

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：#1139

参赛队员：

队员 1：郑春明

队员 2：于庆超

队员 3：焦 梦

参赛队教练员： 邓 磊

参赛队伍组别：本科组

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第二阶段

题 目 C 题：你的爱车入保险了吗？

关 键 词 优化模型 保费浮动费率 模糊层次分析 隶属度函数 风险
权重 模糊模式识别模型 风险评估

摘 要

本文通过对汽车保险公司参考数据的分析，建立了合适的数学模型，制定出了一套比较合理的保费浮动方案，并对该汽车保险公司的潜在风险进行了评估。

在问题 1 中，我们忽略了其他因素，只考虑险种类型、车辆用途和出险次数对于保费浮动的影响，通过参考数据计算出了不同影响因素下的保费浮动费率，建立了优化模型，从而得到当保户满足一定条件要求时，保费如何浮动的动态模型。根据模型结果，进而制定出了一套比较合理的保费浮动方案，具有较好的可行性和适用性。

在问题 2 中，我们要对保险公司的潜在风险进行评估，基于模糊理论的潜在风险综合评价方法，我们建立了模糊层次分析模型。由于保险公司的潜在风险受多方面因素的影响，但未解决件数、签单保费与保额的比值和出险次数为主要因素，故我们只分析这几个因素下的潜在风险。我们建立各个因素的隶属度函数，从而求出隶属度矩阵，进而求出各个风险因素指标的权重，通过权重对潜在风险进行评估。为了避免隶属度函数的不准确性，我们又建立了模糊模式识别模型，求出各个风险因素指标的风险等级，这样就能更好的对公司的潜在风险进行评估，并对公司提出了切合实际、合理可行的建议。

参赛队号 #1139

参赛密码 _____
(由组委会填写)

所选题目 C

Summary

This text analyzed the data of car insurance company ,and built up suitable mathematics models, and drew up a reasonable insurance fee project, and carried on a valuation to the latent risk of the car insurance company.

In the problem 1, we neglected other factors, only considered insurance category type, vehicle use and insurance number of times for the influence of the insurance fee .We computed the insurance fee rates in different situations by the data of the car insurance company and built up a simplify model. We could know how the insurance fee would change by the model when the customers satisfied some requests. According to the results of the model,we set a reasonable insurance fee project and the project was of possibility and applicability.

In the problem 2, we carried on a valuation to the latent risk of the insurance company by building up a misty layer analysis model.The latent risk of the insurance company was subjected to various factors, but the number of non-solved items, the division of insurance fee and insured amount, the insurance number of times were of great importance,so we only analyzed these three factors' influence to the latent risk of the insurance company. We build up the belonging degree function of each factor and begged the belonging degree matrix and then begged the proportion of each factor and carried on a valuation to the latent risk of the insurance company by the proportion of each factor.In order to avoid the inaccuracy of the belonging degree function, we built up misty mode identify model and begged the risk grade of each risk factor, so we could carry on a valuation to the latent risk of the insurance company, and put forward some reasonable and suitable suggestions to the company.

一、问题重述

1.1. 背景资料与条件

近几年，国内汽车销售市场异常火爆，销售量屡创新高。汽车保险，简称车险，是指对机动车辆由于自然灾害或意外事故所造成的人身伤亡或财产损失负赔偿责任的一种商业保险。汽车保险是财产保险中的主要险种。交强险，全称机动车交通事故责任强制保险，是我国首个由国家法律规定实行的强制保险制度。交强险的基本定义是：交强险是由保险公司对被保险机动车发生道路交通事故造成受害人（不包括本车人员和被保险人）的人身伤亡、财产损失，在责任限额内予以赔偿的强制性责任保险。除了交强险，汽车保险公司都有自己种类繁多的商业车险产品。在我国保险业，汽车保险连续多年稳居国内产险业第一大险种，有着不可撼动的地位。可以说，对保险公司来说，得车险者得天下。

