

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4343756

邮编：010021

报名号 # 1008

第三届“ScienceWord 杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第三届“ScienceWord 杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛报名号为：

参赛队员（签名）：

队员 1： 杨 苗

队员 2： 巫金亮

队员 3： 王 超

参赛队教练员（签名）： 杨 苗

参赛队伍组别： 研究生组

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4343756

邮编：010021

报名号 # 1008

第三届“ScienceWord 杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛号码：（请各个参赛队提前填写好）：

1008

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4343756

邮编：010021

报名号 # 1008

2010 年第三届“ScienceWord 杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 铰接式集装箱货车侧位停车可行性分析和小型汽车的
自动泊车系统

关 键 词 侧位停车 MVC 自动泊车

摘 要：

铰接式集装箱货车有时会面临在狭窄空间内停车的问题，由于车头和拖挂的集装箱车之间有活动的衔接部，因此整车不能在转弯时做刚性处理。本文将铰接式集装箱货车分成牵引车头和集装箱拖车两个刚性物体进行处理。通过建模计算表明，铰接式集装箱货车在正向停车入位时，当车位为一个车位时无法入库，需要大于一个车位；而倒车入位时在满足车头与拖车成一定角度时，可以在一个车位情况下顺利停车入库。

对于小型汽车，通过第一阶段的建模工作，已经设计出较优的停车线路。但是驾驶员由于需要避让行人、障碍物或由于操作不准确，影响驾驶员的判断，使其不能按照预先设计的较优的线路行进。因此，本文建立了基于超声波传感器的自动泊车系统，构建了 MVC 模型。实现了实时的测定本车的位置，随时提出建议的停车线路，并提出了对驾驶员的建议。通过此模型，驾驶员可实时的进行调整，以最优的路线行进，顺利的实现平行泊车入库。

参赛队号 1008

所选题目 A

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4343756

邮编：010021

报名号 # 1008

英文摘要（选填）

（此摘要非论文必须部分，选填可加分，加分不超过论文总分的 5%）

Hinged type container cars sometimes face parking problems in a narrow space. Because the front tractor and container truck trailer interface between the seam, we cannot handle the vehicle as the rigid body. This paper divides the hinged type container cars into tractor and container, and handles them both as rigid bodies. Through building model and computing, the hinged type container car could not get into the parking space by forward parking(headstock enters the parking space first)when there is only one parking space and get into the parking space successfully by parallel parking when there is only one parking space.

For small cars, model-building work has designed the optimum parking lines. But drivers need to avoid pedestrians, obstacles or because of inaccurate operation which affect the driver's judgments, so that it cannot be optimum in accordance with pre-designed line the road. In this paper, an ultrasonic sensor based automatic parking system and Model-Viewer-Controller are introduced. Achieving real-time location of the car and putting forward proposals on the driver. With this model, the driver can adjust in real time, park through the best line of the road, and implement the parallel successfully.

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4343756

邮编：010021

报名号 # 1008

铰接式集装箱货车侧位停车可行性分析

一、 问题提出

铰接式集装箱货车有时会面临在狭窄空间停车的问题，由于车头和拖挂的集装箱车之间有活动的衔接部，因此整车不能在转弯时做刚性处理。针对铰接式集装箱货车，本文提出将铰接式集装箱货车分成牵引车头和拖挂的集装箱车两部分，且分别作刚性处理。

