

参赛队号 # 1706

第六届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 承 诺 书

我们仔细阅读了第六届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1706

参赛队员（签名）：

队员 1：杨卿誉

队员 2：张 欣

队员 3：王 浩

参赛队教练员（签名）： 王明刚 丁华

参赛队伍组别： 本科组

参赛队号 # 1706

第六届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

参赛队号 # 1706

2013 年第六届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 护岸框架的设计

关 键 词 四面六边透水框架，三次样条插值，回归分析模型，微分方程模型

摘 要：

混凝土四面六边透水框架是一种新型江河透水护岸工程技术. 本文研究四面六边透水框架的三个参数：框架尺寸、架空率和长度与其减速效果之间的关系。

首先，我们通过查阅资料，收集了四面六边透水框架的各个参数与其减速率之间的数据资料，利用MATLAB绘制了各个参数与其减速率之间关系曲线，通过绘制的曲线分析了各个参数对减速率的影响程度。

其次，由于实验数据数量有限且精度不高，我们采用三次样条插值的方法对收集的实验数据进行了处理，根据插值处理后的数据，利用MATLAB绘制了各个参数与其减速率之间关系曲线，得到了更为精确的分析结果。

利用三次样条插值处理后的数据，我们分别建立了架空率对减速效果模型，框架尺寸与减速率模型和框架群长度与减速率模型，利用MATLAB软件求解得到了架空率、框架尺寸、和长度与其减速效果之间的表达式。利用MATLAB对模型的精度进行了检验，结果表明，在置信水平为0.05时，我们建立的三个回归模型的决定系数的取值分别为0.9224、0.9986、0.9672； F 统计量的值分别为77.2712、1672.3、353.5393； p 值趋近于0，表明三个模型都具有较高的模拟精度，得到的三个回归方程很好的反映了架空率、框架尺寸、和长度与其减速效果之间的数量关系。

最后，我们对模型的优缺点进行了分析，根据四面六边透水框架的各个参数与其减速率之间的数据资料，指出了利用微分方程模型建立各个参数与减速率之间的相互影响的复杂的关系的可行性。

参赛队号： 1706

所选题目： a 题

参赛密码 _____ (由组委会填写)

英文摘要 (选填)

All around six side permeable concrete frame is a new kind of river fl-oods revetment engineering. In this paper, we study all six edge frame has three parameters: the frame size, the overhead rate and the relationship between the length and its slowing effect.

First of all, our access to information, collected six edge all around between all parameters of the frame and its reduction rate data, use MATLAB to draw the curve of relation between each parameter and the reduction rate, by drawing the curve of the analysis of the impact of various parameters on the reduction rate.

Second, due to the limited number of experimental data and the accuracy is not high, we use cubic spline interpolation method to collect experimental data processing, according to the interpolation data after processing, use MATLAB to draw the curve of relation between each parameter and the reduction rate, more precise analysis results were obtained.

Using cubic spline interpolation data after processing, we respectively set up overhead rate for slowing effect model, frame size and reduction rate models and frameworks group length and the decrease rate model, using the MATLAB software to solve the overhead rate, the size of the frame, and the expression between length and its slowing effect. Using MATLAB to the precision of the model, has carried on the inspection results show that when the confidence level of 0.05, we established three regression model decision coefficient values were 0.9224, 0.9224, 0.9986; Statistic values were 77.2712, 1672.3, 353.5393; Values tend to be zero, indicating that all three models with high simulation accuracy, three regression equation is obtained very good reflect the overhead rate, frame size, length and quantity relations between the movement slowing effect.

Finally, we analyzes the advantages and disadvantages of the model, according to the six edge all around between all parameters of the frame and its reduction rate data, pointed out the differential equation model is used to establish the parameters and the mutual influence between reduction rate of the feasibility of complex relationships.

护岸框架的设计

一、问题重述

我国建有大量的堤防，堤防的安全直接影响到社会经济的发展和人民生命财产。长期以来，河道整治中习惯采用实体材料构筑建筑物，如丁坝护坡和抛石护脚，实践证明，这些措施不够经济，且容易被洪水冲毁。一种新型的护坡技术——四面六边透水框架群近年来已开始应用于护坡工程中，因其具有取材方便、容易预制等优点[1-4]，且还具有自身稳定性好、透水、基础不易被冲刷、适合地形变化的特性。在长江堤防的赤心堤、梁公堤、马湖堤等堤段加固整治工程中，使用效果非常显著，达到了设计要求；与抛石等实体护岸固脚技术相比具有非常明显的性能优势。作为一种新技术，四面六边框架群在设计施工中仍存在问题。对四面六边透水框架群，框架尺寸、架空率和长度都直接或间接地影响着其消能减速的效果。当前人们通过水槽实验等方法，已经积累了一些实验数据，也见诸各类文献当中。但由于数据量和数据精度仍有各种不足之处，还没有形成足够完善的经验公式。以下我们就建立合理的数学模型，通过试验研究，我们仅就四面六边透水框架群的框架尺寸、架空率、长度对河道减速效果的影响进行探讨。给出这三个参数与其减速效果之间的关系。

二、问题分析

本文我们研究的问题的特点在于我们需要搜集大量的数据，要对数据进行整理分析，提取对解决问题有帮助的核心要素。整个问题主要分为三个部分来讨论：

问题一是观测杆件尺寸对透水框架群减速促淤效果的影响，固定框架群的架空率，进行不同杆件长宽比的减速促淤效果比较试验。试验中保持杆边长不变，按不同的长宽比确定四面体的截面宽度，探究尺寸的变化与水流速度的关系。

问题二是通过比较尺寸对水流速度的影响后，我们取最佳尺寸比的四面六边透水框架群，进行不同架空率的减速促淤效果比较试验，得到的架空率与减速率关系曲线。

问题三是对框架群取不同的长度值，探讨长度对水流速度的影响，单个框架群的长度直接决定护岸工程中框架体的数量。试验表明并非框架群越长，框架群的减速效果就越好。

整个问题的难点在于要找出大量的数据，并对相关的数据进行处理，同时要找到适合解决问题的分析方法。

三、模型假设

1. 假设我们找出的数据均是正确可靠的，少量错误数据可以剔除。
2. 假设框架群的制作工艺是一定的，不考虑框架群制作工艺带来的影响。
3. 不考虑风速对水流速度的影响。
4. 不考虑框架群制作材料对水流速度的影响。

参赛队号 # 1706

四、符号说明

符号	符号说明
ε	架空率
η	减速率
λ	杠杆长宽比
l	框架群长度
V_1	原河段流速
V_2	经透水框架群作用后的水流速度
k	经验系数
l_0	单个四面六边透水框架的边长
b_0	单个四面六边透水框架6根边杆的正方形截面宽度
$V_{\text{单}}$	单个框架空间的体积
V	框架群的空间总体积
N	框架群内单个框架的数量
t	框架间隔长度

五、模型的建立与求解

5.1 问题的分析

5.1.1 基本概念

单个四面六边透水框架和四面六边透水框架群结构示意图分别见图 1 和图 2

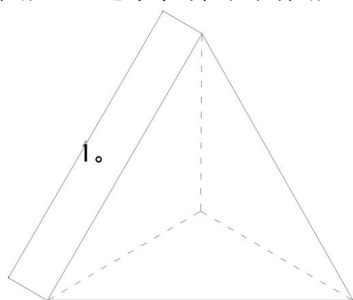


图 1 单个四面六边透水框架

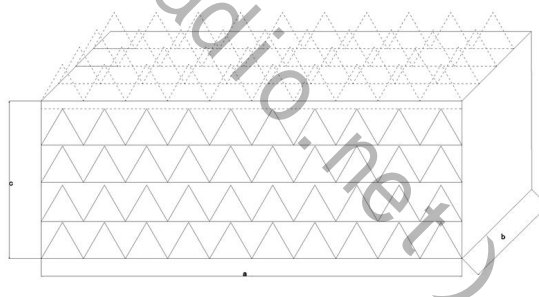


图 2 四面六边透水框架群结构示意图

架空率[1]：定义单位体积架空率

$$\varepsilon = \frac{V}{V_{\text{单}} N}$$

其中： V 为框架群总体积； $V_{\text{单}}$ 为单个四面六边透水框架的空间体积； N 为框架群中四面体的个数。由架空率的定义可知，其极限情况是框架群成为一个实心体或完全空心体，因此， ε 的取值范围为 $1 \sim \infty$ 。

杆件长宽比[2]：定义杆件长宽比

参赛队号 # 1706

$$\lambda = \frac{l_0}{b_0}$$

其中： l_0 为单个四面六边透水框架的边长； b_0 为单个四面六边透水框架6根边杆的正面宽度。

减速率[2]：减速率 η 表示，定义减速率

$$\eta = \frac{V_1 - V_2}{V_1}$$

其中： V_1 为投放四面六边透水框架群前测点的流速， V_2 为投放框架群后同一测点的流速。

5.1.2 实验数据的收集

为定量的研究四面六边透水框架消能减速的效果，很多学者进行了水槽实验[1-3]。实验的大致过程如下：在 $20m \times 1m \times 1m$ （长×宽×高）的变坡水槽中进行试验。试验时调节水槽的底坡以形成稳定的均匀水流，同时保持流量恒定。在距透水框架群的下游 $10cm$ 、距水槽底 $1cm$ 处布置流速测点。采用对测点流场无影响、可进行三维实时测量的超声多普勒(ADV)测速仪测量测点流速。试验中，利用框架群抛投前后流速的变化来体现四面六边透水框架群减速促淤的效果。

通过查阅资料，我收集到如下的实验数据：

(1) 架空率对减速率的影响

在实际工程中，框架群单位体积内包含的四面六边透水框架数量的多少，不但直接影响到工程的投资，而且对框架群的减速促淤效果有着直接的影响。对给定杆件长宽比 $\lambda=10$ 的四面六边透水框架群，进行了不同架空率的减速促淤效果比较试验，得到的架空率与减速率关系的表格如下（表1）：

表1 架空率与减速率的关系

架空率(ε)	3.0	4.0	4.8	5.5	6.0
η_{\min}	0.60	0.68	0.72	0.71	0.63
$\bar{\eta}$	0.63	0.70	0.73	0.72	0.65
η_{\max}	0.64	0.72	0.74	0.74	0.67

由表1，我们利用matlab绘制架空率与减速率关系曲线见图3。

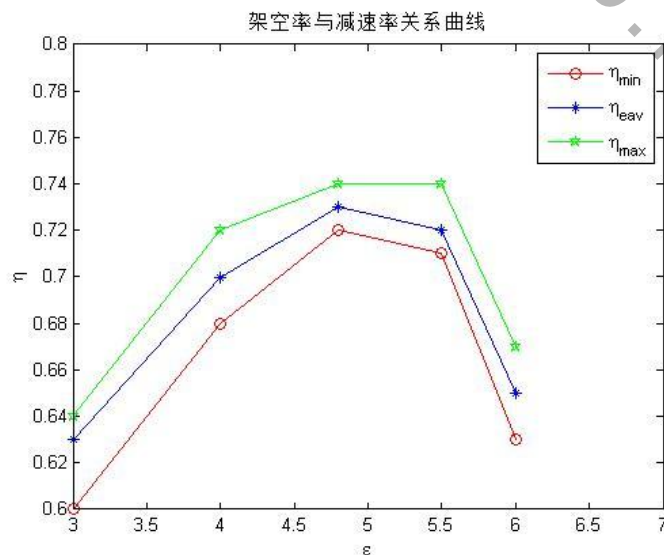


图3 架空率与减速率关系曲线

参赛队号 # 1706

(2) 框架尺寸对水流速度的影响

为观测框架尺寸（即长宽比）对透水框架群减速促淤效果的影响，固定框架群的架空率，进行不同杆件长宽比减速促淤效果比较试验。试验中保持杆边长不变，按不同的长宽比确定四面体的截面宽度，制作出模型四面体。根据杆件长宽比为10 的架空率与减速率的关系，选择架空率 $\varepsilon = 4.8$ ，观测杆件长宽比对减速率的影响。杆件长宽比与减速率关系如下表2：

