

参赛队号 #1369

## 第七届“认证杯”数学中国

### 数学建模网络挑战赛

#### 承 诺 书

我们仔细阅读了第七届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站([www.madio.net](http://www.madio.net))公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

**我们的参赛队号为：1369**

**参赛队员（签名）：**

队员 1：曲宇勋

队员 2：许敬晖

队员 3：刘贤祖

**参赛队教练员（签名）：** 包文涛

**参赛队伍组别(中学|专科|本科|研究生)：** 中学组

## 第七届“认证杯”数学中国

### 数学建模网络挑战赛

#### 编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：  
1369

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

# 2014 年第七届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第二阶段论文

题 目：\_\_\_\_\_ 幼儿园园长的苦恼 \_\_\_\_\_

关键词：矩阵变换；正态分布；matlab 函数拟合；SPSS 加权

## 摘 要：

本文针对幼儿园教师调度问题，综合考虑教师的满意程度，小孩的舒适度和孩子的安全指数，建立了三种优化模型。在保证教师能够较轻松地完成看护幼儿园孩子的任务的同时，也使孩子能够获得最大活动空间，并对三种优化模型进行比较，选出最佳方案。

对于问题一，我们第一阶段论文（1369 队 D 题）已经求得最佳安排方案为：每条 50m 的边界，安排 3 名教师；在每条 35m 的边界，安排 2 名教师，并都以频率 0.18 进行  $180^\circ$  的转头监察，并安排一名巡查教师，观察中间活动情况。由于请假一名教师，所以只剩下三名教师进行换班。为确保教师精力充沛，以最佳精神状态保证学生安全，故我们用 matlab 函数拟合的方法建立模型，计算出：最佳换班时间为 4min。

对于问题二，我们仔细研究了该问题，初步认为此方案是可行的。为了更好地验证方案的可行性，我们设置了 3 个测量标准来表示方案的三个领域（教师满意度，孩子满意度与孩子的安全指数）的可行性，并在这三个领域方面与我们第一阶段方案进行比较：

**模型一：**为了最大程度利用空间，我们让小孩以正态分布的形式分布于空地中，接着，我们通过对小孩分成不同的区段来设置老师的位置。首先，在中心区域放置三个老师。其次，利用 lingo 规划分别计算出疏散区内 8 个老师的位置。再次，我们通过图像分析和矩阵变换安置剩余老师的位置。接着，通过对不同区段内的单位面积小孩容纳量，进行加权，计算出每个区域小孩的数量。最后，得到了教师在空地上的平面监控分布图。

**模型二：**经过思考，我们将四角老师进行改进：通过转头，拓宽老师对小孩的监控范围，具体实施步骤如下：

首先，根据 matlab 反三角函数绘制：边缘旋转老师视野范围内的安全区域，以及警戒区域；其次，通过几何分析得出教师在空地上的平面监控改进分布图。最后，通过对不同区段内，单位面积小孩的容纳量进行加权，计算出每个区域上小孩的数量。

在模型的评价上，我们将评价机制分为三部分：用总教师的人数与中心需要转头的教师数的比值，与活动总时间占教师所要站立时间的比值之和，来表示教师的满意度；用孩子总人数与孩子活动区域周长的比值表示孩子的安全期系数；用孩子的活动区域面积与空地总面积的比值来表示孩子的满意度。用这三个标准，将本阶段方案与第一阶段的方案进行比较，并通过 SPSS 对两组数据进行加权分析，最后得出结论：集体责任制更具优越性，并对最优方案的可行性做了进一步的分析。

对于模型的推广，本文所建模型可用于旅游中游客的管理、地震后的人员管理等问题的宏观调控中。

参赛队号：\_\_\_\_\_ 1369 \_\_\_\_\_

所选题目：\_\_\_\_\_ D \_\_\_\_\_ 题

参赛密码 \_\_\_\_\_  
(由组委会填写)

## 英文摘要（选填）

Aiming at the kindergarten teachers' scheduling, we consider the teacher tired degree, the security index of children and the range of children activities, setting up three kinds of optimization model, which can guarantee that teachers can easily complete the nursing tasks in kindergarten children, meanwhile, children can get the maximum activity space. Then we can compare three kinds of models, and select the best scheme.

For the problem one, our first stage paper (1369 team D) has the optimal arrangement scheme: we arrange 3 teachers each 50m boundary; in each 35m boundary, we arrange 2 teachers, letting them revolve frequency of 0.18, and arranged a patrol teacher who can observe the intermediate activities. because a teacher ask to leave, so only three teachers change shifts. To assure teachers be full of energy and the greatest extent to ensure the safety of students, we establish the model to calculate the optimal shift time.

For problem two, we have made a careful study of the second issue scheme and preliminary think two scheme feasible problem. In order to validate the feasibility of the project, we set up 3 measurement standard to represent the three field program (teachers' satisfaction, satisfaction of child and child safety index) is feasible, and compare it to the three areas and the first phase

Model one: in order to maximize the use of space, we let the children take the normal distribution in the form of distribution in space, then, the children are divided into different sections to set the position of a teacher. First of all, we placed three teachers in the central area, and then use the lingo function to calculate the 8 teacher position, then through image analysis and matrix transform to place the remaining teacher position, finally we give different weight to the children on different sections, computes the number of child on each place, finally we make the teachers on the ground plane monitoring distribution model.

Model two: After thinking, to broaden children's range of motion, we let the rotation angle teacher take the place of four in the corner, according to Matlab anti trigonometric function, we draw edge rotating teacher view within the safe and the warning area, and then through the geometric analysis of plane monitoring distribution map, we improved the teacher in space. And through our wight for different numbers of the different sections, computes the number of child on each place. Our evaluation mechanism is divided into three parts. With calculating the ratio of total teachers and the teachers needing to turn and the ratio of the total time and the time teachers need to stand, we define it as the satisfaction of teachers; With calculating the ratio of the total number of children and coefficient of area where children activity. we define it as the children's safety period; With calculating With the ratio of children's activities area and the total area of vacant land, we define it as the child's degree of satisfaction. The three standards will be compared with the first phase of the project. And the data of the two groups were compared by SPSS weighted, finally we can draw a conclusion, and we can estimate the feasibility.

For **model promotion**, in this paper, the model can be used to the management of the tourists, and the the management of people who suffered the earthquake and so on.

## 一、 问题重述

某幼儿园，有 130 名孩子，有 15 名老师，由于园内的空间不足，为了让孩子们能够充分活动，需要将孩子们带到一块长 50 米，宽 35 米的矩形空地上去活动。每天大约要活动 30 分钟。在空地上活动是安全的，空地外可能会遇到危险。一名老师可以监督其正前方长 10m，宽 3m 的区域。

### 问题一：

若有一名老师请假对于第一阶段的调度方案该做出怎样的调整？

### 问题二：

建立老师责任制是一些幼儿园解决安全问题采取的一种措施，也就是让一个老师固定看管几个孩子，这些孩子的安全由该老师负责。请建立数学模型评估一下该种方案的可行性，并与第一阶段问题中建立的集体责任制的方案进行比较。

## 二、 问题分析

对于问题一，我们利用第一阶段的结论，并且建立换班时间的数学模型，并对其进行优化，用 matlab 拟合出了教师疲惫程度随时间变化的关系，并用穷举法列出了所有换班时间中的教师疲惫度的变化情况，得出 14 人最佳的换班时间，解决了该问题。

对于问题二，我们用 3 个评价标准对个人责任制方案进行评价，最后结合三个评价标准，对模型的可行性进行分析。

## 三、 模型假设与符号说明

基于对本文问题的分析，我们作出如下基本假设：

- 1.老师的监查范围是真实可靠的；
- 2.孩子的最大速度为 3 米每秒；
- 3.每个老师的转头频率相同，每个老师转头时看到的视野范围不变；
- 4.15 名老师中至少有 3 个精力充沛的老师可以进行长时间转头。

以下为符号说明：

$\frac{1}{comfort}$	教师的满意度
$range$	孩子活动范围与面积的比值（孩子的满意度）
$T$	换班时间
$\delta$	孩子的安全系数
$P$	教师疲惫度

## 4、模型建立、分析与求解

### 4.1、数据的获取

通过查阅资料可得，人精力高度集中的时间为 20 分钟，并且随时间增长精力消耗速度加快。并且人精力恢复时间为 30 分钟但随时间增长精力恢复速度减慢。

为测定精力集中程度随时间的关系，我们在队员间进行了实验，让队员以最佳转头频率进行转头，并在一分钟内对其询问 10 个测验其辨别能力的问题，根据回答的准确程度即可得知其精力的变化情况，得到如下数据：