二、 符号说明及相关数据

常用符号说明部分，如图 1-1,1-2 所示：

l_1 ： 转轴到后轮的距离

l_2 ： 后轮到车尾的距离

l_3 ： 后轮到车尾的距离

l_4 ： 前轮到转轴的距离

l_5 ： 前轮到车尾的距离

l ： 车长

w ： 车宽

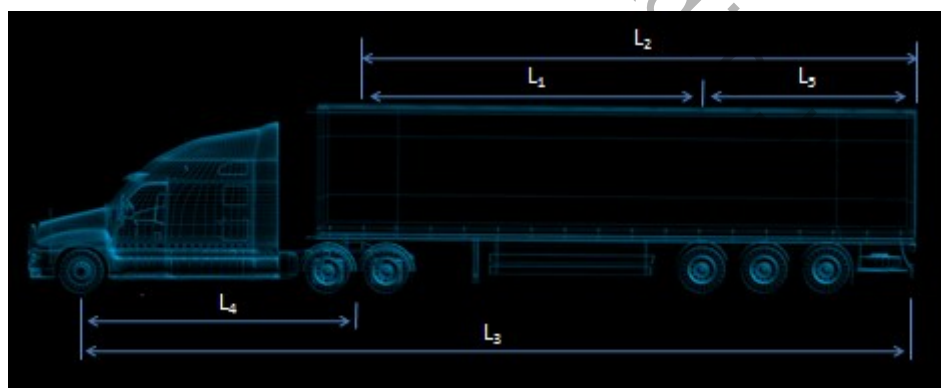


图 1-1

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

网址：www.tzmcm.cn

邮编：010021

报名号 # 1008

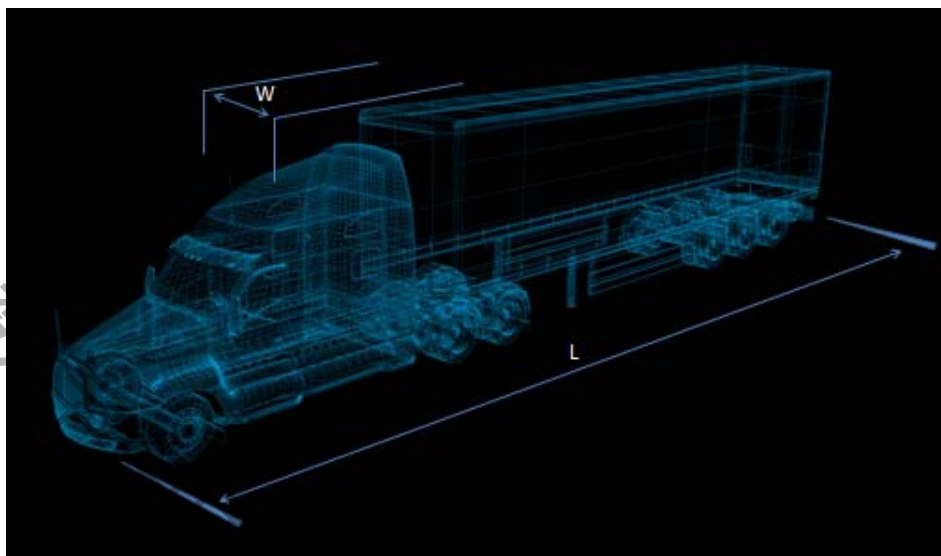


图 1-2

三、侧位停车

通过对铰接式集装箱货车侧位停车分析，结合第一阶段的成果，本文分两种方法来实现侧位停车：

第一种：正向入库侧位停车，这种方法根据第一阶段的建模结果可以基本断定无法实现一个车位的正向侧位停车。经过进一步的研究和分析之后，发现在车库长度达到一定条件的时候，可以使用这种方法停车。

