

# 2008 年 第一届“数学中国杯” 数学建模网络挑战赛

## 承 诺 书

我们仔细阅读了首届“数学中国杯”数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站([www.madio.net](http://www.madio.net))公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛报名号为：2227

参赛队员（签名）：

队员 1：敖晨

队员 2：陈洁

队员 3：黄一

参赛队教练员（签名）：冯国臣

参赛队伍组别：大学组

# 2008 年 第一届“数学中国杯” 数学建模网络挑战赛 编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛号码：（请各个参赛队提前填写好）：

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

# 2008 年 第一届“数学中国杯” 数学建模网络挑战赛

题 目 汽车销售服务问题

关 键 词 控制数据拟合 排队论 等待损失  $M/M/n$  模型 灵敏度

## 摘 要：

本文针对 4s 店的汽车销售预测问题以及维修师傅的安排做了两个模型，并分别对它们进行了比较深入全面的研究。根据题中所提供的数据，我们对其进行了合理化分析；对异常的数据进行了合理的修正；对个别缺失数据通过回归分析的方法进行了必要的补充；对数量级有差别的数据进行了相应地校正；并通过查询相关资料引入部分模型计算中所需要的数据，以及应用了统计学中的调查方法对维修的一系列数据进行了统计。

为准确地进行销售车辆数的预测，建立了如下相关的数学模型，给出了这些模型的计算步骤，并利用这些模型进行了相关的数据处理，得到了近期，远期的销售数量变化以及车款式的结构变化的趋势。

模型一、销售预测控制数据拟合模型。首先建立了时间序列的模型，并利用 2005~2007 各年的销售数量的总数，对该 4s 企业的将来一年的销售数量总数进行了短中期预测。

由于时间周期越长，预测的区间越大，利用根据各年的月平均数时间序列及其趋势用线性拟合各年月平均数据后用 matlab 画图并求年趋势直线模型。模型进行会出现较大的误差。为了克服其不足，我们在该模型的基础上作了相应的改进，引入了最小二乘法递补动态预测，较为准确地对周期较长的销售状态变化进行了预测。

模型二、多服务混合制模型。

1、首先，我们分析调查到的数据，发现顾客流符合泊松分布，服务时间符合指数分布，由此我们的模型就变成了排队论中典型的  $M/M/n$  模型，根据  $M/M/n$  模型中的各效率指标的公式，我们可得到学一食堂拥挤情况的各方面数据。

2、根据模型求解得到的数据，我们对模型进行了更精确的量化分析。我们发现，解决本模型的关键就在于分析顾客平均排队时间，我们对其与维修师傅数之间的关系进行了拟合，并就两者之间关系进行了灵敏度分析。

3、针对维修师傅数与顾客平均排队时间之间的关系，我们从经济学的角度进行了分析，即比较增加维修师傅数后成本的增加量与减少排队等待时间所带来的收益之间的大小关系，最后得出 4s 店设置 6 组师傅最为合理。进一步，我们结合经济学中的寡头竞争原理，分析了现在 6 组师傅设置的原因。

其实这也是建立了一个多目标优化模型，寻找适当的参数 以及相关的加权系数使目标函数达到最优。经过计算给出了合理的数据，找到了适度的师傅数一个最优点或最佳点。

本文模型的优点是在进行预测时均分别考虑短期与中长期的区别，在预测的同时增加了优化控制。本文最后对模型进行了整体分析，对模型的稳定性进行了定量的检验，并提出了一些改进方案

参赛队号：2227 所选题目：G 题

目录

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

1. 问题的重述.....	5
2. 模型的假设.....	5
3. 符号的说明.....	5
4. 问题的分析.....	6
5. 模型的建立.....	7
5.1 销售预测控制数据拟合模型.....	7
5.2 结合模型拟定销售策划书.....	14
5.2.1 汽车销售的市场状况.....	14
5.2.2 汽车销售 SWOT 分析.....	15
5.2.3 完成销售目标采取的措施.....	15
5.3 多服务台混合制的模型.....	17
5.3.1 多服务混和制模型的建立.....	17
5.3.2 模型的求解.....	18
6. 模型的优化.....	20
6.1 模型的优点.....	20
6.2 模型的不足之处.....	21
6.3 模型间的比较分析.....	21
6.4 模型的稳定性检验.....	21
6.5 模型的改进.....	21
7. 辅助数据与参考文献.....	22

## 1. 问题的重述

随着经济的快速发展，汽车行业的竞争也越来越激烈。汽车企业的生产量、销售额以及客服成本问题都是企业增强核心竞争力的关键因素。

根据 4S 店前三年每月每款汽车的销售数量（汽车销售数据），运用数学建模的方法，对第四年各款汽车销售量进行预测，并进行相应的误差修正，对 4S 店做好各款汽车的市场销售分析是一个非常重要的问题。

通过对预测数据进行分析，采取何种有效的方法来完成企业的销售目标，增加 4S 店的销售金额需做进一步的分析与总结。

利用数学模型设计一个接待、派工程序，使 4S 店达到即为客户提供了满意高效的服务，同时又使得客服成本降至最低的双重目标。

根据所提供的汽车销售数据，解决如下问题：

1. 建立汽车销售量预测的数学模型；
2. 对 4S 店第四年的每月各款汽车的销售量进行预测以及误差的修正，并指出完成销售目标采取的有效方法；
3. 建立数学模型对 4S 店维修成本与顾客等待时间之间的关系进行研究，使得达到最低；
4. 所建立模型中的优点与不足之处。

## 2. 模型的假设

- 1) 假设对于每辆车每月的销售量的统计数据都是准确可靠的；
- 2) 假设该店每款汽车的销售量数据的变化只与该店自身的销售服务有关，不考虑其他随机因素（市场竞争、汽车的需求量等）的影响。
- 3) 由于三个月后来进行汽车保养客户多，而接待人员只有 8 名，故我们可认为在某一时刻客户来的人数是无限的，来的时间是随机并且相互独立的。
- 4) 假设每组维修师傅对于客户来说都是一样的，没有好坏的区别。
- 5) 商店对客户实行先来先服务原则，且客户可自由在队列间进行转移，并总向较短的队进行转移，假设没有客户会因为队列过长而离去，故可认为客户的排队等待方式是单一队列等待制。
- 6) 商店维修组的师傅的工作效率是一定的（事故车的维修工时是一定的），且维修组师傅之间无差异。

## 3. 符号的说明

$a(i)$ : A 型车各月的平均数( $i=1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12$ )

$b(i)$ : B 型车各月的平均数( $i=1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12$ )

$c1(i)$ : C1 型车各月的平均数( $i=1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12$ )

$cc(i)$ : C2 型车各月的平均数( $i=1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12$ )

$d(i)$ : D 型车各月的平均数( $i=1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12$ )

$a_t、c_t、cc_t、d_t$ :各款汽车第  $t$  月的趋势值 ( $t=1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12$ )

$r_i$ : 各年同月平均数( $i=1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12$ )

$t_i$ : 各月的趋势值( $i=1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12$ )