表 1

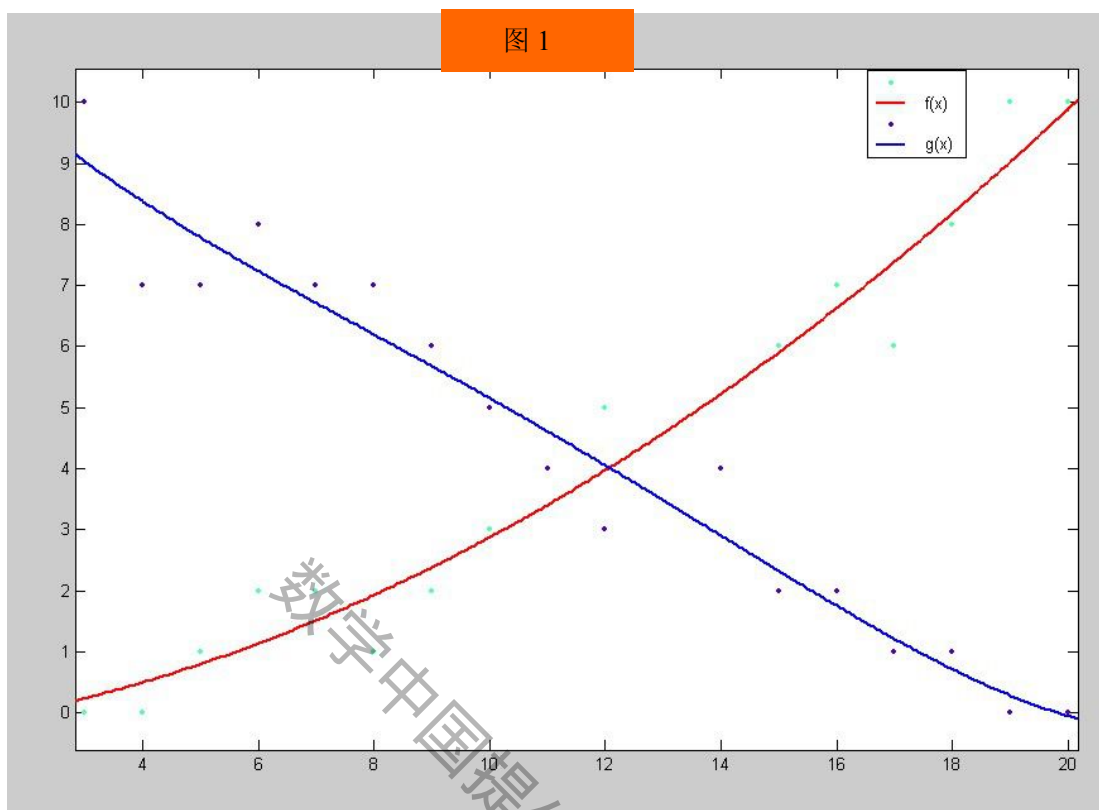
时间/min	错误次数
1	0
2	0
3	0
4	1
5	1
6	2
7	2
8	4
9	6
10	8
11	9
12	8
13	7
14	9
15	9
16	8
17	9
18	10
19	10
20	10

表 2

休息时间/min	错误次数
1	10
2	9
3	10
4	7
5	7
6	8
7	7
8	7
9	6
10	5
11	4
12	3
13	4
14	4
15	5
16	4
17	3
18	3
19	4
20	2

参赛队号 #1369

对这些数据用 matlab 进行拟合，得到函数图象如下：



为保证教师精力从而保证学生安全，每个转头教师疲惫程度不能超过 5。设每次换班时间为  $T$ ，得到如下函数：

$$f(T) = 0.01913 \times T^2 + 0.1284 \times T - 0.3225$$

$$g(T) = 0.0001377 \times T^4 - 0.006022 \times T^3 + 0.09066 \times T^2 - 1.091 \times T + 11.65$$

通过 matlab 求解方程可以得到：

表 3

$f(T)=0$	$T=1.946936043$	$g(T)=0$	$T=19.8302836771$
$f(T)=1$	$T=5.610334437$	$g(T)=1$	$T=17.4255492893$
$f(T)=2$	$T=8.162209203$	$g(T)=2$	$T=15.5763386313$
$f(T)=3$	$T=10.24337937$	$g(T)=3$	$T=13.8468570594$
$f(T)=4$	$T=12.04585338$	$g(T)=4$	$T=12.1102619887$
$f(T)=5$	$T=13.65843652$	$g(T)=5$	$T=10.3004516118$

通过计算可以得到：

表 4

对应函数 所需时间 疲惫程度变化	$f(T)$		$g(T)$
0~1	3.663398	5~4	1.80981
1~2	2.551875	4~3	1.736595
2~3	2.08117	3~2	1.729482
3~4	1.802474	2~1	1.849211
4~5	1.612583	1~0	2.404734

由上表可知，一个教师所能坚持的最长时间为 13.65min,因为每次只能替换三个人，不妨设三名教师为一组，将转头的 12 名教师分为 3 组，每组三人。（最后剩余一个教师可与巡查教师换班），所以每次换班的时间不能超过 4min。列举出所有可能的换班时间，得到下表：

表 5

教师组数 疲惫程度 换班时间	第一组教师	第二组教师	第三组教师	第四组教师
1min	0.27	0.27	0.27	0
2min	0	0.54	0.54	0.27
3min	0.27	0.13	0.81	0.54
...	...			
28min	4.94	5.45	5.01	5.56
29min	5.56	6.07	5.63	5.01
30min	5.01	6.69	6.25	5.63



参赛队号 #1369

表 6

教师组数 疲惫程度 换班时间	第一组教师	第二组教师	第三组教师	第四组教师
2min	0.54	0.54	0.54	0
4min	0	1.08	1.08	0.54
6min	0.54	0	1.86	1.08
...	...			
26min	5.57	4.5	5.88	4.64
28min	4.64	5.57	7.12	5.88
30min	5.88	4.64	8.36	7.12

表 7

教师组数 疲惫程度 换班时间	第一组教师	第二组教师	第三组教师	第四组教师
3min	0.81	0.81	0.81	0
6min	0	1.62	1.62	0.81
9min	0.81	0	2.79	1.62
...	...			
24min	3.69	2.22	3.81	5.34
27min	5.34	3.69	5.46	3.69
30min	3.69	5.34	7.32	5.34

表 8

教师组数 疲惫程度 换班时间	第一组教师	第二组教师	第三组教师	第四组教师
4min	1.08	1.08	1.08	0
8min	0	2.16	2.16	1.08
12min	1.08	0	3.63	2.64
16min	2.64	1.08	1.31	4.11
20min	4.11	2.64	2.87	1.91
24min	1.91	4.11	4.34	3.47
28min	3.47	1.91	6.82	5.67

