

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：

参赛队员（签名）：

队员 1：

队员 2：

队员 3：

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：本科组

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

1094

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 **B 题 生物多样性的评估**

关 键 词 生物多样性、发展预测、灰色系统理论、
GM (1, 1) 模型、熵权评价法

摘 要：

第一阶段，我们通过建模研究了生物多样性的全面表示问题。这样我们就可以通过一些数据的收集来描述一个生态系统的多样性问题了。但是这样只是静态的评价一个生态系统的多样性问题，这与动态的评价一个生态系统不同。来评价一个生态系统的同时还需要注意到他动态的发展趋势。

因此，本文通过对生物学上对于生态系统变化与发展的描述，感性上分析一个动态生态系统的影响因素。在通过时间轴上数据的收集，纵向地把握一个系统其多样性情况的发展脉络，通过建立灰色模型 GM (1, 1) 来对其以后的发展状况进行预测，从而方便对一个生态系统的多样性的动态上的评估。

另外，通过熵权法的使用，也可以将生物学上提出的各个指标赋以相应的权值，将生物学静态描述方法延伸，进行动态地对系统多样性的描述。最大的生态系统就是生物圈，而生物圈是由许许多多较小的生态系统所构成的。其中这些小的生态系统相对于大的生态系统数据更好收集，更好评估，而将结果综合，就反应出了一个大的，或者整个生态系统的特性。另外，这些评估的结果，也可以指导到具体的生态学实践中去，包括应当设立哪些自然保护区，多个保护区直接的优先级别与重要性的评估等等方方面面。

参赛队号 1094

参赛密码

(由组委会填写)

所选题目 B 题 生物多样性的评估

英文摘要

The first stage, we studied through modeling that the issue of biodiversity overall. So that we can collect some data to describe the diversity of an ecosystem problem. But this is only a static evaluation of the diversity of an ecosystem, which is dynamically different from the evaluation of an ecosystem. To evaluate an ecosystem also need to note of his dynamic development trend.

Therefore, this article on biology and development of ecosystem change for a description of perceptual analysis of a dynamic ecosystem on the impact of factors. In the collection of data through the timeline, vertical grasp the situation of a system development context of its diversity, through the establishment of the gray model GM (1,1) to the development of its forecast after, so as to facilitate the diversity of an ecosystem The dynamic nature of the assessment.

In addition, through the use of entropy method can also be made of various biological indicators of the corresponding weights assigned, static description method of the biological extension of the dynamic diversity of the system description. Ecosystem is the largest biosphere and the biosphere by the many smaller ecosystems posed. The ecosystems in which these small relative to the larger ecosystem data to better collection, better assessment, and the results integrated to reflect a large, or the characteristics of the entire ecosystem. In addition, the results of these assessments can also be guided to specific ecological practice, including what should be the establishment of nature reserves, protected areas, more direct assessment of priority and importance of all aspects and so on.

目录

| | |
|---------------------------------|-----------|
| 一 引言 | 3 |
| 1.1 问题背景 | 3 |
| 1.2 问题重述 | 3 |
| 二 问题分析 | 4 |
| 2.1 问题分析和建模思路 | 4 |
| 2.2 思路流程图 | 4 |
| 三 基本假设和符号说明 | 5 |
| 3.1 基本假设 | 5 |
| 3.2 符号说明 | 5 |
| 四 生物学上生态系统发展评价理论 | 6 |
| 4.1 生态系统的自我调节 | 6 |
| 4.2 生态系统的稳定性 | 6 |
| 4.2.1 抵抗力稳定性 | 6 |
| 4.2.2 恢复力稳定性 | 6 |
| 4.3 种群及其主要影响因素 | 7 |
| 4.3.1 出生率和死亡率 | 7 |
| 4.3.2 迁入率和迁出率 | 7 |
| 4.3.3 性别比例 | 7 |
| 4.3.4 年龄结构 | 7 |
| 五 灰色模型的建立与求解 | 8 |
| 5.1 灰色理论及灰色预测 | 8 |
| 5.2 生成数的概念 | 8 |
| 5.3 均值数列，灰微分方程与白化微分方程 | 8 |
| 5.4 灰色预测的步骤 | 9 |
| 5.4.1 数据的检验与处理 | 9 |
| 5.4.2 建立模型 | 10 |
| 5.4.3 检验预测值 | 10 |
| 5.5 模型的建立与求解 | 10 |
| 5.6 模型的分析与意义 | 13 |
| 六 预测生物多样性发展模型的评价 | 13 |
| 6.1 预测生物多样性发展模型的优点 | 13 |
| 6.1.1 灰色系统理论分析具有很多优点 | 13 |
| 6.1.2 依照生物学角度的分析问题，抓住了生态系统的主要因素 | 13 |
| 6.1.3 灰色模型便于变化过程的研究 | 13 |
| 6.1.4 模型具有很强的灵活性 | 13 |
| 6.1.5 采用数据的真实性和权威性 | 13 |
| 6.2 预测生物多样性发展模型的缺点 | 13 |
| 七 模型的进一步讨论 | 14 |
| 7.1 关于预测生物多样性发展模型的说明 | 14 |
| 7.2 模型的改进方法：熵权评价法 | 14 |
| 7.2.1 熵及其性质 | 14 |
| 7.2.2 建模过程 | 15 |

| | |
|----------------------|-----------|
| 八 模型的科学性和现实意义 | 16 |
| 8.1 模型的科学性分析 | 16 |
| 8.2 模型的现实意义 | 17 |
| 参考文献 | 17 |
| 附录 | 18 |

表格索引

| | |
|----------------------|----|
| 表一 符号说明 | 5 |
| 表二 广西国有林场森林生物多样性年度情况 | 10 |
| 表三 项目简写释义表 | 10 |
| 表四 灰色模型检验表 | 12 |

插图索引

| | |
|------------|----|
| 图一 不同的生态系统 | 3 |
| 图二 思路流程图 | 5 |
| 图三 种群年龄结构 | 7 |
| 图四 预测结果图 | 12 |

一 引言

1.1 问题背景

生物多样性是所有生物种类、 种类遗传变异和它们生存环境的总称 ,包括所有不同种类的动物、 植物和微生物 ,以及它们所拥有的基因、 它们与生存环境所组成的生态系统。这表明生物之间以及与其生存环境之间复杂的相互关系 ,体现出生物资源丰富多彩。

