

## 目录 (CONTENTS)

一、问题重述 .....	2
二、问题分析 .....	2
2.1 方案理论可行性 .....	2
2.2 波士顿路网实例 .....	2
三、条件假设 .....	2
四、符号约定 .....	2
五、模型的建立与求解 .....	3
5.1 模型建立 .....	3
5.1.1 波士顿城市路网抽象图 .....	3
5.1.2 交通网连通性 .....	4
5.1.3 非线性规划模型 .....	4
5.1.4 拥堵评价指标体系 .....	4
5.2 路网属性参数估计 .....	5
5.2.1 路网属性参数约束方程 .....	5
5.2.2 参数曲线拟合求解 .....	5
5.3 交通流量之 NASH 均衡求解 .....	8
5.3.1 非线性规划求解 NASH 均衡解的可行性分析 .....	8
5.3.2 LINGO 求解 NASH 均衡解 .....	9
5.4 方案优劣性的量化分析 .....	10
5.4.1 路网流量均衡下的道路拥堵状况 .....	10
5.4.2 关闭已拥堵路段后的道路拥堵状况 .....	13
5.4.3 关闭未拥堵路段后的道路拥堵状况 .....	13
5.5 方案适用范围的数据分析 .....	14
5.5.1 路网总流量变化对道路拥堵状况的影响 .....	14
5.5.2 波士顿路网规划方案适用范围 .....	15
六、模型的评价 .....	15
七、参考文献 .....	16
八、附录 .....	17
8.1 LINGO 求解均衡解程序 .....	17
8.2 插值多项式曲线的 MATLAB 程序 .....	17

## 一 问题重述

Braess 悖论宣称: 提高某一路段的通行能力, 反倒可能使整体路网的通行能力下降。那么, 在发生交通拥堵的时候, 如果暂时关闭其中的某条道路, 是否可以缓解交通堵塞的现象? 请建立合理的模型, 研究临时关闭道路以缓解交通堵塞的可行性。如果可行, 请给出具体的关闭方案。城区道路网可以使用北京市二环路的地图, 也可以使用美国波士顿的部分城区图。

## 二 问题分析

### 2.1 方案理论可行性

从规划的角度看, 理想情况下, 司机可以牺牲个人利益成全大局, 使得城市路网无时无刻都能达到最优效益, 此时关闭其中任何一条道路都有可能使全局最优解降为局部最优解, 即在这种情况下关闭道路的方案是不可行的。从实际情况看, 具有个性化需求的司机为了追求个人利益最大化往往使得城市路网的整体效益下降, 此时有选择有目的的关闭道路会使得个体最优选择服从于或接近于整体最优决策, 有利于提升城市路网的整体效益, 即政府的调控是可行的。

### 2.2 波士顿路网实例

道路堵塞的评价指标确定为每个车辆通过该段路网的平均时间, 选取美国马萨诸塞州的首府一波士顿作为实证对象, 用非线性规划的数学思想求得在总流量一定的情况下交通流量的均衡解, 比较关闭某条道路前后指标的变化即可判断方案优劣。如果可行, 再令总流量在一定范围内变化, 求出此方案的适用范围。

## 三 条件假设

- I. 所有司机的选择是独立的, 非合作的。
- II. 城市路网信息完全公开, 司机对路网熟悉程度高。
- III. 车辆在转弯或过十字路口时无时间延误。
- IV. 道路布局方案的评价指标是车辆通过该路段的平均时间或路网的使用效益。
- V. 假设波士顿城市路网属于对称双通道系统。
- VI. 假设波士顿路网均是双向的, 但只有单向的增加车流量能使堵塞加剧。

## 四 符号约定

$i$	拥堵系数
$\alpha$	车辆单独通过路段的时间
$\beta$	每增加单位流量所增加的通行时间
$t$	车辆实际通行时间
$f$	路段当前流量
$s$	路网内某路段车速

