

第九届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

Email: 2016@tzmcm.cn

第九届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第九届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为： 3098

参赛队员（签名）：

队员 1：杜佳蔓

队员 2：张翁超

队员 3：谭江浩

参赛队教练员（签名）： 指导教师组

参赛队伍组别：本科组

第九届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

Email: 2016@tzmcm.cn

第九届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

3098

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第九届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

Email: 2016@tzmcm.cn

2016 年第九届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第二阶段论文

题 目 波轮式洗衣机的改进方法研究

关 键 词 流体力学 微分方程 线性回归 波轮式洗衣机

摘 要：

本文以流体力学为基础，采用微分方程、线性回归方法对波轮式洗衣机在净衣效能和降低对衣物的磨损程度方面的问题进行改进研究。

我们首先用流体力学理论求解出水流内摩擦力、倾斜面上衣物所受的摩擦力和内桶中各处的压力，建立几何模型。再用双桶、波轮正反转法、模仿人手的洗涤方法，并运用循环速净喷淋法从多方位对衣物持续循环喷淋，根据计算得出最小摩擦力点定为喷淋着落点，由此降低了在洗涤过程中波轮对衣物的摩擦，提高了净衣效能。

其次我们采用微分方程求解方法对洗衣机漂洗中浪费水，洗涤次数过多造成磨损度过大的现状进行改进建模研究。方法是将喷淋法节约水量与高速旋转产生向心力漂洗，减少漂洗时用水量，并计算出所需的洗涤次数，在保证漂洗干净的情况下减少漂洗时对衣物的损伤。

最后依据电解水技术对衣物的损伤率小且洗净率较高的特点，将其应用在波轮式洗衣机方案设计中，建立波轮式电解水洗衣机模型。通过多次对不同转速的洗衣机应用电解水技术进行试验，得出对衣物的洗净比和损伤度的数值，从均值，稳定度等方面进行分析，得出用电解水技术能高效、健康环保地提高净衣效能并减小对衣物的磨损率的结论。

最终我们经过综合分析，对波轮式洗衣机进行多方面改进，得到了一种能够提高净衣效能，又能降低对衣物磨损的优化的改进型波轮式洗衣机方案。

参赛队号： 3098

所选题目： A 题

参 赛 密 码

(由组委会填写)

第九届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

Email: 2016@tzmcm.cn

Abstract

In this paper, we mainly use the physical fluid dynamics, differential equations and linear regression equations to improve the wear rate and cleaning methods of wave wheel type washing machine.

Using geophysical fluid mechanics to solve the out flow friction, pour elsewhere in the slope on clothes by friction and the barrel pressure, geometric model is set up, with double barrel, an impeller and reverse rotation method to imitate the hand washing method, and use the circulation speed of net spray method from multi range of clothing continued spraying circulation, according to the calculated minimum points of friction force to spraying placement. In the washing process reduces the impeller friction on clothing, clothing performance improved net.

Using differential equation of washing machine washing waste water and washing times caused by excessive wear through the status of research, will save spraying method content and high speed rotating centripetal force generated in addition to water rinsing method, reduce rinsing with water and calculate the required washing times, reduce rinse the clothes damage in ensuring clean rinsing. Achieve energy saving and environmental protection effect.

Understand the method and principle of water electrolysis, due to water electrolysis technology for clothing and the damage rate of small and cleaning rate is high, and no application of green environmental protection effect on the impeller type washing machine washing powder can. Impeller type water electrolysis washing machine model is established through many times on different speed of washing machine is applied to water electrolysis technology test, and draws a conclusion that wash the clothes than the degree of damage and numerical, from the mean and the stability analysis, come to the conclusion that the efficient, environmental health improve net clothing performance and reduce the wear rate of the conclusion of clothes with water electrolysis technology.

Through the calculation, modeling, experiment, analysis of the wave wheel washing machine for all-round improvement, through the establishment of a reasonable analysis, obtained on the wave wheel washing machine optimization and improvement of the rationality of the program.

参赛队号 3098

所选题目 A

参赛密码 _____

(由组委会填写)

目 录

一、问题重述.....	2
1.1 背景.....	2
1.2 问题提出.....	2
二、问题分析.....	2
2.1 波轮式洗衣机分析.....	2
2.2 漂洗技术的分析.....	2
2.2 电解水洗涤模型.....	2
三、定义与符号说明.....	3
2.1 符号说明.....	3
2.2 基本公式.....	3
四、模型假设.....	4
五、模型建立及求解.....	4
5.1 循环速净喷淋法减少波轮式洗衣机对衣物损伤度的建模.....	4
5.1.1 桶内不同位置水压强的差异性分析.....	4
5.1.2 桶内水和内壁对衣物摩擦力的分析.....	5
5.1.3 用双旋转法对波轮式洗衣机进行改进.....	6
5.1.3 用速净喷淋法降低衣物与机身的摩擦.....	7
5.1.4 结论.....	10
5.2 基于微分方程求解的洗衣机最佳漂洗策略建模.....	10
5.2.1 洗衣机漂洗功能分析.....	10
5.2.2 用微分方程对洗衣机漂洗策略求解.....	11
5.3 电解水洗涤法衣物洗涤建模.....	12
5.3.1 电解水洗涤的应用工作原理.....	12
5.3.2 电解水洗涤法模型分析.....	13
5.3.3 结论.....	16
六、模型的评价、改进和推广.....	17
七、参考文献.....	17

一、问题重述

1.1 背景

从古到今，洗衣服都是一项难于逃避的家务劳动，而在洗衣机出现以前，对于许多人而言，它并不像田园诗描绘的那样充满乐趣，手搓、棒击、冲刷、甩打……

它的洗净效果越来越受到大众的关注。自家电下乡政策的公布以来导致它在家庭普及率极高，我国洗衣机产业不断处于蓬勃发展阶段。为了使广大群众能更好舒心的使用最满意的洗衣机，对波轮式，滚筒式洗衣机进行改造，并就大众的需求设计出更多品种的洗衣机。