表2 杆件长宽比与减速率关系曲线

杆件长宽比 (λ)	8	10	12	16	20
η_{\min}	0.67	0.70	0.75	0.75	0.70
$\bar{\eta}$	0.69	0.73	0.76	0.77	0.73
η_{\max}	0.71	0.74	0.77	0.78	0.76

由表2，我们利用matlab绘制杆件长宽比与减速率关系曲线见图4。

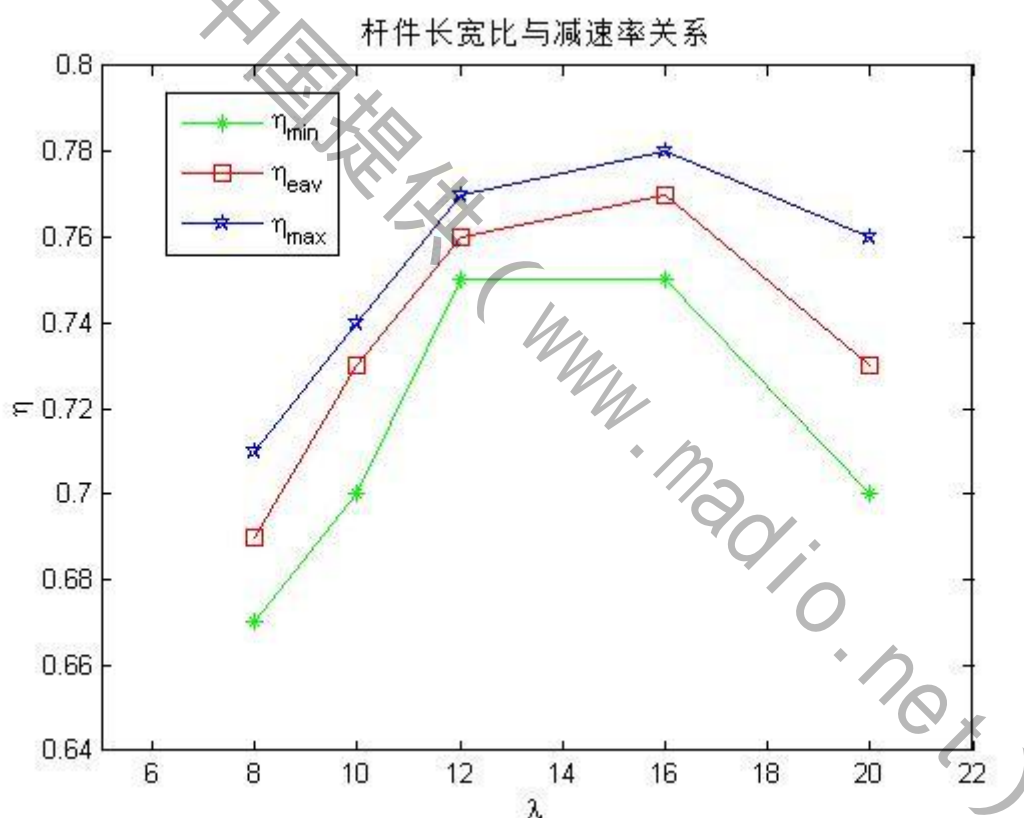


图4杆件长宽比与减速率关系曲线

(3) 框架体长度对减速率的影响

在实际运作中，单个框架群的长度直接决定护岸工程中框架体的数量。试验表明并非框架群越长，框架群的减速效果就越好。当抛投长度 ≥ 10 时，增加抛投长度对间隔区近底流速影响不明显。以不同抛投长度的减速率与抛投长度为20m 的减速率之比 η / η_{20} 进行比较（间隔长度 $\Delta l = 10m$ ），实验数据见表3，抛投长度与减速率的曲线关系见图5。

参赛队号 # 1706

表3 减速率比与框架长度关系

l/m	η	η/η_{20}
4.1	0.41	0.63
6.1	0.50	0.78
10.2	0.62	0.97
20.3	0.64	1.0
30.5	0.65	1.02
40.6	0.67	1.05

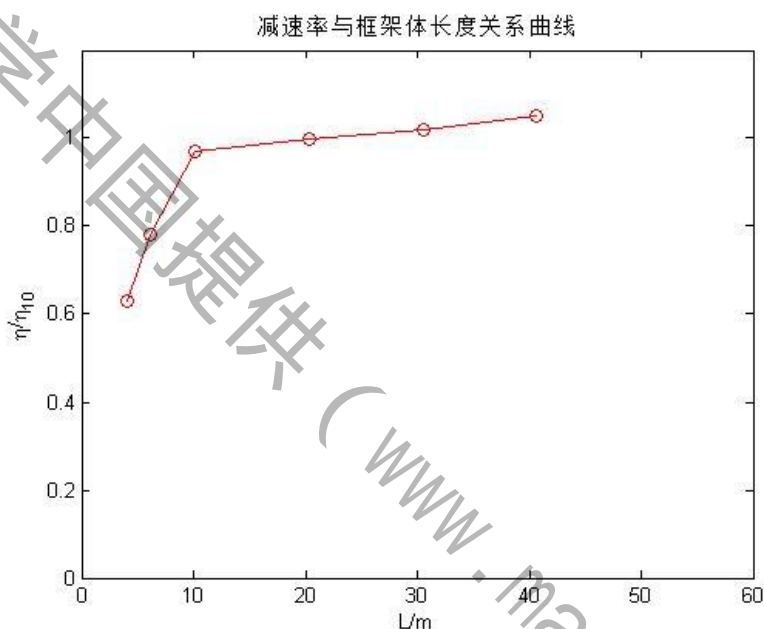


图5 减速率比与框架长度关系曲线

(4) 框架群长度对水平顺水流方向减速效果的影响

为观测单个框架群长度对顺水流方向上减速区域范围的影响，在不同架空率 ($\varepsilon = 6, 4.8$) 下，固定框架群的高度、宽度尺寸，分别进行不同投放长度下框架群的减速效果试验，试验中流速测点在框架群下游 $10m$ 、距离底部 $0.4H_0$ 、边壁 $0.5W$ ，试验数据见表4

表4 不同抛投长度下的框架群减速率

ε	$l(m)$	η_{\min}	η_{\max}	$\bar{\eta}$	$\bar{\eta}/\eta_{20}$
6.0	4.0	0.40	0.41	0.41	0.63
	6.0	0.49	0.51	0.50	0.78
	10.0	0.61	0.63	0.62	0.97
	20.0	0.63	0.65	0.64	1.0
	30.0	0.64	0.65	0.65	1.02
	40.0	0.66	0.68	0.67	1.05

参赛队号 # 1706

ε	$l(m)$	η_{\min}	η_{\max}	$\bar{\eta}$	$\bar{\eta}/\eta_{20}$
4.8	4.0	0.42	0.44	0.43	0.59
	6.0	0.52	0.54	0.53	0.73
	10.0	0.68	0.71	0.70	0.96
	20.0	0.71	0.74	0.73	1.0
	30.0	0.74	0.76	0.75	1.03
	40.0	0.75	0.77	0.76	1.04

从表4中可以看出，在不同的架空率下，随着框架群抛投长度的增加，框架群后测点处减速率都在迅速增大，但当抛投长度超过 20m 后，随着抛投长度的持续增加，对框架群后测点流速的影响没有明显的增加，流速减速率变化在5%以内。因此，在减速率增长有限的情况下，继续加大框架群抛投长度是不明智和不经济的。为便于分析比较，分别计算不同抛投长度下框架群的减速率与抛投长度为20m 的减速率的比值 $\bar{\eta}/\eta_{20}$ 列于表4中，并绘制相对减速率与抛投长度关系曲线于图6：

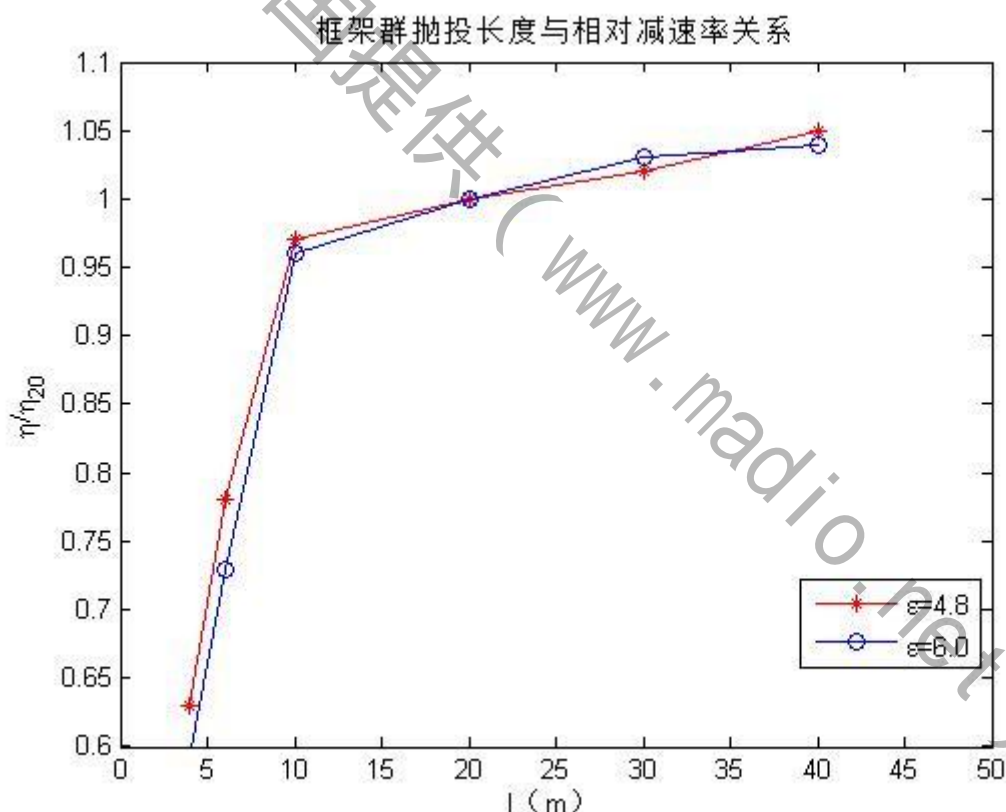


图6 框架群抛投长度与相对减速率关系

(5) 架空率、杆件长宽比与减速率的关系

四面六边透水框架群的架空率和框架的杆件长宽比对框架群的减速促淤效果都有明显的影响。在给定杆件长宽比和架空率的情况下，分别存在最佳的架空率和杆件长度比范围，为了研究架空率和杆件长宽比对框架群减速促淤的共同作用，进行了不同架空率和不同杆件长宽比的减速促淤试验。架空率与减速率关系曲线见下表5：

