

目录

一、	问题重述.....	3
二、	问题分析.....	3
三、	模型假设.....	6
四、	符号说明.....	6
五、	模型建立与求解.....	7
5.1	热岛效应量化模型.....	7
5.2	下垫面颜色的改变对阳光吸收率的影响.....	7
5.3	阳光吸收率对气温的影响.....	8
5.3.1	日照时间与季节的关系.....	8
5.3.2	太阳最大高度角与季节的关系.....	9
5.3.3	白天从早到晚太阳高度角的变化.....	10
5.3.4	太阳光直射强度与屋顶安装角及时间变化关系.....	11
5.3.5	能量的吸收率与材质颜色及日照时长的关系.....	13
5.4	屋顶颜色对热岛效应的影响.....	17
5.5	动态反馈模型.....	21
六、	模型推广.....	23
七、	模型评价.....	24
	参考文献.....	25
	附录.....	26

数学中国提供 (www.madio.net)

一、问题重述

随着世界经济和城市化的高速发展，城市规模迅速膨胀，城市人口急剧增长，城市建筑物越来越密集，加上越来越多的机动车辆以及工业生产、燃料燃烧、空调等给整个城市的生态环境带来严重破坏。以热岛效应为代表的热环境变化作为影响城市生态环境质量的重要因素，越来越引起人们的重视，特别是夏季，高热酷暑已严重地影响到人们的正常生活和工作。目前，世界各国对城市热岛效应进行了广泛的研究，取得显著成果。

有专家提出，将城市建筑的屋顶漆成白色，减小对阳光的吸收率，可以使城市的气温降低，进而达到节能和环保的效果。包括美国能源部长、诺贝尔物理学奖获得者朱棣文在内的一些专家都对这个方案表示支持，但同时也有一些反对意见。请你建立合理的数学模型，评估“白屋顶计划”对降低城市热岛效应起到的作用。

二、问题分析

城市热岛效应是指当城市发展到一定规模，由于城市下垫面性质的改变、大气污染以及人工废热的排放等使城市温度明显高于郊区，形成类似高温孤岛的现象^[1]。城市热岛效应提高了城市温度，降低了城市舒适度，影响了城市居民的健康，也增加了居民的经济负担。城市热岛效应是一种典型的城市气候，它具有明显的时空分布特征。

在时间上，它表现出明显的周期变化，即年变化、季节变化和日变化。国外研究表明城市热岛效应正以每年 0.01°C 的速度上升^[2]。多数研究表明秋冬季热岛效应强，夏季热岛效应弱，晴朗无风条件下表现出夜间热岛强，午间热岛弱^[3]。

在空间上，城市热岛效应主要表现为水平变化和垂直梯度变化。城市热岛效应在人口密集、经济活动强度大和建筑物密集的地区表现明显，并呈现热岛效应强度沿市中心向郊区递减的趋势，热岛效应从市中心向城郊转移的现象^[4]。

综合国内外研究发现，城市热岛效应的形成主要与如图 1 热岛效应形成因素图图 1 所示的因素有关：

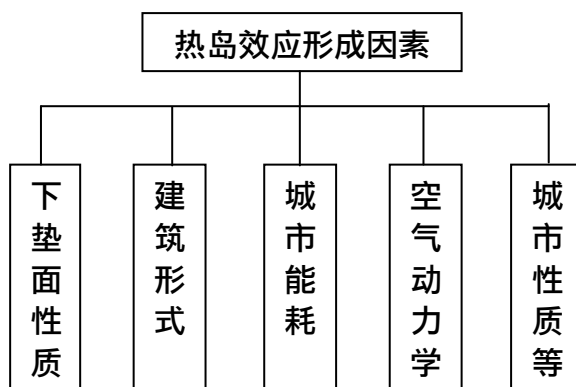


图 1 热岛效应形成因素

(1) 城市热岛效应随城市下垫面性质的变化而变化。植被覆盖率高，热岛效应强度小或热岛效应不明显，混凝土覆盖率高，大量太阳辐射被吸收，热岛效应增强。

(2) 高密度的建筑物增加了太阳辐射的直接吸收和太阳辐射反弹吸收，增强了热岛效应，建筑负荷与城市热岛效应呈正相关。

(3) 城市大量的能耗增加了表面大气的温度，也使热岛效应增强^[6]。

(4) 大量研究表明，城市空气动力学与城市热岛效应紧密相关。当表面大气风速较小或静风时，热岛效应明显且有加强的趋势^[6]，典型的热岛环流也发生在弱风或静风、有强逆温的晴夜。

(5) 城市热岛效应与大气悬浮颗粒物、城市水循环、城市立体绿化以及城市大气污染也存在一定的关系^[7]。此外，城市建成率、几何形状、城市规模和城市地理位置也与热岛效应存在明显的关系^[8]。

对于第一节中的问题，主要考虑下垫面、建筑屋顶颜色的变化对热岛效应的影响。评估“白屋顶计划”对降低城市热岛效应起到的作用，建立数学模型流程如图图 2 所示。

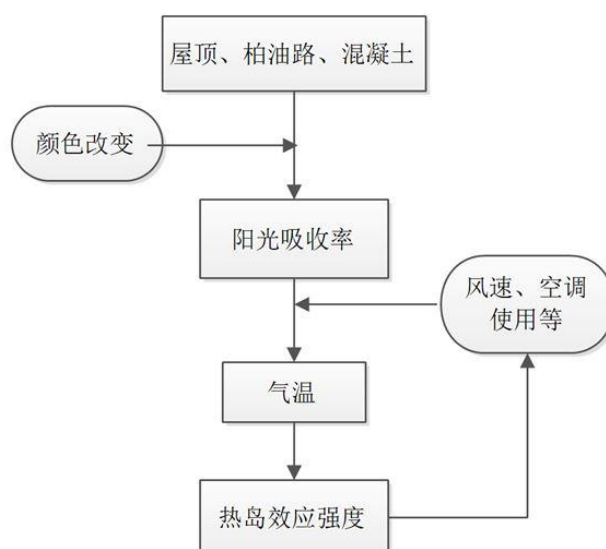


图2 数学建模流程

对于第一节所提到的问题，这里选择全国“四大火炉”之一的武汉（北纬 30° ）为例，研究热岛效应的变化。在该建模流程中非常重要的一步是路面、屋顶颜色的改变对阳光吸收率的影响。因为阳光吸收率直接影响气温的高低，从而直接影响热岛效应强度。

在研究阳光吸收率之前必须弄清楚日照时间与季节的关系、太阳最大高度角与季节的关系、白天时间从早到晚太阳高度的变化、太阳光直射强度与屋顶安装角及时间早晚变化的关系（夏天）、各种颜色材质的反射率、能量的吸收率与材质颜色及日照时长 T 的关系等，如图3所示。

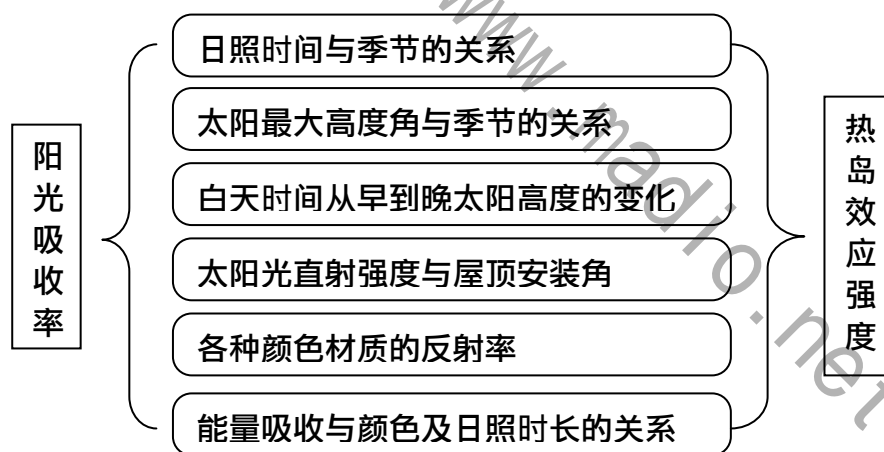


图3 阳光吸收率影响因子

三、模型假设

为了简化模型，在建立数学模型和求解的过程中用到的基本假设如下：

- 改变屋顶颜色时屋顶的形状、材料不变；
- 进行反射率分析时整个城市的光线入射角度相同；
- 所有的屋顶均能受到阳光照射；
- 虽然反射出去的阳光仍会被温室气体截留住大部分，但此处旨在减缓热岛效应，对于温室效应的影响，暂不考虑。

