

1593

第六届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第六届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为： 1593

参赛队员（签名）：

队员 1：陈望云

队员 2：孙家敏

队员 3：张建

参赛队教练员（签名）： 朱家明

参赛队伍组别：本科组

1593

第六届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：1593

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

1593

2013 年第六届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 公路运输投资分配及与 GDP 的影响分析关 键 词 公路运输、投资、灰色预测、灰色关联度、Matlab、Excel

摘 要

本文针对公路运输投资资金在该省各个城市之间的投资比例及公路运输对 GDP 的影响程度问题，运用数理统计、计量经济学等知识给出合理的算法，建立灰色预测模型、相关分析模型、灰色关联度分析模型与多元线性回归等模型，给出了定性分析并得出问题理论及数值结果，并加以比较、验证，说明了该系列模型的合理性，很好地解决了这一问题。

模型 I 对问题一，本文选取该省 11 个城市五年的 GDP 作为衡量经济发展的指标；将各城市公路货物周转量、公路旅客周转量选取为公路交通发展状况的指标。按交通运输系统实际完成的运输量为基础来计算弹性系数，以此反映运输与经济增长的弹性关系。运用 Excel 软件求解，发现 2007-2011 年该省 11 个城市公路运输经济弹性系数基本呈正值，这说明了经济增长和公路运输的增长是正相关的。根据得到的运输经济弹性系数，通过灰色预测预测未来五年的运输经济弹性系数。最后根据每一年中各城市的公路运输增长对经济增长的拉动作用大小来决定未来五年分配给各城市的公路运输资金多少。如 2012 年公路运输资金在城市一、二、三、五、六、七、十一的投资分配比例为 9.5459%、6.0275%、18.9861%、0、17.3179%、16.2350%、26.0089%、0、0、0、5.8788%

模型 II 对问题二，要求对第一阶段的问题一的结果进行修正，首先将附表三给出的该省 11 个主要城市的相关数据进行合理处理得到该省总的相关数据，分别计算出 2007-2011 年每年的公路运输客、货运总量、公路建设费用，再选取地区生产总值与公路运输旅客总量、公路运输货运总量、公路建设费用、道路运输从业人员、汽车服务维修网点数等指标做相关分析，得出与公路运输直接或间接的相关行业对 GDP 的影响。运用 Excel 求解，结果发现，与公路运输相关的行业对 GDP 的影响较大，间接地反映公路运输对 GDP 的影响。

模型 III 在模型 II 的基础上做灰色关联度分析，根据关联度分析得到了与 2007 年最贴近的年份，运用 Matlab 软件求解发现，2009 年的相关情况与 2007 年最接近，即关联程度最高，并给出了灵敏度分析。

模型 IV 对 2009 年该省 11 个城市选取与公路运输业有关的指标，并与 GDP 进行多元线性回归分析，得到公路运输对 GDP 的影响程度，与第一阶段问题一根据 2007 年的数据得出的结果进行对比，发现结论截然不同，实际上公路运输对 GDP 虽有一定的影响，但其影响程度并不是所有行业中最大的。

最后，针对所建模型进行了评价和推广。

参赛队号：1593所选题目：C 题参赛密码
(由组委会填写)

Abstract

This article use mathematical statistics, econometrics and knowledge to give a reasonable algorithm to road transport investment funds in the investment ratio and road transport in various cities of the province between the degree of impact on GDP. Building Gray Prediction Model, Analysis Model, Gray Correlation Analysis Model with multiple linear regression model, qualitative analysis and draw theoretical and numerical results, It is verified by comparing the description of the series model and it is a reasonable and a good solution to this problem.

In Model 1, to question one, This paper selected 11 cities of the province's five years of GDP as a measure of economic development indicators and selected road cargo turnover of each city, highway passenger turnover as the Road Development Indicators. This paper also seemed Traffic actually completed by the transport system as a basis for calculation of the coefficient of elasticity to reflect the elasticity of transport and economic growth relationship. We use software of Excle to solve this problem and found from 2007 to 2011, the province's 11 cities transportation economy elastic coefficient was actually positive, This shows that road transport growth is positively related to economic growth. According to the transport economy elasticity coefficient, Predicting transport economy in the next five years by gray prediction coefficient of elasticity. Finally, according to the city's road transport growth each year on economic growth allocated to the city in the next five years to determine the size of the road transport funds. Such as the 2012 road transport funds to City one, City two, City three, City five, City six, City seven, City eleven investment in proportion to the allocation of 9.5459% 6.0275% 18.9861%, 0,17.3179%, 16.2350%, 26.0089%, 0,0, 0,5.8788%.

In Model 2. To question two, it requested to correct the results of the first stage of the question one, first we calculate the province's 11 major cities data in the Third Schedule to get reasonable total data, and we also calculated 2007-2011 annual road transport passenger and cargo total cost of road construction. then we Select the GDP and road transport passenger total, total road transport freight, road construction costs, road transport practitioners, automotive service repair number of outlets and other indicators related analysis. We get the conclusion that the road transport directly or indirectly related industries to GDP

In Model 3 we use Grey Relational Analysis on the basis of the model two, According to the correlation degree analysis we get the the closest Year to 2007. By using software of Matlab we found Year 2009 closest to 2007, that is associated with the highest degree, and gives the sensitivity analysis. Associated with the highest degree of sensitivity analysis

In Model four we selected 2009 the province's 11 cities road transport related indicators and Multiple linear regression analysis and GDP, we get road transport impact on GDP. The result of a 2007 data compared with the first phase of the problem, we found distinct conclusion, Actually road transport has some degree of impact on GDP, But it is not biggest.

Finally, the model was evaluated and promoted.

§ 1 问题的重述

一、背景知识

1. 问题概况

公路运输是 19 世纪末随着现代汽车的诞生而产生的，是交通运输系统的组成部分之一。近几年来，随着我国经济的不断发展，运输行业的重要性快速提高，不管是旅客运输还是货物运输的发展与变化都成为国民经济发展的重点部分，而在其中公路运输又成为运输行业的重中之重，由此公路运输业对 GDP 的影响成为社会重点关注的问题之一。GDP 指在一定时期内，一个国家或地区的经济中所生产出的全部最终产品和劳务的价值，是衡量国家经济状况的一种指标，对反映国家的经济发展状态、国民收入和消费能力的情况起着不可代替的作用。故对全国各省来说，欲有效的提高该地区的 GDP，对公路运输业影响国内生产总值的比重进行测算显得尤为重要。

2. 现状与对策

现代交通运输方式的公路运输，比起水运和铁路起步晚，直到 19 世纪末才出现了第一批汽车，这种新型交通工具问世后，在实践中显示出其突出的优越性，即机动、灵活、方便、快速、直达，因此，它的发展速度远快于水运和铁路，截止 2006 年底，全国公路总里程达 345.70 万公里，公路建设的快速发展，为公路运输发挥在综合运输体系中的基础作用奠定了良好的基础。公路运输是国民经济的基础。它的建设规模，发展速度和水平取决于国民经济的发展，相反，对国民经济的发展又有着极为重要的影响。随着我国经济的发展，公路与国民经济其他部门之间的产业联系和产业效益都发生着巨大变化。因此，通过分析该省公路运输业的相关数据，解释两者之间的相互关系，具有积极的作用。

二、相关试验数据

1. 城市三的客、货的运输经济弹性系数数据（见附表一）。
2. 城市四的客、货的运输经济弹性系数数据（见附表二）。
3. 城市五的客、货的运输经济弹性系数数据（见附表三）。
4. 城市六的客、货的运输经济弹性系数数据（见附表四）。
5. 城市七的客、货的运输经济弹性系数数据（见附表五）。
6. 城市八的客、货的运输经济弹性系数数据（见附表六）。
7. 城市九的客、货的运输经济弹性系数数据（见附表七）。
8. 城市十的客、货的运输经济弹性系数数据（见附表八）。
9. 城市十一的客、货的运输经济弹性系数数据（见附表九）。
10. 灰色预测程序预测未来五年的运输经济弹性系数程序（见附录十）。
11. 多元线性回归拟合程序（见附录十一）。