1.2. 需要解决的问题

问题 1：汽车保险公司为了降低车辆出险率，鼓励保户续保，发展潜在保户，通常都会对满足一定要求的保户或者投保人给予一定比例的保费浮动优惠，就是通常所说的保费折扣。请根据附件中的参考数据，以及第一阶段中对于影响续保率因素的分析，给出一套较为合理的保费浮动方案。

问题 2：一些大型的保险公司要在全中国很多地区设立分公司，总公司每年对分公司的业绩情况进行考核。传统的考核方法是计算分公司的保费收入和理赔支出的差额，这就导致了一些分公司为了提高自己的考核业绩，采用受理一些风险较大的投保或者故意拖延理赔时间的方法。因此，很多保险公司开始考虑引入风险评估机制对分公司进行考核，潜在风险较低的分公司将得到较高的考核业绩。请建立合理的模型对参考数据中的汽车保险公司进行潜在风险的评估，并通过对模型的深入分析对该公司今后的风险控制提出建议。

二、问题分析

2.1. 问题的重要性分析

问题 1：一套合理的保费浮动方案有利于汽车保险公司达到降低车辆出险率，鼓励保户续保，发展潜在保户的目的。而降低车辆出险率，鼓励保户续保，发展潜在保户则直接关系着汽车保险公司保费收入和理赔支出的差额，即利润的大小。故一套合理的保费浮动方案不仅可以使保险公司获得最大的利润，还可以使参保用户得到最大的实惠，甚至影响到整个汽车保险行业的发展，具有非常重要的作用。

问题 2：保险公司的潜在风险关系着保险公司的业绩以及将来的发展，公司应该及时消除大的风险并随时监测小的风险，一个很小的风险也很可能导致公司的倒闭，可见风险评估对保险公司的重要性。所以说通过合理的风险评估方法对保险公司的潜在风险进行准确评估，从而得到保险公司潜在风险的等级，进而提出合理性建议是很重要的。

2.2. 问题的思路分析

问题 1：我们要根据附件中的参考数据，以及第一阶段中对于影响续保率因素的分析，给出一套较为合理的保费浮动方案。由于数据有限和影响因素众多，我们在定量分析时就忽略其他因素，只考虑险种类型、车辆用途和出险次数对于保费浮动的影响，以此建立一个优化模型。利用参考数据中的浮动前保费和签单保费我们可以计算出保费浮动的费率，再结合所查资料，以及第一阶段中对影响续保率因素的分析，全面综合考虑，制定出一套较为合理的保费浮动方案，使保险公司达到降低车辆出险率，鼓励保户续保，发展潜在保户的目的。由于数据量较大，所查资料较为真实，所选模型较为合适，所以制定出来的保费浮动方案具有较大的可行性和实用性。

问题 2：我们要根据附件中的参考数据，对该保险公司的潜在风险进行评估，并通过评估结果给予该公司合理性建议。由于表中数据较多，我们先对数据进行筛选和处理，又因为影响潜在风险的因素较多，我们只选取了参考数据中的出险次数等主要因素进行评估，为了得到更符合客观实际的结果，我们采用了模糊综合评价的方法，通过将模糊的、不确定的因素量化把定性分析转化成定量分析，通过定量分析得到潜在风险的等级，从而对保险公司的潜在风险进行评估，并给出合理性的建议。

三、 基本假设

3.1. 问题 1 假设

1. 假设一：不考虑题中未提及因素对保费浮动的影响；
2. 假设二：在定量分析中，只考虑险种类型、车辆用途和出险次数对保费浮动的影响，忽略参考数据中车型名称、车辆类型、展业方式等因素对保费浮动的影响；
3. 假设三：只考虑在参考数据中所给参保时间段内的出险次数；
4. 假设四：由于参考数据的局限性，对由参考数据所得到的数字进行适当修饰对模型的影响不大；
5. 假设五：适当引用所查资料对模型的影响不大。

3.2. 问题 2 假设

1. 假设一：不考虑题中未涉及因素对保险公司潜在风险的影响；
2. 假设二：在定量分析中，只考虑率保费与保额的比值、出险次数和未解决件数对保险公司潜在风险的影响，忽略其它因素；
3. 假设三：由于参考数据的局限性，对由参考数据所得到的数字进行适当修饰对模型的影响结果不大；
4. 假设四：适当引用所查资料对模型结果影响不大。

