所承受的均布荷载是沿缆索线型分布的单位长度，缆索重 q ，令 $t = \frac{H}{q}$ 。架空缆索的悬链线方程为：

$$y = t \left(\cosh \frac{x}{t} - 1 \right)$$

同时，根据图 1，可以求出 a 、 b 分别为：

$$a = \frac{L}{2} - t \cdot \operatorname{arcsinh} \frac{h}{2t \cdot \sinh \frac{L}{2t}} \quad (7-1)$$

$$b = \frac{L}{2} + t \cdot \operatorname{arcsinh} \frac{h}{2t \cdot \sinh \frac{L}{2t}} \quad (7-2)$$

7.2.2 曲线的最大垂度和曲线长度

7.2.2.1 最大垂度

(1) 当 $x = t \cdot \operatorname{arcsinh} \frac{h}{L}$ 时，悬链线有最大垂度值：

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

$$f_{\max} = \frac{h}{L} \left(t \cdot \arcsin \frac{h}{L} + a \right) - t \left[\cos \left(\arcsin \frac{h}{L} \right) - \cos \frac{a}{t} \right] \quad (7-3)$$

式中：

$$a = \frac{L}{2} - t \cdot \arcsin \frac{h}{2t \cdot \sin \frac{L}{2t}}$$

(2) 当 $x = t \cdot \sin \beta$ 时，抛物线有最大悬度值：

$$f_{\max} = \frac{L^2}{8t \cdot \cos \beta} \quad (7-4)$$

7.2.2.2 曲线长度

(1) 悬链线的曲线长度：

$$S = 2t \cdot \sin \frac{L}{2t} \cdot \cos \left(\arcsin \frac{h}{2t \cdot \sin \frac{L}{2t}} \right) \quad (7-5)$$

(2) 抛物线的曲线长度

$$S \approx L \left(1 + \frac{1}{2} \tan^2 \beta + \frac{L^2}{24t^2 \cdot \cos^2 \beta} \right) \quad (7-6)$$

7.2.3 悬链线模型的缆索张力

(1) 水平张力：缆索任一截面上的水平张力都相等，表示为：

$$H_A = H_B = H = t \cdot q \quad (7-7)$$

(2) 垂直张力：令 S_A , S_B 分别为两支撑点距缆索最低点（坐标原点）的曲线长度，则：

$$S_A = t \cdot \sin \left(\frac{L}{2t} - \arcsin \frac{h}{2t \cdot \sinh \frac{L}{2t}} \right) \quad (7-8)$$

$$S_B = t \cdot \sin \left(\frac{L}{2t} + \arcsin \frac{h}{2t \cdot \sinh \frac{L}{2t}} \right) \quad (7-9)$$

坐标原点处缆索垂直张力 $V_0 = 0$ ，则两支撑点处缆索垂直张力为：

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

$$V_A = q \cdot S_A = q \cdot t \cdot \sin\left(\frac{L}{2t} - \arcsin \frac{h}{2t \cdot \sinh \frac{L}{2t}}\right) \quad (7-10)$$

$$V_B = q \cdot S_B = q \cdot t \cdot \sin\left(\frac{L}{2t} + \arcsin \frac{h}{2t \cdot \sinh \frac{L}{2t}}\right) \quad (7-11)$$

(3) 总张力：

$$T_A = \sqrt{V_A^2 + H^2} = q \cdot t \cdot \cos\left(\frac{L}{2t} - \arcsin \frac{h}{2t \cdot \sinh \frac{L}{2t}}\right) \quad (7-12)$$

$$T_B = \sqrt{V_B^2 + H^2} = q \cdot t \cdot \cos\left(\frac{L}{2t} + \arcsin \frac{h}{2t \cdot \sinh \frac{L}{2t}}\right) \quad (7-13)$$

7.3 模型的建立

对于悬链线，当 q ， L 恒定不变时，缆索张力 H, V, T 及最大垂度 f_{\max} 均为 t 的函数。为了研究缆索张力与最大垂度之间的关系，最好能将缆索张力表达为最大垂度 f_{\max} 的函数，但 t 关于 f_{\max} 的函数显然难以求解，我们通过研究 f_{\max} 关于 t 的函数的单调性、缆索张力关于 t 的函数的单调性，从而得出缆索张力关于 f_{\max} 的单调性。

