

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第五届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：#1355

参赛队员（签名）：

李子钰
白洋
李跃青

队员 1：李子钰

队员 2：白洋

队员 3：李跃青

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：本科组

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：
#1355

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2012 年第五届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 B 题：评估“白屋顶计划”对降低城市热岛效应起到的作用

关 键 词 白屋顶计划，热岛效应，差分方程组，稳定性模型，迭代算法

摘 要：

本文建立了一个数学模型来证明“白屋顶计划”如何减轻城市热岛效应。

一个城市有很多不同类型的地表状况，为了简化问题，我们将市区分为两部分：屋顶区域和非屋顶区域。这两种类型的区域有不同的阳光反射率。我们还考虑了大气的透光性，它表示了大气逆辐射对我们的模型的影响。这些关键数据全部都从“白屋顶计划”官方网站获得。由于太阳光在大气中的吸收和反射是一个持续的无限过程，我们使用差分方程系统来建立模型。此外，为了使数学模型有说服力，我们计算了差分方程组的特征行列式，以确认所得结果将在数万次迭代后收敛。

然后，我们使用 Matlab 进行计算。结果表明，使用白色屋顶时平均热岛效应降低 37.73%。因为每个城市都有不同的大气透光率，我们画出图形以显示热岛效应减少率随大气透光率变化的曲线，并给出了针对该模型的建议，这对具有不同空气质量状况的城市是很有参考价值的。

关键词：白屋顶计划，热岛效应，差分方程组，稳定性模型，迭代算法

参赛队号 1355

参赛密码 _____
(由组委会填写)

所选题目 B

Abstract

This paper solves the problem of building a mathematical model to demonstrate how the “White Roof Project” mitigates the urban heat island effect.

There are many different types of landscape in a city. To simplify the problem, we divide the urban area into two parts: white roof area and non-white roof area. These two types of area have different sunlight albedos. We also consider the atmospheric light transmittance, which denotes the influence of atmospheric counter radiation on our model. We obtain these data directly from the “White Roof Project” website to ensure the input of our model is correct. Because the absorption and reflection of sunlight in atmosphere is an on-going infinite procedure, we use the difference equations system to build our model. Also, to make our math method convincing, we calculate the characteristic determinant of the difference equations to confirm our result will be convergence after tens of thousands iteration.

We then use Matlab to calculate the result. It shows that the mean heat island effect decreases by 37% when building white roof instead of doing nothing. Because each city has different atmospheric light transmittance, we draw a figure to show the change of the heat island effect decrease rate according to the variance of the atmospheric counter radiation. We also provide some advises for the application of this project. This will be very useful for different cities with different air quality condition.

Key words: White roof project, heat island effect, difference equations system, dynamic stability model, iterative algorithm

一、问题的提出

夏天的城市气温往往格外炎热，这被称为热岛效应。有专家提出，将城市建筑的屋顶漆成白色，减小对阳光的吸收率，可以使城市的气温降低，进而达到节能和环保的效果。包括美国能源部长、诺贝尔物理学奖获得者朱棣文在内的一些专家都对这个方案表示支持，但同时也有一些反对意见。请你建立合理的数学模型，评估“白屋顶计划”对降低城市热岛效应起到的作用。

二、问题的分析

太阳光到达地球大气层后一部分被散射回太空，剩下的光会通过大气层到达地面，当一定能量的光通过大气层后剩下的部分与原来的光的能量的比称之为光通过大气层的透过率。

透过大气层到达地面的光一部分照到白色屋顶部分，剩下部分照到非屋顶部分。照到屋顶部分的光又分为两部分，一部分被屋顶吸收，一部分被反射回大气层；照到非屋顶的部分的光也分为两部分，一部分被吸收，一部分被反射回大气层。反射回大气层的光又分为两部分，透过大气层，一部分被反射回地面。如此循环往复，一定能量的光经过：通过大气层、被吸收、被反射，在经过大气层、被吸收、被反射，屋顶每次吸收的光的能量越来越少，趋向于零，最后该一定能量的太阳光被屋顶吸收的部分趋向于一个定值。

太阳光在被不断吸收，反射的过程中符合的是一个差分方程组，通过差分方程组的数学模型可以求得上述定值。

三、模型的假设

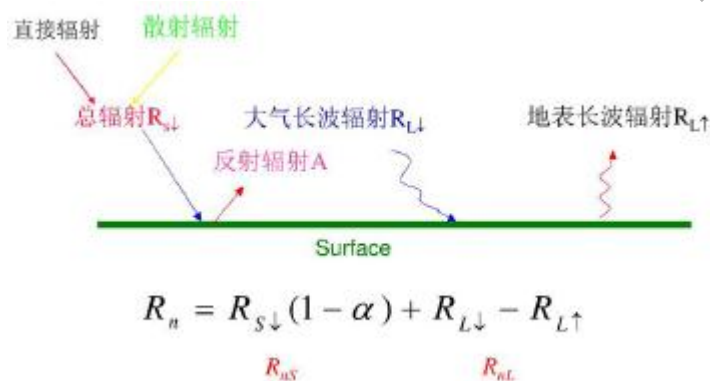
- 1、 不考虑阴雨天，假设所选天气是晴天，且没有云层；
- 2、 假设大地是一个水平面，大气是平行于大地的水平面，屋顶也是平行于大地的水平面；
- 3、 假设大气层是有厚度的，均匀的；
- 4、 假设光线是垂直于地面的；
- 5、 一束光线所带的能量为单位 1。

