

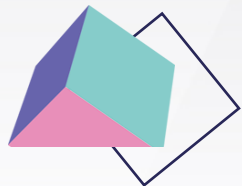
# 2019第九届MathorCup杯数学建模挑战赛



## 钢水“脱氧合金化”配料方案的优化

小组成员：崔骁锦 杨焘 黄雨

指导教师：章胤



## 题目背景

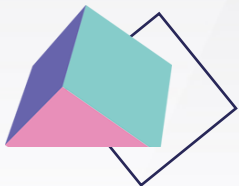


MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

在国家号召减少产能过剩的大背景下，钢铁行业急需提高高附加值钢种的产量以适应当前行业环境。炼钢过程中的脱氧合金化是钢铁冶炼中的重要工艺环节。对于不同的钢种在熔炼结束时，需加入不同量、不同种类的合金，以使其所含合金元素达标，最终使得成品钢在某些物理性能上达到特定要求。如何通过历史数据对脱氧合金化环节建立数学模型，预测合金元素收得率，合理配料，并以此降低钢水脱氧合金化成本，是一个十分有价值的问题。



## 问题一：



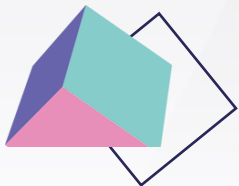
MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

### 问题一：

钢水脱氧合金化主要关注C、Mn、S、P、Si五种元素的含量，请根据附件1计算C、Mn两种元素的历史收得率，并分析影响其收得率的主要因素



## 问题一思路



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

1

- 数据预处理

2

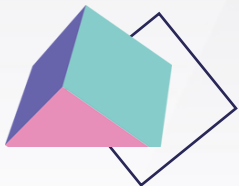
- 合金收得率计算模型

3

- 参考炉次收得率优化模型

4

- 灰色关联度分析



# 1.数据预处理



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

异常值（包括缺失  
值，重复值）的处  
理

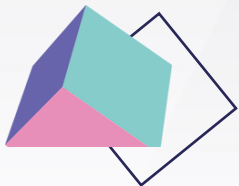


数据分类

对数据进行了预处理，首先剔除了异常数据（转炉终点温度为0，转炉终点

不同钢种（普碳、低合金）、不同钢号（九种钢号）所  
对应的合金加入种类不同，把不同钢种不同钢号对应的合金加  
入种类进行分类，为相关性分析做准备。





# 合金收得率计算模型



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

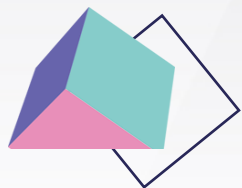
## 合金收得率计算模型：

合金收得率指脱氧合金化时被钢水吸收的合金元素的重量与加入该元素总重量之比。

$$f = \frac{(Y + \Delta Y)M - YN}{\sum (x_i \cdot c_{i,j})}$$

其中：

- $Y$  —— 钢水质量
- $\Delta Y$  —— 钢水增加的质量
- $M$  —— 连铸正样合金元素含量
- $N$  —— 转炉终点合金元素含量
- $x_i$  —— 第*i*种合金的加入量
- $c_{i,j}$  —— 第*i*种合金中*j*元素的含量



## 合金收得率计算模型



MathorCup  
高校数学建模挑战赛

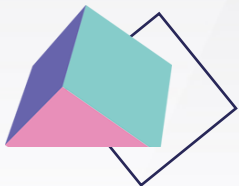


燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

通过合金收得率公式分别计算出C和Mn的收得率，观察结果发现C的收得率有少部分大于1（完整数据中约有六分之一的数据大于1），而Mn的收得率全部在1以下。

炉次	C的收得率	Mn的收得率	炉次	C的收得率	Mn的收得率
1	0.91340509	0.88363797	8	0.91588040	0.91046946
2	0.86651808	0.92026931	9	0.69277955	0.89234787
3	1.01202793	0.96715309	10	0.99849265	0.87998931
4	0.86722293	0.90968012	11	0.97360242	0.85975480
5	0.97958534	0.93244702	12	0.91488857	0.75803493
6	0.97051215	0.91335168	13	1.28247314	0.87644696
7	1.02955078	0.90610441	14	0.82766550	0.75631939

为什么会出现C收得率大于1的情况呢？通过查阅资料我们发现C的收得率大于1可能是由于脱氧合金化过程中的电极加热增碳和钢水及渣中的氧量有关，因此在考虑电极增碳与氧量的影响下，我们对C的收得率计算模型进行了优化。



# 收得率的参考炉次优化模型



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

## 参考炉次法优化(收得率反算)：

基本思路:选取与拟预测炉次钢种相同、生产条件相近的炉次作为参考炉次，在数据库中选取若干炉参考炉次，对各参考炉次的合金收得率取平均值，即为本炉次的预报合金收得率。在每炉冶炼结束后的存盘过程中，如果该炉次为正常炉次,则将其作为历史数据存入数据库,作为下一新炉次的待选参考炉次，从而完成收得率的反算。

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sum &= \Delta \omega[C] + \Delta \omega[Al] + \Delta \omega[Si] \\ \Delta \omega[C] &= |\omega[C]_1 - \omega[C]_2| \\ \Delta \omega[Al] &= |\omega[Al]_1 - \omega[Al]_2| \\ \Delta \omega[Si] &= |\omega[Si]_1 - \omega[Si]_2| \end{aligned} \right\}$$

参考炉次的选择公式

$$f_j = \frac{(\Delta \omega[m_j] - \Delta \omega[j]) \cdot (Y + \sum x_i)}{\sum (x_i \cdot c_{i,j})} \times 100\% \quad \text{合金收得率计算公式}$$

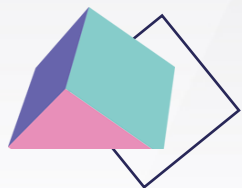
其中：

$\Delta \sum$  ——新炉次和待选炉次碳、铝、猛含量的偏差和

$\Delta \omega[m_j]$  ——脱氧合金化过程中元素的变化量

$\Delta \omega[j]$  ——电极平均增碳量





## 收得率的参考炉次优化模型



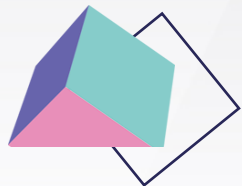
MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

炉次	C的收得率	炉次	C的收得率
1	0.81340509	8	0.81588040
2	0.76651808	9	0.59277955
3	0.91202793	10	0.89849265
4	0.76722293	11	0.87360242
5	0.87958534	12	0.81488857
6	0.87051215	13	1.18247314
7	0.92955078	14	0.72766550

观察优化后的收得率，可以发现C收得率大于1的数据明显减少。总的数据中C收得率大于1的约为三十分之一（大约为20个），相比于之前的六分之一大大减少，并且观察这二十个数据发现，收得率大于1的C加入量明显比正常数据低，因此可能是合金加入量的数据异常导致的，因此我们把这二十个异常数据删除。