3.3. 本文引用数据、资料均真实可靠。

四、 符号说明

4.1. 问题 1 符号说明

1. A：车辆浮动前保费；
2. B：车辆签单保费；
3. a：由参保车辆的险种类型所决定的保费浮动费率；

4. b: 由参保车辆的车辆用途所决定的保费浮动费率;
5. c: 由参保车辆的出险次数所决定的保费浮动费率。

4.2. 问题 2 符号说明

1. X: 样本关于模糊概念 A 的指标特征值矩阵;
2. Y: 标准特征值矩阵;
3. μ_i : 相对隶属度;
4. R: X 的相对隶属度矩阵;
5. μ_i^* : 标准相对隶属度;
6. S: Y 的相对隶属度矩阵;
7. w_i : 风险 i 指标的权重;
8. μ_h : 风险等级 h 的隶属度;
9. N: 最终风险值。

五、模型的建立与求解

5.1. 问题 1 模型的建立

5.1.1. 模型概述

优化模型是指在一定的题目要求条件下,只考虑与目标函数相关性较大的因素,忽略其他因素,建立一个目标函数与影响因素之间的函数关系式,进而得到最佳解决方案的一种数学模型。在本题中,我们要建立保单保费与浮动前保费以及各影响因素所导致的浮动费率之间的一种函数关系式, $B=A \times (1+a) \times (1+b) \times (1+c)$, 再结合所查资料,从而制定出一套较为合理的保费浮动方案。

5.1.2. 模型的建立与求解

(1) 数据的筛选和处理

我们把参考数据中的无关因素去掉,只保留车型名称、险种类型、车辆用途、出险次数、浮动前保费和保单保费这六列,得到如下简化表格:

表 1

车型名称	险种类	车辆用途	出险次数	浮动前保	保单保
------	-----	------	------	------	-----

	型			费	费
东风 EQ6383LF1	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	0	1060.29	1060.29
捷达 FV7160CiF E3	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	1	3100.42	3100.42
长安 SC7132	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	4	3729.09	3729.09
奥迪 FV7201TFCVTG	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	10	10895.29	10895.29
帕萨特 SVW7283KKi	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	0	6303.91	5358.32
霸道 PRADO 4000	交强险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	1	1100	1100

利用 Excel 表格的功能，我们在表格右侧再加一列浮动保费，计算方法：浮动保费=签单保费-浮动前保费，可得到如下表格：

表 2

车型名称	险种类型	车辆用途	出险次数	浮动前保费	签单保费	浮动保费
东风 EQ6383LF1	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	0	1060.29	1060.29	0
捷达 FV7160CiF E3	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	1	3100.42	3100.42	0
长安 SC7132	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	4	3729.09	3729.09	0
奥迪 FV7201TFCVTG	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	10	10895.29	10895.29	0
帕萨特 SVW7283KKi	商用车险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	0	6303.91	5358.32	-945.59
霸道 PRADO 4000	交强险	9座及9座以下非营运客车(含越野)	1	1100	1100	0

利用 Excel 表格的功能，我们在表格右侧再加一列浮动费率，计算方法：浮动费率=浮动保费/浮动前保费，可得到如下表格：

表 3

车型名称	险	车辆用途	出	浮动前	签单保	浮动保	浮动
------	---	------	---	-----	-----	-----	----

	种 类 型		险 次 数	保 费	费	费	费 率
东风 EQ6383LF1	商 车 险	9 座及 9 座以下非营 运客车(含越野)	0	1060.29	1060.29	0	0
捷达 FV7160CiF E3	商 车 险	9 座及 9 座以下非营 运客车(含越野)	1	3100.42	3100.42	0	0
长安 SC7132	商 车 险	9 座及 9 座以下非营 运客车(含越野)	4	3729.09	3729.09	0	0
奥迪 FV7201TFCVT G	商 车 险	9 座及 9 座以下非营 运客车(含越野)	10	10895.2 9	10895.2 9	0	0
帕萨特 SVW7283KKi	商 车 险	9 座及 9 座以下非营 运客车(含越野)	0	6303.91	5358.32	-945.5 9	-0.15
霸道 PRADO 4000	交 强 险	9 座及 9 座以下非营 运客车(含越野)	1	1100	1100	0	0