$L$	路段长度
$A_T$	单位车辆平均出行时间
$F_i$	第 $i$ 条路段的交通流量
$T$	路网总交通流量
$S$	起始节点,
$O$	终端节点

## 五 模型的建立与求解

### 5.1 模型建立

#### 5.1.1 波士顿城市路网抽象图



图 5.1.1-1 波士顿部分城区图

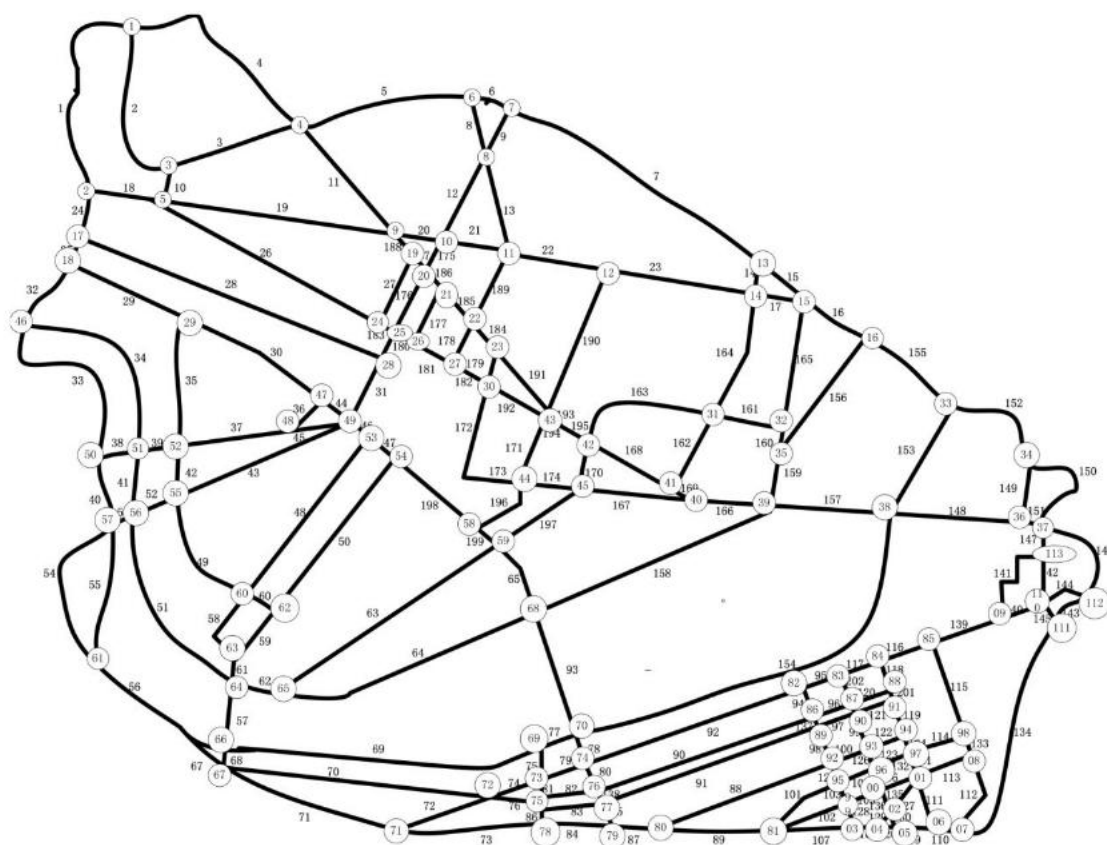


图 5.1.1-2 波士顿城市路网抽象图

### 5.1.2 交通网连通性

此图的性质有：1. 任意结点可达，属于强连通图；2. 任意结点的度均大于二，入度、出度均大于一。这些性质回归到实际道路即是任意道路皆相连，任意道路皆可达，车辆流动单向。

### 5.1.3 非线性规划模型

路段交通流量的约束条件有三类：

- I. 每条道路上的总流量等于该道路上的分流量。
- II. 道路交汇处（一般称为节点）的流量守恒（即流入总量等于流出量之和）。
- III. 决策变量（路段分配的流量）的上限限制。

### 5.1.4 拥堵评价指标体系

将车辆通过该段路网的平均时间作为反映拥堵状况的指标，时间越长则拥堵程度越高。延迟时间的概念：

$$\text{延迟时间} = \text{车辆实际通过时间} - \text{车辆在理想状态下通过时间}$$

其中车辆理想的通过时间是车辆单独通过某一路段的时间；而道路车流量是时刻变化的，单独通过某一路段在现实中是不可能的，随着车流量的增加其实际通过时间必定会出现一定的延迟。

$$\text{拥堵系数} = \text{延迟时间} / \text{总通过时间}$$

可将拥堵程度分为四个等级（常用的方法），见下表：

表 5.1.4-1 道路拥堵评价标准

拥堵系数 $i$	$i < 0.3$	$0.3 < i < 0.6$	$0.6 < i < 0.8$	$0.8 < i$
拥堵程度	畅通	较畅通	拥堵	非常拥堵

## 5.2 路网属性参数估计

### 5.2.1 路网属性参数约束方程

道路属性参数  $\alpha$ ， $\beta$ 。 $\alpha$  为理想通行时间，即车辆单独通过路段的时间； $\beta$  为延迟参数，即每增加单位流量所增加的通行时间。满足如下方程：

$$t = \alpha + \beta \cdot f \quad (5.2.1-1)$$

其中  $t$  为车辆实际通行时间， $f$  为该路段当前流量<sup>[1]</sup>

### 5.2.2 参数曲线拟合求解

由若干路段组成的路网，其总属性（长度，宽度，道路类型）决定了其路阻函数的参数取值以及交通需求。而这些参数值可由每个路段的路况与其流量反映。路网参数值计算方法：其一，根据已知的历史数据拟合出路网参数；其二，从实际出发，若新建道路，即在不可能提前获得历史数据的前提下，可以根据该路段的属性（长度，宽度，容量）和类型（普通公路，二级公路，一级公路，高速公路），近似估计参数值。具体操作：

I. 对于已经建成的可以获得相关数据的路网，已知路段用户通行消耗时间  $t$  与交通流量  $f$  满足函数  $t = \alpha + \beta \cdot f$ ，根据路网内某路段车速  $s$  和交通流量  $f$  数据，拟合出  $f \sim \frac{L}{s}$  关系曲线（其中  $L$  为路段长度），得到路段的独立通行消耗时间  $\alpha$  和延迟参数  $\beta$ <sup>[2]</sup>。

II. 若缺乏相关数据，则根据路段长度，限速近似估计参数  $\alpha$ 。因为参数  $\beta$  的取值在一定范围波动，为此我们可根据已有的历史数据确定波动范围，再结合实际路况近似估计当前路网的参数  $\beta$ 。

对于波士顿城市路网，利用 Google earth 测距功能测得每个路段的长度如下表：

表 5.2.2-1 波士顿部分城区路网参数

路段	长度(km)	路段	长度(km)	路段	长度(km)	路段	长度(km)
1	1.06	52	0.22	103	0.11	154	2.01
2	0.94	53	0.16	104	0.18	155	0.51
3	0.66	54	0.82	105	0.18	156	0.58



