

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会
电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn
Email: 2011@tzmcm.cn

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：

参赛队员（签名）：

队员 1：刘惠敏

队员 2：金琳

队员 3：韩笑天

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：大学生组

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-5220129

#1713

Email: 2011@tzmcm.cn

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

#1713

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会
电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn
Email: 2011@tzmcm.cn

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第二阶段

题 目 保费浮动方案的制定和保险公司风险评估级控制

关 键 词 风险分级 风险系数 灰色多层次分析模型 风险控制

摘 要：

针对第一问，为了得出一个合理的浮动方案，我们采用风险分级的思想。首先从第一阶段对续保率影响因素的结论和对参考数据的挖掘确定出分级变量；其次，按风险大小分出不同等级，每个等级对应一个风险系数，并确定之；对于承保车辆上一年出险次数的情况制定出合理的风险等级转移规则；最后，为吸引客户购买高保额保险和提高续保率，给出相应的折扣率。经过以上四步，得出一个由等级风险系数和折扣率决定的浮动方案。利用乘法规则得出保费的最终计算公式：浮动后保费=基础保费*最终风险系数*最终折扣率；其中，最终风险系数=使用性质系数*车辆类型系数*出险次数系数*赔款额系数，最终折扣率=保额折扣*续保折扣。对于具体的某投保车辆，根据浮动方案确定出各个分级变量的风险系数，代入上式即得出浮动后的保费。该浮动方案对不同风险大小进行了分级，并引入风险系数这个指标，是十分合理的，且具有灵活性，对不同实际情况可在它的基础上更简便且合理地调整方案直至最佳。

针对问题二，我们将建立灰色多层次分析模型。运用excel对复杂数据进行计算筛选，并最终确定以险种大类，车辆用途，车辆类型作为我们的风险研究对象，并用出险次数，财务赔款，未决赔款，理赔费用为评判标准。利用归一化方法将指标归化矩阵转化为可以体现评价性质的评价样本矩阵。再利用评价体系 and 确定的灰色评价权矩阵计算出风险系数。风险系数最终为0.63。在7个评价指标中为高风险，从而我们为公司提出相关意见：首先是该公司在日后的经营中，应该更加谨慎，如大吨位的挂车，其次是要不要过慢处理未决赔款，再次赔款过程中产生的业务费用（此处指财务赔款和理赔费用）的数目也应得到相应的重视，最后是出险次数方面，该公司客户的出险均值较高，值得警惕。

参赛队号 #1713

所选题目 C 题

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会
电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn
Email：2011@tzmcm.cn

英文摘要（选填）

（此摘要非论文必须部分，选填可加分，加分不超过论文总分的 5%）

For the first question, in order to arrive at a reasonable floating program, we use the risk classification of ideas. First, from the first stage, the renewal rate factors on the conclusions and data mining of reference to determine the classification of variables; Secondly, according to the size of the separation of different risk levels, each level corresponding to a risk factor, and determine it; for insured vehicles dangerous condition on the number of cases a year to develop a reasonable level of risk transfer rules; Finally, in order to attract customers to purchase insurance and increase the insured amount of high renewal rates, given the appropriate discount rate. After the above four steps, we reached a level of risk factors and by the decisions of the floating rate discount program. Premium obtained by the final multiplication rule formula: After floating the basis of premium = Premiums * final * final discount rate risk factor; where the nature of the ultimate risk factor = factor * factor * type of dangerous condition of the vehicle * The amount of compensation coefficient of the number of coefficients the final amount of the discount rate = discount Paul renewal discount. Insured for a specific vehicle, according to the program to determine the individual classification floating variable risk factor, substituting into the above equation that is obtained after floating the premium. The variable size of the program on a different risk classification, risk factors and the introduction of this indicator is very reasonable and flexible, the actual situation may be different on the basis of its more simple and reasonable adjustment program until the best.

Second, to tackle the problem, we will establish a multi-level analysis of the gray model. The use of excel data to calculate the complex filter, and finally OK to insurance categories, vehicle use, vehicle type as our study the risk and frequency of use of dangerous condition, financial claims, outstanding claims, claims expenses for the evaluation criterion. Normalization method used to target naturalization evaluation matrix can be reflected into the evaluation of the nature of the sample matrix. Re-use evaluation system for evaluating and determining the right of the gray matrix to calculate risk factor. The final risk factor is 0.63. In 7 for high-risk index, which we make relevant comments for the company: first, the company's future operations, should be more cautious, such as large tonnage trailer, followed not too slow processing outstanding claims, claims once again operational costs generated in the process (in this case the financial claims and claims expenses) should also receive the corresponding number of the attention, and finally the number of escape from danger, the dangerous condition of the company's customers mean higher vigilance.

