第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛
承 诺 书

我们仔细阅读了第五届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的, 如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：2167

参赛队员 (签名) ：

队员 1：申远

队员 2：彭龙

队员 3：段潇楠

参赛队教练员 (签名)： 郭炳晖

参赛队伍组别：本科组

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛
编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：
2167

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第五届数学中国数学建模网络挑战赛
#2167

2012 年第五届“认证杯”数学中国
数学建模网络挑战赛

题 目 对蜘蛛网结构模型密集度的分析讨论和优化

关 键 词 初始半径 螺旋架构 蛛网密集度 密集系数 GA 算法

摘 要：

众所周知，蜘蛛是一个比较庞大的物种，而蜘蛛网也在世界各地都存在着。通过人们长时间来的观察与研究，渐渐发现了蜘蛛网其结构内部的本质。作为一个长时间来捕捉猎物的利器，无论从材料的柔韧性，阻尼运动对蛛网强度的保护性，还是对紫外线光的反射性，都从各个方面反映出了蜘蛛网对于蜘蛛捕食关键性的作用。那么，面对蜘蛛网诸多性质，我们从另一方面，即蜘蛛网的结构密集度计算、建模并优化来分析蜘蛛网在捕食方面的另一重要作用。

在建模过程中，我们总体上通过构造蛛网模型模拟蛛网捕虫的过程，并通过计算捕虫随机过程的概率来优化蛛网模型。

首先对于蛛网的建立，我们通过模拟蛛网的构架，即确定初始半径的大小和方向来确定蛛网以后的螺旋编织的方向和大小。其次，再在已有的蛛网架构基础上进行螺旋形展开，通过对蛛网网格的密集度限制条件对其展开进行限制，从而获得初步蛛网模型。

在完成了初步的蛛网模型后，我们将把蛛网模型应用到一个空间的捕虫模拟中，在该模拟过程中，通过计算该蛛网捕虫成功的概率来验证所建蛛网的合理性。如不满足优化因子，我们将通过改变蛛网架构的初值来优化蛛网的结构。

最后，我们将综合蛛网所受张力以及在捕虫过程中的阻尼运动等物理问题，将所建立的蛛网模型应用到实际问题中，并进一步通过 GA 算法对其进行进一步优化，更加仿真地模拟蛛网的构造，方便以后的研究。

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

参赛队号 2167

所选题目 A 题

参赛密码 ________
（由组委会填写）

英文摘要（选填）

（此摘要非论文必须部分，选填可加分，加分不超过论文总分的 5%）

Abstract

As we all know, the spider is an enormous species and the spider web also leave many existences all over the world. People gradually discover the basic of the structure of the spider web by discovery and research for a long time. As an edge tool of capturing the prey, the spider web cannot break away from the function of pliable and tough in materials science, the damped motion for the protection of the intensity of the spider web and the reflection of the ultraviolet lithography. Facing to so many characteristics of the spider web, here we choose the other point of view to analyses another important role of the spider web by calculating the degree of dense, building the model and optimizing.

Firstly we simulate the framework of the spider web and confirm the size and the direction of the initial radius to ensure the size and the direction of the spiral plaiting to make setting up the spider web convenient and easy. Furthermore, on the basic of the existing framework of the spider web, we can unfold with spiral to obtain the preliminary web model by establishing a limit of the degree of the dense.

We will apply the web model to a space which is a model for imitating the process for capturing the insects after finishing the preliminary web model. In that case, we will check the rationality of building the web by calculating the probability of succeeding in capturing the insects. As if not fitting the factor in the optimizing aspect, we will exchange the starter of the web structure to optimize it.

Finally we will not only composite some tension and gravity and the damped motion in the capturing process but also apply the model to practical problem. Furthermore we will optimize the model by using Genetic Algorithm to imitate the web structure with more simulation to make good use to further research.

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

目录

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

一、 问题重述

据我们所知，世界上大部分蜘蛛都要以织网的方式来捕捉猎物，而由我们调查得知，在生物界的成长与优胜劣汰中，蜘蛛以其强大的生命力和竞争能力在生物界顽强生长了一亿多年，由此可知，蜘蛛网对于蜘蛛得以在生物界顺利存活如此之长的时间起到了至关重要的作用。由此，蜘蛛网也渐渐得到了许多人的关注和青睐，并被广泛的应用到许多科学研发方面。

由此，许多人提出疑问，蜘蛛网究竟是因为什么特性才能在自然界中留下了如此长的足迹。根据不同分类，我们可以得出蜘蛛网在不同方向和不同学科中均有着卓越的特性：

第一，在结构方面。蛛网的延伸，总会有着相似的形状，而延伸也总会按照相似的方向进行，这是巧合？还是一种在结构构造方面的必然呢？蛛网可以长时间的稳定捕捉到昆虫并让蜘蛛有充足的事物来源，这是不是一种在结构方面的必然性呢？

第二，在物理方面，可以说，蛛网也从力学、光学等方面都反应出了蛛网在物理学中的特性以及该特性所带来的至关重要的影响。无论从稳定性还是从对昆虫的迷惑性和吸引性来讲，蛛网都在物理学中得到了十分完美的体现。那么，如果用物理学去更深一步的分析，可以得出什么样的结论？究竟有什么样的物理定律在蛛网的构建和捕食中得意体现呢？

故现在要求回答以下问题：

第一，在结构方面，蛛网究竟有什么样的特性？能不能合理地利用模型来构建出一个蛛网并对其进行优化，从而分析蛛网的结构对其编织和捕食有什么样的有利因素和影响。

第二，在物理方面，通过分析力学作用和光学折射反射作用的效果来解释出蛛网在构建稳定性和对昆虫的迷惑吸引性中起到的重要作用，并由此结论在其他领域的工作和发展中提出一些建设性的建议。

第三，在建立结构的基础上，将建立出的优化模型进行再处理，并自己设立优化判定条件对建立出的模型就是判定，如不满足优化条件则进一步改善参数以满足所需优化条件。

第四，将最终优化出的模型进行理论分析，并得出蛛网可以捕捉许多昆虫的原因以及蛛网所具有的特点，从而得出一些蛛网在其他一些领域上的应用，并作评价。

二、 问题分析

我们知道，在生物界的成长与优胜劣汰中，蜘蛛以其强大的生命力和竞争能力在生物界顽强生长了一亿多年，不论周遭环境如何，都可以顽强的生存下来，由此可知，蜘蛛网对于蜘蛛得以在生物界顺利存活如此之长的时间起到了至关重要的作用。自然而然的，对于至关重要的蛛网的结构、物理特性等方面的研究也就吸引了很多眼球。

第一，在结构方面，蛛网的特性之所以可以捕捉到许多昆虫，并且可以长时间编织在角落里，是与蛛网的结构密集性与稳定性是不可分割的。首先，对于蛛网密集性的分析，我们可以发现，如果不是蛛网密集度性能好，昆虫是无法大概率的被捕捉的。所以我们从蛛网的密集度着手，首先根据蛛网的密集性对蛛网的初始值进行编译，通过对许多外界因素的参考与分析进行初步参数设定，同时对建立好的初步模型螺旋展开，同时并运用 GA 算法（遗传算法）对展开后的螺旋性图进行优化处理，并得出最终密集度相对较好的蛛网。其次，通过分析蛛网的稳定性，我们再对建立出的蛛网设立密集系数，对建立出的蛛网每个模块的面积及其相互之间的受力关系进行稳定测定，如果不满足我们设定的密集系数范围，则通过改变相应的初始参数来尽量满足最终的蛛网稳定性。

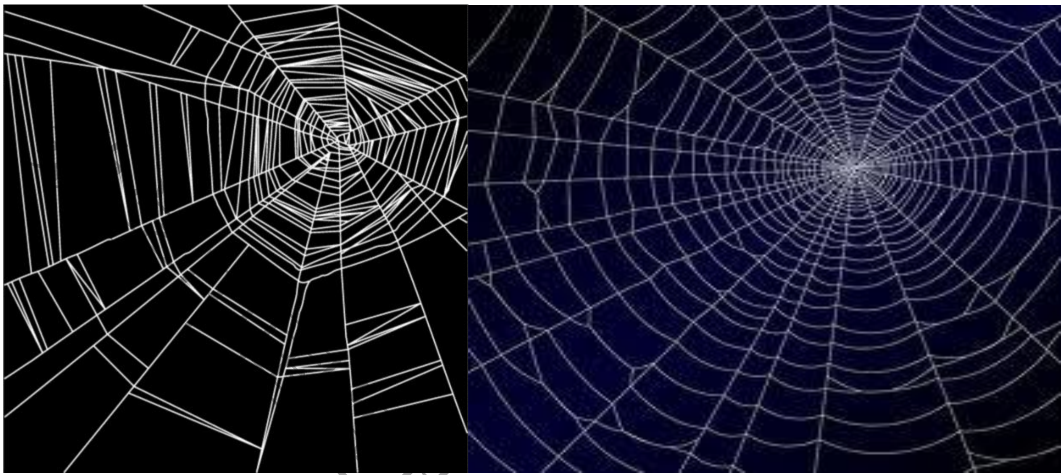
第二，在物理方面，蛛网无论在力学方面还是在光学方面都有着奇特的性质。所以，我们首先将分析蛛网间的受力以及蛛网总体的重力影响来研究蛛网之所以稳定不易掉落损坏的愿意。其次，通过分析动物在撞击蛛网后，蛛网之所以可以承受住动物巨大的冲击，是与其特别的阻尼运动分不开的，所以，在力学方面，蛛网有着其特殊的性质，所以，根据这些特点，我们可以针对蛛网的结构展开进行讨论与研究。另外，正是由于光反射的原因，蛛网才得以顺利的诱惑昆虫撞向蛛网，所以，我们还可综合斜率或角度原因来对蛛网的展开角度进行构造。

