

目 录

1 引言	1
2 问题分析及思路流程	2
2.1 问题分析	2
2.2 思路流程	2
3 模型假设与符号说明	3
3.1 模型假设	3
3.2 符号系统	3
4 数学模型 I	3
4.1 大系统多目标集成模型	3
4.1.1 模型的体系结构	4
4.1.2 多目标集成模型体系结构	4
4.2 大系统多目标集成模型的简化及求解	5
4.2.1 “弱肉强食”生态模型	5
4.2.2 熵值法对影响因子关系的确定	9
4.3 危机预测模型	11
4.3.1 灰色预测模型	12
4.3.2 BP 人工神经网络模型	14
4.3.3 离散正交动态组合预测方法	17
4.3.4 危机预测模型的预测精度的对比	19
4.3.5 离散正交动态组合预测方法的求解	21
4.4 PREE 评价体系	21
4.5 “完美风暴”发生可能性的判断	23
5 数学模型 II	23
5.1 基于小波网络的综合评价模型	23
5.1.1 信息系统综合评价的数据分类小波网络	23
5.1.2 基于小波神经网络的信息系统综合评价系统的训练算法	24
5.1.3 基于小波网络的综合评价方法的应用	25
5.2 基于小波网络的综合评价方法的验证	26
6 多国混合博弈模型	28
6.1 国家基于不同目标下的行为	28
6.2 两国家合作与非合作性博弈分析	29
6.2.1 完全信息下的静态博弈分析	29
6.2.2 完全信息下的动态博弈分析	30
6.3 n 国家合作的非合作博弈分析	31
6.3.1 n 国家合作前的非合作博弈分析	31

6.3.2 n 国家合作后的非合作博弈分析	32
6.4 两种博弈均衡解的分析	33
6.5 公共资源的多人博弈分析	33
7 模型的进一步讨论与改进	35
8 未来人口、资源、环境与可持续发展的情景分析	37
8.1 可持续发展的影响因素分析	37
8.2 我国可持续发展的关键问题是人口问题	38
8.2.1 未来 20 年人口发展的情景分析	38
8.2.2 人口发展与粮食、淡水、能源等供求关系	38
8.3 人口、资源、环境的现实决定了未来国家发展的趋势	39
8.3.1 未来国家发展趋势的情景分析	39
8.3.2 “完美风暴”发生可能性的分析	39
8.3.3 可持续发展的有效措施	39
8.4 各国采取措施的博弈分析	39
8.5 总结	40
9 模型的评价	40
9.1 模型的优点	40
9.2 模型的缺点	40
10 参考文献	40

附表索引

表 3-1 符号说明一览表	3
表 4-1 环境与经济关系表	7
表 4-2 皮尔森系数表	8
表 4-3 模型摘要表	9
表 4-4 回归检验系数表	9
表 4-5 回归系数表	9
表 4-6 影响因子权重表	11
表 4-7 世界总人口数表	19
表 4-8 世界人口的预测与误差	20
表 4-9 预测效果评价表	20
表 4-10 2030 年世界各指标值	21
表 4-11 PREE 系统发展的协调度分类和分级	22
表 5-1 小波网络对测试样本分类识别情况表	26

插图索引

图 2-1 本文思路流程图	2
图 5-1 三层次模型体系结构图	4
图 5-2 大系统多目标集成模型	4
图 5-3 捕食模型中的轨迹方向	6
图 5-4 经济发展和环境质量变化的关系	7
图 5-5 人口、资源、环境的关系	10
图 6-1 小波网络结构图	24
图 6-2 聚类树形图	28
图 7-1 国家 A 先行动的博弈树	31
图 7-2 国家 B 先行动的博弈树	31
图 7-3 资源的价值随资源开采的总数的增加而下降	34

1 引言

英国科学家约翰·贝丁顿于3月18日在英国《卫报》发表文章警告称，气候变化和人口增长将导致食品、水和能源短缺，进而引发大规模移民、公共骚乱和国际冲突。如果未来数年内没有充分准备的话，到2030年，世界将面临“完美风暴”，出现大的动荡。

贝丁顿的观点充分显示了当前人类面临的危险，在此之前，已经有许多学者进行了广泛的研究。邓玉勇等[1]根据国内外对能源—经济—环境(3E)的研究成果，建立了一个更好地为经济和社会协调发展服务的模型，使3E系统模型更加综合化，同时深层次、地区性、应用性的研究成果将增多。刘小林[2]根据区域性和可操作性等原则，来设计区域可持续发展指标体系，认为可持续发展系统应包含人口系统(R)、资源系统(Z)、环境系统(H)和经济系统(J)四个子系统，在每一个系统中又包括若干指标。姜涛等[3]在进行定性分析的基础上，建立了基于动态投入产出原理的可持续发展多目标最优规划模型，以研究各种经济要素变动和经济结构转变、发展战略和目标之间的相互关系，分析模拟中国中长期可持续发展状况。Marandola和Hogan[4]研究了环境与人口之前的存在着一定得风险关系，并提出了解决人口与环境之间关系的方法。张阿玲等[5]为全面地描述中国社会经济发展，介绍了根据国内外模型、中国统计体系及数据现状开发的经济、能源、环境(3E)一体化模型。该模型采用了部门活动水平分析、计量经济分析和线性规划分析方法，可应用于温室气体减排技术选择和减排对经济影响分析。同时，引入可持续发展指标，适应了中国可持续发展的需要。马丹等[6]根据数学中国杯第二届网络挑战赛的相关要求，建立了基于人口、资源、气候的三维耦合非线性微分方程动力学模型作为危机预测模型，并建立PRE(人口、资源、气候)评价体系，得到“完美风暴”在2030年发生的可能性为67.38%。通过《未来人口、资源、环境与可持续发展的情景分析》的报告指出：控制人口数量已经成为影响全球可持续发展的关键。

本文基于文献[6]作参考，并通过对题目的分析，在合理的假设下，我们需要做如下的研究：

1. 收集关于人口、食品、淡水、能源、环境等方面的数据，并作相关的统计分析；
2. 根据以上各方面的数据，分析各个系统之间的关系，并建立关于它们之间的关系模型；
3. 建立危机预测模型，通过对模型的求解，根据时间的推移得出最坏的结果或判定“完美风暴”发生的可能性；
4. 建立合理的模型，评估中国在“完美风暴”中的地位和作用；
5. 结合危机预测模型，判断能否通过中国自身或几个国家的协同调整来有效地降低“完美风暴”发生的可能性；
6. 针对“完美风暴”发生的可能性，写一篇可持续发展报告，向社会阐述我们的观点。

2 问题分析及思路流程

2.1 问题分析

为了检验是否发生“完美风暴”，我们必须建立危机预测模型。在建立危机预测模型之前，可以先把问题进行细分。首先我们需要对题目中的五个系统作影响因素进行分析，可以建立人口、粮食、淡水、能源、环境以及经济之间的大系统多目标集成模型，然而该模型非常的复杂并且非常的难解，所以我们有必要采用“弱肉强食”生态模型对它进行简化，并用熵值法对影响因子之间的关系权重进行确定。在此基础上建立 GM(1,1)，BP 神经网络以及它们的离散正交动态组合危机预测模型，可以建立一个 PREE 评价体系，确定“完美风暴”发生的标准，再结合危机预测模型就可以判断在未来是否会发生“完美风暴”。

在预测出“完美风暴”发生的可能性后，可以建立基于小波网络的综合评价模型，来评估中国在“完美风暴”中的地位和作用，并利用分层聚类分析对验证其正确性。接着根据建立的危机预测模型，采用博弈论的方法来通过中国与其他几个国家的协同的措施，来降低“完美风暴”发生的可能性。

最终，根据以上的结果，我们就可以写一份关于可持续发展的报告，向社会阐述你的观点。

2.2 思路流程

为了便于论文的写作，我们做出本文的思路流程图，该图乃本文的完全索引。

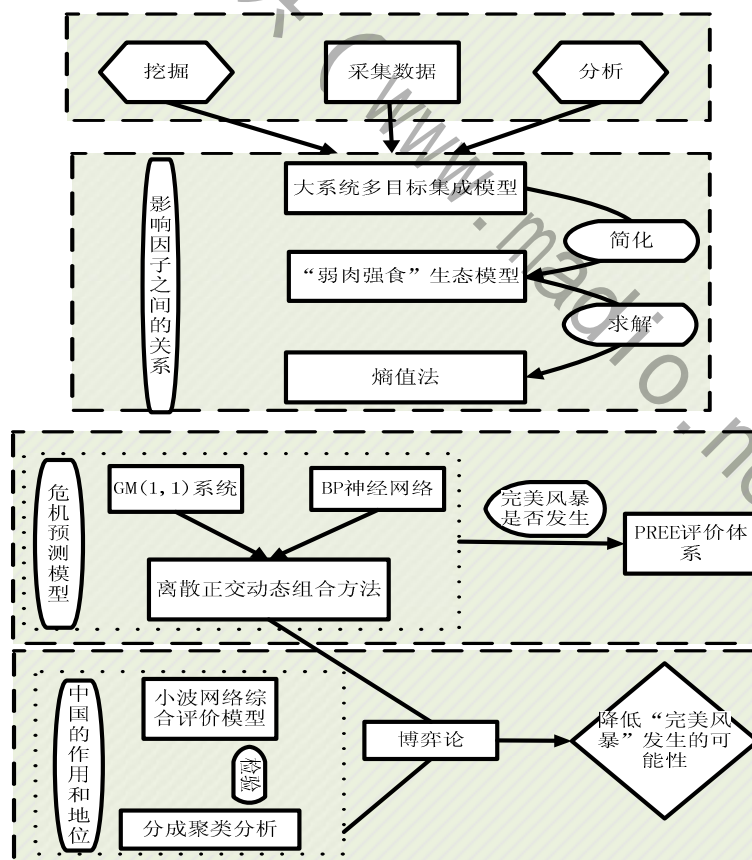


图 2-1 本文思路流程图

3 模型假设与符号说明

3.1 模型假设

1. 假设淡水、能源等资源在预测期内仍然不存在大规模匮乏情况发生；
2. 利用危机预测模型进行预测时，假设没有大范围的自然灾害、传染疾病、战争等严重影响人口数量、粮食生产总量、能源消耗总量的事件发生；
3. 利用危机预测模型进行预测时，假设各国家针对人口、资源等方面的措施、策略并没有采取较大调整；
4. 假设能源的利用率改善与新能源的出现不会发生特别大的改变从而影响现有资源等因素的发展状况；
5. 在讨论降低“完美风暴”发生可能性所采取的措施时各国家都予以配合。

3.2 符号系统

为了便于描述问题，我们用一些符号来代替问题中涉及的一些基本变量，如表 3-1 所示，其它一些变量将在文中陆续说明。

表 3-1 符号说明一览表

主要符号	单位	符号意义
Q	万人	人口数量
x_t	万人	t 时刻人口数量的实际观测值
Y_{1t}	万人	$GM(1,1)$ 灰色系统在 t 时刻人口数量的预测值
Y_{2t}	万人	BP 神经网络在 t 时刻人口数量的预测值
Y_t	万人	组合预测方法在 t 时刻人口数量的预测值
L	亿吨	粮食资源
D	立方米	淡水资源
N	亿吨煤	能源资源
W	微克/立方米	悬浮颗粒

4 数学模型 I

为了检验是否发生“完美风暴”，我们首先引进经济系统结合题目中的各个系统进行分析，在此基础上建立危机预测模型。最后我们可以建立一个评价体系，确定“完美风暴”发生的标准，再结合危机预测模型就可以判断在未来的时间里是否会发生“完美风暴”。

4.1 大系统多目标集成模型

经济作为影响系统的重要指标，为了能全面分析“完美风暴”是否发生，我们引入经济这个重要因素，然而人口、粮食、淡水、能源、环境、经济是可持续发展的六个关键的因素，它们的相互作用、相互制约构成了一个复杂的系统，简称大系统。为了描述这个大系统，我们建立了大系统多目标集成模型。

4.1.1 模型的体系结构

根据大系统复杂的特点[7, 8]我们提出了一种具有层次结构的模型结构体系——三层次模型体系结构, 如图 4-1 所示

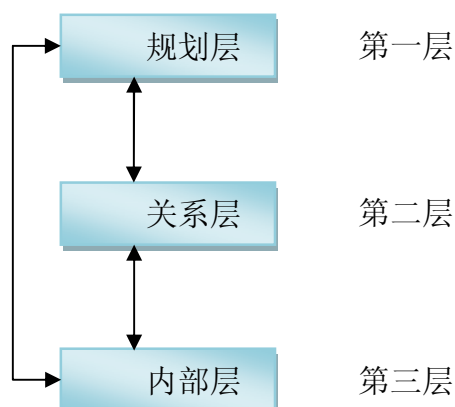


图 4-1 三层次模型体系结构图

4.1.2 多目标集成模型体系结构

根据上述的三层次模型体系结构, 设计如图 4-2 所示的研究大系统多目标集成模型的总体框架。

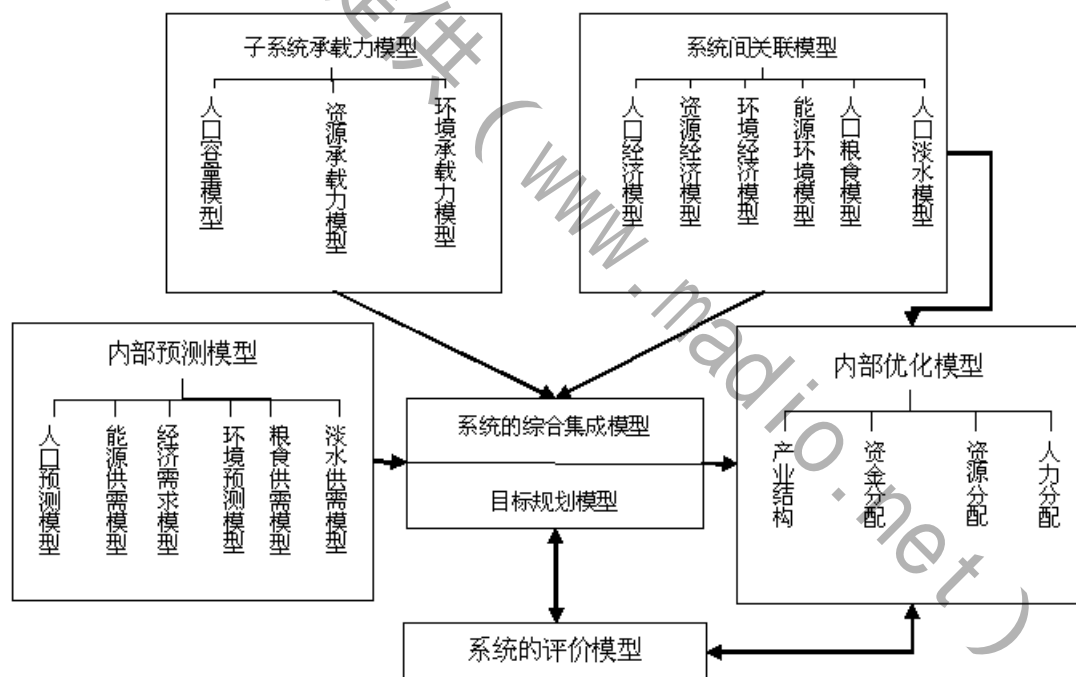


图 4-2 大系统多目标集成模型

在内部层模型中, 主要包含两类模型: 预测模型和优化模型。预测模型包括人口预测模型、能源供给和需求模型、经济需求模型等, 它们一方面而提供子系统内部要素间的数学描述; 另一方面而可以确定一些外生参数, 为关联层和系统集成层提供服务。优化模型主要包括产业结构、资源分配、资金分配等模型, 它可以根据综合集成模型得到的宏观结果进行微观层次的优化, 得到更加具体的结果。在关联层中, 有关人口经济、能源经济以及环境经济等模型主要用来描述子系统