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

网址：www.tzmcm.cn

#1713

Email: 2011@tzmcm.cn

一、问题重述

问题的重述：

近几年，国内汽车销售市场异常火爆，销售量屡创新高。车轮上的世界，保险已经与我们如影随形。在我国保险业，汽车保险有着不可撼动的地位。连续多年，汽车保险稳居国内产险业第一大险种。可以说，对于财产保险公司来说，得车险者得天下！

在汽车保险不断发展的背景下，汽车保险公司为了降低车辆出险率，鼓励保户续保，发展潜在保户。通常都会对满足一定要求的保户或者投保人给与一定比例的保费浮动优惠，即通常所说的保费折扣。本题要求我们根据题目所提供的客户保险数据，以及前一阶段于续保率问题的分析过程，制定一个可以合理实现保险公司费用浮动目的的一个保费浮动方案，即得出一个针对保费折扣问题的解决方案。

在大保险公司对其下设的分公司进行业绩考察时，由于传统的考察方式就是计算分公司保费收入和理赔支出的差额，部分分公司可能会采取用受理一些风险较大的投保，或者故意拖延理赔的处理时间等方法来提高自己的考核成绩，所以保险公司需要一个风险评估机制，借以考核分公司真实的业务成绩。本题要求建立一个合理的评估机制，首先对题目所给出的保险公司数据，进行潜在的风险评估，然后再分析所建模型，对该公司以后的风险问题，给予建议。

二、问题分析

问题一的分析：

通过对数据的深入挖掘，我们发现有不少样本对同样条件（如车辆品牌、车辆使用性质、车辆类型、保额、出险次数、财务赔款均相同或者相差不大）的车辆，它们保费的折扣（ $\text{保费折扣} = \frac{\text{浮动前保费}}{\text{签单保费}}$ ）相差很大，这很显然对于折扣少的一方是很不公平的，为了消除这种现象，使保费的折扣更符合公平的原则，但又不造成保险公司的不正当竞争行为，我们将根据不同车辆的风险大小进行等级划分，并制定一套更为合理的保费浮动方案。具体步骤如下：

首先，我们从第一阶段对续保率影响因素的分析以及对参考数据的分析，挖掘出影响保费折扣的因素，确定分级变量；

其次，根据参考数据对以上选出的每个因素分别分出不同风险等级，每个等级对应不同的系数，并确定出这些系数；

再次，制定合理的等级转移规则，并对它进行合理性的评价；

再次，对于保额多少的差异和是否为续保，给出合理的折扣率；

最后，利用乘法规则得出保费的最终计算公式。

问题二的分析：

根据题目要求，要对所给公司的数据进行潜在风险评估，首先需要通过分析所给数据的特点，建立相应的评价机制，而机制中评估的标准，必须与所给数据相匹配，从而可以得出较为客观的潜在风险的评估结论。考虑到题目中并未给出确定的评价标准，所给数据有一定结构关系但结构关系模糊的原因，我们考虑通过对数据的处理构建一个具有层次、结构关系的模糊性，以及指标数据的灰色评

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn

Email: 2011@tzmcm.cn

估体质，通过体质对评估因素的量化，从而得出潜在风险的评估结论，以及未来风险控制的建议。

三、基本假设和符号说明

3.1 基本假设

- 1、模型提供的数据是可信的，且具有较好的代表性；
- 2、忽略除模型提到的因素外，其他因素对该公司潜在风险的干扰；
- 3、模型中为了数据处理的简化，对部分数据进行的合并处理视为合理的，忽略其对总体造成的影响；
- 4、在计算过程中为方便起见，小数均取4位，不对最后的结果起重大影响

3.2 符号说明

符号说明：为了便于描述问题，我们用一些符号来代替问题中涉及的一些基本变量，如表 3-1

符号说明一览表所示，其它一些变量将在文中陆续说明。

表 3-1 符号说明一览表

主要符号	符号说明
p_0	基础保费
ω	最终风险系数
λ	最终折扣率
a_i	使用性质风险系数
b_i	车辆类型风险系数
c_i	出险次数风险系数
d_i	赔款额风险系数
A	指标归化矩阵
D	评价样本矩阵
Q	灰色评价权矩阵
U_{ij}	评价因素

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn

Email: 2011@tzmcm.cn

 a_{ijk}

灰色评价权

四、模型的建立

问题一：

模型建立：

由于车辆流动性大、车辆使用的广泛性和差异性、出险频率高等特点，保险人精确估计被保风险的难度很大，因此科学的区分风险、合理地制定车险费率具有重要的理论和现实意义。为了鼓励投保人养成减少出险次数的良好驾驶习惯，也为了提高续保率，发展潜在保户，我们将：1、确定分级变量并确定分级，分级的原则是：分组后的各级别应该互相排斥且详尽全面；2、引进风险系数的指标概念（风险系数：即是指描述该分级车辆存在风险大小的一个指标，风险越大指标值越大），根据参考数据估计出每个分级的风险系数，并制定合理的等级转移规则；3、确定保额折扣和续保折扣。

一、确定分级变量：

由第一阶段对续保率的影响因素分析我们可知，按影响从大到小可以分为三个等级：

第一级：承保车辆的使用性质；

第二级：承保车辆品牌、承保渠道；

第三级：承保车辆年龄、新车购买价格、承保车辆出险次数。

在第一阶段的模型求解中我们得出承保车辆使用性质的影响程度约为 50%，占了很大的比例，因此在这一问中我们仅考虑以上六个因素中的承保车辆使用性质。对于其他因素，我们将在模型推广中论述。