同时，在建立好的模型的基础上，我们可以根据已有的 GA 算法（遗传算法）对已有模型进行进一步分析和优化，并通过进一步的严谨将蛛网模型应用至更多的蜘蛛类别中，从而达到真正仿真实验的目的。

三、 模型建立并求解

.建立初始半径，选取角度和限定长度

经过对题目的分析，再加上我们自身对很多材料中以及现实生活中的观察，发现了许多蛛网都是建立在有固定延伸边的基础上，选取极小的距离开始螺旋性的编制网状结构（如下图），故针对如此特性，我们可以构造出蛛网的结构。



（1）、选取坐标系，选取角度，并构造初始半径。

通过分析 T.KRINK 和 F.VOLLRATH 的构建方法，我们取得了我们的算法。首先先由 matlab 按照步骤做出下图，如图 a 所示，我们确定一个直角坐标系，x、y 轴分别用 N、S、W、E（即北、南、西、东）表示，然后开始构建初始半径的方向和长度。首先，对于初始半径的方向，我们可以先确定第一初始半径的方向，不妨设第一初始半径的方向与正北向的夹角角度为 a，从而确定了第一半径 1 的延伸方向。

其次，其余剩余的初始半径 2-10 分别于之前的初始半径（即 1-9）夹角角度为 b+c，其中，b 为 360 度比上初始半径总数的数量（即 360/10），而对于 c 的分析，c 是综合了其余所有外界因素的情况。由于 c 角度所受影响因素较多，故对于 c 的运算，我们采取下列方式：

首先，我们可以设定等式 C=AX，其中，X、C 为 n×1 的向量，C 为受影响角 c 的集合向量，X 为所有外界环境中可以影响角度 c 变化的因素的集合向量，而 A 为一个 n×n 的常数矩阵，即 $A=(a_{ij})_{n\times n}$。

同时，考虑到外界因素中许多因素可能会有相互关联，这样将会导致矩阵 A 的行列式值为 0，从而将无法计算出受影响角 c 的准确值大小。

为了防止类似现象的发生，我们可以采取统计学中的稀疏主成分方法（SPCA），即将矩阵 A 中的 n 个 n 维向量进行旋转，避免向量与向量间的平行或斜交，从而最后将所有 n 个 n 维向量都成为相互正交向量，即

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}_{n\times n} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_{11}^{(1)} & \cdots & a_{1n}^{(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^{(1)} & \cdots & a_{nn}^{(1)} \end{pmatrix}_{n\times n}$$

其中向量 $(a_{11}^{(1)}\cdots\cdots a_{n1}^{(1)})^T$，$(a_{12}^{(1)}\cdots\cdots a_{n2}^{(1)})^T\cdots\cdots(a_{1n}^{(1)}\cdots\cdots a_{nn}^{(1)})^T$ 相互正交，故可保证矩阵 A 必存在逆矩阵，从而必可保证受影响角 C 的可计算性，图 a 中的其余所有初始半径（即

2-10）都由此计算出了角度并延伸出来。

（2）、通过构造椭圆来限定初始半径长度

在构建完初始半径之后，我们开始关于初始半径长度的研究和讨论。对于初始半径长度的截取和限制，我们采取通过在不同象限中绘制不同曲线来设立与各个初始半径直线的交点从而限制初始半径的长度。

首先，通过设立在坐标轴上的点，来建立曲线。设 N 轴上的固定点为 $A(0,a_1)$，S 轴上的固定点为 $B(0,b_1)$，W 轴上的固定点为 $C(c_1,0)$，E 轴上的固定点为 $D(d_1,0)$。在每一象限中，都可由包围该象限的两坐标轴上两点连接曲线，在本方法中，我们通过采取建立椭圆方程来限定初始半径的长度，椭圆方程我们可建立方程组：

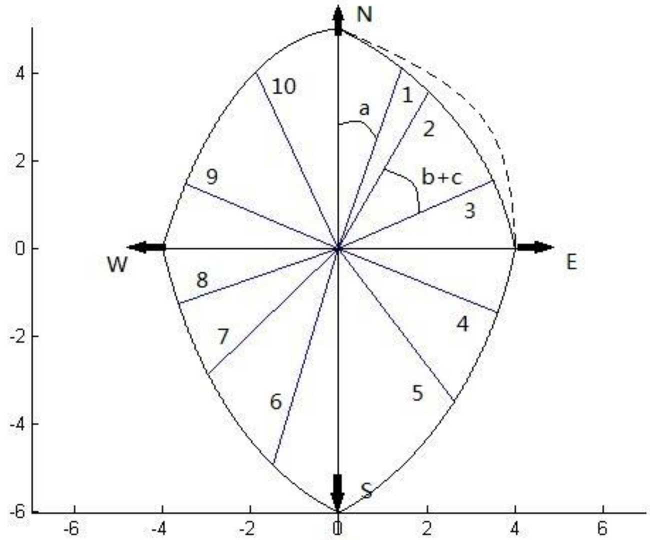
$$\begin{cases} \dfrac{(d_1-x_0)^2}{a^2}+\dfrac{y_0^2}{b^2}-1+x=x \\ \dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{(a_1-y_0)^2}{b^2}-1+y=y \end{cases}$$

根据此方程组，我们可算出椭圆圆弧与初始半径交点的坐标：

$$x=\frac{2(x_0b^2+y_0ka^2)-\sqrt{a^2b^2(2kx_0y_0-y_0^2+b^2-k^2x_0^2+a^2k^2)}}{2(b^2+a^2k^2)}$$

其中，x_0 和 y_0 分别为椭圆中心的横纵坐标，k 为初始半径直线斜率。在该方程组中，我们通过使用迭代的方法，并通过限定当误差 $\delta \leqslant 10^{-6}$ 时，方程收敛于所求结果。故可得出我们所需椭圆中心，从而可求得所需初始半径长度。

而对于上式中椭圆长短轴 a、b 的选取，我们可以通过在后面优化过程中进行调整，图中虚线即指当椭圆长短轴较小时的情况。我们可以通过改变椭圆中长短轴比例 ρ 的大小来调整初始半径的长度和稳定性。后面，我们将选取截取出的初始半径的端点并以虚线连接，以增强良好的视觉感觉。



图a

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

．选取一个初始半径为起点进行螺旋展开

首先，在选取完适合的初始半径的角度和长度之后，我们开始构造蛛网的第二步，也就是任选一个初始半径为起点，开始螺旋形地构建蛛网的螺旋模型。

下图 b 即为利用算法用 matlab 构建出的第一圈螺旋形蛛网。首先，选取出作为起点的一个初始半径，在此半径上开始构建起点。在选取起点时，要满足起点与原点的距离尽量小，从而才能保证以此方法构建出的模型具有足够的稳定性和真实性。例如图中，起点与原点的距离为 a=min(d)。

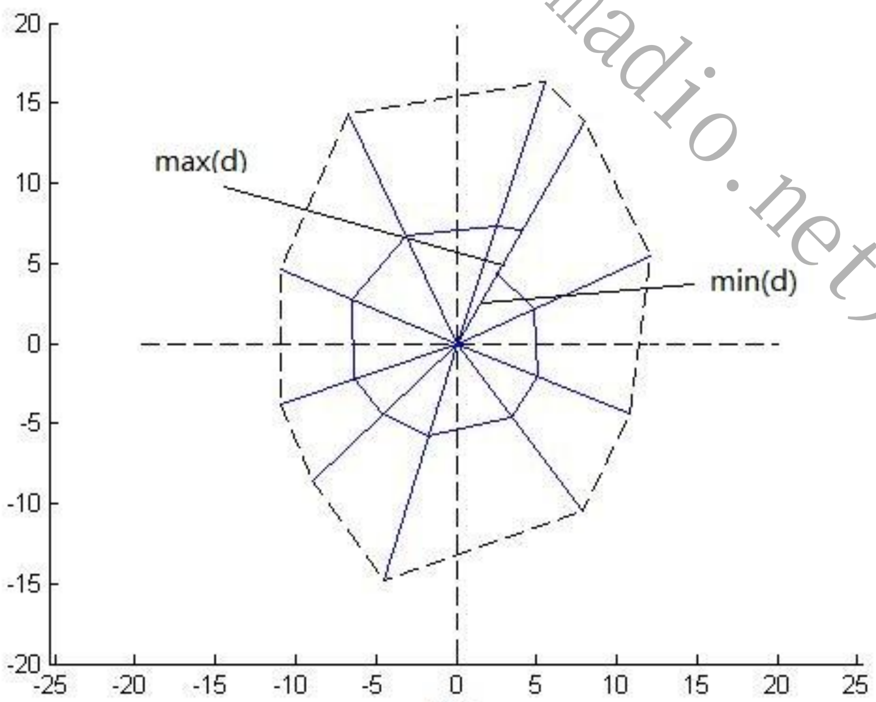
在选取完起点并选取完起点与原点的距离后，开始螺旋形的构建蛛网。在螺旋构造时，我们添加的限制条件是，首先，对于螺旋构建的方向为顺时针或逆时针，本题中我们采取了顺时针的方向。另外，每下一个初始半径上的螺旋线的点与原点的距离 d 都比上一个初始半径上的螺旋线的点与原点的距离大一个常数 d_1，换言之，由 min(d) 到 max(d) 的一列数字是等差数列：

$$\min(d)+n\times d_1=\max(d)$$

对于图中 $n=10$ 。

通过使用此方法，第一，我们可以保证第一圈螺旋蛛网构建的稳定性。所谓三角形具有更强的稳定性，所以在第一圈的构建中，采取相对较小的 min(d) 和 d_1 并保证第一圈螺旋形蛛网的三角形稳定性可以保证在接下来螺旋构建的过程中可以稳定的继续下去。