1.2 问题提出

随着绿色节能环保的提出洗衣机在节水节电的性能上得到了巨大的改善。如今，人们更多地关注洗衣机对衣服的洗净度和磨损度间的平衡。对更新型方便完美洗衣机的渴望，对原有的洗衣机进行改造和对新型洗衣机的创造。

二、问题分析

2.1 波轮式洗衣机分析

随着在洗衣机市场上占主体地位的波轮式洗衣机的大量应用，它的缺点渐渐被人们格外关注，建立几何模型和物理模型对衣物对内桶各处的摩擦和压力的分析、求解得出波轮与衣物的摩擦力达到最小的位置，用循环速净喷淋的办法改变波轮式洗衣机摩擦力大的影响。

2.2 漂洗技术的分析

对现有的洗衣机漂洗技术的研究及讨论，洗衣机漂洗浪费水并且洗涤次数过多造成磨损度过大，应用微分方程求出最佳漂洗方案和洗涤次数。设立一个漂洗方法对洗衣机漂洗功能升级，起到省水，减小摩擦力的效果。

2.2 电解水洗涤模型

了解电解水方法与原理，由于电解水技术对衣物的损伤率小，以及该方法不用洗衣粉起到绿色环保的效果。建立波轮式洗衣机模型，应用电解水技术得出对衣物的洗净比

和损伤度，得出应用电解水技术能有效的减小对衣物的磨损率。

三、定义与符号说明

2.1 符号说明

表 1：符号说明

ω	角速度
h	洗衣机中水深
ρ	不可压缩的液体密度
p	洗衣机中各处液体的压强
A	水流截面积
f	相邻流层内摩擦力
τ_w	物体和壁面摩擦力
μ	粘滞系数

2.2 基本公式

洗净比：被测洗衣机洗净率与参比洗衣机洗净率之比。

$$C = \frac{D_r}{D_s}$$

式中：C—洗净比； D_r —被测洗衣机洗净率， D_s —参比洗衣机洗净率

洗净率：洗涤前后标准污染布反射率变化量与原布反射率差值的比值。

$$D_r = \frac{R_w - R_s}{R_0 - R_s} \times 100\%$$

式中 D_r —洗净率， R_w —污染布洗净后反射率， R_s —污染布洗净前反射率， R_0 —原布反射率。

磨损率：洗衣机试验样布磨损率P

$$P = C_1 \cdot C_2 \frac{\sum_{i=1}^{10} P_i}{10}$$

式中： C_1 —衣物磨损系数； C_2 —洗涤容量系数。

四、模型假设

为了更好地研究问题，作出如下假设：

- (1) 洗衣的环境相同。
- (2) 物理流体力学的计算基于理想的状态
- (3) 忽略实验中用的洗衣机间的差别。
- (4) 实验中的结果不存在巧合和较大误差。

五、模型建立及求解

5.1 循环速净喷淋法减少波轮式洗衣机对衣物损伤度的建模

洗轮式洗衣机依靠波轮连续转动或定时真烦向转动的方法进行洗涤，在它洗净度高的同时暴露出易缠绕，磨损大的缺点。对于爱衣族而言，滚筒式洗衣机似乎更显高贵些。在波轮式洗衣机和滚筒式洗衣机之间取得一个平衡，成为人们共同的希望。

5.1.1 桶内不同位置水压强的差异性分析

设洗衣机半径为 R ，装入密度为 ρ 的不可压缩的液体，不转动时可装到桶底以上 h 处，以恒定角速度 ω 转动后达到稳定状态。则由

$$p = \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 - \rho g z + c \quad (1)$$

设在轴线上液体表面的 z 坐标为 h_0 ，由旋转与不旋转不可压缩液体体积相同求 h_0 。

$$\pi R^2 h = \pi R^2 h_0 + \int_0^{\frac{\omega^2 R^2}{2g}} (\pi R^2 - \pi r^2) dz' = \pi R^2 h_0 + \pi R^2 \frac{\omega^2 R^2}{2g} - \pi \cdot \frac{2g}{\omega^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\omega^2}{2g} R^2\right)^2$$

$$\pi R^2 h = \pi R^2 h_0 + \frac{\pi R^4 \omega^2}{4g}$$

$$h_0 = h - \frac{R^2 \omega^2}{4g} \quad (2)$$

由 $r=0$ ， $z=h_0$ 处 $p=p_0$ 定 c ，得

$$c = p_0 + \rho g h_0 = p_0 + \rho g \left(h - \frac{R^2 \omega^2}{4g}\right) \quad (3)$$

$$p = p_0 + \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 - \rho g z + \rho g \left(h - \frac{R^2 \omega^2}{4g}\right)$$

得在底部上方高度为 z 处圆筒壁上的压强 $p_1(z)$ 为

$$p_1(z) = p_0 + \frac{1}{4}\rho\omega^2 R^2 - \rho g(z-h) \quad (4)$$

沿轴线上方高度为 z 处的压强 $p_0(z)$ 为

$$p_0(z) = p_0 - \rho g(z-h + \frac{R^2\omega^2}{4g}) \quad (5)$$

得等角速旋转容器中液体沿轴线上方高度为 z 处的压强 $p(z)$ 为

$$p(z) = p_0 - \rho g(z-h + \frac{\omega^2 r^2}{2g}) \quad (6)$$

由方程可知在底部上方圆筒壁上的压强 $p_1(z)$ 即内壁四周的压强大于沿轴线上方的压强 $p_0(z)$ 即在洗衣机中心的压强，

5.1.2 桶内水和内壁对衣物摩擦力的分析

内摩擦力：阻碍流层之间发生相对运动的力

牛顿粘滞定律[2]：相邻流层内摩擦力 f 的大小与两流层之间的接触面积 s 成正比与流层速度梯度成正比。 η 与液体的种类，液体含杂质的量以及温度有关，且随温度的升高而降低。即有

$$f = \eta \cdot s \cdot \frac{dv}{dr}$$

因为洗衣机中心部位不受其他物体接触，因此洗衣机中心部位的摩擦力可近似看为相邻流层内摩擦力 f 的大小。且洗衣机内壁处具有相邻流层内摩擦力和内壁与物体的摩擦力。

求内壁与物体的摩擦力可近似用谢齐公式来计算。在图 1 中，沿自由液面下的水流取一段长为 l 即为洗衣机的直径，如图 1 所示。设水流截面积为 A ，湿周为 P ，渠底斜坡角为 θ 。对均匀流，作用在控制体上的重力和壁面摩擦力 τ_w 的合力为零。