之间相互制约、相互促进的关系，它为上一层的综合集成模型提供决策变量相互关联的数学方程描述。此外，关联层中的能源承载力、环境承载力、人口容量等模型主要用来确定各子系统的阈值，为人口、能源与环境的限制条件提供科学的依据。在规划层中，运用目标规划模型构造系统的综合集成模型。之所以采用目标规划模型主要是考虑到集成模型的目标的多样性以及动态多变性。

4.2 大系统多目标集成模型的简化及求解

从大系统多目标集成模型的建立可以看出如果用它来建立危机预测模型则非常的复杂并且非常的难解，所以我们有必要对它进行简化。下面我们采用“弱肉强食”模型来确定经济与环境之间的关系，其他因子之间的关系可以类似处理。

4.2.1 “弱肉强食”生态模型

假设 1: 一个地区的经济发展可看作是生物界中的一个种群，假设用一个单一变量 y 来表示其每年的 GDP ，同时略去该地区内不同行业，不同部门对 GDP 的贡献率。

假设 2: 该地区的环境质量是有限的，类似于生物界中的食饵，假定经济发展对环境的影响是连续的，而且当人们不主动保护环境时，环境质量由于人们的经济活动而下降，并用单一变量 x 来表示环境质量。

假设 3: 该生态学模型只考虑经济发展与环境质量的相互影响，不考虑其他因素的作用。

4.2.1.1 模型的建立

运用 *Volterra* 提出的“弱肉强食”生态模型，我们可以得到经济发展与环境质量的相互作用，既 y 与 x 的关系如下两个方程式所示，其中 y' 与 x' 分别为 y 与 x 对时间 t 的导数。其中：假设 r 为环境的自我修复能力， λ 表示经济发展对环境质量的影响， d 表示环境质量恶化时对经济发展速度的影响。 μ 表示环境质量对经济增长的促进能力（各系数大于 0）。

$$\begin{cases} x' = x(r - \lambda * y) \\ y' = y(r - d + \mu * x) \end{cases} \quad (1)$$

首先求平衡点，令 $x' = 0$ ， $y' = 0$ ，得 $(0, 0)$ 和 $(d / \mu, r / \lambda)$ 。

在方程组 (1) 中，竖直线 $x = d / \mu$ 把平面分成两个半平面，在左半平面 $dy / dt < 0$ ，在右半平面 $dy / dt > 0$ 。类似的，水平线 $y = r / \lambda$ 也把平面分成两个半平面，在上半平面 $dx / dt < 0$ ，在下半平面 $dx / dt > 0$ 。如图 4-3 所示

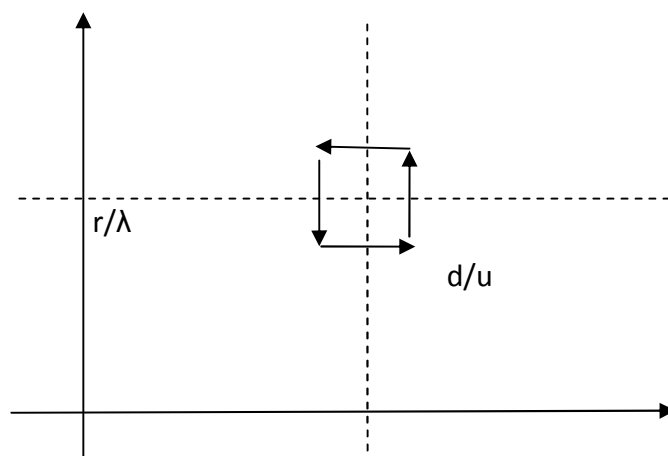


图 4-3 捕食模型中的轨迹方向

沿 y 轴的运动必竖直指向 $(0,0)$ 点, 而沿着 x 轴的运动必水平远离 $(0,0)$ 点。要进入静止点就要沿着直线 $x=0$, 这里的环境质量等于 0, 由于没有环境对经济的促进能力, 经济发展也将减少到 0。既在实际中不会出现经济发展与环境质量都降为 0 的情况。

若只考虑 $(d/\mu, r/\lambda)$ 的稳定性, 则

$$\begin{cases} x = d/\mu + \rho \\ y = r/\lambda + \phi \end{cases} \quad (2)$$

将 (2) 代入 (1) 得线性方程组的通解为:

$$\begin{cases} \rho(t) = \rho_0 * \cos(\sqrt{r*d} * t) \\ \phi(t) = \phi_0 * \sin(\sqrt{r*d} * t) \end{cases} \quad (3)$$

由 (3) 可以得到图 4-4

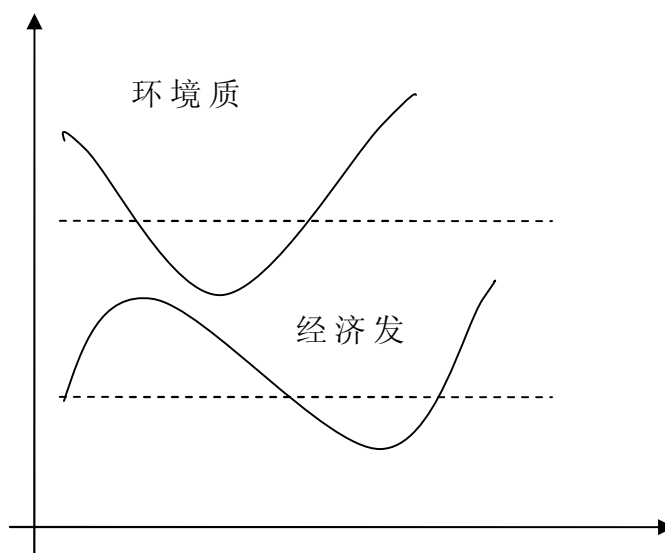


图 4-4 经济发展和环境质量变化的关系

4.2.1.2 分析结论

从图 4-4 可以看出,随着经济的起飞,工业化开始导致资源利用量的剧增,“三废”的产生量和排放量相应增加,环境污染开始出现,经济发展进入了“污染时代”,这一阶段的特点是经济的增长是以环境质量的下降为代价;之后,随着经济日渐成熟,工业技术水平的不断提高,增长方式逐步由外延扩大再生产转向以内涵扩大再生产的方式进行,物耗、能耗的增长逐缓,“三废”产生量相对减少。所以我们可以从环境的变化来衡量经济的发展状况。

4.2.1.3 “弱肉强食”生态模型的验证

这里我们以空气中悬浮颗粒含量数每立方米来衡量环境状况,以世界人均收入来衡量经济发展情况。

表 4-1 环境与经济关系表

时间	悬浮颗粒含量数每立方米	人均收入(美元)
2000	63.37	5263
2001	61.56	5465
2002	60.34	5801
2003	57.84	6188
2004	55.75	6348
2005	52.95	7018

4.2.1.4 皮尔森系数相关分析过程

我们以皮尔森系数来衡量环境和经济收入的相关关系。皮尔森相关系数是对两个定距变量关系的刻画。一般用 ρ 表示变量 X 和 Y 的总体简单相关系数;用 r 表示根据某一个样本估计的总体简单相关系数,称样本相关系数,简称相关系数。若随机变量 X 、 Y 的联合分布是二维正态分布, $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 是 n 次独立观测值,则计算 ρ 和 r 的公式分别定义为:

$$\rho = \frac{E[X - E(X)][Y - E(Y)]}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}} \quad (4)$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (5)$$

并且可以证明，样本相关系数 r 为总体相关系数 ρ 的最大似然估计量。

简单相关系数 r 的性质：

① $-1 \leq r \leq 1$ ， $|r|$ 越大，表明两个变量之间的相关程度越强。

② $0 < r \leq 1$ ，表明两个变量之间存在正相关。若 $r = 1$ ，则表明变量间存在着完全正相关的关系。

③ $-1 \leq r < 0$ ，表明两个变量之间存在负相关。若 $r = -1$ ，则变量间的关系为完全负相关。

④ $r = 0$ ，表明两个变量之间无线性相关——零相关（只是表示两个变量之间没有线性相关系数，并不表示没有其他相关关系——如非线性相关关系）。

4.2.1.5 皮尔森系数相关分析结果

由 SPSS 软件对问题进行求解得到如表所示的结果

表 4-2 皮尔森系数表

		悬浮颗粒 含量数每 立方米	人均收入 (美元)
悬浮颗粒含量数每 立方米	Pearson Correlation	1	-.991**
	Sig. (2-tailed)		.000
	N	6	6
人均收入 (美元)	Pearson Correlation	-.991**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	
	N	6	6

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

从表4-2可以看出悬浮颗粒含量数每立方米与人均收入的皮尔森系数为-0.991，所以满足负相关性，而且在0.01的置信水平下关系显著。

4.2.1.6 “弱肉强食”生态模型的应用

由 1.1.2 的分析可知，环境和经济的关系满足负相关性，即正处于此消彼长的阶段，所以我们可以建立一元线性回归模型

$$y = ax + b$$

其中 y 表示人均收入， x 表示悬浮颗粒含量数每立方米

利用 SPSS 对他们具体的关系进行确定，得到如表 4-3 所示的结果

表 4-3 模型摘要表

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	.991 ^a	.982	.978	95.24915

a. Predictors: (Constant), 悬浮颗粒含量数每立方米

表说明 x 和 y 的复相关系数打到 0.991 与之前得到的结果一样，进一步证明了 x 和 y 的负相关性。

表 4-4 回归检验系数表

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2024329	1	2024329.232	223.130	.000 ^a
	Residual	36289.602	4	9072.400		
	Total	2060619	5			

a. Predictors: (Constant), 悬浮颗粒含量数每立方米

b. Dependent Variable: 人均收入（美元）

从表可以看出在 0.05 的置信水平下， x 和 y 显著成线性关系。

表 4-5 回归系数表

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	15636.862	645.390		24.229	.000
	悬浮颗粒含量数每立方米	-164.117	10.987	-.991	-14.938	.000

a. Dependent Variable: 人均收入（美元）

由表得到 $y = 15636.826 - 164.117x$ ，于是我们利用“弱肉强食”生态模型就确定了环境与经济之间的关系。其他因子之间的关系可以类似处理。

4.2.2 熵值法对影响因子关系的确定

由以上分析建立如图 4-5 所示的关系。

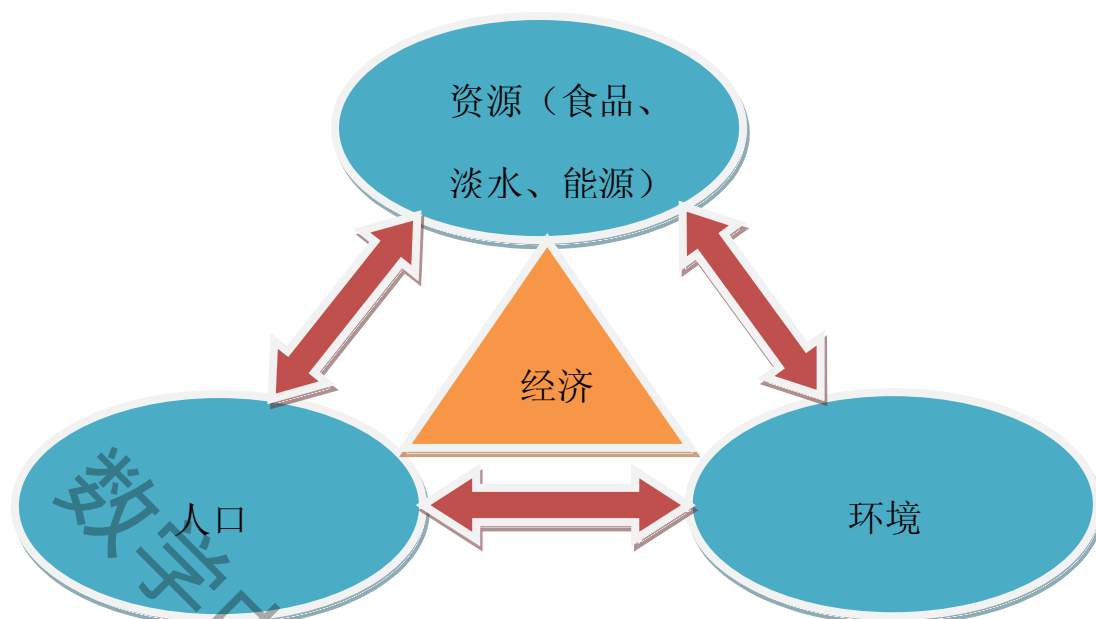


图 4-5 人口、资源、环境的关系

于是我们可以通过熵值法来确定食品、淡水、能源之间的权重对人口、环境构成的影响。

4.2.2.1 熵值法[9]的基本原理

在信息论中，熵是对不确定性的一种度量。信息量越大，不确定性就越小，熵也就越小；信息量越小，不确定性越大，熵也越大。根据熵的特性，我们可以通过计算熵值来判断一个事件的随机性及无序程度，也可以用熵值来判断某个指标的离散程度，指标的离散程度越大，该指标对综合评价的影响越大。

4.2.2.2 熵值法的步骤

Step 1. 选取 m 个影响因素， n 个年份的数据，则 $x_{ij} (i=1, \dots, m; j=1, \dots, n)$ 为第 i 个影响因素的第 j 年的数值。

Step 2. 指标的标准化处理:异质指标同质化:

由于各项指标的计量单位并不统一,因此在使用它们计算综合指标前,我们先要对它们进行标准化处理,即把指标的绝对值转化为相对值,并令 $x'_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})}$, 从而解决各项不同指标值的同质化问题。而且,由于正向指标和负向指标数值代表的含义不同(正向指标数值越高越好,负向指标数值越低越好),因此,对于高低指标我们用不同的算法进行数据