由上表可得：

$$\bar{P}_1 = (5.01 + 6.69 + 6.25 + 5.63) \div 4 = 5.895$$

$$\bar{P}_2 = (5.58 + 4.64 + 8.36 + 7.12) \div 4 = 6.425$$

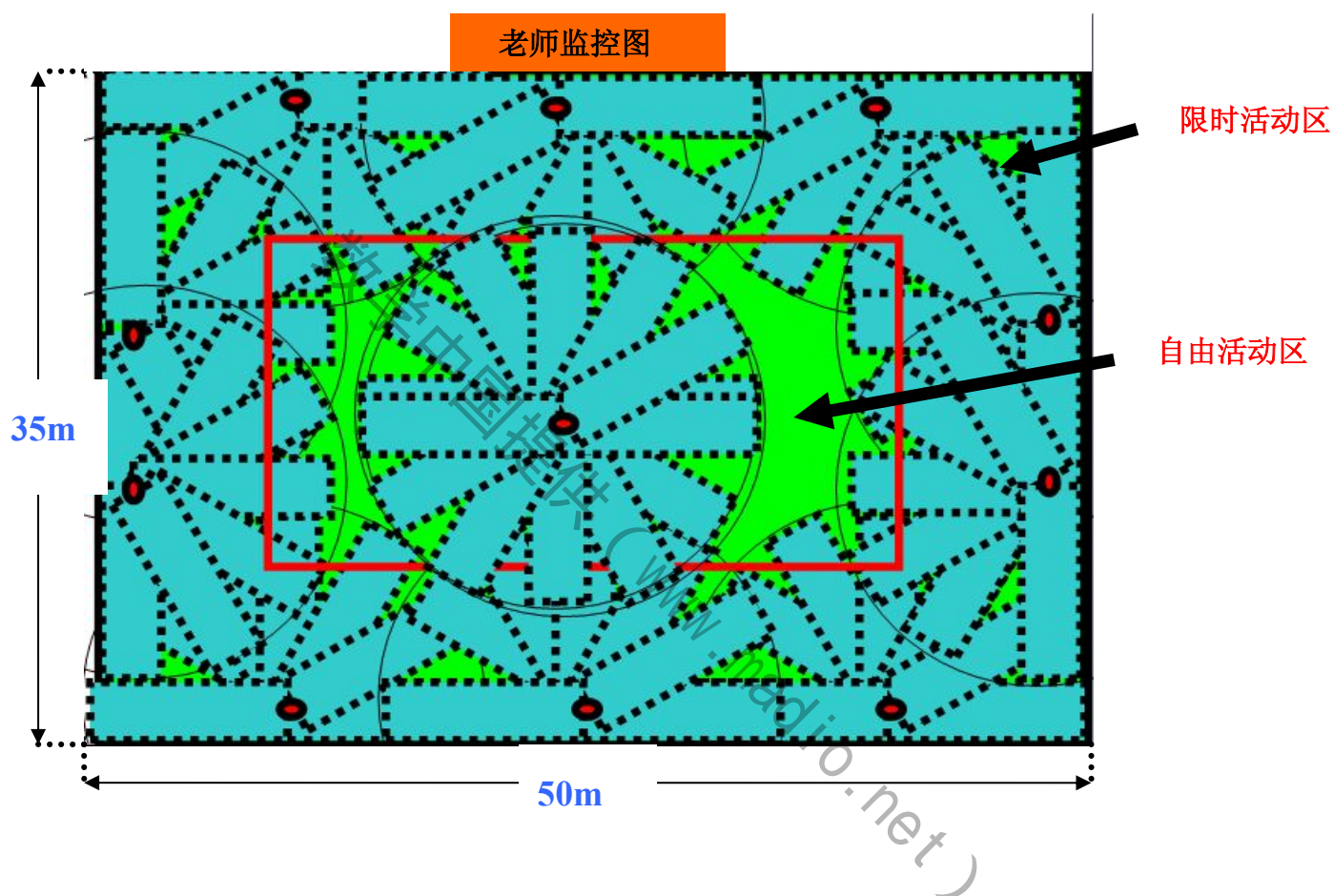
$$\bar{P}_3 = (3.69 + 5.34 + 7.32 + 5.34) \div 4 = 5.4225$$

$$\bar{P}_4 = (3.47 + 1.91 + 6.82 + 5.67) \div 4 = 4.4675$$

因此可得：最佳换班时间为 4min，此时可以保证教师的精力最为充沛。

#### 4.2、问题一模型的建立和求解

问题一为第一阶段方案的拓展，当一位老师请假后安排老师巡查的周期要发生变化，我们将第一阶段的模型的数据进行修改，求出最佳的换班时间。下图为老师在空地的监控范围及老师的分布。



#### 4.3、问题二模型的建立和求解

问题二要对问题中的方案进行评价，我们分别设置了3个评价标准，一为**孩子的活动范围**，这可以代表孩子的满意程度；二为**教师的转头频率**，它的倒数可以代表老师的舒适度；三为**孩子的安全值**。综合以上的3个标准来判断方案的可行度。

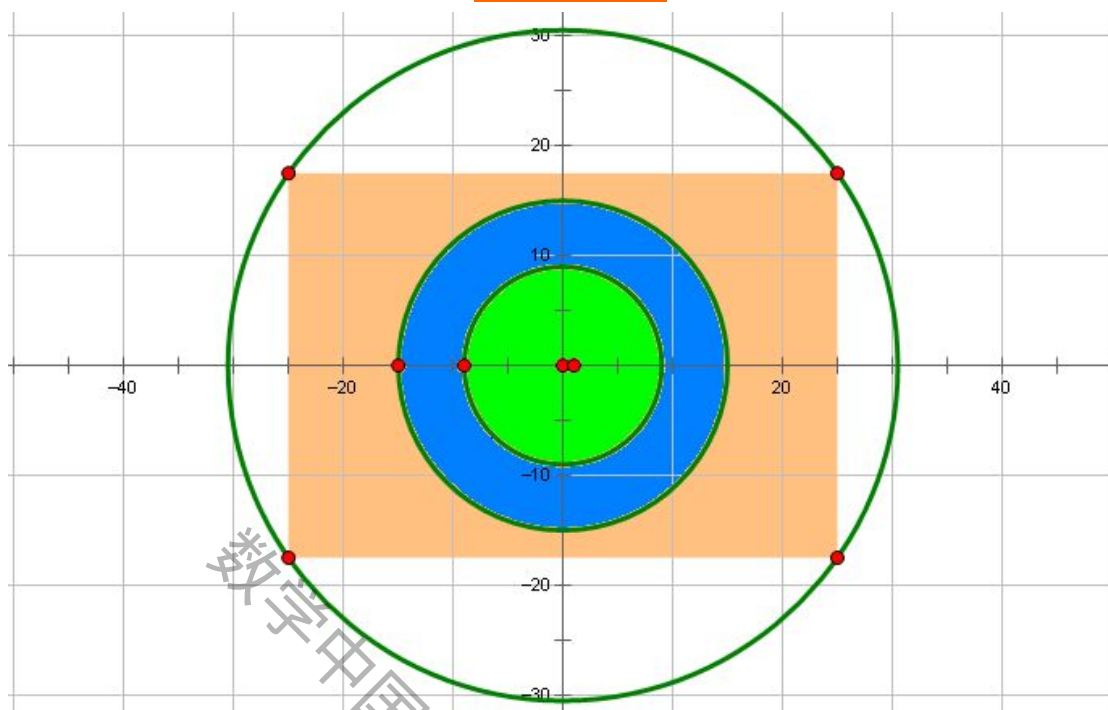
我们使用**正态分布**的模型先将学生的大致分布图画出：

由于在矩形的中间位置，老师的可监视范围最大，越往四边老师可监控范围逐渐减少，所以我们初步判断学生呈正态分布，并且借此将图划分成三个区域

我们使用正态分布的方法先将学生的大致分布图画出来：

参赛队号 #1369

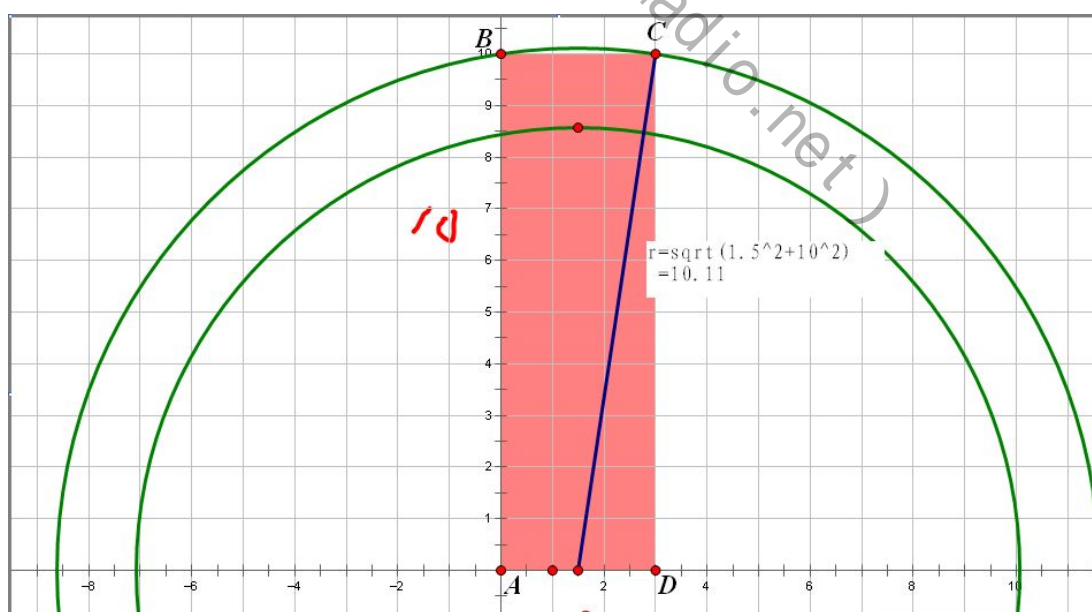
图 1



其中，绿色区域为学生密集区，蓝色为亚密集区而橙色为疏散区。

我们选拔身强力壮体力充沛的 3 个老师，放置于视野中央，他们可以转头来监控孩子们。所以可以算出  $r = \sqrt{10^2 + 1.5^2} \approx 10.11$