四、符号说明

本文所用到的符号及其意义说明如表 1 所示。

表 1 符号意义说明

符号	意义	备注
s	热岛效应强度	$s = \frac{T_0 - T_1}{T_1}$
T_1	未受热岛效应影响时城市的气温	
T_0	受热岛效应影响时城市的气温	
$T_{(t)}$	日照时间	
t	一年里已经过的天数	1 到 365 天
$\theta_{(t)}$	太阳最大高度角	
$\lambda_{(\theta)}(\mu_{\theta})$	可视光（红外线）所占比例	
θ	太阳光入射角	
$I_{(d)}$	太阳光辐射强度	
$x_{i,1}(x_{i,2})$	可视光（红外线）的反射率	
$w_{(t)}$	太阳光总辐射能	
Δtem	温度增量	反应热岛效应强度
k	回归模型平衡常数	

五、模型建立与求解

5.1 热岛效应量化模型

考虑中国国情，1978 年改革开放以前中国城市化进程是很缓慢的，故可看做基本不受热岛效应的影响，1978 年以后，热岛效应才渐渐开始起作用，导致城市气温相较未受影响时有所升高。因此我们用灰色预测模型，以 1951 年至 1978 年的平均气温为基准，预测未来 30 年每年的受热岛效应影响时城市的气温。已知城市的实际平均气温，也就是未受热岛效应影响时的气温，可以得到 1978 年至今热岛效应强度的值。

定义：已知城市的实际平均气温，也就是受热岛效应影响时的气温 T_0 ，受热岛效应影响时城市的气温 T_1 ，则热岛效应强度为

$$s = \frac{T_0 - T_1}{T_1}.$$

按照灰色预测模型，预测武汉未来 30 年每年的受热岛效应影响时城市的气温，根据定义，得到 1978 年至今热岛效应强度如图 4 所示。

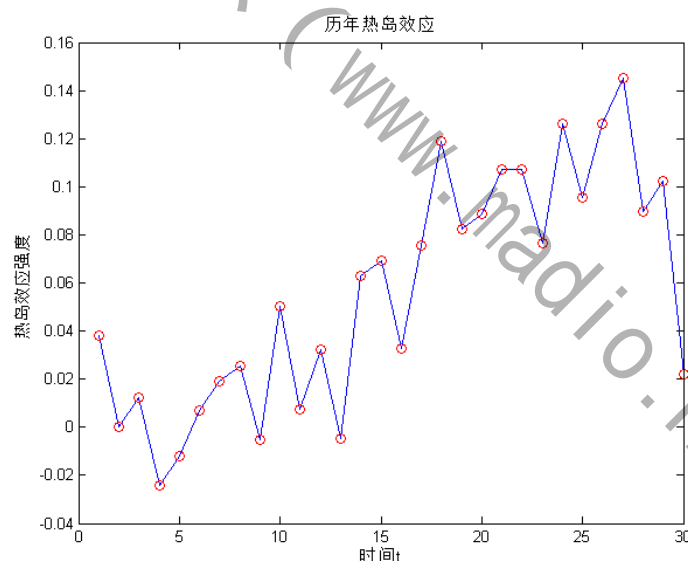


图 4 1978 年至今热岛效应强度的值

图中，坐标原点表示 1978 年武汉的热岛效应情况。从图中可以看出，在 90 年代初，武汉热岛效应开始急剧增强，符合我国发展的基本国情。

5.2 下垫面颜色的改变对阳光吸收率的影响

下垫面颜色的改变会对阳光吸收率造成一定的影响，不同材质下面的反射率不同，这会影响对阳光能量的吸收，从而影响气温。

研究表明，不同的颜色材质如反射涂料、普通沥青，在可视光域、近红外线等区域反射率存在在如图 5 所示的关系。

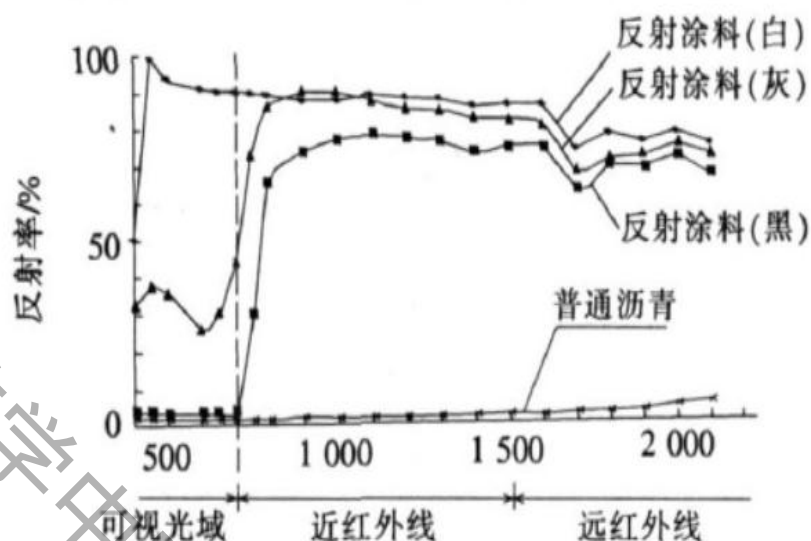


图 5 不同颜色材料反射率

不同颜色材料对应的不同的反射率如表 2 所示，

表 2 不同颜色材料对应的不同的反射率

反射率	可视光域 x_1	红外线域 x_2
反射涂料（白）	0.91	0.89
反射涂料（灰）	0.3	0.89
反射涂料（黑）	0.05	0.75
普通沥青	0.05	0.05

对可视光的反射率为 $x_{i,1}$ ，对红外光的反射率为 $x_{i,2}$ ，其中 $i=1,2,3,4$ 分别对应白色涂料、灰色涂料、黑色涂料、普通沥青。

5.3 阳光吸收率对气温的影响

5.3.1 日照时间与季节的关系

为研究阳光吸收率对气温的影响，首先讨论日照时间与季节的关系。天数和日照时间之间的关系，自变量是天数，因变量是日照时间。第 360 天日照时间最短，约 9 个小时。第 160 天日照时间最长，约 15.5 个小时。1—160 天内，日照时间在增加；161—360 天内，日照时间在减少。日照时间随着天数的增加先变长后变短。具体如图 6 所示。

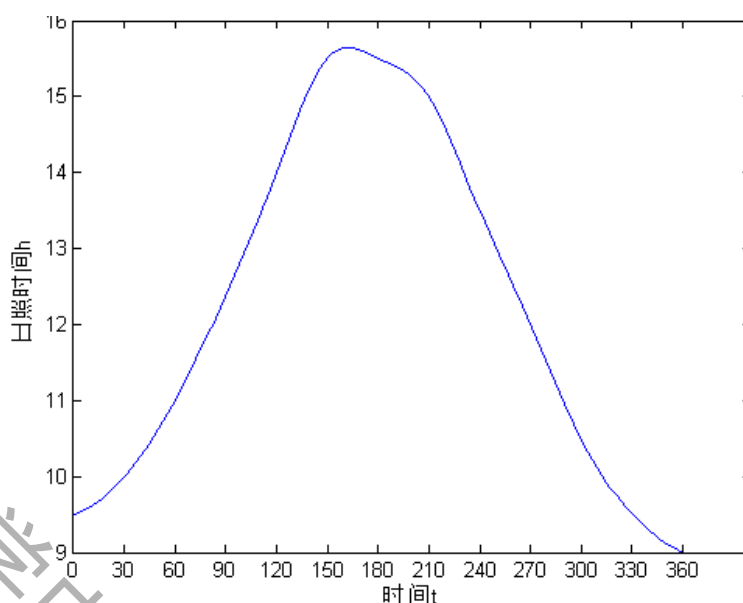


图 6 日照时间在一年中的变化情况

经三次样条插值，得到该曲线的方程为

$$T_t = 8.2783 \times 10^{-9} \times t^4 - 5.8807 \times 10^{-6} \times t^3 + 0.001182 \times t^2 - 0.027624 \times t + 9.7956$$