# 灰色关联度分析

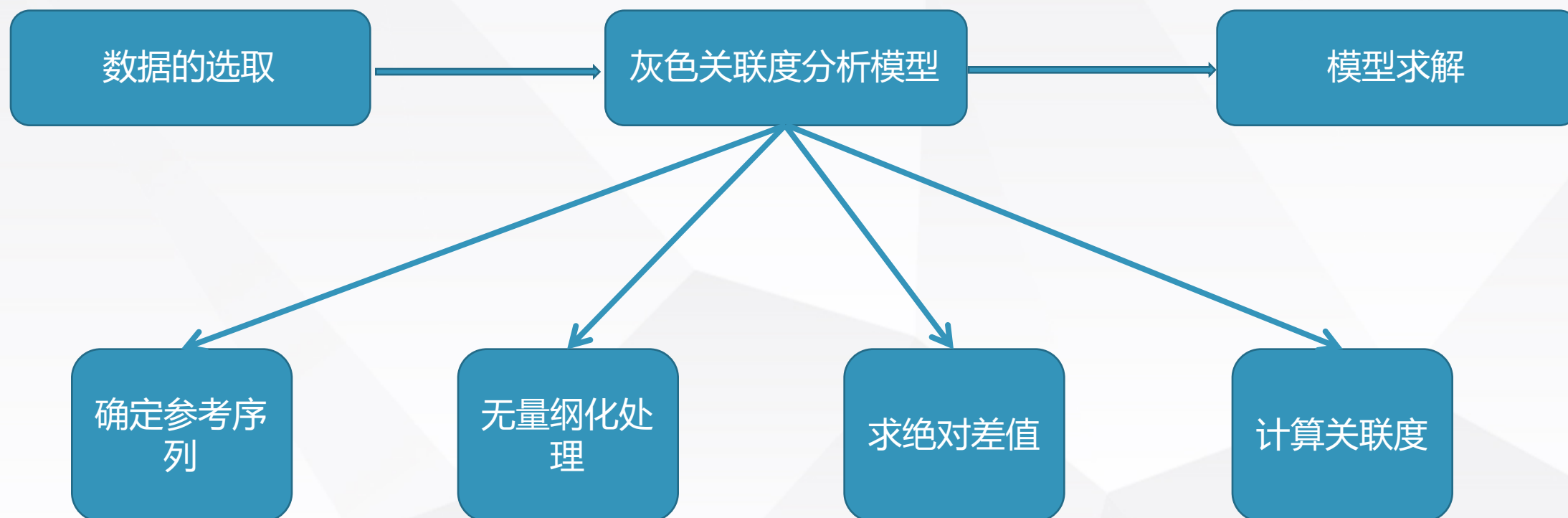


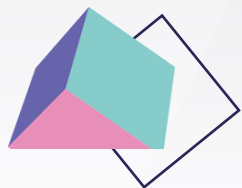
MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

为分析收得率和其他因素的相关性，由于数据较少，因此我们采用灰色关联度分析来求解相关性。





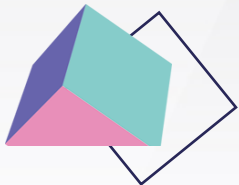
## 数据的选取

通过观察预处理后的数据我们发现合金的加入种类与钢种类型（普碳、低合金）和钢号类型（9种）有关，不同钢号和钢种对应不同合金的相关性应该也不同，因此我们对钢号类型进行了分类（由于普碳钢种只占0.6%，因此不做分类）：

钢号	20MnKA	20MnKB	HRB400B	HRB400D	HRB500B	HRB500D	Q235	Q235A	Q345B
占比	1.92%	0.75%	75.23%	16.02%	0.99%	3.84%	0.23%	0.40%	0.58%

观察上表发现9个钢种中只有HRB400B钢号的数据较多为75.23%，其他钢号的数据量较少，因此我们只选取HRB40B这一钢号来做分析。

选取可能影响合金收得率的因素为：转炉终点的C、Mn、S、P、Si含量、转炉终点温度和八种合金的加入量。



# 灰色关联度分析



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

确定参考序列

无量纲化处理

求绝对差值

计算关联度

以优化后的C元素收得率和Mn元素收得率为参考序列，其余变量(转炉终点的C、Mn、S、P、Si含量、转炉终点温度、八种合金的加入量)为比较序列。

我们所采用的变量序列中，有部分数据不统一，所以我们将其无量纲化。因为序列中有的序列变化量较大，因此采取均值化算子进行无量纲化处理，即：

$$X_i(K) = \frac{X_i(K)}{\frac{1}{n} \sum_{K=1}^n X_i(K)}$$

( $X_i(K)$  —— 变量序列)

求出比较序列与参考序列绝对差值： $\Delta X_0(K) = |X_0(K) - X_0(f)|$

通过比较序列与参考序列的绝对差计算关联系数和关联度。

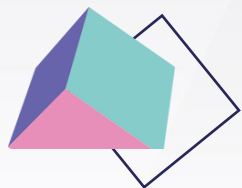
关联系数： $r_i(K) = (\Delta X \min + \theta \Delta X \max) / (\Delta X_0(K) + \theta \Delta X \max)$

关联度： $\rho_{0i} = \sum r_i(K) / n$

其中， $\theta$  为分辨系数（一般是人为给定的，通常取0.5）。

$\rho$  —— 关联度

$r$  —— 关联系数



## 模型求解

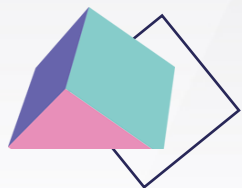
得到C、Mn收得率与各个影响因素之间的关联度

各个参考序列和C收得率的关联度						
转炉终点温度	转炉终点C	转炉终点Mn	转炉终点S	转炉终点P	转炉终点Si	钒氮合金
0.858864622	0.80231002	0.654865	0.85457353	0.644815	0.82249611	0.774629475
钒铁	硅铝钙	硅锰面	石油焦增碳剂	锰硅合金	碳化硅	硅钙碳脱氧剂
0.837270414	0.73279066	0.753229226	0.8299126	0.88382030	0.83883996	0.84231288

各个参考序列和C的关联度如表所示，我们选取其中关联度较大的若干因素。

其中，影响C收得率的因素我们选取了七个，分别为转炉终点温度、转炉终点C、转炉终点S、转炉终点Si、钒铁(FeV50-B)、锰硅合金、碳化硅(55%)。





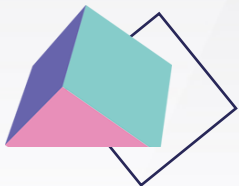
## 模型求解

得到C、Mn收得率与各个影响因素之间的关联度

各个参考序列和Mn收得率的关联度						
转炉终点温度	转炉终点C	转炉终点Mn	转炉终点S	转炉终点P	转炉终点Si	钒氮合金
0.8566464	0.7465820	0.64649	0.7706365	0.6448558	0.7415058	0.7281307
钒铁	硅铝钙	硅锰面	石油焦增碳剂	锰硅合金	碳化硅	硅钙碳脱氧剂
0.7043033	0.6505962	0.7245213	0.7688302	0.9178055	0.7742550	0.8219177