三、要解决的问题

1. 建立合理的数学模型，对未来五年公路运输投资资金在各市的分配比例做出合理预测。
2. 利用附件三给出的数据，对我们在问题一中建立的关于公路运输产业对国民经济的投入产出模型进行修正，并给出合理的理由。

§ 2 问题的分析

一、相关背景知识的介绍

交通运输业是国内经济的先行和基础产业，是一国经济现代化的重要标志和支撑载体。公路运输作为最广泛、最基本的交通运输方式，它是整个交通运输系统的重要组成部分，是生产、分配、交换、消费过程中联系的重要纽带。公路运输的发展带来宏观经济总量增加的同时，它的建设规模、发展速度和水平又取决于国内经济的发展，同时又反过来对国内经济的发展有着极为重要的影响。两者互为因果，相互促进、相互影响。在《21 世纪中国道路运输发展浅略》等方针政策指引下，我国公路运输发展空间大大拓宽、服务领域不断延伸，公路运输已成为 5 种主要运输方式中完成运输量最多，实现营业收入最高的一种运输方式。

交通运输可以使流动资本从某一个地区释放出来，而在别的地方作为固定资本产生更大的效益。运输条件的改善可以帮助克服生产中的瓶颈状态，从而进一步促进经济扩张。所以交通建设以及交通运输对一个国家的国内经济的影响是巨大的。

随着公路运输与国内经济的快速发展，关于公路运输与国内经济的关系的研究越来越引起人们的注意，相应的研究成果和结论及其在有关部门的应用，对正确认识公路运输的地位和促进道路运输业持续、健康发展，起到了积极的作用。

二、对问题的初步分析和目标优化

1. 对问题一的分析

对问题一，本文将该省 11 个城市五年的 GDP 选取为衡量经济发展的指标，作因变量；将各城市公路货物周转量、公路旅客周转量选取为公路交通发展状况的指标，为自变量，按交通运输系统实际完成的运输量为基础来计算出弹性系数，以此反映运输与经济增长的弹性关系。根据得到的 11 个城市 2007-2011 五年的运输经济弹性系数，通过灰色预测预测出 2012-2016 年未来五年的运输经济弹性系数，根据弹性系数来决定公路运输投资资金的分配比例。

2. 对问题二的分析

对问题二，要求对附表一求得的结果进行修正，首先将附表三给出的该省 11 个主要城市的相关数据进行合理的合并、加总得到该省的总的相关数据，别计算出 2007-2011 年每年的公路运输客、货运总量、公路建设费用，再选取地区生产总值（GDP）与公路运输旅客总量、公路运输货运总量、公路建设费用、道路运输从业人员、汽车服务维修网点数等指标做相关分析，得出与公路运输直接或间接的相关行业对 GDP 的影响。再做灰色关联度分析，根据关联度分析得到了与 2007 年最贴近的年份，对该年份该省 11 个城市选取与公路运输业有关的指标与 GDP 进行多元线性回归分析，得到公路运输对 GDP 的影响关系，与第一阶段问题一根据 2007 年的数据得出结果进行对比，进而对其进行修正，得出公路运输对 GDP 的确切的影响关系。

§ 3 模型的假设

1. 假设所给附表三中公路占全社会客、货运总量的比重没有数值的均默认为 100%；
2. 假设在计算客、货运周转量时平均运距以统计年鉴中查得的数据为准；
3. 假设在计算公路运输费用时每公里公路的平均造价以平原微丘地带、双向四车道的造价为基准；
4. 假设该省的 GDP 来源于主要的 11 个城市。

§ 4 名词解释与符号说明

一、名词解释

1. **地区生产总值**：地区生产总值是指本地区所有常住单位在一定时期内生产活动的最终成果。地区生产总值等于各产业增加值之和，即本地区的 GDP。

2. **周转量**：包括旅客周转量和货物周转量。旅客周转量反映交通部门一定时期内旅客运输工作量的指标。指旅客人数与运送距离的乘积。货物周转量是指在一定时期内，由各种运输工具实际完成运送过程的以重量和运送距离的复合单位（吨公里）计算的货物运输量。

3. **灰色预测**：通过少量的、不完全的信息，建立灰色微分预测模型，对事物发展规律作出模糊性的长期描述（模糊预测领域中理论、方法较为完善的预测学分支）。

4. **弹性系数**：弹性系数是一定时期内相互联系的两个经济指标增长速度的比率，它是衡量一个经济变量的增长幅度对另一个经济变量增长幅度的依存关系。

5. **灰色关联度分析法**：灰色关联度分析法是一种多因素统计分析方法，它是以各因素的样本数据为依据用灰色关联度来描述因素间关系的强弱、大小和次序灰色关联度分析对于一个系统发展变化态势提供了量化的度量，非常适合动态历程分析。

6. **关联度系数**：表示两个事物之间的关联程度，在数学上是指两函数相似的程度，是灰色系统分析的一个术语。它用关联系数表示。关联系数式中 Δ_{\min} ， Δ_{\max} 分别是母因素与子因素时间数列在各时刻绝对差值的最小和最大值， $\Delta_{ij}(tk)$ 是 tk 时刻的绝对差值。

二、符号说明

序号	符号	意义
1	$y^{(0)}$	灰导数
2	a	发展系统
3	$z^{(0)}$	白化背景值
4	b	灰作用量
5	$\varepsilon(t)$	相对误差
6	e	弹性系数
7	$\xi(X_i)$	关联系数
8	ρ	分辨系数
9	$\Delta_{oi}(k)$	X_i 曲线上的每一个点与 X_0 曲线上的每一个点的绝对差值
10	Δ_{\min}	二级最小差
11	Δ_{\max}	二级最大差
12	r_i	关联度

§ 5 模型的建立与求解

一、问题一的分析与求解

1. 相关背景知识

众所周知，人们通常习惯用GDP表示经济增长的规模，GDP是有效、方便地反映经济增长的指标。事实上，如果从交通运输的角度讲，由于GDP能够较好地反映人们的生产活动，因而，一国或地区交通运输与GDP关系的考察，通常就能反映交通运输与经济增长

1593

长之间关系的一个侧面。为了代表经济增长过程中经济与运输量增长的关系，人们通常分析交通运输的经济增长弹性。

2. 问题分析

对问题一，本文将该省11个城市五年的GDP选取为衡量经济发展的指标，作因变量；将各城市公路货物周转量、公路旅客周转量选取为公路交通发展状况的指标，为自变量，按交通运输系统实际完成的运输量为基础来计算出弹性系数，以此反映运输与经济增长的弹性关系。根据得到的11个城市2007-2011五年的运输经济弹性系数，通过灰色预测预测出2012-2016年未来五年的运输经济弹性系数，由预测出的未来五年的弹性系数判断经济增长与公路运输增长是否存在正相关关系，若弹性系数为负值，则该城市在这一年的公路运输增长对经济增长有反向拉动作用，那么对该城市这一年的公路运输投资资金为零；若弹性系数为正，说明该城市这一年的公路运输增长对经济增长有正向拉动作用，根据未来五年的每一年中各城市的公路运输增长对经济增长的拉动作用大小来决定未来五年分配给各城市的公路运输资金多少。

3. 模型准备

3.1 灰色预测的基本思路

将已知的数据系列按照某种规则构成动态或非动态的白色模块。再按照某种变化、解法来求解未来的灰色模型。 $GM(1, 1)$ 建模其实质是通过对原始数据的处理来寻找数据规律，建立微分方程预测模型，对数据进行拟合，从而确定一系列的预测值。当灰色模型用于短期预测时，所要求的原始数据少、不考虑分布规律，其建模过程简单，预测精度高、易于检验，应用广泛。其程序流程图如图1所示。