式中， T_t 为日照时间， t 为时间，单位为天。曲线的最大拟合误差为 4.95%。

5.3.2 太阳最大高度角与季节的关系

阳光的入射角在一天当中不一样，早晚日出和日落时最低，为 0° 。正午时最高，但在不同的季节里正午的太阳高度也是变化的。

太阳高度角为：

$$H = 90^\circ - \Delta w$$

式中， Δw 表示纬差，是指被太阳直射的地方的纬度与所求地纬度的差值。

下面计算武汉（北纬 30° ）的太阳高度角，
夏至，太阳直射北纬 23.5°

$$H = 90^\circ - 30^\circ - 23.5^\circ = 36.5^\circ$$

此时，正午太阳高度角是一年中最大的。

冬至，太阳直射南纬 23.5°

$$H = 90^\circ - 30^\circ + 23.5^\circ = 83.5^\circ$$

此时，正午太阳高度角是一年中最小的。最大高度角与日照时长随时间的变化如表 3 所示。

表 3 最大高度角与日照时长随时间的变化

时间	0	150	360
最大高度角	36.5	83.5	36.5
日照时长	9	15.5	9

对上表的数据采用二次插值得，

$$\theta_{(t)} = -0.0022994t^2 + 0.82778t + 9$$

式中， $\theta_{(t)}$ 表示最大高度角， t 表时间，单位为天。上曲线的最大拟合误差 0.1%，如图 7 所示。

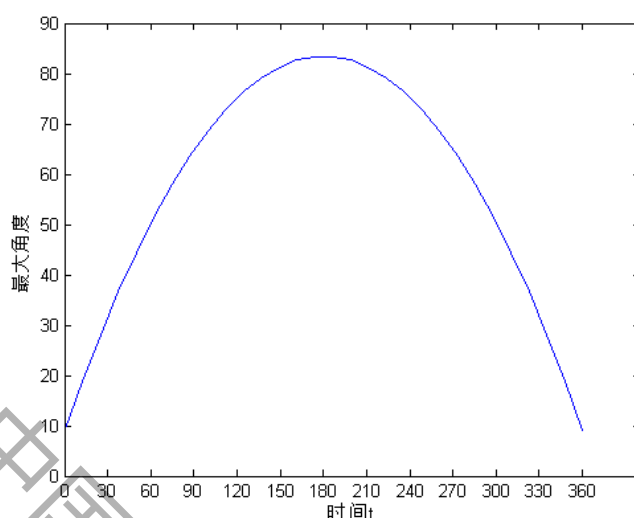


图 7 最大高度角随时间的变化

5.3.3 白天从早到晚太阳高度角的变化

上一小节研究了最大高度角与季节的关系，为了进一步研究阳光吸收率，还得讨论白天时间从早到晚太阳高度角的变化。由于地球自转速度基本不变，认为在有日照的时间段内，太阳高度角的变化是线性的。

早晨和傍晚最低为 0° ，正午最高，为 θ_t ，白天的时长为 T_t

四，太阳光线的成分与太阳高度角的关系

由于太阳光线的成分会随太阳高度角的变化而有所变化。具体高度角的对应的可见光线与红外线的成分如表 4 所示。

表 4 光线成分与太阳高度角的关系

太阳高度角	可视线	红外线
90	46.5%	50.5%
30	45.5%	54.5%
0.5	28%	72%

注：紫外线含量很少且热效应相对不显著，此处忽略不计
对上表中的数据插值，得可视光线所占比例为：

$$\lambda_{(\theta)} = -4.8285 \times 10^{-5} \theta^2 + 0.006301 \theta + 0.29429$$

红外光线所占比例为：

$$\mu_{(\theta)} = 4.8285 \times 10^{-5} \theta^2 - 0.006301 \theta + 0.70571$$

式中， $\lambda_{(\theta)}$ 表示可视光线所占比例， $\mu_{(\theta)}$ 表示红外光线所占比例， θ 表示太阳高度角。曲线最大拟合误差均为 5.1%，如图 8 所示。

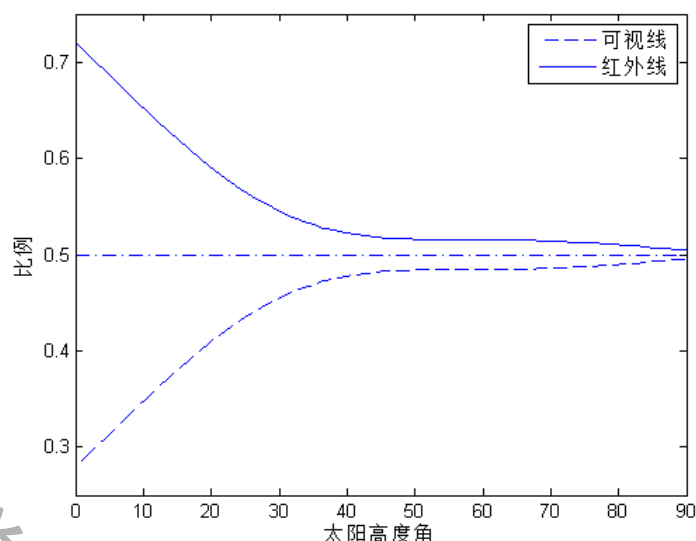


图 8 光线成分随太阳高度角的变化

5.3.4 太阳光直射强度与屋顶安装角及时间变化关系

考虑武汉夏天太阳光直射强度与屋顶安装角和时间的变化有关，需要计算屋顶安装朝东、南、西、北各个方向的太阳辐射强度如表 5 所示。

表 5 屋顶安装方向的太阳辐射强度

方向	辐射强度 (W/m^2)												
朝南	17	47	76	125	207	261	280	261	207	125	76	47	17
朝西	17	47	76	100	117	127	131	332	501	609	633	551	345
朝北	123	147	120	100	117	127	131	127	117	100	120	147	123
朝东	345	551	633	609	501	332	131	127	117	100	120	147	123
垂直	83	269	480	675	829	928	961	928	829	675	480	269	83