各个参考序列和Mn的关联度如表所示，我们选取其中关联度较大的若干因素。

影响Mn收得率的因素我们也选取了七个，分别为转炉终点温度、转炉终点C、转炉终点S、转炉终点Si、硅铝合金FeAl30Si25、石油焦增碳剂、锰硅合金。



## 问题二:



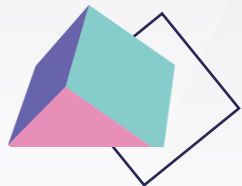
MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

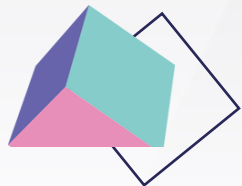
## 问题二:

在问题一的基础上，构建数学模型，对C、Mn两种元素收得率进行预测，并进一步改进模型及算法，尽可能提高这两种元素收得率的预测准确率。



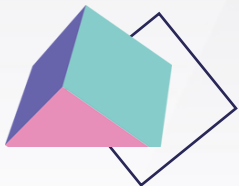
在灰色关联度分析中我们选取了七个与C收得率相关性较好的因素。





在灰色关联度分析中我们选取了七个与Mn收得率相关性较好的因素。





# BP神经网络模型建立



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

## 第一步

网络初始化。我们对BP神经网络确定精确度值保证其精确度和最大训练次数使其达到最大训练次数时自动停止运算并且输出。

## 第二步

将前620组（36.2%）数据作为样本和对应期望。

$$x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))$$

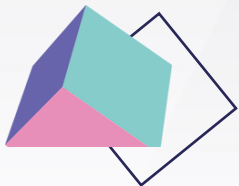
$$d_o(k) = (d_1(k), d_2(k), \dots, d_q(k))$$

其中有：

$x$  —— 样本输入值

$d_0$  —— 期望输出值





# BP神经网络模型建立



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

## 第三步

通过前面620组数据来计算隐含层各神经元的输入和输出

$$hi_h(k) = \sum_{i=1}^n w_{ih}x_i(k) - b_h \quad h = 1, 2, \dots, p$$

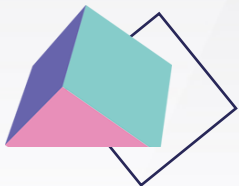
$$ho_h(k) = f(hi_h(k)) \quad h = 1, 2, \dots, p$$

$$yi_o(k) = \sum_{h=1}^p w_{ho}ho_h(k) - b_o \quad o = 1, 2, \dots, q$$

$$yo_o(k) = f(yi_o(k)) \quad o = 1, 2, \dots, q$$

其中有：

$h_i$	——	隐含层输入值
$h_o$	——	隐含层输出值
$y_i$	——	输出层输入值
$y_o$	——	输出层输出值
$b_h$	——	隐含层神经元阈值
$b_o$	——	输出层神经元阈值
$w_{ih}$	——	输入层与中间层的连接权值
$w_{ho}$	——	隐含层与输出层的连接权值



# BP神经网络模型建立



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

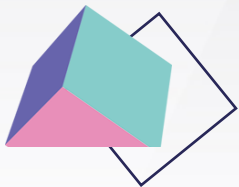
## 第四步

通过前620组数据的期望输出和实际输出，用来计算误差函数对输出层的各神经元的偏导数

$$\begin{aligned}\frac{\partial e}{\partial w_{ho}} &= \frac{\partial e}{\partial y_{i_o}} \frac{\partial y_{i_o}}{\partial w_{ho}} \\ \frac{\partial y_{i_o}(k)}{\partial w_{ho}} &= \frac{\partial(\sum_h^p w_{ho} h_{oh}(k) - b_o)}{\partial w_{ho}} = h_{oh}(k) \\ \frac{\partial e}{\partial i_o} &= \frac{\partial(\frac{1}{2} \sum_{o=1}^q (d_o(k) - y_o(k))^2)}{\partial y_{i_o}} = -(d_o(k) - y_o(k)) y_o'(k) \\ &= -(d_o(k) - y_o(k)) f_{i_o}'(k) - \delta_o(k)\end{aligned}$$

其中有：

$w_{ih}$  —— 输入层与中间层的连接权值  
 $w_{ho}$  —— 隐含层与输出层的连接权值



# BP神经网络模型建立



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

## 第五步

通过前620组数据利用输出层各神经元的  $\delta_o(k)$  和隐含层各神经元的输出来反复修改链接权值  $w_{ho}(k)$  至合适为止。

## 第六步

我们通过计算出隐含层各神经元的  $\delta_h(k)$  和输入层各神经元的值输入反复修改连接权直到合适为止。

## 第七步

计算全局误差

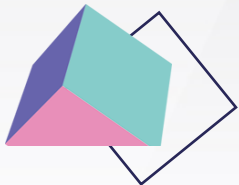
$$\Delta w_{ih}(k) = -u \frac{\partial e}{\partial w_{ih}} = -u \frac{\partial e}{\partial h_i(k)} \frac{\partial h_i(k)}{\partial w_{ih}} = \delta_h(k) x_i(k)$$