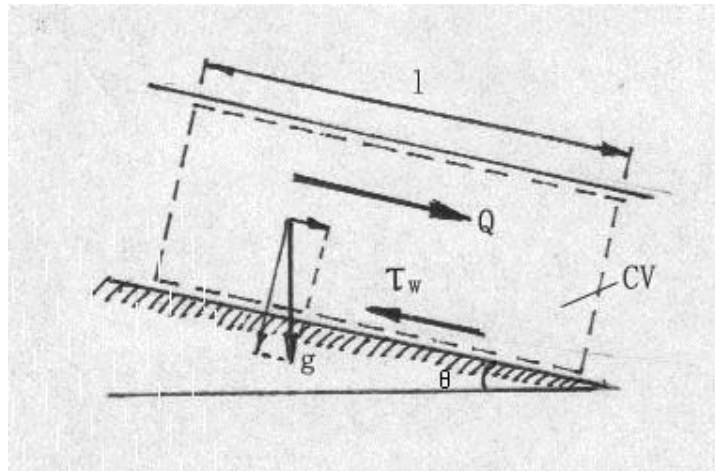


图 1 波轮式洗衣机解摩擦力

由壁面摩擦系数和达西摩擦因子之关系式

$$\tau_w = \frac{\lambda}{8} \rho V^2 \quad \text{和} \quad \rho g A l \sin \vartheta = \tau_w P l$$

$$\text{且} \quad \sin \vartheta = \frac{z_1 - z_2}{l}$$

同波轮式洗衣机内壁流动一样，在内壁具有粗糙区谢齐系数与雷诺数无关，仅与壁面粗糙度及水力半径有关。

则衣物在内桶壁上的摩擦力为壁面摩擦力加上内摩擦力。估计数值对比得知洗衣机内壁的摩擦力之和远大于压强的损失值。因此，可以波轮式洗衣机，取其精华，将它们巧妙的结合来。

5.1.3 用双旋转法对波轮式洗衣机进行改进

波轮旋转产生离心水流，分离松散衣物；内桶旋转产生的向心水流。洗衣机波轮的转向为桶的转向相反，像人的手一样，对衣物进行轻柔细搓，洗涤更加均匀，洗净比提高 18%。盆形大波轮，对水的带动力量更强，由于水的惯性衣物的转动率非常小且会随水流的方向向上，同时凹进的盆形，减少衣物和波轮直接接触，降低磨损率。使衣物远离桶壁。

波轮正反转的过程中，产生强劲的水压，使水从内桶壁高，低喷口喷出，形成瀑布水流，低瀑布横向冲击，解除衣物缠绕；高瀑布从上向下冲击衣物，不但提高洗净比，还达到了洗涤全面无死角的效果如图 2。



图 2 内外双桶洗衣机结构示意图

内桶像脱水时一样高速旋转（650 转/分），带动高速旋转的离心水流，衣物贴桶壁相对运动，并随着离心力旋瀑而出，再在内桶停转时随重力跌落，形成和滚筒式洗衣机一样的反复摔打的洗涤方式。在内桶旋转的过程中，洗衣机内外桶通过桶壁的孔迅速交换，形成穿透式水流，可以彻底穿透衣物顽渍。由于离心洗涤是通过高速穿透水流达到洁净效果，这样就减少了衣物与波轮、内桶间的摩擦，从而轻松达到滚筒洗衣机的洗涤效果。

5.1.3 用速净喷淋法降低衣物与机身的摩擦

立体喷射水流从桶底喷出（图3），使衣服尽量少的接触桶壁和波轮面，使其在水中洗涤，在水中减少接触的次数和面积，使它尽量多的被水冲击以做到洗涤干净。在水中大大减少衣物的缠绕和与波轮的摩擦，根据波轮式洗衣机的独特的倾斜桶形从多方位正确的进行喷水处理，让衣物尽量多降落在洗衣机中波轮对衣物损伤程度最小的最佳方位，使降落在波轮上的衣物能够受到最小的摩擦力，而且在不断喷射水柱的过程中可以促进水的流动，使衣物不被缠绕在一起也能使洗衣粉在洗衣机内更加均匀的分布在桶的每一个地方。

循环过滤系统，即从洗衣机中抽水并经过滤去除其中的灰尘和杂质，然后将过滤后的水通过速净喷淋喷射水流进入洗衣机中如图4

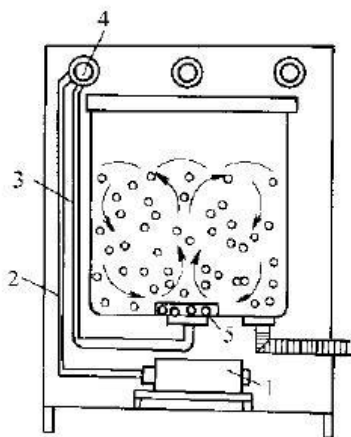


图 3

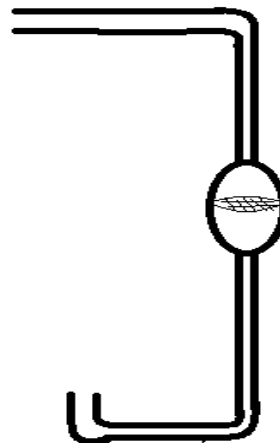


图 4

波轮式洗衣机的工作原理图（图5）。A 是波轮, B 是盛水桶。波轮表面的水在波轮片A的拨动下随波轮一起转动, 由于水具有粘滞性, 便带动整个桶内的水的搅动, 实现了把电机能量传递给水的过程。为了便于分析衣物的受力情况, 我们先研究桶内各点的水流情况。