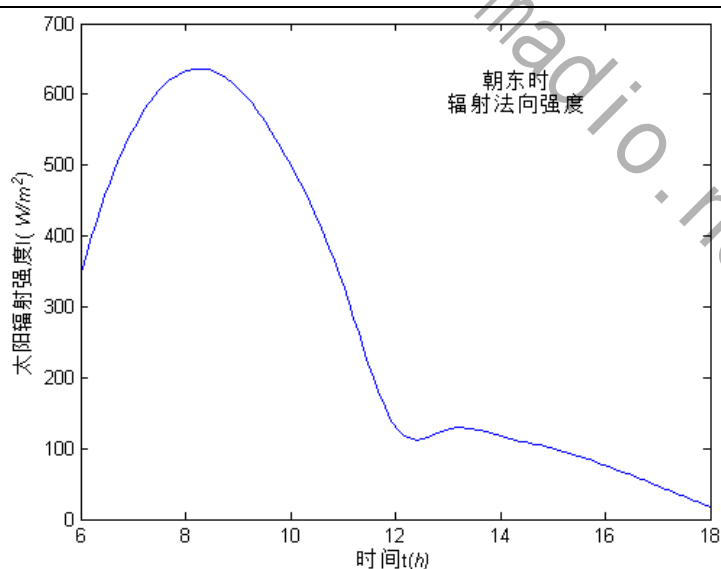


图 9 朝东时太阳辐射强度随时间变化

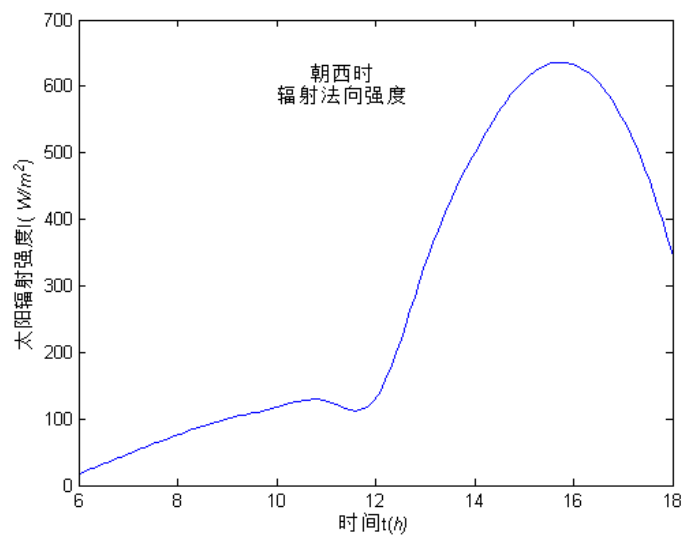


图 10 朝西时太阳辐射强度随时间变化

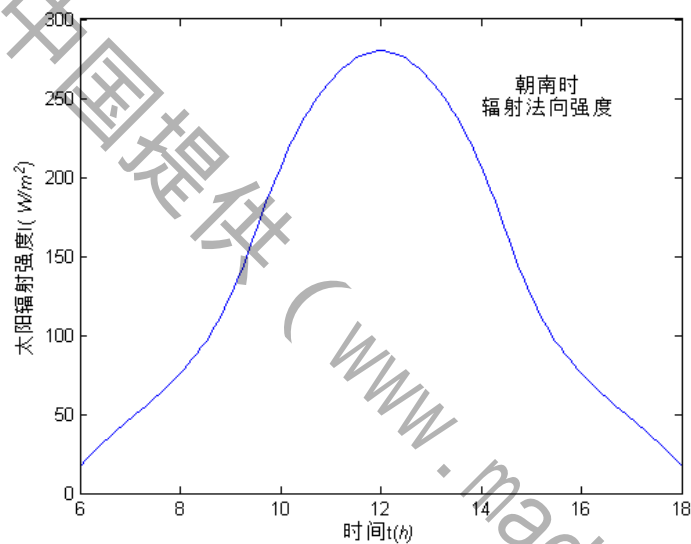


图 11 朝南时太阳辐射强度随时间变化

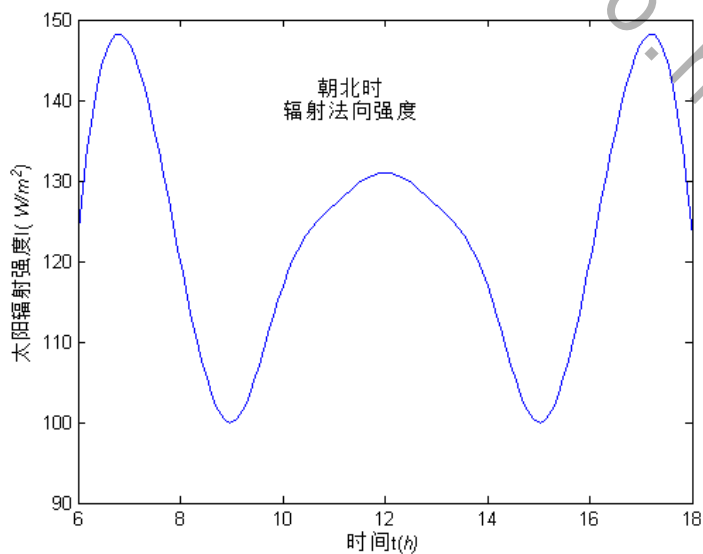


图 12 朝北时太阳辐射强度随时间变化

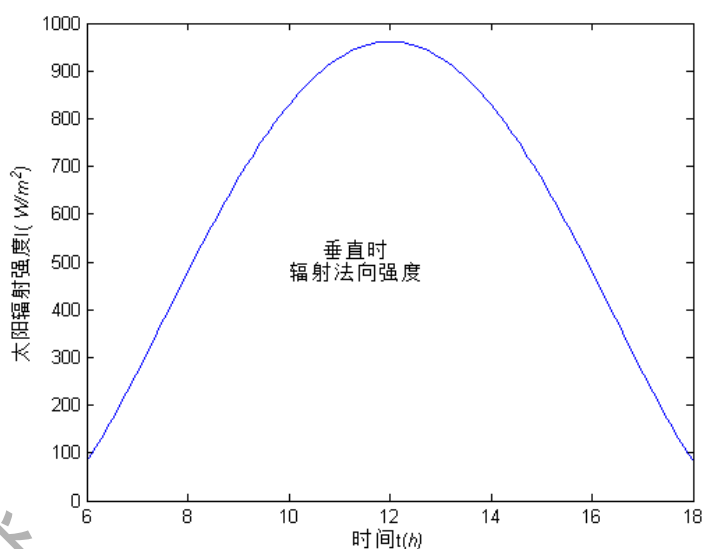


图 13 垂直时太阳辐射强度随时间变化

现假设：朝向东、西、南、北及朝向上方的屋顶所占的比例相同。对整个城市的屋顶阳光辐射强度进行计算时，取朝向东、西、南、北及朝向上方时所受的辐射强度的平均值。即：

$$I_{(d)} = -0.11379d^4 + 5.462d^3 - 100.995d^2 + 850.8274d - 2391.7538, \quad d \in [0, T_t]$$

式中， $I_{(d)}$ 表示太阳辐射强度，单位 W/m^2 ， d 为从日出开始所经过的时间。曲线的最大拟合误差为 8.17%，如图 14 所示。

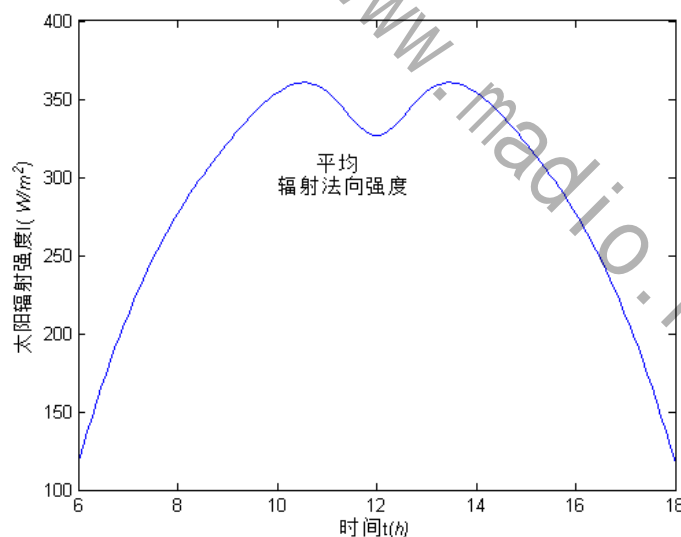


图 14 平均太阳辐射强度随时间变化

5.3.5 能量的吸收率与材质颜色及日照时长的关系

在一年的某一天 t ，太阳辐射的总能量：

$$w_T = \int_0^T I_d d_d$$

屋顶吸收的总能量：

$$w_{1T} = \int_0^T (\lambda_{(\theta)} x_{i,1} + \mu_{(\theta)} x_{i,2}) I_d d_d$$

屋顶反射的总能量:

$$w_{2T} = \int_0^T [\lambda_{(\theta)} (1 - x_{i,1}) + \mu_{(\theta)} (1 - x_{i,2})] I_d d_d$$

太阳辐射、屋顶吸收的总能量、屋顶反射的总能量，这三者的关系为:

$$w_{(T)} = w_{1(T)} + w_{2(T)}$$

其中，太阳入射角

$$\theta = \theta_{(d)} \quad (\theta \in [0, \theta_{(t)}]),$$

日照时长

$$T \in [0, T_{(t)}]$$

各颜色材质的 $w_{(T)}$, $w_{1(T)}$, $w_{2(T)}$ 与日照时长 T 的关系如图 15 至图 18 所示。

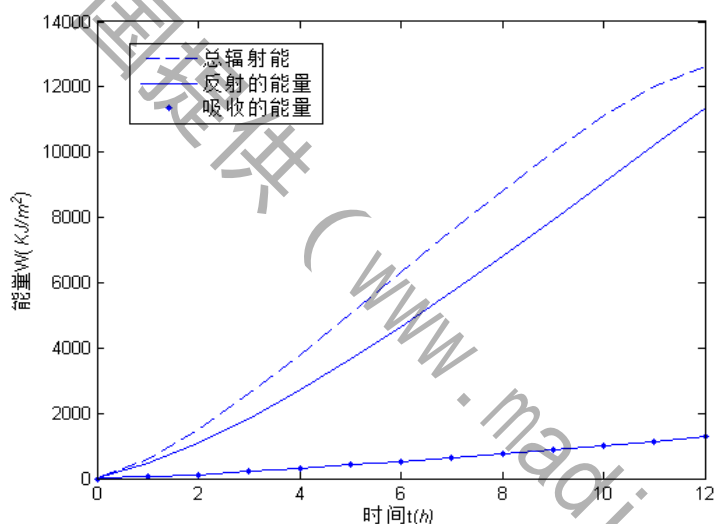


图 15 白色涂料对阳光吸收的影响

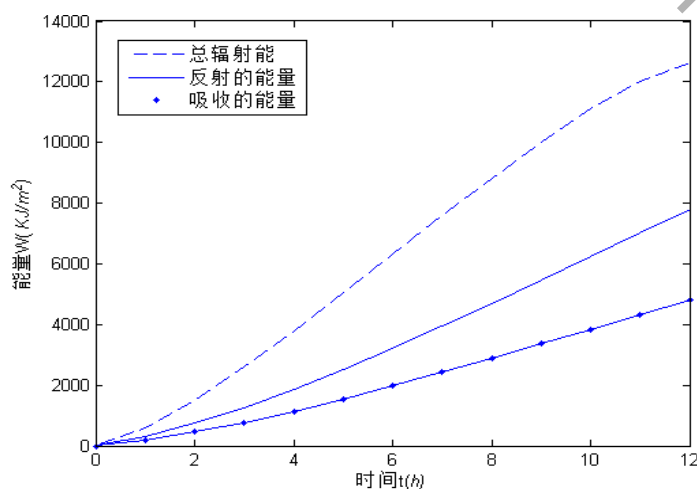


图 16 灰色涂料对阳光吸收的影响

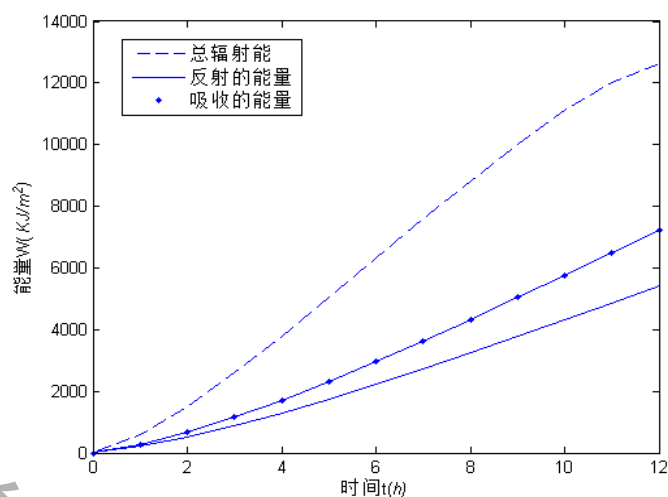


图 17 黑色涂料对阳光吸收的影响

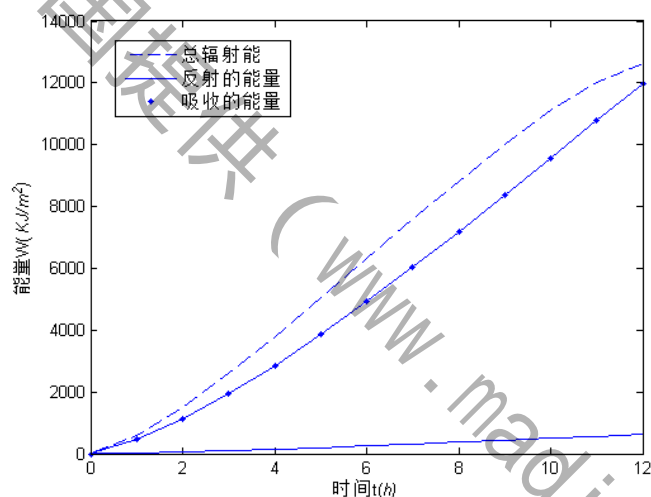


图 18 普通沥青对阳光吸收的影响

光能吸收率与颜色的关系如图 19 所示。

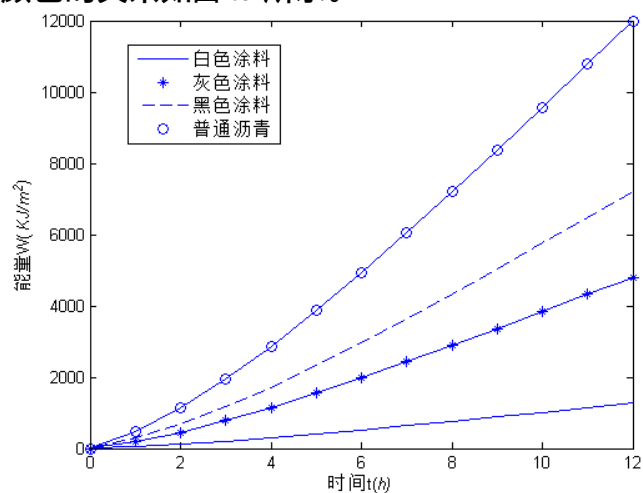


图 19 不同材料对阳光的吸收

光能发射率与颜色的关系如图 20 所示。

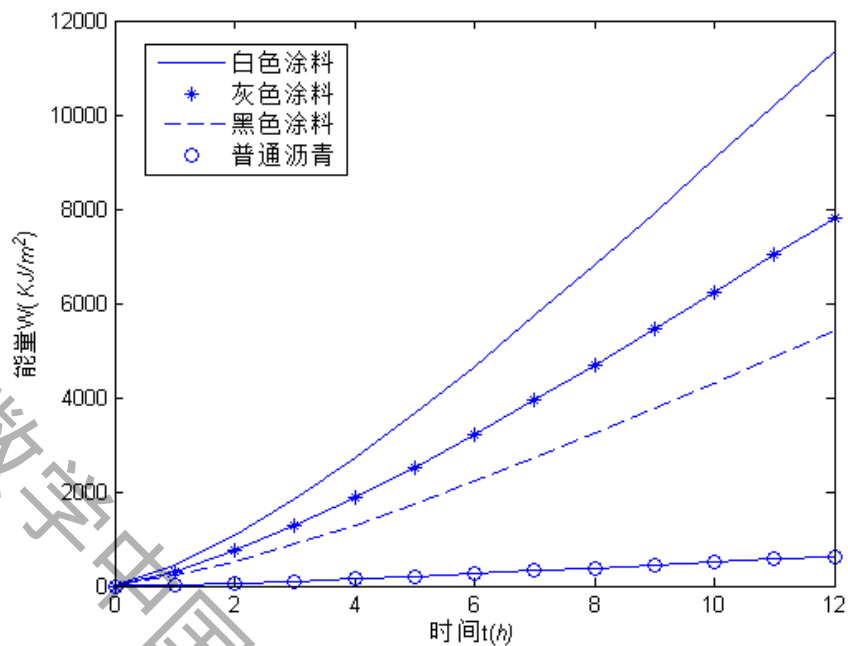


图 20 不同材料对阳光的反射

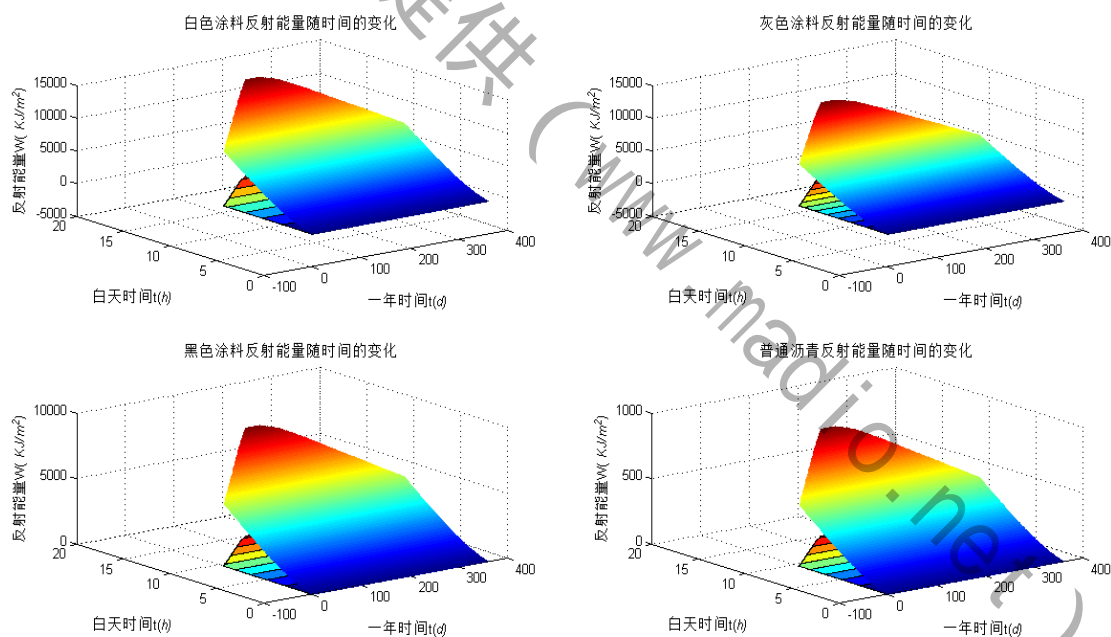


图 21 颜色材料反射能量随时间变化

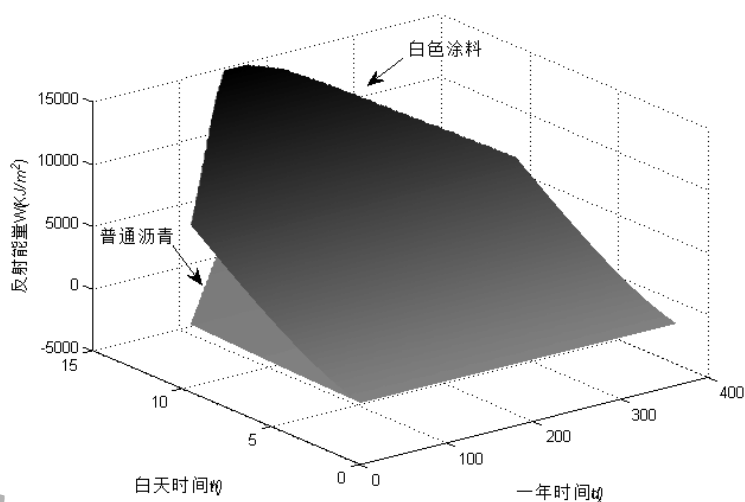


图 22 白色与沥青涂料的反射能量对比

反射能量，上面的为白色涂料的，下面的为沥青涂料的。反射能量，上面的为白色涂料的，下面的为沥青涂料的。

5.4 屋顶颜色对热岛效应的影响

屋顶颜色对热岛效应的影响表现在屋顶颜色对温度增量的影响。首先，考虑透射率随波长的变化。在波长为 400 至 800 纳米时，为可见光。如图 23 所示。

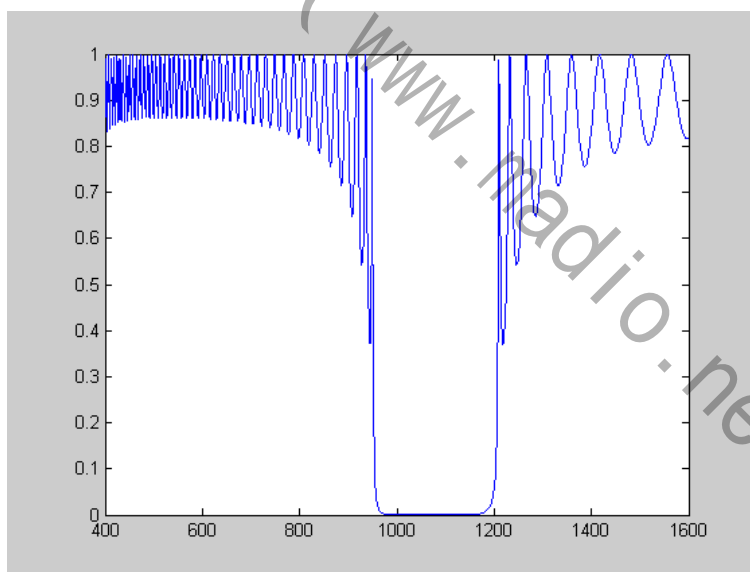


图 23 透射率随波长的变化

对于波长大于 1 微米的为红外线，如图 24 所示。

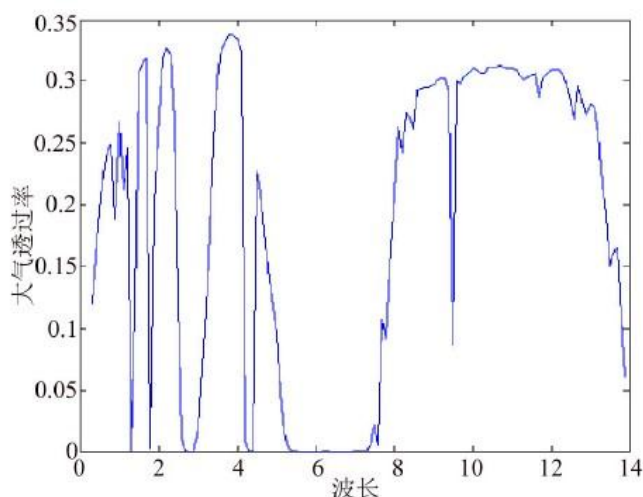


图 24 大气透射率随波长的变化

对于可见光，大气透射率取其平均值为 $\eta_1 = 0.9$ ；对于红外线，大气透射率取其平均值为 $\eta_2 = 0.2$ 。白天的为自然光的直接反射（自然光平均包括 45.5% 的可见光和 54.5% 的红外线），晚上是红外线的热辐射。白天的反射光引起的温度增量

$$\Delta t_1 = \frac{w_{(t)2} \cdot (s \cdot 25\%) \cdot [(1 - \eta_1) \cdot 45.5\% + (1 - \eta_2) \cdot 54.5\%]}{\rho shc}$$

到晚上时由于白天吸收的热量产生红外辐射，引起的市区温度增量为

$$\Delta t_2 = \frac{w_{(t)2} \cdot (s \cdot 25\%) \cdot (1 - \eta_2)}{\rho shc}$$