(2) 数据的计算

首先对表 3 中的数据按险种类型的不同进行筛选, 不考虑其他因素。对于险种类型为交强险的车辆, 我们用如下公式来计算它的浮动费率:

交强险车辆的保费浮动费率 = Σ 浮动保费 / Σ 浮动前保费

可得,

$$a_1 = -0.06557,$$

对于商车险车辆, 由于既参加了交强险又参加了商车险, 故用如下公式来计算它的费率:

商车险车辆的保费浮动费率 = 交强险车辆的保费浮动费率 + Σ 浮动保费 / Σ 浮动前保费

可得,

$$a_2 = -0.06557 + (-0.03041) = -0.09598.$$

可得如下表格:

表 4

车辆险种类型	车辆浮动费率
交强险	-0.06557
商车险	-0.09598

根据表 4, 可得如下图形:

图 1

从图中可以看出，当车辆只参加了交强险时，保费可以向下浮动，给予用户一定的保费折扣，当车辆既参加了交强险又参加了商车险时，保费向下浮动的费率加大，说明可以给予用户更大的保费折扣，这与我们的日常经验是相符合的。

然后对表 3 中的数据按车辆用途的不同进行筛选，不考虑其他因素。对于车辆用途为 9 座及 9 座以下非营运客车(含越野)的车辆，我们用如下公式来计算它的浮动费率：

9 座及 9 座以下非营运客车(含越野)车辆的保费浮动费率= Σ 浮动保费/ Σ 浮动前保费

可得，

$$b_1 = -0.01617,$$

同理可得，

$$b_2 = -0.06682,$$

$$b_3 = -0.05491,$$

$$b_4 = 0.08458,$$

$$b_5 = 0,$$

$$b_6 = -0.06946,$$

$$b_7 = -0.09126,$$

$$b_8 = -0.06878.$$

可得如下表格：

表 5

车辆用途	车辆浮动费率
9 座及 9 座以下非营运客车（含越野）	-0.01617
9 座以上非营运客车	-0.06682
出租车	-0.05491
带拖挂汽车	0.08458
矿山作业用车	0
其他用车	-0.06946
轻微型载货汽车	-0.09126
重、中型载货汽车	-0.06878

根据表 5，可得如下图形：

图 2

从图中可以看出，拖挂车和载货车向下的浮动费率较大，说明拖挂车和载货车比较安全，可以给予较大的保费折扣，而客车和出租车向下浮动的费率较小，说明客车和出租车的安全性不是很高，只能给予较小的保费折扣，这与我们的日常经验也是相符合的。

最后对表 3 中的数据按出险次数的不同进行筛选，不考虑其他因素。对于出险次数为 0 次的车辆，我们用如下公式来计算它的浮动费率：

出险次数为 0 次的车辆保费浮动费率 = Σ 浮动保费 / Σ 浮动前保费

可得，

$$c_0 = -0.05235,$$

同理可得，

$$c_1 = -0.03818,$$

$$c_2 = -0.01835,$$

$$c_3 = 0.00989,$$

$$c_4 = 0.0216,$$

$$c_5 = -0.00529,$$

$$c_6 = -0.00448,$$

$$c_7 = 0.00886,$$

$$c_8 = 0.01164,$$

$$c_9 = -0.04751,$$

$$c_{10} = 0.03298,$$

$$c_{12} = 0.15。$$

可得如下表格：

表 6

车辆出险次数	浮动费率
0	-0.05235
1	-0.03818
2	-0.01835
3	0.00989
4	0.0216
5	-0.00529
6	-0.00448
7	0.00886
8	0.01164
9	-0.04751
10	0.03298
12	0.15