第二，采取相对较小的 min(d) 和 d_1 的数值，可以保证在开始构建的过程中保持着一个相对较小的蛛网孔的面积，从而也保证了在以后的构建过程中不会导致蛛网孔的过大。



图b

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

在上述构建完一圈螺旋线之后，我们开始后面螺旋形曲线的构建。

由图 c，我们可以发现，之前由于我们限制的初始半径的长度和椭圆圆弧的存在，似乎导致了如果始终按照距离为恒定常数 d_1 的话，将会到一定地步后无法继续螺旋拓展或者将突出椭圆的边界，根据如此现象，我们设定一些另外的条件来限制螺旋曲线的增长：

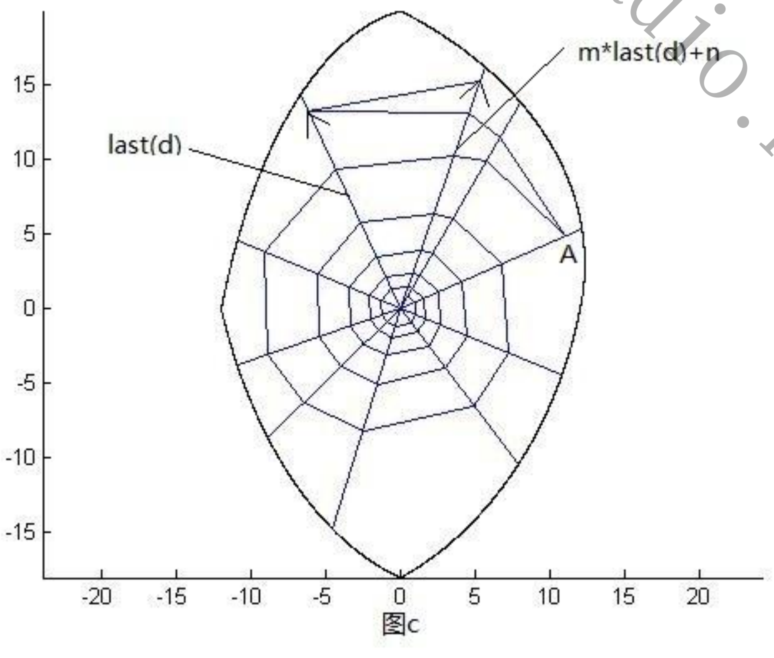
第一，在上述构建完第一圈螺旋线之后，最后一个落点与起点的距离为 max(d)。由上描述可知，我们用上述方法构建出的第一圈螺旋曲线更多地是为了蛛网基础的稳定性。然而，对于以后的构建，如果仍然采取等差数列的方法，构建出的蛛网网格将会大比例的增加，从而将无法满足蛛网外缘的密集度。针对此现象，我们采取将第二圈以后的螺旋性增长为等比增长：

$$\begin{cases} d_n = last(d) \\ d_{n+1} = m \times last(d) \end{cases}$$

其中，d_n 和 d_{n+1} 分别为图中的描黑线段，即在一个初始半径和下一个初始半径上的增长距离。

通过使用这种方法我们可以发现这种增长可以较好的满足蛛网在之后的密集度性质，从而满足蛛网之后的蛛网网格的面积更加仿真，保证面积不会大幅增长。

第二，可以发现，由于椭圆圆弧的存在，当蛛网螺旋增长到一定长度后无法增加了，如图中 A 点。针对此现象，可以将蛛网的螺旋的方向变向。例如本题：如果蛛网的螺旋增长方向（顺时针方向）已经由于圆弧的限制而无法增长了，我们可以将蛛网的螺旋增长方向变向（即变为逆时针方向），只要蛛网在螺旋增长的过程中，在顺时针和逆时针两个方向中有一个可以满足螺旋增长条件即可继续构建增长。



图c

同时根据上图，为了防止生成的蛛网模型在边缘区域由于转折方向产生较大幅度面

积增长，我们设置以下几点限制来蛛网的螺旋生成：

第一， 当蛛网的沿原方向增长受圆弧影响时，应改变蛛网的增长方向。如改变后仍无法增长，则停止蛛网的螺旋增长。

第二， 在蛛网的螺旋增长过程中，生成了许多了蛛网的网格，对于这些由四点围成的网格面积，我们可以根据四点的坐标解出：

$$\frac{1}{2}\sqrt{(1-\frac{(x_1-x_3)^2+(y_2-y_3)^2-(x_1-x_2)^2+(y_1-y_3)^2+(y_2-y_3)^2-(y_1-y_2)^2}{4[(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2]})[(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2][(x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2]}$$

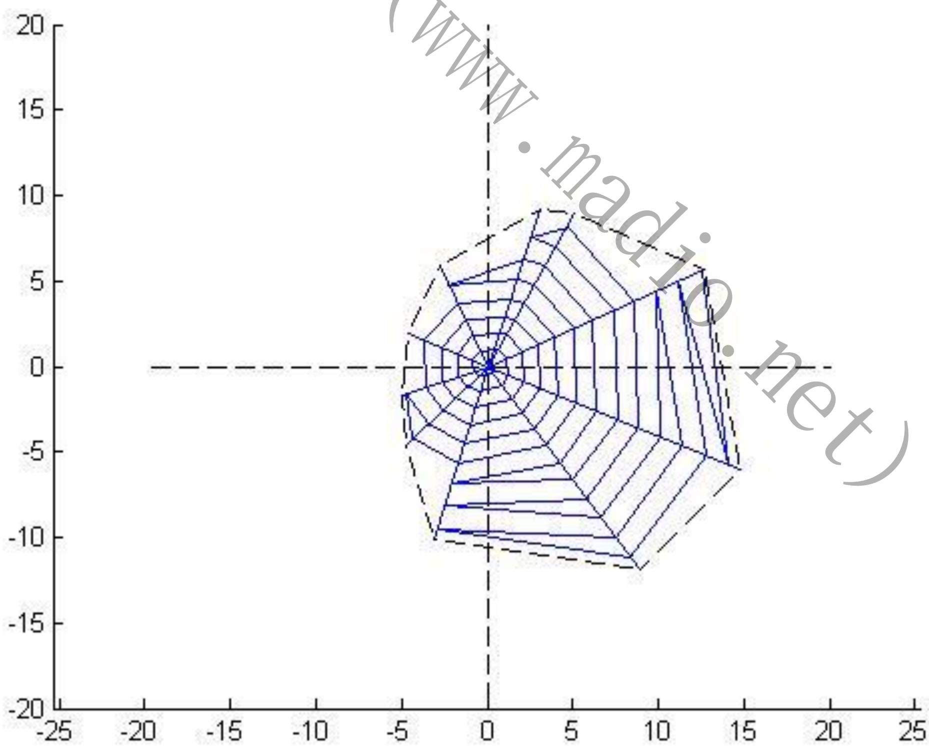
$$+$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{(1-\frac{(x_1-x_3)^2+(y_4-y_3)^2-(x_1-x_4)^2+(y_1-y_3)^2+(y_4-y_3)^2-(y_1-y_4)^2}{4[(x_1-x_4)^2+(y_1-y_4)^2]})[(x_3-x_4)^2+(y_3-y_4)^2][(x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2]}$$