其中 $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$ 为大气密度， s 为市区面积， $c = 1.23 \text{ kJ/kg} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{C}$ 为大气比热容， $h = 0.5 \text{ km} = 500 \text{ m}$ 为近地表面的大气层高度，取这个高度的原因一是因为市区人们的生活活动均在这个高度以下，二是因为上面研究可见光和红外线的透射率都是以透过 0.5km 的大气为条件计算的。

这样，可以计算出在夏季时白天时间各种颜色的屋顶对市区气温增量的影响如下图 25 所示。

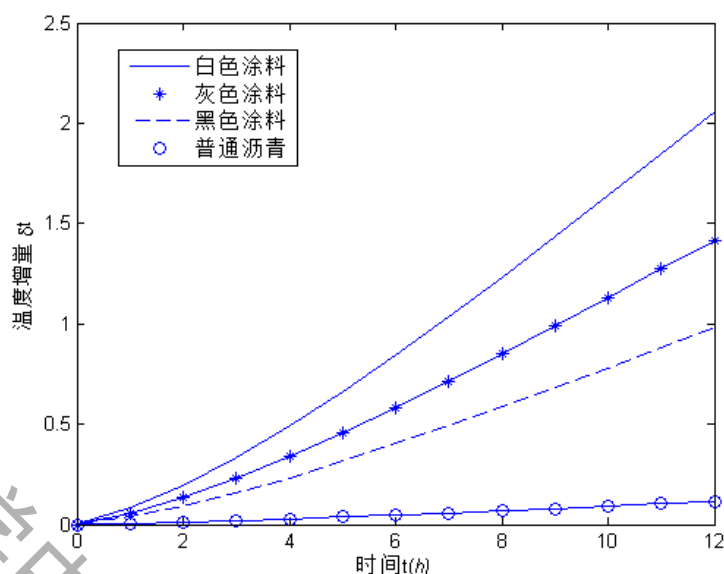


图 25 白天不同下垫面对温度增量的影响

白天，温度增量的影响为：白色涂料>灰色涂料>黑色涂料>普通沥青，这是因为白色涂料反射性更强，使得更多的光能被反射到空气中而被吸收，导致白天的气温更高的缘故，但是由于涂白色涂料的屋顶蓄热更少，晚上的辐射少，晚上的气温应该会更低，下面将建立模型具体研究。

晚上时不同颜色屋顶对气温的影响体现在白天吸收的能量的红外辐射对市区空气的加热。

晚上，白天储蓄的能量开始以辐射的形式向外传播，而温度增量与储蓄的能量的减少量成正比，温度增加的速率与储蓄能量的剩余量成线性正相关。由此可以建立微分模型。

设温度增量为 Δtem ，从落日时开始计时，所经过的时间为 t ，经过时间 t 后，屋顶材料储蓄的剩余能量为 w_t ，所吸收的能量为 $w'_{(t)}$ 。

微分方程为：

$$\frac{d_{\Delta tem}}{d_t} = g w_t + \sigma$$

式中， g, σ 为常数，表明温度增加的速率与储蓄能量的剩余量成线性正相关。

又已知 Δtem 与所吸收的能量 $w'_{(t)}$ 成正比，具体关系式为

$$\Delta tem = \frac{(s \cdot 25\%) \cdot (1 - \eta_2)}{\rho shc} \cdot w'_{(t)} = f \cdot w'_{(t)}$$

其中

$$f = \frac{(s \cdot 25\%) \cdot (1 - \eta_2)}{\rho shc}$$

为常数，吸收的能量和吸收的剩余能量之和为吸收的总能量 w_{t2}

$$w_t = w_{t2} - w_{(t)}$$

整理后得：

$$\frac{d_{\Delta tem}}{d_t} = g(w_{t2} - \frac{\Delta tem}{f}) + \sigma$$

由边界条件 $(t, \Delta tem)$ 为 $(0, 0)$ 或 $(12, \frac{w_{t2}}{f})$ ，解得 Δtem 的表达式为

$$\Delta tem = \frac{fw_{(t)2}}{e^{-12v} - 1} \cdot e^{-vt} - \frac{fw_{(t)2}}{e^{-12v} - 1}$$

式中， $v = \frac{g}{f}$ 为常数。

这样，计算出夏季时晚上时间各种颜色的屋顶对市区气温增量的影响如图 26 所示：

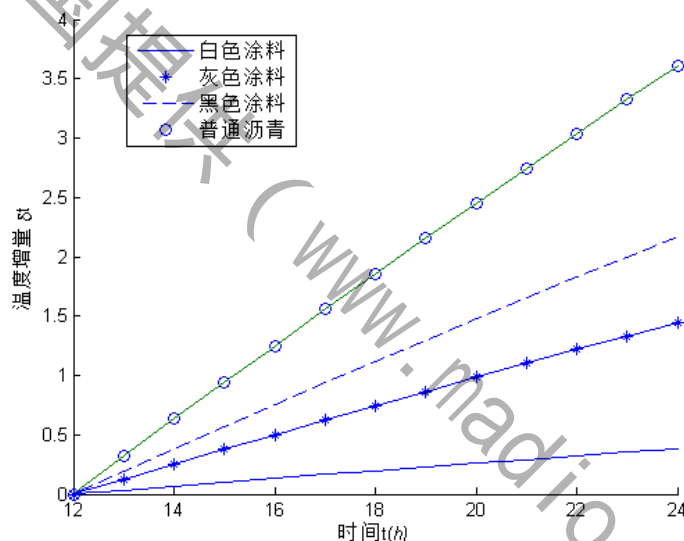


图 26 晚上不同下垫面对温度增量的影响

由上图可以看出，晚上，对温度增量的影响为：白色涂料<灰色涂料<黑色涂料<普通沥青。这是因为白色涂料白天储蓄的热量更少，晚上的辐射更小的缘故。既然各种颜色的涂料对温度增量的影响力大小白天和晚上时不同，那么综合起来看到底哪种颜色的材料引起的温度增量更小呢？