# 报名号 # 1545

4	1.04	55	0.71	106	0.11	157	0.55
5	0.85	56	0.36	107	0.42	158	1.17
6	0.19	57	0.19	108	0.10	159	0.38
7	1.41	58	0.47	109	0.21	160	0.15
8	0.30	59	0.32	110	0.08	161	0.36
9	0.26	60	0.16	111	0.24	162	0.37
10	0.12	61	0.14	112	0.39	163	0.66
11	0.68	62	0.27	113	0.27	164	0.65
12	0.44	63	1.26	114	0.26	165	0.62
13	0.46	64	1.28	115	0.51	166	0.36
14	0.14	65	0.37	116	0.26	167	0.54
15	0.37	66	0.29	117	0.19	168	0.46
16	0.24	67	0.31	118	0.19	169	0.12
17	0.32	68	0.14	119	0.20	170	0.22
18	0.40	69	1.49	120	0.21	171	0.33
19	1.13	70	1.13	121	0.23	172	0.43
20	0.23	71	0.84	122	0.22	173	0.25
21	0.30	72	0.39	123	0.21	174	0.30
22	0.52	73	0.76	124	0.09	175	0.17
23	0.72	74	0.37	125	0.10	176	0.36
24	0.32	75	0.22	126	0.09	177	0.32
25	0.18	76	0.34	127	0.23	178	0.24
26	1.33	77	0.24	128	0.11	179	0.18
27	0.37	78	0.13	129	0.12	180	0.10
28	1.55	79	0.26	130	0.10	181	0.24
29	0.62	80	0.18	131	0.12	182	0.18
30	0.77	81	0.09	132	0.12	183	0.10
31	0.35	82	0.28	133	0.13	184	0.17
32	0.36	83	0.29	134	1.07	185	0.26
33	0.97	84	0.37	135	0.23	186	0.11
34	0.99	85	0.13	136	0.10	187	0.09
35	0.60	86	0.07	137	0.03	188	0.13
36	0.18	87	0.15	138	0.04	189	0.36
37	0.58	88	0.97	139	0.36	190	0.75
38	0.16	89	0.61	140	0.19	191	0.36
39	0.19	90	1.10	141	0.40	192	0.31
40	0.34	91	1.10	142	0.17	193	0.18
41	0.31	92	1.09	143	0.21	194	0.16
42	0.24	93	0.63	144	0.20	195	0.11
43	0.81	94	0.16	145	0.16	196	0.33
44	0.14	95	0.18	146	0.51	197	0.48
45	0.18	96	0.17	147	0.19	198	0.55
46	0.15	97	0.17	148	0.55	199	0.14

47	0.12	98	0.18	149	0.33	200	0.12
48	0.91	99	0.19	150	0.55	201	0.04
49	0.59	100	0.18	151	0.08	202	0.19
50	0.91	101	0.39	152	0.54		
51	0.98	102	0.37	153	0.66		

波士顿是美国马萨诸塞州的首府和最大城市，也是新英格兰地区的最大城市。网络搜索([http://translate.google.com.hk/translate?hl=zh-CN&langpair=en%7Czh-CN&u=http://en.wikipedia.org/wiki/Speed\\_limits\\_in\\_the\\_United\\_States](http://translate.google.com.hk/translate?hl=zh-CN&langpair=en%7Czh-CN&u=http://en.wikipedia.org/wiki/Speed_limits_in_the_United_States))得美国马萨诸塞州的城市主干路限速为 55km/h。

自由时间  $\alpha \sim \frac{L}{55}$  ( $L$  路段长度)，计算得：

表 5.2.2-2 波士顿部分城区路网自由时间参数

路段	时间(s)	路段	时间(s)	路段	时间(s)	路段	时间(s)
1	1665.16	52	345.60	103	172.80	154	3157.53
2	1476.65	53	251.35	104	282.76	155	801.16
3	1036.80	54	1288.15	105	282.76	156	911.13
4	1633.75	55	1115.35	106	172.80	157	864.00
5	1335.27	56	565.53	107	659.78	158	1837.96
6	298.47	57	298.47	108	157.09	159	596.95
7	2214.98	58	738.33	109	329.89	160	235.64
8	471.27	59	502.69	110	125.67	161	565.53
9	408.44	60	251.35	111	377.02	162	581.24
10	188.51	61	219.93	112	612.65	163	1036.80
11	1068.22	62	424.15	113	424.15	164	1021.09
12	691.20	63	1979.35	114	408.44	165	973.96
13	722.62	64	2010.76	115	801.16	166	565.53
14	219.93	65	581.24	116	408.44	167	848.29
15	581.24	66	455.56	117	298.47	168	722.62
16	377.02	67	486.98	118	298.47	169	188.51
17	502.69	68	219.93	119	314.18	170	345.60
18	628.36	69	2340.65	120	329.89	171	518.40
19	1775.13	70	1775.13	121	361.31	172	675.49
20	361.31	71	1319.56	122	345.60	173	392.73
21	471.27	72	612.65	123	329.89	174	471.27
22	816.87	73	1193.89	124	141.38	175	267.05
23	1131.05	74	581.24	125	157.09	176	565.53
24	502.69	75	345.60	126	141.38	177	502.69
25	282.76	76	534.11	127	361.31	178	377.02
26	2089.31	77	377.02	128	172.80	179	282.76
27	581.24	78	204.22	129	188.51	180	157.09

28	2434.91	79	408.44	130	157.09	181	377.02
29	973.96	80	282.76	131	188.51	182	282.76
30	1209.60	81	141.38	132	188.51	183	157.09
31	549.82	82	439.85	133	204.22	184	267.05
32	565.53	83	455.56	134	1680.87	185	408.44
33	1523.78	84	581.24	135	361.31	186	172.80
34	1555.20	85	204.22	136	157.09	187	141.38
35	942.55	86	109.96	137	47.13	188	204.22
36	282.76	87	235.64	138	62.84	189	565.53
37	911.13	88	1523.78	139	565.53	190	1178.18
38	251.35	89	958.25	140	298.47	191	565.53
39	298.47	90	1728.00	141	628.36	192	486.98
40	534.11	91	1728.00	142	267.05	193	282.76
41	486.98	92	1712.29	143	329.89	194	251.35
42	377.02	93	989.67	144	314.18	195	172.80
43	1272.44	94	251.35	145	251.35	196	518.40
44	219.93	95	282.76	146	801.16	197	754.04
45	282.76	96	267.05	147	298.47	198	864.00
46	235.64	97	267.05	148	864.00	199	219.93
47	188.51	98	282.76	149	518.40	200	188.51
48	1429.53	99	298.47	150	864.00	201	62.84
49	926.84	100	282.76	151	125.67	202	298.47
50	1429.53	101	612.65	152	848.29		
51	1539.49	102	581.24	153	1036.80		