$$w_{ih}^{N+1} = w_{ih}^N + \eta \delta_h(k) x_i(k)$$

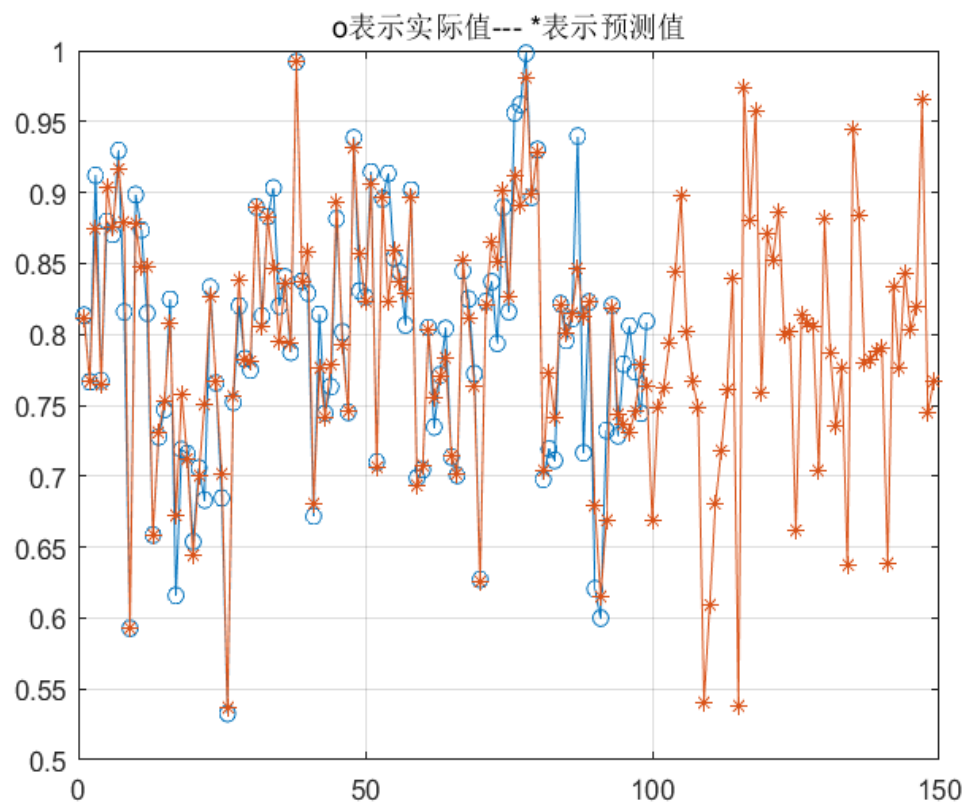
$$error = \frac{1}{2m} \sum_{k=1}^m \sum_{o=1}^q (d_o(k) - y_o(k))^2$$

其中有：

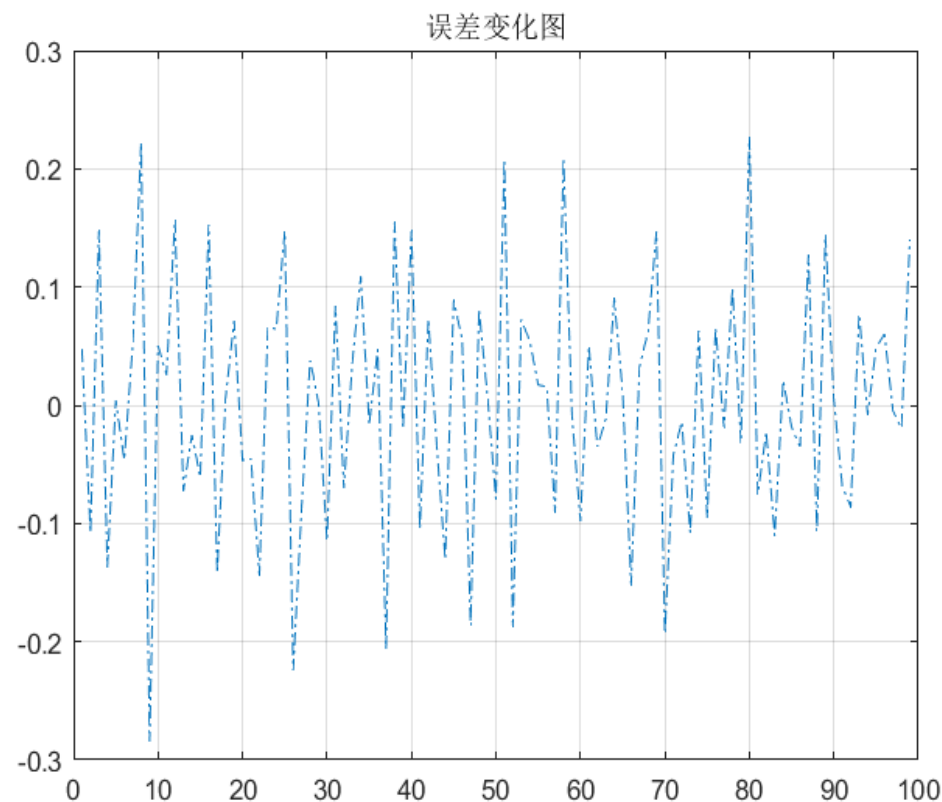
$error$  —— 预测误差



# 模型的求解

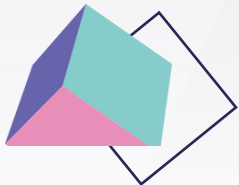


C的收得率预测图



C的收得率预测误差图

从图中可以看出C的收得率预测值最高接近于1，最低在0.55左右，大部分在0.75-0.95范围内。效果十分良好，在误差变化图中，我们看到误差整体在-0.1到0.1以内，少数误差在-0.2到0.2以内，极少数误差可能会在-0.3到0.3以内，误差分析结果较好。