$\lambda$ : 顾客到达强度（每小时）  
 $t_1$ : 接待员接待顾客时间  
 $t_2$ : 师傅完成保养，一般维修，保修及事故车维修的时间  
 $z$ : 接待员每人平均每天产值  
 $x_1$ : 接待员工资成本  $\theta$   
 $x_2$ : 每组师傅工资成本  
 $p$ : 师傅的组数  
 $n$ : 服务员的人数  
 $\mu$ : 接待员接待能力  
 $\rho$ : 接待时服务强度  
 $p_0$ : 接待时的空闲概率  
 $L$ : 接待过程中排队顾客的平均数  
 $w$ : 顾客在接待过程中平均排队时间  
 $W_0$ : 顾客在接待过程中平均逗留时间  
 $L_0$ : 接待过程中顾客的平均数  
 $\mu'$ : 师傅的维修能力  
 $\rho'$ : 维修时服务强度  
 $p'_0$ : 维修时的空闲概率  
 $L'$ : 维修过程中排队顾客的平均数  
 $W'$ : 顾客在维修过程中平均排队时间  
 $W'_0$ : 顾客在维修过程中平均逗留时间  
 $\theta$ : 修正系数  
 $f_i$ : 季节指数  
 $F_i$ : 修正后的季节指数

#### 4. 问题的分析

汽车销售量的预测是对于一家汽车经销商来说是有着非常重要的意义。它的任务是根据汽车经销商在前几年各款汽车的销售量，运用现代数学建模的方法，及时预测出未来一年的各款汽车的销售量的变化趋势，为经销商提供有效的依据，及时调整销售方案，做出正确的决策与措施，从而提高汽车商店的销售额以及核心竞争力。

汽车销售量预测的结果是否准确，主要取决于下列因素：首先在于是否透彻分析了每年度各款汽车销量的变化趋势，其次预测方法是否正确包括数学模型的建立是否合理，预测的数据可靠程度以及假设条件。

经销商的客户服务质量以及客户成本这两个因素，对于汽车经销商核心市场竞争力的提高有很大的影响。增加维修师傅的组数，减少客户排队等待时间，是客户十分关心的问题。然而就汽车经销商的角度来说，虽说增加维修师傅的组数可以减少客户排队等待时间，提高客户对该食堂的满意度，从而提高客户的忠诚度，赢得更多的客户，但是同时也会增加汽车经销商的运营成本，因此如何在这两者之间进行权衡，找到最佳的维修师傅的组数，对客户和汽车经销商双方来说都是很重要的。因此，问题的关键就在于要找一个合理的最优的工人数使得双方达到最好的平衡。

## 5. 模型的建立

### 5.1 销售预测控制数据拟合模型

#### (一) 求各年同月平均数

将历年同月数值加总，然后求月平均数，如：A 型车 1 月的平均数为

$$a1=(24+9+4)/3=12.3$$

但 A 型车在 04 年 9~12 月已生产，故这四个月的月平均数是总值除以 4 同理，D 型车在 04 年 10~12 月也已生产，故这三个月的月平均数是总值除以 4

由此可得：

A 型车各月的平均数分别为：

a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12
12.3	6.3	11.3	9.6	4	13	3.6	6	8.6	8	13.3	6.6

C1 型车各月的平均数分别为：

c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	c10	c11	c12
34	20.5	19	21.3	20.6	7.6	14.3	13.3	24	22.3	35.3	52

C2 型车各月的平均数分别为：

cc1	cc2	cc3	cc4	cc5	cc6	cc7	cc8	cc9	cc10	cc11	cc12
27	11.3	12.6	11	25.3	20.3	17.3	10.3	25.3	18.6	30	44.3

D 型车各月的平均数分别为：

d1	d2	d3	d4	d5	d6	d7	d8	d9	d10	d11	d12
36	23.6	33	27.3	25	25	19.6	29.3	23.6	15.5	18.5	28.5

#### (二) 求每种车型各年的月平均销售量

将每年 12 个月数值加总，除以 12，求得每年的月平均数。由于 C1,C2 车型 2005 年 4 月才开始生产，故这两款车 2005 年的汇总值除以 9

A 型车 2005 年月平均数 13.83，2006 年月平均数 4.25，2007 年月平均数 2.5

C1 型车 2005 年月平均数 14.56，2006 年月平均数 26.25，2007 年月平均数 27.83

C2 型车 2005 年月平均数 26.11，2006 年月平均数 19.58，2007 年月平均数 24.25

D 型车 2005 年月平均数 33.42，2006 年月平均数 17.83，2007 年月平均数 25.83

#### (三) 建立趋势预测模型求预测值

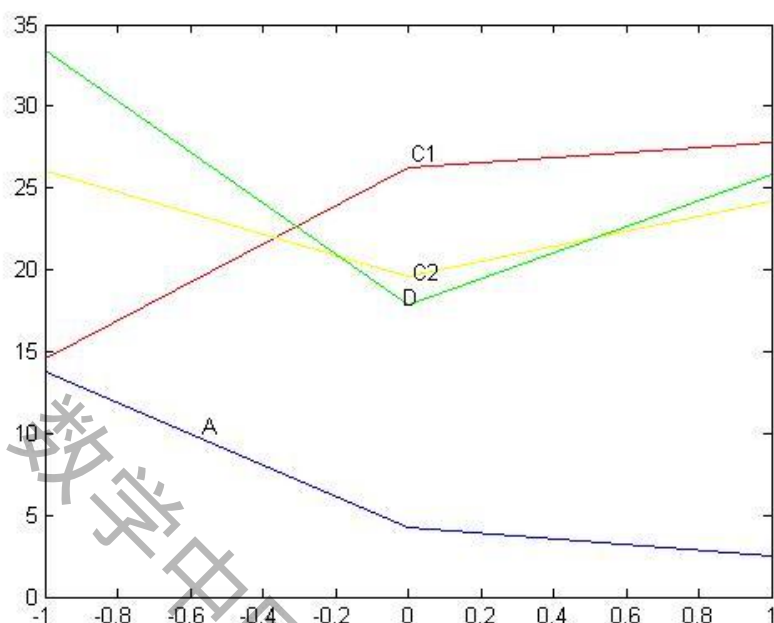
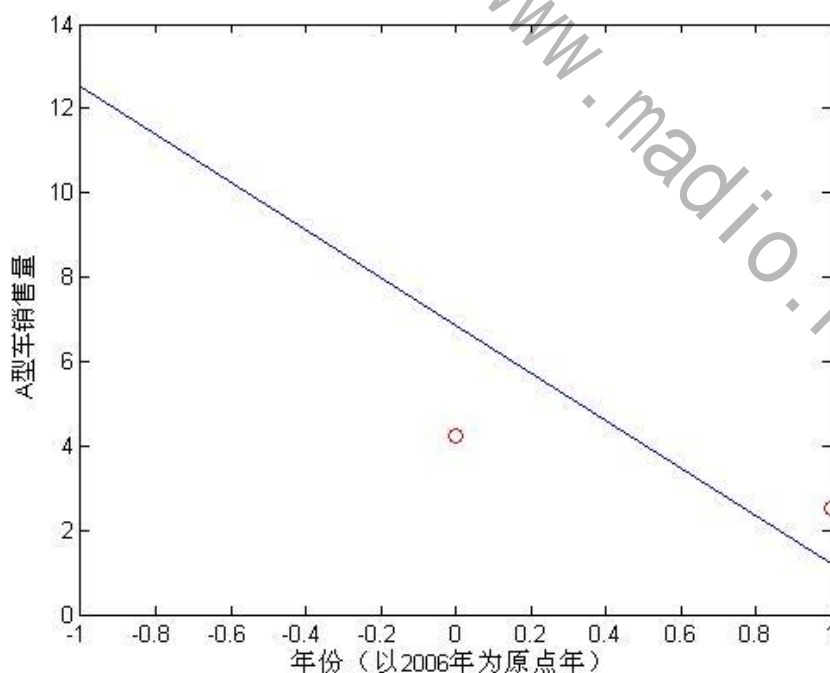