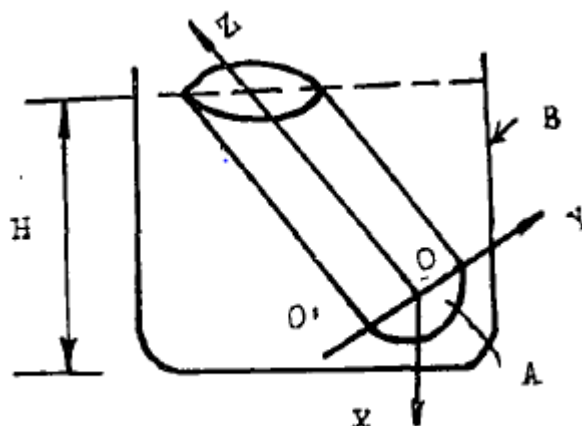


图5

以小波轮中心O为原点建立图3所示的坐标系。设波轮半径为 a ，桶底的半径为 b ， $OO' = c$ ，水深为 H 。波轮转速为 ω ，我们来分析图3所示波轮正上方高为 H 的小水柱中各点的水流情况。

波轮表面流动边界条件为 $(\vec{v} \cdot \vec{n})_b = \vec{n}_b \cdot \vec{v}_b$ ，水流速与波轮转速相同，即也为 ω 。因而小水柱底面上任一点的流速为：

$$\vec{v} = \omega \cdot \vec{e}_\varepsilon \quad (0 \leq r \leq a)$$

单独取出这段小水柱，如图4，由于底面 $z=0$ 处水厚度很小，可以认为 $\Delta h \rightarrow 0$ ，可把底面水的流动当作涡面来考虑。在水柱面有：

$$\vec{\Omega} = D \times \vec{V} = D \times (\omega r \vec{e}_\varepsilon) = \frac{1}{r} \frac{\sigma(r \cdot r \omega)}{\sigma r} \vec{K} = 2\omega \vec{K} \quad (0 \leq r \leq a, Z=0)$$

由于涡面上的边界条件满足 $\vec{\Omega} \cdot \vec{n} = 0$ ，对于我们讨论的这段小水柱，其流场可用公式得：

$$\vec{V} = -\frac{1}{4\pi} \iiint_{\tau'} \frac{\vec{S} \times \vec{\Omega}}{S^3} d\tau'$$

考虑到 $\Delta h \rightarrow 0, dA' = 2\pi r dr$ ，一段小涡面元对流场中 A' 点的贡献，则有：

$$d\vec{V} = \frac{\omega r(r + tg\theta z) dr}{[z^2 + (ztg\theta - r)^2]^{\frac{3}{2}}} \vec{e}_\varepsilon \quad (0 \leq r \leq a)$$

故整个涡面对流场的贡献为：

$$\vec{V} = \left(-\frac{2\omega tg^2\theta}{\sqrt{a^2 + z^2}} + 3\omega tg\theta - \frac{3\omega ztg\theta - \omega}{\sqrt{z^2 + a^2}} - \omega \ln \frac{a + \sqrt{z^2 + a^2}}{z} \right) \vec{e}_\varepsilon$$

在 $0 < r < a, 0 < z < H$ 水柱面内，根据水的粘滞性和这部分流场的传播特点知道，沿 \vec{e}_ε 方向存在着切应力。 $p_{z\varepsilon}$ 为在平面上沿 \vec{e}_ε 方向单位面积物体受的力， μ 为粘滞系数。由牛顿切应力公式：

$$p_{z\varepsilon} = \mu \frac{dv}{dz}$$

带入得

$$P_{z\varepsilon} = \frac{\mu\omega(2tg\theta z - a)(tg\theta z - a)}{z(z^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (0 \leq r \leq a)$$

- 1) $r = \frac{a}{2}$ 和 $r = a$ 时, $P_{z\varepsilon} = 0$
- 2) $0 \leq r \leq \frac{a}{2}$ 时, r 增加 $(a - 2r)(a - r)$ 减小, $P_{z\varepsilon}$ 减小。
- 3) $\frac{a}{2} \leq r \leq a$ 时, r 增加, $P_{z\varepsilon}$ 反向增加。

在 $a \leq r \leq b, 0 \leq z \leq H$ 小水柱以外, 衣物仍受到以上两个力作用, 其值各为:

$$P_{z\varepsilon} = \mu \frac{dv}{dr} = \mu \frac{\omega(\sqrt{b^2 - c^2 \sin^2 \varepsilon} + a + c \cos \varepsilon)}{b^2 - a^2 - 2ac \cos \varepsilon - c^2} \left(\frac{2a^3}{z^2 \sqrt{z^2 + a^2}} - \frac{3a}{z} + \frac{2a}{\sqrt{z^2 + a^2}} + \ln \frac{a + \sqrt{z^2 + a^2}}{z} \right)$$

$P_{z\varepsilon}$ 和 F 也与 ω 有关, 很明显, ω 越大 F , $P_{z\varepsilon}$ 越大, 但 F 与 ω^2 成比例, 而 $P_{z\varepsilon}$ 与 ω 成比例, 因而 F 比 $P_{z\varepsilon}$ 增加得快, 故 ω 越大, 衣物缠绕越严重, 而且 ω 太大, 衣物与桶壁和波轮面的摩擦也增加, 磨损越严重。