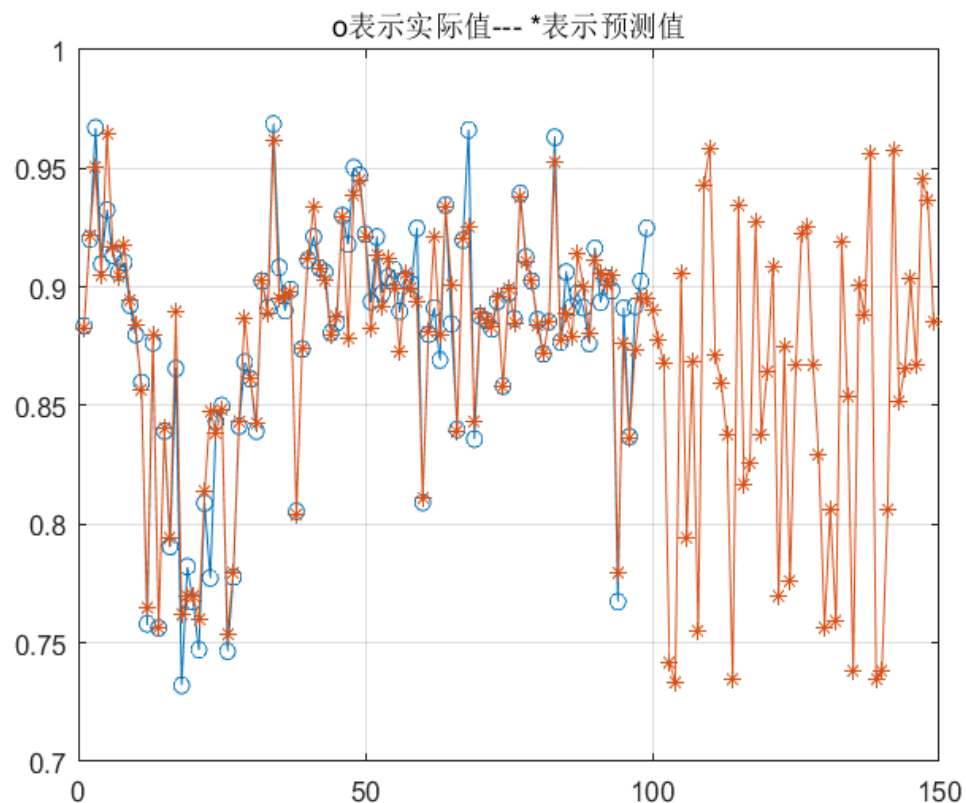
# 模型的求解



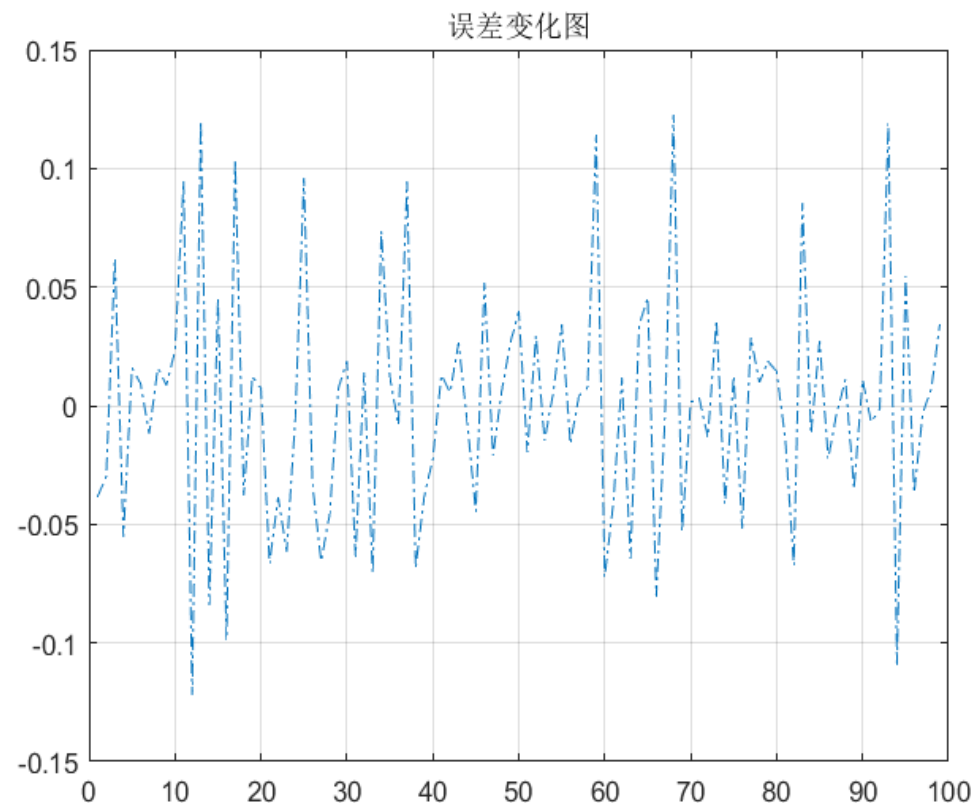
MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY



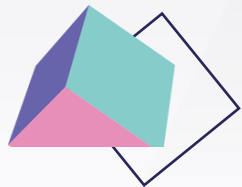
Mn的收得率预测图



Mn的收得率预测误差图

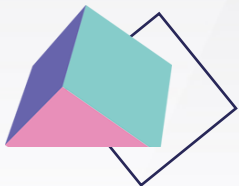
Mn的收得率预测值最高在0.95左右，最低在0.75左右，大部分在0.85-0.95范围内。效果十分良好，在误差变化图中，我们看到误差整体在-0.05到0.05以内，少数误差在-0.1到0.1以内，极少数误差可能会在-0.15到0.15以内，误差分析结果较好。





由于 BP 神经网络采用梯度下降法对权值和阈值进行修正从而寻找最优解，在学习训练过程中易陷入局部极小值，我们可以通过粒子群算法来弥补BP神经网络的缺陷，从而达到优化BP神经网络的目的。

在这里表现为将BP神经网络中的权值和阈值映射为PSO中的粒子并通过迭代来更新粒子的速度和位置。因此这里我们用粒子群算法以预测误差为目标对BP神经网络进行了优化。



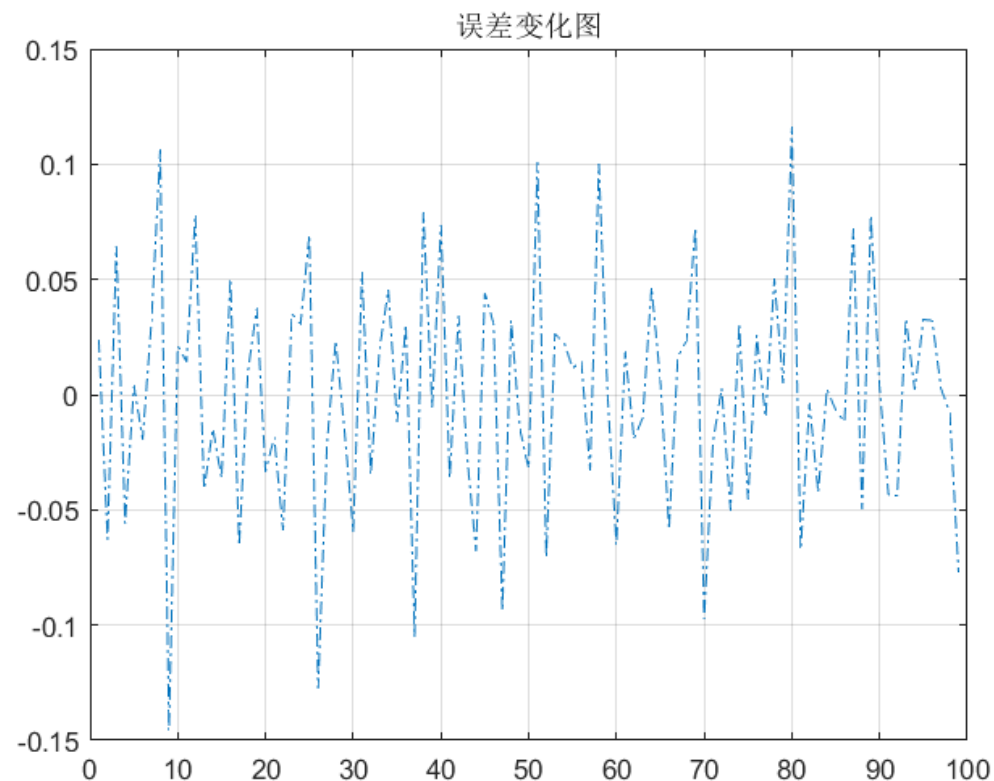
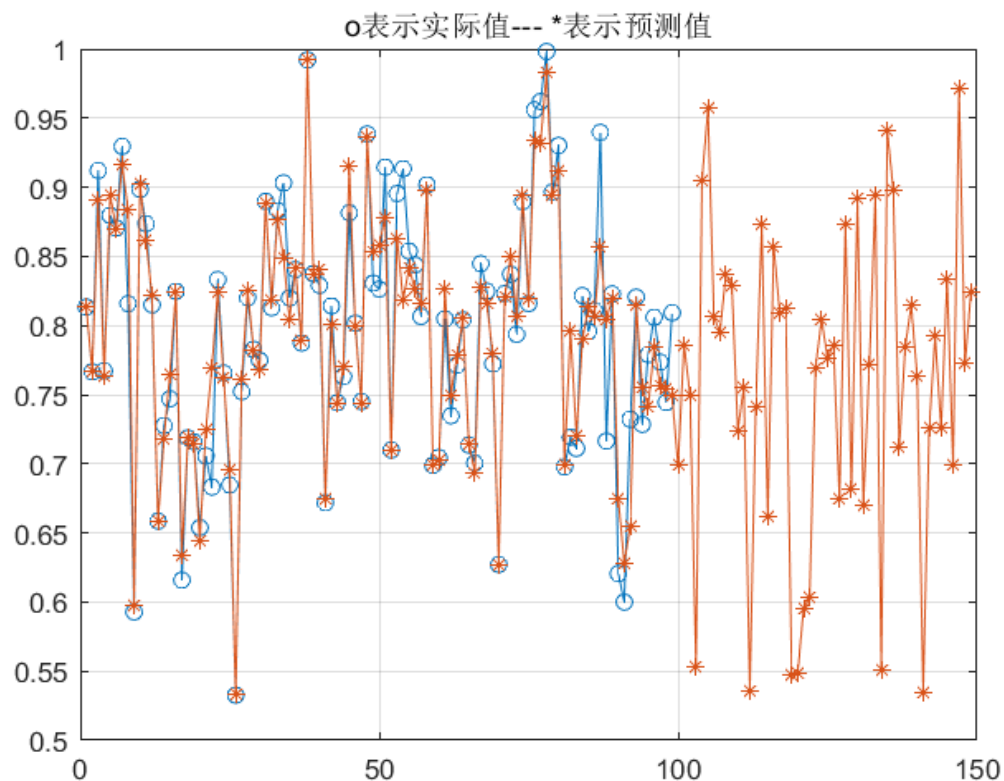
# 粒子群优化BP神经网络