参赛队号 # 1706

表 5 架空率、杆件长宽比与减速率的关系数据

$\lambda = 8$	ε	3.0	4.0	4.8	6.0
	$\bar{\eta}$	0.60	0.65	0.69	0.62
$\lambda = 10$	ε	3.0	4.0	4.8	5.5
	$\bar{\eta}$	0.63	0.70	0.73	0.72
$\lambda = 12$	ε	3.0	4.0	4.8	6.0
	$\bar{\eta}$	0.66	0.73	0.76	0.68
$\lambda = 16$	ε	3.0	4.0	4.8	6.0
	$\bar{\eta}$	0.69	0.74	0.77	0.72
$\lambda = 20$	ε	3.0	4.0	4.8	6.0
	$\bar{\eta}$	0.67	0.71	0.73	0.68

由表5，我们利用matlab绘制杠杆长宽比与减速率关系曲线见图6。

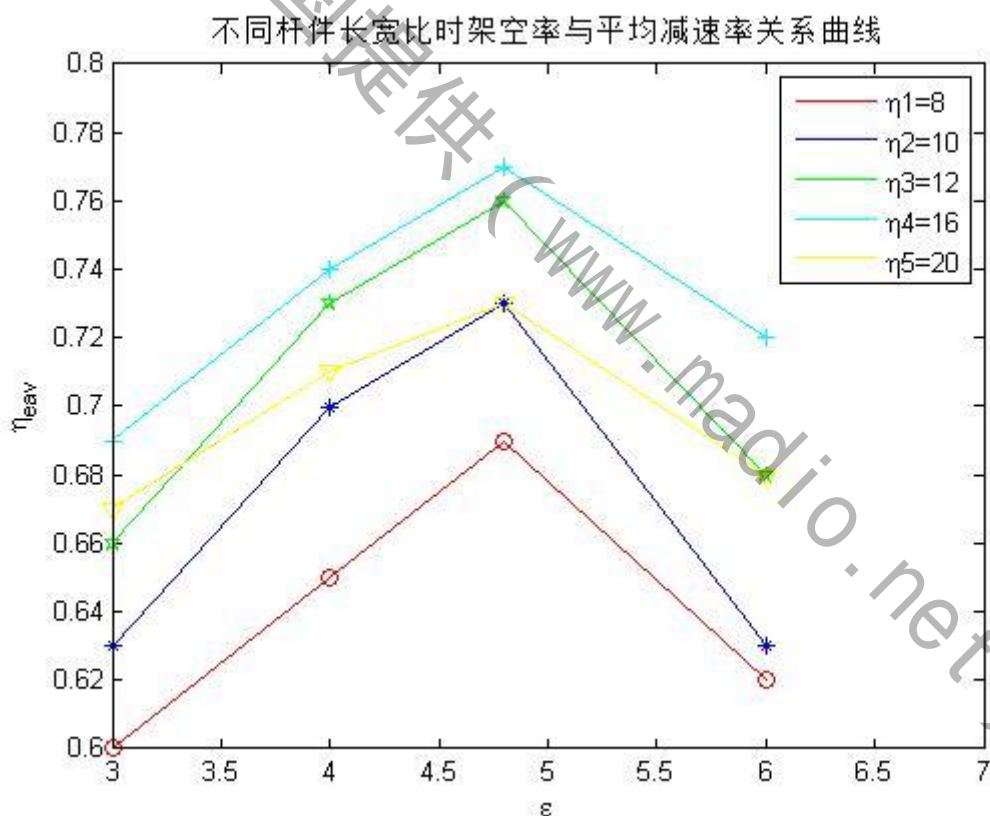


图7 不同杆件长宽比时架空率与平均减速率关系曲线

(6) 不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系

不同架空率时杠杆长宽比与减速率之间的关系，我们收集资料得到如下数据（表6）

表 6 不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系数据

$\varepsilon = 3.0$	λ	8	10	12	16	20
	$\bar{\eta}$	0.60	0.63	0.66	0.69	0.67
$\varepsilon = 4.0$	λ	8	10	12	16	20

参赛队号 # 1706

	$\bar{\eta}$	0.65	0.70	0.73	0.74	0.71
$\varepsilon = 4.8$	λ	8	10	12	16	20
	$\bar{\eta}$	0.69	0.73	0.76	0.77	0.73
$\varepsilon = 6.0$	λ	8	10	12	16	20
	$\bar{\eta}$	0.62	0.65	0.68	0.72	0.68

由表6，我们利用matlab绘制不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系曲线（图8）

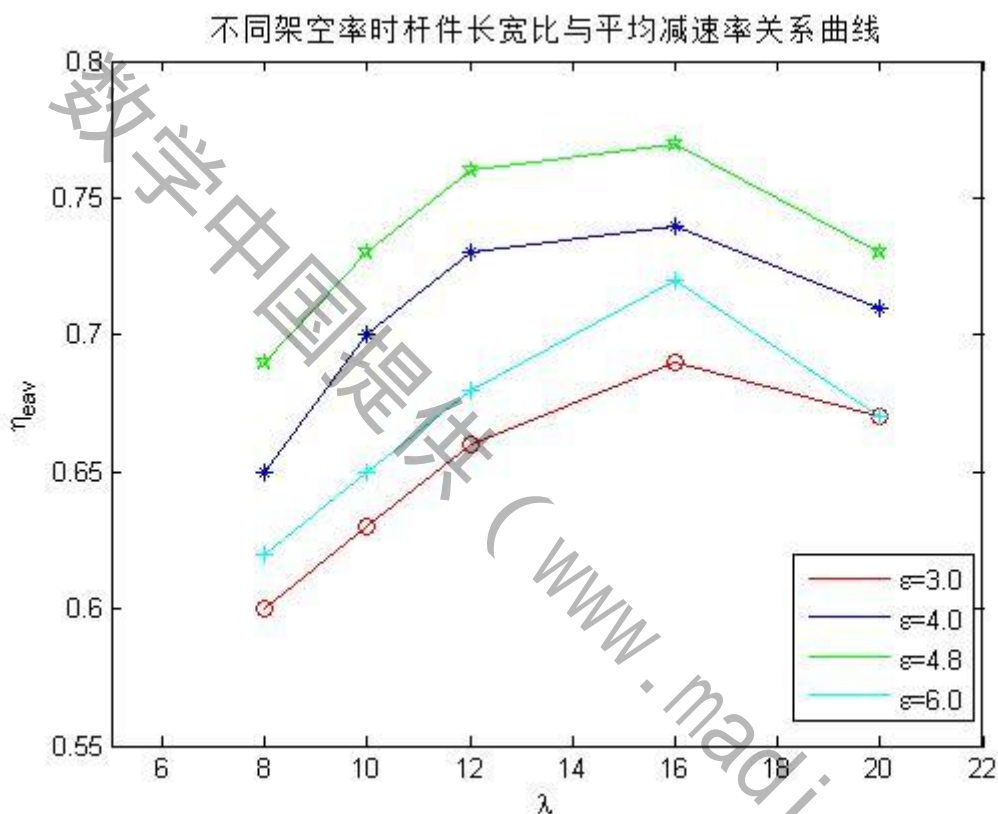


图8 不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系曲线

（7）框架群间隔区长度对减速率的影响

工程实践证明，顺直河段采取间隔抛投（布置）四面体，在节省工程投资的同时也能得到较好的减速效果。为了解框架群间隔区长度对减速率的影响，进行了抛投不同的间隔长度，实测间隔区内的近底流速试验，试验实测数据列于下表（抛投长度 $l = 20.3m$ ）：

表7 减速率与框架间隔区长度关系（ $l = 20.3m$ ）

$\Delta l / m$	η	η / η_{10}
7.5	0.77	1.05
10.0	0.73	1.0
20.0	0.45	0.61
30.0	0.25	0.34
40.0	0.12	0.23

将试验数据整理后建立相对减速率 η / η_{10} （不同间隔长度的减速率与间隔长度 Δl 为 $10m$

参赛队号 # 1706

的减速率之比) 与间隔长度的关系曲线见下图9.

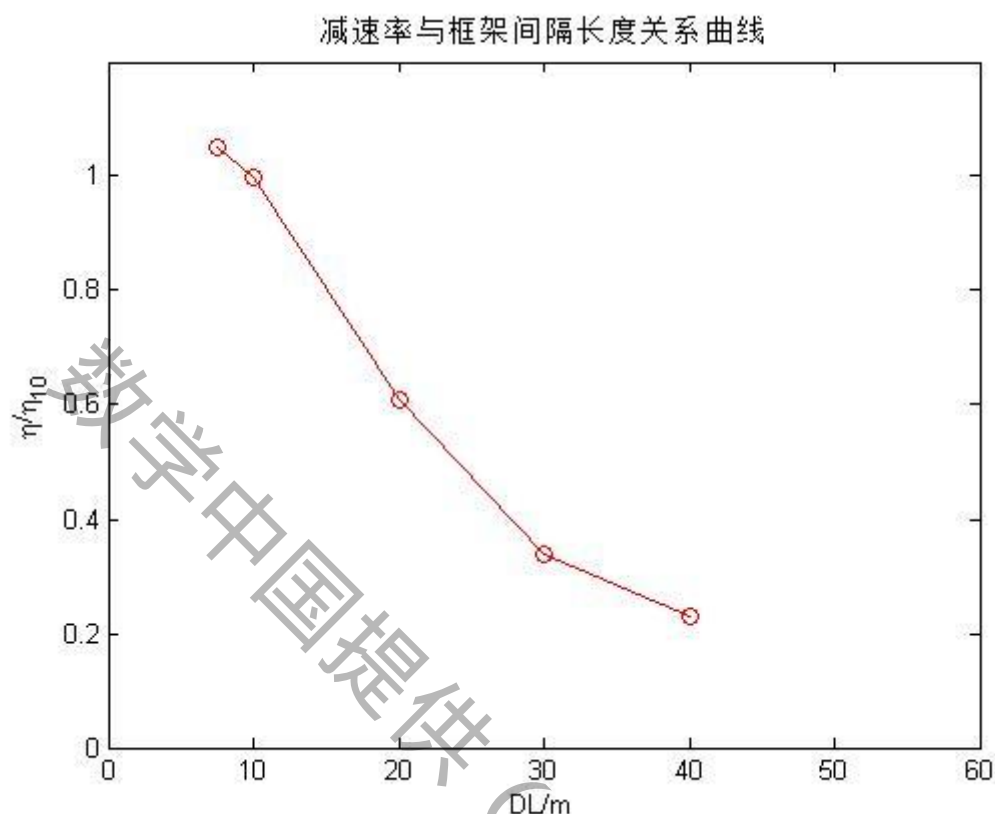


图9 减速率与框架间隔长度关系曲线

5.2 实验数据的处理

从文献中的数据看出, 由于数据量和数据的精度有很多不足之处, 为了建模的需要, 我们下面采用三次样条插值的方法对以上的实验数据进行处理。

5.2.1 三次样条插值原理

三次样条插值的基本原理简述如下: 设在区间 $[a, b]$ 上取 $n+1$ 个节点 $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$, 给定这些点的函数值 $f(x_i) = f_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 。若函数 $S(x)$ 满足如下三个条件: 1) $S(x)$ 在每个子区间 $[x_i, x_{i+1}]$ 上为三次的多项式; 2) $S''(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续; 3) $S(x_i) = y_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 。则 $S(x)$ 为函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的三次样条插值函数。