对于上式的分析结果，我们设立一个参考常数 S_{max} =20. 如若网格面积大于 20 的数量超过了 N=10，将停止蛛网的螺旋增长。

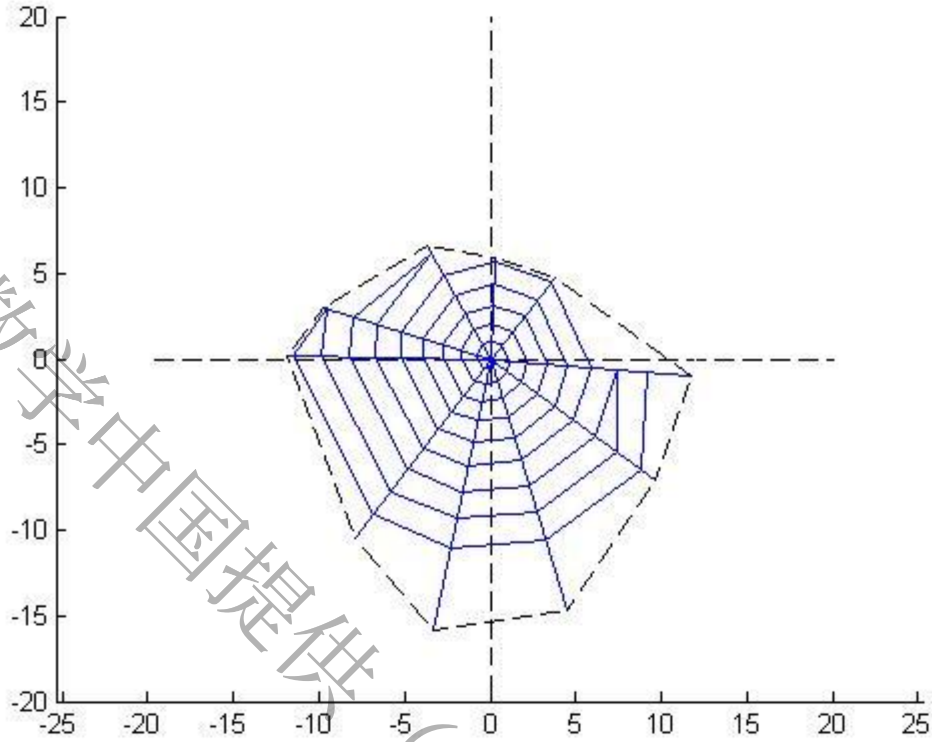
四、算法与模型优化

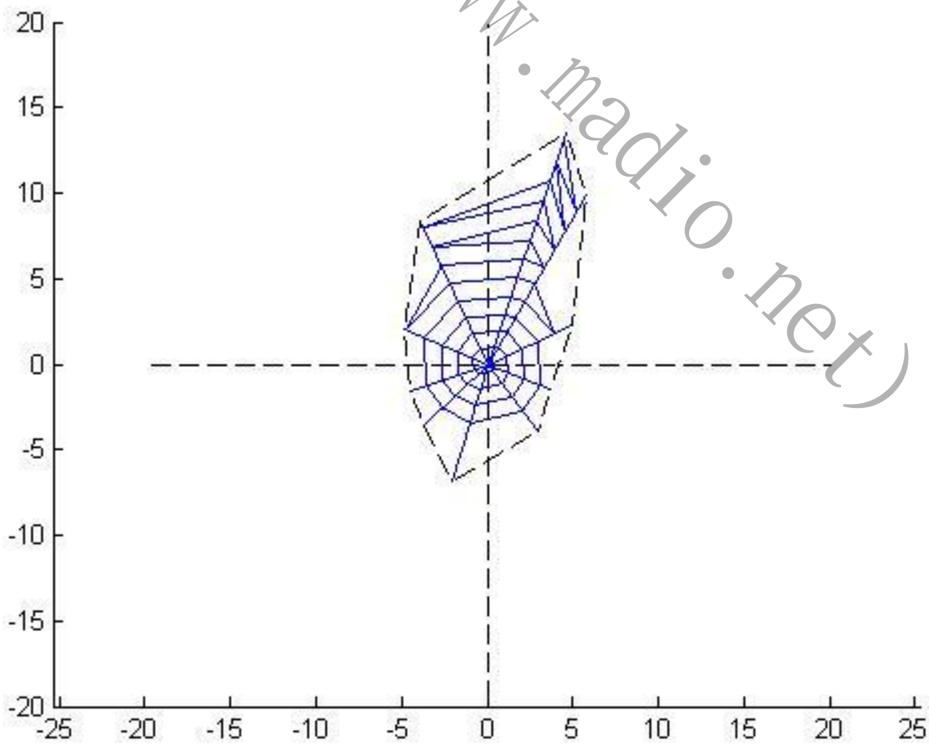
在上述方法中，通过 matlab 的架构和模拟，顺利地得出了初步的蛛网模型并得出了对应蛛网模型的相关数据：



第五届数学中国数学建模网络挑战赛

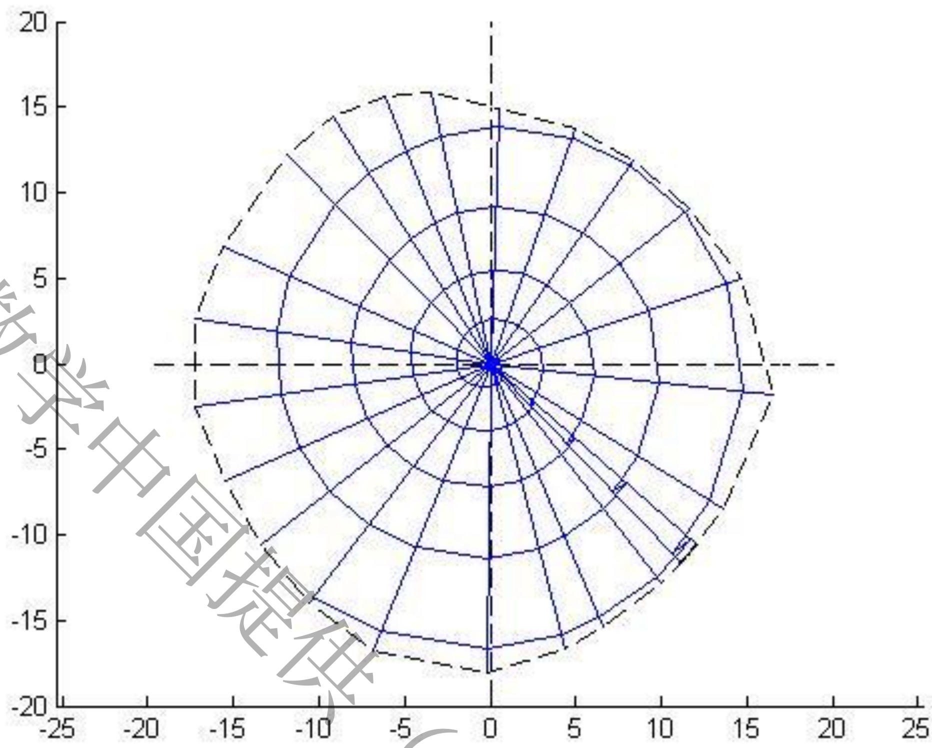
#2167





第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167



综合分析以上通过不同初值得出的不同蛛网模型，我们可以发现，对于不同初值得出的不同模型，效果是完全不同的，而要想得到视觉上和密集度合理性上都满足的仿真蛛网模型，必须要设立其他因素以调整最终的仿真模型，即应建立相应的密集系数来验证一个蛛网模型的好坏。在此，我们设蛛网的密集系数为 δ 。

对于密集系数的测定方法，我们设立以下模型来设定和检测此密集系数：

首先，我们创造一个空间 P，其中，该空间包含上述建立好的蛛网模型并模拟在现实生活中蛛网捕捉昆虫的事件 Q。同时在空间 A 中随机出随机大小的虫子。在本模型中，我们随机出的虫子假想是一个球。所以在算法中，虫子的体积为$\frac{4}{3}\pi r^3$。对于虫子在撞向蛛网的过程中，虫子与蛛网的接触面积即为πr^2。而对于模拟的捕捉这个过程，我们假定在空间中随机出 $Y=10^4$ 个虫子向模拟的蛛网飞去。并统计撞上蛛网的虫子的个数。

此中，对于虫子撞上蛛网的条件分析，是指虫子至少碰到了蛛网中的一条边（上图中给的虚线边缘，即边界区域）。当虫子飞过蛛网而没有碰到任意一条边即表示虫子穿过了蛛网而没有碰撞。

由上文可知，对于任意一个由四点构成的蛛网网格，其面积为：

$$\frac{1}{2}\sqrt{(1-\frac{(x_1-x_3)^2+(y_2-y_3)^2-(x_1-x_2)^2+(y_1-y_3)^2+(y_2-y_3)^2-(y_1-y_2)^2}{4[(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2]})[(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2][(x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2]}$$

$+$

$$\frac{1}{2}\sqrt{(1-\frac{(x_1-x_3)^2+(y_4-y_3)^2-(x_1-x_4)^2+(y_1-y_3)^2+(y_4-y_3)^2-(y_1-y_4)^2}{4[(x_1-x_4)^2+(y_1-y_4)^2]})[(x_3-x_4)^2+(y_3-y_4)^2][(x_1-x_3)^2+(y_1-y_3)^2]}$$