图 1.各车型月平均数趋势（以 2006 年为原点年）

根据各年的月平均数时间序列及其趋势用线性拟合各年月平均数据。用 matlab 画图并求年趋势直线模型。

A 型车：



并由 matlab 算得 A 型车年趋势直线模型：

$$a_t = 6.86 - 5.66t \quad (t \text{ 以年为单位})$$



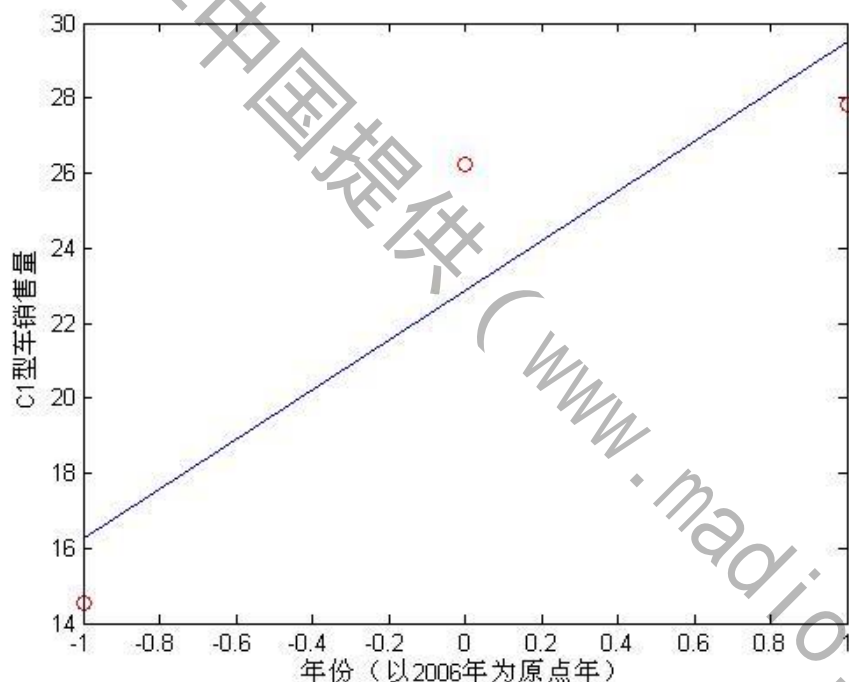
接着算原点年 2006 年个月的趋势值，每月的减量为  $\Delta a = 5.66/12 = 0.4717$ ，半个月的减量为 0.2358. 由以上模型可知，当  $t=0$  时， $a_t$  代表原点年中点（即六月下半月至七月上旬半）的趋势值，即 7 月的趋势值应在 6.86 中减去半个月的减量， $a_7 = 6.86 - 0.28585 = 6.57415$ 。

为便于计算，将原点改为 7 月，这样，月趋势直线模型为：

$$a_t = 6.57415 - 0.2358t \quad (t \text{ 以月为单位})$$

分别取  $t = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ，求出拟合后原点年（2006 年）各月份的趋势值分别为：7.99, 7.75, 7.52, 7.28, 7.04, 6.81, 6.57, 6.34, 6.10, 5.87, 5.63, 5.40

C1 型车：



并由 matlab 算得 C1 型车年趋势直线模型：

$$c_t = 22.88 + 6.63t \quad (t \text{ 以年为单位})$$

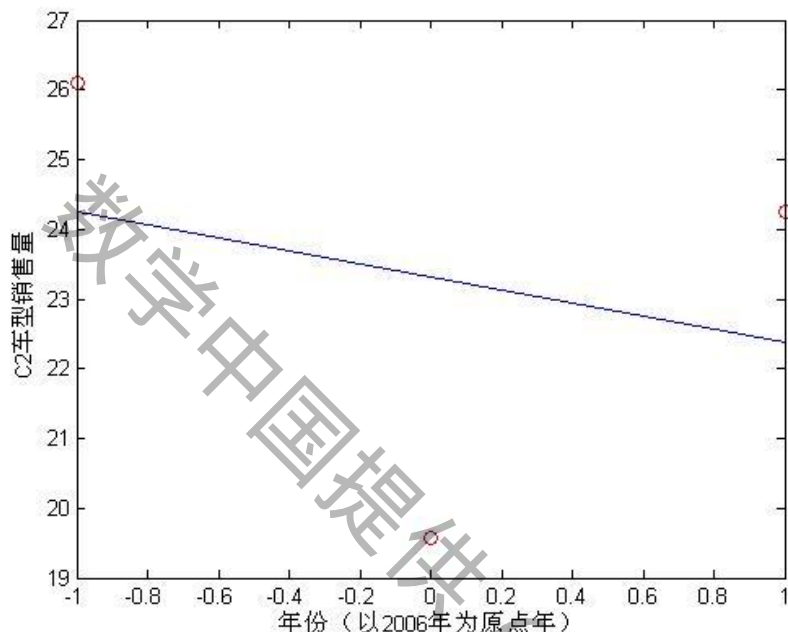
接着算原点年 2006 年个月的趋势值，每月的增量为  $\Delta c = 6.63/12 = 0.5525$ ，半个月的减量为 0.27625. 同理，当  $t=0$  时， $c_t$  代表原点年中点（即六月下半月至七月上旬半）的趋势值，即 7 月的趋势值应在 22.88 中加上半个月的增量， $c_7 = 22.88 + 0.27625 = 23.15625$ 。

为便于计算，将原点改为 7 月，这样，月趋势直线模型为：

$$c_t = 23.15625 + 0.5525t \quad (t \text{ 以月为单位})$$

分别取  $t=-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ，求出拟合后原点年（2006 年）各月份的趋势值分别为：19.84, 20.39, 20.95, 21.50, 22.05, 22.60, 23.16, 23.71, 24.26, 24.81, 25.37, 25.92

C2 型车：



并由 matlab 算得 C2 型车年趋势直线模型：

$$CC_t = 23.31 - 0.93t \quad (t \text{ 以年为单位})$$

接着算原点年 2006 年个月趋势值，每月的减量为  $\Delta_{cc} = 0.93/12 = 0.0775$ ，半个月的减量为 0.03875。同理，当  $t=0$  时， $CC_t$  代表原点年中点（即六月下半月至七月上半月）的趋势值，即 7 月的趋势值应在 23.31 中减去半个月的减量，