生物多样性 ,作为一种生命资源 ,对整个人类社会所起的作用是不可估量的。人类生存、 发展需要的各种生物资源 ,工业、 农业和医药业等需要的各种原材料 ,生态平衡的维持 ,生态环境的稳定等 ,无不归功于生物多样性。但近 10 年来生物多样性遭受了人类前所未有的超负荷利用 ,并且这一趋势有增无减 ,导致物种不断地消失 ,资源日渐减少 ,生态平衡遭到破坏 ,环境进一步恶化。这些由于不合理的开发利用生物多样性资源所造成的恶果正在威胁着人类的生存 ,特别是子孙后代的生存。

保护生物多样性 ,可持续利用资源已成为全世界人民的共同呼声 ,生物多样性问题随之就成为 90 年代国际社会十分关注的重大问题 ,也是生态学研究的重要的课题之一。其内容涉及: (1)生物多样性的形成、 现状及其评估与对策; (2)生物多样性消失的原因及其后果与影响; (3)生物多样性的保护与保存的研究方法及其措施。其中生物多样性的评估是有效保护生物多样性、 合理利用其资源、 保证其可持续发展的关键 ,于是就有必要制定一套指标和标准 ,对生物多样性进行客观合理的评估 ,从而为人类对其合理的经营利用提供科学的指导 ,也为国家和国际水平的政策讨论及贯彻实施提供更可靠的信息 ,意义相当重大。



图一 不同的生态系统

1.2 问题重述

2010 年是联合国大会确定的国际生物多样性年。保护地球上的生物多样性已经越来越被人类社会所关注, 相关的大规模科研和考察项目也层出不穷。为了更好的建立国际交流与专家间的合作, 联合国还建立了生物多样性和生态系统服务政府间科学政策平台。但迄今为止, 几乎所有的考察计划都面临一个基本的困难: 如何让评价被考察区域的生物多样性。传统的方法是清数物种数量, 但现在有很多科学家认为这种方法具有很大的局限性。

譬如，有人提出应当考虑物种的相似程度。有人则提出有一些物种的基因多样性程度远远超过另一些物种，所以应当考虑基因的多样性等。担心在缺少一种能全面考虑不同因素的对生物多样性进行测定的方法。

问题 1：在生态环境中，虽然某些地区的生物多样性较为丰富，但其整体处于退化的阶段，某些地区的生物多样性则能不断进行自我更新和扩张。请设计一个合理的估计方法，依据可测量的指标，估计某个地区的生物多样性的发展情况。

问题 2：建立自然保护区是保护地球上生物多样性的方法。每年都有许多地理区域申请建立自然保护区，但我们建立保护区的经费和能力有限，不可能建立太大范围的自然保护区。请你依据合理的数学模型，设计一个指标，综合各方面因素，以便评定应该优先保护哪些地区。并请你撰写一份报告，提交联合国环境规划署。要求以非专业人员能够理解的方式，确切阐明评定优先等级的方法及其合理性。报告的长度限制在 A4 纸张两页之内，独立于论文。

二 问题分析

2.1 问题分析和建模思路

考虑问题的题设和要求，我们要解决的是综合分析并找出估计某个地区的生物多样性的发展情况的指标。本题要求我们分析生物多样性评估标准中体现多样性发展的主要因素，并根据所建立的模型和方法，设计一个全面而有效地预测生物多样性发展的指标。我们把这个宽广的问题细化成一系列的小问题，一步一步深入，给出解决方案。

首先根据所学的生物学知识，我们知道生态系统的稳定性和种群及其主要影响因素，并且对这些东西进行细化分析；接着根据我们查到了权威数据，建立 GM(1,1)模型，对它们进行更深一步的分析。然后，我们建立了生物多样性发展预测的博弈评价体系，探究生物多样性发展预测的原则，分析现有模型的优缺点。在此基础上，建立了生物多样性发展预测模型，并对这个模型做了说明和改进。

1) 灰色预测分析

灰色预测是指利用 GM 模型对系统行为特征的发展变化规律进行估计预测，同时也可以对行为特征的异常情况发生的时刻进行估计计算，以及对在特定时区内发生事件的未来时间分布情况做出研究等等。这些工作实质上是将“随机过程”当作“灰色过程”，“随机变量”当作“灰变量”，并主要以灰色系统理论中的 GM(1,1)模型来进行处理。