当 q ， L 恒定不变时，令 $q=1, L=1$ ，这样假定不会影响最大垂度、缆索张力关于 t 的函数的单调性，同时简化了计算程序，则得简化后的相关方程：

悬链线方程：

$$y = t\left(\cos \frac{1}{t} x - 1\right)$$

最大垂度：

$$f_{\max} = t\left(\cos \frac{1}{2t} - 1\right)$$

水平张力：

$$H_A = H_B = H = t$$

总张力：

$$T_A = T_B = t \cdot \cos \frac{1}{2t}$$

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

7.4 模型的求解与评价

假设蜘蛛的猎物在撞击放射丝时产生的最大的水平张力为 H_{\max} ，则可以得到：

$$t = H_{\max}$$

将上式代入 $f_{\max} = t(\cos \frac{1}{2t} - 1)$ 中可得到最大的垂度 f_{\max} 的值。

由于放射丝是悬索结构，假设放射丝的长度为 l_x 、结构的悬索比为 μ ，则又可以得到下面的公式：

$$\mu = \frac{f_{\max}}{l_x}$$

$$\mu = \frac{t(\cos \frac{1}{2t} - 1)}{l_x} = \frac{H_{\max}(\cos \frac{1}{2H_{\max}} - 1)}{l_x}$$

即

(7-14)

所以放射丝的长度 l_x 的公式为：

$$l_x = \frac{H_{\max}(\cos \frac{1}{2H_{\max}} - 1)}{\mu}$$

(7-15)

综上，只要确定要求的蜘蛛的捕食的猎物的撞击力的范围和该种蜘蛛的蛛丝的悬索结构的特性（即 μ 的值），则可以得到放射丝的最大长度 l_x 了。

对于该模型求放射丝的最大长度的确定是十分符合实际情况的，模型的理论不复杂，求解容易，对于不同蜘蛛种类的情况有很好的适应性，很科学。

八 蛛网的最终设计方案

综合以上悬索模型求解出的放射丝的长度和关于放射丝条数、捕丝间距的求解的几个模型之间的效果的对比求出的放射丝的数量范围以及捕丝的间距值的范围，可以得到以下的设计参数：

8.1 放射丝的条数的取值范围

$$n \in [15, 20]$$

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

8.2 放射丝的长度为

$$l_r = \frac{H_{\max} (\cos \frac{1}{2H_{\max}} - 1)}{\mu} \quad (H_{\max} \text{ 和 } \mu \text{ 取决于蛛丝的具体性能})$$

8.3 捕丝的间距值的取值范围

$$\hat{d} \in [8, 10]$$

8.4 中枢区的半径

$$r = \frac{1}{3} d_n$$

8.5 强化丝分布力

最外层的强化丝就是捕丝的最内圈，即在距离中心 $\frac{1}{3} d_n$ 处设置强化丝一根。同理，当猎物直径为 d_{n-1} 时，其针对性强化丝的位置为距离中心 $\frac{1}{3} d_{n-1}$ 处。以此类推，最内侧的强化丝位置是距离中心 $\frac{1}{3} d_1$ 处。

只要给定蛛丝的的性能值和蜘蛛的捕食猎物的情况，则可以基本确定蛛网的具体结构了。

九 设计方案的评价和改进

设计方案的科学性是显然的，同时，由于重要的设计参数是范围，所以这个方案对不同情境下的蛛网的结构的设计的适用性是很广的。

在计算捕丝的间距和放射丝的条数时没有具体讨论捕丝对网的结构稳定性与强度的加强作用，所以该方案有一定的缺陷。

在方案的优化中可以将捕丝对网的结构稳定性与强度的加强作用考虑进去，综合考虑已经考虑的因素以及其他的因素，可以是设计方案得到一定的优化。

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

十 参考文献

- [1]. 姜启源 《数学模型（第四版）》 北京 高等教育出版社 2010.7
- [2]. 卓春晖、蒋平 《不同体重悦目金蛛的蛛网结构》 《动物学杂志》 第 42 期 134 至 139 页 2007
- [3]. 卓金武 《matlab 在数学建模中的应用》 北京 北京大学出版社 2011.4
- [4]. 卓春晖、蒋平 《蛛网结构性能及其适应性》 《四川动物》 第 25 卷第 4 期 2006
- [5]. 郭常瑞 《悬链线与抛物线缆索计算理论对比分析》 《山西建筑》 第 38 卷第 3 期 173 页 2012.1.

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

参赛队号#1202

附 录

求解 $x^5+x^4=k$ 的代码

```
function dx=ch1(x)
dx=[x^4+x^5-0.01492/4];
end

x0=0.5;
options=optimset('Jacobian','off','Display','iter');
x=fsolve(@ch1,x0,options)
```

求 $E(n+1)/E(n)$

```
clear;
n=3:40;
z=(sin((2*pi)/(n+1))./sin((2*pi)/n)).*((n+1)./n);
plot(n,z,'r*');
xlabel('°ë¼Ëÿ');

ylabel('S(n)/S(n-1)');
```

捕食面积的确定

```
clear;
[n,d]=meshgrid(12:20,1:0.5:50);
z=(2*d+(2*n-1).*d.^2)./(2+2*n.*d);
surf(n,d,z);
```