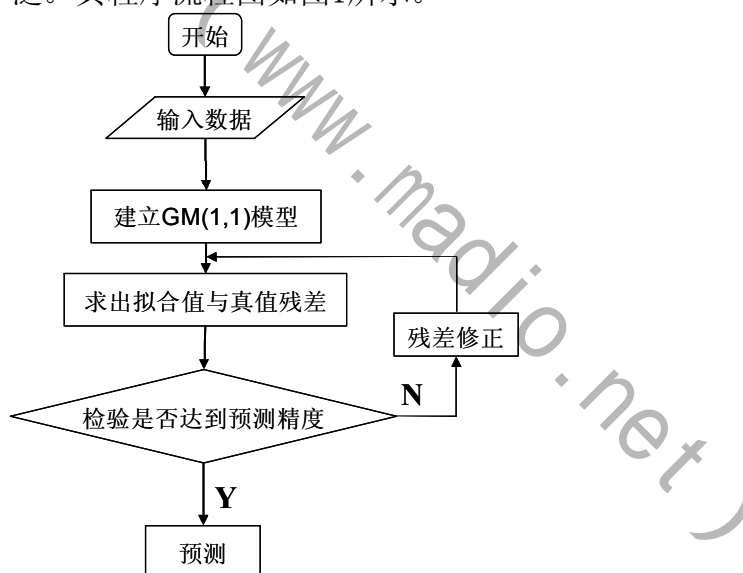


图1 灰色预测程序流程图

3.2 数据的检验与处理

首先，为了保证建模方法的可行性，需要对已知数列做必要的检验处理。设参考数列为 $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n))$ ，计算数列的极比

$$\lambda(t) = \frac{x^{(0)}(t-1)}{x^{(0)}(t)} \in (e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}}) \quad (t = 2, 3, \dots, n)$$

如果所有的级比 $\lambda(k)$ 都落在可容覆盖 $(e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}})$ 内，则数列 $x^{(0)}$ 可以作为模型 $GM(1, 1)$ 进行数据灰色预测，否则需要对数列 $x^{(0)}$ 做必要的变换处理，使其落入可容覆盖内。即取适当的常数 c ，作平移变换 $y^{(0)}(t) = x^{(0)}(t) + c (t = 1, 2, \dots, n)$ 使数列

1593

$y^{(0)} = (y^{(0)}(1), y^{(0)}(2), \dots, y^{(0)}(n))$ 通过检验。

数学中国提供 (www.madio.net)

1593

3.3 建立灰色预测模型

对通过级比的数列 $y^{(0)}$ 做一次累加, 记作 $y^{(1)} = (y^{(1)}(1), y^{(1)}(2), \dots, y^{(1)}(n))$, 将 $y^{(1)}$ 进行均值生成 $z^{(1)}(t) = 0.5y^{(1)}(t) + 0.5y^{(1)}(t-1) \quad t = (2, 3, \dots, n)$; 根据 $y^{(0)}$ 建立微分方程

$$y^{(0)}(t) + az^{(0)}(t) = b \quad (t = 2 \dots n),$$

$y^{(0)}$ 称为灰导数, a 称为发展系统, $z^{(0)}$ 白化背景值, b 称为灰作用量。构造矩阵

$$B = \begin{pmatrix} -z^{(0)}(2) & 1 \\ -z^{(0)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(0)}(n) & 1 \end{pmatrix}, \quad Y_N = \begin{pmatrix} y^{(0)}(2) \\ y^{(0)}(3) \\ \dots \\ y^{(0)}(n) \end{pmatrix}$$

计算 $\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N$; 于是得到预测值

$$\hat{y}^{(1)}(t+1) = (y^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (t = 1, 2, \dots, n-1),$$

还原数据

$$\hat{y}^{(0)}(t+1) = \hat{y}^{(1)}(t+1) - \hat{y}^{(1)}(t) \quad (t = 1, 2, \dots, n-1)$$

3.4 检验预测值

$\varepsilon(t) = \frac{|x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t)|}{x^{(0)}(t)}$ 称 $\varepsilon(t)$ 为相对误差, 如果 $\varepsilon(t) < 0.2$, 则可认为达到一般要求,

若 $\varepsilon(t) < 0.1$, 则认为达到较高要求。

4. 模型建立与求解

模型 I 灰色预测模型

对于给定的在经济社会系统中存在一定关系的两个部门(分别以变量 X , Y 表示)来说, 它们之间的弹性关系可用数字关系表示出来:

$$e = \frac{\frac{dx}{x}}{\frac{dy}{y}}$$

其中, e 为弹性系数, 若 x 代表经济增长下的运输量, y 代表经济增长水平 (GDP), 则 e 表示运输的经济弹性系数。这里的运输量包括客运周转量和货运周转量。

货运周转量=实际运送吨数*货物平均运距

客运周转量=实际运送人数*载客平均运距

由国家统计年鉴查得货物平均运距和载客平均运距如下表1。

表1货物平均运距和载客平均运距

年份	2007	2008	2009	2010	2011
运距 (公里)					
客运平均运距	56	47	49	49	51
货运平均运距	69	171	175	177	182

备注: GDP 即为附表3中的地区生产总值。

通过Excel计算得到城市一、二的运输经济弹性系数如下表2、3, 其它城市的详细数据见附录一到九。

1593

表2 城市一的公路货物、旅客周转量与运输经济弹性系数

年份	GDP(万元)	旅客周转量 (万人公里)	货物周转量 (万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	1091714	49546.56	162294.9	0.6996	1.7779	2.4233
2008	1781800	49373.1475	492125.6025	-0.0091	1.7305	1.6627
2009	2424550	54970.65	586894.595	0.3841	0.6091	0.9755
2010	2990722	59350.417	709556.8389	0.3898	0.9132	1.2774
2011	3824928	63636.4536	806325.3016	0.3088	0.5503	0.8392

表3 城市二的公路货物、旅客周转量与运输经济弹性系数

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	3416200	13014583.96	37411523.034	-0.6815	1.7630	1.0047
2008	4390600	11450796.402	90943759.179	-0.6154	2.6523	1.8924
2009	5098600	7823921.875	185070015.025	-3.3383	3.6626	0.3013
2010	6033300	8167862.528	219772228.416	0.2718	1.0192	1.1981
2011	7184500	9003194.475	229347036.646	0.5790	0.2605	0.7800

其中，总系数=客运弹性系数*公路占全社会旅客运输总量的比重+货运弹性系数*公路占全社会货运总量的比重。

问题一研究公路运输增长对经济增长的拉动作用，根据2007-2011年该省11个城市的客、货运弹性系数的数据建立建立GM(1,1)模型预测2012-2016年的客、货运弹性系数，通过灰色预测具体步骤如下（以城市一为例）。

(1)数据的检验与处理

为了保证建模方法的可行性，需要对已知数列做必要的检验处理：通过检验 $\lambda(t) \notin (0.7165, 1.3956) (t = 2, 3, \dots, 5)$ ，我们发现2007~2011的客、货运弹性系数未能全部通过极比检验，因此需进行调整。经过变换可得：

$$y_1^{(0)}(t) = x_1^{(0)}(t) + 1, (t = 1, 2, \dots, 5),$$

通过MATLAB程序编程（程序见附录一）计算得：

$$\hat{a}_1 = 0.1013, \hat{b}_1 = 3.0064$$

还原数据 $\hat{y}_1^{(0)}(t+1) = \hat{y}_1^{(1)}(t+1) - \hat{y}_1^{(1)}(t)$, $t = 1, 2, \dots, 5$ ，再次还原数据得到平均房价的灰色预测模型： $\hat{x}_1^{(0)}(t) = \hat{y}_1^{(0)}(t) - 1, t = 1, 2, \dots, 5$ 。

表4 灰色预测模型结果

年份	2007	2008	2009	2010	2011
实际总弹性系数	2.4233	1.6627	0.9755	1.2774	0.8392
预测总弹性系数	2.4233	1.5293	1.2856	1.0655	0.8665
相对误差(%)	0	0.0501	0.157	0.0931	0.0148

平均相对误差值为6.3%，模型通过检验精度很高，GM(1,1)模型可预测2011-2015年的平均住房价格，通过MATLAB编程得到2012-2016年的预测值，结果见表1.5。