图 2-1

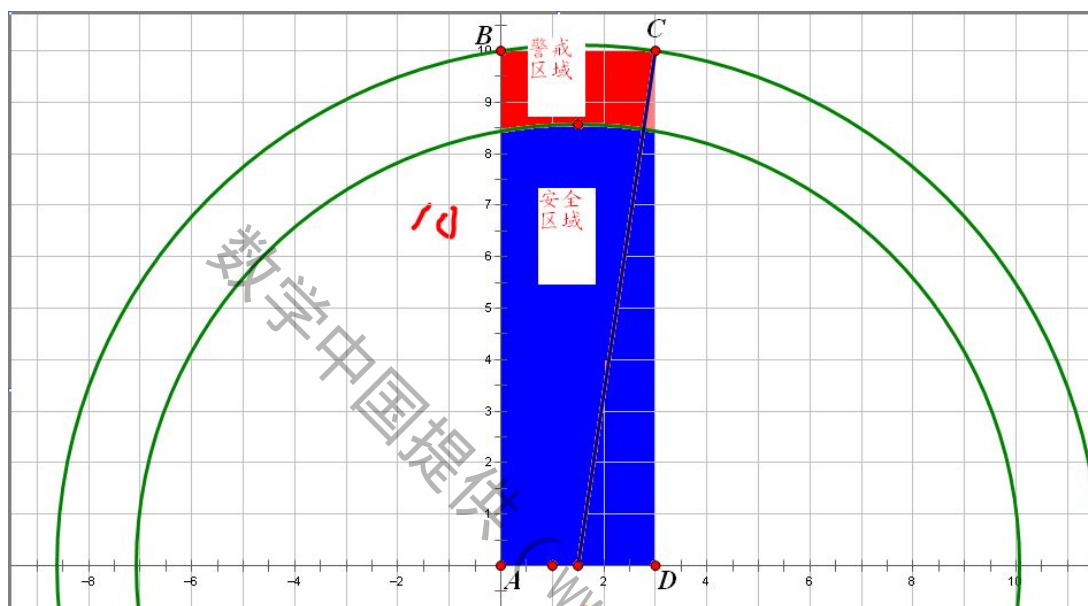


由于是身强力壮的老师，我们查阅资料知其转头频率大约 1.2 次/s（一次为  $180^\circ$ ），而假设小孩在老师的威慑下的跑步速度为 1.5m/s，所以在一次转头过程中，小孩最大位

移  $s=vt=1.5 \times \frac{240}{180} \times 1.2 = 2.4 \text{ m}$ , 所以, 定义转头老师的警戒距离为  $d = 10.11 - 2.4 = 7.71 \text{ m}$ , 当孩子走进警戒区域时, 老师可以通过警告来让小孩回到安全区域, 从而保证了孩子的安全。

而三个老师聚集在一起时, 由于他们要一起监视大数量的小孩, 所以当出现意外(如小孩逃逸或者发生受伤事件时), 其中一个老师可以跑出保护小孩, 而其他老师可以加快转头频率与转头范围来暂时代替这个老师监控学生。

图 2-2



为了寻求最大程度地利用空地空间的方案, 我们取第一象限上的截略图分析, 建立函数如下:

$$Z_1 = \max \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

s.t.

$$10 < x_1 \leq 25$$

$$1.5 \leq y_1 \leq 16$$

其中  $x_1$  表示监控教师所在位置的横坐标,  $y_1$  表示监控老师所在位置的纵坐标。  $Z_1$  表示监控教师距离中心教师的最大距离。

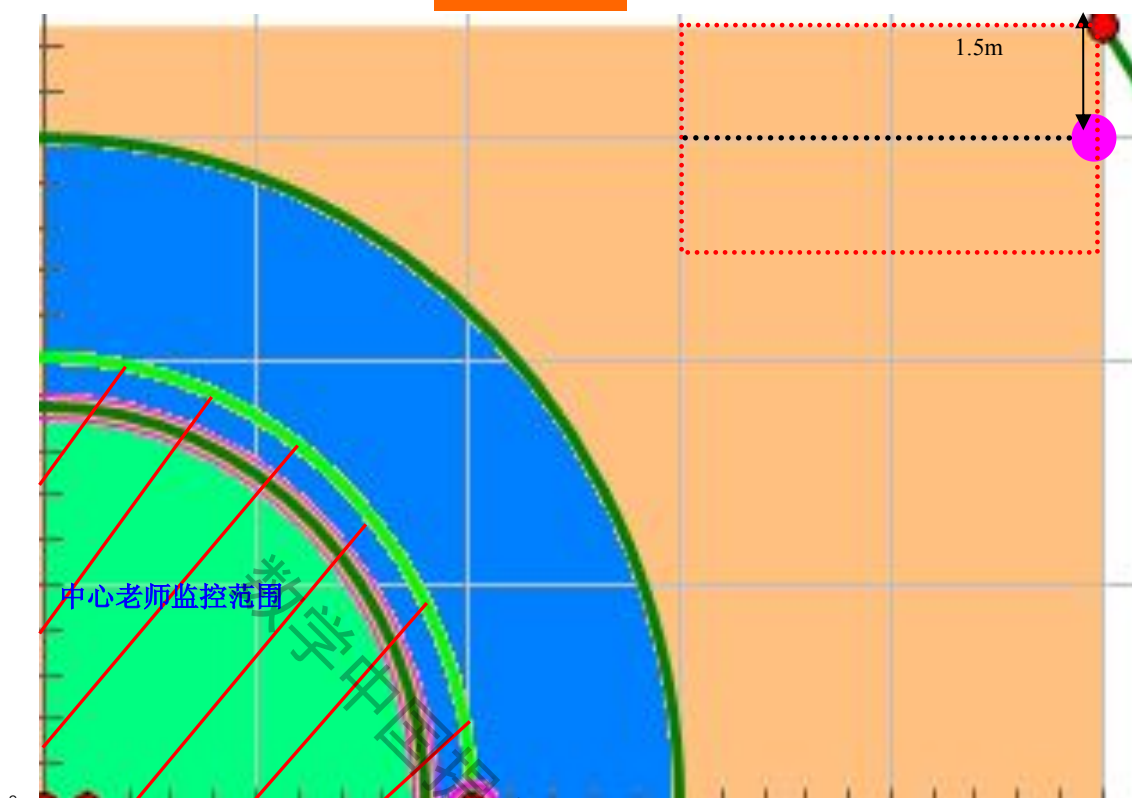
Lingo 编程求解的结论为: 最大距离为  $29.68 \text{ m}$ , 此时教师位置横坐标  $x_1 = 25 \text{ m}$ , 教师位置纵坐标  $y_1 = 16 \text{ m}$

所以第一象限在  $(25, 16)$  处安置横向监控老师。

同理, 分别在第二象限、第三象限和第四象限的  $(-25, 16)$ ,  $(-25, -16)$  和  $(25, -16)$  安放 3

个横向监控老师

图 3



而要接着尽可能利用空间，就需在疏散区继续安置纵向监控老师，以第一象限为例：  
根据  $x$  的取值范围可以得到两种函数：  
建立函数如下：

(1)