第二种：倒车入库侧位停车，考虑实际情况在一定的误差范围内，只要满足一定的倒车角度，就可以顺利将车倒入车库。

现在分别对这两种情形做具体分析：

(1) 正向入库侧位停车，如图 1-3 所示。

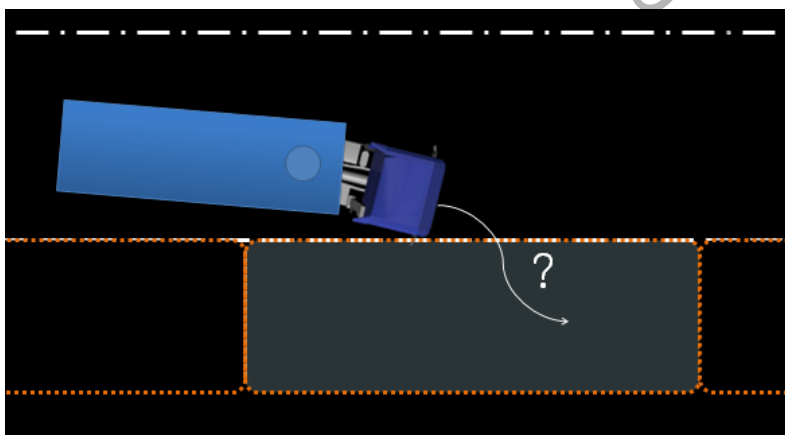


图 1-3 所示

模型假设：

假设 1：铰接式卡车车头驱动，车头带动货箱前进。

假设 2：车头处理成第一阶段中的小车模型。如图 1-4 所示：

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn

报名号 # 1008

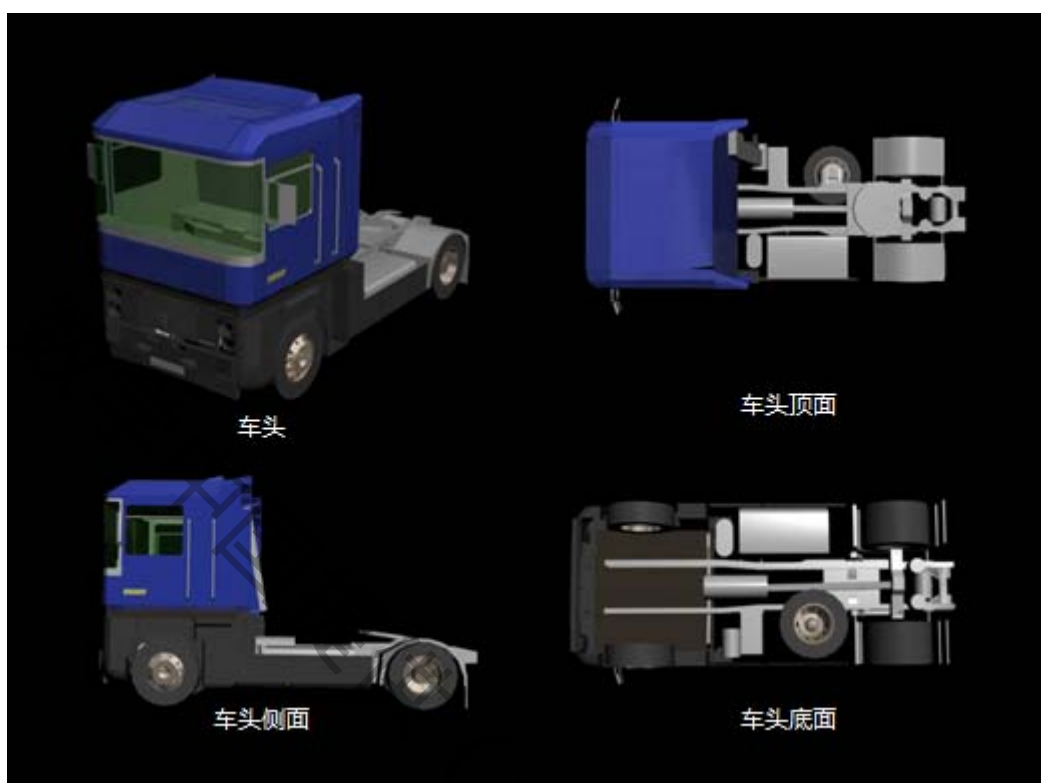
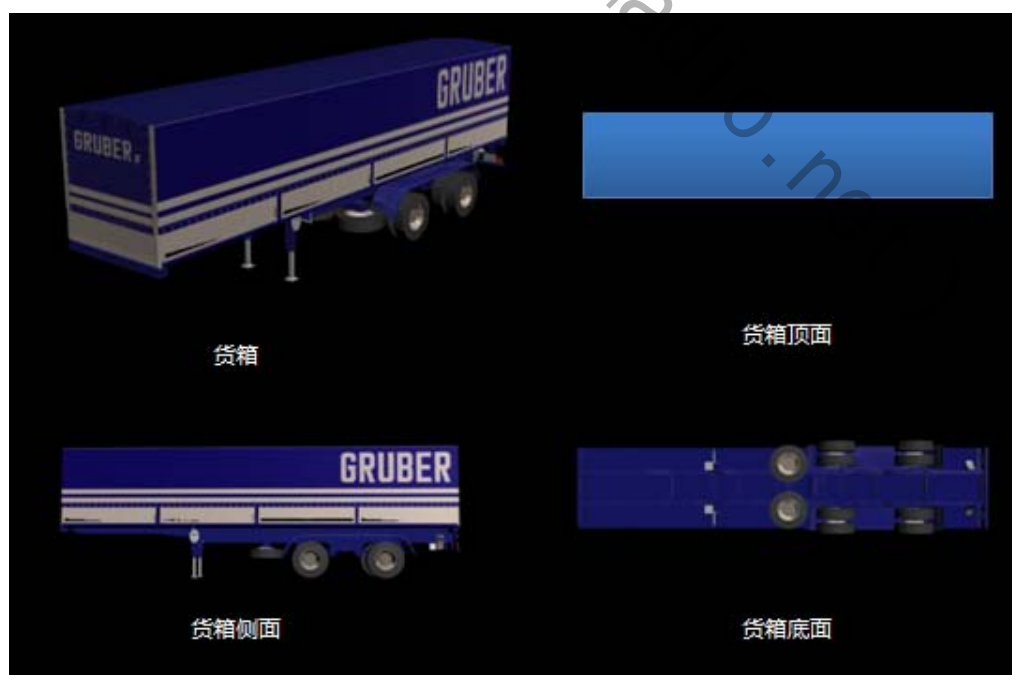


图 1-4 所示

假设 3：货箱因为是刚性长方体，由车头牵引驱动。所以在分析过程中，为了简化模型，我们重点考虑车厢的移动轨迹，由移动轨迹来反推牵引车头的移动路线。如图 1-5 所示。