四、符号的说明

S_0	一束光所带的原始能量（因为不考虑具体的能量，所以在后面的计算中取作单位 1）
b_1	白色屋顶对阳光的吸收率
b_2	非屋顶表面对阳光的吸收率
a	阳光通过一次大气层的透过率
x_n	该束光第 n 次到达白屋顶，白屋顶吸收的能量
y_n	该束光第 n 次到达地面（柏油水泥马路，非屋顶部分），其吸收的能量
x_n'	该束光第 n 次到达普通屋顶，普通屋顶吸收的能量
E	一束光被白色屋顶吸收的总能量
E'	一束光被普通屋顶吸收的总能量
w	使用白屋顶后降低热岛效应的效率

五、模型的建立和求解

（一）、 a 的求法



如上图^[2]，大气向下放射的长波辐射称为大气的逆辐射 $R_{L\downarrow}$ 。地面向上放射的长波辐射和地面反射的部分逆辐射之和，称之为地面长波辐射 $R_{L\uparrow}$ 。

1、逆辐射 $R_{L\downarrow}$

参赛队号 # 1355

大气逆辐射取决于大气层的温度与湿度的垂直分布，并且和云的状况有密切关系，但是没有显著的日变化。大气逆辐射由两部分组成：一部分来自大气本身的热辐射，主要是地面以上 1-2km 的水汽和二氧化碳的辐射；另一部分来自云的热辐射。它是云体发出并经过大气窗口而达到地面的长波辐射。

晴天的长波辐射通量密度 $R_{L\downarrow}$ ：

$$R_{L\downarrow} = \varepsilon_0 \sigma T_a^4 \quad \varepsilon_0 = \frac{5.31 \times 10^{-14}}{\sigma} T_a^2$$

式中 T_a 是气温； ε_0 是晴天的大气视发射率；

2、长波辐射 $R_{L\uparrow}$ ：

$$R_{L\uparrow} = \varepsilon_s \sigma T_s^4 + (1 - \varepsilon_s) R_{L\downarrow}$$

式中 T_s 是气温； ε_s 是地表的比辐射率。

比辐射率不仅地表物体的组成成分，而且与物体的表面状态和物理性质有关，并随着测定的辐射能波长、观测角度的变化而变化。地表比辐射率一般在 0.85-0.99 之间。

典型平均比辐射率		典型平均比辐射率	
物 质	8~14μm	物 质	8~14μm
清 水	0.98~0.99	水泥混凝土	0.92~0.94
湿 雪	0.98~0.99	油 漆	0.90~0.96
人的皮肤	0.97~0.99	干植被	0.88~0.94
粗 冰	0.97~0.98	干 雪	0.85~0.90
健康绿色植被	0.96~0.99	花岗岩	0.83~0.87
湿 土	0.95~0.98	玻 璃	0.77~0.81
沥青混凝土	0.94~0.97	粗铁片	0.63~0.70
砖	0.93~0.94	光滑金属	0.16~0.21
木	0.93~0.94	铝 箔	0.03~0.07
玄武岩	0.92~0.96	亮 金	0.02~0.03
干矿物质土	0.92~0.94		

3、求 a

$$\text{从上面可以看出 } a = \frac{R_s}{R_n}$$

由于大气对电磁波散射和吸收等因素的影响，使一部分波段的太阳辐射在大气层中的透过率很小或根本无法通过。电磁波辐射在大气传输中透过率较高的波段称为大气窗口。为了利用地面目标反射或辐射的电磁波信息成像，遥感中对地物特性进行探测的电磁波“通道”应选择在大气窗口内。目前在遥感中使用的一些大气窗口为：

1、0.3~1.155 μm，包括部分紫外光、全部可见光和部分近红外，即紫外、可见光、近红外波段。这一波段是摄影成像的最佳波段，也是许多卫星遥感扫描成像的常用波段。比如，Landsat 卫星的 TM 的 1~4 波段；SPOT 卫星的 HRV 波

参赛队号 # 1355

段等。其中： $0.3\sim 0.4\mu\text{m}$ ，透过率约为 70%； $0.4\sim 0.7\mu\text{m}$ ，透过率大于 95%； $0.7\sim 1.1\mu\text{m}$ ，透过率约为 80%。