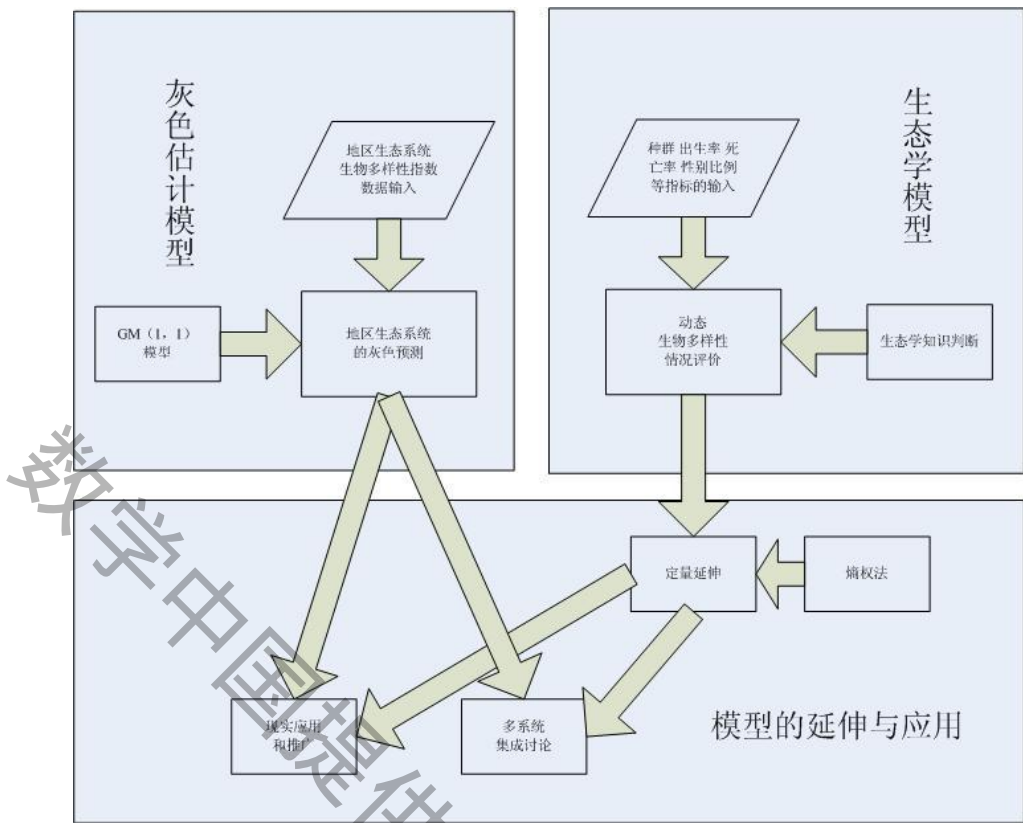
2) GM(1,1)模型模型分析

GM(1,1)模型能够很好地讨论影响评估主要因素对生物多样性评估的影响，并通过模型的建立，对主要因素的未来装款股进行预测。

3) 广和改进的探索

本文中给出的预测生物多样性发展模型和方法有一定的代表性，但还应当对更具普遍性和推广性的方法加以探索。熵权评价法充分利用主、客观赋权法所提供的信息，确定各个因素的权重，使模型更加切实可行。

2.2 思路流程图



图二 思路流程图

三 基本假设和符号说明

3.1 基本假设

- [1] 选取现有生物多样性指数来衡量生物多样性情况充分合理；
- [2] 生态系统的发展在一个时间段内相对封闭，或者说一定时间内，不爆发出对生态系统影响较大的突发事件；
- [3] 不考虑外来物种的入侵对本地生态环境的突发性影响。

3.2 符号说明

| 符号 | 释义 |
|-----------|-------------------|
| $GM(1,1)$ | 1 阶 1 变量的灰色模型 |
| $X^{(0)}$ | 原始数据输入数据列 |
| $X^{(1)}$ | 经过一次 AGO 累计的数据列 |
| B | 数据矩阵 |

| | |
|------------------|----------|
| Y | 数据向量 |
| u | 参数向量 |
| a, b | 白化微分方程参数 |
| $\lambda(k)$ | 级比 |
| $\varepsilon(k)$ | 残差 |
| $\rho(k)$ | 级比偏差 |
| $\delta(k)$ | 相对误差 |

表一 符号说明

四 生物学上生态系统发展评价理论

4.1 生态系统的自我调节

有生物学的知识可以知道，生态系统具有保持滋生稳定的能力。这种生态系统保持自身稳定的能力被称为生态系统的自我调节能力。生态系统自我调节能力的强弱是多方因素共同作用体现的。一般地：成分多样、能量流动和物质循环途径复杂的生态系统自我调节能力强；反之，结构与成分单一的生态系统自我调节能力就相对更弱。

负反馈调节是生态系统自我调节的基础，它在生态系统中普遍存在的一种抑制性调节机制，例如，在草原生态系统中，食草动物瞪羚的数量增加，会引起其天敌猎豹数量的增加和草数量的下降，两者共同作用引起瞪羚种群数量下降，维持了生态系统中瞪羚数量的稳定。

与负反馈调节相反，正反馈调节是一种促进性调节机制，它能打破生态系统的稳定性，通常作用小于负反馈调节，但在特定条件下，二者的主次关系也会发生转化，赤潮的爆发就是此类例子。

4.2 生态系统的稳定性

4.2.1 抵抗力稳定性

生态系统抵抗外界干扰的能力即抵抗力稳定性，抵抗力稳定性与生态自我调节能力正相关。抵抗力稳定性强的生态系统有较强的自我调节能力，生态平衡不易被打破。

4.2.2 恢复力稳定性

恢复力稳定性指的是生态系统已经被破坏后，在原地恢复到原来状态的能力。恢复力稳定性与生态系统的自我调节能力的关系是微妙的，过于复杂的生态系统（比如热带雨林）的恢复力稳定性并不高，原因是其复杂的结构需要很长的时间来重建，而自我调节能力过低的生态系统（比如冻原和荒漠）几乎没有恢复力稳定性；只有调节能力适中的生态系统有较高的恢复力稳定性，草原的恢复力稳定性就是比较高的。

4.3 种群及其主要影响因素

种群作为在一定时间内占据一定空间的同种生物的所有个体。是进化的基本单位，同一种群的所有生物共用一个基因库。种群中的个体并不是机械地集合在一起，而是彼此可以交配，并通过繁殖将各自的基因传给后代。

生态系统是由其生物群落和无机环境构成，而生物群落是多种生物种群的有规律组合。因此，各个种群在生态系统内的发展情况也可以间接或直接的反映出生物系统的发展情况进而反映出生态系统得多样性问题。

4.3.1 出生率和死亡率

出生率指在一特定时间内，一种群新诞生个体占种群现存个体总数的比例；死亡率则是在一特定时间内，一种群死亡个体数占现存个体总数的比例。自然状态下，出生率与死亡率决定种群密度的变化。出生率大于死亡率，种群密度增长，其他情况同理。

4.3.2 迁入率和迁出率

许多生物种群存在着迁入、迁出现象，大量个体的迁入或迁出会对种群密度产生显著影响。对于一个确定的种群，单位时间内迁入或迁出种群的个体数占种群个体总数的比例，分别成为种群的迁入率和迁出率。迁入与迁出率在现代生态学对城市人口的研究中占有重要地位。

4.3.3 性别比例

性别比例是指种群中雌雄个体的数目比，自然界中，不同种群的正常性别比例有很大差异，性别比例对种群数量有一定影响，例如用性诱剂大量诱杀害虫的雄性个体，会使许多雌性害虫无法完成交配，导致种群密度下降。