根据表 6，可得如下图形：

图 3

从图中可以看出，当车辆出险次数较低时，保费向下的浮动费率较大，说明车辆比较安全，在参保时可以给予较大的保费折扣，当车辆出险次数较高时，保费向上的浮动费率较大，说明车辆危险系数较高，容易发生事故，在参保时应该适当增加保费。随着出险次数的增加，我们也可以看到保费的浮动费率由负转正并逐渐上升的趋势，这些都与我们的日常经验是相符合的。

(3) 模型的建立

我们把车辆浮动前的保费记为 A ，车辆签单的保费记为 B ，由参保车辆的险种类型所决定的保费浮动费率记为 a ，由参保车辆的车辆用途所决定的保费浮动费率记为 b ，由参保车辆的出险次数所决定的保费浮动费率记为 c 。则一辆车如果来保险公司参保的话，我们首先来判断它属于哪种险种类型、车辆用途和出险次数，再根据表 4，表 5，表 6 中的数据找出车辆所对应的浮动费率，利用如下公式

$$B = A \times (1+a) \times (1+b) \times (1+c)$$

就可以计算出车辆应该签单的保费费用。

根据以上分析，再结合所查数据和第一阶段中对于影响续保率因素的分析，我们将

在下面的模型结果中给出一套较为合理的保费浮动方案。

5.1.3. 模型结果

××汽车保险公司保费浮动方案

近年来，随着汽车保险行业的迅速发展，国家对保险行业相关法律法规制度的日益完善，旧的保费标准已不再适应当今社会发展的需要。因此，为了广大新老客户的利益，为了公司的可持续发展，我公司特制订此保费浮动方案。从即日起，凡在我公司投保的车辆均按照此保费浮动方案中的相关规定执行。

一、我公司根据参保车辆的购买价格、型号、使用年限、行驶里程数等因素制定了参保车辆的标准保费（浮动前保费）。

二、我公司在车辆标准保费的基础上对于满足一定要求的保户实行保费浮动方案。

三、保户的签单保费用如下公式进行计算：签单保费=标准保费（浮动前保费） \times （1+浮动费率₁） \times （1+浮动费率₂） \times （1+浮动费率₃） \times ...

四、操作过程中所实施的浮动费率见下表：

1、按险种类型：

车辆险种类型	车辆浮动费率
交强险	-0.05
商用车险	-0.10

2、按车辆用途：

车辆用途	车辆浮动费率
9座及9座以下非营运客车（含越野）	-0.02
9座以上非营运客车	-0.06
出租车	-0.05
带拖挂汽车	0.08
其他用车	-0.07
轻微型载货汽车	-0.10
重、中型载货汽车	-0.07

3、按出险次数：

车辆出险次数	浮动费率
0	-0.05
1	-0.03
2	-0.01
3-4	0.01
5-7	0.03
8-10	0.05
11及以上	0.10

五、对于其他的相关因素，由我公司灵活进行浮动费率的上调和下调。

六、本方案从即日起执行。

七、本方案最终解释权归××汽车保险公司所有。

二〇××年×月×日

××汽车保险公司

5.2. 问题2模型的建立

5.2.1. 模型的概述

对保险公司潜在风险因素进行分析，引入粗糙集对风险指标进行简约，从而降低误

差，采用模糊模式识别模型对保险公司的潜在风险进行评估，对不同的风险指标采用相同的权重模型，把定量与定性的风险指标紧密联系在一起，构成一个有机的评价体系。

首先，对保险公司潜在风险因素进行分析；其次介绍风险评估方法；最后通过评估方法对保险公司的潜在风险进行评估，并给出合理化建议。

5.2.2. 模型的建立与求解。

(1) 数据的筛选和处理

我们从原始数据出发，随机抽出 3000 组数据，把参考数据中的无关因素去掉，只保留保费与保额的比值、出险次数和未决件数等相关因素。得到如下简化表格：

表 7

车型名称	签单保费	保额	未决件数	出险次数	财务赔款	未决赔款	理赔费用
捷达 FV7160CiF E3	1437.6 3	200000	1	1		600	
五菱 LZW6400C3Q	2121.4 4	185000	1	2	459	21227	150
福克斯 CAF7180AC1	855	122000	0	2	2964.2 1		175
佳乐 CARENS 2.0L	5950.4 1	357140	0	1	2800		150
劲越 LYD9320CLXY	1344	122000	2	2		883	
解放 CA4206P1K2T3A80	8342.1	450000	2	2		15000	