衣物在整个流场中受力情况可用图6 表示。MN 为径向 oc 的一段衣物 $OA = \frac{a}{2}$, $OB = a$, $b > O, c > a$

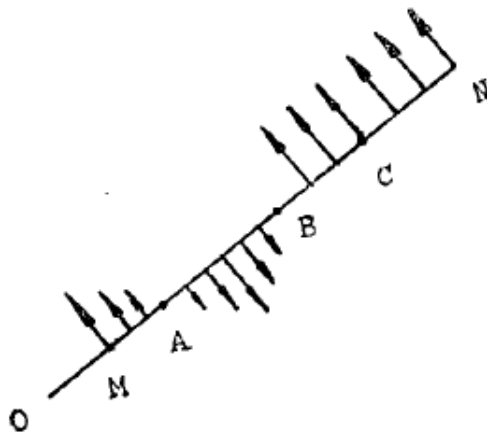


图6 波轮上不同地方对衣物的磨损

在MA 段, 衣物要受到随, 增加的向心力作用绕O 旋转, 而MA 段衣物受到的切应力随 r 增加而减小, 也就是说, 越靠近A, F 越大, $P_{z\varepsilon}$ 越小, 故衣物不易在这段产生缠绕。

在AB 段, AB 点切应力为零, r 增加, 即越靠近B 端衣物受到的向心力越大, 切应

力也越大，但切应力反向，因而在这段衣物与水流的相对流动很明显，衣物受到很好的洗涤，而且不易发生缠绕。

若使洗衣机尽可能减少与内壁的摩擦力（图 7），则可利用速净喷淋（图 8）将衣物冲击后落到 AB 段，即距圆心半个半径的距离。

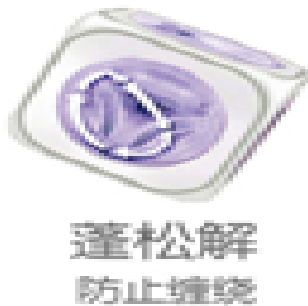


图 7

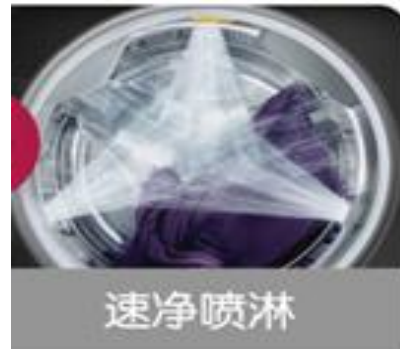


图 8

5.1.4 结论

在波轮式洗衣机中加入循环抽水系统并加以过滤系统，可加入活性炭用于吸附有害气体、滤去不溶性、吸附一些可溶性，将衣服中少量的甲醛溶在水中的毒素过滤出去，保证洗衣时水的洁净。采用不锈钢内桶，减小衣物和内桶壁摩擦力，从而减轻衣物的磨损，双动力洗衣机还是挺不错的，它能够有效解决衣物缠绕现象，同时提高洗净度使洗涤更干净。在洗衣服的同时运用速净喷淋的技术自下而上对衣物进行喷冲，使其上下翻滚，更多的与水接触，减少与内壁的摩擦；从较高的一边喷水洗涤，使衣服落在距波轮的圆心半个半径的距离，上文中的 AB 段，使衣服受波轮的摩擦力最小。运用这种洗衣机能使，洗净均匀度高达 99.3%，同时减少了衣物与内桶的摩擦，它对衣物磨损率只有 0.02%，比普通滚筒洗衣机都低，比普通滚筒洗衣机还要省水，使上下翻滚的衣物由中心向四周扩散，全面呵护衣物。

5.2 基于微分方程求解的洗衣机最佳漂洗策略建模

5.2.1 洗衣机漂洗功能分析

常见的漂洗方式有蓄水洗涤原理漂洗，溢流漂洗（注水漂洗）原理漂洗，人们在分析洗衣机对衣物的磨损度选择洗衣机的时候往往忽略了其中一个关键因素——洗衣机的漂洗功能

蓄水洗涤原理

蓄水洗涤是指洗涤物放入注满水的洗涤桶内，然后将定时器按到 3 分钟至 5 分钟的位置，由波轮转动进行漂洗。当第一次漂洗干净后，把衣物捞出，排除污水后，再注入清水，重复 3-4 次，即可完成蓄水漂洗工作程序，采用多次更换清水，将衣物的洗涤剂及污垢漂清。

溢流漂洗（注水漂洗）原理

注水漂洗原理，在洗衣桶内边注水边漂洗，即把洗衣机桶内的水注到最高水位，不再关闭自来水水龙头，让水继续不断地流入洗涤桶内。边流边进行漂洗。从衣物上冲刷下来的污垢，洗涤剂泡沫等，因比水轻，总会漂浮在水面上，持续不断地从溢水管口排出洗衣机桶，清水再不断进入，从而达到漂洗的目的。

溢流漂洗比蓄水洗涤的效果好，水面上的一层污垢及洗涤泡沫等可以从高位溢水口溢出，这样漂洗的时间段，衣物漂洗干净，但耗水量大。

5.2.2 用微分方程对洗衣机漂洗策略求解

无论是手洗还是机洗，漂洗功能都是必不可少的。漂洗的次数过多对衣物的损伤程度是不可忽略的，然而洗涤次数不足会导致有害物质穿在身上致癌，不少人为了洗干净无中生有的增加了漂洗的次数，结果增加了对衣物的磨损。如何控制每次漂洗的用水量，才能使衣物洗的最干净是关键。

为确定起见，我们首先作出下面的合理假设：

- (1) 经过漂洗，衣物上的污物已经全部溶解（或混合）在水中；
- (2) 不论是洗涤还是漂洗，脱水后衣物中仍残存一个单位的少量污水；
- (3) 漂洗前衣物残存的污水中污物含量为 a ；
- (4) 漂洗共进行 n 次，每次漂洗的用水量为 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ ；
- (5) 漂洗的总水量为 A 。