经过查阅国内外资料发现，我国车险行业使用的是无赔款优待(NCD)制度，保费的等级与上一年的赔款记录有密切关系。但它仅考虑了索赔记录这一个分级变量，而实际情况是车辆的使用性质、车辆类型、赔款额、保费等因素也在很大程度上影响保费等级，为了使保费的浮动更具公平性和合理性，我们将在模型中把以上的因素也确定为分级变量。理由如下：

①车辆使用性质是多方面的，不同使用性质由于使用环境和使用频率的不同其风险水平有较大的差异。比如出租车的使用频率要远远高于仅供个人日常生活使用的小汽车，当然其遭遇潜在损失的风险也较大。因此，对不同用途的车辆取不同的风险系数是很合理的。

②承保车辆的风险大小与出险次数呈现正相关性，因此，对不同出险次数分级是满足公平性的，且可以起到鼓励保户降低出险次数的效果。

③承保车辆类型：参考数据中客车按固定座位来划分，货车按载重量来划分，特殊用途的汽车则近似按风险大小进行划分，每个分类的潜在损失风险大小不同，这也是保险人广泛使用的分级变量。

④对赔款额分级可使保费费率的厘定更公平，如：有的车辆只出了一次险，但它的赔款额已明显比签单保费高出很多，若不考虑赔款额风险等级，对于那些出险次数虽多但赔款额较少的车是不公平的。因此，考虑对赔款额分级是很合理的。

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn

Email: 2011@tzmcm.cn

⑤保险公司为了获得更高的营业额，为此，对于高保额的情况，保险公司可给予一定的折扣，吸引更多的客户购买保额大的保险。

为了制定合理的保费浮动方案，我们先按险种分为两类：交强险、商业险。对于交强险，因它是国家强制必须要购买的险种，保额一定，因此我们只考虑承保车辆的使用性质、承保车辆类型、承保车辆出险次数这三个分级变量；对于商业险，因其灵活性我们将考虑承保车辆的使用性质、承保车辆类型、承保车辆出险次数以及赔款额这四个分级变量。

二、估计各个分级变量风险系数：

1、使用性质和车辆类型：

我们假定题目所给样本数据足够大且各个使用性质车辆的比例能较准确地反映实际情况。因此，我们可用每类使用性质车辆出险次数的均值和赔款额的均值来作为风险大小的衡量指标，进而进一步地计算风险系数的大小。

假设第 i 种使用性质车辆第 j 个保单的出险次数为 x_{ij} ，赔款额为 y_{ij} ，其中 y_{ij} = 财务赔款 + 理赔费用 ($i=1, 2, \dots, m$; $j=1, 2, \dots, n$)，则

$$\bar{x}_{i\cdot} = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n};$$

第 i 种使用性质车辆出险次数均值：

$$\bar{y}_{i\cdot} = \frac{\sum_{j=1}^n y_{ij}}{n};$$

第 i 种使用性质车辆赔款额均值：

因此可知，出险次数和赔款额的均值越大，它们同时影响车辆的风险大小，说明该种使用性质车辆的风险越大。下面构造一个映射，将这种规律反映在风险系数上。

先求出第 i 种使用性质车辆出险次数均值占总出险次数的比例 p_i ：

$$p_i = \frac{\bar{x}_{i\cdot}}{\sum_{i=1}^m \bar{x}_{i\cdot}}$$

第 i 种使用性质车辆赔款额均值占总出险次数的比例 q_i ：

$$q_i = \frac{\bar{y}_{i\cdot}}{\sum_{i=1}^m \bar{y}_{i\cdot}}$$

令 $s_i = \frac{p_i + q_i}{2}$ ，它表示出险次数和赔款额的综合比例，求出综合比例的均值为

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn

Email: 2011@tzmcm.cn

$$\bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^m s_i}{m}$$

。设第 i 种使用性质的风险系数为 a_i ，则满足： $a_i = 1 + (s_i - \bar{s})$ 。

设 $\hat{x}_{i\cdot}$ 、 $\hat{y}_{i\cdot}$ 分别为总体出险次数和赔款额的均值的点估计，因由假设可知样本量足够大，满足大数定律则可推出矩法估计：用样本均值估计总体均值，即 $\hat{x}_{i\cdot} = \bar{x}_{i\cdot}$ 和 $\hat{y}_{i\cdot} = \bar{y}_{i\cdot}$ 且满足相和性和无偏性。而总体的风险系数为样本风险系数的一个函数，因此总体风险系数可用样本风险系数进行点估计。

对于车辆类型的风险系数可同理求解。

模型求解：

用 Excel 统计出每种使用性质的车辆出险次数和赔款额，并用上述公式求解得：

①商业险：

使用性质	风险系数
城市公交	0.93
出租、租赁车	0.97
党政机关、事业团体	0.97
非营业特种车	0.93
家庭自用车	1.15
企业非营业用车	1.02
营业货车	1.09
营业特种车	0.95

车辆类型	风险系数
10吨及10吨以上挂车	1.00
10吨及10吨以上货车	1.11
10座及20座以下客车	0.96
20座及36座以下客车	0.94
2吨及5吨以下货车	1.00
2吨以下货车	0.99
36座及36座以上客车	1.00
5吨及10吨以下挂车	0.98
5吨及10吨以下货车	1.01
6座及10座以下客车	1.04
6座以下客车	1.08
特种车二	0.98
特种车三	0.97
特种车一	0.93