### 5.3 交通流量之 NASH 均衡求解

#### 5.3.1 非线性规划求解 NASH 均衡解的可行性分析

交通流量在一定公路网内的分布有着一定的规律。若从每辆汽车来考虑，其会选择使自己堵塞时间最短的道路。可以想象有一个协助者（交通流量规律），它会让同一起始点的车辆在选择任意一条路线下的行驶花费时间相同。否则，花费时间较长的那条路线的部分车辆就会改变自己的路线，以缩短自己的行驶时间。也就是说，长期来看，这些车辆在每条道路上的分布将达到均衡状态（即 NASH 均衡，这里的含义就是每辆汽车都不能仅仅通过自身独立改变道路已节省其行驶时间）。在这种想法下，我们建立线性规划模型。交通流的规律要求所有道路上的流量达到均衡，流量的均衡使任何一条路线的出行时间相同且最小。所以出行时间的最小值即为目标函数，但由于交通网的路线过于复杂不便求解，而选取与路线出行时间具有相同单调性的  $\sum t_i \cdot f_i$  作为优化目标可以较好的求解。

评测函数是为了判断交通的拥堵状况，所以用单位车辆平均出行时间描述：



$$A_T = \frac{\sum_i t_i \cdot f_i}{\sum_i f_i} \quad (5.3.1-1)$$

$F_i$  为第  $i$  条路段的交通流量；第  $i$  条路段的用户通行消耗时间由独立通行消耗时间  $\alpha_i$  与延迟时间决定。路段的延迟参数  $\beta_i$  与用户交通流量同时影响延迟时间。关系式如下：

$$t_i = \alpha_i + \beta_i \cdot f_i \quad (5.3.1-2)$$

其中  $\alpha_i$ ， $\beta_i$  已知，见表。

### 5.3.2 LINGO 求解 NASH 均衡解

#### 约束条件

对于一组封闭交通路网，流入该路网的交通流量必然与流出该路网的交通流量相等：

$$\begin{aligned} T &= \sum S \\ T &= \sum O \end{aligned} \quad (5.3.2-1)$$

路网总交通流量  $T$  为流入该路网的总流量  $\sum S$  和流出该路网的总流量  $\sum O$ 。其中  $S$  为起始节点， $O$  为终端节点。

交通网的节点（道路交汇处）的流量守恒（即流入交通流量等于流出交通流量）：

$$\sum N_i = \sum N_o \quad (5.3.2-2)$$

对于交通路网的每一个节点  $N$ ， $\sum N_i$  为所有流入该节点交通流的总流量， $\sum N_o$  为所有流出该节点交通流的总流量，它们满足流量守恒关系。

#### 规划评测模型

综上，由对目标函数，评测函数以及约束条件的分析，给出求解路网均衡解（自然环境下路网的流量分布）和交通拥堵评测的模型。

路网均衡解求解模型：

$$\begin{aligned}
 & \min \quad \sum_i t_i \cdot f_i \\
 & s.t. \quad \sum N_I = \sum N_O \\
 & \quad T = \sum S \\
 & \quad T = \sum O
 \end{aligned} \tag{5.3.2-3}$$

交通拥堵评测系数:

$$A_T = \frac{\sum_i t_i \cdot f_i}{\sum_i f_i} \tag{5.3.2-4}$$

#### 5.4 方案优劣性的量化分析

假设进入波士顿路网的车辆总流量为 5000 (辆)。

##### 5.4.1 路网流量均衡下的道路拥堵状况

令  $T = 5000$ , 利用 LINGO 编程 (程序见附录 8.1) 求解得  $A_T = 3590.590(s)$ , 各路段车流量分配, 拥堵系数及状况如下表:

表 5.4.1-1 路网拥堵系数

路段	流量	拥堵系数	拥堵状况	路段	流量	拥堵系数	拥堵状况
1	2139	0.72	拥堵	102	0	0.00	畅通
2	808	0.73	拥堵	103	908	0.94	非常拥堵
3	808	0.70	拥堵	104	0	0.00	畅通
4	2053	0.86	非常拥堵	105	0	0.00	畅通
5	1954	0.88	非常拥堵	106	22	0.34	较畅通
6	725	0.83	非常拥堵	107	0	0.00	畅通
7	336	0.23	畅通	108	908	0.96	非常拥堵
8	1229	0.89	非常拥堵	109	930	0.92	非常拥堵
9	389	0.66	拥堵	110	930	0.88	非常拥堵
10	0	0.00	畅通	111	0	0.00	畅通
11	907	0.77	拥堵	112	0	0.00	畅通
12	1618	0.90	非常拥堵	113	22	0.13	畅通
13	0	0.00	畅通	114	144	0.26	畅通
14	0	0.00	畅通	115	711	0.64	拥堵
15	336	0.54	较畅通	116	401	0.50	较畅通
16	801	0.81	非常拥堵	117	0	0.00	畅通
17	465	0.74	拥堵	118	401	0.87	非常拥堵
18	389	0.76	拥堵	119	0	0.00	畅通

# 报名号 # 1545

19	0	0.00	畅通	120	0	0.00	畅通
20	506	0.88	非常拥堵	121	401	0.85	非常拥堵
21	506	0.81	非常拥堵	122	76	0.47	较畅通
22	506	0.76	拥堵	123	68	0.17	畅通
23	506	0.47	较畅通	124	76	0.35	较畅通
24	1750	0.87	非常拥堵	125	0	0.00	畅通
25	523	0.88	非常拥堵	126	90	0.66	拥堵
26	389	0.36	较畅通	127	0	0.00	畅通
27	9	0.02	畅通	128	908	0.96	非常拥堵
28	1227	0.72	拥堵	129	270	0.74	拥堵
29	321	0.62	拥堵	130	292	0.85	非常拥堵
30	5	0.01	畅通	131	0	0.00	畅通
31	1227	0.87	非常拥堵	132	0	0.00	畅通
32	202	0.52	较畅通	133	22	0.24	畅通
33	48	0.06	畅通	134	930	0.73	拥堵
34	154	0.28	畅通	135	0	0.00	畅通
35	316	0.63	拥堵	136	22	0.22	畅通
36	0	0.00	畅通	137	567	0.96	非常拥堵
37	0	0.00	畅通	138	0	0.00	畅通
38	0	0.00	畅通	139	1112	0.80	拥堵
39	29	0.16	畅通	140	1112	0.92	非常拥堵
40	48	0.15	畅通	141	0	0.00	畅通
41	125	0.51	较畅通	142	901	0.77	拥堵
42	345	0.73	拥堵	143	1246	0.92	非常拥堵
43	518	0.55	较畅通	144	1697	0.96	非常拥堵
44	5	0.02	畅通	145	316	0.83	非常拥堵
45	0	0.00	畅通	146	2057	0.91	非常拥堵
46	5	0.10	畅通	147	901	0.86	非常拥堵
47	5	0.05	畅通	148	1771	0.67	拥堵
48	0	0.00	畅通	149	0	0.00	畅通
49	0	0.00	畅通	150	1187	0.85	非常拥堵
50	0	0.00	畅通	151	1771	0.98	非常拥堵
51	0	0.00	畅通	152	1187	0.85	非常拥堵
52	173	0.71	拥堵	153	286	0.58	较畅通
53	48	0.49	较畅通	154	0	0.00	畅通
54	0	0.00	畅通	155	901	0.82	非常拥堵
55	0	0.00	畅通	156	100	0.18	畅通
56	0	0.00	畅通	157	2057	0.92	非常拥堵
57	0	0.00	畅通	158	0	0.00	畅通
58	0	0.00	畅通	159	0	0.00	畅通
59	0	0.00	畅通	160	100	0.68	拥堵
60	0	0.00	畅通	161	100	0.41	较畅通