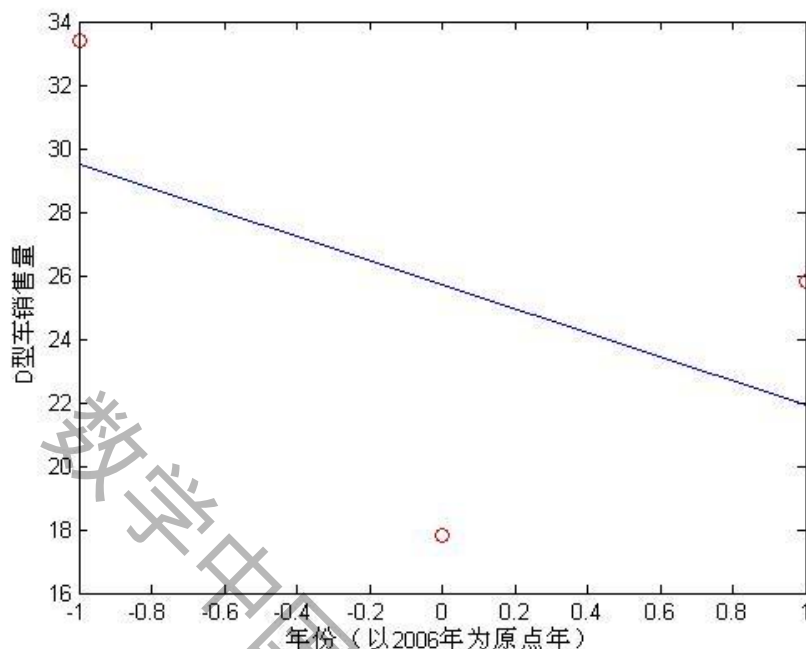
$$CC_7 = 23.31 - 0.03875 = 23.27125。$$

为便于计算，将原点改为 7 月，这样，月趋势直线模型为：

$$CC_t = 23.27125 - 0.0775t \quad (t \text{ 以月为单位})$$

分别取  $t=-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ，求出拟合后原点年（2006 年）各月份的趋势值分别为：23.74, 23.66, 23.58, 23.50, 23.43, 23.35, 23.27, 23.19, 23.12, 23.04, 22.96, 22.88

D 型车：



并由 matlab 算得 D 型车年趋势直线模型：

$$d_t = 25.69 - 3.80t \quad (t \text{ 以年为单位})$$

接着算原点年 2006 年个月的趋势值，每月的减量为  $\Delta d = 3.80/12 = 0.3167$ ，半个月的减量为 0.1583。同理，当  $t=0$  时， $d_t$  代表原点年中点（即六月下半月至七月上半月）的趋势值，即 7 月的趋势值应在 25.69 中减去半个月的减量， $d_7 = 25.69 - 0.1583 = 25.5317$ 。

为便于计算，将原点改为 7 月，这样，月趋势直线模型为：

$$d_t = 25.5317 - 0.1583t \quad (t \text{ 以月为单位})$$

分别取  $t = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ，求出拟合后原点年（2006 年）各月份的趋势值分别为：26.48, 26.32, 26.16, 26.01, 25.85, 25.69, 25.53, 25.37, 25.22, 25.06, 24.90, 24.74

### (3) 计算季节指数

由公式： $f_i = \frac{r_i}{t_i}$  ( $i=1,2,3,\dots,12$ )， $r_i$  表示第一小题中算得的各年同月平均数， $t_i$  表

示第小三题中算得的各月的趋势值。

由此可求得：

A 型车 1~12 月份的  $f_i$  分别为：153.9%，81.3%，150.3%，131.9%，56.8%，190.9%，54.8%，94.6%，141.0%，136.3%，236.2%，122.2%

本来 12 个月季节指数的平均数应为 100%，12 个月所有季节指数之和应为 1200%，但是，上述 12 个季节指数之和为 1550%，所以需要修正，修正系数  $\theta = 1200/1550 = 0.7742$ ，将

上述所求得的  $f_i$  分别乘以  $\theta\%$  可得 A 型车修正后的季节指数  $F_i$  分别为：119.2%，62.9%，116.3%，102.1%，44.0%，147.8%，42.4%，73.3%，109.1%，105.5%，182.9%，94.6%

C1 型车 1~12 月份的  $f_i$  分别为：171.4%，100.5%，90.7%，99.1%，93.4%，33.6%，61.7%，56.1%，98.9%，89.9%，139.1%，200.6%

同理，上述 12 个季节指数之和为 1235%，所以需要修正，修正系数  $\theta=1200/1235=0.9717$ ，将上述所求得的  $f_i$  分别乘以  $\theta\%$  可得 A 型车修正后的季节指数  $F_i$  分别为：166.5%，97.7%，88.1%，96.3%，90.8%，32.7%，60.0%，54.5%，96.1%，87.3%，135.2%，194.9%

C2 型车 1~12 月份的  $f_i$  分别为：79.4%，55.1%，66.3%，51.6%，122.8%，267.1%，121.0%，77.4%，105.4%，83.4%，85.0%，85.2%

由于上述 12 个季节指数之和为 1200%，所以无须修正

D 型车 1~12 月份的  $f_i$  分别为：136.0%，89.7%，126.1%，105.0%，96.7%，97.3%，76.8%，115.5%，93.6%，61.9%，74.3%，115.2%

同理，上述 12 个季节指数之和为 1188%，所以需要修正，修正系数  $\theta=1200/1188=1.010$ ，将上述所求得的  $f_i$  分别乘以  $\theta\%$  可得 A 型车修正后的季节指数  $F_i$  分别为：137.3%，90.6%，127.4%，106.0%，97.7%，98.3%，77.5%，116.6%，94.5%，62.5%，75.0%，116.4%

#### (4) 求预测值

即将各车型的月趋势直线模型乘以各月的季节指数。

A 型车预测模型：

$$a_i = (6.57415 - 0.2358t) F_i \quad (i=1, 2, \dots, 12)$$

这里的  $t$ ， $F_i$  是要预测的对应月份的值，如 2008 年 1 月  $t=18$ ， $F_i=153.9\%$ ，2008 年

2 月  $t=19$ ， $F_i=81.3\%$ ，2008 年 1 月  $t=20$ ， $F_i=116.3\%$ ，由此可求得 A 型车前三个月的预测值分别为 3.59，1.70，2.16

再根据 08 年 1~3 月份实际销售情况进行修正，修正系数  $\alpha=4/(3.59+1.7+2.16)=53.7\%$ ，即将所有预测值再乘以修正系数  $\alpha$ ，由此可得 08 年 A 型车个月份的预测值（前三个月均填写实际值，并对其它预测值四舍五入取整）为：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0

C1 型车预测模型：

$$c_i = 23.15625 + 0.5525t) F_i \quad (i=1, 2, \dots, 12)$$

同理，这里的  $t$ ， $F_i$  是要预测的对应月份的值，如 2008 年 1 月  $t=18$ ， $F_i=166.5\%$ ，

2008 年 2 月  $t=19$ ， $F_i=97.7\%$ ，2008 年 1 月  $t=20$ ， $F_i=88.1\%$ ，由此可求得 C1 型车前