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会
电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn
Email：2011@tzmcm.cn

②交强险：

使用性质	风险系数
城市公交	0.92
出租、租赁用车	1.22
党政机关、事业团体用车	0.97
非营业挂车	0.92
非营业货车	0.99
公路客运车	0.92
家庭自用车	1.01
摩托车	0.92
企业用车	0.98
特种车	0.97
营业挂车	1.02
营运货车	1.17

车辆类型	风险系数
10吨及10吨以上挂车	1.10
10吨及10吨以上货车	1.10
10座及20座以下客车	0.95
20座及36座以下客车	0.97
2吨及5吨以下货车	0.98
2吨以下货车	1.01
36座及36座以上客车	1.05
摩托车50CC-250CC(含)	0.94
5吨及10吨以下挂车	1.07
5吨及10吨以下货车	1.01
6座及10座以下客车	0.99
6座以下客车	1.01
低速载货汽车	0.94
三轮汽车	0.94
特种车二	0.97
特种车三	1.02
特种车一	0.94

2、出险次数：

由于承保车辆风险的大小和出险次数有正相关的关系，假设新保用户初始等级为4，根据承保车辆上一保险年度的出险次数调整本期承保车辆风险等级，按下表对应的等级调整本期风险系数（系数的选取参考了《深圳机动车商业保险费率浮动系数表》并根据参考数据进行了修正）：

等级	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
风险系数	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.8	2

建立等级转移规则如下：

- （一）上一保险年度出险次数为0次，则下降一个等级；
- （二）上一保险年度出险次数为1次，则等级不变；
- （三）上一保险年度出险次数2~3次，则上升一个等级；
- （四）上一保险年度出险次数4~5次，则上升两个等级；
- （五）上一保险年度出险次数6~7次，则上升三个等级；
- （六）上一保险年度出险次数8~9次，则上升四个等级；
- （七）上一保险年度出险次数10次及10次以上，则上升五个等级直至12级。

这个等级转移规则实现了对出险次数为0~1次的车辆的降低或维持风险系数，对出现次数较高的车辆则提高了风险系数，起到了鼓励投保人降低出险次数的效果。且这里的风险系数可根据保险公司和车辆的实际情况进行调整，有很强的灵活性。此规则适用于交强险和商业险。

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会
电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn
Email: 2011@tzmcm.cn

3、赔款额：

因赔款额数据量大，先按赔款额大小分区间，我们知道赔款额与该车辆的风险大小呈正相关的关系，因此，我们对每个区间按这个关系赋予不同的风险系数。如下表：

赔款额	风险系数
[0, 500)	0.8
[500, 1000)	0.85
[1000, 2000)	0.9
[2000, 5000)	0.95
[5000, 10000)	1
[10000, 20000)	1.1
[20000, 50000)	1.2
[50000, 100000)	1.3
100000及以上	1.4