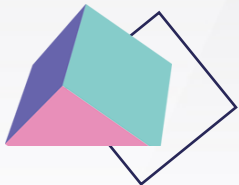
MathorCup  
高校数学建模挑战赛



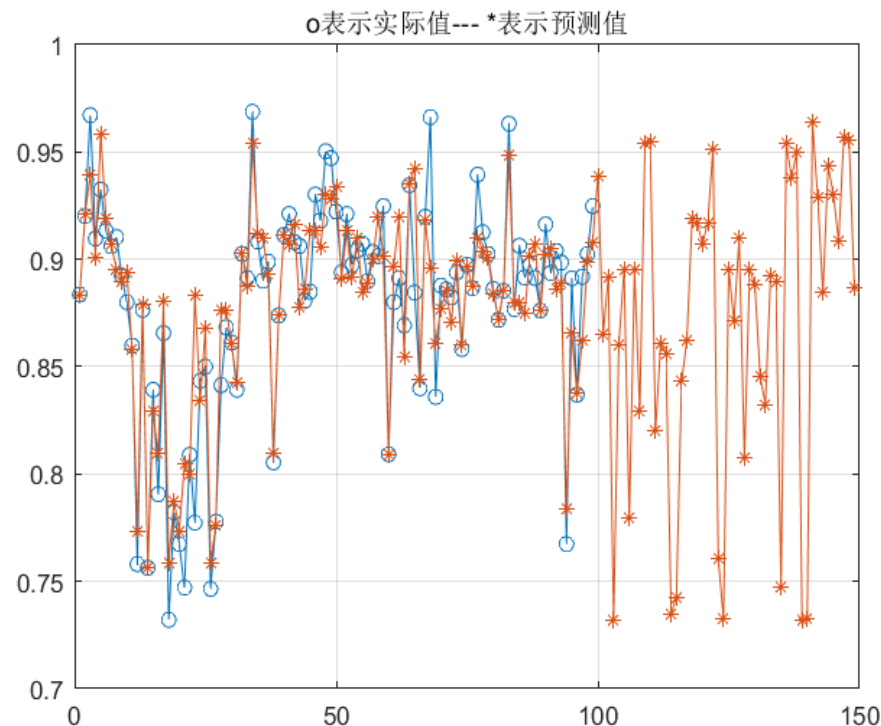
燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY



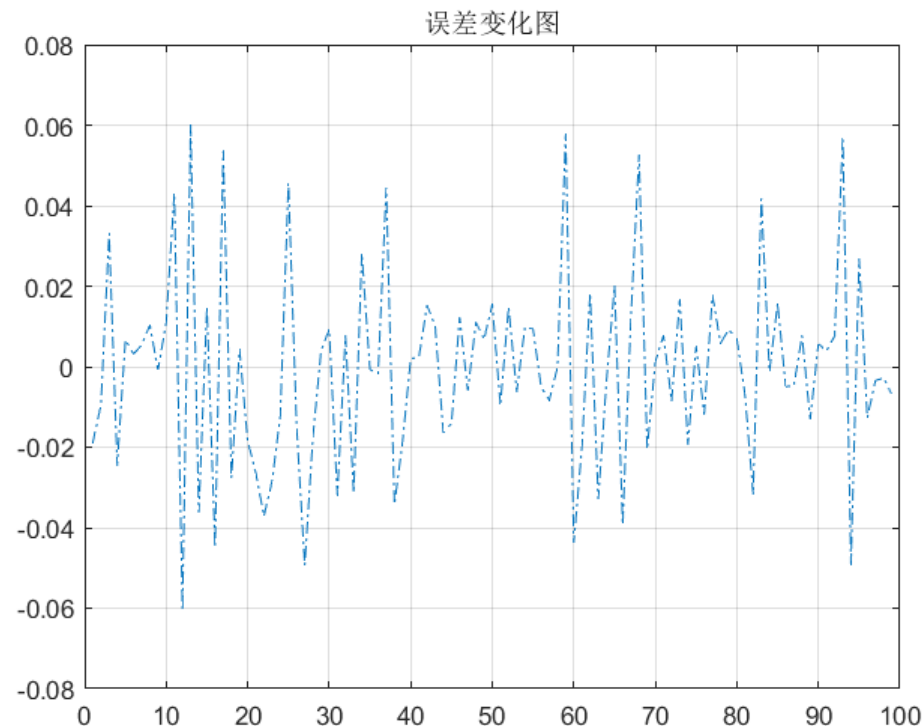
可以发现经过优化后其中C大部分误差从-0.1到0.1降到-0.04到0.04以内，少数误差从-0.2到0.2降到-0.1到0.08以内，极少数误差从-0.3到0.3降到-0.15到0.15以内。