# 报名号 # 1545

61	0	0.00	畅通	162	0	0.00	畅通
62	0	0.00	畅通	163	59	0.05	畅通
63	0	0.00	畅通	164	41	0.14	畅通
64	0	0.00	畅通	165	0	0.00	畅通
65	0	0.00	畅通	166	164	0.54	较畅通
66	0	0.00	畅通	167	0	0.00	畅通
67	567	0.78	拥堵	168	164	0.31	较畅通
68	0	0.00	畅通	169	164	0.78	拥堵
69	0	0.00	畅通	170	0	0.00	畅通
70	365	0.51	较畅通	171	572	0.69	拥堵
71	202	0.38	较畅通	172	567	0.77	拥堵
72	83	0.12	畅通	173	0	0.00	畅通
73	119	0.17	畅通	174	0	0.00	畅通
74	213	0.27	畅通	175	0	0.00	畅通
75	0	0.00	畅通	176	0	0.00	畅通
76	235	0.64	拥堵	177	0	0.00	畅通
77	0	0.00	畅通	178	0	0.00	畅通
78	0	0.00	畅通	179	169	0.54	较畅通
79	213	0.51	较畅通	180	398	0.72	拥堵
80	12	0.04	畅通	181	398	0.68	拥堵
81	0	0.00	畅通	182	398	0.81	非常拥堵
82	354	0.80	非常拥堵	183	398	0.84	非常拥堵
83	0	0.00	畅通	184	392	0.81	非常拥堵
84	0	0.00	畅通	185	392	0.83	非常拥堵
85	0	0.00	畅通	186	392	0.87	非常拥堵
86	119	0.84	非常拥堵	187	392	0.73	拥堵
87	0	0.00	畅通	188	401	0.91	非常拥堵
88	0	0.00	畅通	189	0	0.00	畅通
89	0	0.00	畅通	190	0	0.00	畅通
90	366	0.39	较畅通	191	223	0.61	拥堵
91	0	0.00	畅通	192	0	0.00	畅通
92	201	0.11	畅通	193	0	0.00	畅通
93	0	0.00	畅通	194	0	0.00	畅通
94	201	0.62	拥堵	195	223	0.56	较畅通
95	0	0.00	畅通	196	5	0.05	畅通
96	0	0.00	畅通	197	0	0.00	畅通
97	567	0.86	非常拥堵	198	5	0.02	畅通
98	0	0.00	畅通	199	0	0.00	畅通
99	166	0.63	拥堵	200	638	0.87	非常拥堵
100	0	0.00	畅通	201	401	0.97	非常拥堵
101	0	0.00	畅通	202	0	0.00	畅通

## 5. 4. 2 关闭已拥堵路段后的道路拥堵状况

在上述拥堵系数表中，任意选取某个非常拥堵的路段将其关闭，当  $T = 5000$  时， $A_T = 3739.239(s)$ ，这表明当总流量为 5000 时此方案不可取。为了全面的了解此方案的适用范围，可以从 1000~10000 之间等距选取十组数据，分别得到  $A_T$  的十组取值。利用这十组数据作型值点（程序见附录 8.2），插值曲线如下：