标准化处理。其具体方法如下:

$$\text{正向指标: } x'_{ij} = \left[\frac{x_{ij} - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})}{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj}) - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})} \right] \times 100$$

$$\text{负向指标: } x'_{ij} = \left[\frac{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj}) - x_{ij}}{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj}) - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})} \right] \times 100$$

则 $x'_{ij} (i=1, \dots, m; j=1, \dots, n)$ 为第 i 个影响因素的第 j 年的数值。为了方便起见,仍

记数值 $x'_{ij} = x_{ij}$ 。

Step 3. 计算第 j 项指标下第 i 个因素占该指标的比重：

$$p_{ij} = \frac{X_{ij}}{\sum_{i=1}^m X_{ij}} \quad (i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n) \quad (6)$$

Step 4. 计算第 j 年的熵值：

$$e_j = -k \sum_{i=1}^m p_{ij} \ln(p_{ij}) \quad (7)$$

式(7)中， $k > 0, k = 1/\ln(m), e_j \geq 0$ 。

Step 5. 计算第 j 年的差异系数。对第 j 年，指标值的差异越大，对方案评价的左右就越大，熵值就越小，定义差异系数：

$$g_j = \frac{1-e_j}{n-E_e} \quad (8)$$

式(8)中 $E_e = \sum_{j=1}^n e_j, 0 \leq g_j \leq 1, \sum_{j=1}^n g_j = 1$ 。

Step 6. 求权系数值：

$$w_j = \frac{g_j}{\sum_{j=1}^n g_j} \quad (1 \leq j \leq n) \quad (9)$$

Step 7. 计算各个影响因素的综合得分：

$$s_i = \sum_{j=1}^n w_j \cdot p_{ij} \quad (i=1,2,\dots,m) \quad (10)$$

通过对已有数据的处理，分析得到下表 4-6：

表 4-6 影响因子权重表

影响因子	人口数量	食品	淡水	能源	气候变化	经济
	0.305				0.311	0.308

4.3 危机预测模型

在对人口、粮食、淡水、能源、环境、经济之间的关系作出分析之后，我们现在建立“完美风暴”的危机预测模型。我们收集到了关于人口、粮食、淡水、能源、环境、经济的数据见【附录 1】。首先建立了关于人口的预测模型，该模型 [10] 采用离散正交的动态组合优化，适合中长期预测，而且具有强大的泛化能力，可以应用到粮食、淡水、能源、环境、经济的预测。

对于人口，我们可以用世界的人口总数进行预测，粮食用世界粮食的总量进行预测，淡水用人均淡水量进行预测。由于世界的主要能源主要来源于煤，于是我们可以用世界煤的总量来预测。至于环境的变化我们则可以利用世界的平均温度进行预测，一方面地球温度变化会引起海洋海平面的上升，另一方面地球温度

的变化为对粮食的产量，淡水资源等造成直接的影响。

人口数量的预测方法有两类，一类是时间序列预测方法[11]，它只依赖于被预测的历史观测数据及数据模式，通过序列分析找出变化规律，其代表性方法是GM(1,1)灰色预测模型[12]；另一类是因果解释性预测方法，即假定人口数量与几个独立的影响因素之间的因果关系，从而建立起预测变量与影响因素之间的关系模型，其代表性方法是BP神经网络模型[13]。

4.3.1 灰色预测模型

4.3.1.1 灰色预测模型的原理

灰色系统理论将任何随机过程看作是在一定时空区域内变化的灰色过程，将随机变量看成是灰色量；认为无规则的离散时空数列是潜在的有归序列。灰色系统理论通过关联分析等措施提取建模所需变量，并在研究离散函数性质的基础上，对离散数据建立微分方程的动态模型，从而获得变量的时间响应函数。实践证明，灰色建模所需的信息比较少，精度较高，能较好地反映系统的实际。

从系统理论角度来看待人口系统，不难看出这个系统中既存在着部分由检测设备给出的已知信息，又存在着大量不确定的信息，是一个本征灰色系统。既然影响人口的个别因素的作用效果让我们难以求出，那么我们就力图通过对原始数据的处理，削弱随机因素的影响，与常规方法相比，灰色系统分析方法有其独特的优点：

- 1、建模所需信息少，通常只需4个以上数据即可进行灰色建模；
- 2、灰色分析方法不必知道原始数据分布的先验特征，通过有限次的生成便可将无归序列转化为有归序列；
- 3、由于所建模型是常系数性质的，其参数分布是“灰色”的，因此可保持原系统的特征，能较好地反映系统的实际情况，建模精度较高。

对于人口来说，由于人口序列记录时间较长，而且存在大量的不确定因素，因而采用灰色系统预测方法进行分析很有实用价值。

4.3.1.2 灰色预测模型的建立

GM(1,1)模型是灰色预测的基础，其建立过程及求解方法为：

首先对原始数列 x^0 进行一次累加(1-AGO)生成一次累加序列 $x^{(1)}$ ，然后对一次累加序列 $x^{(1)}$ 建立以下形式的一阶微分方程：

$$\frac{dQ^{(1)}}{dt} + aQ^{(1)} = u \quad (11)$$

式(11)中： Q 为年人口量； a 为系统的发展灰数； u 为系统的内生控制因素。即参数列为：

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} \quad (12)$$

可按最小二乘法求 \hat{a} ：

$$B = \begin{bmatrix} \hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T y_N \\ -\frac{1}{2}(Q_1^{(1)}(1) + Q_1^{(1)}(2)) \\ -\frac{1}{2}(Q_1^{(1)}(2) + Q_1^{(1)}(3)) \\ \vdots \\ -\frac{1}{2}(Q_1^{(1)}(n-1) + Q_1^{(1)}(n)) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$y_N = [Q^{(0)}(2), Q^{(0)}(3), \dots, Q^{(0)}(N)]^T \quad (14)$$

而式 (14) 是一个关于 x 的一阶微分方程模型，故记为 $GM(1,1)$ 。其解即为一次累加序列 $Q^{(1)}$ 的预测值：

$$Q^{(1)}(i+1) = \left[Q^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (15)$$

经一次累减拟运算即得原始数列 $Q^{(0)}$ 的预测值：

$$Q^{(0)}(i+1) = Q^{(1)}(i+1) - Q^{(1)}(i) \quad (16)$$

而式 (15) 和式 (16) 即为人口预测 $GM(1,1)$ 模型的时间响应函数，即灰色模型 $GM(1,1)$ 预测的计算公式。该方法适用于计算机编程求解，根据上述建模机理及求解方法编制了预测计算应用程序（见图 4-6）。

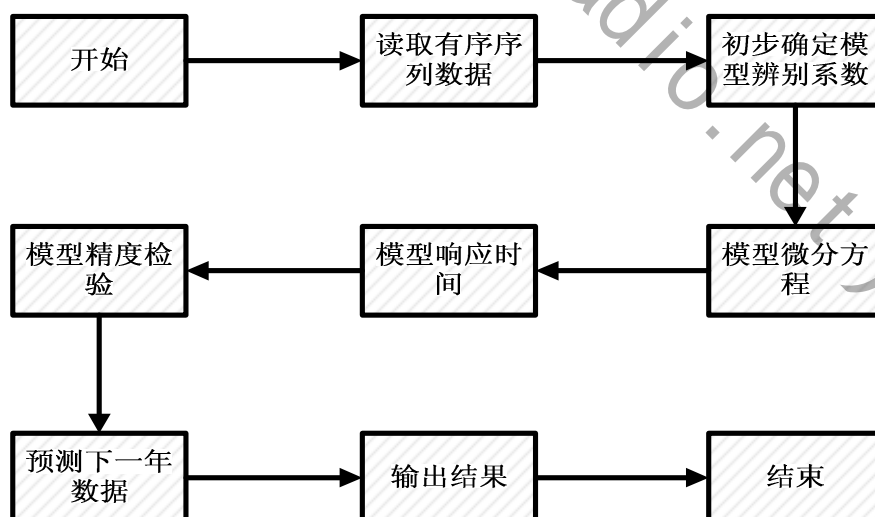


图 4-6 灰色预测模型求解流程图

4.3.2 BP 人工神经网络模型

4.3.2.1 BP 神经网络背景简介

人工神经网络(Artificial Neural Networks, 简称为ANN)是采用物理可实现的系统来模仿人脑神经细胞的结构和功能(图4-7)。它反映了生物神经系统的基本特征,是对生物神经系统的某种抽象、简化与模拟。它由大量简单的神经元广泛互连形成的复杂的非线性系统,它不需要任何先验公式,就能从已有数据中自动地归纳规则,获得这些数据的内在规律,具有很强的非线性映射能力,特别适合于因果关系复杂的非确定性推理、判断、识别和分类等问题。对于任意一组随机的、正态的数据,都可以利用人工神经网络算法进行统计分析,做出拟合和预测。

基于误差反向传播(Back propagation)算法的多层前馈网络(Multiple-layer feed forward network, 简记为 BP 网络),是目前应用最成功和广泛的人工神经网络。下面我们就基于 BP 人工神经理论来建模。

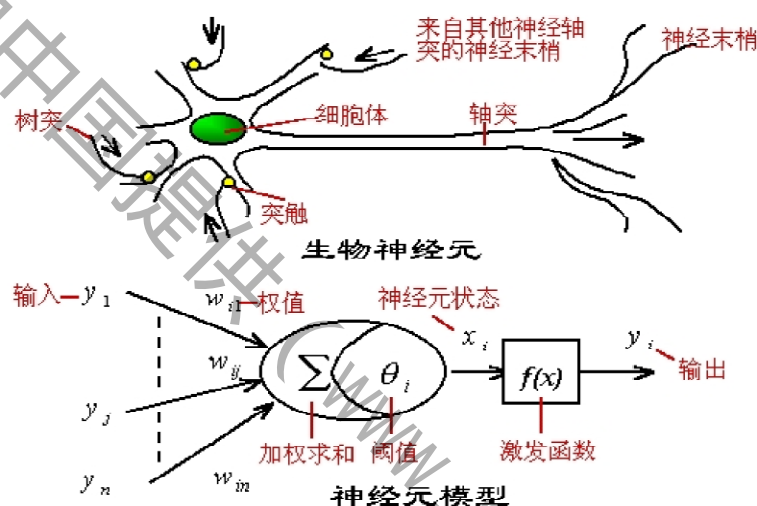


图 4-7 神经元模型

4.3.2.2 BP 算法的实现

神经网络的拓扑结构是指神经元之间的互连结构。图 4-8 是一个三层的 BP 网络结构。BP 网络由输入层、输出层以及一个或多个隐层节点互连而成的一种多层网,这种结构使多层前馈网络可在输入和输出间建立合适的线性或非线性关系,又不致使网络输出限制在-1 和 1 之间

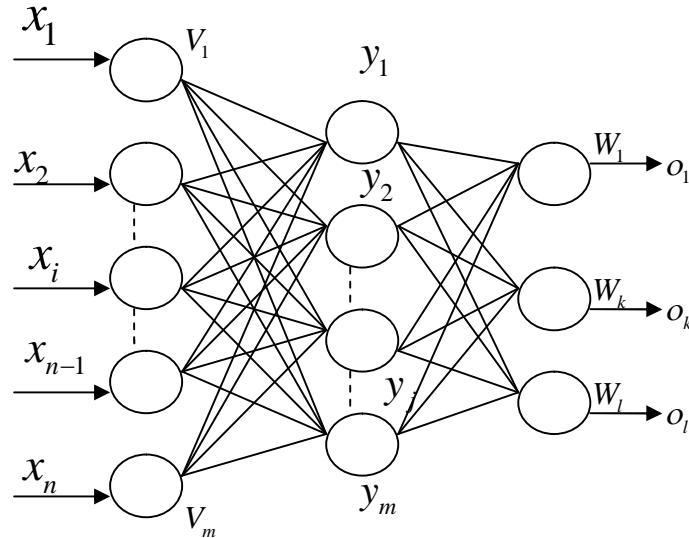


图 4-8 一个三层 BP 网络结构

网络中各神经元的输出为

$$\begin{cases} g_j^p = f\left(\sum_{i=0}^{n0} w_{ji} x_i^p\right) & j = 1, 2, \dots, n1 \\ h_k^p = f\left(\sum_{j=0}^{n1} w_{kj} g_j^p\right) & k = 1, 2, \dots, n2 \\ y_l^p = f\left(\sum_{j=0}^{n2} w_{lk} h_k^p\right) & l = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (17)$$

4.3.2.3 BP 网络权值的调整原理

设输入的学习样本有 α 个：对应的输出的期望值为 $t^1, t^2, \dots, t^\alpha$ 。在此用这 α 个样本对网络进行训练。当第 p 个样本输入到网络后式 (14) 可得正向传播阶段经各层后，网络的实际输出值 y_l^p , $l = 1, 2, \dots, m$ 。将其与期望值相比较，可在第 p 各输入模式后输出方差为

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m (t_l^p - y_l^p)^2 \quad (18)$$

若输入所有 α 个样本对经正向传递运算后，则网络的总误差为

$$E_\Sigma = \sum_{p=1}^{\alpha} E_p = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\alpha} \sum_{l=1}^m (t_l^p - y_l^p)^2 \quad (19)$$

下面从输出层开始，讨论逐层反向传播的调整规律。

(1) 第二隐层至输出和层的连接权修正量为

$$\Delta W_{lk} = \eta \sum_{p=1}^{\alpha} f'(net_l^p) h_k^p \bullet \Delta_l^p = \eta \sum_{p=1}^{\alpha} \delta_l^p h_k^p \quad (20)$$

式中， η 为学习速度，其值通常在0.1~1.0之间， $\Delta_l^p = t_l^p - y_l^p$ 为输出神经元的实际误差， δ_l^p 为在第 p 各输入样本对作用下，输出神经元 l 的等效误差，即

$$\delta_l^p = f'(net_l^p)(t_l^p - y_l^p) = f'(net_l^p)\Delta_l^p \quad (21)$$

(2) 第一层至第二层的连接权修正量为

$$\Delta W_{lk} = \eta \sum_{p=1}^{\alpha} \delta_l^p g_j^p \quad (22)$$

$$\delta_l^p = f'(net_k^p)\Delta_k^p \quad (23)$$

第一层至输入层

$$\begin{aligned} \delta_l^p &= \sum_{k=0}^{n2} \delta_k^p w_k^p f'(net_k^p) \\ &= f'(net_k^p)\Delta_g^p \end{aligned} \quad (24)$$