如图 1-5 所示

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn

报名号 # 1008

为了便于更清楚的分析铰接式集装箱货车停车入位的过程，我们把入库过程分成两个过程来思考，入库时与入库后。

入库时，如图 1-6 所示：

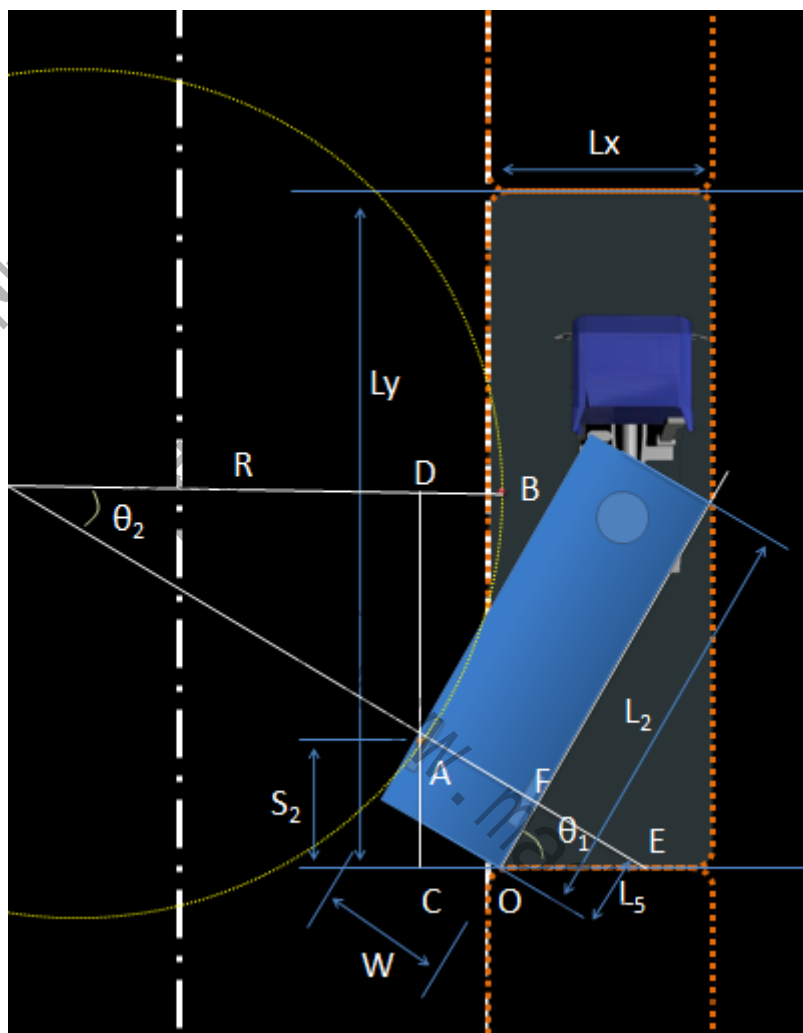


图 1-6

由于货箱过长，必然在入库过程中需要把货箱拉到车库右边边缘才能使的行进路线最短。所以， θ_2 是 θ_1 的余角，且有

$$\cos \theta_1 = \frac{L_x}{L_2} \quad (1-1)$$

$$S_2 = AE * \sin \theta_2 \quad (1-2)$$

$$OE = OF / \cos(\theta_1) = L_5 / \cos(\theta_1) = L_5 * L_2 / L_x \quad (1-3)$$

由于直角三角形 ACE 与直角三角形 OFE 相似，得到

$$AE = AF + EF = W + OE * \sin(\theta_1) \quad (1-4)$$

于是根据公式 (1-2) 知道了 S_2 的值为

$$S_2 = W + \sin(\theta_1) * L_5 * L_2 / L_x \quad (1-5)$$

第二过程，入库后，如图 1-7 所示。

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn

报名号 # 1008

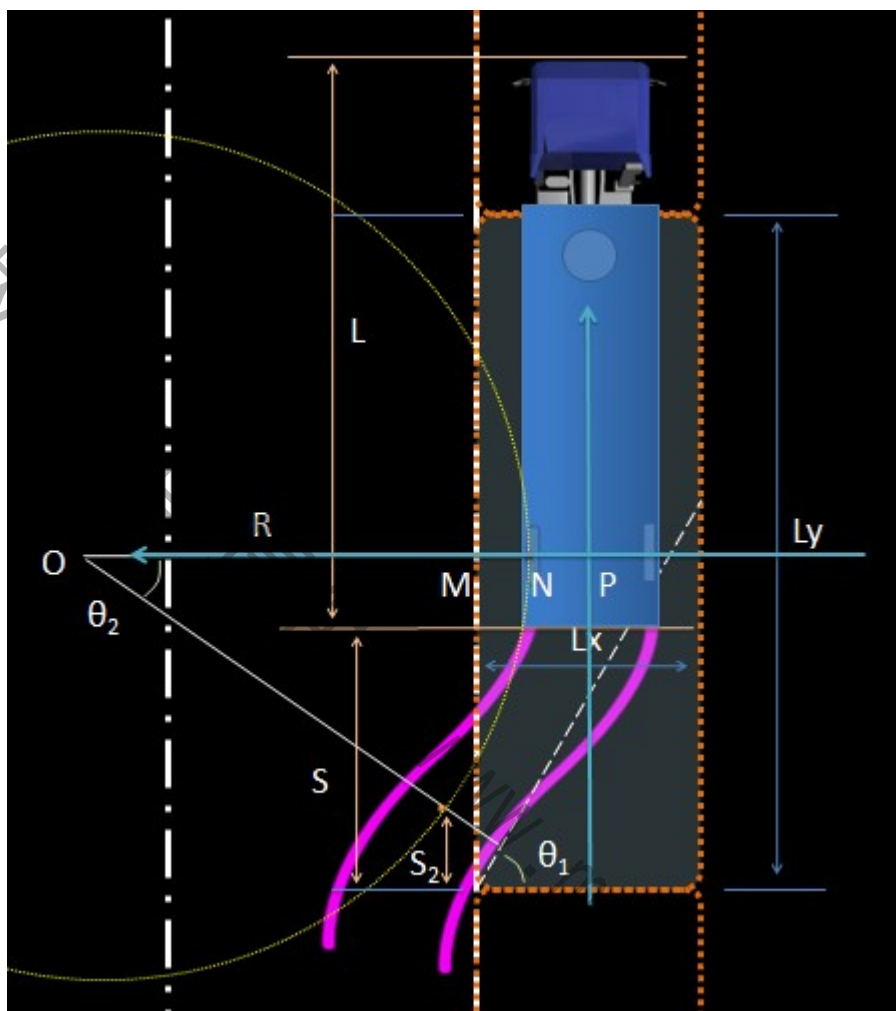


图 1-7

根据入库时过程中已知数据可获得：

$$S = MO - L5 \quad (1-6)$$

又公式 (1-6) 可得：

$$S = S2 + R \cdot \sin(\theta_2) - L5 = W + \sin(\theta_1) \cdot L5 \cdot L2 / Lx + R \cdot \sin(\theta_2) - L5 \quad (1-7)$$