由于每次漂洗后残存的污水均为一个单位，因此其污物的浓度即为污物的含量，于是，我们可以计算出：

第一次漂洗后，残存污水中的污物含量为

$$a \cdot \frac{1}{1+x_1} = \frac{a}{1+x_1} \quad (1)$$

第二次漂洗后，残存污水中污物的含量为

$$\frac{1}{1+x_1} \cdot \frac{1}{1+x_2} = \frac{a}{(1+x_1)(1+x_2)} \quad (2)$$

第 n 次漂洗后，残存污水中的污物含量为

$$\frac{a}{(1+x_1)(1+x_2)\dots(1+x_n)} \quad (3)$$

显然，只要 n 次漂洗后残存污水中的污物含量达到最低，就能使衣物洗得最干净。于是，问题转化为在条件

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = A$$

的约束条件之下，求函数

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{a}{(1+x_1)(1+x_2)\dots(1+x_n)} \quad (4)$$

的最小值，亦即函数

$$f(x_1, x_2, L, x_n) = (1+x_1)(1+x_2)L(1+x_n) + \lambda(x_1 + x_2 + L + x_n - A) \quad (5)$$

的最大值问题。为此，设拉格朗日函数

$$L(x_1, x_2, L, x_n, \lambda) = (1+x_1)(1+x_2)L(1+x_n) + \lambda(x_1 + x_2 + L + x_n - A)$$

$$\text{令} \begin{cases} L'_{x_1}(x_1, x_2, L, x_n, \lambda) = (1+x_2)L(1+x_n) + \lambda = 0 \\ L'_{x_2}(x_1, x_2, L, x_n, \lambda) = (1+x_1)L(1+x_n) + \lambda = 0 \\ L'_L(x_1, x_2, L, x_n, \lambda) = (1+x_1)(1+x_2)(1+x_n) + \lambda = 0 \\ x_1 + x_2 + L + x_n = A \end{cases}$$

$$\text{可得} \quad x_1 = x_2 = L = x_n = \frac{A}{n}$$

由问题的实际意义可知，函数 $F(x_1, x_2, L, x_n)$ 的最小值式存在的，故

$$x_1 = x_2 = L = x_n = \frac{A}{n} \quad (6)$$

即为所求之最佳点。

一般来说，漂洗的轮次可以根据总水量的多少来确定，平均分配每个轮次的用水量永远是最好的选择。为了保证足够公平和水的节约，选用喷淋式入水，通过进水管进入口的自来水，流到喷淋装置上（内壁或喷淋手），然后从内盖或喷淋手上的小孔中淋到桶内的衣物上，均匀地淋到衣物上，当脱水桶高速旋转时，衣物上的水以及从衣物表面冲刷下的污垢、洗涤剂残留物便会在离心力的作用下穿过衣物，沿脱水桶（内桶）壁少的小孔被甩出，当洗到 2-3 次时就可以把洗衣粉在衣物中的残留降至对人体无害的程度也可以起到节水的效果。

在现行国家标准 GB/T4288-2008《家用和类似用途电动洗衣机》中，洗衣机的漂洗性能是仅次于洗净性能的重要性能指标，是通过检测衣物残留漂洗液的碱度来确定洗衣机的漂洗效果，目前洗衣机国家标准规定洗涤衣物上残留漂洗液碱度不应大于 $0.06 \times 10^{-2} \text{mol/L}$ ，这个限值基本上不会对人体肌肤造成伤害。也就是说，只要是按照该标准生产的洗衣机，不论其标准洗衣程序中规定的漂洗次数是多少，都应达到这个标准，没有必要单纯地追求漂洗的次数。

5.3 电解水洗涤法衣物洗涤建模

5.3.1 电解水洗涤的应用工作原理

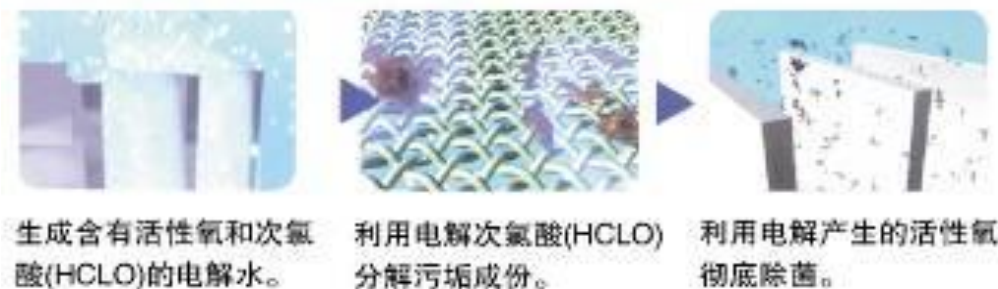
洗衣机专门设计制造的电解水装置，这样可以更加环保，节省大量的程序。该装置所使用的电极为重金属钛镍合金，通过电脑程序控制电解装置有序地进行电解工作。电解洗涤、杀菌的主要媒介是次氯酸和活性氧等。

自来水经电解后产生活性氧，进而产生氯系 ClO_2 （二氧化氯）、 Cl_2 （氯气）、 HClO （次氯酸）和氧系 O_3 （臭氧）、 H_2O_2 （双氧水）消毒剂的混合物。几种消毒剂在杀菌消毒效果上具有互补和协同作用，是任何单一型消毒剂所无法比拟的，且没有残留和环

境污染问题,不会产生“三致”(致癌、致畸、致突变)物质(即氯代有机物 THM),健康环保。不仅洗涤衣物不用洗涤剂,而且只需漂洗一次,大大节约了用水,是非常健康环保的洗涤方式。

除菌程序:电解水产生的大量活性氧和次氯酸离子等,有效杀灭大量有害菌,经权威实验验证,对大肠杆菌等杀灭率高达 99.9% 以上。

不用洗衣粉洗衣的“零洗涤剂程序”



5.3.2 电解水洗涤法模型分析

将波轮式洗衣机添加电解水装置,这样可以更加环保,节省大量的漂洗程序。起到电解洗涤、杀菌、次氯酸和活性氧等的功能。

做一个波轮式洗衣机的模型如图

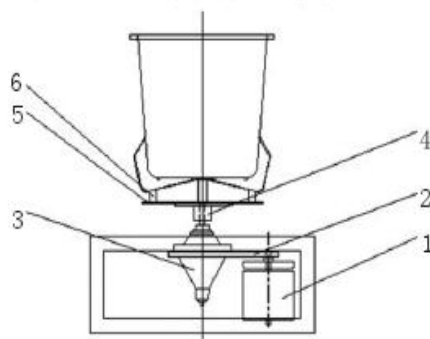


图9 波轮式洗衣机结构模型

四抓自动抱紧装置主要参数如下:

机架尺寸: 500 mm×500 mm×300 mm; 电机转速: 1 450 r/min; 小轮直径: 40 mm; 减速器直径: 150 mm 减速器传动比: 3.67: 1

则电机到减速器转轴的传动比为:

$$i = \frac{\omega_{\text{电机}}}{\omega_{\text{转轴}}} = \frac{\omega_{\text{电机}}}{\omega_{\text{减速器}}} \times \frac{\omega_{\text{减速器}}}{\omega_{\text{转轴}}} = \frac{d_{\text{减速器}}}{d_{\text{电机}}} \times 3.67 = \frac{150\text{mm}}{40\text{mm}} \times 3.67 = 13.76$$

则圆盘的转速为:

$$n = \frac{n}{i} = \frac{1450}{13.76} = 105.4 \text{ r/min}$$

转速达到波轮式洗衣机的转速要求。

由理解波轮式洗衣机的工作原理及由物理算法得出转速。因此可以仿真洗衣机的工作原理，用实验室中电解水机器来模拟洗衣机在用电解水时的工作，用电脑控制旋转的方向，再用洗净率[3]是根据碳黑油污染布在洗前和洗后的反射率，用 $D_r = \frac{R_w - R_s}{R_0 - R_s} \times 100\%$

得净衣效能[5]，磨损率 $P = C_1 \cdot C_2 \frac{\sum_{i=1}^{10} P_i}{10}$ 计算统计许多数据，用转速为 $80 r/min$ 、 $100 r/min$ 、 $120 r/min$ 的 3 种模拟波轮式洗衣机的 3 种功率做实验，计算出洗净率[6]和衣物的磨损度，重复实验 4 次，再将这些数据。得出数据如下表 1、表 2、表 3、表 4。

表 1 使用电解水时净衣效能值

	1	2	3	4
$80 r/min$	0.85	0.83	0.84	0.82
$100 r/min$	0.91	0.88	0.92	0.89
$120 r/min$	0.88	0.88	0.90	0.88

表 2 使用电解水时磨损度 (%)

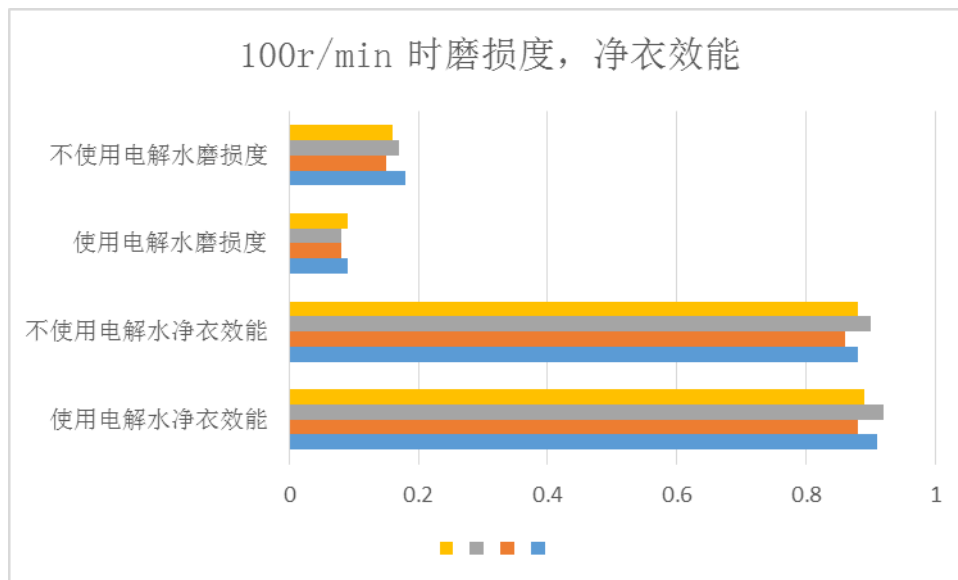
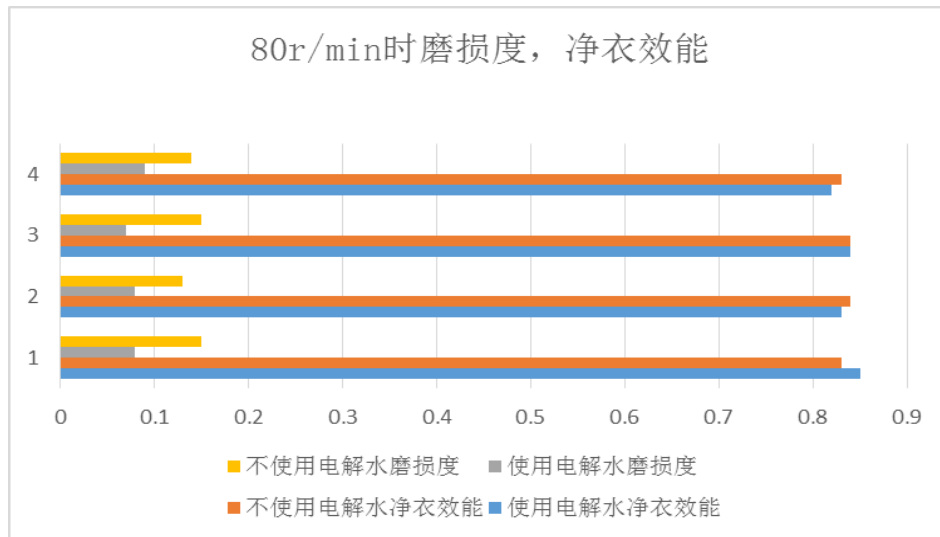
	1	2	3	4
$80 r/min$	0.08	0.08	0.07	0.08
$100 r/min$	0.09	0.08	0.08	0.09
$120 r/min$	0.10	0.09	0.09	0.09