1593

表5 灰色预测 2012-2016 客、货运总弹性系数

时间	2012	2013	2014	2015	2016
系数	0.6867	0.5242	0.3773	0.2447	0.1248

运用 $Matlab$ 软件求得2012-2016年未来五年的各城市公路运输经济总弹性系数，如下表6。

表6 未来五年的各城市公路运输经济总弹性系数

年份 城市	2012	2013	2014	2015	2016
一	0.6867	0.5242	0.3773	0.2447	0.1248
二	0.4336	0.2101	-0.0042	-0.2096	-0.4066
三	1.3658	4.0949	6.8486	9.6273	12.4312
四	48.9257	-33.4758	-41.2658	-48.9257	-56.4577
五	1.2458	1.3301	1.4151	1.5007	1.587
六	1.1679	0.8402	0.5176	0.2	-0.1127
七	1.871	2.4179	2.9785	3.5531	4.1421
八	-0.2277	-0.1969	-0.1661	-0.1352	-0.1043
九	-5.095	-9.0819	-12.6134	-15.7415	-18.5123
十	-3.1246	-3.9628	-4.7594	-5.5165	-6.2359
十一	0.4229	0.0029	-0.3846	-0.7421	-1.0719

由表6可以看出2007~2016年该省11个城市公路运输经济弹性系数基本呈正值，这说明了经济增长和公路运输的增长是正相关的，区域经济增长和公路运输增长之间存在相互关联和相互促进的关系。

根据表6中计算出的货物运输经济弹性系数，利用 $excel$ 表格得到的该省11个城市（以城市一和城市五为例）的公路运输经济弹性系数折线图如下（图2、图3）。

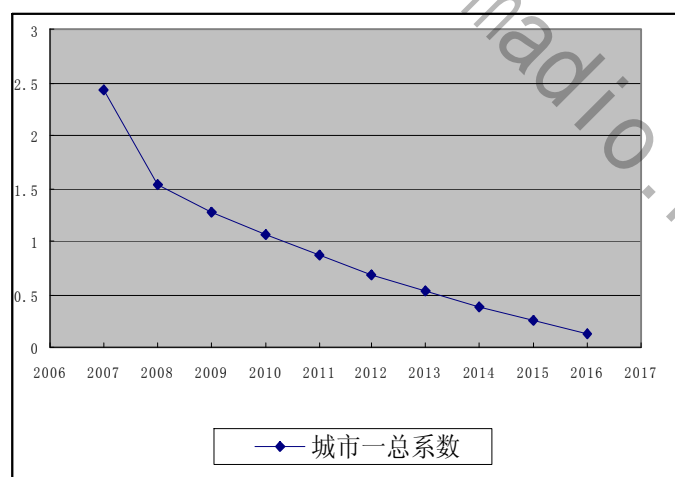


图2 城市一的公路运输经济弹性系数折线图

由图2和图3，城市五公路运输经济弹性系数的发展基本呈上升趋势，而城市一公路运输经济弹性系数的发展呈下降趋势，说明城市五的公路运输增长对经济增长的拉动作用在逐年加强，而城市1的公路运输增长与经济增长虽存在正相关关系，但其正向拉动效果却逐年减弱。

1593

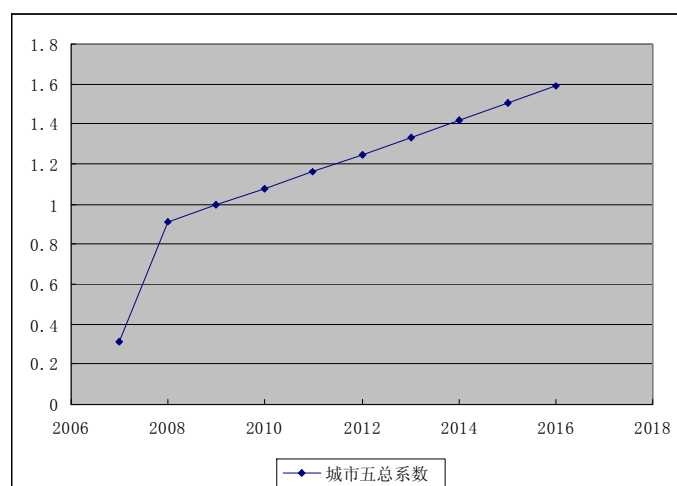


图3 城市五的公路运输经济弹性系数折线图

将2012-2016年各年预测的11个城市中公路运输经济弹性系数为正值的相关数值按一定的权重得出公路运输资金2012-2016年在各城市的投资比例汇总表如下（表7）：

表7 公路运输资金2012-2016年在各城市的投资比例汇总表

年份 城市	2012	2013	2014	2015	2016
一	9.5459	5.5646	3.1087	1.6178	0.6825
二	6.0275	2.2303	0	0	0
三	18.9861	43.4689	56.42699	63.6482	67.9854089
五	17.3179	14.1195	11.6593	9.9215	8.6792
六	16.2350	8.9190	4.26461	1.322244	0
七	26.0089	25.6669	24.54046	23.49033	22.6528704
十一	5.8788	0.0308	0	0	0

表7中没有显示城市四、八、九、十的相关投资比例，因为这几个城市在未来五年的公路运输增长对经济增长有反向拉动关系，故未来五年公路运输投资资金在这些城市的投资资金为零。2012年公路运输资金在城市一、二、三、五、六、七、十一的投资分配比例为9.5459%、6.0275%、18.9861%、17.3179%、16.2350%、26.0089%、5.8788%；其它四年相关投资比例如上表所示。由此得到未来五年公路运输投资资金在各市中的分配比例。

二、对问题二的分析与求解

1. 相关背景知识

交通运输作为国民经济的载体，沟通生产和消费，在经济发展中扮演着极其重要的角色。公路运输是在公路上运送旅客和货物的运输方式，是交通运输系统的组成部分之一，主要承担中短途客货运输。发展公路运输对国内生产总值（GDP）增长的贡献产生于交通建设即投资，以及客货运输两个阶段。表现为公路运输对国民经济的直接贡献、波及效果、对于相关行业的直接消费以及创造就业机会等几个方面。各大行业中交通运输行业对GDP增长的拉动作用较大。

2. 问题分析

1593

对问题二，要求对附表一求得的结果进行修正，首先将附表三给出的该省 11 个主要城市的相关数据进行合理的合并、加总得到该省的总的相关数据，分别计算出 2007-2011 年每年的公路运输客、货运总量、公路建设费用，再选取地区生产总值 (GDP) 与公路运输旅客总量、公路运输货运总量、公路建设费用、道路运输从业人员、汽车服务维修网点数等指标做相关分析，得出与公路运输直接或间接的相关行业对 GDP 的影响。再做灰色关联度分析，将该省 2007 年的 GDP、公路运输客运量、公路运输货运量、道路建设费用、公路运输从业人员、汽车维修服务网点数等的相关数值放在一起作为一个参考数列，将 2008、2009、2010、2011 年的这些指标数值分别作为比较数列，将参考数列和比较数列进行标准化（无量纲化）处理后，计算出参考数列与各比较数列的灰色关联系数，进而计算出关联度，比较各年的关联度大小，关联度越大则与 2007 年数列各因素之间的贴近程度越大。由于第一阶段问题一根据该省 2007 年公路建筑业投入产出表建立投入产出模型，得出了公路建设对 GDP 有很大的影响。根据关联度分析得到了与 2007 年最贴近的年份，对该年份该省 11 个城市选取与公路运输业有关的指标与 GDP 进行相关回归分析，得到公路运输对 GDP 的影响关系，与第一阶段问题一根据 2007 年的数据得出结果进行对比，进而对其进行修正，得出公路运输对 GDP 的确切的影响关系。

3. 模型准备

(1) 确定反映系统行为特征的参考数列和影响系统行为的比较数列。反映系统行为特征的数据序列，称为参考数列。影响系统行为的因素组成的数据序列，称比较数列。

(2) 对参考数列和比较数列进行无量纲化处理

由于系统中各因素的物理意义不同，导致数据的量纲也不一定相同，不便于比较，或在比较时难以得到正确的结论。因此在进行灰色关联度分析时，一般都要进行无量纲化的数据处理。