通过对参考数据的检验，可知这些风险系数是比较准确的体现了不同赔款额的风险大小。对于更多的情况，我们可以通过不断修正风险系数以达到最佳水平。

三、保额折扣率和续保折扣率：

为鼓励投保人购买大保额保单及吸引客户续保，可对不同保额保单和是否续保实行如下折扣：（数据来源：<http://www.0755car.com>）

10万元<保费≤50万元	0.98
50万元<保费≤100万元	0.95
保费>100万元	0.92

续保1年	0.98
续保2年	0.97
续保3年	0.95

四、保费浮动方案：

对于某一投保车辆，保险公司将按车辆的使用性质、车辆类型、上一年度出险次数以及赔款额来利用上述分级来确定出该车的各项风险系数，并按如下公式来计算出最终保费：

保费最终乘法计算公式：

交强险：

浮动后保费=基础保费 p_0 * 最终风险系数 ω * 最终折扣率 λ ；

其中，最终风险系数 ω = 使用性质系数 a_i * 车辆类型系数 b_i * 出险次数系数 c_i ；

商业险：

浮动后保费=基础保费 p'_0 * 最终风险系数 ω' * 最终折扣率 λ' ；

其中，最终风险系数 ω' = 使用性质系数 a'_i * 车辆类型系数 b'_i * 出险次数系数 c'_i ；

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn

Email: 2011@tzmcm.cn

赔款额系数 d_i ；

最终折扣率 λ = 保额折扣 * 续保折扣；

问题二

为了确定风险评估模型，对该公司风险评估。故本文建立灰色模型：在运用矩阵和层次分析的基础上，建立综合比较矩阵并最终确立风险系数。

(一)过程简介

利用EXCEL对大量的原始数据进行系统的处理和筛选

通过对多个因素进行初步的主观分析，对其进行合理的分类并筛选出评价灰类；

利用归一化矩阵，将①中的数据转化为评价样本矩阵

计算灰色评价权矩阵；

利用灰色评价权矩阵，综合计算风险系数；

将所得的风险系数带回区间域，判断其风险值。

(二)详细过程

1. 数据处理

由于题目给出的数据多且杂乱，为了更好的说明问题，本文对大量的原始数据进行了数据的筛选和处理，得出指标归化矩阵。（见附录）

在这个过程中，我们筛选出险种大类，车辆用途，车辆类型作为我们的风险研究对象，并用出险次数，财务赔款，未决赔款，理赔费用为评判标准。

2. 确定评价灰类

设评价灰类序号为 h , $h=1, 2, \dots, m$, 及有 m 个评价灰类。同时设白化权函数为三角函数，函数定义如下：

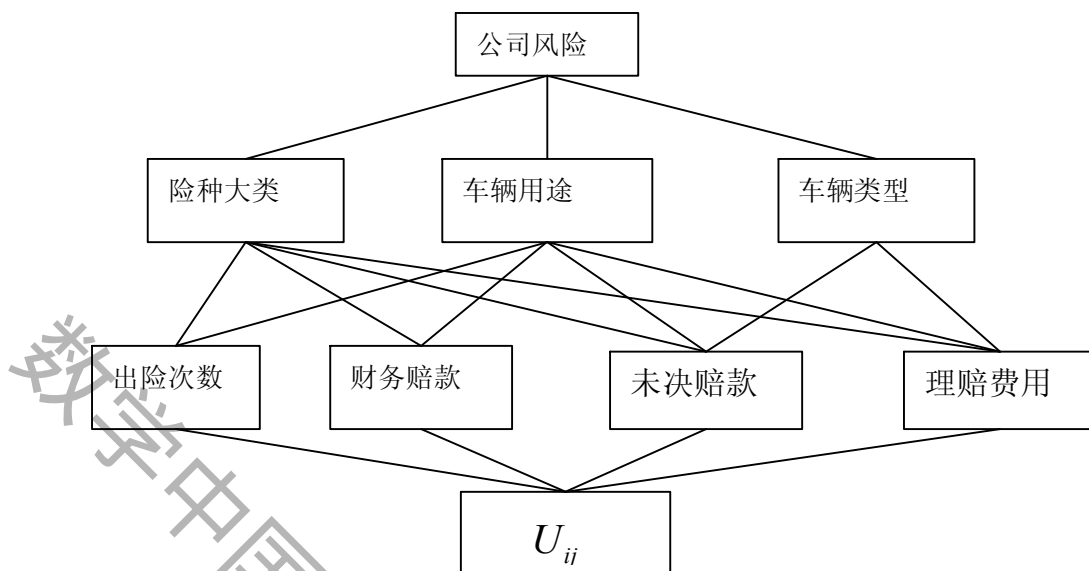
$$f_h(d_{ijk}) = \begin{cases} d_{ijk}/h & d_{ijk} \in [0, 2h] \\ (2h-d_{ijk})/(2h-h) & d_{ijk} \in [h, 2h] \\ 0 & d_{ijk} \notin [0, 2h] \end{cases}$$

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会
电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn
Email：2011@tzmcm.cn



安全风险评估模型

具体地，“险种大类”准则下，分为7级，分别表示可忽略的，很低，低，中等，高，很高，极高， $h=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 即 $m=7$ 。

“风险发生概率”准则对应的评价灰类如下：

第一灰类可忽略风险概率， $h=1$ ，对应的白化权函数为：

$$f_1(d_{ijk}) = \begin{cases} 1 & d_{ijk} \in [0, 2h] \\ (2-d_{ijk})/1 & d_{ijk} \in [h, 2h] \\ 0 & d_{ijk} \notin [0, 2h] \end{cases}$$

第二灰类很低风险概率， $h=2$ ，对应的白化权函数为：

$$f_2(d_{ijk}) = \begin{cases} d_{ijk}/2 & d_{ijk} \in [0, 2h] \\ (4-d_{ijk})/2 & d_{ijk} \in [h, 2h] \\ 0 & d_{ijk} \notin [0, 2h] \end{cases}$$

第三灰类低风险概率， $h=3$ ，对应的白化权函数为：

$$f_3(d_{ijk}) = \begin{cases} d_{ijk}/3 & d_{ijk} \in [0, 2h] \\ (6-d_{ijk})/3 & d_{ijk} \in [h, 2h] \\ 0 & d_{ijk} \notin [0, 2h] \end{cases}$$

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn

Email：2011@tzmcm.cn

第四灰类中等风险概率， $h=4$ ，对应的白化权函数为：

$$f_4(d_{ijk}) = \begin{cases} d_{ijk}/4 & d_{ijk} \in [0, 2h] \\ (8-d_{ijk})/4 & d_{ijk} \in [h, 2h] \\ 0 & d_{ijk} \notin [0, 2h] \end{cases}$$

第五灰类高风险概率， $h=5$ ，对应的白化权函数为：

$$f_5(d_{ijk}) = \begin{cases} d_{ijk}/5 & d_{ijk} \in [0, 2h] \\ (10-d_{ijk})/5 & d_{ijk} \in [h, 2h] \\ 0 & d_{ijk} \notin [0, 2h] \end{cases}$$

第六灰类高风险概率， $h=6$ ，对应的白化权函数为：

$$f_6(d_{ijk}) = \begin{cases} d_{ijk}/6 & d_{ijk} \in [0, 2h] \\ (12-d_{ijk})/6 & d_{ijk} \in [h, 2h] \\ 0 & d_{ijk} \notin [0, 2h] \end{cases}$$