# 粒子群优化BP神经网络

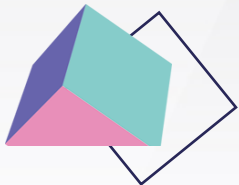


Mn的优化后的收得率预测图



Mn的优化后的收得率误差图

可以发现经过优化后Mn的大部分误差从-0.05到0.05降到-0.02到0.02内，少数误差从-0.1到0.1降到-0.04到0.04内，极少数误差从-0.15到0.15降到-0.08到0.08内。结果有较大的改善，优化模型的结果十分良好。



## 问题三:



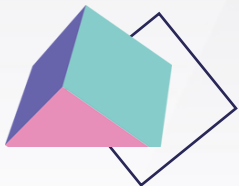
MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

### 问题三:

请根据问题二中合金收得率的预测结果及附件二，建立数学模型，实现钢水脱氧合金化成本优化计算，并给出合金配料方案。



## 最小成本模型：

最小成本模型本质上就是一个线性规划模型。以合金成本最低为目标；以钢水合金元素含量需要满足的标准为约束条件。

$$\text{目标函数: } \min Z = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = \sum_{i=1}^n a_ix_i$$

$$\text{约束条件} \begin{cases} \sum_{i=1}^n (a_{ij} - \frac{Bt_j}{f_j})x_i \leq \frac{Y(Bt_j - b_j)}{f_j} \\ \sum_{i=1}^n (a_{ij} - \frac{Bl_j}{f_j})x_i \geq \frac{Y(Bl_j - b_j)}{f_j} \\ x_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m) \end{cases}$$