三次样条插值函数 $S(x)$ 可以有多种表达方式, 这里用二阶导数 $S(x_i) = M_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 。由于 $S(x)$ 在区间 $[x_i, x_{i+1}] (i = 0, 1, \dots, n)$ 上是三次多项式, 故 $S(x)$ 在 $[x_i, x_{i+1}]$ 上是线性函数, 可表示为

$$S(x) = M_i \frac{x_{i+1} - x_i}{h_i} + M_{i+1} \frac{x - x_i}{h_i} \quad (1)$$

式中, $h(i) = x_{i+1} - x_i$ 。对 $S(x)$ 积分两次, 并利用插值条件 $S(x_i) = f_i$, $S(x_{i+1}) = f_{i+1}$ 定出积分常数, 可以得到

参赛队号 # 1706

$$S(x) = M_i \frac{(x_{i+1} - x)^3}{6h_i} + M_{i+1} \frac{(x - x_i)^3}{6h_i} + (f_i - \frac{M_i h_i^2}{6}) \frac{x_{i+1} - x_i}{h_i} + (f_{i+1} - \frac{M_{i+1} h_i^2}{6}) \frac{x - x_i}{h_i} \quad (2)$$

$x \in [x_i, x_{i+1}]$ ，式(2)为三次样条插值函数的表达式，当求出 M_i 后， $S(x)$ 被完全确定。

对 $S(x)$ 求导，利用 $S'(x_i + 0) = S'(x_i - 0)$ 可以得到

$$\mu_i M_{i-1} + 2M_i + \lambda M_{i+1} = d_i \quad (i = 0, 1, \dots, n-1) \quad (3)$$

式(3)中 $\lambda_i = h_{i+1} / (h_i + h_{i+1})$ ； $\mu_i = 1 - \lambda_i$ ； $d_i = 6f[x_{i-1}, x_i, x_{i+1}]$ 。另外，有两个自然边界条件 $S''(x_0) = 0$ ， $S''(x_n) = 0$ 可直接得到

$$M_0 = f_0, \quad M_n = f_n \quad (4)$$

令 $\lambda_0 = \mu_n = 0$ ， $d_0 = 2f_0$ ， $d_n = 2f_n$ ，式(3)和式(4)可以写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda & & & \\ \mu_2 & 2 & \lambda & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \mu_{n-2} & 2 & \lambda_{n-1} \\ & & & \mu_{n-1} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{n-1} \\ M_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

再利用追赶法求解三对角方程组(5)得到 M_i ($i = 0, 1, \dots, n-1$)。将 M_i 带入式(2)即可得到 $S(x)$ 在 $[x_i, x_{i+1}]$ 上任一点的值。

5.2.2 数据处理结果分析

(1) 架空率对减速率的影响

对表1中的数据采用三次样条插值方法进行处理，我们得到插值处理后的架空率与减速率的关系数据如表8所示。

表8 插值处理后的架空率与减速率数据

ε	η_{\min}	$\bar{\eta}$	η_{\max}
3.0	0.6000	0.6300	0.6400
3.2	0.6175	0.6467	0.6651
3.4	0.6344	0.6620	0.6849
3.6	0.6506	0.6761	0.7001
3.8	0.6659	0.6887	0.7115
4.0	0.6800	0.7000	0.7200
4.2	0.6927	0.7098	0.7263
4.4	0.7037	0.7181	0.7312
4.6	0.7129	0.7248	0.7355
4.8	0.7200	0.7300	0.7400
5.0	0.7244	0.7332	0.7449
5.2	0.7242	0.7326	0.7475
5.4	0.7170	0.7261	0.7445

参赛队号 # 1706

5.6	0.7004	0.7116	0.7328
5.8	0.6722	0.6869	0.7091
6.0	0.6300	0.6500	0.6700

由表8，我们利用matlab绘制插值处理后的架空率与减速率数据关系曲线见图10。

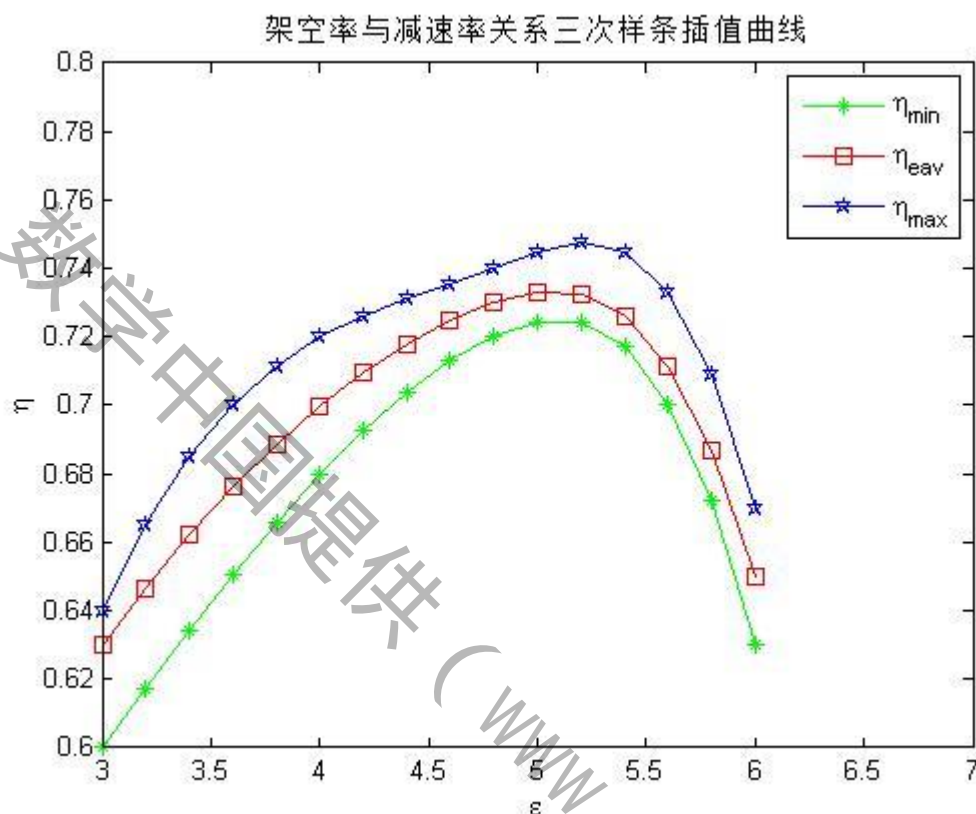


图 10 插值处理后的架空率与减速率关系曲线

由图10可见，减速率 η 随架空率 ε 的增大而增加。框架群的透水性增强，其内部有足够的水流通过，阻水分级消能性能得到了充分发挥，架空率为4.8时，减速率 η 最大；架空率再增大，透水性能迅速提高，阻水消能作用减弱，减速率迅速减小。当 $\varepsilon = 4.0 \sim 5.5$ ，减速率的变化较为平缓。因此，在工程设计中应尽可能使抛投透水框架群的框架率落在这一范围内。

(2) 框架尺寸对水流速度的影响

对表2中的数据采用三次样条插值方法进行处理，我们得到插值处理后的框架尺寸与减速率的关系数据如表9所示。

表9 杆件长宽比与减速率关系三次样条差值数据

λ	η_{\max}	$\bar{\eta}$	η_{\min}
8	0.7100	0.6900	0.6700
9	0.7236	0.7107	0.6782
10	0.7400	0.7300	0.7000
11	0.7564	0.7468	0.7268
12	0.7700	0.7600	0.7500
13	0.7786	0.7686	0.7627

参赛队号 # 1706

14	0.7825	0.7729	0.7654
15	0.7827	0.7732	0.7604
16	0.7800	0.7700	0.7500
17	0.7755	0.7636	0.7365
18	0.7700	0.7546	0.7221
19	0.7645	0.7432	0.7092
20	0.7600	0.7300	0.7000

由表9，我们利用matlab绘制插值处理后的框架尺寸与减速率的关系曲线见图11。

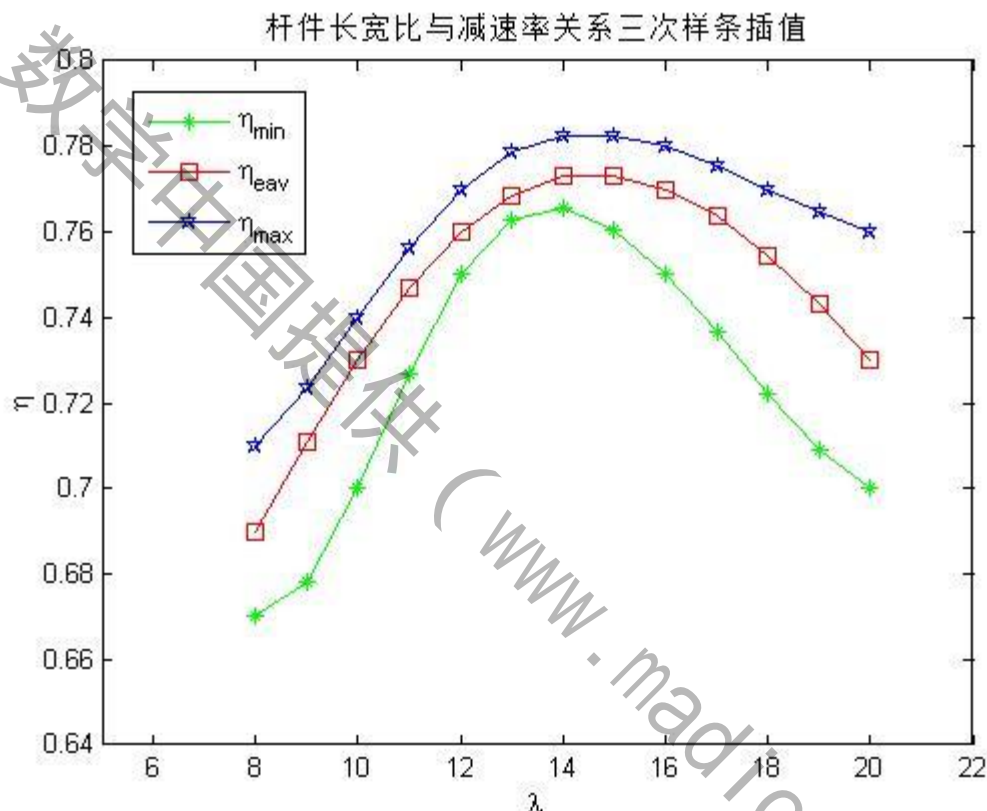


图11 三次样条差值处理后杠杆长宽比与减速率关系曲线

由图11见，在架空率一定、杆件边长不变的情况下，减速率，随着杆件长宽比 λ 的增大而增加。框架群的透水性增强，使框架群内部水流能够充分流动和消能。当杆件长宽比 $\lambda=16$ ，减速率最大；杆件长宽比再增加，框架群的透水性虽能增强，但框架群内部没有足够的杆件阻水消能，其阻水消能性能减弱，从而使框架群的减速率下降。试验表明，在架空率不变的情况下，杆件长宽比 $\lambda=15 \sim 18$ 范围内的减速效果较好。

(3) 框架长度对减速率的影响

对表3中的数据采用三次样条插值方法进行处理，我们得到插值处理后的框架尺寸与减速率的关系数据如表10所示。

表10 框架尺寸与减速率的关系

l/m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
η/η_{20}	0.31	0.428	0.53	0.62	0.70	0.77	0.83	0.88	0.93	0.96
	66	8	04	15	24	34	49	69	00	42