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

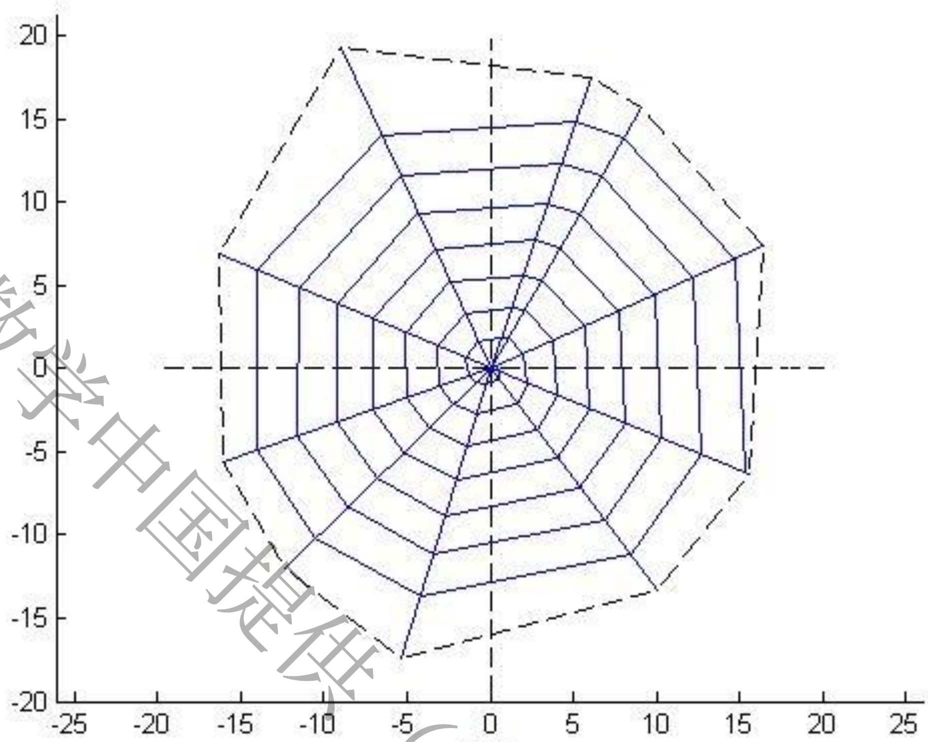
根据此性质，我们可以写出对于不同蛛网所对应的不同捕捉虫子概率：

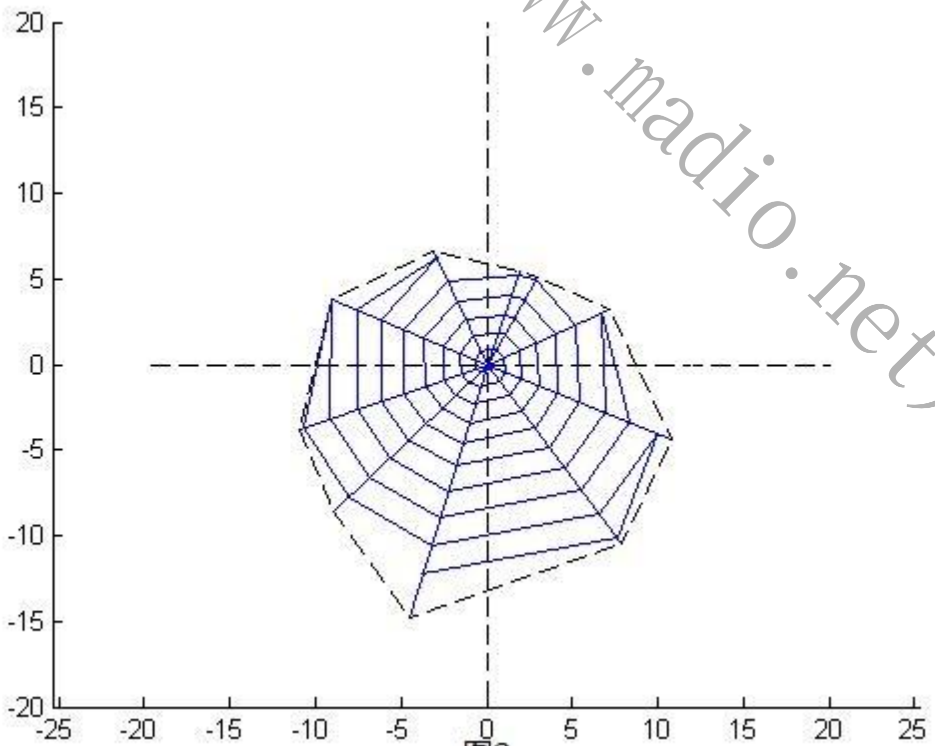
编号	纵贯线条数	等差量	等比量
1	10	0.2	1.007
2	10	0.1	1.01
3	10	0.1	1.01
4	24	0.1	1.01
5	18	0.1	1.01
6	12	0.1	1.01
7	10	0.01	1.007
8	10	0.5	1.007
9	10	0.1	1.007
10	10	0.1	1.015

编号	虫子半径期望	虫子半径分布
1	0.5	0.5
2	0.5	0.5
3	0.5	0.5
4	0.5	0.5
5	0.5	0.5
6	0.5	0.5
7	0.5	0.5
8	0.5	0.5
9	0.5	0.5
10	0.5	0.5

编号	蛛丝总长	捕捉比例
1	516.6535	0.7803
2	333.6556	0.6927
3	322.9607	0.4545
4	599.3571	0.7916
5	552.4029	0.6547
6	578.0014	0.694
7	1.44E+03	0.6877
8	345.3231	0.4922
9	1.11E+03	0.8015
10	552.963	0.8348