其中：

$a_{i,j}$  —— 第  $i$  种合金元素  $j$  的含量

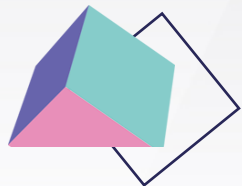
$f_j$  —— 元素  $j$  的收得率

$b_j$  —— 元素  $j$  在原始钢水中的含量

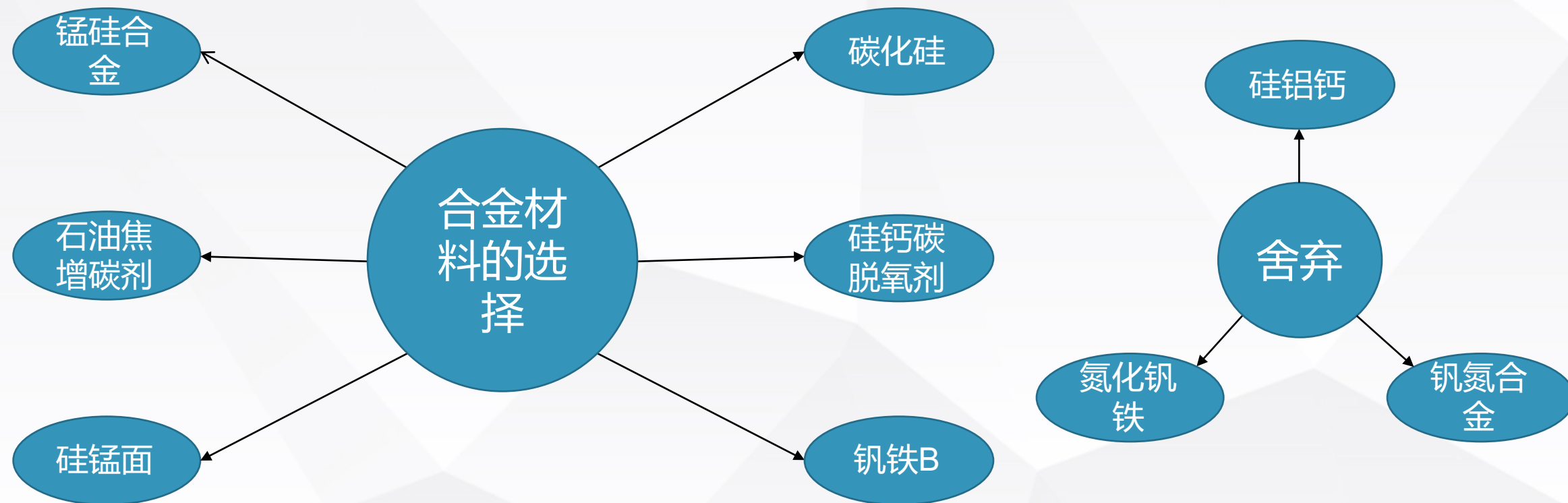
$Bl_j$  —— 钢水中第  $j$  种元素所需要的下限值

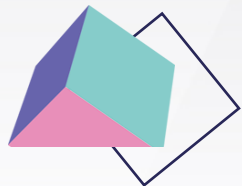
$Bt_j$  —— 钢水中第  $j$  种元素所需要的上限值



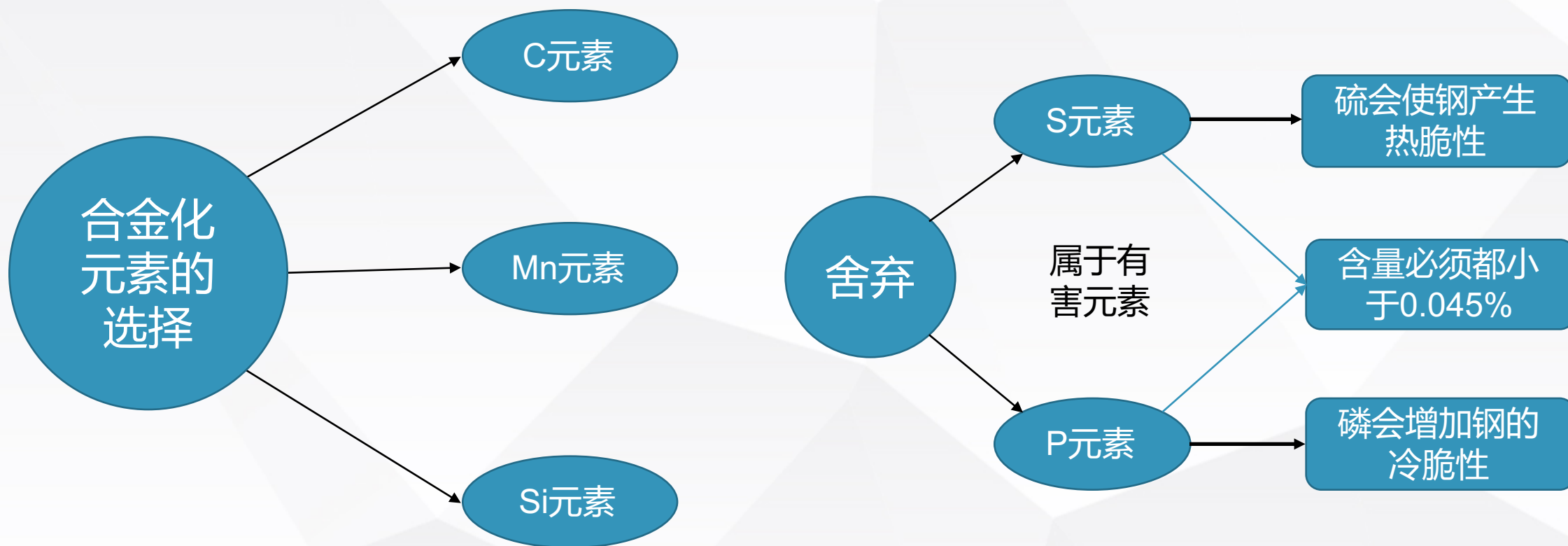


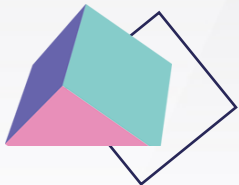
选取数据量最多，预测效果最好的低合金HRB400B进行合金配料成本优化分析。





在选取合金化元素时，考虑到5种合金化元素C、Mn、S、P、Si。





# 模型求解



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

约束条件展开并进行系  
数化简



使用Eviews的Genr函数  
计算求解矩阵系数



使用Matlab中的  
Linprog()函数，求解不  
等式

炉次实际的合金配料

合金配料	添加量(千克)	价格(元/千克)
钒铁(FeV50-B)	40	205
硅锰面 ( 硅锰渣 )	0	7.6
石油焦增碳剂	85	4.6
锰硅合金FeMn68Si18	1600	8.15
碳化硅(55%)	132	6.1
硅钙碳脱氧剂	0	4

实际成本为22436.2元

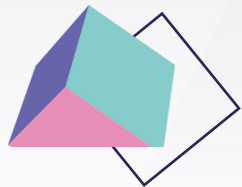
该炉次优化后的合金配料

合金配料	添加量(千克)	价格(元/千克)
钒铁(FeV50-B)	0	205
硅锰面 ( 硅锰渣 )	13.4	7.6
石油焦增碳剂	650.9	4.6
锰硅合金FeMn68Si18	1550	8.15
碳化硅(55%)	636.4	6.1
硅钙碳脱氧剂	0	4

最小成本为Z=19611元

实际减少

$$w = \frac{22436.2 - 19611}{22436.2} \times 100\% = 12.59\%$$



## 模型结果

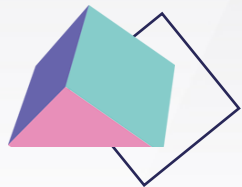


MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

由于大部分钢号的数据缺失，我们针对钢号为 HRB400B 的钢产品再次随机挑选炉次，进行分析，发现平均减少成本 10.32%。经过我们优化后的合金配料方案，既能使 C、Mn、S、P、Si 等元素达到国家标准，还能达到降低成本防止浪费的目的。可行的合金配料的方案是保持氮化钒铁石油焦增碳剂等合金配料的投入量不变，适当降低锰硅合金 FeMn68Si18 的使用量，大约 10%。碳化硅的主要使用量有 132Kg 和 88kg 两种，与优化结果进行比较并保证效果的前提下，建议碳化硅投入量为 88kg 为宜。



## 优缺点分析



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



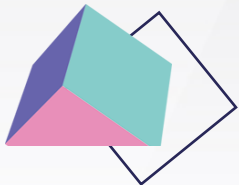
燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

### 优点:

- 考虑到了电极生碳对C收得率计算的影响，并且建立基于参考炉次的自学习优化模型来对C的收得率进行优化计算，得到较为准确的收得率。
- BP（神经网络）：梯度搜索，细化能力强，可以进行仔细的搜索，可以很好的解决本文非线性问题。
- 粒子群算法粒子群优化具有相当快的逼近最优解的速度，可以有效的对系统的参数进行优化，适合于实值型处理，我们利用粒子群算法优化BP神经网络，使预测的误差值明显降低。

### 缺点:

- 没有真实的盈利数据，不能进行对比分析与模型标定，模型在实际应用中存在误差。



## 问题四：



MathorCup  
高校数学建模挑战赛

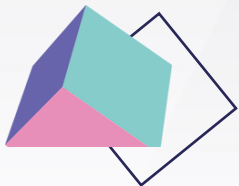


燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

## 问题四：

请根据你们的研究结果，给炼钢厂领导写一封信。





# 致领导的一封信



MathorCup  
高校数学建模挑战赛



燕山大学  
YANSHAN UNIVERSITY

致XX炼钢厂领导的一封信

尊敬的领导：

您好！

我们是大三的学生，很抱歉在这里打扰您。听闻您所就职的炼钢厂生产出的钢种质量十分优良，并且在国内广受欢迎，我们对您的炼钢厂也十分看好。最近几天我们对您所就职的炼钢厂中部分钢种在脱氧合金化过程中的炼钢数据进行了分析，发现此过程中不同钢号的合金加入量及种类对钢种的质量以及成本方面有一些可以改善的地方。根据我们的分析成果，我们对炼钢过程做了一些优化。以下几点是我们的优化建议，应该可以部分降低您厂的炼钢成本，希望可以对您厂有所帮助：

第一，您厂在国内闻名，可是经过我们对您厂脱氧合金化过程中数据的分析，可能是由于炼钢过程中的疏忽，我们发现您所生产的钢中Si元素含量大部分批次并没有达到该钢号的国家标准，希望您能重视这一漏洞，加强钢种的质量把关。

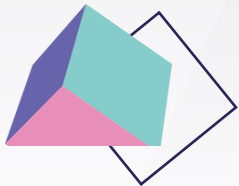
第二，在重点关注C、Mn、S、P、Si的含量标准下，我们对您厂不同钢号对应的合金加入量进行了优化，经过我们优化后的合金配料方案，既能使C、Mn、S、P、Si等元素达到国家标准，还能达到降低成本防止浪费的目的（大约能降低5%-10%的成本）。由于大部分钢号的数据缺失，我们针对钢号为HRB400B的钢产品合金配料的方案是保持氮化钒铁石油焦增碳剂等合金配料的投入量不变，适当降低锰硅合金FeMn68Si18的使用量，大约10%。碳化硅的使用量有132Kg和88kg两种。经分析，建议碳化硅投入量为88kg为宜。

希望您能考虑一下我们的建议，同时祝福您的炼钢厂能够越办越好！

此致

敬礼！

2019.4.14



# 谢谢！ 请各位老师批评指正