利用 Excel 表格的功能，我们在表格右侧再加两列已决事件赔款损失金额、保费与保额比值，计算方法：

已决事件赔款损失金额=财务赔款+理赔费用-签单保费；

未决事件赔款金额=未决赔款金额-签单保费；

保费与保额比值=签单保费；

表 8

车型名称	签单 保费	保额	未 决 件 数	出 险 次 数	财 务 赔 款	未 决 赔 款	理 赔 费 用	已 决 事 件 赔 款 损 失 金 额	未 决 事 件 赔 款 损 失 金 额	保 费 与 保 额 比 值
捷达 FV7160CiF E3	1437. 63	2000 00	1	1		600		-1437 .63	-837. 63	0.00718 8
五菱 LZW6400C3Q	2121. 44	1850 00	1	2	459	212 27	150	-1512 .44	19105 .56	0.01146 7
福克斯 CAF7180AC1	855	1220 00	0	2	2964. 21		175	2284. 21	-855	0.00700 8
佳乐 CARENS 2.0L	5950. 41	3571 40	0	1	2800		150	-3000 .41	-5950 .41	0.01666 1
劲越 LYD9320CLXY	1344	1220 00	2	2		883		-1344	-461	0.01101 6
解放 CA4206P1K2T 3A80	8342. 1	4500 00	2	2		150 00		-8342 .1	6657. 9	0.01853 8

(2) 模型的建立:

建立潜在风险的递阶层次结构模型:

表 9

目标层	一类指标层	二类指标层
保险公司的潜在风险状况	拖延理赔的处理时间因素	1. 未决件数
	受理风险较大的投保的因素	1. 保费与保额的比值 2. 出险次数

取风险等级论域 $U = \{\text{几乎没有潜在风险, 潜在风险较低, 潜在风险中等, 潜在风险较高, 潜在风险非常高}\}$, h 级风险等级的标准值 $h = \{10, 8, 6, 4, 2\}$, 经模糊化处理之后风险等级取值的论域为 $h = \{11 \sim 9, 9 \sim 7, 7 \sim 5, 5 \sim 3, 3 \sim 1\}$ 。

建立指标特征矩阵:

从参考数据中随机筛选出 3000 个样本组成集合 X , 用三个潜在风险指标特征值表示样本的整体特征, 建立样本的指标特征值矩阵;

$$X =$$

式中: 表示样本 j 的第 i 个指标特征值, $i=1, 2, 3$; $j=1, 2, \dots, 3000$;

样本集的 3 个指标按 5 个等级的已知标准特征矩阵进行识别, 可以建立标准特征矩阵:

$$Y =$$

式中: 表示样本 h 等级的标准特征值, $i=1, 2, 3$; $h=1, 2, 3, 4, 5$;

(3) 建立指标相对隶属度矩阵

利用模糊数学中的隶属度对指标特征值矩阵 X 作标准化处理。由于在构造特征值矩阵 X 时, 对评价指标很难精确测定, 具有不确定性, 故在特征值中带入区间概念。假定

指标 i 对风险状态的隶属度为，利用如下公式计算其相对隶属度：

=

其中表示；表示 $\inf \leq \inf$ 且可得到 v 的相对隶属度矩阵为：
 $R =$ 指标标准特征值为递减型

在标准特征值矩阵中，假设指标 i 、风险等级 h 的标准值对风险状态的相对隶属度为，依据如下公式计算其相对隶属度 指标标准特征值为递增型

= , 或 () = ; (=)

则可得 Y 的相对隶属度矩阵为：

$S =$

(4) 风险指标权重的确定

目前很多决策模型在确定指标权重时，没有体现待评估指标隐含的信息规则，本文把数理统计模型引入到风险指标权重求解过程中，在很大程度上避免指标权重求取过程中的主观随意性。