参赛队号 # 1706

l/m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
η/η_{20}	0.99	1.008	1.01	1.02	1.02	1.02	1.02	1.01	1.00	1.00
	00	1	96	55	69	48	01	40	75	15
l/m	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
η/η_{20}	0.99	0.994	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.01	1.01
	71	5	36	41	58	86	24	68	19	72
l/m	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
η/η_{20}	1.02	1.028	1.03	1.03	1.04	1.04	1.04	1.05	1.05	1.05
	28	4	37	88	33	70	99	17	22	13

经过三次样条差值处理后，绘制成图形，如图

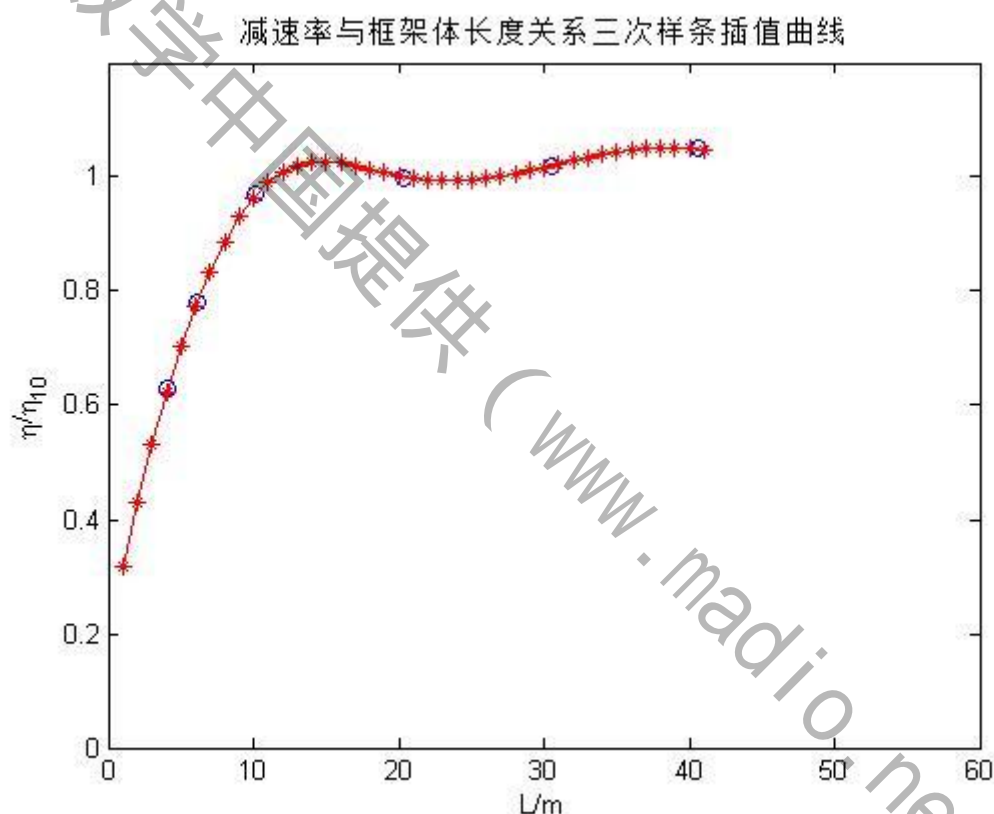


图12 减速率与框架体长度关系三次样条插值曲线

试验表明：在框架群间隔长度一定的情况下，随着框架群抛投长度的增加，减速率也逐渐增大。当抛投长度为0时，此时对水流无任何影响；当抛投长度为 $+\infty$ 时，也就是中间没有间隔，这样护岸效果虽然是最好，但造价却会很高，而且并非所有的护岸工程都有这样高的减速率要求。从以上图、表中可知：当抛投长度大于20m时，增加抛投长度，减速率的变化很小，仅1~5个百分点，故全面抛投是不经济的，而且也是没有必要的；当抛投长度为10m时，其减速率与20m时相近（仅差1~3个百分点），抛投长度小于10m时，减速率则有明显下降，因此，工程中抛投长度取用10m较为适宜。

（4）框架群长度对水平顺水流方向减速率的关系

对表4中的数据采用三次样条插值方法进行处理，我们得到插值处理后的关系数据如表11所示。

参赛队号 # 1706

表 11 框架群长度对水平顺水流方向减速率的关系表

$\varepsilon = 4.8$										
$l(m)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{\eta}/\eta_{20}$	0.33	0.44	0.54	0.63	0.70	0.78	0.84	0.89	0.93	0.97
	48	27	10	00	96	00	12	32	61	00
$l(m)$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\bar{\eta}/\eta_{20}$	0.99	1.01	1.02	1.02	1.02	1.02	1.01	1.01	1.00	1.00
	51	24	29	78	81	49	95	28	59	00
$l(m)$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$\bar{\eta}/\eta_{20}$	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.01	1.02
	60	38	33	42	65	98	40	89	43	00
$l(m)$	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$\bar{\eta}/\eta_{20}$	1.02	1.03	1.03	1.04	1.04	1.04	1.05	1.05	1.05	1.05
	58	15	69	18	60	94	16	26	21	00
$\varepsilon = 6.0$										
$l(m)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{\eta}/\eta_{20}$	0.40	0.45	0.52	0.59	0.66	0.73	0.79	0.85	0.91	0.96
	26	89	21	00	01	00	73	97	47	00
$l(m)$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\bar{\eta}/\eta_{20}$	0.99	1.01	1.03	1.03	1.03	1.03	1.02	1.01	1.00	1.00
	38	69	09	73	76	32	58	68	77	00
$l(m)$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$\bar{\eta}/\eta_{20}$	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.01	1.02	1.03
	50	25	24	43	79	28	88	56	27	00
$l(m)$	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$\bar{\eta}/\eta_{20}$	1.03	1.04	1.04	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.04	1.04
	71	36	94	40	71	85	78	47	88	00

从表11中可以看出，在不同的架空率下，随着框架群抛投长度的增加，框架群后测点处减速率都在迅速增大，但当抛投长度超过20m后，随着抛投长度的持续增加，对框架群后测点流速的影响没有明显的增加，流速减速率变化在5%以内。因此，在减速率增长有限的情况下，继续加大框架群抛投长度是不明智和不经济的。为便于分析比较，分别计算不同抛投长度下框架群的减速率与抛投长度为20m 的减速率的比值 $\bar{\eta}/\eta_{20}$ 列于表4中，并绘制相对减速率与抛投长度关系曲线于图6。

经过三次样条差值处理后，绘制成图形，如图

参赛队号 # 1706

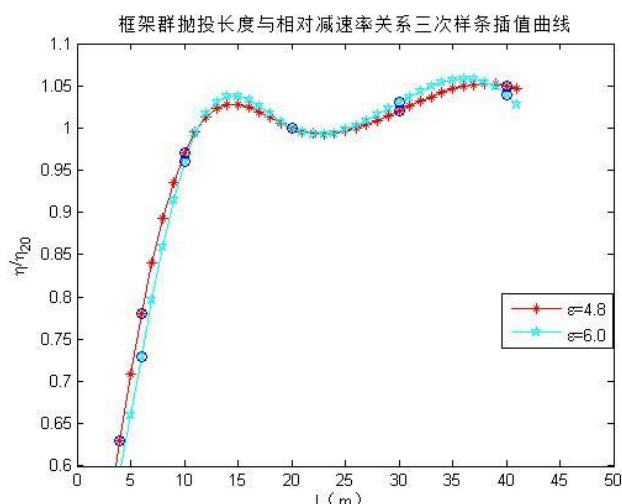


图 13 框架群长度对水平顺水流方向减速率的关系曲线

从表11中的相对减速率 $\bar{\eta}/\eta_{20}$ 和图13中可以看出，当抛投长度超过20m后，相对减速率虽然有所增加，但增加幅度非常有限，仅有3~5个百分点。因此，抛投长度大于20m是不经济的。而当抛投长度为10m时，其相对减速率与20m相近(仅差3~5个百分点)，但是抛投长度小于10m后，则框架群后测点的减速率急剧下降，不能起到一个有效的减速作用。考虑到工程施工及安全性，建议工程中框架体抛投长度取用10~20m较为适宜。

(5) 架空率、杆件长宽比与减速率的关系

对表 5 中的数据采用三次样条插值方法进行处理，我们得到插值处理后的架空率、杆件长宽比与减速率的关系数据如表 12 所示。

表12 插值处理后的架空率、杆件长宽比与减速率的关系数据

ε	$\lambda=8$	$\lambda=10$	$\lambda=12$	$\lambda=16$	$\lambda=20$
3.0	0.6000	0.6300	0.6600	0.6900	0.6700
3.2	0.6054	0.6433	0.6740	0.6983	0.6772
3.4	0.6139	0.6576	0.6885	0.7080	0.6852
3.6	0.6248	0.6723	0.7031	0.7185	0.6936
3.8	0.6371	0.6866	0.7171	0.7294	0.7020
4.0	0.6500	0.7000	0.7300	0.7400	0.7100
4.2	0.6626	0.7117	0.7413	0.7499	0.7172
4.4	0.6740	0.7211	0.7504	0.7585	0.7232
4.6	0.6835	0.7274	0.7568	0.7654	0.7276
4.8	0.6900	0.7300	0.7600	0.7700	0.7300
5.0	0.6928	0.7282	0.7594	0.7718	0.7300
5.2	0.6909	0.7214	0.7544	0.7702	0.7272
5.4	0.6836	0.7089	0.7445	0.7647	0.7212
5.6	0.6699	0.6899	0.7291	0.7549	0.7116
5.8	0.6490	0.6638	0.7078	0.7402	0.6980
6.0	0.6200	0.6300	0.6800	0.7200	0.6800

由表12，我们利用matlab绘制插值处理后的架空率、杆件长宽比与减速率的关系曲线见图14。

参赛队号 # 1706

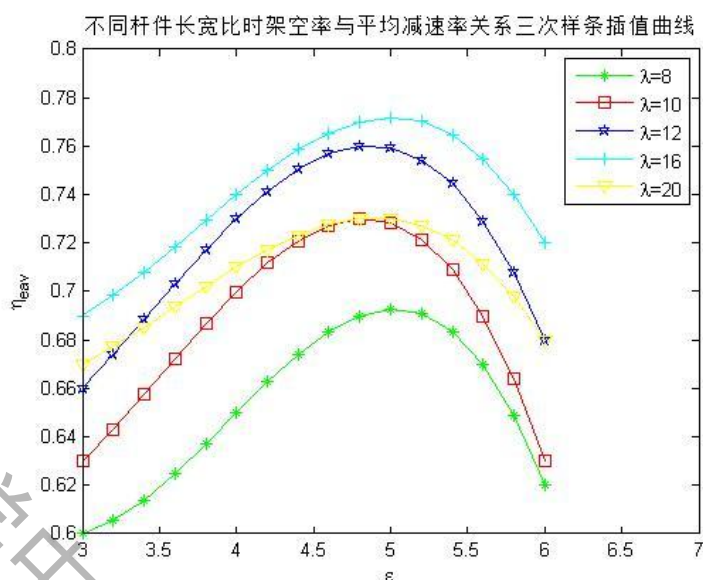


图14 插值处理后的架空率、杆件长宽比与减速率的关系曲线

(6) 不同杆件长宽比时架空率与平均减速率关系

对表 6 中的数据采用三次样条插值方法进行处理，我们得到插值处理后的不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系数据如表 13 所示。

表13 插值处理后不同杆件长宽比时架空率与平均减速率关系数据

λ	$\varepsilon = 3.0$	$\varepsilon = 4.0$	$\varepsilon = 4.8$	$\varepsilon = 6.0$
8	0.6000	0.6500	0.6900	0.6200
9	0.6143	0.6776	0.7107	0.6348
10	0.6300	0.7000	0.7300	0.6500
11	0.6457	0.7174	0.7468	0.6652
12	0.6600	0.7300	0.7600	0.6800
13	0.6718	0.7381	0.7686	0.6941
14	0.6808	0.7421	0.7729	0.7063
15	0.6869	0.7426	0.7732	0.7153
16	0.6900	0.7400	0.7700	0.7200
17	0.6899	0.7349	0.7636	0.7191
18	0.6867	0.7279	0.7546	0.7112
19	0.6801	0.7194	0.7432	0.6953
20	0.6700	0.7100	0.7300	0.6700

由表13，我们利用matlab绘制插值处理后的不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系曲线见图15.

