

# 2015 年“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛

## 第二阶段

### A 题 绳结

给绳索打结是人们在日常生活中常用的技能。对登山、航海、垂钓、野外生存等专门用途, 结绳更是必不可少的技能之一。针对不同用途, 有多种绳结的编制方法。最简单的绳结, 有时称为单结, 死结或反手结, 英文称为 **Overhand Knot**, 是最常用的绳结之一, 在各种复杂绳结中也是经常出现的基本元素。



图 1: 单结的一种打法

这种绳结有两种打法, 在三维空间中分别是对方的镜像。



图 2: 单结的另一种打法

这种结有一个特点,如果用于捆扎物体,由于无法彻底拉紧,所以很容易松脱,无法单独使用。但如果能够彻底拉紧,对较软和细的绳子而言,相当难以解开。所以用于捆扎物体时,可以连打两次单结,并将第二个结彻底拉紧,

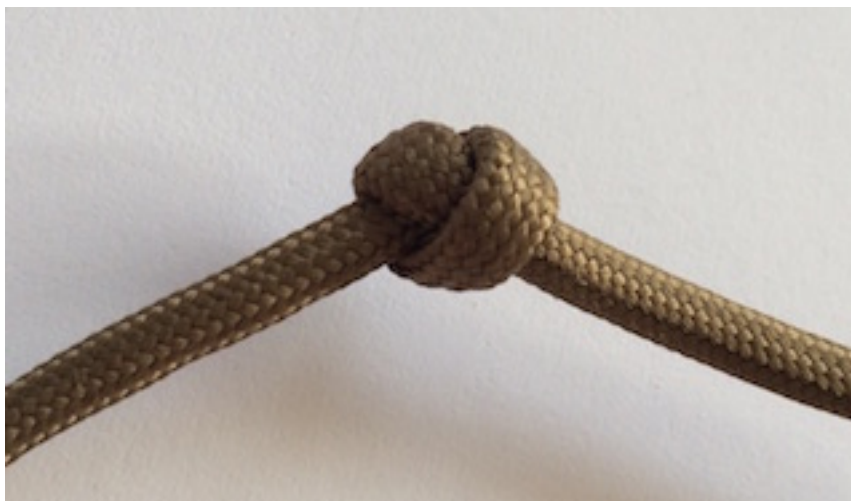


图 3: 拉紧后的单结

这就构成一个难以自动松开的结。最常见的系鞋带方法,在本质上就是连打

两次单结。为了便于解开,所以在打第二次结的时候需要把鞋带折成双股。

#### 第一阶段问题:

1. 在连打两次单结的时候,两次使用相同的打法还是互为镜像,得到的结果是不同的。结的结构不同,是否容易自动松脱的性质可能也有区别。这可以来判断系紧的鞋带是否容易自动松开。请你建立合理的数学模型,分析这两种打法中,哪种更容易自动松脱。

2. 一般的经验表明,绳索的直径、软硬和表面的摩擦力等机械性能都会影响打的绳结是否容易自动松脱。请你建立合理的数学模型,向大家解释在不同的打结方法下,绳索的机械性能与绳结是否容易自动松脱之间的关系。

#### 第二阶段问题:

1. 将第一阶段问题推广到其它打法的绳结。我们可以以系鞋带为例,原则上可以有多种打法来给鞋带打结。请你对尽量广泛的绳结打法进行总结,并给出一个较为简明的判别方法,来判断其在承受负荷时是否容易自动松脱。

2. 一根完整的绳子在两端受到拉力时,有一个被拉断的极限强度。在绳子中间打了一个结以后,由于绳结位置的弯折和缠绕,将使绳结位置成为整根绳子强度较低的一个薄弱点。请你建立合理的数学模型,通过研究不同绳结的打法来估计其强度。