此编号 1-10 中的模型图分别为：


20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25
图1


20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25
图2

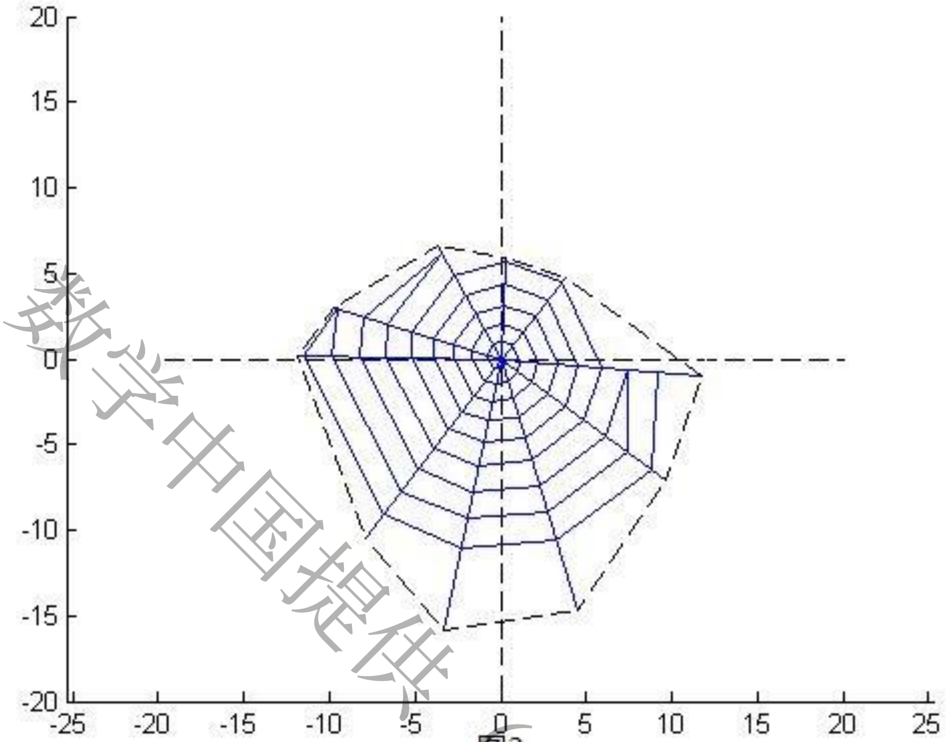

20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25

图3

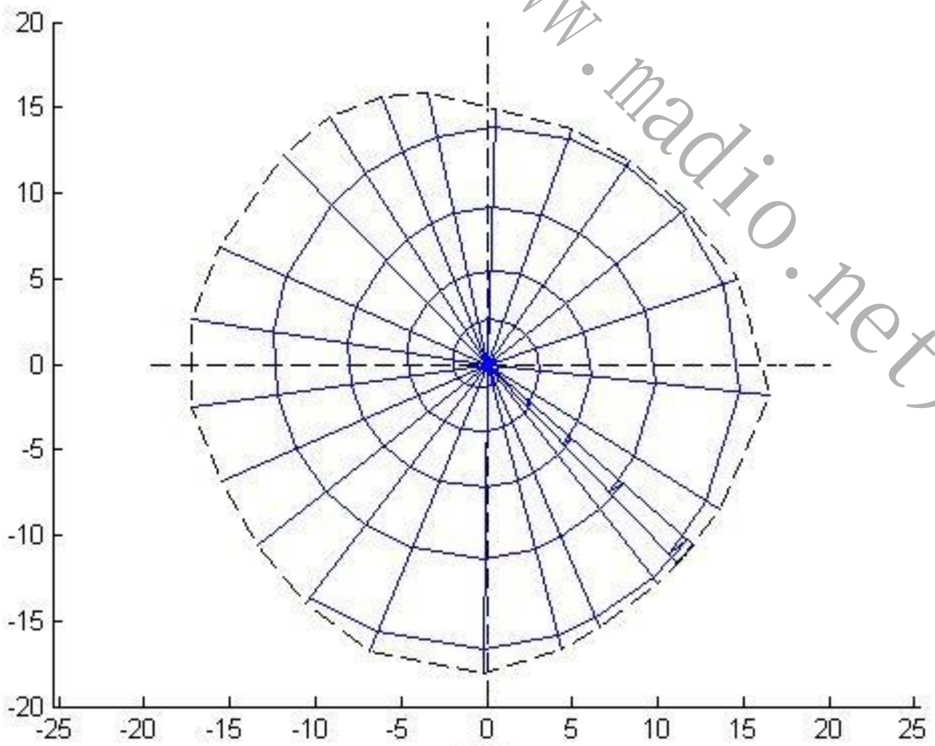
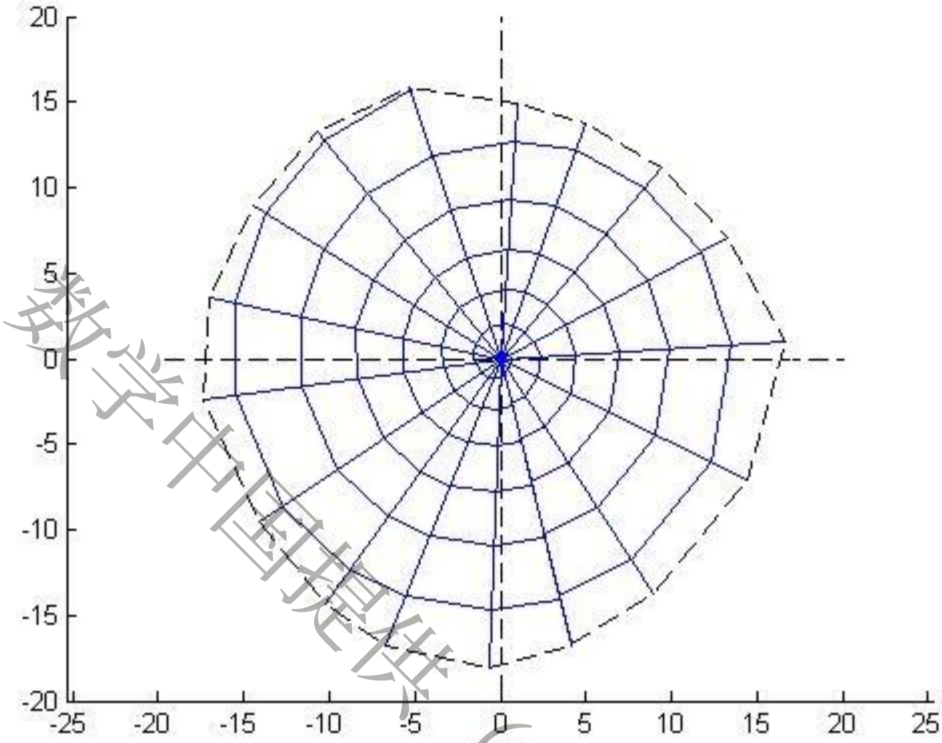
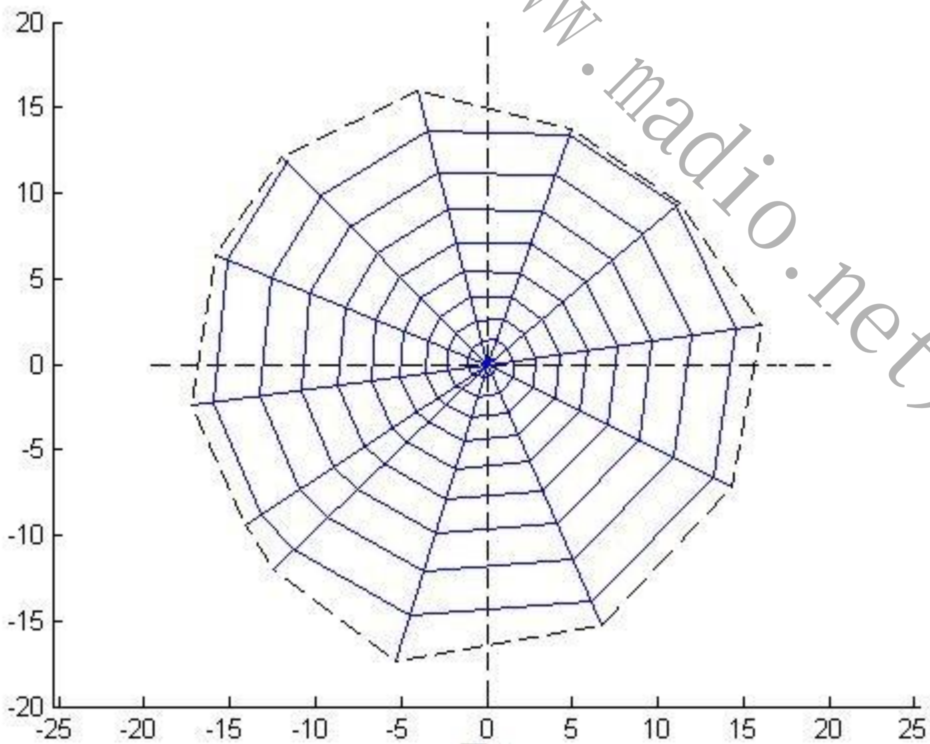
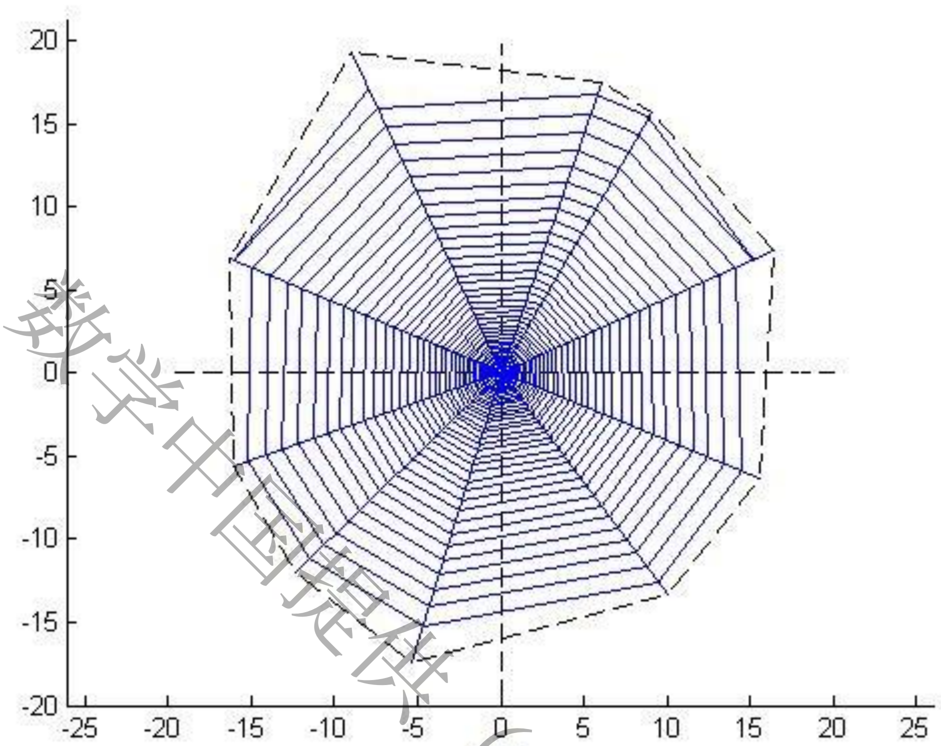
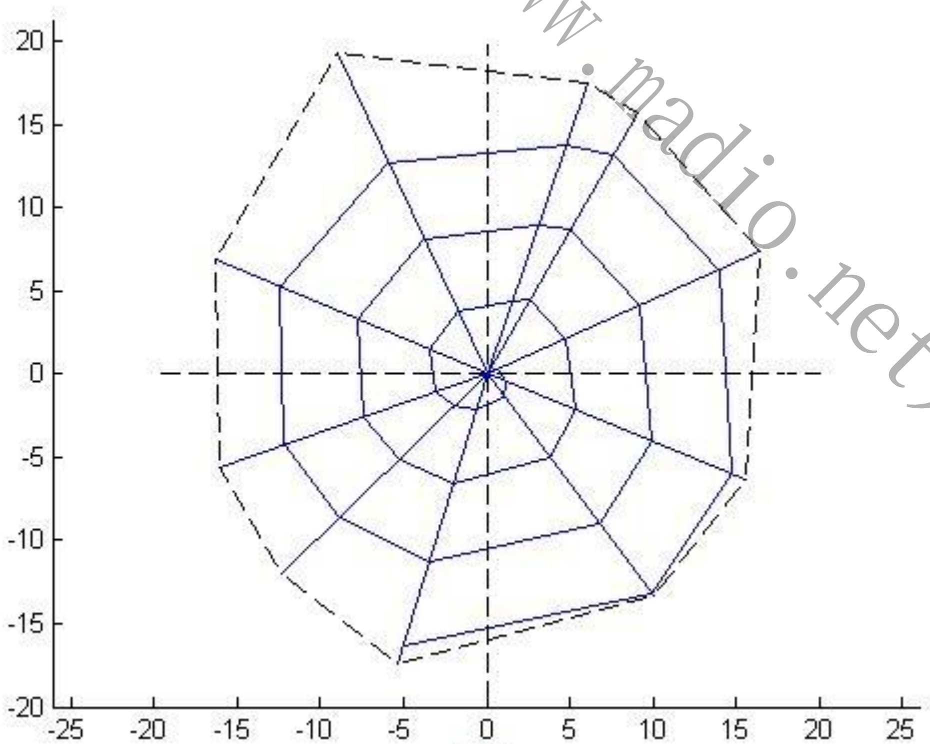