第七灰类高风险概率， $h=7$ ，对应的白化权函数为：

$$f_7(d_{ijk}) = \begin{cases} d_{ijk}/7 & d_{ijk} \in [0, 2h] \\ (14-d_{ijk})/7 & d_{ijk} \in [h, 2h] \\ 0 & d_{ijk} \notin [0, 2h] \end{cases}$$

类似地，可得出“车辆用途”准则和“车辆类型”准则对应的评价灰类。

3. 评价样本矩阵

用出险次数，财务赔款，未决赔款，理赔费用为评判标准，将指标归化矩阵进行归一化（见附录1），将归一化矩阵代入分区间：

$$x = \begin{matrix} & 0 & 0.1429 & 0.2857 & 0.4286 & 0.5714 & 0.7143 & 0.8571 & 1.0000 \end{matrix}$$

得到评价样本矩阵D

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会
电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn
Email: 2011@tzmcm.cn

$$D = \begin{pmatrix} 1.5000 & 1.5000 & 3.0000 & 3.0000 \\ 6.0000 & 1.5000 & 6.0000 & 6.0000 \\ 3.0000 & 10.5000 & 3.0000 & 3.0000 \\ 7.5000 & 1.5000 & 4.5000 & 4.5000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 & 3.0000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 3.0000 & 3.0000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 3.0000 & 4.5000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 \\ 3.0000 & 1.5000 & 3.0000 & 3.0000 \\ 10.5000 & 1.5000 & 10.5000 & 10.5000 \\ 3.0000 & 1.5000 & 6.0000 & 4.5000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 3.0000 & 3.0000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 \\ 3.0000 & 1.5000 & 4.5000 & 4.5000 \\ 3.0000 & 1.5000 & 4.5000 & 6.0000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 1.5000 & 3.0000 \\ 3.0000 & 1.5000 & 3.0000 & 3.0000 \\ 1.5000 & 1.5000 & 3.0000 & 3.0000 \\ 6.0000 & 1.5000 & 3.0000 & 3.0000 \end{pmatrix}$$

4. 计算灰色评价权矩阵

对于评价因素 U_{ij} 。系统属于第 h 个评价灰类的灰色评价系数记为 M_{ijk} ，则有 $M_{ijk} = \sum f_h(d_{ijk})$ 。对于评价因素 U_{ij} ，系统属于各个评价灰类的灰色评价系数记

为 M_{ij} ，则有 $M_{ij} = \sum_{h=1}^m M_{ijk}$ 。评价因素 U_{ij} 属于第 h 个灰类的灰色评价权记为

$q_{ijk} = M_{ijk} / m_{ij}$ 。评价因素 U_{ij} 属于各个灰类的灰色评价权向量为

$q_{ij} = (q_{ij1}, q_{ij2}, q_{ij3}, \dots, q_{ijm})$ ，从而得到系统的评价因素 U_i ，所属指标 U_{ij} 。

对于各评价灰类的灰色评价权矩阵：

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会
电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn
Email：2011@tzmcm.cn

$$Q_i = \begin{bmatrix} q_{i1} \\ q_{i2} \\ \dots \\ q_{ij} \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{i11} & q_{i12} & q_{i13} & \dots & q_{i1m} \\ q_{i21} & q_{i22} & q_{i23} & \dots & q_{i2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{ij1} & q_{ij2} & q_{ij3} & \dots & q_{ijm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

4. 综合评价

对于系统的评价因素“做综合评价，其综合评价结果记为 B_i ，
 $B_i = A_i Q_i = \{a_{i1} \quad a_{i2} \quad \dots \quad a_{ij} \dots\}$ ，其中 A_i 为评价因素 U_{ij} “权重集 $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij}, \dots)$ ”。由 U_{ij} 的综合评价结果 B_i 得系统的 U_{ij} ，. 因素对各评价灰类的灰色评价权矩阵：

$$Q = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ b_{31} & b_{32} & \dots & b_{3m} \end{bmatrix}$$

对系统的 U_I 因素做综合评价，其评价结果记为 $B=AQ=(b_1, b_2, b_3, \dots, b_m)$ ，其中 A 为评价因素 U_I ，的权重集 $A_i=(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij}, \dots)$ 。这里 m 取值为 7，对应的综合评价结果记为 B_1, B_2, B_3 。

5. 计算风险值

$P^S = B_1(I^P)^T, C^S = B_2(I^C)^T, U^S = B_3(I^U)^T$ ，其中 I^P, I^C, I^U 为评价指标权向量， $I^P=(0, 0.1429, 0.2857, 0.4286, 0.5714, 0.7143, 0.8571, 1.0000)$ ， $I^C=(0, 0.1429, 0.2857, 0.4286, 0.5714, 0.7143, 0.8571, 1.0000)$ ， $I^U=(0, 0.1429, 0.2857, 0.4286, 0.5714, 0.7143, 0.8571, 1.0000)$