反传学习算法的实现步骤

① 初始化。设置网络各连接权（包括阈值），置所有可调参数（权和阈值）为均匀分布的较小的随机数，使每个神经元的净输入值较小，以保证工作在激活函数变化较灵敏的区域。

② 信息正向传递过程的计算。输入学习样本对 (x^p, t^p) , $p=1, 2, \dots, \alpha$ 。对每个输入样本按下列顺序计算各层神经元的输出值，即

$$\begin{cases} g_j^p = f\left(\sum_{i=0}^{n0} w_{ji} x_i^p\right) \\ h_k^p = f\left(\sum_{j=0}^{n1} w_{kj} g_j^p\right) \\ y_l^p = f\left(\sum_{k=0}^{n2} w_{lk} h_k^p\right) \end{cases} \quad (25)$$

③ 误差反向传播。从输出层至输入层，反向依次按式(23)、(24)、(25)计算各层神经元的等效误差 δ_l^p 、 δ_k^p 和 δ_j^p 。然后返回步骤②，对其他学习样本进行正向传播计算和误差反向传播，一直到所有 α 个学习样本对都进行类似运算为止。

④ 调整各层的连接权值。按下列修改各层的连接权值，即

$$\begin{cases} w_{lk}(n+1) = w_{lk}(n) + \eta \sum_{p=1}^{\alpha} \delta_l^p h_k^p \\ w_{kj}(n+1) = w_{kj}(n) + \eta \sum_{p=1}^{\alpha} \delta_k^p g_j^p \\ w_{ji}(n+1) = w_{ji}(n) + \eta \sum_{p=1}^{\alpha} \delta_j^p x_i^p \end{cases} \quad (26)$$

⑤返回步骤②，根据新的连接权值进行正向计算。若对每一个学习样本对 (x^p, t^p) 和输出层的每一个神经元 l 均满足精度要求，即

$$\left| x^p, t^p \right|^2 < \varepsilon, p=1, 2, \dots, \alpha; l=1, 2, \dots, m \quad (27)$$

其中 ε 为由精度要求给定的某以小树，则网络的学习完成；否则重复进行新一轮的正向传递与误差发祥传播计算并调整隔层的连接权，知道式 (27) 满足为止。

4.3.3 离散正交动态组合预测方法

影响人口数量的指标和因素是繁多的，因而人口数量预测是一个复杂的系统，若采用单个预测模型或部分因素和指标，对该系统结构及输入和输出进行模拟、预测和调控，仅能包含或体现该系统的局部，如果采用灰色模型和神经网络组合模型并加以适当的有效组合，则可以充分地利用各种信息达到提高预测精度的目的。

4.3.3.1 预测精度的定义

设 $x_t (t=1, 2, \dots, N)$ 为 t 时刻人口数量的实际观测值， $Y_{1t}, Y_{2t} (t=1, 2, \dots, N)$ 分别为 $GM(1,1)$ 灰色系统、 BP 神经网络在 t 时刻人口数量的预测值， $A_{1t}, A_{2t} (t=1, 2, \dots, N)$ 分别为 Y_{1t}, Y_{2t} 在 t 时刻的预测精度，即

$$A_{it} = 1 - \left| (x_t - Y_{it}) / x_t \right|, \quad (i=1, 2, t=1, 2, \dots, N) \quad (28)$$

4.3.3.2 组合预测模型的建立

设 k_{1t}, k_{2t} 为 t 时刻两种预测模型的加权系数，则 $Y_t = k_{1t}Y_{1t} + k_{2t}Y_{2t}$ 为组合模型在 t 时刻的预测值； A_t 为组合模型在 t 时刻的预测精度，则由式 (28) 得

$$A_t = 1 - \left| \frac{x_t - Y_t}{x_t} \right| = 1 - \left| \frac{x_t - k_{1t}Y_{1t} - k_{2t}Y_{2t}}{x_t} \right|, \quad (t=1, 2, \dots, N) \quad (29)$$

由式 (29) 可知， A_t 越大，则该组合模型越有效。考虑到加权系数的规范性约束， A_t 的最大值为 $\max A_t = 1$ ，此时 $x_t = k_{1t}Y_{1t} + k_{2t}Y_{2t}$ 。

4.3.3.3 加权系数的确定

在只有 $GM(1,1)$ 灰色模型和 BP 神经网络组合模型的情况下，通过数学分析，

$$k_{1t} + k_{2t} = 1, k_{1t} \geq 0, k_{2t} \geq 0. \quad (t=1, 2, \dots, N) \quad (30)$$

令 $k_t = k_{1t}$ ，由式 (22) 则有 $k_{2t} = 1 - k_t$ ，于是得到 $GM(1,1)$ 灰色模型的加权系数列 $k_t (t=1, 2, \dots, N)$ ， BP 神经网络模型的加权系数列 $1 - k_t (t=1, 2, \dots, N)$ 。令 $z_t = t$ ，

z 为其二维变量中的自变量 z_t 的组合, 于是得到了实际观察数组 $(z_t, k_t)(t=1, 2, \dots, N)$, 其中有 $\{P_1(z), P_2(z), \dots, P_n(z)\}$ 为点集 $\{z_t\}$ 上的离散正交多项式系数, Φ 为由其所有线性组合生成的多项式集合, $\Phi = \text{Span}\{P_1(z), P_2(z), \dots, P_n(z)\}$ 。用离散正交多项式进行最小二乘曲线拟合, 亦

即求: $P(z) = \sum_{i=1}^n a_i P_i(z_t) \in \Phi$, 使其满足

$$Q = \sum_{t=1}^N [P_n(z_t) - k_t]^2 = \sum_{t=1}^N \left[\sum_{m=1}^n a_m z_t^m - k_t \right]^2 = \min. \quad (31)$$

利用多项式系数 $\{P_1(z), P_2(z), \dots, P_n(z)\}$ 的离散正交性易知, (4) 式法方程组成为以下简单形式

$$\begin{bmatrix} \sum_{t=1}^N P_1^2(z_t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{t=1}^N P_2^2(z_t) & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{t=1}^N P_n^2(z_t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^N P_1(z_t) k_t \\ \sum_{t=1}^N P_2(z_t) k_t \\ \vdots \\ \sum_{t=1}^N P_n(z_t) k_t \end{bmatrix} \quad (32)$$

其解为

$$a_m = \frac{\sum_{t=1}^N P_m(z_t) k_t}{\sum_{t=1}^N P_m^2(z_t)} \quad (m=1, 2, \dots, n). \quad (33)$$

得到拟合多项式

$$P(z) = \sum_{i=1}^n a_i P_i(z_t) \quad (34)$$

最后计算出系数 a_i , 并逐步把 $a_i P_i(x)$ 累加到 $P(x)$ 中去, 最后就可得到所求的拟合多项式

$$y = P(z) = a_1 P_1(z_1) + a_2 P_2(z_2) + \dots + a_n P_n(z_n) \quad (35)$$

4.3.3.4 人口数量预测步骤

Step 1. 分别用 $GM(1,1)$ 灰色系统和 BP 神经网络进行预测, 得到预测序列 Y_{1t} 和 Y_{2t} ;

Step 2. 由式 (29) 和 (30) 计算出两种模型的加权系数列 $\{k_{1t}, k_{2t}\}$, 并令 $k_t = k_{1t}$ 。则

$$k_{2t} = 1 - k_t (t = 1, 2, \dots, N);$$

Step 3. 由式(31) - (35)得到拟合多项式 y ，令 $k_t = y_t (t \geq N + 1)$ ；

Step 4. 当 $k_t \notin [0, 1]$ 时，应该对其进行修正。定义：预测值 Y_{1t}, Y_{2t} 与实际值 x_t 的均方差为 $\sigma(A_{it})$

$$\sigma(A_{it}) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{it}^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_{it} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (36)$$

σ_{1t}, σ_{2t} 为预测值 Y_{1t}, Y_{2t} 与实际值 x_t 的均方差，则 $k_t = k_{\text{修正}} = \frac{\sigma_{2t}}{\sigma_{1t} + \sigma_{2t}}$ ；

Step 5. 将 k_{1t}, k_{2t} 分别乘以序列 Y_{1t} 和 Y_{2t} ，得到组合预测序列 Y_t ，结束计算。

4.3.4 危机预测模型的预测精度的对比

4.3.4.1 现有人口数量的处理

首先，我们统计出 1995-2006 年的世界人口数据。

表 4-7 世界总人口数表

年份	1995	1997	1998	1999	2000	2001
人口(万人)	573692	581871	589857	597897	605412	613010
年份	2002	2003	2004	2005	2006	
人口(万人)	619973	627252	636969	644598	651776	

在灰色预测模型中有 $dQ^{(1)}/dt + aQ^{(1)} = u$ ，于是我们利用 1995-2003 年的数据经过 MATLAB 求解出：

$$a = -0.4608, u = 5.0093$$

所以灰色预测模型为：

$$\begin{cases} \overline{Q^{(1)}}(k+1) = 123.8709e^{0.4608k} - 10.8709 \\ \overline{Q^{(0)}}(k+1) = \overline{Q^{(1)}}(k+1) - \overline{Q^{(0)}}(k) \end{cases}$$

由于考虑到数据变化较大的作用，在求解模型时，我们分别以前 5 年的数据来预测第 6 年的数据。

其次，在 BP 神经网络模型中，人工神经网络采用应用广泛的反向传播 BP 模型，人口与粮食、淡水、能源、环境、经济等影响因素有关，故 BP 网络的拓扑结构可确定为 1 个输入层神经元、7 个隐含层神经元，1 个输出层神经元。

于是，分别用灰色预测模型、BP 神经网络模型对 1995-2003 年的数据用 MATLAB 求解出相应的预测值及预测值和实际值间的误差。

接着，在离散正交组合预测方法中，我们通过模型的求解，求解出组合预测模型的预测数据及预测数据和实际数据间的误差。结果见表 4-8。

表 4-8 世界人口的预测与误差

年份	实际值 (万人)	灰色预测		神经网络预测		组合预测	
		预测值 (万人)	误差(%)	预测值 (万人)	误差(%)	预测值 (万人)	误差(%)
2004	636969	635792	0.18	638756	0.28	639743	0.43
2005	644598	643774	0.12	645678	0.16	644156	0.06
2006	651776	651856	0.01	651547	0.03	651723	0.00

从表 4-8 中可以看出：组合预测的精度比其它两种预测模型都要高，并且我们采用如下方法对模型进行检验。

2. 危机预测模型的检验

为检测组合优化模型预测效果的好坏，将表 4-8 中实际值与组合预测值按照整体评价方法的原则和惯例，采用以下指标来评价：

① 平均绝对误差

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Y_i - x_i| \quad (37)$$

② 平均绝对百分比误差

$$MP = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{Y_i - x_i}{x_i} \right| \quad (38)$$

③ Theil 系数

$$T = \sum_{i=1}^N \left| \frac{Y_i - x_i}{x_i} \right| \left\| \log \left| \frac{Y_i - x_i}{k \cdot x_i} \right| \right\| \quad (39)$$

式(37)中， T 越小，精确度越高， T 越大，精确度越低。评价结果见表 4-9。

表 4-9 预测效果评价表

预测方法	M	MP(%)	T
灰色预测	5.075	8.611	0.051
神经网络预测	1.750	3.174	0.034
组合优化预测	1.430	2.209	0.023

由表 4-9 可知：组合预测模型的单个预测误差达到了需求预测的精度要求。得出：离散正交组合优化预测的三项指标均优于灰色预测和神经网络预测，充分显示了该方法的优势，更适合于数据的预测。用 MATLAB 处理组合预测值，得到图 4-9，预测更具有直观性。

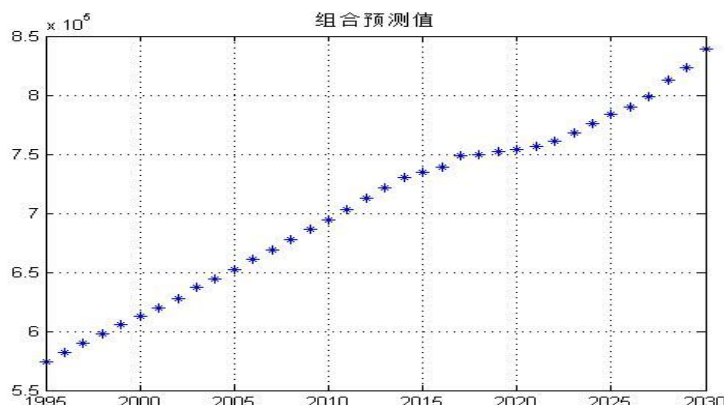


图 4-9 人口数量在组合预测中的变化曲线

4.3.5 离散正交动态组合预测方法的求解

由上述知离散正交的组合预测方法拥有更高的预测精度，于是我们采用该方法利用 MATLAB 对模型进行了求解见【附录 2】，得到 2030 年世界人口、粮食、淡水、能源、环境的结果如表 1 所示

表 4-10 2030 年世界各指标值

指标	人口 (亿人)	粮食 (亿吨)	淡水 (立方米)	能源 (亿吨煤)	平均温度 (°C)
2030 年	83.893	35.243	9324.645	200.453	16.384

从表 4-10 可以看出到 2030 年世界的人口达到了 83.893 亿人，粮食的需求量增加 54.2%，淡水需求量增加 35.1%，能源需求增加 44.7%，与约翰贝丁顿的观点很接近。

4.4 PREE 评价体系

随着时间的推移，人口、资源（食品、淡水、能源）、气候之间必然会发生变化，我们通过建立的 PREE 评价体系（Population、Resources、Environment、Economic）来样判断“完美风暴”发生的可能性。冯玉广和王华东[14]阐述了人口、资源、环境、经济（PREE）系统协调发展的含义，定量描述 PREE 系统发展的协调公式，我们根据他们提出的 PREE 系统模型，建立了适合本题的 PREE（人口、资源、气候）评价体系。

在下文中， M_i 为第 i 种不可再生资源的当年开采量； M_{i0} 为第 i 种不可再生资源的当年的储存量； m_j 为种非再生资源的当年消耗量； ρ_k 为水或大气中第 k 种污染物的当年的浓度； ρ_{k0} 为水或大气中第 k 种污染物的允许浓度（国家标准）； λ_k 为第 k 种污染的权重系数（ $\sum_k \lambda_k = 1$ ）； a 、 b 为比例系数（ a 为自然型发展模式所占比例， b 为技术型发展模式所占比例，）； k 为系数。

为了给出协调度的简洁的表达式，令

$$a = \sum_{i=1}^n \cos \frac{M_i}{2 M_{i0}} \quad (40)$$

称为不可再生资源开采度；

$$I = \sum_{k=1}^m \lambda_k \frac{\rho_k}{\rho_{k0}} \quad (41)$$

称为环境状况指数。

为明确式所表示的协调度的含义，我们讨论以下几点：

(1). 由(40)式可见， $H = H(\alpha, \gamma, I)$ 即 PREE 系统发展的协调程度决定于——

反映不可再生资源开采程度的 α ，反映能源利用效益的 γ ，反映环境状况的 I 四个参量，这四个参量表征人口、资源、环境三个要素的特征，统称为特征量。

(2). α 反映了不可再生资源对发展的制约作用，由(41)式可见，在其它因素不变得条件下，当 $M_i = 0$ 或 $M_i \ll M_{i0}$ 时， $\alpha \approx n$ ， H 取最大值；随着 M_i 的增大， α 将逐步减小， H 也将逐步减小；当 $M_i = M_{i0}$ 时， $\alpha = 0, H = 0$ 自然资源型发展模式不复存在。