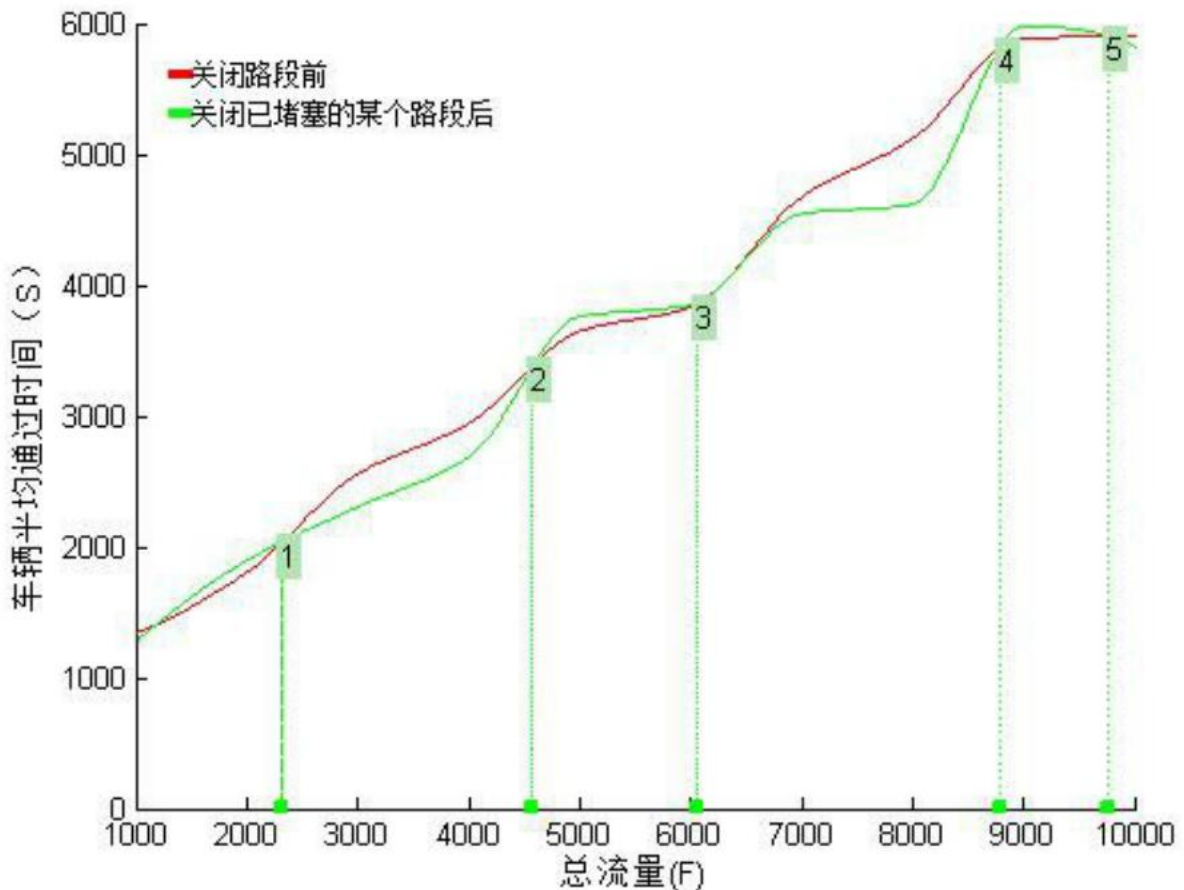


图 5.4.2-1 总流量对关闭已堵塞路段后的道路拥堵状况影响

#### 5.4.3 关闭未拥堵路段后的道路拥堵状况

在上述拥堵系数表中，任意选取某个较通畅的路段将其关闭，当  $T = 5000$  时， $A_T = 3677.356(s)$ ，这表明当总流量为 5000 时此方案不可取，同理，利用型值点插值曲线如下：