三个月的预测值分别为 55.11，32.88，30.14

再根据 08 年 1~3 月份实际销售情况进行修正，修正系数  $\alpha=75/(55.11+32.88+30.14)=63.49\%$ ，即将所有预测值再乘以修正系数  $\alpha$ ，由此可得 08 年 C1 型车个月份的预测值（前三个月均填写实际值，并对其它预测值四舍五入取整）为：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
41	15	19	21	20	7	13	13	23	21	33	48

C2 型车预测模型：

$$CC_i = (23.27125 - 0.0775t) F_i \quad (i=1,2,\dots,12)$$

同理，这里的  $t$ ， $F_i$  是要预测的对应月份的值，如 2008 年 1 月  $t=18$ ， $F_i=79.4\%$ ，2008

年 2 月  $t=19$ ， $F_i=55.1\%$ ，2008 年 1 月  $t=20$ ， $F_i=66.3\%$ ，由此可求得 C1 型车前三个月

的预测值分别为 17.37，12.01，14.40

再根据 08 年 1~3 月份实际销售情况进行修正，修正系数  $\alpha=77/(17.37+12.01+14.40)=175.88\%$ ，即将所有预测值再乘以修正系数  $\alpha$ ，由此可得 08 年 C2 型车个月份的预测值（前三个月均填写实际值，并对其它预测值四舍五入取整）为：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
39	11	27	11	26	57	26	17	22	18	18	18

D 型车预测模型：

$$d_i = (25.5317 - 0.1583t) F_i \quad (i=1,2,\dots,12)$$

同理，这里的  $t$ ， $F_i$  是要预测的对应月份的值，如 2008 年 1 月  $t=18$ ， $F_i=137.3\%$ ，

2008 年 2 月  $t=19$ ， $F_i=90.6\%$ ，2008 年 1 月  $t=20$ ， $F_i=127.4\%$ ，由此可求得 D 型车前

三个月的预测值分别为 31.14，20.41，28.50

再根据 08 年 1~3 月份实际销售情况进行修正，修正系数  $\alpha=92/(31.14+20.41+28.50)=114.93\%$ ，即将所有预测值再乘以修正系数  $\alpha$ ，由此可得 08 年 D 型车个月份的预测值（前三个月均填写实际值，并对其它预测值四舍五入取整）为：

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
31	29	32	24	22	22	17	25	20	13	16	24

综上所述，08 年各型号车的预测销售量分别为：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	1	1	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0
C1	41	15	19	21	20	7	13	13	23	21	33	48
C2	39	11	27	11	26	57	26	17	22	18	18	18

D	31	29	32	24	22	22	17	25	20	13	16	24
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

## 5.2 结合模型拟定销售策划书

2008 年商店各款汽车销售量的目标为 1200 辆，而根据所建立的数学模型对 08 年各个月份各款汽车销售量的预测，销售总和为 845 辆，与目标相比较还有一定的差距，为了完成该目标应根据所预测的销售量进行公司内部外部的各种因素分析，采取相应的措施，拟定一份完成销售目标的策划书。

### 5.2.1 汽车销售的市场状况

对 08 年各型号车的预测销售量市场状况进行分析：

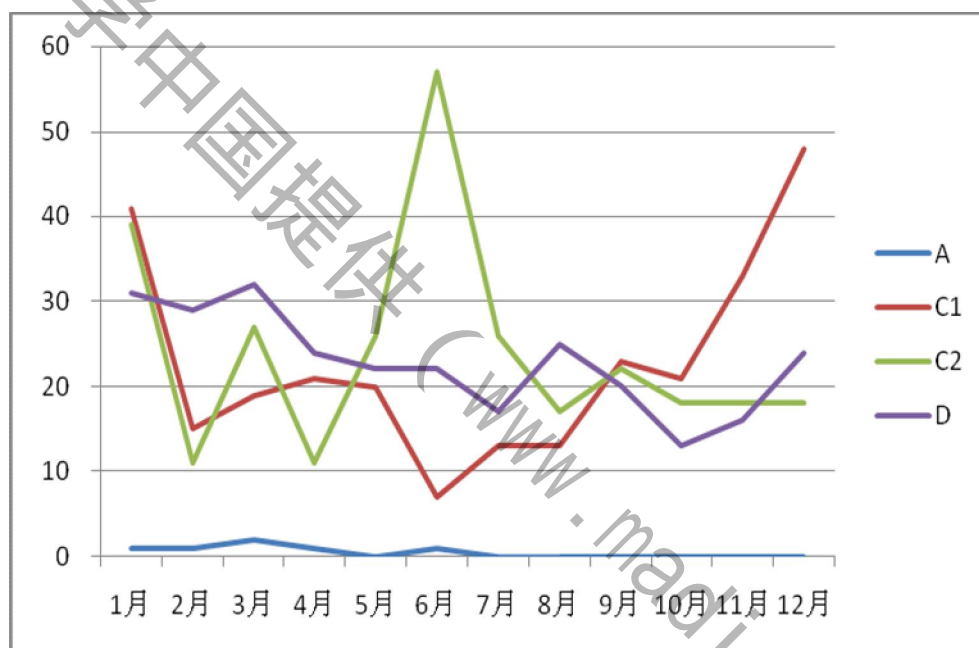


图 6 08 年各型号车的预测销售量

根据图 6 的预测数据可得 D 车的销售量处于比较稳定的状态，C1 车与 C2 车的销售量上下浮动比较大，同时增长的幅度也比较大，而 A 车基本属于停销状态。

对以上预测数据分析说明，C1 车与 C2 车为经济家庭车，其市场需求比较大，客户群的数量多，一定范围内处于快速增长的状态，商店应该加大对这两种车型的宣传营销力度，D 车市场需求量虽稍有下降，但一直处于比较稳定的状态，商店应该继续维持其销售状态。而对于 A 车属于老款型的中级车，并不是当今社会大众所喜欢的类型，销售状况非常不理想，商店可以放弃在该款车上的人力、物力以及财力的投入。

### 5.2.2 汽车销售 SWOT 分析

对商店在 08 年内各款汽车销售方面的优势 (strength)、劣势 (weakness)、机遇 (opportunities) 和威胁 (threats) 进行全方面地分析。

优势：对于客户量大的家庭型汽车，销售量在整体水平上处于上升的状态；以及高级商务车的销售与推广处于一稳定的层面，比较成功。

劣势：在家庭型汽车的销售方面，波动起伏比较大，C1 车在 6 月与 7 月销售量突然增长与下跌，十分不稳定。

机遇：分析出 C1 车与 C2 车巨大的市场销售潜力与前景，这两种类型的车以其价格优势深受大众家庭的喜欢，有极大客户发展空间。

威胁：D 车的销售量存在着一定的下降趋势，可能存在来自于外界市场竞争压力、客服对象减少等威胁，应引起足够的重视。

商店可采取以下 SWOT 两两相结合的战略来完成销售计划：

- W0 战略以商店的劣势资源面对外部环境的有利机遇（进一步开拓发展市场战略）
- S0 战略以商店的优势资源面对外部环境的有利机遇，最有希望发展成功的业务领域，需要优先着力切入并发展（市场扩张战略）
- WT 战略以商店的劣势资源面对外部环境的不利威胁，最没有希望取得成功的业务，商店应该需要放弃与回避（服务品种延伸战略）
- ST 战略以商店的优势资源面对外部环境的不利威胁（市场维持战略）