2、 $1.4\sim 1.9\mu\text{m}$ ，近红外窗口，透过率为 60%~95%，其中 $1.55\sim 1.75\mu\text{m}$ 透过率较高。该波段在白天日照条件好的时候扫描成像常用这些波段。比如，TM 的 5、7b 波段等用以探测植物含水量以及云、雪或用于地质制图等。

3、 $2.0\sim 2.5\mu\text{m}$ ，近红外窗口，透过率约 80%。

4、 $3.5\sim 5.0\mu\text{m}$ ，中红外窗口，透过率为 60%~70%。该波段物体的热辐射较强。这一区间除了地面物体反射太阳辐射外，地面物体自身也有长波辐射。比如，NOV 卫星的 AVHRR 传感器用 $3.55\sim 3.93\mu\text{m}$ 探测海面温度，获得昼夜云图。

5、 $8.0\sim 14.0\mu\text{m}$ ，热红外窗口，透过率约 80%。主要来自物体热辐射的能量，适于夜间成像，测量探测目标的地物温度。

6、 $1.0\sim 1.8\text{mm}$ ，微波窗口，透过率约 35%~40%。

7、 $2.0\sim 5.0\text{mm}$ ，微波窗口，透过率约 50%~70%。

8、 $8.0\sim 1000.0\text{mm}$ ，微波窗口，透过率约 100%。由于微波具有穿云透雾的特性，因此具有全天候、全天时的工作特点。而且由前面的被动遥感波段过渡到微波的主动遥感波段。

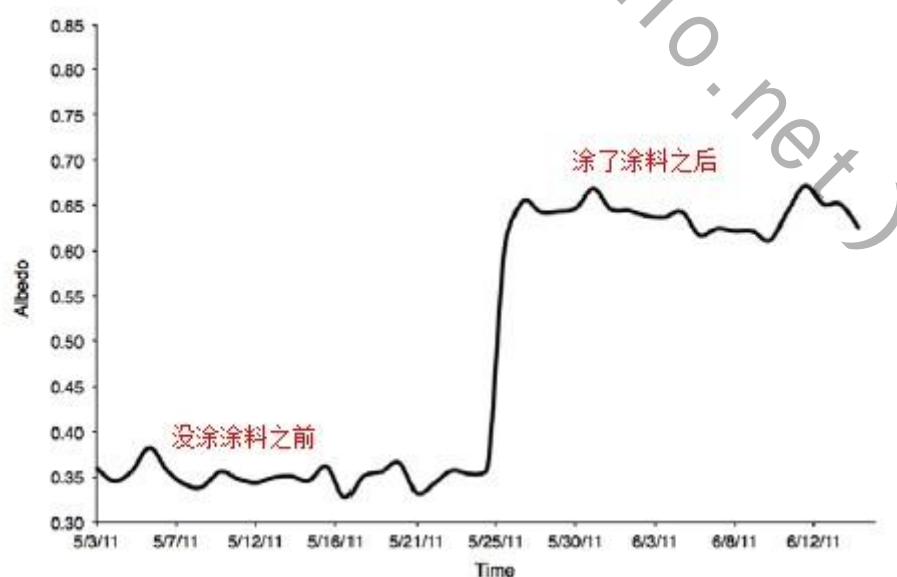
太阳光中各波段光所占比例大概是可见光占 50%，红外线占 43%，微波占 7%。
a 为各波段光的透过率的加权平均：

$$a = 0.5 \times 0.8 + 0.43 \times 0.75 + 0.07 \times 0.5 = 0.7575$$

(二) b_1 、 b_2 的求法

b_1 、 b_2 分别是白色屋顶和非屋顶部分对光的吸收率，也是各种物质的比辐射率。

非屋顶部分主要是有沥青混凝土和水泥混凝土构成组成，所以 $b_2 = 0.94$ 。下图是“白屋顶计划”官方论文^[1]中屋顶涂涂料之前和之后阳光反射率变化的坐标图。