(3). γ 反映能源的利用效益。在其它因素不变得条件下， γ 越大，能源的利用率越高； γ 越小，能源的利用率越低。 γ 越大，发展的协调程度好， γ 越小，发展的协调程度差。

(4). I 反映的环境状况。 I 越大，环境状况越差，发展协调程度越差； I 越小，环境状况越好，发展的协调程度越好。由(40)式，有

$$\frac{\partial H}{\partial I} = -K(a\alpha + b)e^I \quad (42)$$

(5). 由(42)式可见，在 α 不变时， $-\frac{\partial H}{\partial I}$ 随 I 的增大指数地增大，这表明，随 I 的增大协调度急剧减小。 I 是影响协调度的又一主要因素。

(6). 根据上述讨论，可将 PREE 评价体系发展状况按协调度的不同取值分级（表 4-11）。

表 4-11 PREE 系统发展的协调度分类和分级

$H < -100$	$-100 < H < 0$	$H = 0$	$0 < H < 100$	$H > 100$
极不协调	不协调	临界状态	弱协调	高度协调

4.5 “完美风暴”发生可能性的判断

我们通过对现有数据的处理，求解危机预测模型，并按权重作出处理后，求解结果为： $H = -67.38$ ，可知 PREE 评价体系是不协调的，所以“完美风暴”发生的可能性为 67.38%。

5 数学模型 II

5.1 基于小波网络的综合评价模型

5.1.1 信息系统综合评价的数据分类小波网络

通常称满足条件 $\int \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty$ 的平方可积函数 $\psi(t) \in L^2(R)$ 为基本小波

或母小波式中， $\hat{\psi}(\omega)$ 为 $\psi(t)$ 的 Fourier 变换。令 $\psi_{ab}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ ，式中的

a 、 b 为实数，且 $a \neq 0$ 。对于信号 $f(t) \in L^2(R)$ ，定义其小波变换为

$$W_f(ab) = \langle f, \psi_{ab} \rangle = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad \text{式中 } a、b \text{ 分别为 } \psi_{ab}(t) \text{ 的伸缩因}$$

子和平移因子。对于信号 $f(t)$ ，其局部结构的分辨可以通过调节参数 a 、 b 即调节小波基窗口的大小和位置来实现。

小波神经网络是基于小波分析而构成的一类新型前馈网络[15-18]，也可以看作是以小波函数为基底的一种新型函数连接的神经网络，其信号的表达是通过将所选取的小波基进行叠加来实现的。在信号分类中，小波空间可作为模式识别的特征空间，通过将小波基与信号向量的内积进行加权来实现信号的特征提取，然后将这些特征输入分类器中。这些特征结合了小波变换良好的时频局域化性质和传统神经网络的自学习功能，因而具有良好的逼近与容错能力。用于信息系统综合评价的小波神经网络结构如图所示。

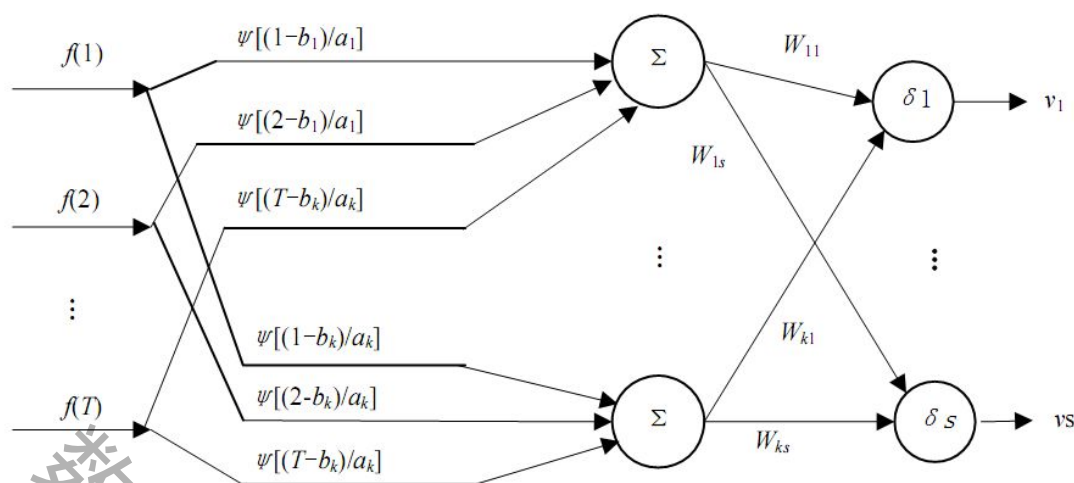


图 5-1 小波网络结构图

设输入训练样本的总数为 N ，网络有 T 个输入节点， S 个输出。则对第 n 个样本、第 s 个输出小波特征检测器可由下式表示为：

$$V_{ns} = \sigma(u_n) = \sigma \left[\sum_{k=1}^K W_{ks} \sum_{t=1}^T f_n(t) \psi \left(\frac{t-b_k}{a_k} \right) \right] \quad (s=1, 2, \dots, S) \quad (43)$$

式中 $\sigma(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)}$ 为一 Sigmoid 函数。

5.1.2 基于小波神经网络的信息系统综合评价系统的训练算法

为了对基于小波神经网络的信息系统综合评价系统进行训练，必须确定网络参数 W_k ， b_k 和 a_k ，为此，可通过下述最小均方差能量函数进行优化，即：

$$E = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^S \sum_{n=1}^N (d_{ns} - v_{ns})^2 \quad (44)$$

式中 d_{ns} 是信号 $f_n(t)$ 的希望分类输出， $d_{ns} = \begin{cases} 1 & \text{一类} \\ 0 & \text{另类} \end{cases}$ 。

本文采用的 Morlet 母小波是余弦调制的高斯波，故有：

$$\psi(t) = \cos(1.75t) \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \quad (45)$$

基于小波神经网络的信息系统综合评价系统的具体训练算法步骤如下。

1) 网络参数的初始化。将小波的伸缩因子 a_k ，平移因子 b_k ，以及网络连接权重 w_{nk} 赋以随机的初始值。

2) 输入学习样本 $f_n(t)$ 及相应的期望输出 v_{ns} 。

3)网络的自学习。利用当前网络参数计算出网络的输出为：

$$V_{ns} = \sigma \left[\sum_{k=1}^K W_{ks} \sum_{t=1}^T f_n(t) \psi \left(\frac{t-b_k}{a_k} \right) \right] \quad (46)$$

4)计算瞬时梯度向量。令 $t' = \frac{t-b_k}{a_k}$, $\sigma'(u) = \sigma(u)[1-\sigma(u)]$, 则 E 的梯度分

别为：

$$g(W_{ks}) = -\sum_{s=1}^S \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T (d_{ns} - v_{ns}) \sigma'(u_n) f_n(t) \cos(1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right)$$

$$g(b_k) = -\sum_{s=1}^S \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T (d_{ns} - v_{ns}) \sigma'(u_n) f_n(t) W_{ks} \left[1.75 \sin(1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \frac{1}{a_k} + (1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \frac{t'}{a_k} \right]$$

$$g(a_k) = -\sum_{s=1}^S \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T (d_{ns} - v_{ns}) \sigma'(u_n) f_n(t) W_{ks} \left[1.75 \sin(1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \frac{t'}{a_k} + (1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \frac{t'^2}{a_k} \right] = t' g(b_k)$$

5)误差的反向传播。令：

$$\begin{cases} \Delta w_{ks}^{new} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ks}^{old}} + \beta \Delta w_{ks}^{old} \\ \Delta a_k^{new} = -\eta \frac{\partial E}{\partial a_k^{old}} + \beta \Delta a_k^{old} \\ \Delta b_k^{new} = -\eta \frac{\partial E}{\partial b_k^{old}} + \beta \Delta b_k^{old} \end{cases}$$

式中 $0 < \eta < 1, 0 < \beta < 1$, 修改网络参数 a_k , b_k 和 w_{ks} , 有：

$$\begin{cases} a_k^{new} = a_k^{old} + \Delta a_k^{new} \\ b_k^{new} = b_k^{old} + \Delta b_k^{new} \\ w_{ks}^{new} = w_{ks}^{old} + \Delta w_{ks}^{new} \end{cases}$$

6)当误差函数的绝对值小于预先设定的某个正数,则停止网络的学习,否则返回步骤 2)。

5.1.3 基于小波网络的综合评价方法的应用

用分类小波神经网络对信息系统进行综合评价分类,可看作是一个模式识别问题。为了说明我们所提出的基于小波神经网络的综合评价方法的有效性和正确性,我们利用 MATLAB 自带的小波分析工具箱,并以中国在内的 29 个国家,已有的 5 个同类信息系统项目为样本,对小波神经网络进行学习训练,然后运用基于小波神经网络的综合评价方法确定表 6-1 所示的 29 个国家的综合评价类别。在我们建立的小波神经网络模型的输入层为 5 个神经元,分别对应 5 个指标(在使用时要进行标准化与无量纲处理,使其方差为 1,均值为 0),分别为总悬浮颗粒物,人口,人均淡水量,人均能源,人均粮食。输出层共有 4 个神经元,分别

对应非常重要(1,0,0,0)，重要(0,1,0,0)，一般(0,0,1,0)和不重要(0,0,0,1)。

小波网络首先需要一定的样本训练网络，训练结束后，由已掌握知识信息的小波网络对待评价的信息系统对象进行综合评价分类，按照实际输出值与期望值的接近程度决定其归属类别。实验结果显示对训练样本识别率达到 100%，利用训练好的小波神经网络对样本进行测试分类(如表 5-1 所示)，高于采用神经网络模型作类型识别，识别效果相当理想。

表 5-1 小波网络对测试样本分类识别情况表

国家	总悬浮颗粒物	人口	人均淡水量	人均能源	人均粮食	重要性
中国	1.08693	3.84511	-0.48943	2.01119	-0.39473	1
印度	2.66686	3.17336	-0.53534	1.18337	-0.75641	1
印度尼西亚	1.47544	0.2242	0.00038	-0.29395	-0.5217	2
马来西亚	-0.4671	-0.43188	0.45836	-0.24306	-1.1319	2
美国	-0.67431	0.47678	-0.15606	-0.11816	1.9953	2
巴西	-0.1822	0.10997	0.74115	-0.28489	-0.47268	2
委内瑞拉	-0.95921	-0.42771	0.65514	-0.24468	-0.94461	2
俄罗斯联邦	-0.67431	-0.0441	0.79004	-0.18912	0.18968	2
澳大利亚	-0.64841	-0.44933	0.51872	-0.16677	0.93599	2
伊朗	0.28401	-0.28759	-0.52858	-0.24469	-0.42287	3
日本	-0.1822	-0.09333	-0.43414	-0.21143	-1.11632	3
韩国	-0.1563	-0.35655	-0.52656	-0.21858	-0.98404	3
菲律宾	-0.2081	-0.23625	-0.3243	-0.29843	-0.6467	3
新加坡	-0.07859	-0.50297	-0.57838	-0.21426	0.61018	3
泰国	0.82792	-0.30232	-0.43853	-0.2722	0.10862	3
土耳其	0.20631	-0.27501	-0.44398	-0.27903	-0.00145	3
埃及	3.15897	-0.26683	-0.56516	-0.28543	-0.50537	3
南非	-0.80381	-0.35997	-0.54435	-0.23718	-0.80305	3
墨西哥	0.10271	-0.17096	-0.40662	-0.26881	-0.49053	3
阿根廷	0.28401	-0.38747	-0.26229	-0.26442	1.11656	3
法国	-0.93331	-0.31458	-0.45395	-0.22814	1.56835	3
德国	-0.64841	-0.2435	-0.52871	-0.20832	0.15358	3
意大利	-0.4412	-0.32279	-0.44562	-0.22218	-0.38176	3
波兰	-0.1045	-0.39082	-0.52382	-0.24241	0.28138	3
西班牙	-0.4412	-0.37275	-0.47087	-0.23214	-0.08876	3
乌克兰	-0.3117	-0.36269	-0.53644	-0.23104	0.72527	3
英国	-0.67431	-0.31683	-0.47791	-0.20576	-0.37889	3
加拿大	-0.64841	-0.4093	3.44707	-0.07666	3.17383	4
新西兰	-0.85561	-0.50386	3.0602	-0.2128	-0.81698	4

其中 1, 2, 3, 4 (实际上是 (1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1)) 分别表示非常重要，重要，一般，不重要。

从表 5-1 可以得到中国在“完美风暴”中处于“非常重要”的地位，对于控制“完美风暴”的发生具有重要的作用。

5.2 基于小波网络的综合评价方法的验证

为了验证基于小波网络的综合评价方法结果的正确性，我们使用了分层聚类

分析对其进行了验证。

系统聚类法的基本思想：首先，将 n 个样品看成 n 类，即一类只包括一个样品，然后将性质最接近的两类合并成一个新的类，这样得到 $n-1$ 类，再从 $n-1$ 类中找出性质最接近的两类再加以合并，变成 $n-2$ 类，如此继续下去，直到所有的样品全在一类为止。

设有 n 个样品，每个样品测得 p 项指标（变量），原始资料库为：

$$X = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_p \end{matrix} \\ \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (47)$$

其中 $x_{ij}(i=1, \dots, n; j=1, \dots, p)$ 为第 i 个样品第 j 个指标的观测数据。所以任意两个样品 X_K 与 X_L 之间的相似性，可以通过矩阵 X 中的第 K 行与第 L 行的相似程度来刻画；任意两个变量 x_K 与 x_L 之间的相似性，可以通过第 K 列与第 L 列的相似程度来刻画。

下面我们利用 SPSS 对其进行求解，其中两点的距离定义为皮尔森相关系数：

$$r_{KL} = \frac{\sum_{j=1}^p (x_{Kj} - \bar{x}_K)(x_{Lj} - \bar{x}_L)}{\sqrt{\sum_{j=1}^p (x_{Kj} - \bar{x}_K)^2 \sum_{j=1}^p (x_{Lj} - \bar{x}_L)^2}} \quad (48)$$

于是我们得到了如图所示的结果

*****HIERARCHICAL CLUSTER ANALYSIS*****

Dendrogram using Average Linkage (Between Groups)