### 5.2.3 完成销售目标采取的措施

根据以上对商店 08 年销售量预测的分析，我们主要是要进行市场细分、市场定位、目标市场的确定。每一个消费者群对于这个商店来说就是一个细分市场，每一个细分市场都是具有类似需求倾向的消费者构成的群体。

#### （一）商店进行市场细分

细分市场不是根据产品品种、产品系列来进行的，而是从消费者的角度进行划分的，是根据市场细分的理论基础，即消费者的需求、动机、购买行为的多元性和差异性来划分的。通过市场细分对商店的营销起着极其重要的作用。商店可根据对汽车市场的细分来形成一个很好的汽车销售网络。

汽车市场细分的步骤：

1、选定各款汽车的市场范围。商店应明确自己在某行业中的产品市场范围，并作为制定市场开拓战略的依据。

2、列举潜在顾客的需求。可从人口、心理等方面列出影响汽车市场需求和顾客购买行为的各项变数。

3、分析潜在顾客的不同需求。商店在应对不同的潜在顾客进行抽样调查，并对所列出的需求变数进行评价，了解顾客的共同需求。

4、制定相应的营销策略。调查、分析、评估各款汽车细分市场，最终确定可进入的细分市场，并制定相应的营销策略。

5、基于忠诚度的市场细分，把注意力更多地放在那些能够更长时间和使商店获得更大利润的客户身上。

#### （二）汽车市场细分的基本原理与依据

汽车市场是汽车交换关系的总和，本身可以细分，汽车消费者异质需求的存在，商店在不同方面具备自身优势。

#### （三）汽车市场细分的方法

- 1、单一标准法
- 2、主导因素排列法
- 3、综合标准法
- 4、系列因素法

总之，汽车市场细分分析是一种对消费者思维的研究。对于销售人员来说，谁能够

首先发现新的划分客户的依据，谁就能获得丰厚的回报。所以商店更加应该要求自己进行很好的汽车市场细分然后再进行市场定位，确定商店的目标市场，就不难达到商店的2008年的销售指标。

再者，利基存在于所有市场。销售人员需要研究市场上不同消费者对于汽车的性能、价格等方面的各种要求。由此，购买者将被分成不同的群体，每一个群体会对某一方面的产品/服务/关系有特定的要求，每一个群体都可以成为一个利基，商店可以根据其特殊性提供服务。

总结出了一些方便直接的措施完成销售目标：

一．锁定目标市场：中层次的家庭（对经济家庭车有一定需求的家庭），同时做好对面对高层次商务客户的高级商务车的定位。

（有利于选择目标市场和制定市场营销策略。汽车市场细分后的子市场比较具体，比较容易了解消费者对汽车的需求，商店可以根据自己经营思想、方针及生产技术和营销力量，确定自己的服务对象，即目标市场。针对着较小的目标市场，便于制定特殊的营销策略。同时，在细分的市场上，信息容易了解和反馈，一旦消费者的需求发生变化，商店可迅速改变营销策略，制定相应的对策，以适应市场需求的变化，提高企业的应变能力和竞争力。）

二．提高价格优势与加大宣传力度，开展直接指向支撑着定位战略的目标市场新广告活动，以及增加一定的广告预算用于宣传；同时对各款汽车采取不同程度的促销活动，提高与其他商店的竞争力。

（有利于发掘市场机会，开拓新市场。通过汽车市场细分，商店可以对每一个细分市场的购买潜力、满足程度、竞争情况等进行分析对比，探索出有利于本商店的市场机会，使商店的销售决策能更好地提高商店自身的竞争力。）

三．加大人力资源的投入，扩大销售队伍，完善销售管理系统，更好地发挥自身优势，有利于集中人力、物力投入目标市场。任何一个商店的资源、人力、物力、资金都是有限的。通过细分市场，选择了适合自己的目标市场，商店可以集中人、财、物及资源，去争取局部市场上的优势，然后再占领自己的目标市场。

四．注重对客户售后服务的宣传，在保持最低成本的情况下，最大限度地提高商店的客服质量，吸引更多的客户。

（有利于商店提高销售额。前面三个方面的作用都能使商店提高销售额。除此之外，商店通过汽车市场细分后，商店可以面对自己的目标市场，大力宣传适销对路的产品，既能满足市场客户的需求，又可增加商店的销售额。）

## 5.3 多服务台混合制的模型

### 5.3.1 多服务混和制模型的建立

基于之前的模型假设，我们的模型符合排队论中的多通道串联等待模型(M/M/n)。该模型的特点是：服务系统中有  $n$  个服务员，顾客按泊松流来到服务系统，到达强度为  $\lambda$ ；服务员的能力都是  $\mu$ ，服务时间服从指数分布。当顾客到达时，如果所有服务员都忙着，顾客便参加排队，等待服务，一直等到有服务员为他服务为止。且仅当顾客在接受两次服务之后，流程才结束。



$$\text{接待员接待能力 } \mu = \frac{1}{t1}$$

接待时服务强度，即平均每单位时间中接待员可以为顾客服务的时间比例  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

$$\text{接待时的空闲概率 } p_0 = \left[ \left( \sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!} \right) + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \right]^{-1}$$

$$\text{接待过程中排队顾客的平均数为: } L = \frac{\rho^{n+1} p_0}{n * n! \left(1 - \frac{\rho}{n}\right)}$$

$$\text{顾客在接待过程中平均排队时间: } W = \frac{L}{\lambda}$$

$$\text{顾客在接待过程中平均逗留时间: } W_0 = W + t1$$

$$\text{接待过程中顾客的平均数: } L_0 = L + \rho$$

$$\text{师傅的维修能力: } \mu' = \frac{1}{t2}$$

维修时服务强度，即平均每单位时间中每组师傅可以为顾客服务的时间比例  $\rho' = \frac{L_0}{\mu'}$

$$\text{维修时的空闲概率 } p_0' = \left[ \left( \sum_{i=0}^p \frac{\rho'^i}{i!} \right) + \frac{\rho'^{p+1}}{p!(p-\rho')} \right]^{-1}$$

$$\text{维修过程中排队顾客的平均数为: } L' = \frac{\rho'^{p+1} p_0'}{p * p! \left(1 - \frac{\rho'}{p}\right)}$$

$$\text{顾客在维修过程中平均排队时间: } W' = \frac{L'}{L_0}$$

$$\text{顾客在维修过程中平均逗留时间: } W_0' = W_0 + W'$$

### 5.3.2 模型的求解

由调查数据取  $t1=0.5$  (时),  $t2=1.8$  (时),  $\lambda=4$ ,  $n=8$  可得

$$\text{接待员接待能力 } \mu = \frac{1}{t1} = 2$$

$$\text{接待时服务强度, 即平均每单位时间中接待员可以为顾客服务的时间比例 } \rho = \frac{\lambda}{\mu} = 2$$

$$\text{接待时的空闲概率 } p_0 = \left[ \left( \sum_{i=0}^n \frac{\rho^i}{i!} \right) + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \right]^{-1} = 0.136$$