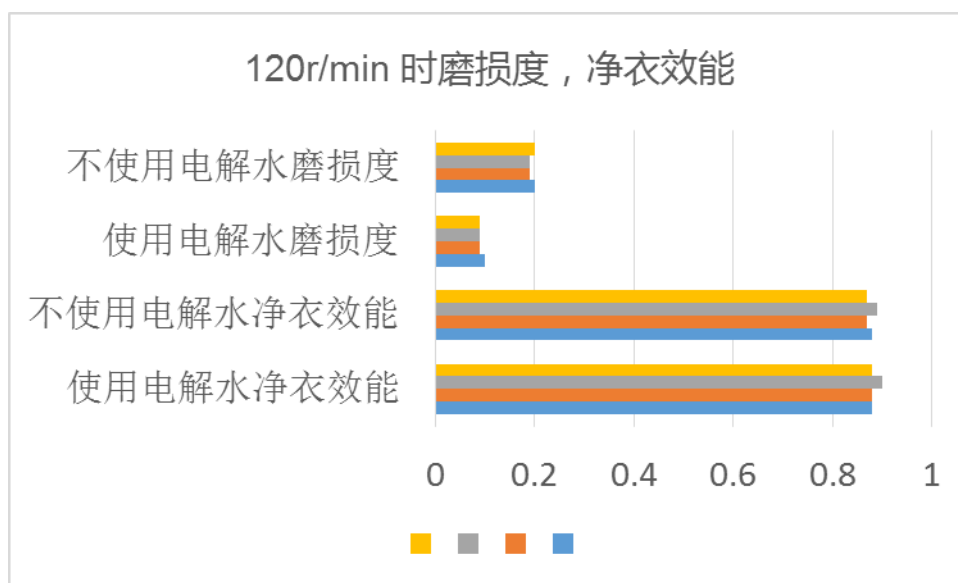
表 3 不使用电解水时净衣效能值

	1	2	3	4
$80 r/min$	0.83	0.84	0.84	0.83
$100 r/min$	0.88	0.86	0.90	0.88
$120 r/min$	0.88	0.87	0.89	0.87

表 4 不使用电解水时磨损度 (%)

	1	2	3	4
$80 r/min$	0.15	0.13	0.15	0.14
$100 r/min$	0.18	0.15	0.17	0.16
$120 r/min$	0.20	0.19	0.19	0.20





对该种洗涤方法的净衣效能和磨损度可信度评估, 波轮式洗衣机的电解水洗衣法的净衣效能可信度与每次试验结果息息相关, 在此对每一次实验的结果进行净衣效能可信度评估。通过设置净衣效能可信度 A_{jk} , 此处定义 A_{jk} 为多次试验后得出综合净衣效能与理论真实值差值平方的倒数。

$$A_{jk} = \frac{1}{(X_{jk} - \mu)^2}$$

可将每一种洗衣机对这 4 次实验的结论看作独立相互不影响的实验, 依次可通过 4 次的净衣效能可信度值得出每次实验的洗净可信度评估值

$$\omega = 0.9 \times \overline{A_j} + 0.1 \times \frac{\sigma_{\max}^2}{\sigma_j^2}$$

其中, $\overline{A_j}$ 为第 j 个实验所得净衣效能可信度的平均值; σ_j^2 为第 j 次实验可信度值的方差

对这几种洗衣机的净衣效能进行可信度评估时主要考虑两方面, 一个是洗衣机的净衣效能的高低, 即 4 次净衣效能可信度值的平均值; 另一方面是洗衣机的稳定性能, 即 4 次可信度的方差, 得出电解水洗方式的衣机不仅磨损度非常小, 而且洗净度和稳定性能高。

5.3.3 结论

由上面可以看出水解法在洗净效果方面与波轮式洗衣机效果更好, 时间又比电解水洗衣机短, 但磨损度大大减小了。波轮式洗衣机加上电解水技术大大降低了波轮式洗衣机在磨损度上的大的问题, 又能够不失洗净率, 可以作为一种新型波轮式洗衣机的思维方式。

六、模型的评价、改进和推广

在本次模型的建立中我们运用了物理力学分析和建立几何模型分析相结合的方法对波轮式洗衣机进行改进,简洁实用的决策方法,所需定量数据信息较少等优点有助于更佳的解决实际问题,通过实际生活中对洗衣机的不同看法进行综合,更加具有现实性,近民性。同时我们也借助矩阵计算软件对特征值和特征向量有了很好的精确计算,避免在层次分析法的模型建立过程中因层次分析法的缺点而产生的误差。

在此模型建立过程中我们运用了综合评判解决滚筒式洗衣机,收集各种资料做出比较科学、合理、贴近实际的量化评价;评价结果是一个向量,而不是一个点值,包含的信息比较丰富,既可以比较准确的刻画被评价对象,又可以进一步加工,得到参考信息,权重的大小反映的事实也较为客观,具有普遍性。运用 ANSYS 有限元分析软件降低模型中因计算复杂而产生的误差。

通过模型的建立,以及对实际问题的分析,我们可以运用最佳的生产方案,并能够推动新型是洗衣机的发展和建立。

七、参考文献

- [1] GB/T4288-2008 《家用和类似用途电动洗衣机》[s]
- [2] 《佳木斯大学学报(自然科学版)》
- [3] 何继学. 大波轮洗涤原理初步探讨[J]. 家用电器科技, 1985(06):7-8
- [4] 张兆顺 《流体力学》 清华大学出版社 2004—7
- [5] 山田功. 洗涤过程中机械力与衣物受损之间的关系[J]. 中国洗涤用品工业. 2013(4):65-70.
- [6] 董博文, 吴敏. 织物机洗洗净性能的研究[J]. 科技信息(学术研究). 2008(3):98-100, 103.