由以上两幅图可得到夏季时一整天各种颜色的屋顶对市区气温增量的影响如图 27 所示：

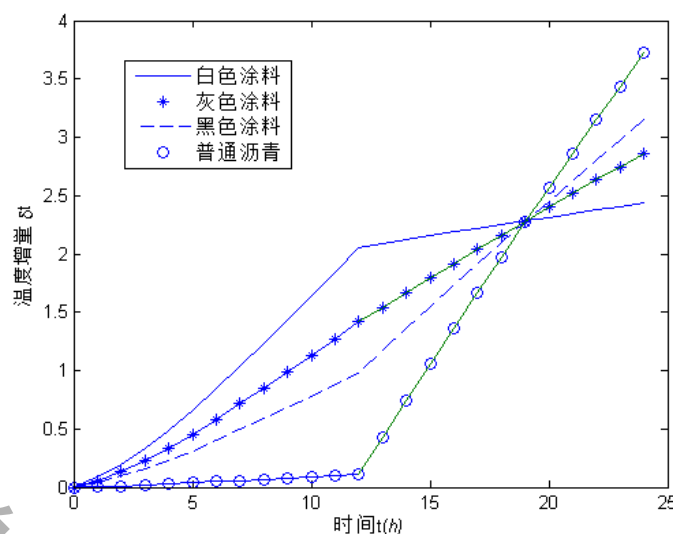


图 27 全天不同下垫面对温度增量的影响

由上图可以看出，对于全天，对温度增量的影响为：白色涂料<灰色涂料<黑色涂料<普通沥青。即综合起来看，白色材料引起的温度增量是最小的，也就是说相对于以前其它颜色的屋顶，换为白色后，会使市区温度有一定的降低，进而减弱热岛效应的影响。

5.5 动态反馈模型

根据 30 年的热岛效应强度和气压、温度、降水量、风速、日照时数、日照百分率的数据，进行归一化处理后，利用多元线性回归模型，得到各变量之间的关系式为（具体数据见附录）：

$$s = 18.652x_1 - 0.082x_2 + 0.002x_3 + 2.861x_4 - 2.639x_5 - 0.593$$

因素	热岛效应强度	气压	温度	降水量	风速	日照时数	日照百分率
名称	s	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6

由之前的讨论可知，白色屋顶相比黑色屋顶能使得城市温度降低 0.7113 度，相应的使得热岛效应强度降低了 0.0438。由于热岛效应强度的改变会影响气压、温度这些因素，这些因素再反过来影响热岛效应强度，直至最终达到新的平衡，此时热岛效应强度趋近于一个新的稳定值。

因此在这里采用动态反馈模型来确定白屋顶计划对热岛效应强度的最终影响。

类比可逆反应中平衡常数的设定，给该多元线性回归模型定义一个平衡常数，在各因素之间相互制约相互影响的时候，其平衡常数是不会变的，这样就确定了各个因素之

间的关系，它们不再是各自孤立的了。

类似于化学反应：

$$s + 0.082x_2 + 2.639x_5 = 18.652x_1 + 0.002x_3 + 2.861x_4 - 0.593$$

对应的平衡常数：

$$k = \frac{s \cdot x_2^{0.082} \cdot x_5^{2.639}}{x_1^{18.652} \cdot x_3^{0.002} \cdot x_4^{2.861}}$$

当实施白屋顶计划后，热岛效应强度先降低 0.0438，然后由于受到反馈影响，其值会发生浮动，设变化值为 Δs ，则有：

$$k_1 = \frac{(s - 0.048 + \Delta s) \cdot (x_2 + \Delta s / 0.082)^{0.082} (x_5 + \Delta s / 2.639)^{2.639}}{(x_1 + \Delta s / 18.652)^{18.652} (x_3 + \Delta s / 18.652)^{0.002} (x_4 + \Delta s / 2.861)^{2.861}}$$

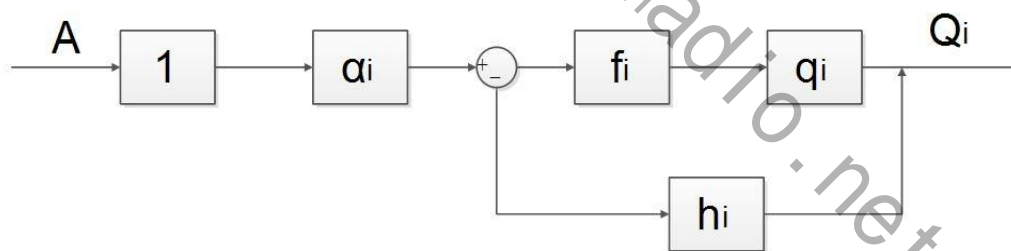
平衡常数不变：

$$k = k_1$$

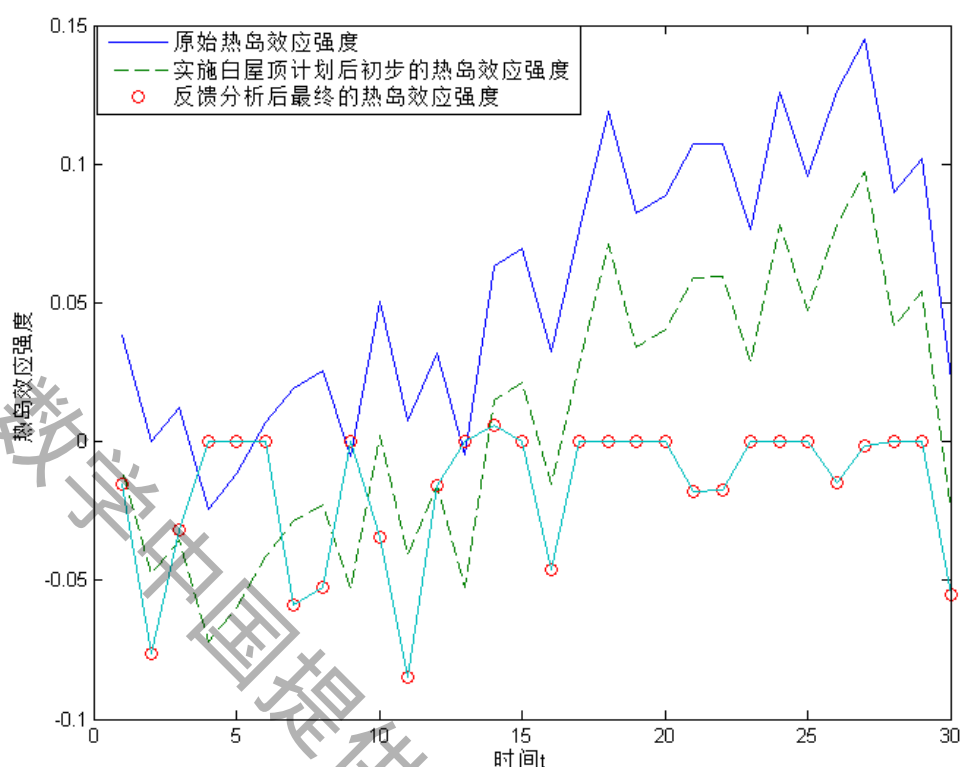
解出 Δs 。

各个因素之间变化量的关系也是受相干性影响的，两个因素之间的变化率是成比例的，比例就是二者之间的相关性系数，这样就可以确定动态变化过程中白屋顶计划对热岛效应强度的最终影响了。

基于自动控制原理，建立如下图所示结构图的动态反馈模型



得到如图所示结果：



建立的全过程的计算机仿真模型。得到了下垫面颜色改变的情况下，热岛效应强度的对比。仿真结论如下：反馈分析后最终的热岛效应强度明显小于原始强度与初步实施白屋计划的热岛效应强度。

六、模型推广

随着“地球刷白运动”如火如荼地展开，它的局限性也暴露了出来，一些科学家对全世界“完全白色化”提出质疑：首先，“把地球刷白”仅对日照多、气温高的地区效果明显。另外，从高空俯瞰，刷白了的世界会令人头晕目眩，太浅的颜色和太多的反射光也会刺激人们的眼睛。

然而，反光材料不必全为白色，灰色之类的浅色也很好。而且除了使用浅色涂料，还有其它办法来增加材料的反照率。反射红外光的颜料能够将深色表面的反射率提高40%，而在颜色上不会出现任何明显的改变。虽然它们的效果没有白色好，不过已经比传统的材料要强。