可以计算出 $P^S = 0.235005, C^S = 0.328183, U^S = 0.294847$ （计算过程见附录2）

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn

Email: 2011@tzmcm.cn

系统风险度 R 是 p^s , C^s , 和 U^s 的似然估计:

$$R=1-(1-p^s)(1-C^s)(1-U^s)=p^s+C^s+U^s-p^s C^s-C^s U^s-p^s U^s+U^s C^s$$

 p^s
 $=0.63$

我们在前面规定划分区域

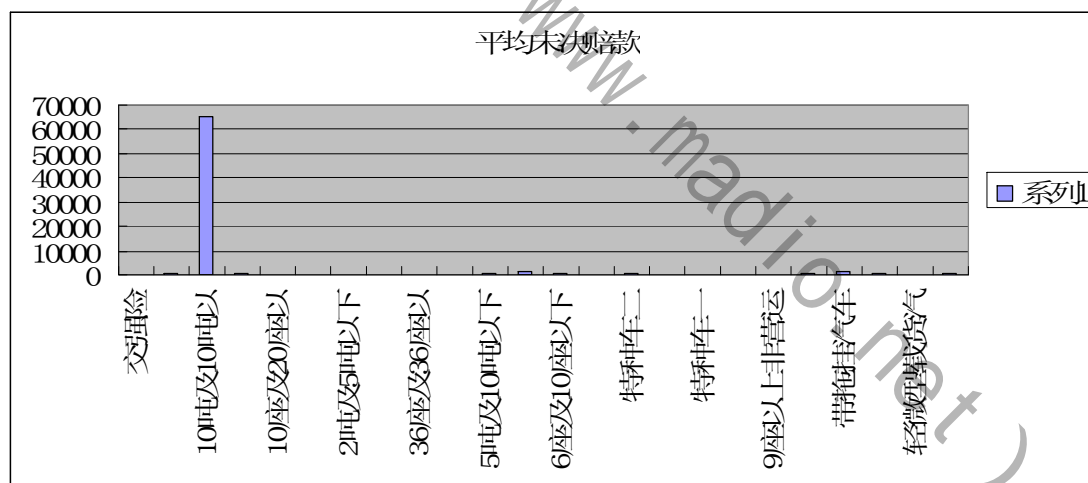
$x = 0 \quad 0.1429 \quad 0.2857 \quad 0.4286 \quad 0.5714 \quad 0.7143 \quad 0.8571 \quad 1.0000$

易知, $0.5714 < 0.63 < 0.7143$, 属于高风险, 所以应谨慎处理该公司业务。

6. 对公司的风险的建议:

根据以上的模型分析, 我们可以看出该汽车保险公司在未决赔款, 风险客户的选择, 以及理赔过程中的支出这几个方面存在着不同程度的问题, 对此我们给出如下建议:

(1) 该公司的未决赔款, 始终保持在一个较高的状态, 这对公司的健康运作很明显有着不利的影响, 如下图,



我们可以清楚的看出, 在客户车辆类型的选择上, 该公司在日后的经营中, 应该更加谨慎, 如大吨位的挂车等等, 在赔款过程中, 易造成未决的局面, 所以公司想要降低其未决赔款额, 使公司在更为健康的环境下运作, 客户车辆的类别选择, 应当引起足够的重视, 建议对投保的客户先进行车辆类型方面的风险评估, 再确定业务的具体操作细节;

(2) 该公司的赔款过程中产生的业务费用 (此处指财务赔款和理赔费用) 的数目也应得到相应的重视, 通过对该公司潜在风险的评估, 我们可以看到, 公司的赔款时产生的理赔费用较高, 已经占到公司盈利的较大比重, 且公司的赔款数额同样存在上述问题, 所以建议公司在日后的具体运作中, 首先对理赔费用进行必

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-5220129

#1713

Email: 2011@tzmcm.cn

要的预算工作，并制定相应的规章制度，控制理赔费用的金额度，再次在财务赔款方面，对索赔客户进行全方面的评估，适当细化赔偿款项，以减少不必要的金额浪费；

(3)在出险次数方面，该公司客户的出险均值较高，说明公司在选取自己客户群的时候，没有很好的考虑到高风险客户可能对公司效益带来的威胁，建议在以后的实际经营中，加强客户历史资料的了解，不可单纯为追求业务量而缺少对高风险客户的考察，建立一个较完备的客户潜在风险评价标准，为公司日后确定稳定的客户群提供有价值的参考；

对于模型二，首先通过用EXCEL对大量的原始数据进行筛选和原始处理，建立初步可用的表格，对数据进行主观分析。为了数据结果的可靠性，我们舍去了只有一个样本的几个数据；其次利用网络数据和资料所给的数据建立该保险企业的风险评估模型；利用灰色多层次分析法，通过归一化的方法计算出相应的评奖指数。如果可以直接得到专家的打分会比此方法更直观更简单，但未必由此方法客观准确。最后计算出风险系数，经检验较为准确。

五、模型的评价及推广

对于模型一，利用风险大小进行等级划分并确定出衡量风险大小的指标——风险系数的思路是很好的，由浮动后保费的计算表达式可以看出，风险系数越高的车辆，它最终的保费越高，这是很合理的。最后得出的浮动方案与承保车辆风险密切相关，可见此方案是比较公平的。模型的缺点在于：出险次数和赔款额的风险系数的确定带有比较浓重的主观色彩，由于时间的限制我们没有具体的求解出其中蕴含的函数关系，这个可以在今后进行改进。此外，该模型可推广至考虑车辆品牌、车辆年龄等风险分级的模型中去。