$$Z_2 = \max \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

*S.t.*

$$22 < x_2 \leq 23.5$$

$$10 \leq y_2 \leq 14.5$$

其中  $x_2$  表示监控教师所在位置的横坐标， $y_2$  表示监控老师所在位置的纵坐标。 $Z_2$  表示监控教师距离中心教师的最大距离。

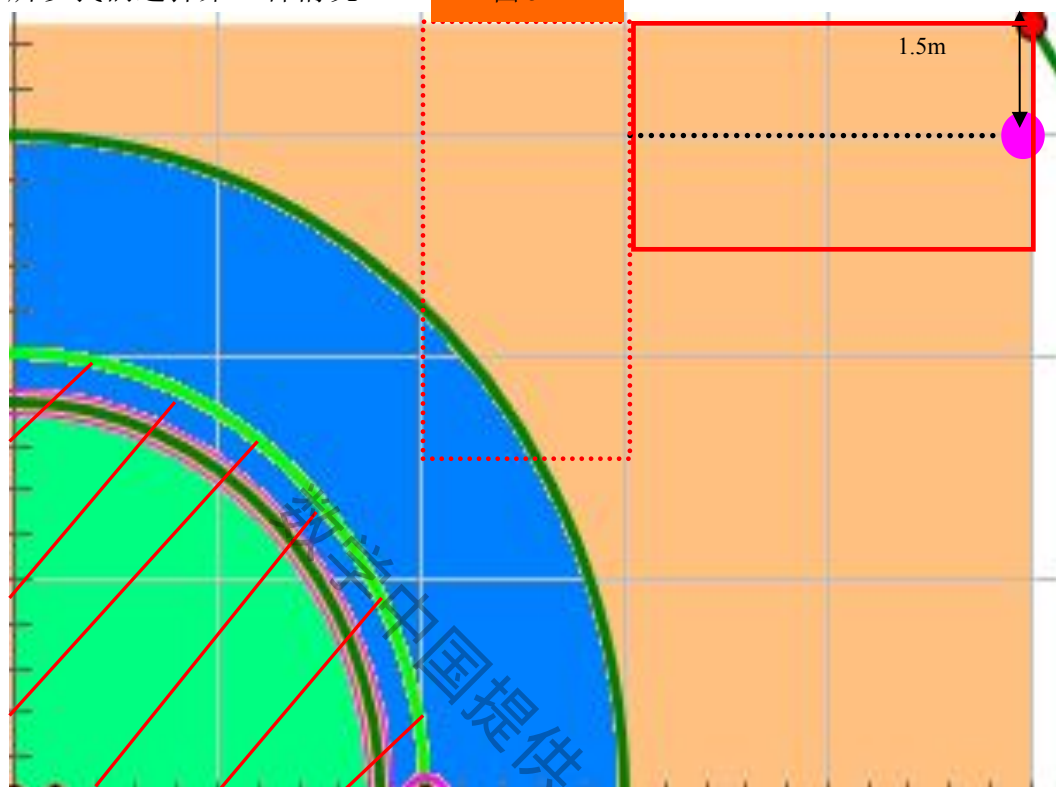




$$\because Z_3 > Z_2$$

所以我们选择第二种情况。

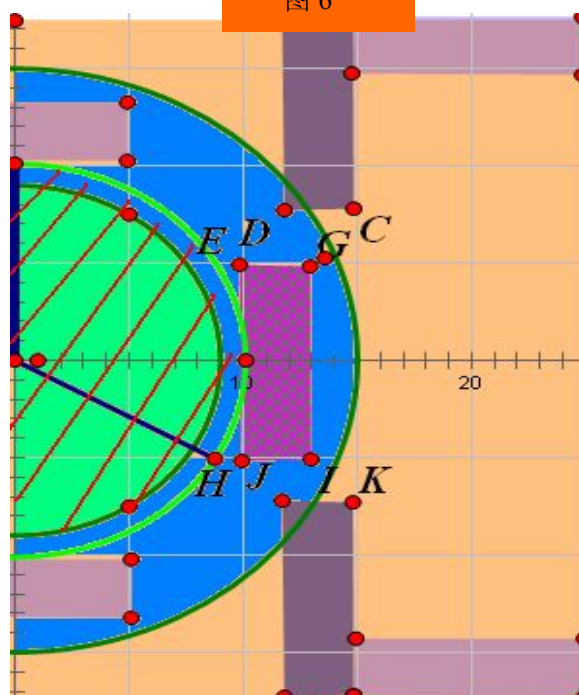
图 5



而此时我们共使用了 11 个老师，还有 4 个老师闲置，而大部分的亚警戒区还处于无人监视态，所以在亚警戒区部署剩余的四个老师。

对于亚警戒区内的老师，采取横向与纵向的监视方法，通过使矩形  $EHIG$  到两边距离和最大，差最小，并且与中心老师视野范围相切，使矩形  $EHIG$  达到最佳位置。

图 6





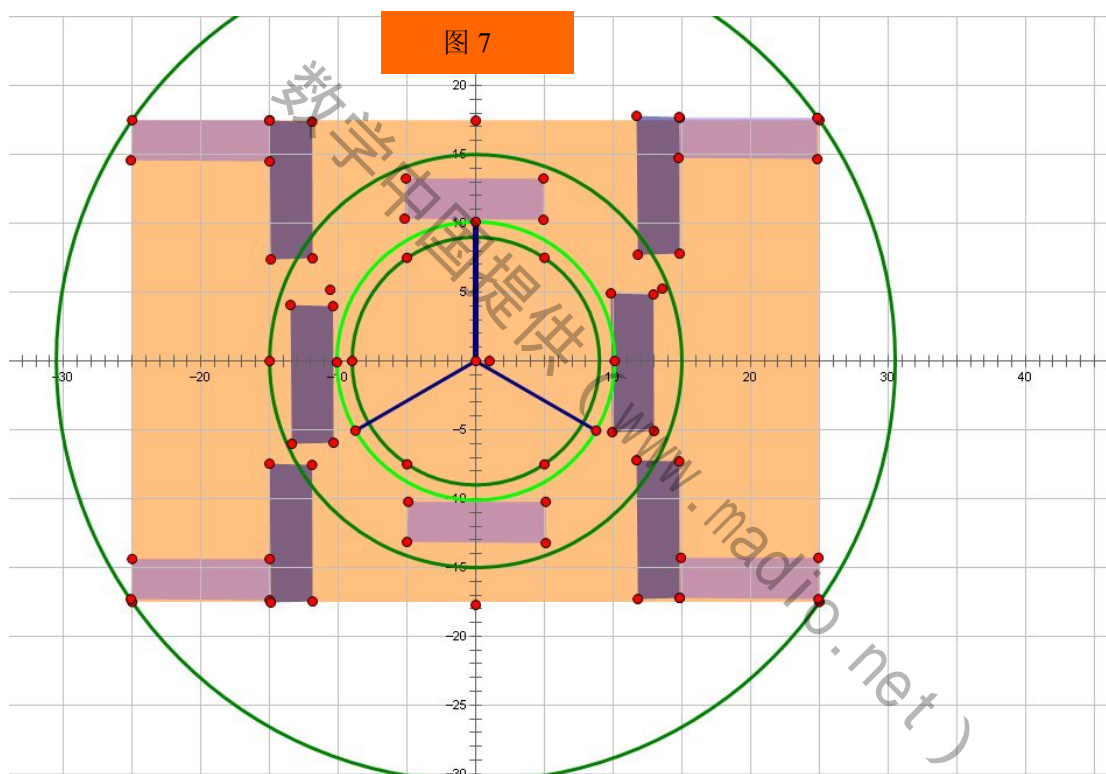
然后通过矩阵变换  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  与  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  形成剩余老师的位置。

我们定义的密集区中，老师的监督力道最大，所以小孩单位面积能够容纳最多，而亚警戒区与疏散区里的小孩次之，对小孩单位面积容纳量进行加权 1.2:1.1:1，解方程  $10.11^2\pi*1.2x+4*3*10*1.1x+8*3*10*x=130$ ，解得： $x=0.17165\approx 0.17$ ，所以疏散区内一个老师的视野范围内有  $3*10*0.17=5.1\approx 5$  个小孩，亚密集区内一个老师的视野范围内有：

$2*3*10*0.17=10.2\approx 10$ ，密集区内其中两个老师的视野范围内有：

$\frac{180-5*8-10*4}{3}=33.33\approx 33$  个小孩，剩余一个老师的视野范围内有  $130-5*8-10*4-33*2=34$  个

小孩模型一完毕。最终教师的平面分布图如下：



对于模型一，注意到实际上只有 3 个老师为转头老师，而且注意到疏散区有 8 个老师，老师人数过多，所以针对老师的调度进行进一步的改进，建立模型二：

首先针对疏散区老师人数利用率不高问题，先将四个角落的老师换为旋转型老师，通过反三角函数，计算出边角老师的最大旋转角为  $98^\circ$ ，所以，他的安全区半径为

$r=10.11-vt=10.11-1.5\times\frac{98\times 2}{180}\times 1.2=8.11\text{m}$ 。而剩下四个老师，将他们分配在各个象限。

为了在尽多地节约空间的同时能有各个老师相互呼应来防止特殊情况的发生，我们使剩下老师站在中心监控老师与四角监控老师的连线的中点上。

所以在第一象限的剩下老师的坐标满足  $x=\frac{0+25}{2}=12.5, y=\frac{0+17.5}{2}=8.75$

其余老师的坐标分别为(12.5,-8.75),(-12.5,-8.75)与(-12.5,8.75)