$$\text{接待过程中排队顾客的平均数为: } L = \frac{\rho^{n+1} p_0}{n * n! (1 - \frac{\rho}{n})} = 3.84 \times 10^{-4} \approx 0$$

$$\text{顾客在接待过程中平均排队时间: } W = \frac{L}{\lambda}$$

$$\text{顾客在接待过程中平均逗留时间: } W_0 = W + t1 = 0.5$$

$$\text{顾客在接待过程中平均逗留时间: } W_0 = W + t1 = t1 = 0.5$$

$$\text{接待过程中顾客的平均数: } L_0 = L + \rho = 2$$

$$\text{师傅的维修能力 } \mu' = \frac{1}{t2} = 0.56$$

维修时服务强度, 即平均每单位时间中每组师傅可以为顾客服务的时间比例

$$\rho' = \frac{L_0}{\mu'} = 3.6$$

$$\text{维修时的空闲概率 } p'_0 = \left[ \left( \sum_{i=0}^p \frac{\rho'^i}{i!} \right) + \frac{\rho'^{p+1}}{p!(p-\rho')} \right]^{-1}$$

$$\text{维修过程中排队顾客的平均数为: } L' = \frac{\rho'^{p+1} p'_0}{p * p! (1 - \frac{\rho'}{p})}$$

$$\text{顾客在维修过程中平均排队时间: } W' = \frac{L'}{L_0}$$

$$\text{顾客在维修过程中平均逗留时间: } W'_0 = W_0 + W'$$

因为当  $\frac{\rho}{p} < 1$  时，极限才存在，所以  $3.6 < p \leq 8$ ，分别取  $p=4, 5, 6, 7, 8$

当  $p=4$  时， $p_0'=0.011$   $L'=6.928$   $w'=3.464$   $W_0'=0.5+3.464=3.964$  (小时)

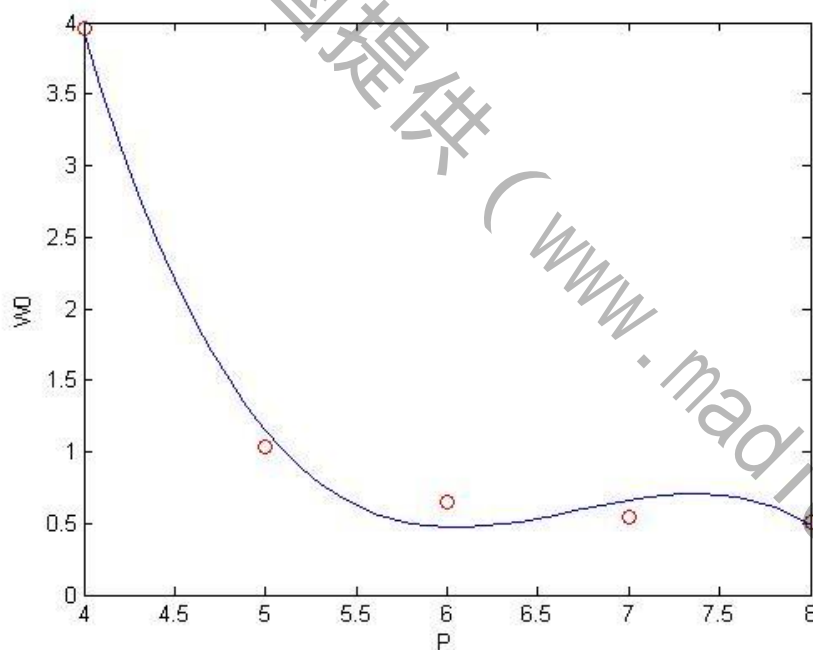
当  $p=5$  时， $p_0'=0.023$   $L'=1.064$   $w'=0.532$   $W_0'=0.5+0.532=1.032$  (小时)

当  $p=6$  时， $p_0'=0.026$   $L'=0.295$   $w'=0.147$   $W_0'=0.5+0.147=0.647$  (小时)

当  $p=7$  时， $p_0'=0.027$   $L'=0.092$   $w'=0.046$   $W_0'=0.5+0.046=0.546$  (小时)

当  $p=8$  时， $p_0'=0.027$   $L'=0.028$   $w'=0.014$   $W_0'=0.5+0.014=0.514$  (小时)

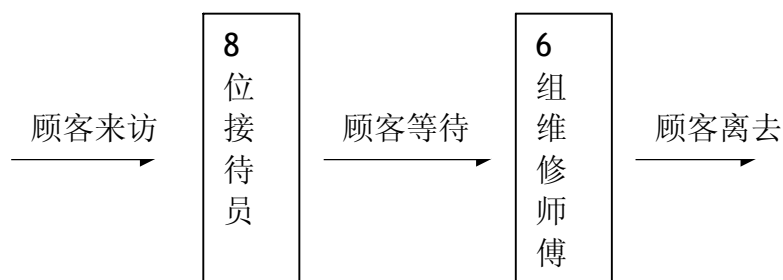
由此，根据修车师傅的组数  $p$  和每种情况下顾客修车等待的时间  $W_0'$  之间的关系，用 matlab 进行三次多项式拟合可得下图：



并得到经验公式  $W_0' = -0.2065 p^3 + 4.1516 p^2 - 27.5534 p + 60.9390$ ，由图可得， $p=6, 7, 8$  时顾客等待时间都较小。

设公司的成本为  $y=8x_1+p \cdot x_2-8z$  取  $x_1=100$  (元/天)  $x_2=500$  (元/天)  $z=300$  (元/天)

则  $y=800+500p-2400=500p-1600$ ，即公司成本随着  $p$  的增大而增加，综合考虑，我们认为，当  $p=6$  时，顾客的等待时间较小，且使成本最低。基本流程为：



即新车销售 3 个月后客户返回 4S 店做首期免费保养，前台服务接待客户（经计算该过程基本上无须等待），然后由服务接待开车进维修部，维修部派师傅维修，维修好交给接待，接待负责办好手续，轿车给客户。建议该公司最好设 6 组修车师傅，从而使顾客等待时间和成本都较低。

## 6. 模型的优化

销售预测控制数据拟合模型和多服务混和制模型的优缺点及其优化

### 6.1 模型的优点

在模型一中，我们采用了数据拟合预测模型对未来的汽车销售总数进行了一定期的预测，该模型具有能够利用“少数据”建模寻求现实规律的良好特性，克服了资料不足或系统周期短的矛盾，适合本题时间数据累计较少（三年）预测条件，而且通过模型检验发现预测结果的相对误差很小，结果较准确。我们对模型作了一些改进，提出了等维数据的递补动态预测模型，以及最小二乘法及时补充和利用了新的信息，克服了数据异常变化所带来的不利影响，预测结果更接近于实际，并且作为汽车销售的长期预测这种方法也是值得借鉴的。