4.3.4 年龄结构

种群的年龄结构是指一个种群幼年个体（生殖前期）、成年个体（生殖时期）、老年个体（生殖后期）的个体数目，分析一个种群的年龄结构可以间接判定出该种群的发展趋势。

1) 增长型

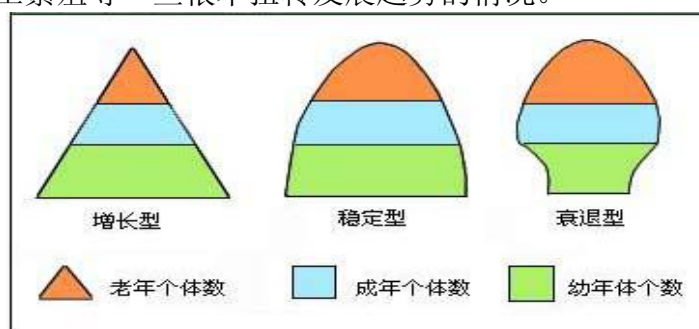
在增长型种群中，老年个体数目少，年幼个体数目多，在图像上呈金字塔型，今后种群密度将不断增长，种内个体越来越多。

2) 稳定型

现阶段大部分种群是稳定型种群，稳定型种群中各年龄结构适中，在一定时间内新出生个体与死亡个体数量相当，种群密度保持相对稳定。

3) 衰退型

衰老型种群多见于濒危物种，此类种群幼年个体数目少，老年个体数目多，死亡率大于出生率，这种情况往往导致恶性循环，种群最终灭绝，但也不排除生存环境突然好转、大量新个体迁入或人工繁殖等一些根本扭转发展趋势的情况。



图三 种群年龄结构

4.4 生物学上生态系统发展的评价方法分析

从生物学的角度上讲，生物圈由生态系统构成，生态系统包含其生态群落和无机环境，生态群落又由其中的各个生态种群有规律地组成。对于其中一些生态种群，可以通过其出生率死亡率等等指标进行衡量。这些指标完全可以用来动态描述生态种群。其中一些例如标记重捕法等等种群密度的调查方法在先在生态学研究上被广泛应用且易于实践。通过对对象对数据的收集，可以感性地得到生物多样性的动态发展情况。而想要定量的描述，则还需要就其中的各个指标量定权重，找到他们与多样性表示的数学关系。

五 灰色模型的建立与求解

5.1 灰色理论及灰色预测

灰色预测是指利用 GM 模型对系统行为特征的发展变化规律进行估计预测，同时也可以对行为特征的异常情况发生的时刻进行估计计算，以及对在特定时区内发生事件的未来时间分布情况做出研究等等。这些工作实质上是将“随机过程”当作“灰色过程”，“随机变量”当作“灰变量”，并主要以灰色系统理论中的 $GM(1,1)$ 模型来进行处理。

对于生物多样性的发展情况，可以认为其为随机过程，则这里可以通过建 $GM(1,1)$ 模型来进行相关的灰色预测，从而掌握其未来的发展方向，进而对其进行评估。

5.2 生成数的概念

常用累加生成 (AGO) 和累减生成 (IAGO)。若计 $X^{(0)}$ 为原始数列, $X^{(r)}$ 为作 r 次累加生成后的生成数列 (记 r -AGO), 即

$$X^{(0)} = \{X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), \dots, X^{(0)}(n)\}$$

$$X^{(r)} = \{X^{(r)}(1), X^{(r)}(2), X^{(r)}(3), \dots, X^{(r)}(n)\}$$

$$\text{AGO累加算法为: } X^{(r)}(k) = \sum_{m=1}^k X^{(r-1)}(m), \text{ 其中 } k, m \text{ 均为自然数, } k \leq n.$$

如下公式: $X^{(r-1)}(k) = X^{(r)}(k) - X^{(r)}(k-1)$, 称为 r 次累减生成序列。

则可以看出, 对于 $X^{(0)}$ 做 r 次 AGO 累加可以得到序列 $X^{(r)}$, 而对于 $X^{(r)}$ 做 r 次累减 IAGO 可以得到序列 $X^{(0)}$ 。

5.3 均值数列, 灰微分方程与白化微分方程

对于已知数列 $X^{(0)} = (X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(n))$, 做一次 AGO 累加生成数据列

$$X^{(1)} = (X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \dots, X^{(1)}(n)),$$

$$\text{即 } X^{(1)} = (X^{(1)}(1), X^{(1)}(1) + X^{(0)}(2), \dots, X^{(1)}(n-1) + X^{(0)}(n)),$$

$$\text{其中 } X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k X^{(0)}(i) (k=1, 2, \dots, n)。$$

$$\text{则设均值数列为 } Z^{(1)}(k) = 0.5X^{(1)}(k) + 0.5X^{(1)}(k-1), k=2, 3, \dots, n$$

$$\text{即 } Z^{(1)} = (Z^{(1)}(2), Z^{(1)}(3), \dots, Z^{(1)}(n))$$

$$\text{于是可以建立灰微分方程为 } X^{(0)}(k) + aZ^{(1)}(k) = b, k=2, 3, \dots, n$$

$$\text{相应的有其对应的白化微分方程为 } \frac{dX^{(1)}}{dt} + aX^{(1)}(t) = b$$

$$\text{记 } u = (a, b)^T, Y = (X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), \dots, X^{(0)}(n))^T, B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{依最小二乘法, 可以求得使 } J(\hat{u}) = (Y - B\hat{u})^T (Y - B\hat{u})$$

$$\text{达到最小值的 } \hat{u} = (a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

于是可以求解其白化微分方程, 解得

$$X^{(1)}(k+1) = \left(X^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a}, k=1, 2, \dots, n-1$$

5.4 灰色预测的步骤

5.4.1 数据的检验与处理

$$\text{对于参考数据 } X^{(0)} = (X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(n)),$$

$$\text{计算数列的级比 } \lambda(k) = \frac{X^{(1)}(k-1)}{X^{(0)}(k)}, k=2, 3, \dots, n$$

如果所有的级比 $\lambda(k)$ 都在范围 $\left(e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+2}} \right)$ 内, 则数列 $X^{(0)}$ 可以作为模型 $GM(1,1)$ 的数据进行灰色预测。否则, 则需要进行必要的变换处理如下, 即选取适当的常数 c , 做平移

变换 $Y^{(0)}(k) = X^{(0)}(k) + c, k = 1, 2, \dots, n$, 则使得数列 $Y^{(0)} = (Y^{(0)}(1), Y^{(0)}(2), \dots, Y^{(0)}(n))$ 的级比

$$\lambda_Y(k) = \frac{Y^{(0)}(k-1)}{Y^{(0)}(k)} \in X, k = 2, 3, \dots, n$$

5.4.2 建立模型

对于建立的模型 $GM(1,1)$, 可以得到其对应白化微分方程的解

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = \left(\hat{X}^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\text{并且 } \hat{X}^{(0)}(k+1) = \hat{X}^{(1)}(k+1) - \hat{X}^{(1)}(k), k = 1, 2, \dots, n-1$$