对于模型二，首先通过用EXCEL对大量的原始数据进行筛选和原始处理，建立初步可用的表格，对数据进行主观分析。为了数据结果的可靠性，我们舍去了只有一个样本的几个数据；其次利用网络数据和资料所给的数据建立该保险企业的风险评估模型；利用灰色多层次分析法，通过归一化的方法计算出相应的评奖指数。如果可以直接得到专家的打分会比此方法更直观更简单，但未必由此方法客观准确。最后计算出风险系数，经检验较为准确。

六、参考文献

【1】2010年第12期，第43卷《通信技术》——《一个灰色信息安全风险评估应用模型》 王莺洁回， 杜伟娜。， 罗为；

【2】同济大学 经济与管理学院 博士学位论文 《基于行为博弈的机动车辆保险奖惩系统的研究》朱少杰；

【3】湖北经济学院 武汉 430079 ——《NCD系统的数学模型和稳态分析》董利红

【4】《数学的实践与认识》2009, 39(24)——《零膨胀广义泊松回归模型与保险费率厘定》徐昕， 袁卫， 孟生旺 徐昕

【5】通信技术，北京，2010. 12——《一个灰色信息安全风险评估应用模型》王莺洁回，杜伟娜， 罗为。

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

网址：www.tzmcm.cn

#1713

Email: 2011@tzmcm.cn

七、附录

附录1:

归一化矩阵

A =

0.1000	0.0040	0.1507	0.1543
0.4499	0.0074	0.5435	0.4877
0.2801	1.0000	0.2225	0.2716
0.6474	0.0151	0.3119	0.2901
0.0164	0	0.0698	0.1049
0.0122	0	0.0723	0.0864
0.0513	0	0.0762	0.1605
0.1236	0.0006	0.1630	0.1543
0.1255	0	0.2532	0.3580
0	0	0	0
0.0940	0.0066	0.0550	0.0926
0.2263	0.0237	0.1819	0.2531
1.0000	0.0055	1.0000	1.0000
0.2409	0.0045	0.4471	0.3951
0.1224	0.0078	0.0665	0.0741
0.0842	0	0.2250	0.2037
0	0	0	0
0.2242	0.0037	0.3553	0.3210
0.0499	0	0.1312	0.1914
0.1477	0.0079	0.3780	0.4506
0.0973	0.0255	0.1233	0.2654
0.2179	0.0151	0.2136	0.1667
0.1345	0.0004	0.1670	0.1543
0.4409	0.0099	0.2092	0.2531

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-5220129

#1713

网址：www.tzmcm.cn

Email: 2011@tzmcm.cn

附录2

0.020792	0.000832		0.032082
0.064277	0.001057	0.077649	0.069677
0.004385	0.015656	0.003483	0.004252
0.017832	0.000416	0.008591	0.007991
1.99E-05	0	8.47E-05	0.000127
7.15E-06	0	4.24E-05	5.06E-05
6.66E-05	0	9.89E-05	0.000208
0.00343	1.67E-05	0.004524	0.004282
0.000126	0	0.000254	0.00036
0	0	0	0
0.002377	0.000167	0.001391	0.002341
0.002671	0.00028	0.002147	0.002988
0.013479	7.41E-05	0.013479	0.013479
0.040145	0.00075	0.074507	0.065842
0.000507	3.23E-05	0.000276	0.000307
3.17E-05	0	8.48E-05	7.67E-05
0	0	0	0
0.054424	0.000898	0.086248	0.077922
0.000113	0	0.000297	0.000433
0.001317	7.04E-05	0.00337	0.004018
0.000362	9.5E-05	0.000459	0.000989
0.005126	0.000355	0.005025	0.003922
0.003052	9.08E-06	0.003789	0.003501
0.000464	0.009808	0.011866	0
0.235005	0.030516	0.297667	0.294847

0.020792	0.000832		0.032082
0.064277	0.001057	0.077649	0.069677
0.004385	0.015656	0.003483	0.004252
0.017832	0.000416	0.008591	0.007991
1.99E-05	0	8.47E-05	0.000127
7.15E-06	0	4.24E-05	5.06E-05
6.66E-05	0	9.89E-05	0.000208
0.00343	1.67E-05	0.004524	0.004282
0.000126	0	0.000254	0.00036
0	0	0	0
0.002377	0.000167	0.001391	0.002341
0.002671	0.00028	0.002147	0.002988
0.013479	7.41E-05	0.013479	0.013479
0.040145	0.00075	0.074507	0.065842
0.000507	3.23E-05	0.000276	0.000307
3.17E-05	0	8.48E-05	7.67E-05
0	0	0	0
0.054424	0.000898	0.086248	0.077922
0.000113	0	0.000297	0.000433
0.001317	7.04E-05	0.00337	0.004018
0.000362	9.5E-05	0.000459	0.000989
0.005126	0.000355	0.005025	0.003922
0.003052	9.08E-06	0.003789	0.003501
0.000464	0.009808	0.011866	0
0.235005	0.030516	0.297667	0.294847
	0.235005	0.328183	0.294847
	P5	C5	U5