20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25

图4


20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25
图5


20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25
图6


20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25
图7


20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25
图8

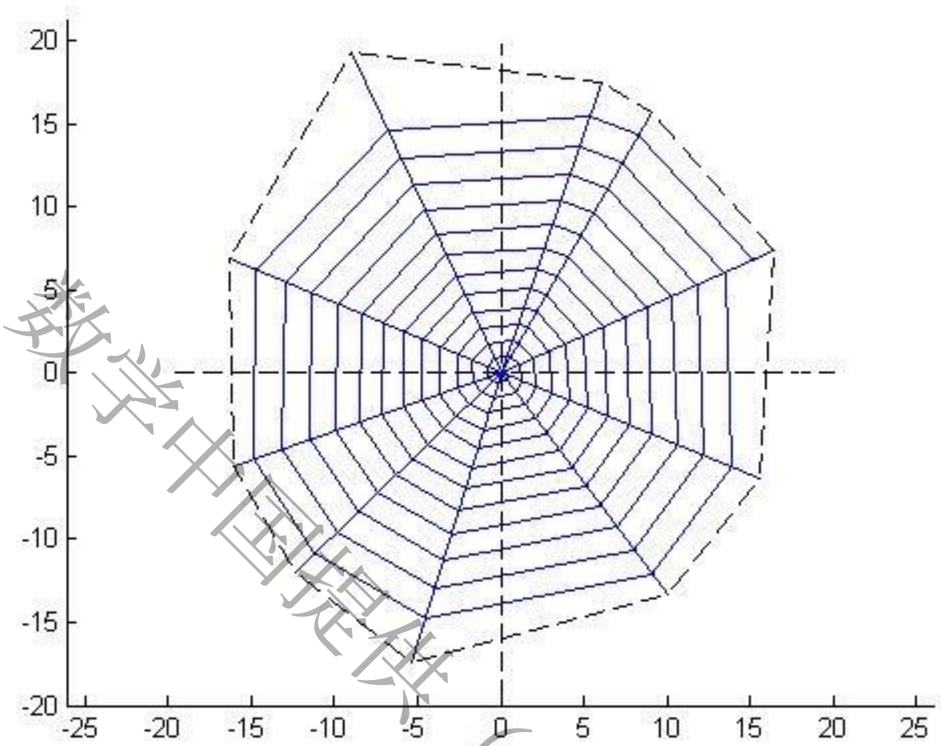

20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25

图9

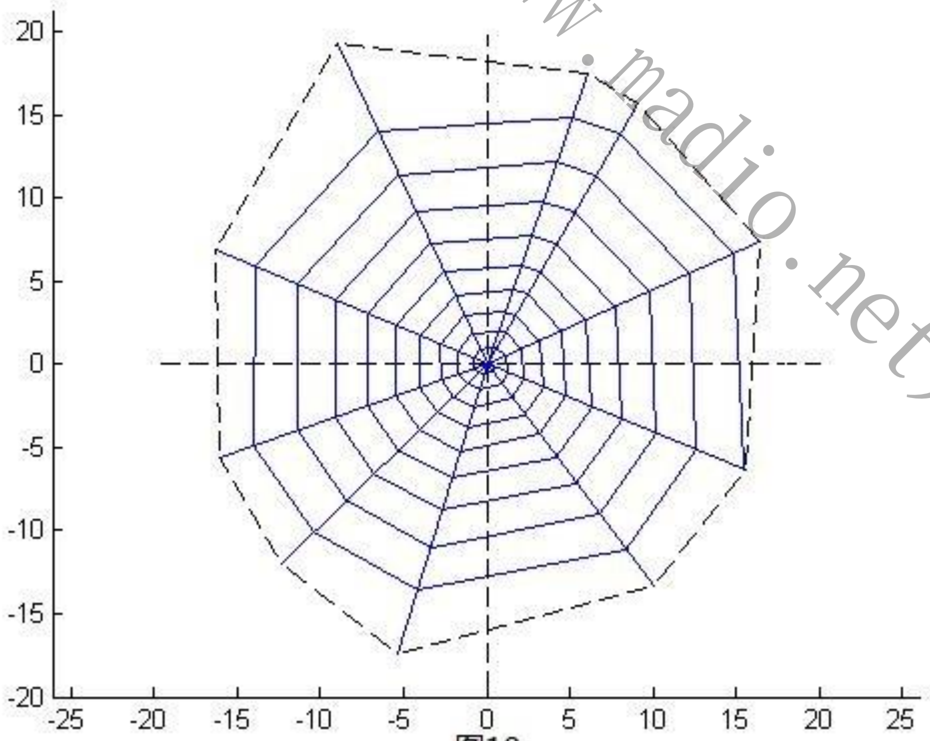

20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25

图10

由得出的各个表格和不同模型图所得出的不同捕捉虫子概率，我们可知，对于不同的初值所模拟的蛛网模型是有很大差异的，并且有很多蛛网也是似乎很难捕捉到虫子的。

针对此类现象，我们特设定一个密集系数 δ，对于此系数，我们做出如下定义：

$$\delta(x,i,N)=(\frac{1}{0.1\times\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{(t-0.1)^2}{0.0.2}}dt)\times(1-e^{-\frac{1}{2}(1.02-i)})\times N$$

其中，x 是等差的差距，服从正态分布。i 为等比的比值，N 为初始半径的数量。

对于挑选模型的限制，我们给出，若 $\delta(x,i,N)\geq 3$ 则满足优化条件，否则不满足优化条件。

根据此定义，我们可得出以下数据：

编号	纵贯线条数	蛛丝总长	捕捉比例	δ
1	10	516.6535	0.7803	3.379
2	10	333.6556	0.6927	2.013
3	10	322.9607	0.4545	2.013
4	24	599.3571	0.7916	4.831
5	18	552.4029	0.6547	3.623
6	12	578.0014	0.694	2.415
7	10	1.44E+03	0.6877	0.739
8	10	345.3231	0.4922	4.016
9	10	1.11E+03	0.8015	2.008
10	10	552.963	0.8348	2.021

（其中编号 1-10 的数据为上述给出的数据）。

由上述给出条件，我们可得出，上述给出的编号为 1、4、5、8 的模型满足题设条件。

五、模型评估

通过上述模型的建立，我们发现可以较为清晰地建立出蛛网的雏形，并通过上述密集系数 δ 的定义，我们发现可以很大范围地筛选掉仿真度较低或不符合蛛网捕食条件的蛛网模型。同时，由于一开始参数设立的多元化和由稀疏主成分（SPCA）方法得出的矩阵可以更多地由周围环境因素的变化来不过改变初始的参数值，从而调整最后的 δ 系数以满足我们所设定的优化条件。所以总之而言，根据本模型的建立和优化，是可以大致模拟出蛛网的构建方式的。

然而，由于本模型的假设设定并没有将蜘蛛的吐丝量和蜘蛛丝的密度考虑在内，所以可能无法更大程度上的应用于仿真过程中。需要根据不同的蜘蛛来改变不同的参数以满足不同蜘蛛所带来的不同的蛛丝总长度和蛛丝密度。

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

六、模型拓展

我们在考虑优化算法时想到的是遗传算法（GA）。之前我们提到的纵贯线条数 NESW 四方向的轴长一二三四坐标轴过轴上点椭圆的长短轴的角度与的偏差角第一长等差等比虫子半径期望虫子集中点占比（反比）皆为运算中的基因。

首先，挑出最符合优化条件的个体，让其与所有其他个体交配，然后所有个体随意交配，交配过程中一部分的基因从父母双亲那里进行互换，产生子代。同时产生子代的时候，会发生突变，当然其几率是很小的。导致的结果是子代的某段基因发生改变，使得子代的基因组合并不是完全满足父母的遗传规则。经过 N 代如上的变换，挑出 N 代个体中的最优化条件的个体，此时，这个个体所具有的基因就是最满足优化条件的各项条件的最佳组合。

此后，我们可将用 GA 算法（遗传算法）进一步优化出的蛛网模型真正应用到现实生活的仿真实验中，达到真正对现实过程的仿真分析，从而方便进一步的研究与模拟。所以，基于 GA 算法对本实验中的实验模型进行优化并进行现实生活中的高精度仿真是本模型扩展的一个方向。

参考文献

[1]、David E.（1989）Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison-Wesley Pub. Co., c1989

[2]、THIEMO KRINK_ AND FRITZ VOLLRATH$（1996）Analysing Spider Web building behavior with rule based Simulations and Genetic Algorithms. Journal of theoretical Biology 1997

[3]、Mark M. Meerschaert (2009) Mathematical modeling China Machine Press

[4]、卓春晖, 蒋平, 王昌河, 郭聪(2006) 蛛网结构性能及其适应性. 四川动物, 2007

[5]、FRITZ VOLLRATH,*† MIKE DOWNES* AND SVEN KRACKOW†‡(1997) Design Variability in Web Geometry of an Orb-Weaving Spider. - Behavioral Ecology, 1994 - ISBE

[6]、Catherine I. Craig（1985）The Significance of Spider Size to The Diversification of Spider-web Architecture and Spider Reproductive Modes. The American Naturalist Vol. 129, No. 1 (Jan., 1987)

附代码：

主函数

```
%% program start
clear;
clc;
hold on;
global sumlen;
sumlen=0;
nl=0;
plot([0,0],[-20,20],'--k');
plot([-20,20],[0,0],'--k');

%% init
infil=fopen('mat.in','r');
[n,num]=fscanf(infil,'%d',1);
```