5.4.3 检验预测值

$$\text{令其残差为 } \varepsilon(k), \text{ 且 } \varepsilon(k) = \frac{X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k)}{X^{(0)}(k)}, k = 1, 2, \dots, n$$

如果 $\varepsilon(k) < 0.2$, 则认为可以达到一般要求, 如果 $\varepsilon(k) < 0.1$, 则可以认为达到了较高的要求。

又也可以进行级比偏差检验, 由参考数据 $X^{(0)}(k-1), X^{(0)}(k)$ 计算出级比 $\lambda(k)$, 在用发展系数 a 求出相应的级比偏差 $\rho(k) = 1 - \left(\frac{1-0.5a}{1+0.5a} \right) \lambda(k)$

如果 $\rho(k) < 0.2$ 可以达到一般要求, 如果 $\rho(k) < 0.1$, 则认为达到了较高的要求。

5.5 模型的建立与求解

有广西壮族自治区国有林场森林生物多样性年度情况如下表 (单位: %)

| 项目 | 1990 | 1992 | 1994 | 1996 | 1998 | 2000 | 2001 |
|------|--------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|
| IFED | 100.00 | 121.42 | 113.87 | 97.31 | 87.24 | 82.10 | 72.83 |
| IFSD | 100.00 | 101.89 | 94.78 | 79.55 | 85.85 | 109.03 | 118.06 |
| IFB | 100.00 | 111.66 | 104.33 | 88.43 | 86.55 | 95.57 | 95.45 |

表二 广西国有林场森林生物多样性年度情况

其中, 有

| | | |
|------|-------------------------------------|-------------|
| IFED | Index of forest ecosystem diversity | 森林生态系统多样性指数 |
| IFSD | Index of forest species diversity | 森林物种多样性指数 |
| IDB | Index of forest biodiversity | 森林生物多样性指数 |

表三 项目简写释义表

选取项目 IDB，即森林生物多样性指数，建立 $GM(1,1)$ 模型如下。

有原始的数据为 $X^{(0)} = (100.00, 111.66, 104.33, 88.43, 86.55, 95.57, 95.45)$

计算得到级比 $\lambda = (0.8956, 1.0703, 1.1798, 1.0217, 0.9056, 1.0013)$

有 $\lambda(k) \in (0.8956, 1.1798) \subset (0.7788, 1.2488) = \left(e^{-\frac{2}{1+7}}, e^{\frac{2}{2+7}} \right)$ ，则可以用 $X^{(0)}$ 进行建模

对原始数据 $X^{(0)}$ 做一次 AGO 累加得到 $X^{(1)}$ ：

$$X^{(1)} = (100.00, 211.66, 315.99, 404.42, 490.97, 586.54, 681.99)$$

构造数据矩阵和数据向量，有

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(6) + X^{(1)}(7)) & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} X^{(0)}(2) \\ X^{(0)}(3) \\ \vdots \\ X^{(0)}(7) \end{bmatrix}$$

则可以计算微分方程系数向量 \hat{u}

$$\hat{u} = (a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{pmatrix} 0.0339 \\ 110.5692 \end{pmatrix}$$

于是得到 $a = 0.0339, b = 110.5692$ ，即可以构造微分方程

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + 0.0339X^{(1)} = 110.5692$$

求解得到

$$X^{(1)}(k+1) = \left(X^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} = 3259.80 - 3159.80 * e^{-0.0339k}$$

令 $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，则可由实践相应函数得到 $\hat{X}^{(1)}$

由 $\hat{X}^{(0)}(k) = \hat{X}^{(1)}(k) - \hat{X}^{(1)}(k-1)$ ，取 $k = 2, 3, 4, \dots, 7$ 得到

$$\begin{aligned} \hat{X}^{(0)} &= (\hat{X}^{(0)}(1), \hat{X}^{(0)}(2), \dots, \hat{X}^{(0)}(7)) \\ &= (100.00, 105.38, 101.8655, 98.4683, 95.1844, 92.0099, 88.9414) \end{aligned}$$