Rescaled Distance Cluster Combine

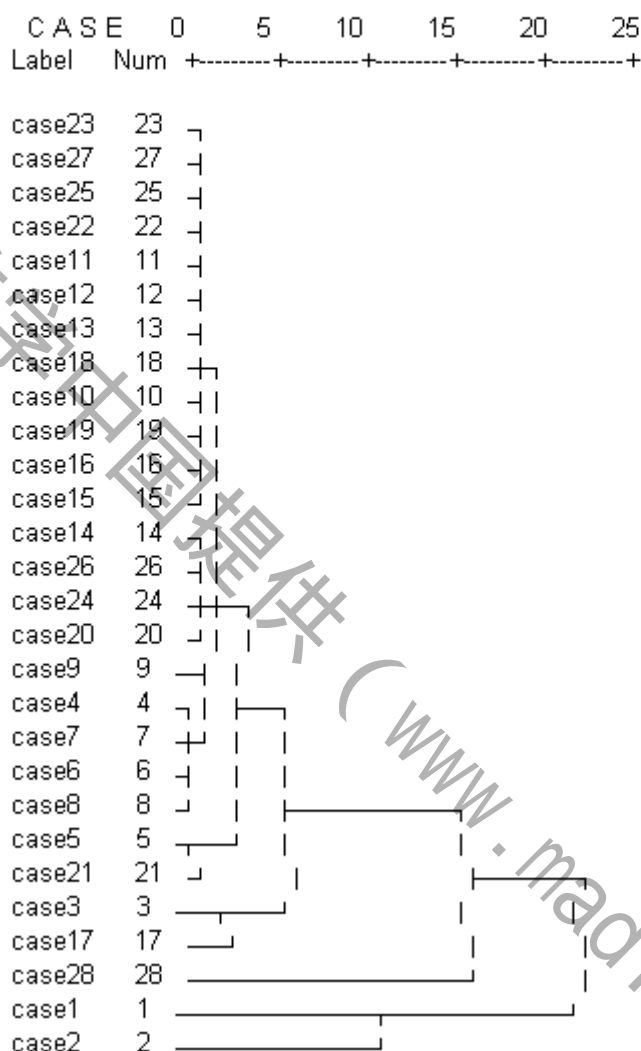


图 5-2 聚类树形图

其中 case1 到 case29 分别表示表 5-1 中的中国到新西兰。

从图可以看出中国与在最后与其他国家聚成一类所以说明了，中国与其他国家的平均相对位置是一致的，进一步说明了结论 2 的正确性。

6 多国混合博弈模型

6.1 国家基于不同目标下的行为

设第 i 个国家的人均收入为 A_i ，粮食 B_i ，淡水 C_i ，能源 D_i ，环境污染指数 E_i ，

人口数为 F_i ，移民数为 G_i （数据全部是无量纲化的，且是平均值）。设 M_i 为资

源（粮食，淡水，能源）是国家数量 n 的函数，因为资源的量有限，所以国家的数量的有个上限 n_{\max} 。当国家的数量在一定范围内，增加一个国家或许不会对其他国家国家的 M_j 造成影响，但当国家超过一定的数量的时候，每个国家的 M_j 需求就会急剧增加，因此可以假定：

作为国家 i ，它会比较进口和出口收益，还有人口数和移民带来的经济效益和环境效益。由之前的分析可知，当前的经济效益和环境效益是成负相关关系的，所以只要确定其一即可。

经济效益 X_i ：

$$A_i = f(M_i, F_i, G_i, E_i) \quad (49)$$

在假设人口数和移民对国家的收入没有影响的情况下，国家收益的比较就转化为资源的比较。由纳什均衡得到，当一个国家的资源比较多时，必然导致这个国家的收益得到提高。如果一个国家的资源匮乏时必须向该资源丰富的国家进口；当一个国家的资源比较多时就会为了本国的利益着想，出口资源。

下面我们主要就资源的情况分两种情况进行讨论

6.2 两国家合作与非合作性博弈分析

6.2.1 完全信息下的静态博弈分析

假设有两国家 A 、 B ，他们提供同质资源；他们是完全理性的并且只有两个策略可以选择：合作和不合作。假设现有个潜在的市场等待开发，市场的价值为 V 。若 A 、 B 合作，则 A 得到的市场价值为 k_1V ， B 得到的市场价值为 k_2V 。若 A 合作， B 不合作，则 A 可以寻求其他的国家合作，但此时会有另外的国家进入到该市场并占有的市场价值为 kV ($kV > 0$)，此时得到 A 的市场价值为 $k'V$ ， B 得到的市场价值 $k''V$ ，且 $k' > k''$, $k' < k_1$, $k'' < k_2$ ；若 B 合作， A 不合作，则 B 可以寻求其他的国家合作，但此时会有另外的国家进入到该市场并占有的市场价值为 kV ($0 < kV < 1$)，此时 A 得到的市场价值为 $k'V$ ， B 得到的市场价值为 $k'V$ ，且 $k^j > k^i$, $k^i < k^1$, $k^j < k^2$ ；若 A 、 B 都采取不合作策略，则市场大部分被其他国家所占领，此时 A 、 B 各得到的市场价值都为 k^mV , $k^m < k^i$, $k^m < k^j$, $k^m < k''$ 。（其中， $k, k^1, k^2, k', k'', k^i, k^j, k^m$ 均为市场价值的分配比例，且都属于0-1之间的范围）。此博弈[19-24]的支付矩阵如下表所示。

		国家 B	
		合作	不合作
国家 A	合作	$k^1V,$ k^2V	$k^1V,$ k^2V
	不合作	$k^1V,$ k^1V	$k^mV,$ k^mV

可以得出此博弈的纳什均衡为{合作，合作}。

6.2.2 完全信息下的动态博弈分析

假设有两国家 A，B，他们提供同质资源；他们是完全理性的并且只有两个策略可以选择：合作和不合作。假设现有个潜在的市场等待开发，其价值为 V，由于两个国家自身的实力不足，双方都不能独自完全占领这个潜在的市场，只有国家和 A 国家 B 合作才能占领潜在的市场。因此国家 A 和国家 B 要进行博弈来决定他们的策略是选择合作还是不合作。

进行博弈前他们的收益分别为 V_1 和 V_2 ，合作成本 C_1 和 C_2 ，如果两家国家合作，则国家 A 的收益增加 $kV - C_1$ ，国家 B 的收益增加 $(1-k)V - C_2$ ，其中 k 为收益 V 的分配比例。如果国家 A 选择合作策略，而国家 B 选择不合作策略，则国家 A 可以通过营销策略占领进入国家 B 所在的市场并且占领部分国家 B 的市场，此时国家 A 的收益增加 k_2V_2 ，国家 B 的收益增加 $-k_2V_2$ ， k_2 为国家 B 所失去的市场份额。类似地，如果国家 A 选择不合作，而国家 B 愿意合作，则国家 A 的收益增加 $-k_1V_1$ ，国家 B 的收益增加 k_1V_1 ， k_1 为国家 A 失去的市场份额。如果两家国家都选择不合作，则他们的收益没有变化。

其中 $kV - C_1 > 0, (1-k)V - C_2$ 。

下面就两种情况下的动态博弈进行分析，一种是国家 A 先行动，国家 B 后行动；另一种是国家 B 先行动，国家 A 后行动，下面为这两种情况下的完全信息动态博弈树。

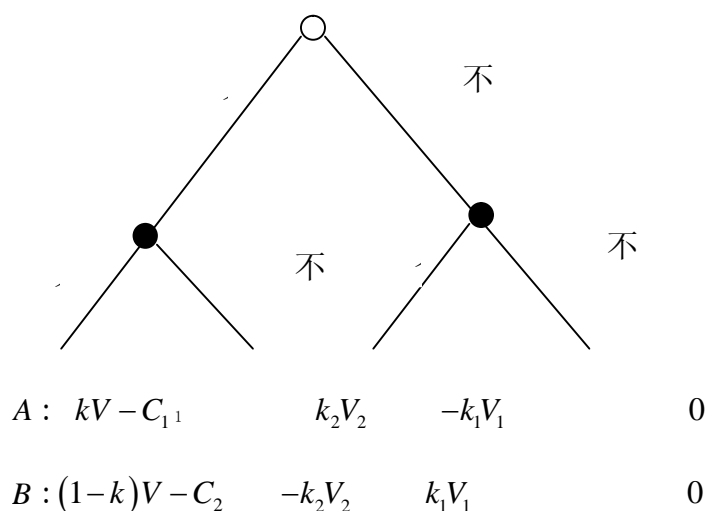


图 6-1 国家 A 先行动的博弈树

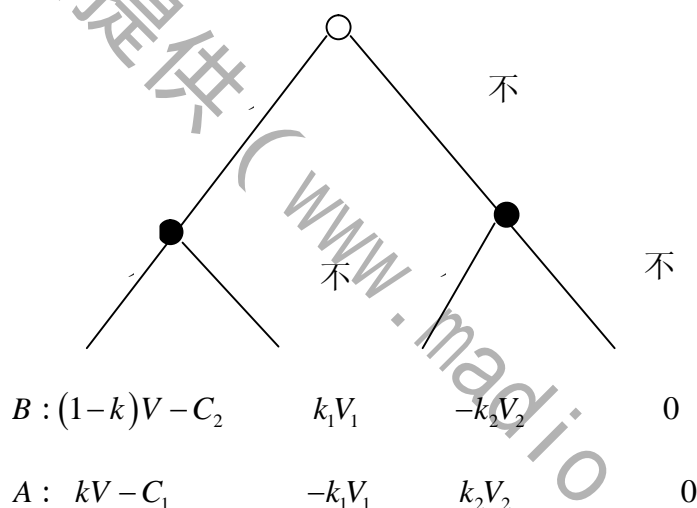


图 6-2 国家 B 先行动的博弈树

用逆向归纳法可解出不管是哪个国家先行动，（合作，合作）是这个博弈的唯一子博弈精练纳什均衡^{[4][5]}。

通过上面的分析可以看出国家合作是优于不合作的。

6.3 n 国家合作的非合作博弈分析

6.3.1 n 国家合作前的非合作博弈分析

本文认为在市场上有 n 家国家生产同质资源，每家国家都可以通过产量、价格等竞争策略来争夺市场份额。

本文假定：（1）每国家同时制定自己的竞争策略；（2）为了便于比较分析，暂不考虑每家国家的固定成本，假定每家国家的资源单位成本相等，则国家的成本为 $C = cq_i$ ；且成本函数为非负递增函数， $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ；（3）假定

资源价格(P)与市场需求量(Q)间存在逆线性函数关系，即 $p = a - bQ$, a 为常数，

b 为常数且 $b > 0$; 每国家都以自身的利润最大化为原则。

第 i 国家的利润函数为: $\Pi_i = P(Q)q_i - cq_i$; $i = 1, 2, 3, \dots, n$, $q_i \geq 0$

$$\max_{q_i} \Pi_i = P(Q)q_i - cq_i; \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad q_i \geq 0$$

其中 q_i 为第 i 国家的产量;

上述为典型的古诺 (cournot) 模型, 其均衡解可求得如下:

第 i 国家的产量: $q_i = \frac{a-c}{b(n+1)};$

n 国家的总产量: $Q_1 = \frac{n(a-c)}{b(n+1)};$

资源价格: $P_1 = \frac{a+nc}{n+1};$

第 i 国家的利润: $\Pi_i = \frac{(a-c)^2}{b(n+1)^2};$

n 国家的总收益为: $\frac{n(a-c)^2}{b(n+1)^2};$

6.3.2 n 国家合作后的非合作博弈分析

假设 n 国家中有 m 家国家进行了合作, 称合作后的 m 国家为国家 S , 现假定参与合作的国家合作后成本不发生变化。此时国家 S 就与剩余的 $n-m$ 国家展开非合作竞争。由 m 家合作而组成的国家 S 较其他未参与合作的 $n-m$ 国家具有较多的市场优势, 因此此时可以假定国家 S 为领头国家。 q' 表示国家 S 的产量,

$q' \geq 0$ 。根据斯坦克尔伯格 (stackelberg) 模型可知其余的 $n-m$ 家尾随国家将根据国家 S 的产量来选择自己的产量 $q_j, q_j \geq 0$ ($j = m+1, m+2, \dots, n$)。

根据斯坦克尔伯格模型可知, 该博弈的顺序为: 第一步国家 S 进行产量选择 q' , 第二步其他 $n-m$ 家国家观察到国家 S 的产量选择后选择产量 q_j , 同时国家 S 进行产量选择时必须预计其他国家的产量选择。

用逆向归纳法来求解子博弈精练纳什均衡如下。

首先在 q' 给定的情况下, 求解出其他 $n-m$ 家国家的利润最大化条件:

$$\text{其中 } \Pi_j = P(Q)q_j - cq_j = q_j \{a - b[q' + (n-m)q_j] - c\}$$

利润最大化条件: $\frac{\partial \Pi_j}{\partial q_j} = a - bq' - 2b(n-m)q_j - c = 0$

由此得出 $q_j = \frac{a-c-bq'}{2b(n-m)}$ (50)

国家的 S 利润函数: $\Pi' = p(Q)q' - cq' = q' \{a - b[q' + (n-m)q_j] - c\}$ (51)

将(50)式代入(51)式得出： $\Pi' = \frac{1}{2}aq' - \frac{1}{2}b(q')^2 - \frac{1}{2}cq'$

$$\text{利润最大化条件: } \frac{\partial \Pi'}{\partial q'} = \frac{1}{2}a - bq' - \frac{1}{2}c = 0 \quad (52)$$

由(52)式得出国家S的产量 $q' = \frac{a-c}{2b}$

但如果国家S只是简单的口头宣布生产 $q' = \frac{a-c}{2b}$, 而实际产量小于 q' , 此时的产量 q' 是不可置信威胁, 其他 $n-m$ 家国家不会根据 q' 来选择自己的产量。因此国家S必须以其他未参与合作的尾随国家的古诺最佳反应函数作为限制:

根据古诺均衡可以得出第j国家的产量: $q_j = \frac{a-c}{2b(n-m+1)}$

进而得出:

$$\text{整个国家的产量: } Q_2 = (n-m) * q_j + q' = \frac{(a-c)(2n-2m+1)}{2b(n-m+1)};$$

$$\text{资源价格: } P_2 = a - bQ_2 = \frac{a+(2n-2m+1)*c}{2(n-m+1)}$$

$$\text{则国家S的利润: } \Pi' = \frac{(a-c)^2}{4b(n-m+1)};$$

$$\text{其他国家的利润分别为: } \Pi_j = \frac{(a-c)^2}{4b(n-m+1)^2}, (j = m+1, m+2, \dots, n) \quad [5][6][7].$$

6.4 两种博弈均衡解的分析

通过对合作前与合作后的两种情况下的求解结果进行比较分析, 得出结论:

(1) 根据价格线性函数式 $p = a - bQ$, q' 和 q_j 可以算出合作后的资源市场价格 $p_2 = \frac{a+c(2n-2m+1)}{2(n-m+1)} > p_1 = \frac{a+nc}{n+1}$, 即 $p_2 > p_1$ 可见国家合作后资源的市场价格提高了。

$$(2) \text{ 因 } \frac{1}{4(n-m+1)} > \frac{m}{(n+1)^2}, \text{ 则有 } \Pi' = \frac{(a-c)^2}{4b(n-m+1)} > m\Pi_i = \frac{m(a-c)^2}{b(n+1)^2}$$

参与合作的 m 家国家的利润比合作前有了提高, 由此可见, 合作能给合作的各方带来利益。

6.5 公共资源的多人博弈分析

社会经济活动的不断发展, 我们越来越无法回避公共资源利用、公共设施提供和公共环境保护等方面的问题。在这些问题上, 包含了众多的博弈关系。经济学中的公共资源是指具有(1)没有哪个个人、国家或组织拥有所有权;(2)大家都可以自由利用, 这样两个特征的自然资源和人类生产的供大众免费使用的设施和财物。最晚是从休谟(David·Hume)1739年开始, 政治经济学家已经认识到如果公民只关注个人福利, 公共物品就会出现短缺, 并且公共资源也会过度使用。

考虑一个有 n 个国家, 所有国家都在公共资源上开采。用 g_i 表示国家 i 开采的数量, 则资源总数量 $G = g_1 + g_2 + \dots + g_n$ 。资源的成本为 c , c 不随一户国家

拥有资源的数目多少而变化。当开采总数量为 G 时，一个国家资源的价值为 $V(G)$ 。由于一资源总数有一个上限 G_{\max} ：当 $G < G_{\max}$ 时， $V(G) > 0$ ；但 $G \geq G_{\max}$ 时， $V(G) = 0$ 。还有，由于最初的一些开采有充足的空间，继续开采不会对已经开采的资源产生太大影响，但当开采的总数已多到恰好饱和的时候(即 $G = G_{\max}$ 时)，再继续开采就会对其他已经开采的资源带来极大损害，资源的价值会急剧下降。用公式表述为： $G < G_{\max}$ ， $v'(G) < 0$ ， $v''(G) < 0$ 如图所示。

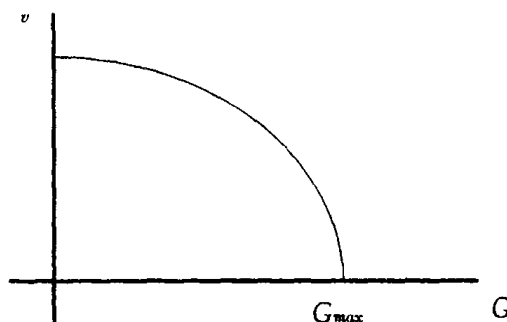


图 6-3 资源的价值随资源开采的总数的增加而下降

国家同时选择计划开采资源的数量。假定资源是连续可分割的，国家 i 的一个战略就是他选择的在公共资源开采的数量 g_i 。假设战略空间为 $[0, \infty)$ ，它包含了可以给国家带来收益的所有可能选择； $[0, G_{\max}]$ 其实也足够了。当其他国家资源数量为 $(g_1, \dots, g_{i-1}, g_{i+1}, \dots, g_n)$ 时，国家 i 开采 g_i 资源获得的收益为

$$g_i v \sum_{i=1}^n g_i - c g_i \quad (53)$$

这样，若 (g_1^*, \dots, g_n^*) 为纳什均衡，则对每个国家 i ，当其他国家选择 $(g_1^*, \dots, g_{i-1}^*, g_{i+1}^*, \dots, g_n^*)$ 时， g_i^* 必须使(53)最大化。这一最优化问题的一阶条件为

$$v(g_i + g_{i-1}^*) + g_i v'(g_i + g_{i-1}^*) - c = 0 \quad (54)$$

这里 g_{-i}^* 代表 $(g_1^* + \dots + g_{i-1}^* + g_{i+1}^* + \dots + g_n^*)$ ，将 g_i^* 代入(54)，并把所有国家的一阶条件加总，然后再除以 n 得

$$v(G^*) + \frac{1}{n} G^* v'(G^*) - c = 0 \quad (55)$$

其中， G^* 表示 $(g_1^* + \dots + g_n^*)$ 。但是，全社会的最优选择，用 G^{**} 表示，应满

$$\max_{0 \leq G \leq \infty} G v(G) - G c$$

它的一阶条件为

$$v(G^{**}) + G^{**} v'(G^{**}) - c = 0 \quad (56)$$

将社会最优的一阶条件与国家最优的一阶条件相比较可知， $G^* > G^{**}$ ，公共资源被过度使用了，因为每个国家只考虑他们自己的利益，并不管其行为对其他

国家带来的后果。这就是公共资源的过度开采带来的不良后果。

总结：

综上所述当中国和其他国家合理开发利用资源时是可以降低“完美风暴”发生的可能性的，但若不合理利用则或许会加剧“完美风暴”发生的可能性。

7 模型的进一步讨论与改进

为了有效地降低“完美风暴”发生的可能性，中国自身或与其它一些国家的协同调整将起到非常重要的作用。我们以人口 P 为例，根据危机预测模型我们知道国家应采取相应措施控制人口增长才是解决问题的根本所在。但各国家从发展的角度看显然都希望自己占有更多的资源来更快更好的发展自己，因此不难理解为什么人口控制措施为什么没有起到显著作用，我们通过讨论各国家不同的发展情况来分析各国家为了地球的可持续发展所需做出的政策调整，使效用函数达到纳什均衡这一最优值。

假设中国、国家一、国家二针对人口所需采取的有效措施为在2030年比预测值减少 $g_i (i=1,2,3)$ ，则人口总减少量为 $G = \sum_{i=1}^3 g_i$ 。假定中国、国家一、国家二的

效用函数分别为 $u_i(x_i, G) (i=1,2,3)$ ，其中 $x_i (i=1,2,3)$ 为除去人口出外的其它因素。假

定 $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} > 0$ 、 $\frac{\partial u_i}{\partial G} > 0$ ，且人口和其它因素之间的边际替代率是递减的。 $M_i (i=1,2,3)$ 分

别为中国、国家一、国家二的总预算人口减少量，则预算约束为：

$M_i = x_i + g_i, i=1,2,3$ 。那么，各国家面临的问题是在给定其他国家选择的情况下，

如何选择自己最优的策略因素 (x_i, g_i) 以最大化下列目标函数：

$$L_i = u_i(x_i, G) + \lambda(M_i - x_i - g_i), i=1,2,3$$

这里 λ 是拉格朗日乘子，则最优化的一阶条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial G} - \lambda = 0 \end{cases} (i=1,2,3)$$

因此：

$$\frac{\frac{\partial u_i}{\partial G}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = 1, (i=1,2,3)$$

即各国家在选择公共因素水平时,所遵循的原则是每种公共因素的边际效用必须相同,或者说人口因素与其它公共因素之间的边际替代率应该等于1。由上面的3个均衡条件就决定了各级政府自愿供给的纳什均衡,不妨记为:

$$g^* = (g_1^*, g_2^*, g_3^*), G^* = \sum_{i=1}^3 g_i^*$$

下面再来考虑各国家人口控制的帕累托最优解。此时不能从各国家自身利益出发,而必须从全社会的整体利益出发加以分析,也就是说,帕累托最优解是使得社会福利函数取最大值的解。为此,假定社会福利函数采取如下形式:

$$W = \gamma_1 u_1 + \gamma_2 u_2 + \gamma_3 u_3, \gamma_i > 0, i = 1, 2, 3$$

给定各国家的效用权数 $\gamma_i > 0$, 那么,任何一种不是帕累托最优的分配,都不可能处于 W 的最大值点上。因此,能使 W 最大化而选择的 (x_i, g_i) , 就会给我们提供一种帕累托最优解。此时,总的预算约束条件为:

$$\sum_{i=1}^3 M_i = \sum_{i=1}^3 x_i = \sum_{i=1}^3 g_i$$

由此可得帕累托最优的一阶条件是:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^3 \gamma_i \frac{\partial u_i}{\partial G} - \lambda = 0 \\ \gamma_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \lambda = 0 \end{cases}, i = 1, 2, 3$$

在这里, λ 是拉格朗日乘子,使用上面 3 组方程消除 γ_i , 则可得到下列帕累托均衡条件:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\frac{\partial u_i}{\partial G}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = 1$$

这个条件相当于存在公共品情况下帕累托最优的萨缪尔森条件。虽然各国家从自身利益出发的最优选择导致各自的边际替代率等于 1, 但帕累托最优则要求各国家的边际替代率之和等于 1。帕累托最优的均衡条件可以改写为:

$$\frac{\frac{\partial u_i}{\partial G}}{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = 1 - \sum_{j \neq i} \frac{\frac{\partial u_j}{\partial G}}{\frac{\partial u_j}{\partial x_j}}$$

由于我们已经假定 $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} > 0$, $\frac{\partial u_i}{\partial G} > 0$, 且人口控制和其它公共因素之间的边

际替代率是递减的,上面这个式子就意味着帕累托最优的人口控制供给大于纳什均衡的人口控制供给。这正好解释了在现今财政体制条件下,由于各国家只从自身利益最大化出发,而不考虑全社会的整体利益,导致资源等供不应求现象的产生。

如果各国家的效用函数具有柯布一道格拉斯形式:

$$u_i = x_i^\alpha G^\beta, i = 1, 2, 3$$

在这里, $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1, \alpha + \beta \leq 1$ 。在这个假设条件下, 中国、国家一、国家二最优的纳什均衡条件为

$$\frac{\beta x_i^\alpha G^{\beta-1}}{\alpha x_i^{\alpha-1} G^\beta} = 1, i = 1, 2, 3; \text{ 即: } \beta x_i = \alpha G, i = 1, 2, 3$$

将上式代入预算约束条件: $x_i + g_i = M_i$, 则可以得到: $\frac{\alpha G}{\beta} + g_i = M_i$, 即:

$$\frac{\alpha}{\beta} \sum_{i=1}^3 g_i + g_i = M_i;$$

从而可得反应函数:

$$g_i^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta} M_i - \frac{\beta}{\alpha + \beta} \sum_{j \neq i} g_j^*, i = 1, 2, 3$$

从这个反应函数可以看出, 如果某国家相信其它国家采取的控制人口政策越有效, 那么他自己所提供的政策就必然会越少。根据上面的博弈分析, 我们可以得出这样一来一个结论:

中国和各国对于人口控制与其它公共因素等不做强制性大规模控制, 都符合他们的最大的利益。但考虑到社会的总体利益, 相信各个国家终将走到统一战线上, 各国家之间的合作博弈将对于有效减少“完美风暴”的发生可能性会起到积极作用, 而纳什均衡的平衡点便是各国家需要调整政策的方向。

8 未来人口、资源、环境与可持续发展的情景分析

核心内容: 英国科学家约翰·贝丁顿警告称, 气候变化和人口增长将导致食品、淡水和能源等资源短缺, 如果未来数年内没有充分准备的话, 到 2030 年, 世界将会较大可能面临“完美风暴”, 出现大的动荡。本文针对未来人口、资源、环境变化进行预测, 建立评价系统评估中国在“完美风暴”中的地位和作用, 联系各国采取的相关政策进行可持续发展的讨论与分析。

8.1 可持续发展的影响因素分析

在经济全球化趋势使世界关系更加密切、竞争更加激烈的同时, 可持续发展问题也更加突出地摆在了各国面前。人口压力、资源短缺和环境恶化困扰着世界各国未来的发展。目前人类是生存在地球上的, 与我们人类及与人类生活、生产和其它活动关系最密切的自然界, 即和人类最直接有关系的那部分地球环境, 钱

学森教授称为地球表层系统。可持续发展要研究的物质系统就是地球表层系统。可持续发展研究的理论基础是地球表层系统理论和地理科学,研究的对象是地球表层系统与人类社会系统结合在一起的一个复杂系统,因此我们不能就人口论人口,就环境论环境,就资源论资源,而应从系统学的观点出发,把人口、经济、资源、环境系统作为一个整体,采用“定性定量综合集成”的方法进行研究,建立“人口、经济、资源、环境系统模型[17]”。通过不同人口方案与经济发

8.2 我国可持续发展的关键问题是人口问题

过去 10 多年,世界上许多国家实行计划生育使人口增长明显下降。但是从可持续发展的观点来看,由于总人口基数大,人口增长速度的下降,并没有消除人口对粮食、淡水、能源等资源的需求压力,从而才导致动乱等现象的出现,这无疑

8.2.1 未来 20 年人口发展的情景分析

虽然“计划生育”策略的实施很明显地减缓了人口增长的趋势,但人口基数过于庞大,且人们普遍人均寿命将增长,对于总数都将有很大的影响;通过我们搜集全世界近 15 年来的人口数据(如下图 6 所示),我们对 20 年后的人口总数进行预测,得到 2030 年人口总数将达到 83.893 亿,相比较 2006 年增长率达 28.71%,人口形势依旧十分严峻。

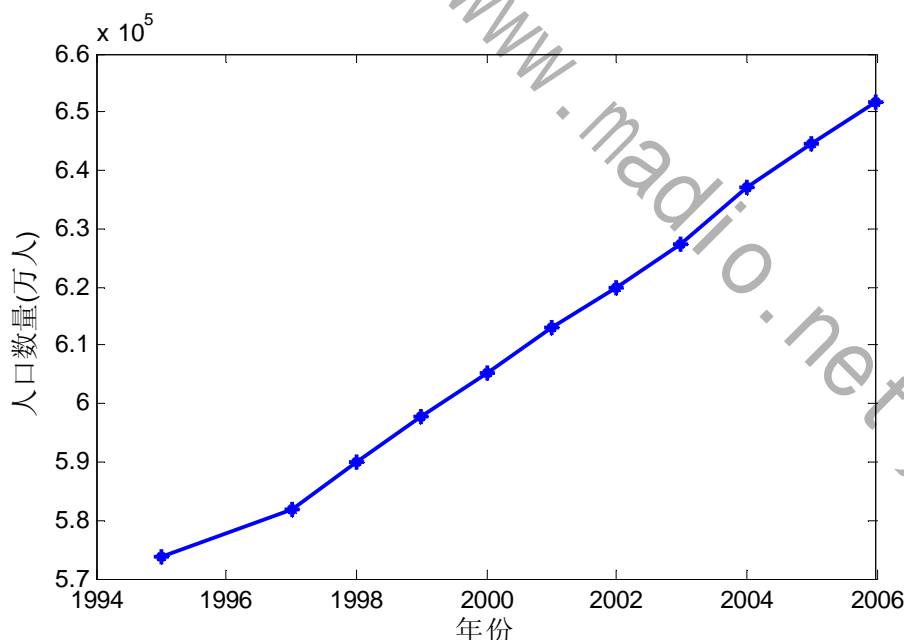


图 4 世界人口总量(万人)