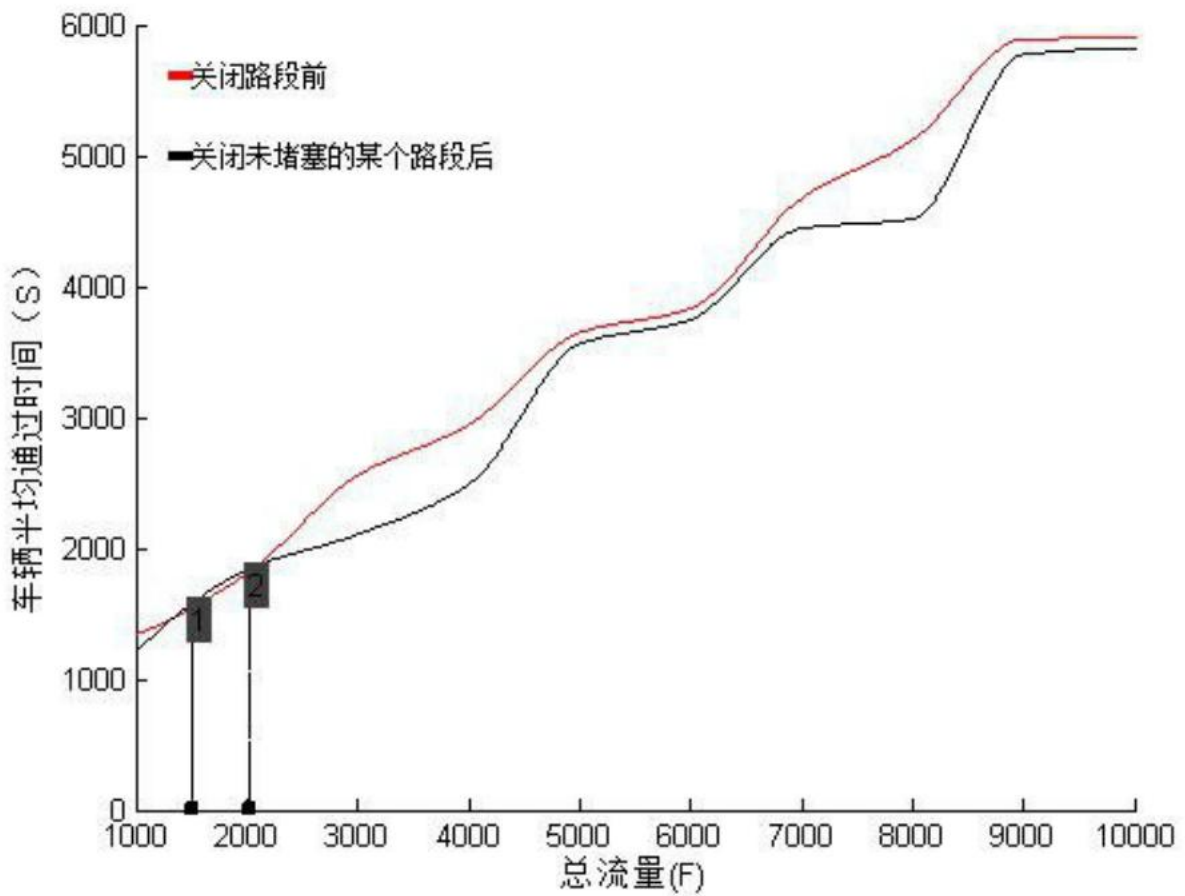


图 5.4.3-1 总流量对关闭未堵塞路段后的道路拥堵状况影响

## 5.5 方案适用范围的数据分析

### 5.5.1 路网总流量变化对道路拥堵状况的影响

当总流量从 1000~10000 变化时，采取不同的选取方案后  $A_T$  的变化曲线如下图：

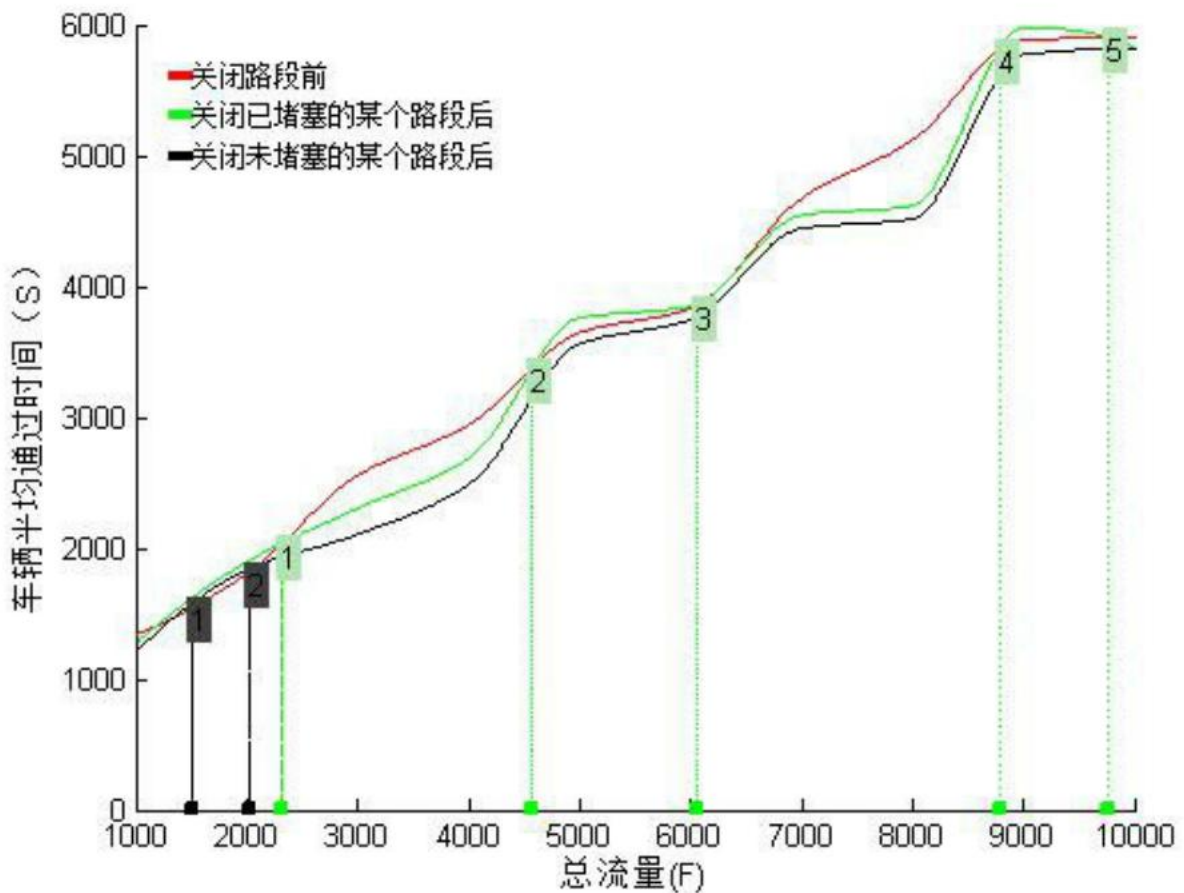


图 5.5.1-1 总流量对道路拥堵状况的影响

### 5.5.2 波士顿路网规划方案适用范围

据图可知，方案一在  $T < 2310$ ,  $4570 < T < 6050$ ,  $8780 < T < 9760$  时均不可取，可见其应用范围较窄；而方案二只有在  $1510 < T < 2020$  时不可取，可见其应用范围较方案一较广。

故具体的方案选择方法如下： $T < 4570$ ，方案一； $4570 < T < 6050$ ，方案二； $6050 < T < 8780$ ，方案一或二； $8780 < T < 9760$ ，方案二。

## 六 模型的评价

本模型结合具体交通实例给出了在发生交通拥堵的情况下，暂时关闭其中的某条道路，可以缓解交通堵塞的结论。并最终提出了关闭确定的路段以缓解交通堵塞的可行性方案。

模型的优点：

- I. 本文建模思想易于理解，模型可操作性强，有广泛的应用价值；
- II. 建模中做了适当的简化，将一个十分复杂的交通图简化为数学模型，既找到了合理的解，又提高了运算速度及效率，这对于数据的分析是大有裨益的；
- III. 由具体实例得出的模型对交通部门管理道路的交通状况具有较大的利用价值。

**模型的缺点:**

本题所讨论的交通状况比较简单,对于复杂交通工程的具体要求显得比较粗糙,主要是由于缺少反映交通路况的基础信息以及外部因素的影响系数。

**模型的推广:**

本题考虑的仅是公路的堵塞问题,我们可以把它推广到通信线路、排水管道的工程问题上。

**七 参考文献**

- [1] 董菁, 张佐; 非合作交通网络中的Braess悖论及其避免; 公路交通科技 vol. 21, No. 5 2004年5月。
- [2] 谢金星, 薛毅, 优化建模与LINDO/LINGO 软件, 北京: 清华大学出版社, 2005。
- [3] 张水潮, 任刚, 王炜; 面向交通规划的城市道路交通拥堵度分析模型; 吉林大学学报, vol. 39, No. 2 2009年9月。
- [4] 王继峰, 陆化普; 公路网布局的多目标优化模型; 武汉理工大学学报, vol. 33 No. 5 2009年10月。
- [5] 张国强, 晏克非; 车辆动态导航中Braess悖论的解决方法及其算法设计; 西安公路交通大学学报, vol. 21, No. 4 2001年10月。
- [6] 俞建; 博弈论: Nash 平衡; 贵州工业大学学报(自然科学版), vol. 33 No. 5 2004年10月。
- [7] 薄瑞峰, 李瑞琴; 基于 Pareto 最优的概念结构方案多目标决策方法; 西安交通大学学报, vol. 40 No. 9 2006年9月。
- [8] 姚婷, 刘亮; Braess悖论及其对偶形式的博弈论分析; 长沙交通学院学报, vol. 23 No. 3 2007年9月。
- [9] 傅白白, 刘法胜; 管理中的 Nash 平衡与 Braess 悖论现象; 运筹与管理, vol. 13 No. 1 2004年2月。