白色涂料屋顶对阳光的吸收率也就是比辐射率，根据“白屋顶计划”官方论文^[1]，

参赛队号 # 1355

丙烯酸涂料参数如下表所示：

初始阳光反射率	反射率年均递减率	使用年限	安装成本
0.75	0.15	2 年	\$120/m ²

则丙烯酸涂料平均反射率为 0.6，所以得 $b_1 = 0.4$ 。

(三) 模型建立

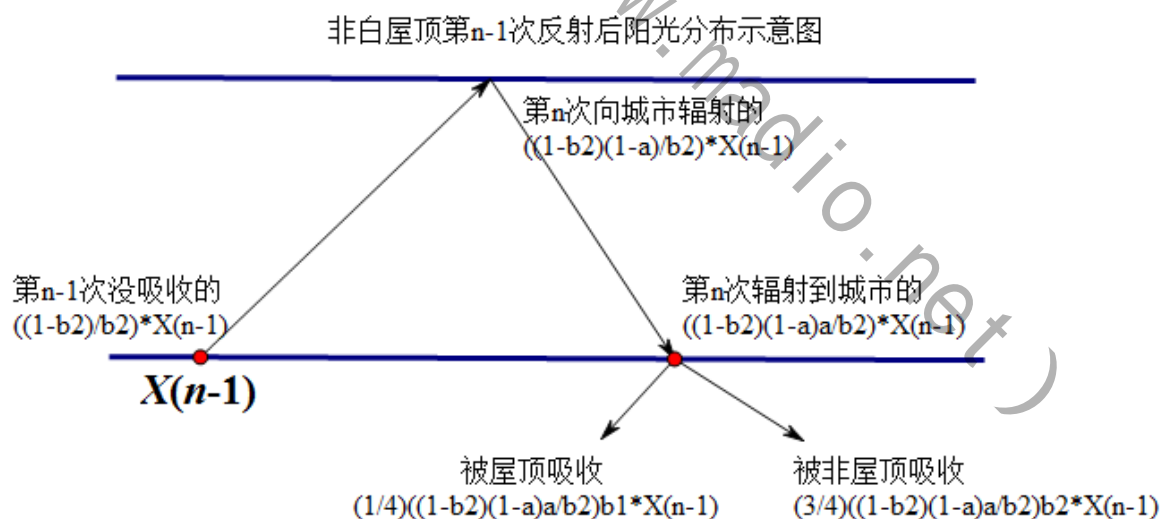
查资料得在城市中午，住房面积占城市的 25%，所以屋顶的面积占城市的 25%，非屋顶部分占得面积的 75%。

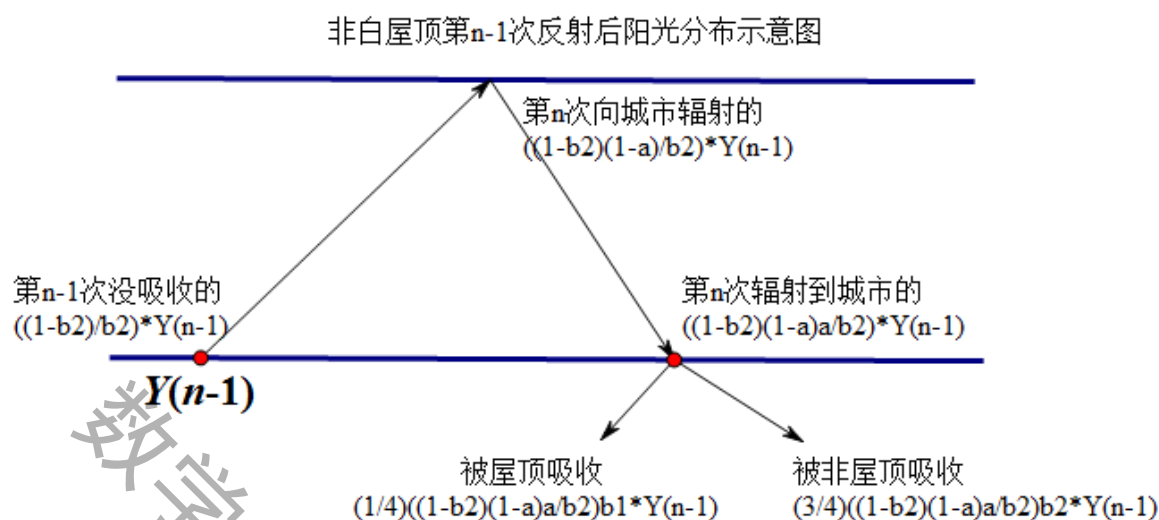
所带能量为单位 1 的阳光通过大气层后，由于大气层的透过率为 a ，所以到达地面的太阳光的能量为 a ，

屋顶吸收的光的能量为 $x_1 = 0.25 \times a \times b_1$ ，非屋顶部分吸收的光的能量 $y_1 = 0.75 \times a \times b_2$ 。

屋顶反射的光的能量 $x_{11} = 0.25 \times a \times (1 - b_1)$ ，非屋顶部分吸收的光的能量 $y_{11} = 0.75 \times a \times (1 - b_2)$ 。这部分反射光又会通过大气层，一部分会通过大气层消失在太空中，另一部分会被大气层中的物质逆辐射回到地面，逆辐射到地面的部分为 $x_{111} = 0.25 \times a \times (1 - b_1) \times a \times (1 - a) \times b_1$ 和 $y_{111} = 0.75 \times a \times (1 - b_2) \times a \times (1 - a) \times b_2$ 。这两部分光又一次被屋顶部分和非顶部分吸收和反射，如此不断进行下去...