8.2.2 人口发展与粮食、淡水、能源等供求关系

粮食、淡水、能源等资源是关系到国计民生的大问题。未来世界人口的发展将影响未来粮食等自然资源的供求关系。测算结果表明,进入 21 世纪后,我国粮

食、淡水、能源等资源问题的总趋势是总需求大于总供给。我们分别对于各项资源数据进行预测，可以看出到 2030 年随着世界人口的增长对于粮食的需求量增加 54.2%，淡水需求量增加 35.1%，能源需求增加 44.7%，与约翰·贝丁顿的观点很接近，证明了约翰·贝丁顿观点的正确性，即气候的变化和人口增长将导致食品、水源和能源短缺等问题的出现，甚至有可能导致“完美风暴”的出现。

8.3 人口、资源、环境的现实决定了未来国家发展的趋势

8.3.1 未来国家发展趋势的情景分析

随着人口总数的继续快速增加，人类对食物的需求远远超过了食物的产量，一场世界性的食品危机可能会到来。与此同时，人类还将应对水资源、能源短缺和气候变化。人口、资源、环境等因素相互影响的关系对于可持续发展具有很重要的意义。不仅如此，气候变化的影响也在逐步推进。如在中国，气候变化无论是对水、食品、海岸线、健康等都有重要影响。比如海洋酸化。海洋是二氧化碳重要的水库，化石能源的燃烧、土地使用的变化中产生的二氧化碳约有 30% 最终被海洋吸收，海洋面临变暖、酸化、降低多样性、过度开发等形势，而这些对海洋食物链、生态系统和生物地球化学循环的影响也将非常严峻。

8.3.2 “完美风暴”发生可能性的分析

“完美风暴”是一场基于人口无法得到资源满足时发生动乱情况下的自然灾害，根据我们针对人口、粮食、淡水、能源等因素指标的预测，我们验证了科学家约翰·贝丁顿的观点的正确性，如果世界各国在未来数年内没有针对资源短缺问题采取相应的解决措施，随着人口的暴增和气候环境的进一步恶化，很有可能会发生大规模的战争或动乱，人类必将面临一场前所未有的“完美风暴”。

8.3.3 可持续发展的有效措施

全球人口持续地增加导致人类对食物、淡水、能源以及其他一些资源和服务的需求不断增强。准确的气候信息可以使农业生产和水资源利用更为高效，使自然资源的利用更具有可持续性，推动可更新能源的发展。如果能够对某个地区季节尺度的气候进行准确预报，那将对农民、水资源管理者、卫生工作者以及很多产业具有极大的意义。

除了准确、及时预报天气外，还可以在世界范围内定期召开“可持续发展论坛”，相互交流发展经验，推行“节约资源”策略，针对粮食、淡水、能源等不同资源探讨不同的节能方案。

当然，控制人口的增加趋势才是解决问题最为重要的措施，我们可以继续提倡“计划生育、优生优育”等政策。此外，国家之间的相互合作，采取有效措施也是非常必要的（相信分析见 8.4）。

8.4 各国采取措施的博弈分析

以控制人口措施为例，从博弈的角度来看，根据反应函数，如果某国家相信其它国家采取的控制人口政策越有效，那么他自己所提供的政策就必然会越少。根据上面的博弈分析，我们可以得出这样一个结论：中国和各国对于人口控制与其它公共因素等不做强制性大规模控制，都符合他们的最大的利益。但考虑到社会的总体利益，相信各个国家终将走到统一战线上，各国家之间的合作博弈将对于有效减少“完美风暴”的发生可能性会起到积极作用，而纳什均衡的平衡点便是各国家需要调整政策的方向。

综上所述，当中国和其他国家合理开发利用资源时是可以降低“完美风暴”发生的可能性的，而且还存在一个最优策略即纳什均衡点，但若不合理利用，各

国家没有意识到合作的重要性，则有可能加剧竞争，从而导致“完美风暴”发生的可能性的增大。

8.5 总结

总之，人口规模大、日趋老龄化、劳动力剩余引起失业压力增大、经济结构不合理造成供求关系失调、经济增长方式粗放型效益低，以及生态环境恶化等一系列问题，困扰和制约着可持续发展。因此，21 世纪全球还必须坚持计划生育，严格控制人口增长的基本国策，同时，要关注人口素质问题、低生育水平下出现的老年人口及性别比例失调等问题；在经济建设上，要通过投资结构的合理调整，加大科技进步的作用，促进经济结构的转变和升级，为经济长期发展带来新的动力；在经济发展的同时，要对生态环境实施保护政策，对环境污染进行治理，不走先发展、先污染后治理的道路；另外还必须大力提高资源利用效率，在这种情况下，相信世界各国都将找到自己的可持续发展之路，最后，在保证控制人口数量增长趋势的同时中国与其它各国需要加强交流与合作，只有这样才能真正有效地较少类似“完美风暴”等灾难的发生，促使社会可持续发展。

9 模型的评价

9.1 模型的优点

1. 利用小波神经网络对信息系统进行综合评判，在很大程度上消除了人为因素的影响，能把影响信息系统的各种因素进行综合考虑，并能够充分利用历史有关信息系统特征参数的统计数据信息，通过高度的非线性映射，寻求信息系统的综合评价与其影响特征因素之间的隐含的内在机理，增强了所得数据的客观性，从而给出具体的综合评价结果，可为进一步的信息系统的开发与管理提供重要的科学依据。本文所采用的评判方法符合人脑的逻辑思维规律，保证了信息系统测评的合理性、科学性，操作起来比较容易。
2. 分别使用了灰色预测，BP神经网络预测和离散正交组合预测对五类系统进行了预测，得到了高精度的预测结果。
3. 利用多国混合博弈论对中国和各个国家的合作提出了良好的建议，具有一定的创新性。
4. 利用分层聚类分析对小波神经网络的综合评价进行了检验，使得结果更具有说服力。
5. 利用大系统多目标集成模型对“完美风暴”具有较强的总括能力，并且应用了一定的方法简化了模型，是模型变得更具有可读性
6. 从考虑地球总体到考虑具体的各个国家，从整体到局部，使得问题研究的线路清晰。

9.2 模型的缺点

本文考虑的是世界总系统和一些代表国家总系统的情况，由于数据不好找的缘故没有具体考虑到所有国家总系统的情况

10 参考文献

- [1] 邓玉勇，杜铭华，雷仲敏.基于能源—经济—环境（3E）系统的模型方法研究

- 综述[J].甘肃社会科学·经济管理.2006. (3):209-212.
- [2] 刘小林.区域人口、资源、环境与经济系统协调发展的定量评价[J].工作视点.2007. (1): 64-65.
- [3] 姜涛,袁建华,何林,许屹. 人口—资源—环境—经济系统分析模型体系[J].系统工程理论与实践.2002. (12): 67-72.
- [4] E. Marandola and D. J. Hogan. Vulnerabilities and risks in population and environment studies[J]. Popul Environ. 2006 (28):83-112.
- [5] 张阿玲,郑淮,何建坤. 适合中国国情的经济、能源、环境(3E)模型[J]. 清华大(自然科学版).2002 (42):1616-1620.
- [6] 马丹,林权,侍相宇.人口、资源、环境的“完美风暴”.第二届“数学中国杯”数学建模网络挑战赛.2009.4
- [7] 关晓涵,顾培亮.系统理论在可持续发展中的应用研究[J].科学管理研究.1999,17(3):41- 45.
- [8] 汪应洛,蒋正华.人口与经济协调发展规划模型[A].中国经济的发展与模型[C].北京:中国财政经济出版社.1990: 140- 146.
- [9] 王平心,杨冬花.基于熵值法的我国上市公司财务预警系统研究,商业研究, 2005 (15): 86-88.
- [10] D. Ma, Q. Bai. Combinatorial Forecast Model of Urban Water Consumption [J].1st International Conference on Modeling and Simulation.Vol.1: Modeling and Simulation in Science and Technology. Aug 2008, pp. 352-256.
- [11] J. Shu, E.O. Lindell. Short-term water demand forecast modeling techniques methods versus AI [J]. Journal AWWA.2002, 97.(7):64-72.
- [12] 邓聚龙.灰理论基础[M].华中科技大学出版社.2002年.
- [13] 王爽,张鹰,吕瑞霞. BP 神经网络的算法改进及应用[J].电脑知识与技术. 2009. 5. (4).933-935.
- [14] 冯玉广,王华东. PREE系统协调发展的定量描述[J].中国人口·资源与环境.1996 (2): 42-45。
- [15] 刘卫国.一种信息系统的评价模型及其实现[J].计算机应用,2003,23(1):33-35
- [16] 陈义安.基于小波网络的高新技术产业内在价值的评估模型[J].系统仿真学报,2003,15(8):1 200-1 204
- [17] 张新红.基于小波网络的干旱程度评估方法[J].运筹与管理,2001,10(4):91-95
- [18] 焦李成.神经网络的应用与实现[M].西安:西安电子科技大学出版社,1996
- [19] 张地生, 陈宏民. 横向兼并动机分析[J]. 管理工程学报, 2001, 4: 1~3.
- [20] 黄亚钧. 微观经济学[M]. 2005.6. 北京: 高等教育出版社, 2005, 154~160.
- [21] 苏方林,徐建华. 中国东西部合作的博弈分析[J].中国东西部合作研究, 2004, 1: 47~48.
- [22] 张维迎. 博弈论与信息经济学[M]. 1996. 上海: 上海人民出版社, 1996, 24~28, 182~186
- [23] 周敏 丁昆. 市场经济条件下组建煤炭企业集团的动因分析[J]. 中国矿业, 2000, 9 (6): 73~75
- [24] 王愚 达庆利. 一种多目标的斯坦克尔伯格模型[J]. 管理工程学报, 2003, 1: 17~18

附 录

附录 1

世界总人口数

时间（年）	1995	1997	1998	1999	2000	2001
人口（万人）	573692	581871	589857	597897	605412	613010
时间（年）	2002	2003	2004	2005	2006	
人口（万人）	619973	627252	636969	644598	651776	

世界粮食总量

时间（年）	1990	1995	1999	2000	2002	2004	2005	2006
粮食（万吨）	195344	190331	206418	207152	207683	225202	223940	222112

世界人均淡水总量

时间（年）	1996	1997	1998	1999	2000	2003	2004	2005
人均淡水总量（立方米）	9210	9056.5	8903	8799.5	8696	6895	6872	6794

世界能源总量

时间（年）	1994	1995	1996	1997	2000
能源(标准煤万吨)	1191233	1230561	1261264	1275473	1313977
时间（年）	2001	2002	2003	2004	
能源(标准煤万吨)	1262910	1271253	1324338	1384878	

世界平均温度

时间（年）	2002	2003	2004	2005	2006
平均温度（℃）	14.1625	14.175	14.2625	14.325	14.40

附录 2

%灰色预测代码的主要部分

clear all;

clc;

x=[573692 581871 589857 597897 605412 613010 619973 627252 636969
644598 651776]; %初始数据序列

[m,n]=size(x);

x1=[]; %累加序列

x1(1)=x(1);

for i=1:1:n-1

```

x1(i+1)=x1(i)+x(i+1); %累加值

end; %以上，作一阶累加 1-AGO 得 x1

z=[];
z(1)=x(1);
for i=1:1:n-1

    z(i+1)=1/2*(x1(i)+x1(i+1));

end;

B=[-z(2:n)',ones(n-1,1)]; Y=x(2:n); Y=Y'; %以上，构造矩阵 B 和 Y

b=B'*B;

d=B';d1=d*B;d2=d*Y;
c=d1\d2;
a=c(1);
u=c(2); %以上，利用最小二乘法解参数 a 和 u

x0=[];x0(1)=x(1);

for i=1:1:n-1

    x0(i+1)=(1-exp(a))*(x(1)-u/a)*exp(-a*i);

end; %累减还原得到灰色预测模型 x0
s01=abs(sum(x-x(1))-1/2*(x(n)-x(1))); %灰色关联度
s02=abs(sum(x0-x0(1))-1/2*(x0(n)-x0(1)));
s03=abs(s01-s02);
s04=(s01+s02+1)/(1+s01+s02+s03);

xq=x0(1:n);
d1=x-xq; %残差序列
d11=abs((x-xq)./x); %分析误差；相对误差(%)：(实际值-预测值)
/实际值*100
d12=sum(d11)/n; %平均相对误差
d13=d11(n); %模拟误差
x3=sum(x)/n; %均方差比值
for i=1:1:n
    t(i)=(x0(i)-x3).^2;

```

```

end;
s0=sum(t)/n;
d14=sum(d1)/n;
for i=1:1:n
    p(i)=(d1(i)-d14).^2;
end;
s2=sum(p)/n;
d=sqrt(s2/s0);

s1=sqrt(s0);                %小误差概率
s1=0.6745*s1;
s11=abs(d1-d14);

%bpann.m
%BP 人工神经网络算法程序主要部分
clc
%原始数据
b=[x1,x2,x3]; %输入数据矩阵
c=[y];        %输出数据矩阵

%bp 神经模拟
[pn,minp,maxp,tn,mint,maxt]=premnmx(b,c); % 对于输入矩阵 b 和输出矩阵
c 进行归一化处理
dx=[-1,1;-1,1;-1,1]; %归一化处理后最小值为-1，最大值为 1

net=newff(dx,[3,7,2],{'tansig','tansig','purelin'},'traingd'); %建立模型，并采用
基本梯度下降法训练.
net.trainParam.show=100;                %100 轮回显示一次结果
net.trainParam.Lr=0.05;                 %学习速度为 0.05
net.trainParam.epochs=100000;           %最大训练轮回为 100000 次
net.trainParam.goal=1e-4;               %均方误差为 0.0001
net=train(net,pn,tn); %开始训练，其中 pn,tn 分别为输入输出样本
                                % 训练时应该用归一化之后的数据

an=sim(net,pn); %用训练好的模型进行仿真
a=postmnmx(an,mint,maxt); % 训练结束后还应对网络的输出 an=sim(net,pn)
作如下处理

%绘图，对比模拟结果
x=1980:2004;
newk=a(1,:);
newh=a(2,:);
subplot(2,1,1);plot(x,newk,'b--+',x,glkyl,'r-o')

```

```
subplot(2,1,2);plot(x,newh,'b--+',x,glhyl,'r-o')
```

% 当用训练好的网络对新数据 pnew 进行预测时，也应作相应的处理：

```
% pnewn=tramnmx(pnew, minp, maxp);
```

```
% anewn=sim(net, pnewn);
```

```
% anew=postmnmx(anew, mint, maxt);
```

```
pnew=[x1;x2;x3];
```

```
pnewn=tramnmx(pnew,minp,maxp);
```

```
anewn=sim(net,pnewn);
```

```
anew=postmnmx(anewn,mint,maxt);
```

数学中国提供 (www.madio.net)