我们定义的密集区中，老师的监督力道最大，所以小孩单位面积能够容纳最多，而亚警戒区与疏散区里的小孩次之，对小孩单位面积容纳量进行加权 1.2:1.1:1，解方程

$10.11^2\pi*1.2x+4*3*10*1.1x+8*3*10*x=130$ ，解得：

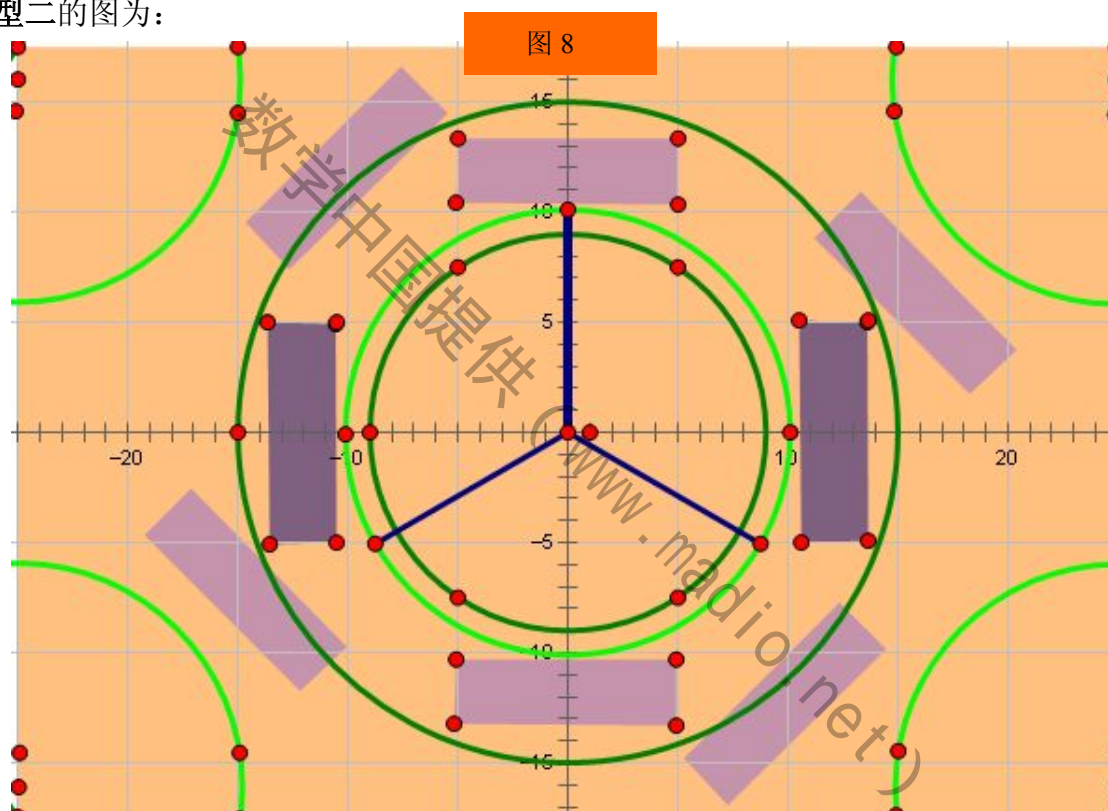
$x=0.17165556294382392586259897880307 \approx 0.17$ ，所以疏散区内一个老师的视野范围内有  $3*10*0.17=5.1 \approx 5$  个小孩，亚密集区内一个老师的视野范围内有：

$2*3*10*0.17=10.2 \approx 10$  个小孩，密集区内其中两个老师的视野范围内有：

$\frac{180-5*8-10*4}{3}=33.33 \approx 33$  个小孩，剩余一个老师的视野范围内有：

$130-5*8-10*4-33*2=34$  个小孩。

模型二的图为：



所以我们得出的结论为如图 8，其中疏散区内一个老师的视野范围内有 5 个小孩，亚密集区内一个老师的视野范围内有：10 个小孩，密集区内其中两个老师的视野范围内有：33 个小孩，剩余一个老师的视野范围内有：34 个小孩。

#### 4.4、评价机制的建立

根据图像得到了关于教师满意度的值

$$\frac{1}{\text{comfort}} = \frac{a}{b} + \frac{t}{t_1} = \frac{15}{3} + \frac{30}{30} = 6$$

其中  $\frac{1}{\text{comfort}}$  为教师的满意度， $a$  为老师的总数， $b$  为转头老师数， $t$  为活动总

时间， $t_1$  为老师站立时间。

学生的安全系数为

$$\partial = \frac{q}{c} = \frac{130}{8 \times 26 + 4 \times \pi \times \sqrt{105.25}} = 0.387$$

其中  $q$  为孩子的总人数， $c$  为孩子活动区域的周长。

由于在个人责任制与集体责任制中小孩的活动范围均不是占满整个  $35 \times 50$  区域，考虑到小孩的舒适度与小孩真正活动面积呈正相关，所以我们定义小孩的自由活动面积为  $S_1$ ，

限时（警戒区）活动面积为  $S_2$ ，定义全面积为  $S$ ，对自由活动面积与限时（警戒区）活

动面积进行 4:1 的加权，所以小孩的舒适度  $range = \frac{S_1 + \frac{1}{4}S_2}{S}$ ，以此来界定评价机制中的

小孩舒适度。

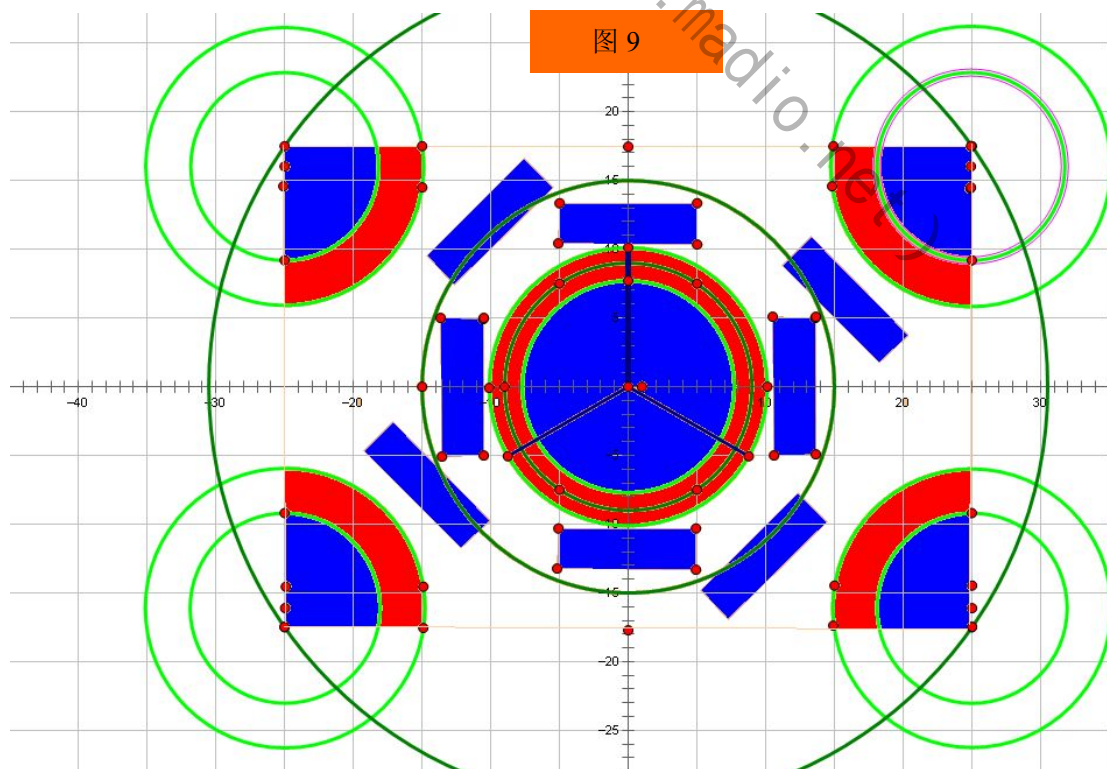
对于集体责任制模型

$$range = \frac{1}{1750} \left( 50 - \frac{6}{f} \right) \left( 35 - \frac{6}{f} \right) + \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{1}{1750} \left( 50 - \frac{6}{f} \right) \left( 35 - \frac{6}{f} \right) \right) \quad (f \text{ 为转头频率})$$

由我们的集体责任制模型可知  $f = 0.18$

带入得  $range \approx 0.262$

对于个人责任制模型(蓝色为安全区域，红色为警戒区域)



## 参赛队号 #1369

$$range = \frac{8 \times 3 \times 10 + 7.71^2 \pi + \frac{1}{4} \times 4 \times 8.11^2 \pi}{35 \times 50} + \frac{\frac{1}{4} \times (10.11^2 \pi - 7.71^2 \pi + \frac{1}{4} \times 4 \times (10.11^2 \pi - 8.11^2 \pi))}{35 \times 50} \approx 0.5041$$

## 4.5、问题二中的模型二的评价

该模型的优点为考虑到老师的满意度，孩子的满意度和孩子的安全，用个人责任制将老师同固定的孩子联系在一起在保证孩子的绝对安全下，最大程度提高老师和孩子的综合满意度来进行教师的安排。

## 4.6、模型比较

第一阶段中老师的最佳转头频率为 0.18 次每秒， $\frac{1}{comfort} = \frac{1}{0.18} = 5.55555$  且  $6 > 5.55555$  所以第二阶段教师的满意程度高。第一阶段小孩的安全系数为：

$\partial = \frac{q}{c_2} = \frac{130}{(35+50) \times 2} = 3.06$ ，远大于第二阶段的安全系数。第一阶段小孩的舒适度为：0.262，第二阶段小孩的舒适度为 0.504，易看出第二阶段小孩的舒适度更高。

## 4.7 模型总体比较

对于我们建立的三个评价机制，我们对其进行综合评价，所以我们对教师满意程度，小孩舒适度与安全系数进行了 2:3:5 加权处理。

我们利用 SPSS 来实现这一过程：

集体责任制

Case Processing Summary				
	Cases			
	Included		Excluded	
	N	Percent	N	Percent
VAR00002 * VAR00004	3	100.0%	0	.0%