在模型二中，我们采用了多服务混合制模型，可以得到一定的维修师傅数量带来的利益以及成本的相关数据，用它做我们的师傅数量和顾客流的合理规划是十分理想的。同时，这一模型的应用十分灵活的，通过调整模型的参量，可以定量的分析许多因素对成本的影响，也可以通过观察服务结构的变化分析其它动态因素的影响的大小。除了本文所给的师傅数量例子外，还可以通过调整顾客到达时间符合的分布等等观察多服务混合制模型中各个因素的变化给系统带来的影响，通过看顾客流量的不同等。

因为我们预测销售数量的目的是创新工作思路、机制和方法对产品的投资等进行控制，以实现供应的汽车款式与经济社会资源环境的协调和可持续发展以及人们的需求相适应。通过改变相应的参数值，将销售数量的变化稳定在一个变化范围内，这样也就达到了我们预测奖励啊销售数量的最终目的。

### 6.2 模型的不足之处

（1）虽然销售预测控制数据拟合模型适用于那些因素众多、结构复杂、涉及面广而层次较高、综合性较强、互相性较好的社会经济系统指标的趋势预测，在这里汽车的销售数量正是这样一个因素，但是题目中给我们的是各个月份各个款式车的数量指标，所

以单纯地对汽车销售数量总数的预测是不能达到所需的较好预测效果的，它只能作为销售变化的一个很小的方面。

(2) 多服务和混合制模型所依靠的数据量庞大，运算的复杂性很强，需要很准确很详细的一些成本等数据，这给建模前的准备工作带来很大困难，并且该模型中所考虑的变量之间的关系错综复杂，影响了计算结果的精确性。更加的是我们运用的是统计调查的方法取得的数据，有一定的误差性。

### 6.3 模型间的比较分析

综合比较我们所建立的两个不同的汽车西欧昂首数量预测控制模型和多服务混合制模型都有其各自的特点，前面已经做了具体说明。但是通过对它们之间的比较，我们可以发现：

(1) 在所给数据量很小的情况下，采用预测控制更方便简单，而且准确度也较好。另外，已给信息量完整且具体的条件下，运用多服务混合制模型所得结果将更加精确。

(2) 销售的短中期预测和长期预测意义是不一样的，一般短中期预测的可靠度高。对编制未来销售计划和企业发展规划有直接的参考作用，预测控制模型适用于这种短中期预测，且效果较好，而销售数量的长期预测旨在现有规律的作用下销售数量于遥远的未来可能呈现的状况，这样预测控制也是一种比较好的方法。

### 6.4 模型的稳定性检验

在销售预测控制数据拟合模型模型的求解中，我们根据该方法求出了未来的销售总数的变化情况。为了验证模型的稳定性，我们现根据数据，采用同样的方法进行预测，并用 2008 年后的实际人口数进行误差检验。

预测的人口总数与真实值的比较如表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	1	1	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0
C1	41	15	19	21	20	7	13	13	23	21	33	48
C2	39	11	27	11	26	57	26	17	22	18	18	18
D	31	29	32	24	22	22	17	25	20	13	16	24

由上表中的数据可以看出：采用动态预测模型对以往的人口数据预测，得到的预测值与真实值比较接近，其稳定性得到验证。

### 6.5 模型的改进

#### 1. 对销售预测控制数据拟合模型的改进

我们用以预测的基于时间序列的灰色模型虽然在数据点以内误差较小，但在数据点以外进行预测时，误差将是不可知的，可以改进为使用 BP 神经网络进行预测，或者将两者有机结合在一起，通过优化组合形成最优化权值组合法，这样可以满足较高的精度要求，以达到最小误差预测的目的。

#### 2. 对于销售预测控制数据拟合模型的进一步改进

考虑市、镇、乡人口的转移对汽车需求率的影响，乡村人口的城镇化必然会引起城市的汽车需求量的普遍提高，同时年龄和经济收入是不得不考虑的一个很重要的问题。高档车的需求随着人们的消费观念的改变，会有一定程度上的降低，为了量化其影

响程度，我们可以首先定义一个净工资收入数的概念，在假定收入支出比是一个定值的情况下，由工资中用来消费汽车的工资总数就可以粗略计算出需要进行多生产或者多推出的款式的车的数量，进而影响到整个市场的汽车需求量，使的汽车销售量的预测发生改变。

3. 将顾客的到达看成是顾客流，用复用论（Trunking Theory）中的 Erlang C 公式，能够得出阻塞概率  $P(\text{Block})$ ，系统容量  $C$ ，顾客流的强度  $A$  三者的关系。计算出平均队列长度为，可将顾客安排在一天之内平均队列短的时刻统计得出的队列长度，以及仿真得出的实际队列长度说明可以用统计曲线作安排返回时间的依据。

## 7. 辅助数据与参考文献

### 2004 年度汽车销售表

每月营业数据报表		9 月份	10 月份	11 月份	12 月份
车型/单位	汇总	辆	辆	辆	辆
A	45	8	8	21	8
B	45	11	9	11	14
D	53		6	17	30

### 2005 年度汽车销售表

每月营业数据报表		1 月份	2 月份	3 月份	4 月份	5 月份	6 月份	7 月份	8 月份	9 月份	10 月份	11 月份	12 月份
车型/单位	汇总	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆
A	166	24	12	26	19	6	9	11	12	18	10	12	7
B	112	31	8	12	11	7	8	11	4	11	3	3	3
C1	131				1	1	2	0	2	21	24	28	52
C2	235				1	27	31	26	8	21	28	36	57
D	401	46	27	44	41	30	44	37	25	24	30	20	33

### 2006 年度汽车销售表

每月营业数据报表		1月份	2月份	3月份	4月份	5月份	6月份	7月份	8月份	9月份	10月份	11月份	12月份
车型/单位	汇总	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆
A	51	9	5	6	5	3	2	0	5	7	3	2	4
B	31	3	1	0	0	0	2	1	11	7	2	3	1
C1	315	33	27	19	32	28	11	20	18	27	22	26	52
C2	235	40	21	13	14	30	16	14	12	17	10	13	35
D	214	33	16	22	12	7	16	10	30	23	8	16	21

2007 年度汽车销售表

每月营业数据报表		1月份	2月份	3月份	4月份	5月份	6月份	7月份	8月份	9月份	10月份	11月份	12月份
车型/单位	汇总	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆
A	30	4	2	2	5	3	2	0	1	2	3	5	1
B	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C1	334	35	14	19	31	33	10	23	20	24	21	52	52
C2	291	41	13	25	18	19	14	12	11	38	18	41	41
D	310	29	28	33	29	38	15	12	33	24	18	21	30

2008 年度汽车销售表

每月营业数据报表		1月份	2月份	3月份	4月份	5月份	6月份	7月份	8月份	9月份	10月份	11月份	12月份
车型/单位	汇总	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆	辆
A	4	1	1	2									
C1	75	41	15	19									
C2	77	39	11	27									
D	92	31	29	32									

[1]赵东方.数学模型与计算.北京.科学出版社.2007 年

[2]杨启帆等.数学建模案例集.北京:高等教育出版社.2006 年

[3]侯文华等.数学模型方法与计算.北京:高等教育出版社.2005 年