参赛队号 # 1706

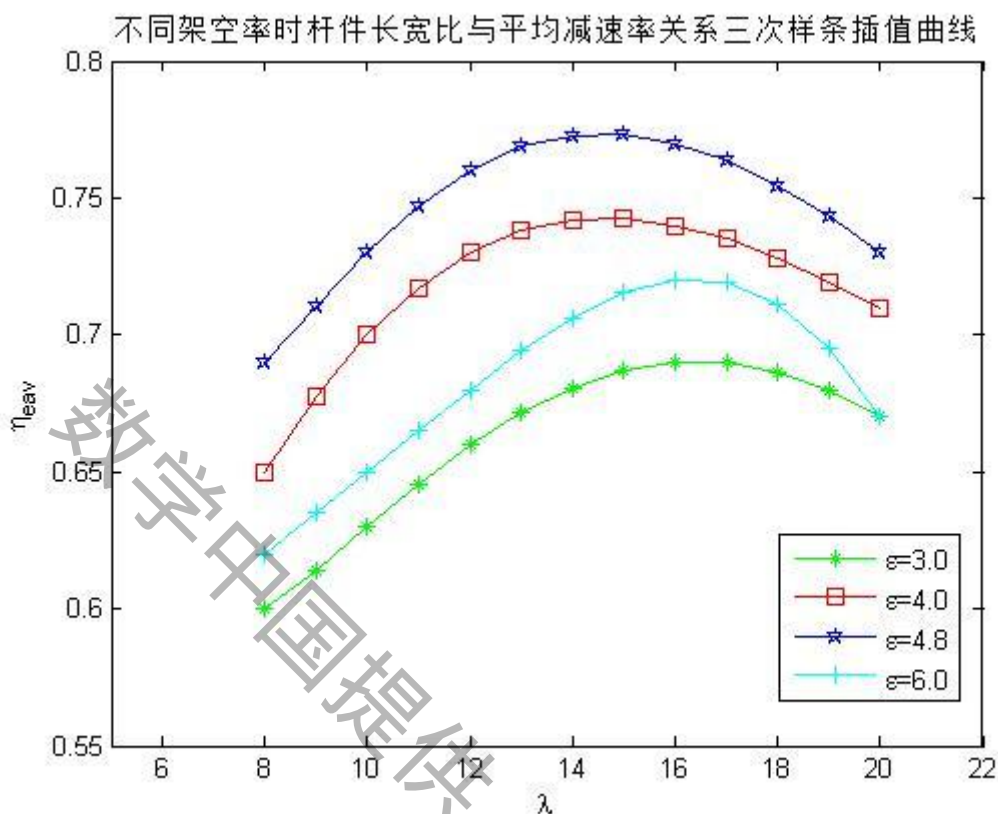


图15 插值处理后不同杆件长宽比时架空率与平均减速率关系曲线

由以上图表可见，框架群的减速率随架空率、杆件长宽比的增大而逐渐增大，当超过一定范围时，架空率、杆件长宽比的继续增大，减速率反而减小。当 $\epsilon=4 \sim 5.5$ ， $\lambda=15 \sim 18$ 时，减速率变化比较平缓，减速促淤效果较好。在 $\epsilon=4.8$ ， $\lambda=16$ 时，框架群的减速促淤效果最好。试验还表明，框架群的相对高度（框架群高与水深之比）对减速效果作用不明显。因此，四面六边透水框架群的减速效果受到框架率和杆件长宽比的控制。在护岸工程中，可根据运输能力，抛投条件等选择合理的四面六边框架尺寸和框架群布置，以达到优化的目的。

(7) 框架群间隔区长度对减速率的影响

对表 7 中的数据采用三次样条插值方法进行处理，我们得到插值处理后的框架群间隔区长度对减速率关系数据如表 14 所示。

表14 插值处理后的框架群间隔区长度对减速率关系数据

$\Delta l / m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
η / η_{10}	0.95	0.99	1.02	1.04	1.05	1.06	1.05	1.04	1.02	1.00
	10	33	46	57	74	03	53	30	44	00
$\Delta l / m$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
η / η_{10}		0.93	0.90	0.86	0.81	0.77	0.73	0.69	0.64	0.61
		0.97	72	04	08	94	68	38	11	96
		07								00
$\Delta l / m$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

参赛队号 # 1706

η/η_{10}	0.57	0.53	0.50	0.47	0.44	0.42	0.39	0.37	0.35	0.34
	29	82	61	62	85	30	95	79	81	00
$\Delta l/m$	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

η/η_{10}	0.32	0.30	0.29	0.28	0.27	0.26	0.25	0.24	0.23	0.23
	35	85	49	26	15	14	23	42	67	00

由表14，我们利用matlab绘制插值处理后的框架群间隔区长度对减速率关系曲线见图16

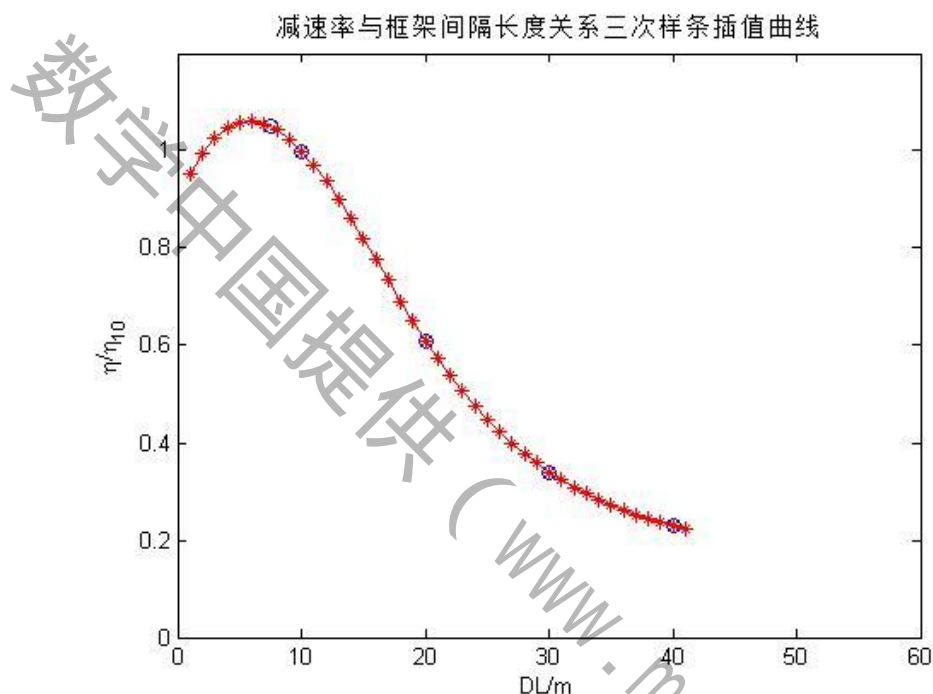


图16 减速率与框架间隔长度关系三次样条差值曲线

试验表明：在框架群抛投长度一定的情况下，随着框架群间隔长度的增加，减速率逐渐降低。当间隔长度为 $+\infty$ ，抛投长度为0时，对水流无任何影响，当间隔长度等于0时，可看成是全面抛投，即抛投长度为 $+\infty$ ，经对框架群长度与减速率的关系分析，这种抛投方式也不可取。由上图可以看出：间隔长度小于10m时，曲线比较平缓，减速率随间隔长度的增加变化不大；间隔长度大于10m时，曲线明显变陡，减速率显著下降，在间隔长度大于30m时，曲线又稍趋平缓，但此时减速率太小，已很难起到护岸固堤的作用。因此，当工程要求减速率较高时，间隔区长度应不大于10m。

综上所述，四面六边透水框架群的长度、间隔长度对框架群的减速率都有明显的影响。在分别给定间隔长度和抛投长度的情况下，都存在一个性价比最高的长度和间隔长度尺寸，但框架群抛投长度和间隔长度如何优化组合仍不清楚，故抛投长度和间隔长度对框架群的共同作用效果更是值得研究。

5.3 模型的建立与求解

下面我们利用5.2节三次样条插值处理后的数据，建立模型分别给出架空率、框架尺寸和长度与其减速效果之间的关系。

参赛队号 # 1706

5.3.1 架空率对减速效果模型

利用表 8 中，三次样条插值处理后的架空率与平均减速率的关系数据，我们由图 10 中， $\bar{\eta}$ 对 ε 图像可以看出，当 ε 增大时， $\bar{\eta}$ 呈现先增加后减少的趋势，因此我们可以构建二次函数模型

$$\eta = \beta_0 + \beta_1\varepsilon + \beta_2\varepsilon^2 + \delta$$

其中 δ 是随机误差。

利用表 8 中的数据，借助 MATLAB 得到模型的回归系数估计值及其置信区间（置信水平 $\alpha = 0.05$ ）、检验统计量 R^2, F, p 的结果见表 15。

表 15 模型（1）的计算结果

参数	参数估计值	参数置信区间
β_0	-0.0773	[-0.2201 0.0656]
β_1	0.3396	[0.2743 0.4049]
β_2	-0.0358	[-0.0430 -0.0286]
$R^2 = 0.9224, F = 77.2712, p = 0.0000$		

因此我们得到架空率与减速效果回归模型

$$\eta = -0.0773 + 0.3396\varepsilon - 0.0358\varepsilon^2 \quad (\text{模型1})$$

由表 5 可以看出， $R^2 = 0.9224$ 说明因变量 η （减速率）的 92.24% 可由模型确定， F 值远远超过 F 检验的临界值， p 远小于 α ，因而模型（1）从整体来看时有效的。模型模拟结果与实际数据的对比图像，如图 17 所示。