(3) 求参考数列与比较数列的灰色关联系数 $\xi(X_i)$

所谓关联程度，实质上是曲线间几何形状的差别程度。因此曲线间差值大小，可作为关联程度的衡量尺度。对于一个参考数列 X_0 有若干个比较数列 $X_1, X_2, X_3 \cdots X_n$ ，各比较数列与参考数列在各个时刻（即曲线中的各点）的关联系数 $\xi(X_i)$ ，可由下列公式算出：其中 ρ 为分辨系数， $\rho > 0$ ，通常取 0.5。第二级最小差，记为 $\Delta \min$ 。两级最大差，记为 $\Delta \max$ ，各比较数列 X_i 曲线上的每一个点与参考数列 X_0 曲线上的每一个点的绝对差值，记为 $\Delta_{oi}(k)$ 。所以关联系数 $\xi(X_i)$ 也可简化如下列公式：

$$\xi_{oi} = \frac{\Delta(\min) + \rho \Delta(\max)}{\Delta_{oi}(k) + \rho \Delta(\max)}$$

(4) 求关联度 r_i

因为关联系数是比较数列与参考数列在各个时刻（即曲线中的各点）的关联程度值，所以它的数不止一个，而信息过于分散不便于进行整体性比较。因此有必要将各个时刻（即曲线中的各点）的关联系数集中为一个值，即求其平均值，作为比较数列与参考数列间关联程度的数量表示，关联度 r_i 公式如下：

$$r_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi_i(k)$$

(5) 关联度排序

因素间的关联程度，主要是用关联度的大小次序描述，而不仅是关联度的大小。将 m 个子序列对同一母序列的关联度按大小顺序排列起来，便组成了关联序，记为 $\{X\}$ ，

1593

它反映了对于母序列来说各子序列的“优劣”关系。若 $r_{0i} > r_{0j}$ ，则称 $\{X\}$ 对于同一母序列 $\{X_i\}$ 优于 X_j ，记为 $\{X_i\} > \{X_j\}$ 。

灰色关联度分析法是将研究对象及影响因素的因子值视为一条线上的点，与待识别对象及影响因素的因子值所绘制的曲线进行比较，比较它们之间的贴进度，并分别量化，计算出研究对象与待识别对象各影响因素之间的贴进程度的关联度，通过比较各关联度的大小来判断待识别对象对研究对象的影响程度。

4. 模型的建立与求解

模型 II 相关分析模型

将附表三中该省 11 个主要城市的相关数据进行合理的合并、加总得到该省的总的相关数据，分别计算出 2007-2011 年每年的公路运输客、货运总量、公路建设费用，再选取地区生产总值（GDP）与公路运输旅客总量、公路运输货运总量、公路建设费用、道路运输从业人员、汽车服务维修网点数等指标做相关分析。

其中，公路运输旅客总量=全社会旅客运输总量*公路占全社会旅客运输总量的比重；公路运输货运总量=全社会货运总量*公路占全社会货运总量的比重；公路建设费用=等级公路长度*公路建设的平均价格（万元/公里），公路建设平均价格由国家统计局相关数据查的为 5000 万元/公里。将该省 11 个城市的相关指标数值汇总如表 8。

表 8 11 个城市的相关指标数值

类别	单位	2007	2008	2009	2010	2011
GDP	万元	1431895	1788287	2151749	2317596	3239787
公路客运量	万人	103871766	172987	58589036	7051708	74735106
	公里	7	043	.45	9.1	.88
公路货运量	万里	272331485	124336	11711015	1478966	19049017
	公里	2	7450	96	782	30
公路建设费用	万元	420256660	468298	49555268	5925918	57289688
			125	0	65	0
道路运输从业人员	人	189376.24	202875	238903.7	267049	277102.2
			.57	59	59	6
汽车维修服务网点数	个	24211	30091	33133	35863	36691

将各指标数值进行无量纲化见表 9。

表 9 各指标数值无量纲化

类别	2007	2008	2009	2010	2011
GDP	0.441972	0.551977	0.664164	0.715354	1
公路客运量	0.60046	1	0.33869	0.407644	0.432027195
公路货运量	0.142964	0.65272	0.614783	0.776401	1
公路建设费用	0.709184	0.790254	0.836246	1	0.966764672
道路运输从业人员	0.683416	0.732132	0.86215	0.963722	1
汽车维修服务网点数	0.659862	0.820119	0.903028	0.977433	1

将 GDP 作为因变量，公路客运量、公路货运量、公路建设费用、道路运输从业人员、汽车维修服务网点数等指标作为自变量分别与 GDP 做相关分析，运用 Excel 算得相

1593

关系数如下（表 10）。

表 10 相关系数

	GDP(万元)	公路客运量(万人公里)	公路货运量(万元公里)	公路建设费用(万元)	道路运输从业人员(人)	汽车维修服务网点数(个)
GDP(万元)	1	0.2364	0.8024	0.6798	0.8312	0.7626
客运量(万人公里)	0.2364	1	0.0512	0.2635	0.4371	0.2315
货运(万元公里)	0.8024	0.0512	1	0.7459	0.7406	0.8968
公路建设费用(万元)	0.6798	0.2635	0.7459	1	0.9247	0.8892
道路运输从业人员(人)	0.8312	0.4371	0.7406	0.9247	1	0.9068
汽车维修服务网点数(个)	0.7626	0.2315	0.8968	0.8892	0.9068	1

由表 10 分析，除公路客运量，其他指标与 GDP 系数均很大，说明与公路运输相关的这些行业（如道路运输从业人员反映就业情况，汽车维修服务网点数代表服务行业）与 GDP 的相关程度很大，即通过与公路运输有关的行业创造的 GDP 或对 GDP 的影响来反映公路运输总体对 GDP 的相关性及影响程度。

以 GDP 与公路客运量、GDP 与公路运输量为例做出相关图如下（图 4、图 5）。

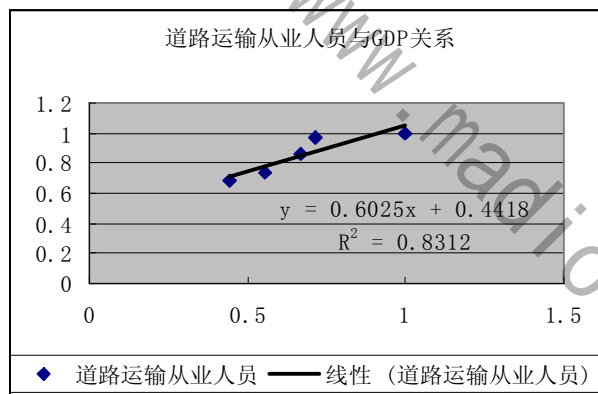


图4 GDP与公路客运量为例做出相关图

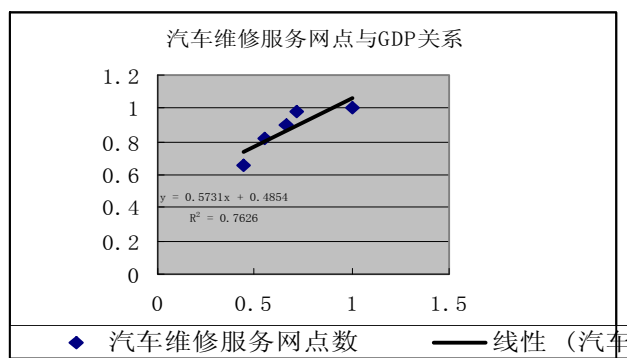


图5 GDP与公路运输量为例做出相关图

1593

由图 4、5 可以看出，道路运输从业人员和汽车维修服务网点数均与 GDP 存在正相关关系，说明与公路运输相关的这两个行业对 GDP 有较大的影响作用，从侧面反映公路运输对 GDP 的影响程度也较大。

模型 III 灰色关联度分析模型

将该省 2007 年的 GDP、公路运输客运量、公路运输货运量、道路建设费用、公路运输从业人员、汽车维修服务网点数等的相关数值放在一起作为一个参考数列，将 2008、2009、2010、2011 年的这些指标数值分别作为比较数列，如矩阵所示：

$$\begin{pmatrix} \text{GDP} \\ \text{公路客运量} \\ \text{公路货运量} \\ \text{公路建设费用} \\ \text{道路运输从业人员} \\ \text{汽车维修服务网点数} \end{pmatrix}$$