通过保险公司由于未决事件和受理保费与保额比值过大、出险次数过多的车辆的投保而导致亏损的大小来衡量风险指标的权重，由于参考数据具有相对客观性，所以说我们对权重的确定是比较客观的。

对于拖延了处理时间的未决事件，保险公司最后还是要予以解决，计算出未决事件的赔款金额的总和，利用 Excel 表格的功能对参考数据进行处理，得到如下表格：

表 10

车型名称	签单保费	未决件数	未决赔款	未决赔款与 签单保费的 差
思域 DHW7180 (CIVIC 1.8)	5103.91	1	103644	98540.09
迅力 LZQQG12Z	1746.13	1	2500	753.87
五菱 LZW6400C3Q	2121.44	1	21227	19105.56
吉利 JL7153D	3553.1	1	20905	17351.9
吉利 JL7153D	4471.38	1	10753	6281.62
榆次 YCQG14A	1764.29	1	4000	2235.71
张拖 ZTQG07	2346.81	1	3450	1103.19
张拖 ZTQG07	2346.81	1	6000	3653.19

通过计算，得到总金额为： $\Sigma = 228210$

其中为第 i 个未决事件所导致的赔款金额。

通过分析得知，保险公司受理风险性较大的投保分为两种情况：出险次数较高的投保和保费与保额比值较大的投保。从参考数据可以看出，受理出险次数 4 次及 4 次以上车辆的投保和保费与保额比值小于 0.007 车辆的投保时，保险公司的潜在风险就已经比较高了。对参考数据进行处理，分别计算出由于这两个因素所导致保险公司的亏损总额，处理后得到如下表格：

表 11

车型名称	签单保费	出险次数	财务赔款	理赔费用	财务赔款和理赔费用的总和与签单保费的差
雪佛兰 SGM7169ATA	5939.97	5	45113	600	39773.03

别克 SGM7181LE AT	3920.38	4	4792.51	600	1472.13
思域 DHW7180 (CIVIC 1.8)	5103.91	6	9241.91	525	4663
北京现代 BH7160MW	3340.33	5	4526.3	600	1785.97
福特 CAF7152B	4934.38	7	4201.51	750	17.13
北京现代 BH7160MW	4189.65	4	5392.1	525	1727.45
江铃 JX1021PSD3	3935.08	4	16187.28	650	12902.2

通过计算得到： $\bar{x} = 390041.3$;

表 12

车型名称	签单保费	保额	财务赔款	理赔费用	签单保费与保额的比值	
福克斯 CAF7180AC1	855	122000	2964.21	175	0.007008	2284.21
安源 PK6113HG	1567.91	500000			0.003136	1472.13
江铃 JX1021DSP	3502.76	536800	920	150	0.006525	1727.45
黄海 DD6111K01	12407.74	2967000			0.004182	12902.2
丰田 TV7250RoyalAD	855	122000			0.007008	9109.99
五十铃 TFR55HDL-V	266.74	300000			0.000889	1655.26
捷达 FV7160CiF E3	855	122000			0.007008	2647.5

通过计算得到： $\bar{x} = 234082.5$ 。

由分析得三个指标的权重计算公式为：

=

其中为第 i 个指标的权重。

未决事件、受理保费与保额比值过大、出险次数过多的车辆的投保对保险公司潜在风险的权重分别为 0.268; 0.458; 0.274。

从各因素指标的风险权重能够看出受理保费与保额比值过大车辆的投保时，保险公司潜在风险比较大。而由于未决事件和受理出险次数过多车辆的投保造成的保险公司的潜在风险则大致相同，且相对较小。

(5) 保险公司潜在风险识别模型

根据潜在风险评价的特点，为了避免由于使用绝对隶属度构造隶属函数的不准确性使识别结果不合理以及采用最大隶属原则所带来的缺点，我们建立基于权广义距离平方和最小的模糊模式识别模型