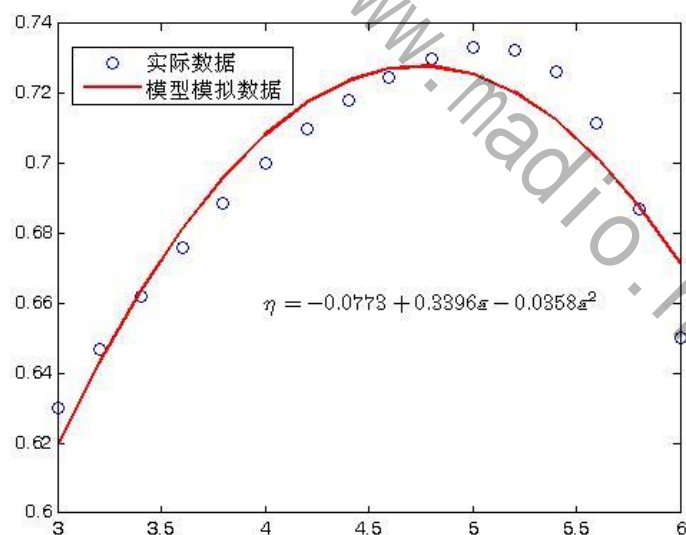


图 17 模型模拟结果与实际数据的对比图像

5.3.2 杆件长宽比与减速率关系

利用表 9 中，三次样条插值处理后的杆件长宽比与平均减速率的关系数据，我们由图 11 中， $\bar{\eta}$ 对 λ 图像可以看出，当 λ 增大时， $\bar{\eta}$ 呈现先增加后减少的趋势，因此我们可以构建二次函数模型

$$\eta = \beta_0 + \beta_1\lambda + \beta_2\lambda^2 + \delta$$

参赛队号 # 1706

其中 δ 是随机误差。

利用表9中的数据，借助MATLAB得到模型的回归系数估计值及其置信区间（置信水平 $\alpha = 0.05$ ）、检验统计量 R^2, F, p 的结果见表16。

表16模型（2）的计算结果

参数	参数估计值	参数置信区间
β_0	0.3835	[0.3690 0.3979]
β_1	0.0523	[0.0501 0.0545]
β_2	-0.0018	[-0.0018 -0.0017]
$R^2 = 1, F = 1672.3, p = 0.0000$		

因此我们得到架空率与减速效果回归模型

$$\eta = 0.3835 + 0.0523\lambda - 0.0018\lambda^2 \quad (\text{模型2})$$

由表5可以看出， $R^2 = 1$ 说明因变量 η （减速率）的100%可由模型确定， F 值远远超过 F 检验的临界值， p 远小于 α ，因而模型（2）从整体来看时有效的。模型模拟结果与实际数据的对比图像，如图18所示。

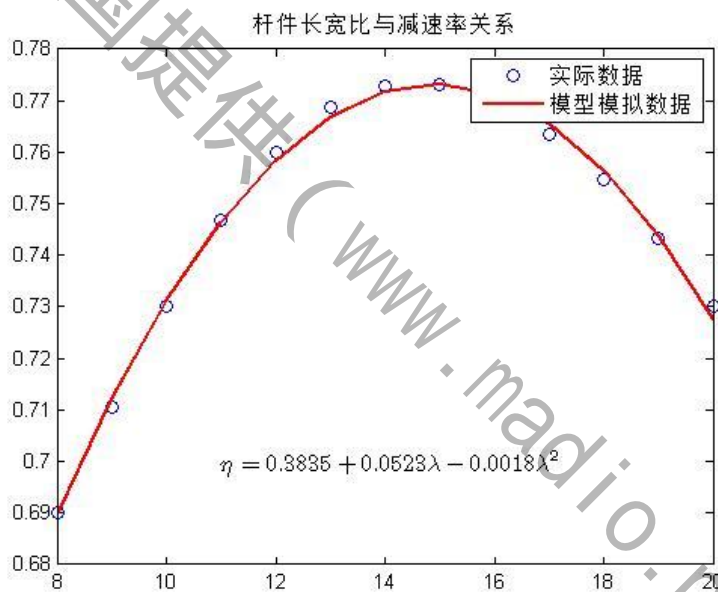


图18 模型模拟结果与实际数据的对比图像

5.3.3 框架体长度对减速效果模型

利用表10中，三次样条插值处理后的框架体长度与平均减速率的关系数据，我们由图12中， $\bar{\eta}$ 对 l 图像可以看出，当 l 增大时， $\bar{\eta}$ 呈现先增加后减少后上升的趋势，因此我们可以构建三次函数模型

$$\eta = \beta_0 + \beta_1\varepsilon + \beta_2\varepsilon^2 + \beta_3\varepsilon^3 + \delta$$

其中 δ 是随机误差。

利用表10中的数据，借助MATLAB得到模型的回归系数估计值及其置信区间（置信水平 $\alpha = 0.05$ ）、检验统计量 R^2, F, p 的结果见表17。

参赛队号 # 1706

表17模型（3）的计算结果

参数	参数估计值	参数置信区间
β_0	0.2693	[0.2223 0.3164]
β_1	0.1048	[0.0949 0.1146]
β_2	-0.0045	[-0.0051 -0.0040]
β_3	0.0001	[0.0001 0.0001]

$$R^2 = 0.9672, F = 353.5393, p = 0.0000$$

因此我们得到架空率与减速效果回归模型

$$\eta = 0.2693 + 0.1048l - 0.0045l^2 + 0.0001l^3 \quad (\text{模型3})$$

由表5可以看出， $R^2 = 0.9672$ 说明因变量 η （减速率）的92.24%可由模型确定， F 值远远超过 F 检验的临界值， p 远小于 α ，因而模型（6）从整体来看时有效的。模型模拟结果与实际数据的对比图像，如图19所示。

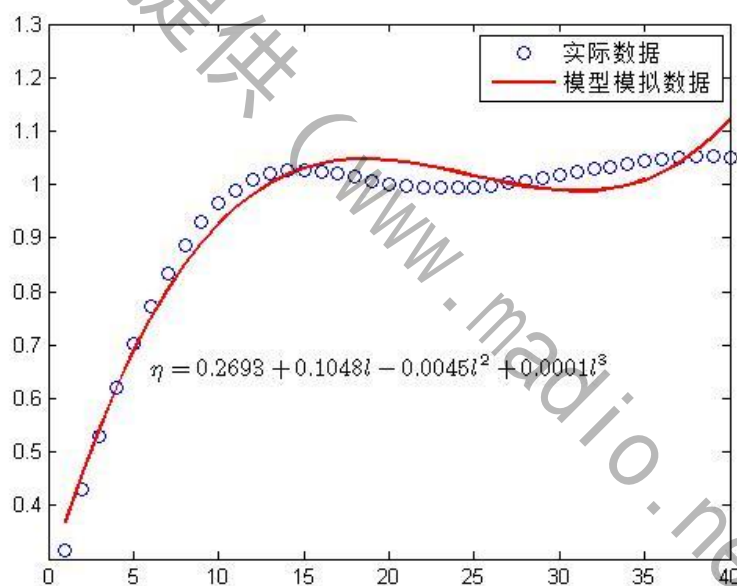


图19 模型模拟结果与实际数据的对比图像

六、模型评价

6.1 模型优点

(1) 提高精度只须增多分划节点，而不需要提高样条函数的次数。

(2) 方程组的系数矩阵总是严格对角占优的。这样就保证了三次样条插值函数存在而且唯一，数值稳定性也很好。根据“M”表达式以及端点条件可推出用节点上函数的二阶导数表示的三次样条插值函数。

6.2 模型缺点

1. 三次样条插值原理适用的条件较为苛刻，必须满足 3 个条件；
2. 三次样条插值原理有一定的主观性；
3. 对模型反应的结果进行充分挖掘的难度较大。

6.3 模型推广

1. 文中所建立的所有模型不但适应于探讨护岸框架设计的问题，还可以各类的评价问题。
2. 所建立的模型结构清晰，结果易于比较，可以实现计算机编程。
3. 建模的思想和方法可以推广到其他类型，如用可以解决各类不易定量分析的问题

七、后续研究

本文主要讨论关于架空率、框架尺寸和长度对水流减速率的影响，推导出三个参数于减速效果间的经验公式。但是四面六面透水框架群的减速效果的分析不能单存的仅分析单个的因素的减速效果，而应该综合分析，多个四面六面透水框架群参数共同的减速效果。根据前文的分析，我们得到单个因素的减速率的变化趋势都是先增加后降低，因此，在后续的研究中，我们可以考虑建立微分方程模型进行建模，建模思路如下：

1. 将框架尺寸、架空率和长度分别看作三个变化的参量，记为 x, y, z ；
2. 将放置框架群前后通过的水量看作一个变化的参量，记作 u ，则 $\frac{du}{dt}$ 表示减速率；
3. 根据实验数据反映的这四个变量的关系相互制约、相互影响的关系，建立微分方程组；
4. 利用实验数据拟合建立的模型的参数；
5. 进行数据仿真。

八、参考文献

- [1] 王南海等. 新型护岸技术----- 四面六边透水框架群在江西护岸工程中的应用 [J] , 长江科学院院报, 1999, 16(2):11-16
- [2] 徐国宾, 等 . 多沙河流河道整治新型工程措施试验研究[J] , 西北水资源及水利工程, 1994(10).
- [3] 徐国宾, 张耀哲, 徐秋宁, 等. 多沙河流河道整治新型工程措施试验研究 [J]. 西

参赛队号 # 1706

北水资源与水工程, 1994, 5(3):1---8.

[4]徐国宾, 任晓枫. 几种新型护岸工程技术浅析 [J]. 人民黄河, 2004, 26(8): 3-7.

[5]宋圣家, 禹高升, 马鲁平, 等. 应用四面体透水框架技术整治河道水流形态保护河岸工程研究 [J]. 山东水利, 2004(1): 30.

[6]王明进. 四面六边透水框架保护丁坝、矾头模型试验研究[J]. 江西水利科技, 1997, 23(4): 191) 193, 204.

附录 (以下程序运行环境为MATLAB_R2010b)

```
1
%架空率与减速率关系曲线
clc
e = [3.0, 4.0, 4.8, 5.5, 6.0];
yn = [0.60, 0.68, 0.72, 0.71, 0.63];
y = [0.63, 0.70, 0.73, 0.72, 0.65];
ym = [0.64, 0.72, 0.74, 0.74, 0.67];
plot(e, yn, 'ro-')
hold on
plot(e, y, '*-')
plot(e, ym, 'gP-')
plot(e, yn, 'r')
plot(e, y)
plot(e, ym, 'g')
title('架空率与减速率关系曲线')
xlabel('\epsilon')
ylabel('\eta')
legend('\eta_{min}', '\eta_{eav}', '\eta_{max}')
xlim([3, 7])
ylim([0.6, 0.8])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2
%杆件长宽比与减速率关系三次样条差值
clc
x = [8, 10, 12, 16, 20];
y1 = [0.67, 0.70, 0.75, 0.75, 0.70];
y2 = [0.69, 0.73, 0.76, 0.77, 0.73];
y3 = [0.71, 0.74, 0.77, 0.78, 0.76];
plot(x, y1, 'g*-')
hold on
plot(x, y2, 'rs-')
plot(x, y3, 'p-')
title('杆件长宽比与减速率关系')
xlabel('\lambda')
ylabel('\eta')
legend('\eta_{min}', '\eta_{eav}', '\eta_{max}')
xlim([5, 22])
ylim([0.64, 0.8])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
3
clc
x=[4.1, 6.1, 10.2, 20.3, 30.5, 40.6]
```