下面是第 $n-1$ 次屋顶吸收一部分阳光后反射剩余阳光，并产生大气逆辐射回到城市表面完成第 n 次吸收和反射的过程示意图：





若这束光第 $n-1$ 次到达地面, 屋顶部分吸收的能量是 x_{n-1} , 非屋顶部分吸收的能量是 y_{n-1} , 第 n 次到达地面时, 屋顶部分和非屋顶部分吸收的光的能量是

$$x_n = 0.25 \times a \times (1-a) \times b_1 \times \left(\frac{1-b_1}{b_1} \times x_{n-1} + \frac{1-b_2}{b_2} \times y_{n-1} \right)$$

$$y_n = 0.75 \times a \times (1-a) \times b_2 \times \left(\frac{1-b_1}{b_1} \times x_{n-1} + \frac{1-b_2}{b_2} \times y_{n-1} \right)$$

(四) 模型求解

为了判断上述递推方程组的稳定性, 将上述递推公式转换成差分方程

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_{n+1} - x_n = 0.25 \times a \times (1-a) \times b_1 \times \left(\frac{1-b_1}{b_1} \times x_n + \frac{1-b_2}{b_2} \times y_n \right) - x_n \\ &= (0.25 \times a \times (1-a) \times (1-b_1) - 1) \times x_n + 0.25 \times a \times (1-a) \times b_1 \\ &\quad \times \frac{1-b_2}{b_2} \times y_n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= y_{n+1} - y_n = 0.75 \times a \times (1-a) \times b_2 \times \left(\frac{1-b_1}{b_1} \times x_n + \frac{1-b_2}{b_2} \times y_n \right) - y_n \\ &= 0.75 \times a \times (1-a) \times b_2 \times \frac{1-b_1}{b_1} \times x_n + (0.75 \times a \times (1-a) \times (1-b_2) \\ &\quad - 1) \times y_n \end{aligned}$$

所以

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.25a(1-a)b_1 \frac{1-b_1}{b_1} & -0.25a(1-a)b_1 \frac{1-b_2}{b_2} \\ -0.75a(1-a)b_2 \frac{1-b_1}{b_1} & -0.75a(1-a)b_2 \frac{1-b_2}{b_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} = 0$$

上述差分方程的系数矩阵是

$$\begin{pmatrix} -0.25a(1-a)b_1 \frac{1-b_1}{b_1} & -0.25a(1-a)b_1 \frac{1-b_2}{b_2} \\ -0.75a(1-a)b_2 \frac{1-b_1}{b_1} & -0.75a(1-a)b_2 \frac{1-b_2}{b_2} \end{pmatrix}$$

其中 $a=0.7575$, $b_1=0.4$, $b_2=0.94$, 所以系数矩阵为:

$$\begin{pmatrix} -0.0276 & -0.0012 \\ -0.1943 & -0.0083 \end{pmatrix},$$

所以特征方程为:

$$\begin{vmatrix} x+0.0276 & 0.0012 \\ 0.1943 & x+0.0083 \end{vmatrix} = 0,$$

求得特征根为:

$$x_1 = -0.03601$$

$$x_2 = 0.000113$$

都是在单位圆内, 所以系统是稳定的。

一束光最终被白屋顶吸收的能量为:

$$E = \sum_{n=1}^{\infty} x_n,$$

因为普通屋顶的阳光吸收率为 0.65, 用 0.65 代换前面的 $b_1=0.4$, 所以一束光最终被普通屋顶吸收的能量为:

$$E' = \sum_{n=1}^{\infty} x_n',$$

其中普通屋顶的阳光吸收率等于非屋顶表面的阳光吸收率。

使用白屋顶后降低热岛的效率为:

$$w = \frac{E' - E}{E},$$

利用 Matlab 软件迭代多次得：

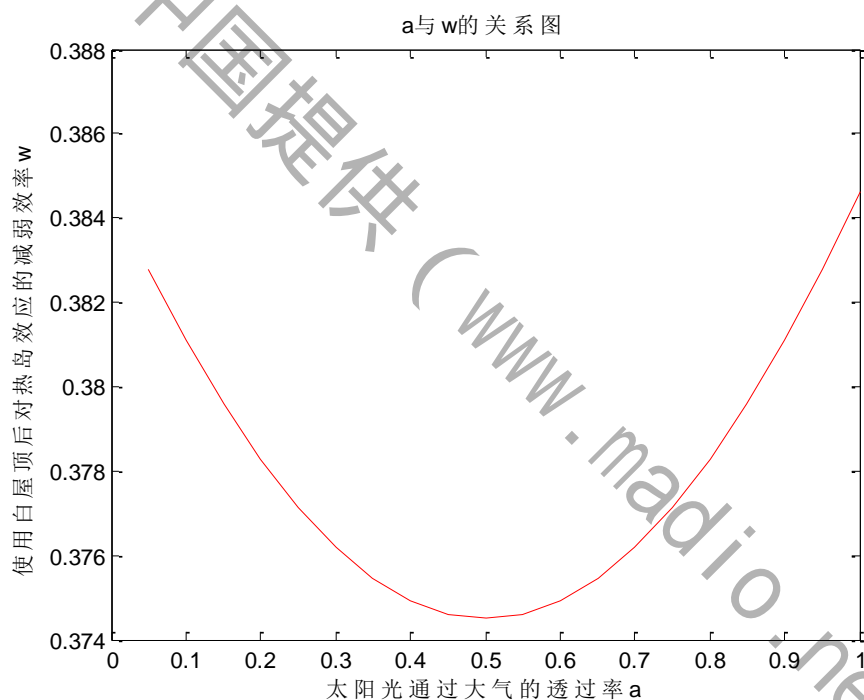
$$w \approx 37.73\%,$$

其中 Matlab 源代码见[附录一](#)。

六、模型的分析

(一) 分析参数 a 的灵敏性

使用白屋顶后降低热岛的效率 w 会因为阳光通过一次大气层的透过率 a 的改变而发生相应的变化，如图所示：

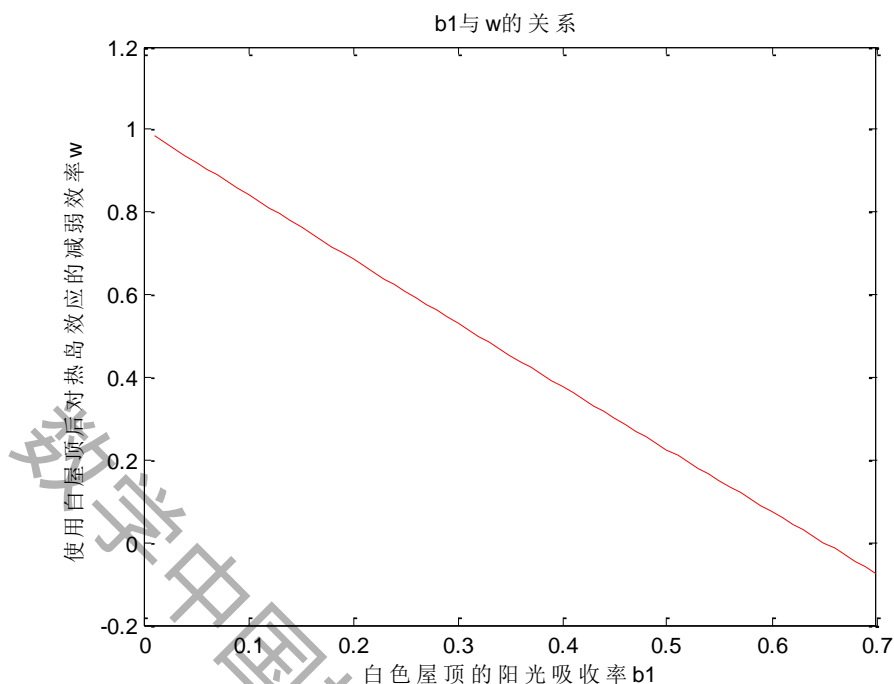


可见，当 a 大于 0.5 后， w 会随 a 的增大而增大。一般人类生活的环境是不允许 a 小于 0.5 的，因为这样会严重影响地球生命的生存。

此图的 Matlab 源代码见[附录二](#)。

(二) 分析参数 b_1 的灵敏性

使用白屋顶后降低热岛的效率 w 会因为阳光通过一次大气层的透过率 b_1 的改变而发生相应的变化，如图所示：



可见， w 会随 b_1 的增大而减小，可近似看作是线性递减。
此图的 Matlab 源代码见[附录三](#)。

（三） 分析 w 的变化范围

考虑到此模型中假设天气是没有云的晴天，但实际天气不可能一直如此，即大气层的阳光透过率 $a < 0.7575$ 。长久来看大气层的阳光透过率 a 的平均值不可能低于 0.5，否则地球上的生命将无法生存，以此 $0.5 < a \leq 0.7575$ 。由 a 和 w 的关系图知 $w \leq 37.73\%$ 。

在考虑白屋顶涂料的反光效率会随时间的延续逐渐变低，每年反光率衰减 15% 左右。大约经过两年，白屋顶的反光率就会衰减的和普通屋顶一样。所以 $b_1 \geq 0.4$ ，从而 $w \leq 37.73\%$ 。当 $b_1 = 0.65$ 时，白色涂料完全已经失去效果，和普通屋顶毫无差别。所以不可能出现 $b_1 > 0.65$ ，也即 $0 \leq w \leq 37.73\%$ 。

七、模型的建议

1、从太阳光透过大气层的透过率可以看出，当透过率为 50% 时，白色屋顶的减少的热岛效应最小，当大气层的透过度大于 50% 后，透过度越大，白色屋顶减少热岛效应越多，所以保持环境良好，减少空气中的悬浮颗粒，可以增加白色屋顶减少热岛效应的效果。