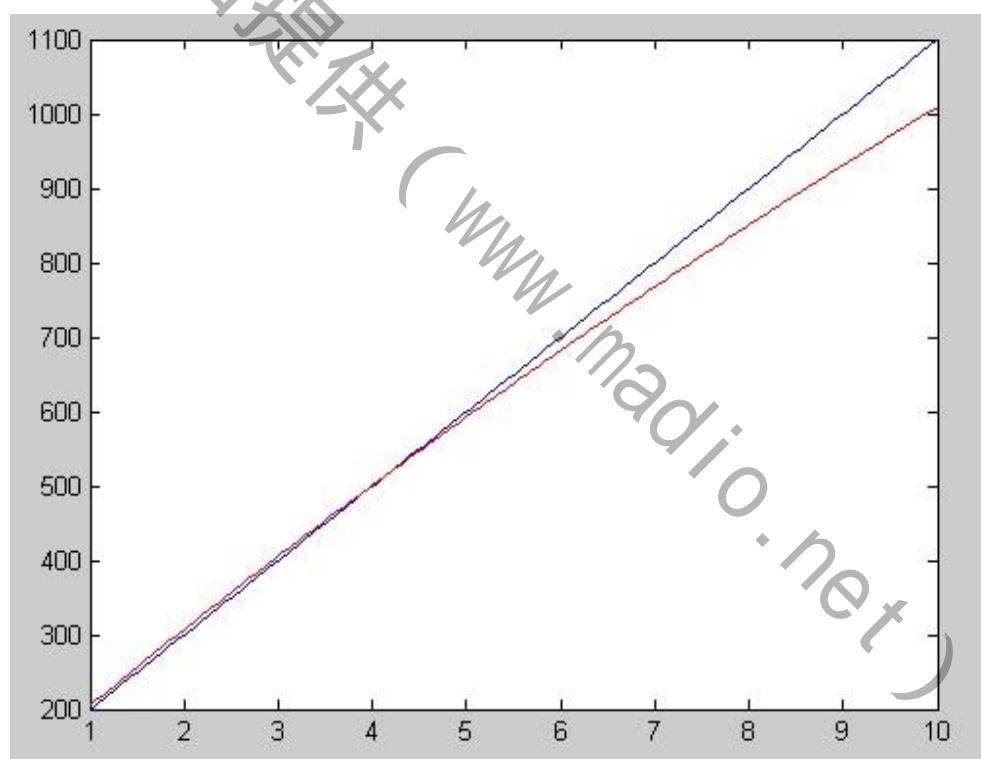
所以，有模型检验

| 序号 | 年份 | 原始值 | 模型值 | 残差 | 相对误差 | 级比偏差 |
|----|------|--------|--------|--------|--------|---------|
| 1 | 1990 | 100.00 | 100.00 | 0 | 0 | |
| 2 | 1992 | 111.66 | 105.38 | 6.28 | 5.62% | 0.1343 |
| 3 | 1994 | 104.33 | 101.87 | 2.46 | 2.36% | -0.0346 |
| 4 | 1996 | 88.43 | 98.47 | -10.04 | 11.35% | -0.1405 |
| 5 | 1998 | 86.55 | 95.18 | 8.63 | 9.98% | 0.0124 |
| 6 | 2000 | 95.57 | 92.01 | 3.56 | 3.73% | 0.1246 |
| 7 | 2001 | 95.45 | 88.94 | 6.51 | 6.82% | 0.0321 |

表四 灰色模型检验表

由此，利用建立的 $GM(1,1)$ 模型得到的解，可以进行预测。

如下图，蓝色曲线为生态系统稳定不动时的曲线，红色为预测曲线。横坐标为序号，可以对应转换为年份即有 $year = 1990 + (x-1)*2$ 的对应关系。



图四 预测结果图

例如，预测 2010 年的广西森林生态系统情况，可以将得到的微分方程解求得 k 值为 10 对应项和 k 为 9 的对应项。之后相减即可以得到预测值。

经过计算，可以得到 2010 年的生物多样性指数为约 77.63。该生态系统处于不断退化阶段。

5.6 模型的分析与意义

通过建立的一维一变量灰色模型，可以对其求解得到解之后应用最小二乘法，进行检验。从而可以得到所得模型的精确度。所得到的解是经过一次累加后的数据列，所对应的特定年的数据值，是本项与前项的差值。

本模型通过找寻所选择的变量，此处为广西森林生物多样性系数，与时间域的关系，对其进行预测。由于生物多样性指数是对于生物多样性的反映。因此对于生物多样性系数的预测得到的未来的预测数值若干，通过这些静态的描述生物多样性的数值，也可以从某种意义上动态地描述系统的生物多样性。

对于不同的生态系统，不论是森林生态系统，还是湖泊生态系统，或者是广西壮族自治区的还是内蒙古自治区的。只要能够搜集到其生物多样性指数，就可以依照建立模型的过程，建立特定的预测模型，对特定的模型进行预测。

另一方面，也可以通过对各种各样的生态系统的预测，从而达到对整个生物圈的预测，继而对于未来生物多样性的发展方向进行一个把握。

六 预测生物多样性发展模型的评价

6.1 预测生物多样性发展模型的优点

6.1.1 灰色系统理论分析具有很多优点

从理论上来说，灰色系统理论分析具有以下优点：不需要大量样本；样本不需要规律性分布；计算工作量小；精确度高。灰色系统用灰色参数、灰色方程、灰色矩阵等描述。目前在技术思想上已有信息充分利用的思想，五部建模思想，灰色系统优化思想，灰色系统分析思想，灰色系统控制思想，残差信息概念。在方法上有：“微分拟合”建模方法，削弱随机性的灰色模块法，确定预测区域的灰色平面法，提高预测精度的残差辨识法，关联分析法等。

6.1.2 依照生物学角度的分析问题，抓住了生态系统的主要因素

根据生物书本中学到的知识，生物多样性是和三个方面密切相关的：遗传多样性、物种多样性和生态系统多样性。但是很显然的是，在如此巨大的三个概念上进行操作，是具有现实复杂度的。细化到具体的评价方法的采用上，到底哪种方法能更大限度的对于生物多样性进行有效的评估。我们采用生物多样性指数这一方面进行分析入手。

6.1.3 灰色模型便于变化过程的研究

灰色模型是利用离散随机数经过生成变为随机性被显著削弱而且较有规律的生成数，建立起的微分方程形式的模型，这样便于对其变化过程进行研究和描述。

6.1.4 模型具有很强的灵活性

通过对不同具体生态系统的分析可以整体的评价某个系统的动态发展情况，具有很强的灵活性。自从1943年Fisher首先提出物种多样性一词，并创用 α 、 β 、 ν 指数来研究群落的物种多样性以来，有关生物多样性的研究得到广泛深入，从定性研究逐步走向定量化，出现了10多种度量群落物种多样性的指标和数量模型[4]，如多种丰富度指数、多样性指数、均匀度指数等，用来度量群落中和物种数、总个体数和各种的多度均匀性的综合指标。单一的从某个方法出发所得出的结论是片面的，从某种角度来讲，也是不正确的。全面的考虑各种评价物种多样性需要的因素，整合成的最终方法才是相对合理和正确的。

6.1.5 采用数据的真实性和权威性

我们所采用的数据都是由网上权威部门公布的，数据年段由1990-2001，十年的数据变化，足以说明一些问题，然后根据对于这些数据的分析，可以运用灰色预测方法，预测出数据的未来走向。很明显，数据的正确性在模型建立过程中是很重要的。

6.2 预测生物多样性发展模型的缺点

一般认为残差小于0.2，级比偏差小于0.2的预测性比较好，然而本次实例的误差较大，有一定的不准确性。而这可能是由现实中有外来物种等等因素的影响后者所选取的生物多样性指数不能很好的反映生物多样性的丰富程度。

七 模型的进一步讨论

7.1 关于预测生物多样性发展模型的说明

对于提出的基于生物学的生态系统评估模型，可以通过使用熵权法对其进行延伸，使其由不确定的定性分析到可以具体计算的定量分析。对于基于生物学的指标，包括迁入迁出率，出生死亡率和性别比例，年龄结构等，都可以求出其具体权重值。这些指标所反映的因素对于动态地体现生物多样性的贡献也不是完全相同的，所以应当赋以相应的权重。