## Report

VAR00002			
VAR00004	Mean	N	Std. Deviation
.20	5.5556	1	.
.30	.2620	1	.
.50	3.0600	1	.
Total	2.9592	3	2.64822

个人责任制

## Means

Case Processing Summary

	Cases			
	Included		Excluded	
	N	Percent	N	Percent
VAR00003 * VAR00004	3	100.0%	0	.0%

Report

VAR00003			
VAR00004	Mean	N	Std. Deviation
.20	6.0000	1	.
.30	.5041	1	.
.50	.3870	1	.
Total	2.2970	3	3.20740

由 SPSS 分析数据可得集体 责任制加权的最后得分为 2.9592，而个人责任制的最后得分为 2.2970

$\therefore 2.9592 > 2.2970$

$\therefore$  综合以上两组数据我们选择集体责任制

## 5、模型的评价与推广

### 5.1、模型的评价

根据我们得出的模型二的坐标空地地图，我们得到教师的舒适度为 6，小孩的安全系数为 0.387，小孩的舒适度为 0.504。说明方案二中教师小孩的综合满意度高，但小孩的安全系数较低，在小孩不听教师的情况下易走到危险区的纪律大，若教师的能力比较强，则这个方案可行。

### 5.2、模型的推广

经讨论，此模型还可以进行推广，如：一名导游对较多游客进行管理；地震时灾后

对人员的管理等，就可以使用上述模型，利用有限的人力资源，达到最有效的控制人群扩散的效果。

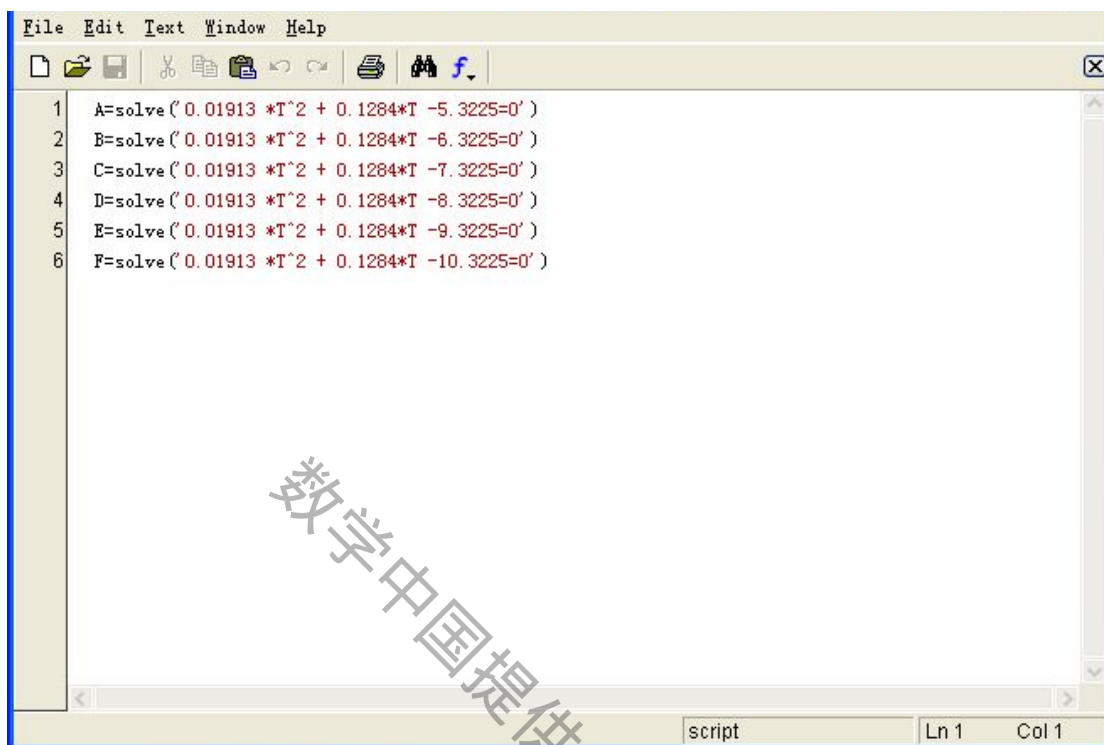
## 6、参考文献

- [1] 吉林省电教馆，《穷举法——中小学电教(下)》，吉林：吉林教育厅，2011年01期。
- [2] 《非线性规划——科技信息》，山东省：山东省科技厅，2012年08期。
- [3] 洪文；朱云鹃；金震；王其文，《lingo求最大值——第六届（2011）中国管理学年会——管理科学与工程分会场论文集》：2011。
- [4] 黄心正，《matlab函数拟合——福建电脑》，福建：福建省科学技术厅，2010年07期。
- [5] 薛山，《MATLAB基础教程》，北京：清华大学出版社，2011年3月。

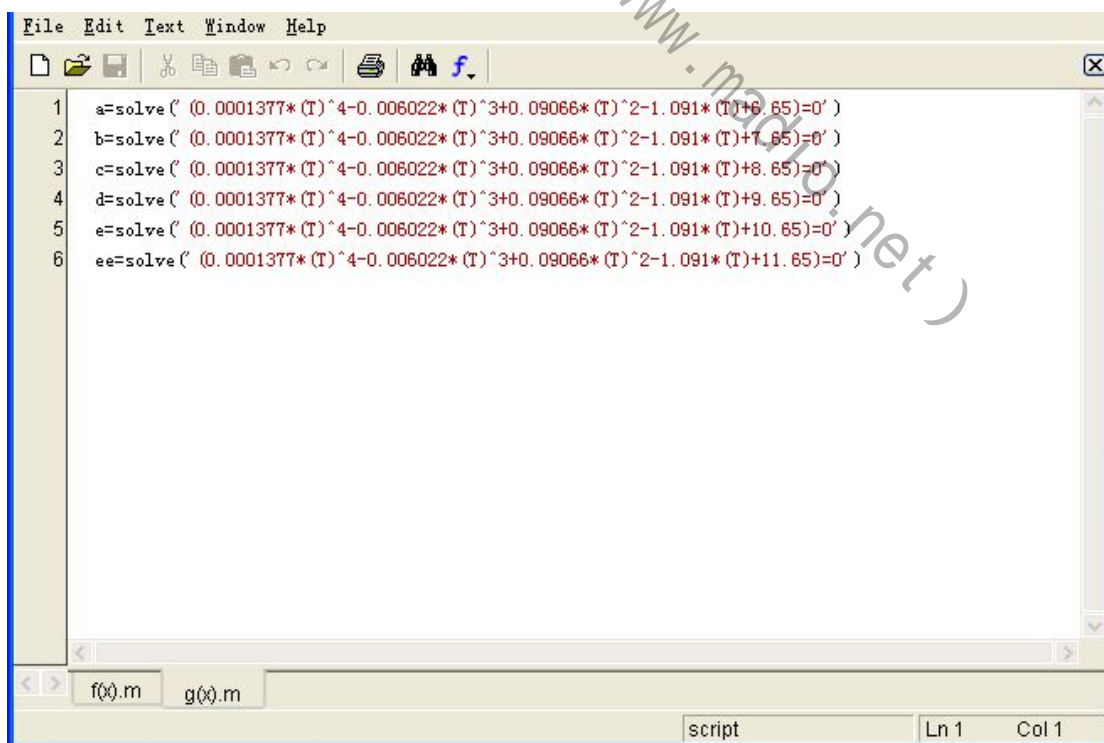
数学中国提供 (www.madio.net)



## 7、附录



```
File Edit Text Window Help
[Icons]
1 A=solve('0.01913 *T^2 + 0.1284*T -5.3225=0')
2 B=solve('0.01913 *T^2 + 0.1284*T -6.3225=0')
3 C=solve('0.01913 *T^2 + 0.1284*T -7.3225=0')
4 D=solve('0.01913 *T^2 + 0.1284*T -8.3225=0')
5 E=solve('0.01913 *T^2 + 0.1284*T -9.3225=0')
6 F=solve('0.01913 *T^2 + 0.1284*T -10.3225=0')
script Ln 1 Col 1
```



```
File Edit Text Window Help
[Icons]
1 a=solve('(0.0001377*(T)^4-0.006022*(T)^3+0.09066*(T)^2-1.091*(T)+6.65)=0')
2 b=solve('(0.0001377*(T)^4-0.006022*(T)^3+0.09066*(T)^2-1.091*(T)+7.65)=0')
3 c=solve('(0.0001377*(T)^4-0.006022*(T)^3+0.09066*(T)^2-1.091*(T)+8.65)=0')
4 d=solve('(0.0001377*(T)^4-0.006022*(T)^3+0.09066*(T)^2-1.091*(T)+9.65)=0')
5 e=solve('(0.0001377*(T)^4-0.006022*(T)^3+0.09066*(T)^2-1.091*(T)+10.65)=0')
6 ee=solve('(0.0001377*(T)^4-0.006022*(T)^3+0.09066*(T)^2-1.091*(T)+11.65)=0')
f(x).m g(x).m script Ln 1 Col 1
```