2、白色屋顶的缺点是易脏，吸收率也会随着时间的推移不断增高，白色屋顶吸收率为 40%，一般屋顶的吸收率为 65%，研究表明白色屋顶的吸收率以每年 10%-15% 的速率增加，所以新涂的涂料会在两年后吸收率和一般屋顶相差无几，所以建议，涂料的更新周期为两年一次。

3、如果大面积使用白色屋顶，必然会造成一定程度的光污染。所以应该谨慎规划使用白色屋顶建筑。避免有白色屋顶的矮建筑旁边紧挨高层建筑。

4、登上高层建筑的市民可以佩戴太阳眼镜，尽量避免长期凝望矮建筑的白屋顶，以避免患“雪盲症”。

5、白屋顶涂料成本较高，约为 $\$120/\text{m}^2$ ，而且使用周期较短，一般人难以承担这个费用。所以，应从政府财政中拨款来推行“白屋顶计划”。

八、模型的评价

（一）模型的优点：

1、该模型以计算热岛效应减轻比率为目标，可以合理地忽略很多参数而得到准确的结果，是我们在模型简化上的一大创新。在模型中，我们以一束能量为单位 1 的光线为研究对象，这样就避免了光能和热能之间繁琐的转化，从而使模型更加简单明了。同时，对于非垂直入射的光线，也只用考虑垂直于地面的分量。因此，不用考虑不同时间段阳光的方向会发生改变。所以，假设光线是垂直于地面的是完全合理的。最后，模型简化为以迭代算法求稳定性模型的极限的问题，非常适合用计算机进行模拟。

2、相对于地球表面，城市的面积是很小的。因此，假设大地是一个水平面，大气是平行于大地的水平面，屋顶也是平行于大地的水平面是合理的。

（二）模型的误差分析和扩展：

1、一个城市的天气变幻莫测，没有一朵云层的晴天更是不太可能出现。因此，假设所选天气是晴天，且没有云层，会给最后的结果造成一些误差。完善模型将简单的天气变化因素考虑在内，是我们下一阶段的研究重点。

2、模型假设大气层的物理性质是均匀一致的，但实际情况并非如此，这也给最后的结果带来一定误差，下一阶段我们将把这一因素考虑在内以获得更准确的结果。

九、参考文献

- [1] S R Gaffin, M Imhoff, Bright is the new black—multi-year performance of high-albedo roofs in an urban climate, 2012
- [2] 刘绍民, 大气物理学, 北京师范大学, 2007
- [3] 姜启源, 谢金星等, 数学模型.北京市西城区.高等教育出版社, 2011
- [4] 薛定宇, 陈阳泉等, 高等应用数学问题的 MATLAB 求解.北京清华大学.清华大学出版社, 2008
- [5] Mark M. Meerschaert, 《数学建模方法与分析》刘来福译, 北京西城区, 机械工业出版社 2010

数学中国提供 (www.madio.net)

附录

附录一：

1、Matlab 源代码：

```
clear all;
close all;
clc;
a=0.7575;%大气层的透过率
b1=[0.4 0.65];%屋顶表面的阳光吸收率
b2=[0.94 0.94];%非屋顶表面的阳光吸收率
n=10000;
x0_w=0.25*a*b1(1);
y0_w=0.75*a*b2(1);
x0_d=0.25*a*b1(2);
y0_d=0.75*a*b2(2);
E_w=x0_w;%初始白屋顶吸收能量
E_d=x0_d;%初始普通屋顶吸收能量
for i=1:n

x1_w=0.25*a*(1-a)*b1(1)*(x0_w*(1-b1(1))/b1(1)+y0_w*(1-b2(1))/b2(1));

y1_w=0.75*a*(1-a)*b2(1)*(x0_w*(1-b1(1))/b1(1)+y0_w*(1-b2(1))/b2(1));
    E_w=E_w+x1_w;
    x0_w=x1_w;
    y0_w=y1_w;

x1_d=0.25*a*(1-a)*b1(2)*(x0_d*(1-b1(2))/b1(2)+y0_d*(1-b2(2))/b2(2));

y1_d=0.75*a*(1-a)*b2(2)*(x0_d*(1-b1(2))/b1(2)+y0_d*(1-b2(2))/b2(2));
    E_d=E_d+x1_d;
    x0_d=x1_d;
    y0_d=y1_d;
end
disp(' 白屋顶吸收的阳光吸收率： ');
disp(E_w);
disp(' 普通屋顶吸收的阳光吸收率： ');
disp(E_d);
w=(E_d-E_w)/E_d;%使用白屋顶后减少光吸收的效率
disp(' 白屋顶比普通屋顶少吸收： ')
disp(w);
```