7.2 模型的改进方法：熵权评价法

确定指标权重的方法主要有主观赋值法和客观赋值法，前者由评价人员根据主观上对各指标的重视程度来决定权重，常见的有专家调查法、循环打分法、二项系数法和 AHP 法等；后者所依据的赋权原始信息来源于客观环境，根据各指标的联系程度或各指标所提供的信息量来决定指标的权重，常见的有因子分析法、主成份分析法、复相关系数法等。这两类方法各有优缺点：前者解释性较强，但客观性较差；后者确定的权系数虽然大多数情况下客观性较强，但有时会与各指标的实际重要程度相悖，而且解释性较差，对评价结果难以给出明确的解释。

熵权评价法是将信息论引入综合评价而形成的一种新的评价方法，该方法能充分利用主、客观赋权法所提供的信息，从而增强了评价结果的可信度。

7.2.1 熵及其性质

熵概念源于热力学，后由 Shannon 引入信息论。根据熵的定义与原理，当系统可能处于几种不同状态，各种状态出现的概率为 $p_i (i=1,2,\dots,n)$ 时，则系统的熵为

$$E = -\sum_{i=1}^n p_i \ln p_i$$

熵值 E 实际上是系统状态不确定性大小的一种度量，是系统信息已知多少的一种度量。系统熵值越大，系统越混乱，非确定性越强，已知信息越少。熵具有以下性质：

- (1) 可加性：熵具有概率性质，系统熵等于各状态熵之和；
- (2) 非负性：系统处于某种状态的概率 $0 \leq p_i \leq 1 (i=1,2,\dots,n)$ ，从而系统的熵是非负的；
- (3) 极值性：当系统的状态概率为等概率时，其熵值最大，即

$$E(p_1, p_2, \dots, p_n) \leq E\left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right) = \ln n$$

由此可知，当系统的状态数 n 增加时，系统的熵也增加，但增加的速度比 n 小得多。如果系统仅处于一种状态，且其出现概率 $p_i = 1$ ，则系统的熵等于零，此时系统没有不确定性，系统完全确定；

- (4) 对称性：系统的熵与其状态出现概率 p_i 的排列次序无关；
- (5) 加法性：由相互独立的系统构成的复合系统的熵(联合熵)等于各独立系统熵(边际熵)之和；
- (6) 强加法性：系统 A、B 统计相关， $E(A/B)$ 是系统 B 已知时系统 A 的条件熵，则有 $E(AB) = E(B) + E(A/B)$
同理有 $E(AB) = E(A) + E(B/A)$ 。

7.2.2 建模过程

根据熵的有关性质对体现生命价值的因素进行排序，其建模步骤如下：

(1) 选取基本因素，基本因素 $i(i=1, 2, \dots, n)$ ；

(2) 计算基本因素 i 的条件熵 E_i

$$E_i = - \sum_{k=1}^m \frac{d_{ik}}{d_i} \ln \frac{d_{ik}}{d_i}$$

E_i 表示指标 i 反映系统信息的多少，或者说 i 的非确定性有多大。若 d_{ik} 全相等，则

$$E_i = \ln m = E_{\max}$$

(3) 用 E_{\max} 对 E_i 进行归一化处理，得到表示因素 i 的重要性熵值

$$e(d_i) = \frac{1}{\ln m} E_i$$

(4) 由 $e(d_i)$ 确定因素 i 的评价权值 θ_i

$$\theta_i = \frac{1}{n - E_e} [1 - e(d_i)]$$

式中 $E_e = \sum_{i=1}^n e(d_i)$ ，且 θ_i 满足 $0 \leq \theta_i \leq 1, \sum_{i=1}^n \theta_i = 1$

由熵的性质可以判断， $e(d_i)$ 越小，因素 i 的相对重要性越大；

(5) 由列名群体层次法确定的表征决策者主观经验作用的评价指标权重记为 λ_i ；

$$(6) \text{ 评价指标的最终合成权重 } \omega_i = \frac{\theta_i \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \theta_i \lambda_i}$$

$$\omega_i \text{ 满足 } 0 \leq \omega_i \leq 1, \sum_{i=1}^n \omega_i = 1$$

八 模型的科学性和现实意义

8.1 模型的科学性分析

1) 极强的逻辑性

本文我们首先分析问题，发现这是一个综合分析阐述问题，所以我们首先探究影响生物多样性发展的因素，又逐步深化，找出预测的方法。将一个宽广的问题划分为几个小问题，使文章具有很强的连贯性与层次感，从灰色预测，GM(1,1)模型的建立，再到生物学知识导入，熵权法的提出，模型一步步深化，论文思维紧密。

2) 假设合理

无论是从题目中归纳出的假设条件，还是根据查找文献材料所确定的假定内容，我们都做到了有依可寻，避免了主观的臆断而出现模型过于简化的情况，合适的假设是我们模型求解的关键，从求解结果的分析来看假设也是合情合理的。

3) 求解方法的可靠性

模型大量运用 MATLAB 软件编程进行计算，计算过程严密，结论精确，模型易懂，算法也不算太难，思路清晰，便于理解。

4) 数据的合理性与现实性

模型中涉及了许多数据，这些数据的选取一方面取决于权威统计年鉴中的实际数据，一方面是我们根据实际情况进行筛选的。

8.2 模型的现实意义

本文就第一阶段的静态分析之后就生物多样的动态发展进行的评估分析。为了进行相应的预测，需要查找对应的数据，因此选取的主要因素是现行的生物多样性评价指数，从而可以建立GM(1, 1)模型来进行灰色预测，达到对多样性指数动态分析的目的。这对于在建立了静态评估方法后再建立动态分析模型有着一定的现实指导意义。

在现实生活中的动态分析应用有很多，比较直接的就是关于自然保护区的设立。我们可以依照建立的模型，按照其方法对于一个地区的各个不同种类的生态系统，或者不同地区相同种类的生态系统，抑或者是不同地区不同的生态环境进行独立的分析和预测。依照预测的结果，划分出不同的自然保护区建立的有限级别。对于快速衰退的生态系统进行及时的保护，对于不断壮大的生态系统进行适当的控制。从而调节平衡，保持整个生物圈生物多样性的持续存在与发展，以及达到有效的保护作用。