考虑实际情况下，还需考虑前后车辆安全间隙， S_{safe} ，所以，车库长度 Ly 必须大于至少 $L + S + 2 \cdot S_{safe}$ 的时候，才可以使用正向入库的停车的方法停车。

总结

本文将铰接式集装箱货车分成牵引车头和集装箱拖车两个刚性物体进行处理。通过建模计算表明，铰接式集装箱货车在正向停车入位时，当车位为一个车位时无法入库，需要大于一个车位。

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4343756

邮编：010021

报名号 # 1008

小型汽车的自动泊车系统

一、 问题提出

通过第一阶段的建模工作，已经设计出较优的停车线路。但是驾驶员由于需要避让行人、障碍物或由于操作不准确，影响驾驶员的判断，使其不能按照预先设计的较优的线路行进。因此，本文建立基于超声波传感器的自动泊车系统，对自动泊车系统进行建模，实时的测定本车的位置，随时提出建议的停车线路，并提出了对驾驶员的建议。通过此模型，驾驶员可实时的进行调整，以最优的路线的行进，顺利的实现平行泊车入库。

二、 符号说明及相关数据

常用符号说明部分：

L2: 停车场的长度

L1: 停车场的宽度

l: 汽车的长度

w: 汽车的宽度

r: 车的最小转弯半径

r_{\min} : 最小转向半径

D: 车辆与离他最近的停车位的距离

θ : 位置坐标与车身偏向角

φ : 调整车辆转向角

d: 车辆上的两个超声波传感器距离

l_1, l_2 : 两个超声波传感器测量出与障碍物的距离

a: 车辆后轮轴与车尾部的距离

对于研究数据，本文仍然采用第一阶段的已知数据，以保证研究的延续性和深入性。停车位相关的数据^[1]：

L2: 7500mm

L1: 2200mm

l: 4525mm

w: 1725mm

r: 5060 mm

D: 1450mm

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

网址：www.tzmcm.cn

报名号 # 1008

邮编：010021

三、MVC 模式和人车交互

在自动泊车的过程中，通常会遇到行人或者有其他障碍物的情况，为了能够实时测定汽车的位置，确定汽车的路线，通常采用的是自动泊车系统。本文提出的是基于超声波传感器的自动泊车系统。在该超声波传感器的自动泊车系统的协助下，可以大大降低泊车的难度。

通过传感器，可以得到车辆实时的具体位置以及状态信息，并反馈给驾驶者。使用MVC（Model-Viewer-Controller）模型对自动泊车系统进行建模。Model指应用对象，如各种数据；View指应用对象的表现形式，如数据的图形显示等；Controller是对用户和外界动作的处理和响应。^[1]

（1）Viwer中的类^[2]

“人机界面”类是对用户与系统的交互过程的封装。“人机界面”类由“泊车过程图形显示窗口”类、“车辆状态显示窗口”类、“控制面板”类组成。“泊车过程图形显示窗口”类通过“车辆配置”类的GetCfg方法，获得车辆参数(车长、车宽、轴距等)信息，并通过Model中各通用接口，定时获取当前车辆、障碍物、停车位的位置信息，然后在屏幕固定区域以几何图形形式，实时显示泊车过程。“车辆状态显示窗口”类通过Model中“运动控制通用接口”和“泊车控制器”的GetStatus方法，定时获取当前车辆速度、转向角度以及泊车状态(泊车过程被划分为若干个状态)等信息，在屏幕固定区域以文字和数字形式实时显示。“控制面板”类接收用户输入的命令，并通过“泊车控制器”使命令生效。

（2）Model中的类^[3]

“车辆运动控制器”类提供车辆速度、转向角度等的控制，并可获得当前车辆速度、转向角度和位移等信息。“传感器系统”类是测量障碍物、获取周围环境信息的各种方法的封装。“停车位检测器”类根据“泊车控制器”类传入的泊车模式，利用“传感器系统”类提供的数据，查找合适的停车位。Model中每一个类有对应的一个通用接口，其目的是降低模块间的耦合。

（3）泊车控制器

“泊车控制器”通过Model中各通用接口，获取当日车辆、障碍物、停车位信息，然后运用各种控制算法，计算出新的控制量值，然后通过“运动控制通用接口”令新的控制量值生效。

利用超声波传感器测量车与障碍物之间距离及车位宽度，从而可以得到车辆的位移，可获得车位尺寸及相对于车辆的位置信息此方法要求驾驶者保持车辆沿着道路向正前向运动。^[4]

（4）边缘检测

车位的位置及大小，可通过检测车位前后的障碍物边缘位置而确定。边缘检测最常用的方法是求一阶导数，对于第k个采样点，其导数表示为：

$$G(k) = \frac{S_x'(k) - S_x'(k-1)}{S_y(k) - S_y(k-1)}$$

若取正数M为阈值，当 $G(k) > M$ 时，认为检测到障碍物的上边缘；当 $G(k) < M$ 时，认为检测到障碍物的下边缘。边缘位置的y轴坐标为S。

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

网址：www.tzmcm.cn

邮编：010021

报名号 # 1008

在人车互动的界面，主要的工作是输入当前的状态，主要包括：当前的位置，当前的速度，当前的转向角，当前的车辆与周围的障碍物之间的关系以及车辆的下一个目标。

车上按钮的设置：

- 1.需要启动自动泊车功能时，按“开始 / 确认”键；
- 2.需要中止自动泊车操作时，按“停止 / 取消”键。

驾驶员可获得以下实时信息：当前车辆的状态信息，包括当前转向角、当前速度、当前位移值；辅助驾驶员完成泊车操作的提示语，告知驾驶员当前应进行何种操作；通过图形方式检测车与库中前后车的位置等。