带入数值将得到 2007—2011 年的一列参考数列与四个比较数列，依次列示如下：

$$\begin{pmatrix} 1431895 \\ 103871766.7 \\ 272331485.2 \\ 420256660 \\ 189376.24 \\ 24211 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1788287 \\ 172987043 \\ 1243367450 \\ 468298125 \\ 202875.57 \\ 30091 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2151749 \\ 58589036.45 \\ 1171101596 \\ 495552680 \\ 238903.7 \\ 33133 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2317596 \\ 70517089.15 \\ 1478966782 \\ 592591865 \\ 267049.59 \\ 35863 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3239787 \\ 74735106.88 \\ 1904901730 \\ 572896880 \\ 277102.26 \\ 36691 \end{pmatrix}$$

由于系统中各因素的物理意义不同，导致数据的量纲也不一定相同，不便于比较，或在比较时难以得到正确的结论。将上述数据标准化（无量纲化），即将比较数列的每一点数值与参考数列每一点的数值做比值，得到标准化后的数值如（表 11）。

表 11 标准化后的数值

年份 类别	单位	2007	2008	2009	2010	2011
GDP	万元	1	1.2488	1.5027	1.6185	2.2625
客运	万人公里	1	1.6653	0.5640	0.6788	0.7194
货运	万里公里	1	4.5656	4.3002	5.4307	6.9947
道路建设费用	万元	1	1.1143	1.1791	1.4100	1.3632
道路运输从业人员	人	1	1.0712	1.2615	1.4101	1.4632
汽车维修服务网点数	个	1	1.2428	1.3685	1.4812	1.5154

$$\text{由公式 } \xi_{0i} = \frac{\Delta(\min) + \rho \Delta(\max)}{\Delta_{0i}(k) + \rho \Delta(\max)}, \text{ 算得 } \Delta(\min) = 0.071283124, \Delta(\max) = 3.56563973$$

其中 ρ 为分辨系数， $\rho > 0$ ，通常取 0.5。算得参考数列与各比较数列的灰色关联度系数及关联度如表 12。

1593

表 12 灰色关联度系数及关联度

类别 \ 年份	单位	2008	2009	2010	2011
GDP	万元	0.7226	0.6819	0.6647	0.5834
客运	万人公里	0.6581	0.8616	0.8347	0.8256
货运	万里公里	0.4057	0.4205	0.3640	0.3071
道路建设费用	万元	0.7463	0.7347	0.6962	0.7037
道路运输从业人员	人	0.7542	0.7205	0.6962	0.6879
汽车维修服务网点数	个	0.7237	0.7028	0.6851	0.6799
r_i		0.6684	0.6870	0.6568	0.6312

再由公式 $r_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \xi_i(k)$ 计算的 2008-2011 年跟 2007 年的关联度为：

$$r_{2008} = 0.668464668, r_{2009} = 0.687031485, r_{2010} = 0.656879389, r_{2011} = 0.631295424$$

因为 $r_{2009} > r_{2008} > r_{2010} > r_{2011}$ ，所以 2009 年相关情况与 2007 年最接近，即关联程度最高。

再对 2009 年该省 11 个城市选取与公路运输业有关的指标与 GDP 进行相关回归分析，得到公路运输对 GDP 的影响关系，与第一阶段问题一根据 2007 年的数据得出结果进行对比，进而对其进行修正，得出公路运输对 GDP 的确切的影响关系。

模型IV 多元线性回归模型

将 2009 年 11 个城市 GDP 作为因变量，农业产值、工业产值和公路建设费用（等于等级公路乘以公路建设的平均价格）作为自变量，做多元线性回归模型。

表 13 2009 年该省各城市有关数值（单位：万元）

城市 \ 费用	GDP	农业产值	工业产值	公路建设费用
一	2424550	87838	3723819	2093475
二	5098600	948729.1	2322600	3075000
三	2168.8	96.73	2652.04	685000
四	18257721	3006753	10711341	4512380
五	44128540	823514.6	18894073	7605000
六	6427645	635118.4	24534757	0
七	7901317	2512089	5261462	0
八	8539667	1704597	5438230	5475650
九	4149071	695614	3590152	3419500
十	2388648	223027	971416	2279000
十一	2151749	570134	564442	0

建立多元线性回归模型

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \varepsilon$$

回归系数 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 由数据估计， ε 为随机误差。本文中 y 为 GDP， x_1 为农业产值， x_2 为工业产值， x_3 为公路建设费用。

1593

其次，求出回归系数 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 的估计与置信区间，并求出相应的统计量，由于计算出的置信区间包含零点，因此模型需要改进，为此做出残差与残差置信区间的图形，如图 6 所示。

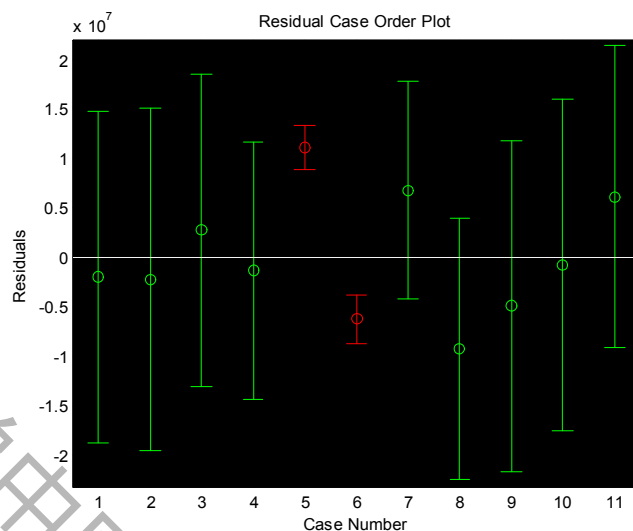


图 6 残差与残差置信区间图

从图形可以看出，第五个与第六个点为异常点，剔除上述两点，即城市五和城市六，再次进行得到改进数据后的回归模型的系数、系数置信区间与统计量，运用 Matlab 编程（程序见附录二）得出结果如表 14 所示。

表 14 多元线性回归参数值

回归系数	回归系数估计值	回归系数置信区间
β_0	-630742.9828	[-2835942.5647, 1574456.5991]
β_1	2.2971	[-0.3771, 4.9713]
β_2	0.8025	[-0.2145, 1.8197]
β_3	0.3733	[-0.5404, 1.2872]
$R^2 = 0.96$, $P = 0.01$, $F = 82.38$		

从表 14 可知，这时所有参数的置信区间均不包括零点， F 统计量增大，可决系数增到 0.96，得到回归模型为

$$y = -630742.9828 + 2.2971x_1 + 0.8025x_2 + 0.3733x_3$$

由上式可看出 x_3 （公路建设费用与 GDP 的回归系数）最小，说明公路建设费用对 GDP 的影响程度最小，即小于农业、工业对 GDP 的影响程度。而第一阶段问题一的结论为：影响 GDP 的主要因素中，总投资所占比重大于总消费，而在总消费的五大构成部门中，石油加工、炼焦及核燃料加工费用最大，占有 25% 的份额，交通设备制造业费用仅次于租赁与商业服务业费用，而通讯设备、计算机及其他电子设备制造业费用所占比重最小。由此，可明确该省 GDP 的重要的影响因素，说明在公路运输业中，各种消费，支出，投资对国内生产总值的贡献大小，间接的说明了公路运输业对 GDP 的影响最大。恰恰与本题所得结论相反，对第一阶段问题一的结果做出了修正，虽然公路运输对 GDP 的由一定的影响，但并不是在所有行业中对 GDP 的影响程度最大，本题中其影响程度小于农业与工业对 GDP 的影响。

1593

§ 6 模型的灵敏度分析和误差分析

一、灵敏度分析

在模型III中，当分辨系数为 $\rho=0.2, \rho=0.4, \rho=0.6, \rho=0.8$ 时，分别算得参考数列与各比较数列的灰色关联度系数及关联度如下表 15、16、17、18。