## 参赛队号 #1369

教师组数 疲惫程度 换班时间	第一组教师	第二组教师	第三组教师	第四组教师
1min	0.27	0.27	0.27	0
2min	0	0.54	0.54	0.27
3min	0.27	0.13	0.81	0.54
4min	0.54	0.4	0.4	0.81
5min	0.81	0.67	0.67	0.4
6min	0.4	0.94	0.94	0.67
7min	0.67	0.53	1.07	0.94
8min	0.94	0.8	0.78	1.07
9min	1.07	1.07	1.05	0.78
10min	0.78	1.46	1.44	1.05
11min	1.05	1.05	1.68	1.44
12min	1.44	1.44	1.29	1.68
13min	1.68	1.85	1.68	1.29
14min	1.29	2.44	2.07	1.68
15min	1.68	1.86	2.55	2.07
16min	2.07	2.25	1.97	2.55
17min	2.55	2.73	2.36	1.97
18min	1.97	3.21	2.84	2.36
19min	2.36	2.63	3.32	2.84
20min	2.84	3.11	2.74	3.32
21min	3.32	3.66	3.22	2.74
22min	2.74	4.21	3.77	3.22
23min	3.22	3.66	4.32	3.77
24min	3.77	4.21	3.77	4.32
25min	4.32	4.76	4.32	3.77
26min	3.77	5.38	4.94	4.32
27min	4.32	4.83	5.56	4.94
28min	4.94	5.45	5.01	5.56
29min	5.56	6.07	5.63	5.01
30min	5.01	6.69	6.25	5.63



## 参赛队号 #1369

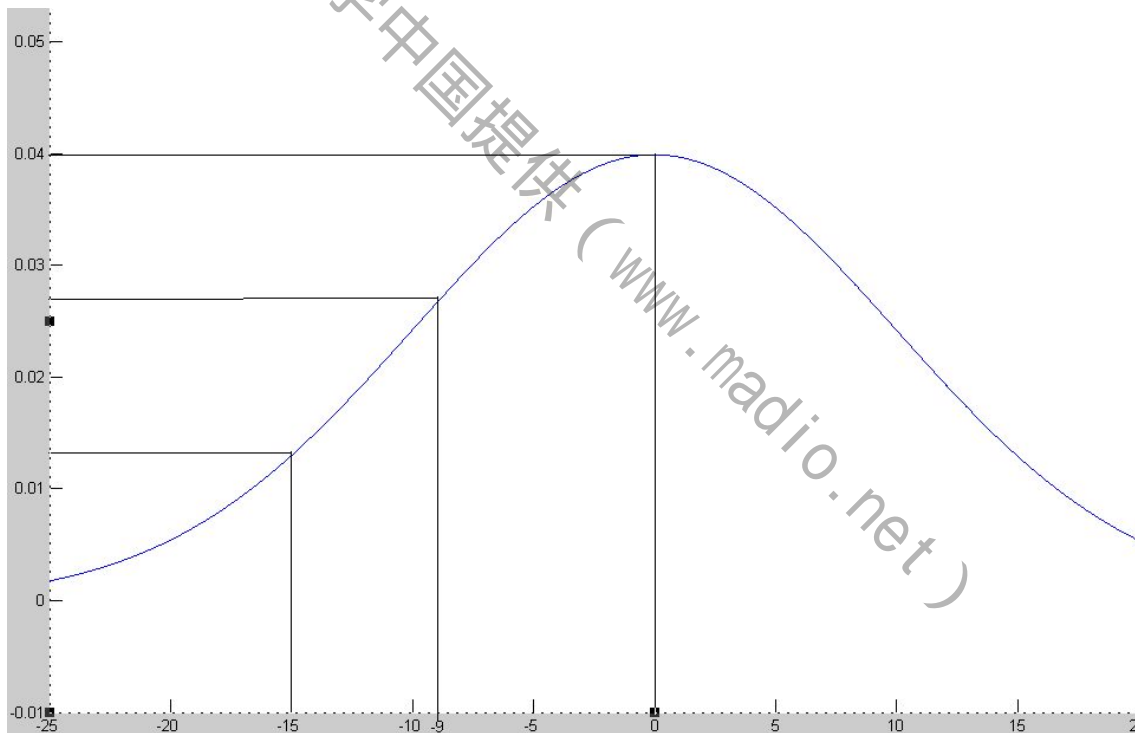
教师组数 疲惫程度 换班时间	第一组教师	第二组教师	第三组教师	第四组教师
2min	0.54	0.54	0.54	0
4min	0	1.08	1.08	0.54
6min	0.54	0	1.86	1.08
8min	1.08	0.54	1.04	1.86
10min	1.86	1.08	1.82	1.04
12min	1.04	1.86	2.6	1.82
14min	1.82	1.04	3.58	2.6
16min	2.6	1.82	2.42	3.58
18min	3.58	2.6	3.4	2.42
20min	2.42	3.58	4.5	3.4
22min	3.4	2.42	5.57	4.5
24min	4.5	3.4	4.64	5.57
26min	5.57	4.5	5.88	4.64
28min	4.64	5.57	7.12	5.88
30min	5.88	4.64	8.36	7.12

教师组数 疲惫程度 换班时间	第一组教师	第二组教师	第三组教师	第四组教师
3min	0.81	0.81	0.81	0
6min	0	1.62	1.62	0.81
9min	0.81	0	2.79	1.62
12min	1.62	0.81	1.17	2.79
15min	2.79	1.62	2.34	1.05
18min	1.05	2.79	3.81	2.22
21min	2.22	1.05	5.46	3.69
24min	3.69	2.22	3.81	5.34
27min	5.34	3.69	5.46	3.69
30min	3.69	5.34	7.32	5.34

## 参赛队号 #1369

教师组数 疲惫程度 换班时间	第一组教师	第二组教师	第三组教师	第四组教师
4min	1.08	1.08	1.08	0
8min	0	2.16	2.16	1.08
12min	1.08	0	3.63	2.64
16min	2.64	1.08	1.31	4.11
20min	4.11	2.64	2.87	1.91
24min	1.91	4.11	4.34	3.47
28min	3.47	1.91	6.82	5.67

学生的正态分布图



## Lingo程序

Local optimal solution found.

Objective value: 29.68164  
 Infeasibilities: 0.000000  
 Extended solver steps: 2  
 Total solver iterations: 10

Model Class: NLP

Total variables: 2

## 参赛队号 #1369

```

Nonlinear variables:          2
Integer variables:           0

Total constraints:            5
Nonlinear constraints:        1

Total nonzeros:              6
Nonlinear nonzeros:          2

```

Variable	Value	Reduced Cost
X	25.00000	0.000000
Y	16.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	29.68164	1.000000
2	15.00000	0.000000
3	0.000000	0.8422714
4	14.50000	0.000000
5	0.000000	0.5390537

```
model:
```

```
max=( (x^2+y^2)^(1/2) );
```

```
10<x;
```

```
x<=25;
```

```
1.5<y;
```

```
y<=16;
```

```
end
```

```
Local optimal solution found.
```

```
Objective value:                28.11139
```

```
Infeasibilities:                0.000000
```

```
Extended solver steps:          2
```

```
Total solver iterations:        10
```

```
Model Class:                    NLP
```

```
Total variables:                2
```

```
Nonlinear variables:            2
```

```
Integer variables:              0
```

```
Total constraints:              5
```

```
Nonlinear constraints:          1
```

```
Total nonzeros:                6
```

```
Nonlinear nonzeros:            2
```

Variable	Value	Reduced Cost
----------	-------	--------------

## 参赛队号 #1369

X	22.00000	0.000000
Y	17.50000	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	28.11139	1.000000
2	20.50000	0.000000
3	0.000000	0.7826011
4	7.500000	0.000000
5	0.000000	0.6225236

model:

max=( $(x^2+y^2)^{(1/2)}$ );

1.5<x;

x<=22;

10<=y;

y<=17.5;

end

Local optimal solution found.

Objective value: 27.61340

Infeasibilities: 0.000000

Extended solver steps: 2

Total solver iterations: 10

Model Class: NLP

Total variables: 2

Nonlinear variables: 2

Integer variables: 0

Total constraints: 5

Nonlinear constraints: 1

Total nonzeros: 6

Nonlinear nonzeros: 2

Variable	Value	Reduced Cost
X	23.50000	0.000000
Y	14.50000	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	27.61340	1.000000
2	1.500000	0.000000
3	0.000000	0.8510360
4	4.500000	0.000000
5	0.000000	0.5251073

model:

max=( $(x^2+y^2)^{(1/2)}$ );

22<x;

x<=23.5;

10<=y;

y<=14.5;

end