四、侧位停车的路径分析

假设该小车满足动力学模型，小车的状态可以使用它的坐标和车身的偏角来表示，也就是使用它的状态变 (x, y, θ) ，泊车过程是小车从初始状态 (x_o, y_o, θ_o) 。移动到 (x_d, y_d, θ_d) 。对之前做过的小车的模型进行简化。在讨论倒车入库的过程中，由于模型过于复杂，这里，将倒车入库的模型按照正车入库的模型简化其路线，具体结构如图（2-1所示）。

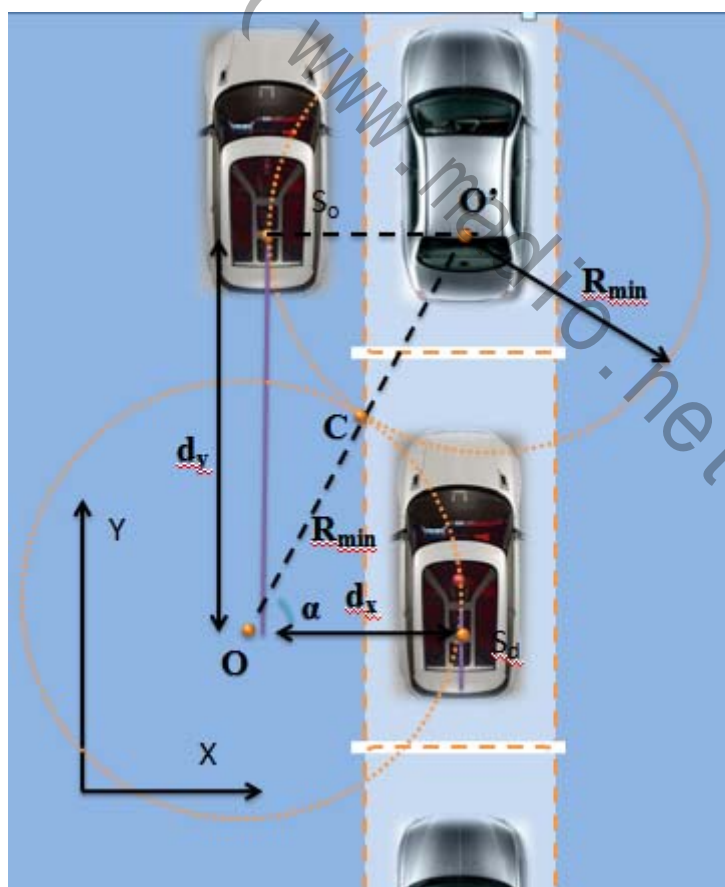


图2-1

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn

报名号 # 1008

在该图中，O表示为起点，D为终点。小车在进入到停车位的过程，就是从O点到达D的过程。设小车在O点和D点的坐标分别为： (x_o, y_o) 、 (x_d, y_d)

相关关系式为：

$$\begin{cases} d_x = x_d - x_o = 2r(1 - \cos \theta) \\ d_y = y_d - y_o = -2r \sin \theta \end{cases}$$

整理得到：

$$d_y = -\sqrt{4rd_x - d_x^2}$$

在平行泊车时，车辆首先沿道路前进，进行车位检测；由于车辆保持向正前方运动，因此车辆与停车位的x方向距离在前进过程中不变，这个距离即上式中的 d_x ，它可由超声波传感器测得。将测得的值代入上式，即可计算出小车开始倒车时的初始位置与停车位的y方向距离以，结合车位检测的结果，即可确定小车的初始位置。