## 八 附录

### 8.1 LINGO求解均衡解程序

```

MODEL:

SETS:
    FLOW/1..202/:F,A,B,C;
    NODE/1..113/:N;
    CONNECT(NODE,FLOW):LINK;
ENDSETS

DATA:
    TRAFICFLOW = 5000;
    A = @OLE('DATA.XLSX','FLOW_A');
    !FLOW_A数据从EXCEL表格中的导入;
    B = @OLE('DATA.XLSX','FLOW_B');
    !FLOW_B数据从EXCEL表格中的导入;
    LINK = @OLE('DATA.XLSX','CONNECT_LINK');
    !CONNECT_LINK数据从EXCEL表格中的导入;
ENDDATA

MIN = @SUM(FLOW(I) : C(I) * F(I));
!以流量为变量的目标函数;

@FOR(FLOW(I) : C(I) = A(I) + B(I) * F(I));
!C(I)值由已知参数与求解的交通流量确定;
@FOR(NODE(I) | I #NE# 1 #AND# I #NE# 112 : @SUM(FLOW(J) : LINK(I,J) * F(J)) =
0);
!交通流量关于节点流量守恒的约束条件;
@SUM(FLOW(I) | I #EQ# 1 #OR# I #EQ# 2 #OR# I #EQ# 4 : F(I)) = TRAFICFLOW;
!交通网入网流量等于起始节点流出流量;
@SUM(FLOW(I) | I #EQ# 143 #OR# I #EQ# 144 #OR# I #EQ# 146 : F(I)) =
TRAFICFLOW;
!交通网出网流量等于终端节点流出流量;

END
    
```

### 8.2 插值多项式曲线的MATLAB程序

```

xlabel('总流量(F)');ylabel('车辆平均通过时间 (S) ');

%路网总流量从1000~10000变化时, 利用LINGO求解的车辆平均通行时间为a,b,c
%其中a为未关闭任何路网前, 不同总流量下车辆平均通过时间
    
```

```
%其中b为关闭已发生堵塞的某路段后，不同总流量下车辆平均通过时间
%其中c为关闭未发生堵塞的某路段后，不同总流量下车辆平均通过时间
x0=1000:1000:10000;
a=[1340.437,1803.088,2555.02,2941.409,3647.233,3831.222,4672.365,5117.351,5889.5
37,5899.528];
b=[1274.174,1894.248,2305.575,2685.291,3759.297,3846.635,4544.764,4616.841,5972.
673,5821.946];
c=[1204.514,1834.567,2105.452,2485.321,3559.345,3746.635,4444.344,4516.441,5772.
433,5821.956];

%利用型值点插值曲线
t=1000:10:10000;
x=interp1(x0,a,t,'cubic');y=interp1(x0,b,t,'cubic');z=interp1(x0,c,t,'cubic');
hold on
plot(t,x,'r','MarkerSize',8);
plot(t,y,'g','MarkerSize',8);
%plot(t,z,'k','MarkerSize',8);

%比较关闭已发生堵塞路段前后整个路网的拥堵程度
ab=[];k=1;m=1;n=length(t);
hold on
for i=1:n
    if(abs(x(i)-y(i))<10)
        if(i-m>50)
            m=i;
            for j=0:x(i)/100:x(i)
                plot(t(i),j,'-g','MarkerSize',3)
            end
            if(k==1)
                text(t(i),j-100,'1','BackgroundColor',[.7 .9 .7]);
            end
            if(k==2)
                text(t(i),j-100,'2','BackgroundColor',[.7 .9 .7]);
            end
            if(k==3)
                text(t(i),j-100,'3','BackgroundColor',[.7 .9 .7]);
            end
            if(k==4)
                text(t(i),j-100,'4','BackgroundColor',[.7 .9 .7]);
            end
            if(k==5)
                text(t(i),j-100,'5','BackgroundColor',[.7 .9 .7]);
            end
            if(k==6)
```



```

        text(t(i),j-100,'6','BackgroundColor',[.7 .9 .7]);
    end
    ab(k)=t(i);k=k+1;
end
end
end
plot(ab,1,'--rs','LineWidth',2,...
      'MarkerEdgeColor','g',...
      'MarkerFaceColor','g',...
      'MarkerSize',3);
plot([1300,1500],[5600,5600],'r','LineWidth',3);
text(1500,5600,'关闭路段前','FontSize',8);
plot([1300,1500],[5300,5300],'g','LineWidth',3);
text(1500,5300,'关闭已堵塞的某个路段后','FontSize',8);
hold off;
%输出重合点的流量值ab

%比较关闭未发生堵塞路段前后整个路网的拥堵程度
ac=[];k=1;m=1;
hold on
for i=1:n
    if(abs(x(i)-z(i))<40)
        if(i-m>50)
            m=i;
            for j=0:x(i)/100:x(i)
                plot(t(i),j,'-k','MarkerSize',3)
            end
            if(k==1)
                text(t(i),j-100,'1','BackgroundColor',[.255 .255 .255]);
            end
            if(k==2)
                text(t(i),j-100,'2','BackgroundColor',[.255 .255 .255]);
            end
            if(k==3)
                text(t(i),j-100,'3','BackgroundColor',[.255 .255 .255]);
            end
            if(k==4)
                text(t(i),j-100,'4','BackgroundColor',[.255 .255 .255]);
            end
            if(k==5)
                text(t(i),j-100,'5','BackgroundColor',[.255 .255 .255]);
            end
            if(k==6)
                text(t(i),j-100,'6','BackgroundColor',[.255 .255 .255]);
            end
        end
    end
end

```

```

        end
        ac(k)=t(i);k=k+1;
    end
end
end
plot(ac,1,'--rs','LineWidth',2,...
      'MarkerEdgeColor','k',...
      'MarkerFaceColor','k',...
      'MarkerSize',3);
plot([1300,1500],[5600,5600],'r','LineWidth',3);
text(1500,5600,'关闭路段前','FontSize',8);
plot([1300,1500],[5000,5000],'k','LineWidth',3);
text(1500,5000,'关闭未堵塞的某个路段后','FontSize',8);
hold off;
%输出重合点的流量值ac

```