参赛队号 # 1355

2、C 语言源代码：

```
#include <stdio.h>
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    double a = 0.7575;
```

```
    double b1 = 0.4;
```

```
    double _b1 = 0.65;
```

```
    double b2 = 0.94;
```

```
    int n = 10000;
```

```
    int index;
```

```
    double x0 = 0.25 * a * b1;
```

```
    double y0 = 0.75 * a * b2;
```

```
    double _x0 = 0.25 * a * _b1;
```

```
    double _y0 = 0.75 * a * b2;
```

```
    double x1, y1, _x1, _y1;
```

```
        double E = x0;
```

```
    double _E = _x0;
```

```
    for(index = 0; index < n; index++){
```

```
        x1 = 0.25 * a * (1 - a) * b1 * ((1 - b1) / b1 * x0 + (1 - b2) / b2  
* y0);
```

```
        y1 = 0.75 * a * (1 - a) * b2 * ((1 - b1) / b1 * x0 + (1 - b2) / b2  
* y0);
```

```
        _x1 = 0.25 * a * (1 - a) * _b1 * ((1 - _b1) / _b1 * _x0 + (1 - b2)  
/ b2 * _y0);
```

```
        _y1 = 0.75 * a * (1 - a) * b2 * ((1 - _b1) / _b1 * _x0 + (1 - b2) /  
b2 * _y0);
```

```
        E += x1;
```

```
        _E += _x1;
```

```
        x0 = x1;
```

```
        y0 = y1;
```

```
        _x0 = _x1;
```

```
        _y0 = _y1;
```

```
    }
```

```
    printf("%g\n", (_E - E) / _E);
```

```
}
```

附录二：

```

clear all;
close all;
clc;
a0=[0:0.05:1];%大气层的透过率
b1=[0.4 0.65];%屋顶表面的阳光吸收率
b2=[0.94 0.94];%非屋顶表面的阳光吸收率
n=10000;
w0=[];

for a=a0
    x0_w=0.25*a*b1(1);
    y0_w=0.75*a*b2(1);
    x0_d=0.25*a*b1(2);
    y0_d=0.75*a*b2(2);
    E_w=x0_w;%初始白屋顶吸收能量
    E_d=x0_d;%初始普通屋顶吸收能量

    for i=1:n

        x1_w=0.25*a*(1-a)*b1(1)*(x0_w*(1-b1(1))/b1(1)+y0_w*(1-b2(1))/b2(1));

        y1_w=0.75*a*(1-a)*b2(1)*(x0_w*(1-b1(1))/b1(1)+y0_w*(1-b2(1))/b2(1));
        E_w=E_w+x1_w;
        x0_w=x1_w;
        y0_w=y1_w;

        x1_d=0.25*a*(1-a)*b1(2)*(x0_d*(1-b1(2))/b1(2)+y0_d*(1-b2(2))/b2(2));

        y1_d=0.75*a*(1-a)*b2(2)*(x0_d*(1-b1(2))/b1(2)+y0_d*(1-b2(2))/b2(2));
        E_d=E_d+x1_d;
        x0_d=x1_d;
        y0_d=y1_d;
    end
    w=(E_d-E_w)/E_d;
    w0=[w0 w];
end
plot(a0,w0,'r-');
xlabel('太阳光通过大气的透过率 a');
ylabel('使用白屋顶后对热岛效应的减弱效率 w');
title('a 与 w 的关系图')

```

附录三：

```
clear all;
close all;
clc;
a=0.7575;%大气层的透过率
b0=[0:0.01:0.7];%屋顶表面的阳光吸收率的变化范围
w0=[];
for b=b0
    b1=[b 0.65];%屋顶表面的阳光吸收率
    b2=[0.94 0.94];%非屋顶表面的阳光吸收率
    n=10000;
    x0_w=0.25*a*b1(1);
    y0_w=0.75*a*b2(1);
    x0_d=0.25*a*b1(2);
    y0_d=0.75*a*b2(2);
    E_w=x0_w;%初始白屋顶吸收能量
    E_d=x0_d;%初始普通屋顶吸收能量

    for i=1:n

        x1_w=0.25*a*(1-a)*b1(1)*(x0_w*(1-b1(1))/b1(1)+y0_w*(1-b2(1))/b2(1));

        y1_w=0.75*a*(1-a)*b2(1)*(x0_w*(1-b1(1))/b1(1)+y0_w*(1-b2(1))/b2(1));
        E_w=E_w+x1_w;
        x0_w=x1_w;
        y0_w=y1_w;

        x1_d=0.25*a*(1-a)*b1(2)*(x0_d*(1-b1(2))/b1(2)+y0_d*(1-b2(2))/b2(2));

        y1_d=0.75*a*(1-a)*b2(2)*(x0_d*(1-b1(2))/b1(2)+y0_d*(1-b2(2))/b2(2));
        E_d=E_d+x1_d;
        x0_d=x1_d;
        y0_d=y1_d;
    end
    w=(E_d-E_w)/E_d;
    w0=[w0 w];
end
plot(b0,w0,'r-');
xlabel('白色屋顶的阳光吸收率 b1');
ylabel('使用白屋顶后对热岛效应的减弱效率 w');
title('b1 与 w 的关系');
```