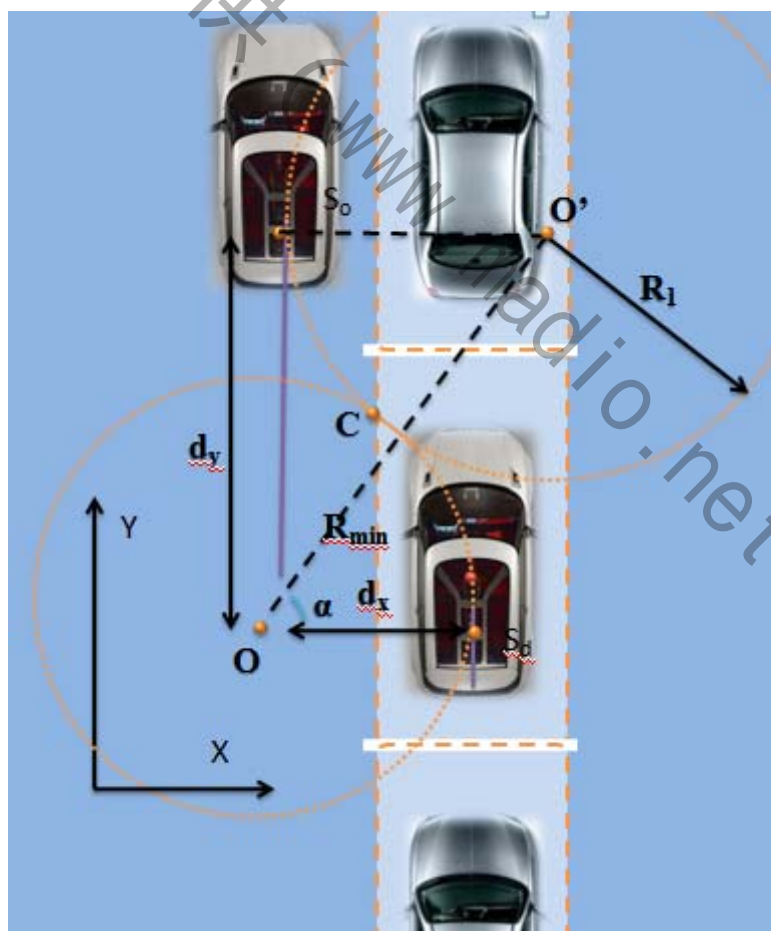


图2-2

图所描述的倒车路径，切点C位置是变化的，从而增加了控制的难度。若

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn

报名号 # 1008

要求切点C位置固定，则可使用图4.2所描述的路径。图2.2与图2.1不同的地方是，小车从初始位置 S_0 开始，以点 O' 为中心作转向运动时，转向半径不是 r 。

而是 R_1 ， R_1 保证小车到达固定切点C时，其车身偏向角为仅为 θ 。根据图2.2的几何关系，可列出以下等式：

$$\begin{cases} d_x = x_d - x_o = 2r(1 - \cos \theta) \\ d_y = y_d - y_o = -(R_1 + r) \sin \theta \end{cases} \quad (2-1)$$

整理上式,得到:

$$d_y = -d_x \sin \theta / (1 - \cos \theta) \quad (2-2)$$

在使用超声波传感器测得 d_x 值后，由式(2.2)可确定小车开始倒车时的初始位置。图 2.1 和图 2.2 所描述的是在小车完全符合动力学模型，车辆前轮转向角可无延时、精确控制情况下的理想路径。

五、侧位停车的控制方法及操作建议

(1) 车身偏向角的测量

在泊车过程中，需要获取车身偏向角 θ 的大小，作为调整车辆转向角 φ 的依据。使用多个超声波传感器的测距结果，可估算出车身的偏向角，测量的原理如图 2.3 所示。图 2-3 中描述了一种测量偏向角的情况，一种是障碍物在车辆侧面的情况，另一种是障碍物在车辆前方或后方的情况。假设装在车辆上的两个超声波传感器距离为 d ，两个超声波传感器测量出与障碍物的距离分别为 l_1, l_2 ，可得车身偏向角为：

$$\theta = \arcsin((l_1 - l_2) / d)$$

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn

报名号 # 1008

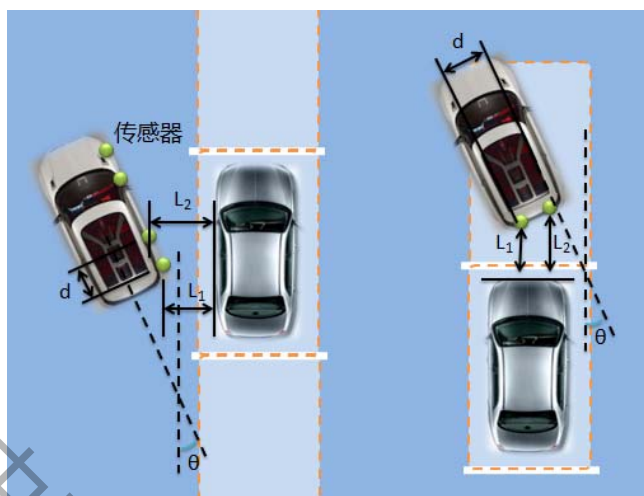


图 2-3

(2) 驾驶员操作步骤

这里所描述的控制步骤是针对图 2.4 中第(1)、(2)种情况，即停车位前方已停了车辆。在这两种情况下，可利用前面节所述的方法测得车辆的偏向角大小。平行泊车的控制过程分为五个步骤，如图 2-4 所示。



图 2-4

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

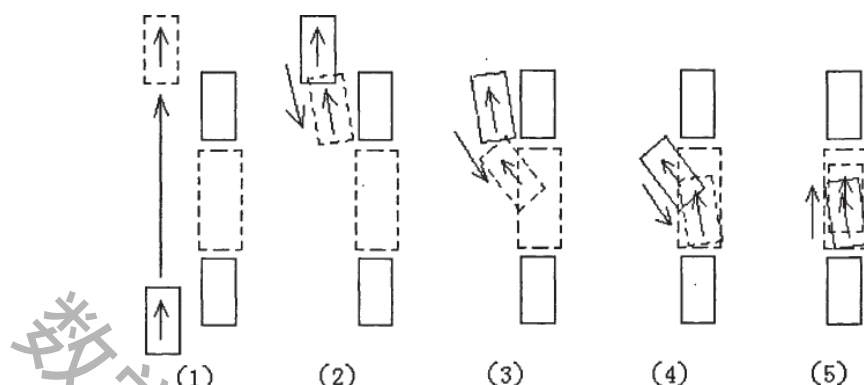
地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn

报名号 # 1008



2-5

五个步骤的含义如下：

1. 第一步将车辆沿道路开至泊车操作的初始位置。
2. 第二步将车辆开至特定位置(如图 2-6 所示的阴影区域). 在此位置上, 即使车辆以最小转向半径作转向, 也不会与障碍物发生碰撞。从图 2-6 看出, 安全区域是一个半径为 r 的扇区, 扇区与障碍物左下角相切, 当车辆后轮轴右端点落入安全区域, 而且车辆的偏向角为 0 时, 车辆接下来的转向操作将保证不会与障碍物左下角发生碰撞。安全区域半径 r 大小可由最小转向半径 r_{\min} 和车辆宽度 w 算出:

$$r = R_{\min} - w/2$$

为了定位方便, 选择车辆尾部与障碍物下边缘对齐时, 作为第二步操作的结束, 此时车辆与障碍物之间的距离最小值为 d :

$$d = r - \sqrt{r^2 - a^2}$$

其中 a 为车辆后轮轴与车尾部的距离。

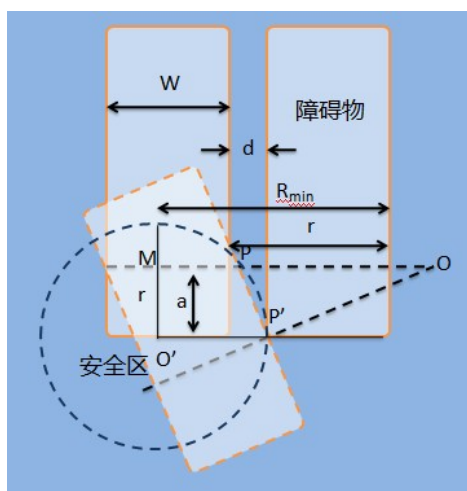


图 2-6

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

网址：www.tzmcm.cn

邮编：010021

报名号 # 1008

3. 第三步是控制车辆的车身偏向角，使其达到预想值。并且使得车辆的前端与已停车辆的尾部对齐。这一步的目的是使车辆到达图 2.2 中所描述路径的点 C 位置。

4. 第四步使车辆以最小转向半径作转向，驶入停车位，即图 2-2 中从点 C 到点 S_d 的过程。当超声波传感器检测到与障碍物距离过近，则结束第四步的操作。

5. 第五步是调整车辆的位置，因为前面各步在操作中均存在一定的误差，因此在第四个步骤完毕时，车辆的位置和偏向角与其目标值之间存在一定的偏差，需要作一定的调整操作，减少偏差。

因为小车各状态量之间是耦合的，所以在控制步骤中，第二步是控制小车的位置，第三步是控制小车的偏向角，这样可使得小车的各状态量均能逼近目标值。

结论

本文首先在第一阶段论文的最优算法的基础上，为解决驾驶员为了避让行人、障碍物或由于操作不准确而使其不能按照预先设计的较优的线路行进。本文建立基于超声波传感器的自动泊车系统，构建了 MVC 模型对自动泊车系统进行建模，实时的测定本车的位置，对理想状况下车辆的平行泊车路径进行分析，并给出计算泊车操作开始位置的方法，然后介绍泊车控制的各个步骤，以及每个步骤的目标，提出驾驶员的操作建议。通过此模型，驾驶员可实时的进行调整，以最优的路线的行进，顺利的实现平行泊车入库。

第三届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：内蒙古数学会

电话：0471-4343756

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn

报名号 # 1008

参考文献：

- [1] 何锋, 自动泊车系统的研究与实现[D], 广东工业大学, 2009.
- [2] Glenn E.Krasner, Stephen T.Pope, A Description of the Model-View-Controller User Interface Paradigm in the Smalltalk-80 System, IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED LEARNING TECHNOLOGIES, PROCEEDINGS : 21-25 2004
- [3] Erich Gamma, Richard Helm, Ralph Johnson, 设计模式：可复用面向对象的基础[M], 北京：机械工业出版社, 2002
- [4] 王京起, 陈慧岩, 陆地自主车辆研究概况[J], 车辆与动力技术, 2002, 第四期, 56-61.
- [5] 蒋志文. 辅助平行泊车系统的路径规划研究[D]. 同济大学中德学院, 2008.
- [6] 赵玲. 平行泊车方法研究与仿真[D]. 长安大学, 2009.
- [7] 杨昔阳, 尤晴曦, 李洪兴. 基于变论域理论的自动倒车控制[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2005, (04).
- [8] 于伟, 张乃尧, 白帆. 倒车问题的模糊优化控制方案[J]. 机电一体化, 2001, (05).
- [9] 林瑞焱木, 吴志坚, 姚必正. 小车倒车问题的多维模糊控制器研究[J]. 上海大学学报(自然科学版), 1999, (04).
- [10] 李汉兵, 谢维信. 模糊预测器在倒车系统中的应用[J]. 西安电子科技大学学报, 1999, (03).
- [11] 郭孔辉, 姜辉, 张建伟, 丁海涛. 基于模糊逻辑的自动平行泊车转向控制器[J]. 吉林大学学报(工学版), 2009, (S2).
- [12] 梅赛德斯-奔驰(中国)官方网站, http://www.mercedes-benz.com.cn/content/china/mpc/mpc_china_website/zhng/home_mpc/passengercars.flash.html