表 15 当 $\rho=0.2$ 时灰色关联度系数及关联度

类别 \ 年份	单位	2008	2009	2010	2011
GDP	万元	0.5189	0.4701	0.4508	0.3669
客运	万人公里	0.4434	0.7204	0.6764	0.6621
货运	万里公里	0.2203	0.2309	0.1915	0.1550
道路建设费用	万元	0.5491	0.5341	0.4868	0.4957
道路运输从业人员	人	0.5595	0.5162	0.4868	0.4771
汽车维修服务网点数	个	0.5202	0.4947	0.4739	0.4679
r_i		0.4685	0.4944	0.4610	0.4374

表 16 当 $\rho=0.4$ 时灰色关联度系数及关联度

类别 \ 年份	单位	2008	2009	2010	2011
GDP	万元	0.6770	0.6330	0.6147	0.5298
客运	万人公里	0.6076	0.8336	0.8025	0.7920
货运	万里公里	0.3545	0.3686	0.3154	0.2628
道路建设费用	万元	0.7030	0.6902	0.6484	0.6565
道路运输从业人员	人	0.7117	0.6747	0.6484	0.6394
汽车维修服务网点数	个	0.6782	0.6555	0.6365	0.6309
r_i		0.6220	0.6426	0.6110	0.5852

表 17 当 $\rho=0.6$ 时灰色关联度系数及关联度

类别 \ 年份	单位	2008	2009	2010	2011
GDP	万元	0.7569	0.7193	0.7033	0.6260
客运	万人公里	0.6970	0.8815	0.8578	0.8498
货运	万里公里	0.4493	0.4644	0.4063	0.3463
道路建设费用	万元	0.7786	0.7680	0.7326	0.7395
道路运输从业人员	人	0.7857	0.7550	0.7326	0.7249
汽车维修服务网点数	个	0.7579	0.7387	0.7223	0.7175
r_i		0.7042	0.7211	0.6925	0.6673

1593

表 18 当 $\rho = 0.8$ 时灰色关联度系数及关联度

类别 \ 年份	单位	2008	2009	2010	2011
GDP	万元	0.8051	0.7727	0.7587	0.6895
客运	万人公里	0.7532	0.9080	0.8890	0.8824
货运	万里公里	0.5199	0.5350	0.4759	0.4127
道路建设费用	万元	0.8235	0.8145	0.7842	0.7902
道路运输从业人员	人	0.8295	0.8035	0.7842	0.7776
汽车维修服务网点数	个	0.8059	0.7895	0.7753	0.7711
r_i		0.7562	0.7705	0.7446	0.7206

以上当分辨系数为 $\rho = 0.2, \rho = 0.4, \rho = 0.6, \rho = 0.8$ 时, 算得参考数列与各比较数列的灰色关联度大小有如下关系: $r_{2009} > r_{2008} > r_{2010} > r_{2011}$, 与 $\rho = 0.5$ 时结论一样, 说明模型的精确度较高。

二、误差分析

现对模型 I 进行误差分析, 因为模型 I 建立的是灰色预测模型, 在预测的过程中, 简单地认为某种单项预测方法的预测误差较大, 就把该方法弃之不用, 这就很可能造成部分有用信息的丢失。在预测出的弹性系数中的, 认为其值为负值的数据表明该项指标对 GDP 产生的负作用, 人为的舍去了。但在实际问题中, 政府会对不发达的地区进行资金分配, 以促进其发展, 不会将其置之不理。但本文的考虑也有可取之处。在计算周转量时, 各年的平均运距是根据中华人民共和国统计年鉴中的全国平均运距得到的, 虽然与该省的实际数据有差别, 但用全国平均数据可具有可信度。

对模型 II 和模型 III, 我们建立的是相关分析模型和灰色关联度分析模型。在对问题假设的前提下, 筛选出五类相关数据, 结合线性相关理论知识和灰色关联度理论知识建立了该模型, 由于在实际中影响 GDP 的因素的复杂多变性, 在求解问题时, 实际影响 GDP 的众多因素, 很难和建立模型所选的因素完全一样。但本文筛选出的都是对 GDP 影响较大的因素, 误差是在允许范围之内的。即两个模型是真实可靠、实际可行的。

§ 7 模型的检验和进一步讨论

一、模型的检验

对模型 IV, 做残差的自相关检验。进行 $D-W$ 检验, 通过计算 $DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$ 得

到 $DW = 1.6816$, 查表后得到 $dl = 0.97, du = 1.41$, 由于 $1.41 < du < DW = 1.6816 < 4 - du = 2.59$ 可知, 残差不存在自相关性。

二、模型的进一步讨论

对模型 I, 只是根据客运周转量、货运周转量、GDP 计算出的客运弹性系数、货运弹性系数, 进而得到的总弹性系数进行预测。可知, GDP 与公路运输货物周转量的运输经济弹性系数呈正值, 说明了经济增长和公路运输的增长是正相关的; 反之, 则是负相关的。由此, 本文把客

运弹性系数、货运弹性系数作为衡量经济发展的指标。但在实际中，影响GDP的因素有许多，不能笼统的认为GDP完全可由两项弹性系数进行预测。还可根据附件3中得到的公路建设费用，公路运输带来的就业机会，拉动的服务业进行灰色预测，由预测结果定量的确定公路运输投资资金在各个城市间的投入比例。由于时间有限，本文不再做进一步的讨论。

§ 8 模型的评价与推广

一、模型的优缺点

1. 模型的优点

(1)对模型 I，根据该省 11 个城市的公路运输统计数据，在数据明显缺乏可信度的情况下，建立了灰色预测模型，对由旅客弹性系数和货运弹性系数得到的总系数进行预测，定量的给出了未来五年的预测值。有选择的剔除数据，客观实际的计算出公路运输投资资金在各市的分配比例。

(2)对模型 II，在对附件 3 中的数据进行汇总得到该省总得各项指标的基础上，首先进行无量纲化处理，方便了各个不同单位之间的计算，建立了相关分析模型，运用 Views 软件对各指标进行两两相关分析，客观全面的分析了各指标间的线性相关关系，结果简单直接。

(3)对模型 III，由各年对 GDP 影响较大的相关数据建立的灰色关联度分析模型，计算出与以 2007 为标准列关联度最强的年份，分析了对于一个 GDP 发展变化态势提供了量化的度量，合理的给出了动态的历程分析。

(4)利用 MATLAB、EViews、EXCEL 软件对数据进行处理并作出各种平面图、表格，简便、直观、快捷。

2. 模型的缺点

由于所给数据的局限性，有关数据是根据统计年鉴得到的，难免会与该省实际数据有差别，计算的结果会有偏差。另外，附件 3 中的调查数据存在明显的错误，由此计算出的结果难免会有误差。

二、模型的推广

1. 对于灰色预测模型，灰色预测通过鉴别系统因素之间发展趋势的相异程度，即进行关联分析，并对原始数据进行生成处理来寻找系统变动的规律，生成有较强规律性的数据序列，进而进行预测。本文是对时间序列进行预测，简单明了。该模型还可用于序列预测、灾难预测、系统预测、拓扑预测，可行性很强。

2. 对于相关分析模型，相关分析是研究随机变量之间相关性的统计分析方法，并对具体有依存关系的现象探讨其相关方向以及相关程度，是研究随机变量之间的相关关系的一种统计方法。本文主要是对 GDP 与影响 GDP 的几类指标进行相关分析，分析其关联程度。其应用性极强，现还广泛的应用于遗传学、收入影响分析、健康影响分析等领域。

3. 对于灰色关联度分析模型，灰色关联度理论适用于部分数据已知而部分数据未知的系统数据的分析。本文是对年份数据进行灰色分析，该模型还可应用于数据生成、关联分析、预测模式、评估决策、系统控制等领域。

4. 对于多元线性回归模型，由于因变量的变化往往受几个重要因素的影响，此时就需要用两个或两个以上的影响因素作为自变量来解释因变量的变化，这就是多元回归亦称多重回归。当多个自变量与因变量之间是线性关系时，所进行的回归分析就是多元性回归。本文中对 GDP 与农业总值、工业总值、公路建设费用进行回归分析，且通过了检验。该模型还可应用于居民消费收入、环境影响分析等领域。