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

```
[nesw,num]=fscanf(infil,'%f',4);
[abell,num]=fscanf(infil,'%f',8);
[tau,num]=fscanf(infil,'%f',1);
[rho,num]=fscanf(infil,'%f',n-1);
rho(n)=0;
[r0,num]=fscanf(infil,'%f',1);
[d,num]=fscanf(infil,'%f',1);
[k,num]=fscanf(infil,'%f',1);
[es,num]=fscanf(infil,'%f',1);
[id,num]=fscanf(infil,'%f',1);
alpha=2*pi/n;

%% ellipse
syms x y;
z=[((x-nesw(2))/abell(1))^2+(y/abell(2))^2-1+x;((y-nesw(1))/abell(2))^2+(x/
abell(1))^2-1+y];
[xy01,num]=mulStablePoint(z,[1;1]);
z=[((x-nesw(3))/abell(3))^2+(y/abell(4))^2-1+x;((y-nesw(2))/abell(4))^2+(x/
abell(3))^2-1+y];
[xy02,num]=mulStablePoint(z,[1;1]);
z=[((x-nesw(4))/abell(5))^2+(y/abell(6))^2-1+x;((y-nesw(3))/abell(6))^2+(x/
abell(5))^2-1+y];
[xy03,num]=mulStablePoint(z,[1;1]);
z=[((x-nesw(1))/abell(7))^2+(y/abell(8))^2-1+x;((y-nesw(4))/abell(8))^2+(x/
abell(7))^2-1+y];
[xy04,num]=mulStablePoint(z,[1;1]);
xxl=abell(1)*cos(0)+xy01(1);
yyl=abell(2)*sin(0)+xy01(2);
for beta=0.001:0.001:2*pi;
    xxn=abell(1)*cos(beta)+xy01(1);
    yyn=abell(2)*sin(beta)+xy01(2);
    if xxl>0 & xxn>0 & yyl>0 & yyn>0
        plot([xxl,xxn],[yyl,yyn],'w');
    end
    xxl=xxn;
    yyl=yyn;
end
xxl=abell(3)*cos(0)+xy02(1);
yyl=abell(4)*sin(0)+xy02(2);
for beta=0.001:0.001:2*pi;
    xxn=abell(3)*cos(beta)+xy02(1);
    yyn=abell(4)*sin(beta)+xy02(2);
    if xxl>0 & xxn>0 & yyl>0 & yyn>0
        plot([yyl,yyn],[-xxl,-xxn],'w');
    end
    xxl=xxn;
    yyl=yyn;
end
xxl=abell(5)*cos(0)+xy03(1);
yyl=abell(6)*sin(0)+xy03(2);
for beta=0.001:0.001:2*pi;
    xxn=abell(5)*cos(beta)+xy03(1);
    yyn=abell(6)*sin(beta)+xy03(2);
    if xxl>0 & xxn>0 & yyl>0 & yyn>0
        plot([-xxl,-xxn],[-yyl,-yyn],'w');
    end
    xxl=xxn;
```

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

```
    yyl=yyn;
end
xxl=abell(7)*cos(0)+xy04(1);
yyl=abell(8)*sin(0)+xy04(2);
for beta=0.001:0.001:2*pi;
    xxn=abell(7)*cos(beta)+xy04(1);
    yyn=abell(8)*sin(beta)+xy04(2);
    if xxl>0 & xxn>0 & yyl>0 & yyn>0
        plot([-yyl,-yyn],[xxl,xxn],'w');
    end
    xxl=xxn;
    yyl=yyn;
end

%% main line
theta=pi/2-tau*2*pi/360;
for i=1:1:n
    if theta>0

[p(i,1),p(i,2)]=drawmainline(tan(theta),abell(1),abell(2),xy01(1),xy01(2),1
);
    else
        if theta>-pi/2

[p(i,1),p(i,2)]=drawmainline(tan(theta+pi/2),abell(3),abell(4),xy02(1),xy02
(2),2);
        else
            if theta>-pi

[p(i,1),p(i,2)]=drawmainline(tan(theta+pi),abell(5),abell(6),xy03(1),xy03(2
),3);
            else if theta>-3/2*pi

[p(i,1),p(i,2)]=drawmainline(tan(theta+pi*3/2),abell(7),abell(8),xy04(1),xy
04(2),4);
                else

[p(i,1),p(i,2)]=drawmainline(tan(theta+2*pi),abell(1),abell(2),xy01(1),xy01
(2),1);
                end
            end
        end
    end
    theta=theta-alpha-rho(i)*2*pi/360;
end
for i=1:1:n-1
    plot([p(i,1),p(i+1,1)],[p(i,2),p(i+1,2)],'--k');
end
plot([p(n,1),p(1,1)],[p(n,2),p(1,2)],'--k');

%% line
l=len(p(1,1),p(1,2));
lastx=r0*p(1,1)/l;
lasty=r0*p(1,2)/l;
r=r0;
rr(1)=r0;
for i=1:1:n-1
```

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

```
    r=r+d;
    rr(i+1)=r;
    l=len(p(i+1,1),p(i+1,2));
    nowx=r*p(i+1,1)/l;
    nowy=r*p(i+1,2)/l;
    plot([lastx,nowx],[lasty,nowy]);
    nl=nl+1;
    line(nl,1)=(lasty-nowy)/(lastx-nowx);
    line(nl,2)=lasty-line(nl,1)*lastx;
    line(nl,3)=lastx;
    line(nl,4)=nowx;
    lastx=nowx;
    lasty=nowy;
end
r=r+d;
rr(1)=r;
l=len(p(1,1),p(1,2));
nowx=r*p(1,1)/l;
nowy=r*p(1,2)/l;
plot([lastx,nowx],[lasty,nowy]);
nl=nl+1;
line(nl,1)=(lasty-nowy)/(lastx-nowx);
line(nl,2)=lasty-line(nl,1)*lastx;
line(nl,3)=lastx;
line(nl,4)=nowx;
lastx=nowx;
lasty=nowy;
flag=0;
i=2;
ii=1;
d=d*(n-1)*k;
while 1
    if i>n
        i=i-n;
    end
    if i<1
        i=i+n;
    end
    r=rr(i)+d;
    l=len(p(i,1),p(i,2));
    if l<r
        if flag==1
            break;
        end
        ii=-ii;
        i=i+2*ii;
        flag=1;
        continue;
    end
    nowx=r*p(i,1)/l;
    nowy=r*p(i,2)/l;
    plot([lastx,nowx],[lasty,nowy]);
    rr(i)=r;
    sumlen=sumlen+len(lastx-nowx,lasty-nowy);
    nl=nl+1;
    line(nl,1)=(lasty-nowy)/(lastx-nowx);
    line(nl,2)=lasty-line(nl,1)*lastx;
```

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

```
    line(nl,3)=lastx;
    line(nl,4)=nowx;
    lastx=nowx;
    lasty=nowy;
    i=i+ii;
    flag=0;
    d=d*k;
end

%% simulation
sumv=0;
v=0;
for i=1:1:10000
    ix=25*rand(1,1);
    iy=25*rand(1,1);
    is=normrnd(es,id);
    while is<0
        is=normrnd(es,id);
    end
    v=v+is^3;
    for j=1:1:nl
        dis=abs(line(j,1)*ix+line(j,2)-iy)/sqrt(line(j,1)^2+1);
        if dis>is
            continue;
        end

tdeta=sqrt(-2*ix*(line(j,2)-iy)+is*is*(1+line(j,1)^2)-line(j,1)^2*(ix*ix+(l
ine(j,2)-iy)^2));
        tx=(ix-(line(j,2)-iy)-tdeta)/(1+line(j,1)^2);
        if (line(j,3)-tx)*(line(j,4)-tx)<0
            sumv=sumv+is^3;
            break;
        end
        tx=(ix-(line(j,2)-iy)+tdeta)/(1+line(j,1)^2);
        tx=(ix-(line(j,2)-iy)-tdeta)/(1+line(j,1)^2);
        if (line(j,3)-tx)*(line(j,4)-tx)<0
            sumv=sumv+is^3;
            break;
        end
    end
end

%% outit
sumlen
sumv
rate=sumv/v

%% program end
axis('equal');
fclose(infil);
hold off;
```

len 函数

function l=len(x,y)

第五届数学中国数学建模网络挑战赛

#2167

```
	l=sqrt(x*x+y*y);
end
```

drawmainline函数

```
function [x,y] = drawmainline(k,a,b,x0,y0,qu)
	global sumlen;
	x=2*b*b*x0+2*k*y0*a*a+2*sqrt(a*a*b*b*(2*x0*y0*k-x0*x0*k*k-y0*y0+b*b+a*a*k*k));
	x=x/2/(b*b+a*a*k*k);
	y=k*x;
	if qu==2
		mid=x;
		x=y;
		y=-mid;
	else
		if qu==3
			x=-x;
			y=-y;
		else
			if qu==4
				mid=x;
				x=-y;
				y=mid;
			end
		end
	end
	plot([0,x],[0,y]);
	sumlen=sumlen+len(x,y);
end
```

mulStablePoint函数

```
function [r,n]=mulStablePoint(F,x0,eps)
%非线性方程组：f
%初始迭代值：a
%解得精度：eps
%求的的一组解：r
%迭代步数：n
if nargin==2
	eps=1.0e-6;
end
n=1;
tol=1;
while tol>eps
	r=subs(F,findsym(F),x0);
	tol=norm(r-x0);
	n=n+1;
	x0=r;
	if (n>100000)
		disp('wrong');
		return;
	end
```

end