参赛队号 # 1706

```

y=[0.63,0.78,0.97,1.0,1.02,1.05]
plot(x,y,'ro-')
title('减速率与框架体长度关系曲线')
xlabel('L/m')
ylabel('\eta/\eta_{10}')
xlim([0,60])
ylim([0,1.2])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
4
%不同杆件长宽比时架空率与平均减速率关系曲线
clc
x = [3,4,4.8,6];
y1 = [0.6,0.65,0.69,0.62];
y2 = [0.63,0.70,0.73,0.63];
y3 = [0.66,0.73,0.76,0.68];
y4 = [0.69,0.74,0.77,0.72];
y5 = [0.67,0.71,0.73,0.68];
plot(x,y1,'r')
hold on
plot(x,y2)
plot(x,y3,'g')
plot(x,y4,'c')
plot(x,y5,'y')
plot(x,y1,'ro')
plot(x,y2,'*')
plot(x,y3,'gP')
plot(x,y4,'c+')
plot(x,y5,'yv')
title('不同杆件长宽比时架空率与平均减速率关系曲线')
xlabel('\epsilon')
ylabel('\eta_{eav}')
legend('\eta_1=8','\eta_2=10','\eta_3=12','\eta_4=16','\eta_5=20')
xlim([3,7])
ylim([0.6,0.8])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
5
%不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系曲线
clc
x = [8,10,12,16,20];
y1 = [0.60,0.63,0.66,0.69,0.67];
y2 = [0.65,0.70,0.73,0.74,0.71];
y3 = [0.69,0.73,0.76,0.77,0.73];
y4 = [0.62,0.65,0.68,0.72,0.67];
plot(x,y1,'r')
hold on
plot(x,y2)
plot(x,y3,'g')
plot(x,y4,'c')
plot(x,y1,'ro')
plot(x,y2,'*')
plot(x,y3,'gP')
plot(x,y4,'c+')
title('不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系曲线')
xlabel('\lambda')
ylabel('\eta_{eav}')
xlim([5,22])
ylim([0.55,0.8])
legend('\epsilon=3.0','\epsilon=4.0','\epsilon=4.8','\epsilon=6.0')

```

参赛队号 # 1706

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6
clc
x=[4.0,6.0,10.0,20.0,30.0,40.0]
y1=[0.63,0.78,0.97,1.0,1.02,1.05]
y2=[0.59,0.73,0.96,1.0,1.03,1.04]
plot(x,y1,'r*-')
hold on
plot(x,y2,'bo-')
title(' 框架群抛投长度与相对减速率关系')
xlabel(' l (m) ')
ylabel(' \eta/\eta_{20} ')
xlim([0,50])
ylim([0.6,1.1])
legend(' \epsilon=4.8', ' \epsilon=6.0')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%7

clc
x=[7.5,10.0,20.0,30.0,40.0]
y=[1.05,1.0,0.61,0.34,0.23]
plot(x,y,'ro-')
title(' 减速率与框架间隔长度关系曲线')
xlabel(' DL/m ')
ylabel(' \eta/\eta_{10} ')
xlim([0,60])
ylim([0,1.2])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

8
%架空率与减速率关系三次样条差值曲线
clc
e = [3.0,4.0,4.8,5.5,6.0];
y1= [0.60,0.68,0.72,0.71,0.63];
y2 = [0.63,0.70,0.73,0.72,0.65];
y3 = [0.64,0.72,0.74,0.74,0.67];
xi = 3:0.2:6;
y11 = interp1(e,y1,xi,'spline')
y22 = interp1(e,y2,xi,'spline')
y33 = interp1(e,y3,xi,'spline')
plot(xi,y11,'g*-')
hold on
plot(xi,y22,'rs-')
plot(xi,y33,'p-')
title(' 架空率与减速率关系三次样条插值曲线')
xlabel(' \epsilon ')
ylabel(' \eta ')
legend(' \eta_{min}', ' \eta_{eav}', ' \eta_{max} ')
xlim([3,7])
ylim([0.6,0.8])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

9
%杆件长宽比与减速率关系三次样条差值
clc
x = [8,10,12,16,20];
y1 = [0.67,0.70,0.75,0.75,0.70];
y2 = [0.69,0.73,0.76,0.77,0.73];
y3 = [0.71,0.74,0.77,0.78,0.76];
xi = 8:1:20;
y11 = interp1(x,y1,xi,'spline')
y22 = interp1(x,y2,xi,'spline')

```

参赛队号 # 1706

```

y33 = interp1(x, y3, xi, 'spline')
plot(xi, y11, 'g*-')
hold on
plot(xi, y22, 'rs-')
plot(xi, y33, 'p-')
title('杆件长宽比与减速率关系三次样条插值')
xlabel('\lambda')
ylabel('\eta')
legend('\eta_{min}', '\eta_{eav}', '\eta_{max}')
xlim([5, 22])
ylim([0.64, 0.8])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
10
clc
x=[4.1, 6.1, 10.2, 20.3, 30.5, 40.6]
y=[0.63, 0.78, 0.97, 1.0, 1.02, 1.05]
xi=1:1:41
yl = interp1(x, y, xi, 'spline')
plot(x, y, 'o')
hold on
plot(xi, yl, 'r*-')
title('减速率与框架体长度关系三次样条插值曲线')
xlabel('L/m')
ylabel('\eta/\eta_{10}')
xlim([0, 60])
ylim([0, 1.2])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
11
clc
x=[4.0, 6.0, 10.0, 20.0, 30.0, 40.0]
y1=[0.63, 0.78, 0.97, 1.0, 1.02, 1.05]
y2=[0.59, 0.73, 0.96, 1.0, 1.03, 1.04]
xi=1:1:41
y11 = interp1(x, y1, xi, 'spline')
y22 = interp1(x, y2, xi, 'spline')
plot(xi, y11, 'r*-')
hold on
plot(xi, y22, 'cp-')
plot(x, y2, 'bo')
plot(x, y1, 'o')
title('框架群抛投长度与相对减速率关系三次样条插值曲线')
xlabel('l (m)')
ylabel('\eta/\eta_{20}')
xlim([0, 50])
ylim([0.6, 1.1])
legend('\epsilon=4.8', '\epsilon=6.0')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
12
%不同杆件长宽比时架空率与平均减速率关系三次样条插值曲线
clc
x = [3, 4, 4.8, 6];
y1 = [0.6, 0.65, 0.69, 0.62];
y2 = [0.63, 0.70, 0.73, 0.63];
y3 = [0.66, 0.73, 0.76, 0.68];
y4 = [0.69, 0.74, 0.77, 0.72];
y5 = [0.67, 0.71, 0.73, 0.68];
xi = 3:0.2:6;
y11 = interp1(x, y1, xi, 'spline')

```

参赛队号 # 1706

```

y22 = interp1(x, y2, xi, 'spline')
y33 = interp1(x, y3, xi, 'spline')
y44 = interp1(x, y4, xi, 'spline')
y55 = interp1(x, y5, xi, 'spline')
plot(xi, y11, 'g*-')
hold on
plot(xi, y22, 'rs-')
plot(xi, y33, 'p-')
plot(xi, y44, 'c+-')
plot(xi, y55, 'yv-')
title('不同杆件长宽比时架空率与平均减速率关系三次样条插值曲线')
xlabel('\epsilon')
ylabel('\eta_{eav}')
legend('\lambda=8', '\lambda=10', '\lambda=12', '\lambda=16', '\lambda=20')
xlim([3, 7])
ylim([0.6, 0.8])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
13
%不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系三次样条插值曲线
clc
x = [8, 10, 12, 16, 20];
y1 = [0.60, 0.63, 0.66, 0.69, 0.67];
y2 = [0.65, 0.70, 0.73, 0.74, 0.71];
y3 = [0.69, 0.73, 0.76, 0.77, 0.73];
y4 = [0.62, 0.65, 0.68, 0.72, 0.67];
xi = 8:1:20;
y11 = interp1(x, y1, xi, 'spline')
y22 = interp1(x, y2, xi, 'spline')
y33 = interp1(x, y3, xi, 'spline')
y44 = interp1(x, y4, xi, 'spline')
plot(xi, y11, 'g*-')
hold on
plot(xi, y22, 'rs-')
plot(xi, y33, 'p-')
plot(xi, y44, 'c+-')
title('不同架空率时杆件长宽比与平均减速率关系三次样条插值曲线')
xlabel('\lambda')
ylabel('\eta_{eav}')
legend('\epsilon=3.0', '\epsilon=4.0', '\epsilon=4.8', '\epsilon=6.0')
xlim([5, 22])
ylim([0.55, 0.8])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
14
x=[7.5, 10.0, 20.0, 30.0, 40.0]
y=[1.05, 1.0, 0.61, 0.34, 0.23]
xi=1:1:41
y1 = interp1(x, y, xi, 'spline')
plot(x, y, 'bo')
hold on
plot(xi, y1, 'r*-')
title('减速率与框架间隔长度关系三次样条插值曲线')
xlabel('DL/m')
ylabel('\eta/\eta_{10}')
xlim([0, 60])
ylim([0, 1.2])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
15
clc

```

参赛队号 # 1706

```

y =[0.6300
0.6467
0.6620
0.6761
0.6887
0.7000
0.7098
0.7181
0.7248
0.7300
0.7332
0.7326
0.7261
0.7116
0.6869
0.6500
];
x1 = [3.03.2 3.4 3.6 3.8 4.0 4.2 4.4 4.6 4.8 5.0 5.2 5.4 5.6 5.8 6.0]
x = [ones(16,1) x1' x1'.^2]
[b,bint,r,rint,stats]=regress(y,x)
y1 = b(1)+b(2).*x1+b(3).*x1.^2
plot(x1,y,'o')
hold on
h = plot(x1,y1,'r')
get(h)
set(h,'LineWidth',2)
legend('实际数据','模型模拟数据')
% text('Interpreter','latex',...
% 'String', ['$$\eta=-0.0773+0.3396\varepsilon-0.0358\varepsilon^2$$'],'Position',[4, 0.66],...
% 'FontSize',12)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
16
clc
y =[0.6900
0.7107
0.7300
0.7468
0.7600
0.7686
0.7729
0.7732
0.7700
0.7636
0.7546
0.7432
0.7300
];
x1 = 8:1:20
x = [ones(13,1) x1' x1'.^2 ]
[b,bint,r,rint,stats]=regress(y,x)
y1 = b(1)+b(2).*x1+b(3).*x1.^2
plot(x1,y,'o')
hold on
h = plot(x1,y1,'r')
title('杆件长宽比与减速率关系')
get(h)
set(h,'LineWidth',2)
legend('实际数据','模型模拟数据')

```


参赛队号 # 1706

```

text('Interpreter','latex',...
'String', ['$$\eta=0.3835+0.0523\lambda-0.0018\lambda^2$$'], 'Position', [11, 0.7],...
'FontSize', 12)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
17
clc
y = [0.3166
     0.4288
     0.5304
     0.6215
     0.7024
     0.7734
     0.8349
     0.8869
     0.9300
     0.9642
     0.9900
     1.0081
     1.0196
     1.0255
     1.0269
     1.0248
     1.0201
     1.0140
     1.0075
     1.0015
     0.9971
     0.9945
     0.9936
     0.9941
     0.9958
     0.9986
     1.0024
     1.0068
     1.0119
     1.0172
     1.0228
     1.0284
     1.0337
     1.0388
     1.0433
     1.0470
     1.0499
     1.0517
     1.0522
     1.0513];
x1 = 1:1:40
x = [ones(40,1) x1' x1'.^2 x1'.^3]
[b,bint,r,rint,stats]=regress(y,x)
y1 = b(1)+b(2).*x1+b(3).*x1.^2+b(4).*x1.^3
plot(x1,y,'o')
hold on
h = plot(x1,y1,'r')
get(h)
set(h,'LineWidth',2)
legend('实际数据','模型模拟数据')
text('Interpreter','latex',...
'String', ['$$\eta=0.2693+0.10481\lambda-0.00451\lambda^2+0.00011\lambda^3$$'], 'Position', [6, 0.66],...

```

参赛队号 # 1706

'FontSize', 12)'

%%

数学中国提供 (www.madio.net)