1593

§ 8 参考文献

- [1] 杨桂元, 黄己立. 数学建模[M], 合肥: 合肥科学技术大学出版社, 2008. 8;
- [2] 李柏年, 胡守信. 基于 MATLAB 的数学实验[M], 北京: 科学出版社, 2004. 6;
- [3] 于洪彦. Excel 统计分析与决策[M], 北京: 高等教育出版社, 2006. 4;
- [4] Gujarati, D. N., Porter, D. C. 经济计量学精要[M], 北京: 机械工业出版社, 2010. 6;
- [5] 吴礼斌, 闫云侠. 经济数学实验与建模[M], 天津: 天津大学出版社, 2009. 8
- [6] www.madio.net

数学中国提供 (www.madio.net)

1593

附录

附表一：城市三的客、货运弹性系数表

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	1277.2	42064456	150217554	0.3797	1.3098	1.6896
2008	1760	49425717	539803395	0.5429	2.6310	3.1739
2009	2168.8	7571970	641497850	-29.3247	0.8410	-28.4837
2010	2460.8	8297954	804241095	0.7373	1.7053	2.4426
2011	3005.4	8782200	1035616400	0.3043	1.2329	1.5372

附表二：城市四的客、货运弹性系数表

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	124993					0.6156
2008	57	20420293.8688	12049369.7016	0.1598	0.6501	54.3764
2009	158145	80928785.2842	393849513.3222	3.5666	4.6244	-78.3269
2010	79	18043033.3888	36227615.0775	-26.0460	-73.7704	2.7518
2011	182577	30679725.8117	39896767.1634	2.6293	0.5871	1.0133
	216492	34059852.7092	46585286.8572	0.5051	0.7307	3

附表三：城市五的客、货运弹性系数表

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	241257					0.3154
2008	37	1205949.0464	33191799.2472	0.3575	0.2919	1.1549
2009	341130	1234027.4222	101960746.5618	0.0777	2.3037	0.6983
2010	16	1465651.7400	122846138.4150	0.6963	0.7491	0.9611
2011	40	1743775.6616	153984045.2244	0.8679	1.1004	1.3381
	441285	2269774.3290	230140137.9004	1.1386	1.6259	

1593

附表四：城市六的客、货运弹性系数表

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	4622613	468888	3001776	0.9197	1.0526	1.9723
2008	5492021	423846	6362910	-0.6713	3.3369	2.6656
2009	6427645	484120	5547500	0.8553	-1.0098	-0.1545
2010	7559056	493920	57841015.8000	0.1326	6.0403	6.1729
2011	9001039	274665.6	191052152.2000	-4.9828	4.3523	-0.6305

附表五：城市七的客、货运弹性系数表

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	5010684	826796.7680	920607.5220	-0.1030	1.3547	0.8213
2008	6081389	540979.6820	2413642.1544	-3.0008	3.5134	-0.1114
2009	7901317	450701.0788	2800387.1000	-0.8696	0.5996	-0.2734
2010	9471923	602666.2390	3231174.9135	1.5207	0.8040	1.7448
2011	11609108	649069.1460	3919305.7540	0.3883	0.9537	0.9208

附表六：城市八的客、货运弹性系数表

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	5162378.2	3504491.1664	7144921.7859	1.6170	0.4369	1.6122
2008	7282661.7	10483163.4570	18451193.8806	2.2865	2.1047	3.2874
2009	8539666.6	4045982.7730	22606569.0375	-10.8088	1.2488	-7.2666
2010	9482583.1	4719056.8082	27534381.6060	1.4344	1.7998	2.6943
2011	12710628	4687769.5908	28281555.5568	-0.0263	0.1040	0.0664

1593

附表七：城市九的客、货运弹性系数表

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	2869835.6	20061783.9520	16943454.1140	-0.0157	1.4456	10.5375
2008	3643926	16488353.0340	43439171.0742	-1.0202	2.8713	20.3946
2009	4149071	16341257.2540	47244033.6725	-0.0739	0.6615	4.8786
2010	4684985	13180433.1680	51166524.3576	-2.0964	0.6702	3.0157
2011	5703623	12237699.3900	54909303.5400	-0.4313	0.3817	2.8726

附表八：城市十的客、货运弹性系数表

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	1370000	309543.3600	2600172.5400	0.7314	-0.9802	-0.2484
2008	958807	239539.2600	23044404.6000	0.6814	-2.0687	-1.3874
2009	2388648	442195.0610	77446266.4500	0.7656	1.1735	1.9348
2010	3120767	507575.4670	90361979.1120	0.5491	0.6093	0.8270
2011	3601376	322861.5629	52764410.1785	-4.2871	-5.3394	-4.5855

附表九：城市十一的客、货运弹性系数表

年份	GDP(万元)	旅客周转量(万人公里)	货物周转量(万吨公里)	客运弹性系数	货运弹性系数	总系数
2007	1431895	1945434.0080	8688012.3180	-0.1825	1.0356	0.8525
2008	1788287	1722462.2980	22606588.1700	-0.6495	3.0894	2.4382
2009	2151749	1865232.6280	29228326.4000	0.4531	1.3412	1.7929
2010	2317596	2064769.0462	30228013.2012	1.3505	0.4622	1.8107
2011	3239787	2384383.6200	31479815.6400	0.4709	0.1397	0.6101

附录十：灰色预测程序

```
clc,clear
```

```
x0=[1063.1171 1000.174 1345.579607 1590.527855 2064.63715 2152.7832 2503.508622  
2808.258497 3235.173016 3906.964978  
];
```

1593

```

n=length(x0);
[exp(-2/(n+1)) exp(2/(n+1))];%级比范围
x0=x0+m;
lamda=x0(1:n-1)./x0(2:n)%落入级比范围
range=minmax(lamda)
x1=cumsum(x0);%做一次累加
for i=2:n
z(i)=0.5*(x1(i)+x1(i-1));%均值生成
end
B=[-z(2:n)',ones(n-1,1)];
Y=x0(2:n)';
u=B\Y
x=dsolve('Dx+a*x=b','x(0)=x0');
x=subs(x,{'a','b','x0'},{u(1),u(2),x1(1)});
yuce1=subs(x,'t',[0:n-1]);
digits(6),y=vpa(x) %为提高预测精度，先计算预测值，再显示微分方程的解
yuce=[x0(1),diff(yuce1)]
epsilon=x0-yuce %计算残差
delta=abs(epsilon./x0) %计算相对误差
rho=1-(1-0.5*u(1))/(1+0.5*u(1))*lamda %计算级比偏差值
yuce=yuce-m %还原数值

```

附录十一：多元线性回归程序

```

A=[87838    3723819 2093475 147 2424550
948729.1 2322600 3075000 1215    5098600
96.73    2652.04 685000 0    2168.8
3006753 107113414512380 26191    18257721
823514.61    18894073    7605000 2201    44128540
635118.37    24534756.5 0    0    6427645
2512089 5261462 0    424 7901317
1704597 5438229.7    5475650 1253    8539666.6
695614 3590152 3419500 818 4149071
223027 971416 2279000 498 2388648
570134 564442 0    386 2151749
];
[b,bint,r,rint,s]=regress(A(:,5),[ones(11,1),A(:,1:4)]);
b,bint,s
rcoplot(r,rint)
A1=A([1:4,7:11],:);
[b2,bint2,r2,rint2,s1]=regress(A1(:,5),[ones(9,1),A1(:,1:4)])
[h,p]=jbtest(r2)
[h1,p1]=ttest(r2,0)
[c,i]=sort(A1(:,5));
A2=A1(i,1:4);
[b10,bint10,r10,rint10,s10]=regress(c(1:4),[ones(4,1),A2(1:4,:)]);

```

1593

```
[b1h,bint1h,r1h,rint1h,s1h]=regress(c(6:9),[ones(4,1),A2(6:9,:)]);  
yf1=sum(r1h.^2)/sum(r10.^2)  
dw=sum(diff(r2).^2)/sum(r2.^2)
```

数学中国提供 (www.madio.net)