参考文献

- [1] 刘代汉 广西国有林场森林生物多样性变化评价 中图分类号: Q948 文献标识码: A 文章编号: 1000—3142(2004)06—0524—05
- [2] 司守奎《数学建模》 海军航空工程学院
- [3] 联合国生物多样性公约秘书处,《全球生物多样性展望》, 2010
- [4] 邓聚龙,《灰色系统理论教程》, 华中理工大学出版社, 1990
- [5] 赵静等,《数学建模与数学实验》, 北京: 高等教育出版社; 海德堡: 施普林格林出版社, 2000. 11. 。
- [6] 肖伟等,《MATLAB 程序设计与应用》, 北京: 清华大学出版社; 北京交通大学出版社, 2005. 7. 。
- [7] 赵东方,《数学模型与计算》, 北京: 科学出版社, 2007. 。
- [8] 胡建良, 孙晓君等,《MATLAB 数学实验》, 北京: 高等教育出版社, 2006. 6. 。

附录

GM(1,1)模型求解的 MATLAB 程序

```
%原始数据输入
X = [100.00,111.66,104.33,88.43,86.55,95.57,95.45];
%数据长度 n
n = length(X);
%级比
lamda = X(1:n-1)./X(2:n)
range = minmax(lamda)
%一次 AGO 累加
X1 = cumsum(X)
%均值数列
for i = 2:n
    Z(i) = 0.5*(X1(i)+X1(i-1));
end
%数据矩阵，数据向量和参数向量
B = [-Z(2:n)',ones(n-1,1)];
Y = X(2:n)';
u = B\Y
%白化微分方程求解
x = dsolve('Dx+a*x=b','x(0) = X');
x = subs(x,{'a','b','X'},{u(1),u(2),X1(1)});
yuce1 = subs(x,'t',[0:n-1]);
%设置有效数字
digits(6),y=vpa(x)
yuce = [X(1),diff(yuce1)]
%残差
epsilon = X-yuce
%相对误差
delta = abs(epsilon./X)
%级比偏差
rho = 1-(1-0.5*u(1))/(1+0.5*u(1))*lamda
```

致联合国环境规划署：

关于评定建立自然保护区优先等级的方法及其合理性，我们认为以国家为单位进行划分更有效，毕竟在自己的国家实施标准更好推广，在国家级的基础上再选出更具代表性的世界级。

首先，根据自然保护区的主要保护对象，将自然保护区分为三个类别九个类别（表一）。

表一 自然保护区类型划分表

自然保护区的分级：

自然保护区分为国家级、省（自治区、直辖市）级、市（自治州）级和县（自治县、旗、县级市）级四级。

1.1 国家级自然保护区

国家级自然保护区，是指全国或全球具有极高的科学、文化和经济价值，并经国务院批准建立的自然保护区。

国家级自然保护区必须具备以下条件：

- (1) 其生态系统在全球或在国内所属生物气候带中具有高度的代表性和典型性；
- (2) 其生态系统中具有在全球稀有、在国内仅有的生物群落或生境类型；
- (3) 其生态系统被认为在国内所属生物气候带中具有高度丰富的生物多样性；
- (4) 其生态系统尚未遭到人为破坏或破坏很轻，保持着良好的自然性；
- (5) 其生态系统完整或基本完整，保护区拥有足以维持这种完整性所需的面积，包括1000公顷以上面积的核心区和相应面积的缓冲区。

①国家级野生自然保护区必须具备下列条件：

- (1) 国家重点保护野生动、植物的集中分布区、主要栖息地和繁殖地；或国内或所属生物地理界中著名的野生生物物种多样性的集中分布区；或国家特别重要的野生经济动、植物的主要产地；或国家特别重要的驯化栽培物种其野生亲缘种的主要产地。
- (2) 生境维持在良好的自然状态，几乎未受到人为破坏。
- (3) 保护区面积要求足以维持其保护物种种群的生存和正常繁衍，并要求具备响应面积的缓冲区。

②国家级自然遗迹类自然保护区必须具备下列条件：

- (1) 其遗迹在国内外同类自然遗迹中具有典型性和代表性；
- (2) 其遗迹在国际上稀有，在国内仅有；
- (3) 其遗迹保持良好的自然性，受人为影响很小；

(4) 其遗迹保存完整，遗迹周围具有相当面积的缓冲区。

1.2 省（自治区、直辖市）级自然保护区

省（自治区、直辖市）级自然保护区，是指在本辖区或所属生物地理省内具有较高的科学、文化和经济价值以及休息、娱乐、观赏价值，并经省级人民政府批准建立的自然保护区。

省级自然保护区必须具备下列条件：

- (1) 其生态系统在辖区内所属生物气候带中具有高度的代表性和典型性；
- (2) 其生态系统中具有在国内稀有、在辖区内仅有的生物群落或生境类型；
- (3) 其生态系统被认为在辖区内所属生物气候带中具有高度丰富的生物多样性；
- (4) 其生态系统保持良好的自然性，虽遭到人为干扰，但破坏程度较轻，尚可恢复到原有的自然状态；
- (5) 其生态系统完整或基本完整，保护区基本上尚能维持这种完整性；
- (6) 或其生态系统虽未能完全满足上述条件，但对促进本辖区内或更大范围地区内的经济发展和生态环境保护具有重大意义，如对保护自然资源、保持水土和改善环境有重要意义的自然保护区。

①省级野生生物类自然保护区必须具备下列条件：

- (1) 国家重点保护野生动、植物种的主要分布区和省级重点保护野生动、植物种的集中分布区、主要栖息地及繁殖地；或辖区内或所属生物省中较著名的野生生物物种集中分布区；或国内野生生物物种模式标本集中产地；或辖区内、外重要野生经济动、植物或重要驯化物种亲缘种的产地。
- (2) 生境维持在较好的自然状态，受人为影响较小。
- (3) 其保护区面积要求能够维持保护物种其种群的生存和繁殖。

②省级自然遗迹类自然保护区必须具备下列条件：

- (1) 其遗迹在本辖区内外同类自然遗迹中具有典型性和代表性；
- (2) 其遗迹在国内稀有，在本辖区内仅有；
- (3) 其遗迹保持较好的自然性，受人为影响较小；
- (4) 其遗迹基本保存完整，保护区面积尚能保持其完整性。