$=$, 且 0

式中为样本 j 对风险等级 h 的相对隶属度, $h=1, 2, 3, 4, 5$; $j=1, 2, \dots, 3000$ 。

$=$ 表示指标值与指标标准值之间的差异, $=$ 为样本 j 的 3 项指标的级别的上限与下限。

根据上述公式可得样本集对各个级别的最优相对矩阵 $U=$, 则待评价的保险公司的指标风险等级特征值为 $M=(1, 2, \dots) U=()$, 其中 $=1+2+\dots$, $i=1, 2, \dots, n$, 再通过加权处理得 $N=(, ,)$ 为最终风险等级。

可得风险量化指标表为：

表 13

目标层	一类指标层	二类指标层	权重	指标特征值 m
保险公司	拖延理赔的处理时间	未决事件	0.268	8.0

的潜在风险状况	因素			
	受理风险较大的投保的因素	1. 保费与保额的比值 2. 出险次数	0.458 0.274	3.1 5.0

5.2.3. 模型结果

根据表13可最终得到该保险公司潜在风险等级特征值为：

$$N=5.2078$$

由于5.2078位于区间（7~5）内，且与区间端点5较为接近，所以可判断出该保险公司的潜在风险等级处于一般风险等级，且略微偏高，因此该保险公司存在的潜在风险状况不容乐观。

通过对比各因素对保险公司潜在风险的影响发现，受理保费与保额的比值较大与出险次数较多的车辆的投保即受理风险较大的投保对保险公司的潜在风险影响比较大，而未决事件的多少即拖延理赔时间这个因素对保险公司的潜在风险影响相对较小。根据以上结果，对该保险公司提出以下建议：尽量不要受理一些风险较大的投保，以降低潜在风险的等级。对于拖延理赔时间带来的风险应随时监测，以免重大损失事件的发生。

六、模型的评价

6.1. 问题 1 模型的评价

问题 1 根据附件中的参考数据，以及第一阶段中对于影响续保率因素的分析，忽略其他因素，只考虑险种类型、车辆用途和出险次数对于保费浮动的影响，建立了优化模型，给出了一套较为合理的保费浮动方案。但在模型的具体建立与求解过程中，由于受到数据量的限制，也不能排除个别数据的偶然性因素，所以得出的模型结果会出现一定的误差。但从总体来看，问题 1 所建立的优化模型还是比较能够适用题目要求的。

6.2. 问题 2 模型的评价

问题 2 所建立的模型可以根据风险评价等级区别出高低风险隐患，有利于对高风险隐患及时进行处理，对低风险隐患进行长期监测；所采用的模糊风险评价方法易于实现程序化，直观易懂，可操作性强，具有很高的应用价值；在处理数据时，有重点地选择评价因素，科学地确定了评价价值与评价因素值之间的函数关系以及合理地确定了评价因素的权重。但在确定模糊关系矩阵和评价因素的权重时，容易掺杂进去人的主观因素，所以会导致评价结果有所误差。

七 模型的推广

7.1. 问题 1 模型的推广

问题 1 建立了优化模型，把签单保费与浮动前保费以及各影响因素所导致的浮动费率用函数关系建立了联系，使得通过定量分析能够制定出一套比较合理的保费浮动方案。在日常生活中，我们会经常遇到货物采购、产品运输等需要灵活调整各项费用的问题，那么我们就可以忽略其他因素，只考虑相关性较大的因素，建立一个优化模型，以便得到一个定量的费用调整方案。因此，该模型具有非常实际的推广意义。

7.2. 问题 2 模型的推广

模糊综合评价法是一种基于模糊数学的综合评价方法。该综合评价方法根据模糊数学的隶属度理论，把定性评价转化为定量评价，即用模糊数学对受到多种因素制约的对象作出总体评价。它具有结果清晰，系统性强的特点，能够较好的解决模糊因素的量化问题，适合于解决各种非确定性问题。

参考文献：

- [1]姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型（第三版）[M]. 北京：高等教育出版社, 2003。
- [2]李秀珍, 庞常词. 数学实验[M]. 北京：机械工业出版社, 2008。
- [3]陈大伟, 详解北京车险保费浮动方案. 搜狐理财, 2009。
- [4]陈铁牛, 杨志辉. 基于模糊理论的机动车辆风险评估, 数学的实践与认识[J], 39, 9:69-75, 2005。