“把地球刷白”的实质，只是从表面上延缓气候变暖，但是温室气体和易吸收粒子的不断排放才是导致全球变暖的真正原因，因此降低城市地标温度并不能从根本上抑制气候变暖。

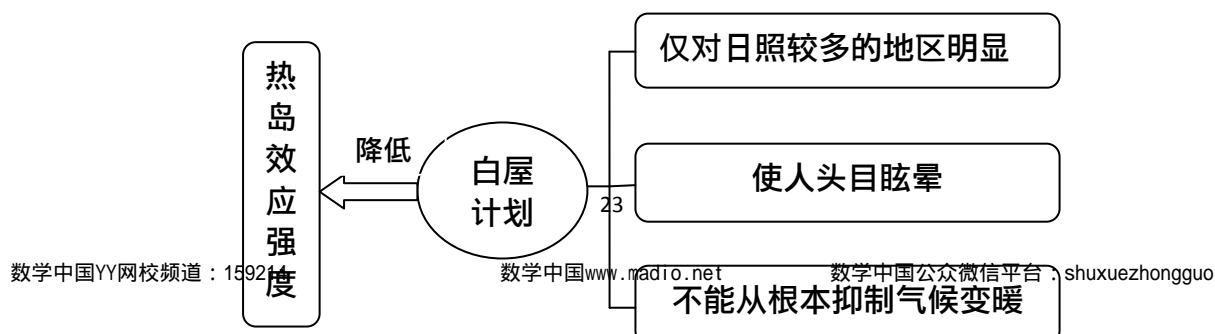


图 28 “白屋顶计划”的影响

因此，建立一个综合评价指数来评估“白屋顶计划”对生活环境的影响。

$$P=P(s, N)$$

式中， P 表示综合评价指数， s 表示热岛效应强度， N 表示“白屋顶计划”的消极影响强度。而消极影响又由：仅对日照较多的地区明显、使人头目眩晕、不能从根本抑制气候变暖三个因素决定。即：

$$N=\alpha_1 n_1+\alpha_2 n_2+\alpha_3 n_3$$

式中， $\alpha_i (i=1, 2, 3)$ 分别表示三个消极影响权重。

将“白屋顶计划”对生活环境的影响分为四点：

- 普适性：仅对日照较多的地区明显；
- 舒适性：使人头目眩晕；
- 长期有效性：不能从根本抑制气候变暖；
- 短期有效性：能降低热岛效应强度。

以此四点，建立层次分析法模型，确定各个权重。

最后，综合评价指数越高，说明“白屋顶计划”的有利影响越多；综合评价指数越低，说明“白屋顶计划”的有利影响越少；综合评价指数越负，说明“白屋顶计划”对生活环境有害。

七、模型评价

通过灰色预测的方法以改革前的数据预测城市以后 30 年的平均气温，通过与城市实际气温的比较运算，在消去温室效应影响的情况下得到了热岛效应强度。再通过微分方程模型和能量积分模型得到了屋顶颜色的改变对市区气温的影响，计算严谨，考虑周密，把大至一年的气温变化，小至一天的气温变化都以较精确的方式表达了出来。在由气温的变化得到热岛效应强度的变化后，再通过动态反馈模型，引进了热岛效应强度及其影响因素之间的联系，得到了最终趋向新的稳定态的热岛效应强度。最后利用自动控制原理中的反馈结构图，通过计算机仿真模拟，再次验证了结果的正确性。可以说本次

模型的建立和求解环环相扣，考虑周密，且互为印证，最终得到了较精确的结果。

但是本此建模在数据的收集过程中由于有些数据的不完整，进行了一定的简化处理，使得结果难免相对有些粗糙，这点需改进。

参考文献

- [1] 彭少麟, 周凯, 叶有华, 等. 城市热岛效应研究进展[J]. 生态环境, 2005, 14 (4): 574 - 579.
- [2] 曾侠, 钱光明, 潘蔚娟. 珠江三角洲都市群城市热岛效应初步研究[J]. 气象, 2004, 30 (10): 12 - 16.
- [3] 宋艳玲, 张尚印. 北京市近 40 年城市热岛效应研究[J]. 中国生态农业学报, 2003, 11 (4): 126 - 129.
- [4] 张新刚, 周斌, 王珂. 杭州市热岛效应的遥感监测[J]. 科技通报, 2004, (6): 501 - 505.
- [5] 彭少麟, 叶有华. 城市热岛效应对城市规划的影响[J]. 中山大学学报, 2007, 46 (5): 59 - 62.
- [6] 汤惠君. 广州市大气污染分布规律[J]. 地理研究, 2004, 23 (4): 495 - 503.
- [7] 周凯, 叶有华, 彭少麟, 等. 城市大气总悬浮颗粒物与城市热岛[J]. 生态环境, 2006, 15 (2): 381

- 385.

- [8] 徐涵秋, 陈本清. 不同时相的遥感热红外图像在研究城市热岛变化中的处理方法[J]. 遥感技术与应用, 2003, 18(3): 129 - 134.

附录

计算机反馈模拟程序:

%% 动态反馈求解

[row,rank]=size(c);

w=zeros(row,1);

s=c(:,1);x1=c(:,2);x2=c(:,3);x3=c(:,4);x4=c(:,5);x5=c(:,6);

k=s.*x2.^(0.082).*x5.^(2.639)./(x1.^18.652.*x3.^(0.002).*x4.^(2.861));

syms d_s;

d_s_results=zeros(row,1);

%%

for i=2:row

s_1=s(i);x1_1=x1(i); x2_1=x2(i); x3_1=x3(i); x4_1=x4(i); x5_1=x5(i);

f=(s_1-0.0438+d_s)*(x2_1+d_s/(0.082)).^(0.082)*(x5_1+d_s/(2.639)).^(2.639) ...

./((x1_1-d_s/18.652).^18.652*(x3_1-d_s/(0.002)).^(0.002)*(x4_1-d_s/(2.861)).^(2.861))-k(i);

d_s_results(i)=solve(f,d_s);

end

%% 绘制图形

t=1:30;

```

d_s_results1=real(d_s_results);
d_s_results1( d_s_results1>old )=0;
plot(t,old,t,old-0.048,'--',t,d_s_results1,'o',t,d_s_results1);
xlabel('时间 t');
ylabel('热岛效应强度');
legend( '原始热岛效应强度','实施白屋顶计划后初步的热岛效应强度','反馈分析后最终的热岛效应强度');

```

```
%% 涂料对白天温度增量的影响
```

```
%% 化简表达式
```

```
syms T x;
```

```
% 白色涂料
```

```

w_white=2*int( ((-4.8285e-005 *(2*(-0.0022994 *x.^2 + 0.82778 *x + 9)./T.*(x-6)).^2 ...
+ 0.006301 *(2*(-0.0022994 *x.^2 + 0.82778 *x + 9)./T.*(x-6)) + 0.29429)*0.91+(4.8285e-005
*(2*(-0.0022994 *x.^2 + 0.82778 *x + 9)./T.*(x-6)).^2 - 0.006301*(2*(-0.0022994 *x.^2 + 0.82778 *x +
9)./T.*(x-6)) + 0.70571)*0.89 ).*(-0.11379 *x.^4 + 5.462* x.^3 - 100.995*x.^2 + 850.8274 *x -
2391.7538)*3.6,T/2+6 );

```

```
w_white_simple=simple(w_white);
```

```
%% 求解自变量
```

```
x=0:30:360;
```

```
T1= 8.2783e-009 *x.^4 - 5.8807e-006 *x.^3 + 0.0011182* x.^2 - 0.027624 *x + 9.7958;
```

```
% 插值与绘图
```

```
x1=[];
```

```
T11=[];
```

```
for i=1:length(x)
```

```
    x1=[ x1; repmat(x( i ),length( 0:0.5:T1(i) ),1 )];
```

```
    T11=[ T11;( 0:0.5:T1(i) )];
```

```
end
```

```
x=x1;
```

```

T=T11;
%% 插值求解
% 白色涂料求解
W_white=eval(w_white_simple);
[X,t]=meshgrid( linspace(min(x),max(x),length(x)),linspace(min(T),max(T),length(x)) );
WW_white=griddata( x,T,W_white,X,t );
%% 温度增量求解
% 求解 delta
WW_white=(WW_white)*0.25*((1-0.9)*0.455+(1-0.2)*0.545)/(1.29*1.03*500);
figure(1);
mesh( X,t,WW_white);
xlabel('一年时间 t(\itd)');
ylabel('白天时间 t(\ith)');
zlabel('温度变化\delat');
colormap gray

%% 涂料反射能量随时间的变化
%化简表达式
syms T x;
% 白色涂料
w_white=2*int( ((-4.8285e-005 *(2*(-0.0022994 *x.^2 + 0.82778 *x + 9)./T.*(x-6)).^2 ...
+ 0.006301 *(2*(-0.0022994 *x.^2 + 0.82778 *x + 9)./T.*(x-6)) + 0.29429)*0.91+(4.8285e-005
*(2*(-0.0022994 *x.^2 + 0.82778 *x + 9)./T.*(x-6)).^2 - 0.006301*(2*(-0.0022994 *x.^2 + 0.82778 *x +
9)./T.*(x-6)) + 0.70571)*0.89 ).*(-0.11379 *x.^4 + 5.462* x.^3 - 100.995*x.^2 + 850.8274 *x -
2391.7538)*3.6,T/2+6 );
w_white_simple=simple(w_white);
%% 求解自变量
%求解变量的值
x=0:30:360;
T1= 8.2783e-009 *x.^4 - 5.8807e-006 *x.^3 + 0.0011182* x.^2 - 0.027624 *x + 9.7958;
% 插值与绘图
x1=[];
T11=[];
for i=1:length(x)
    x1=[ x1;repmat(x( i ),length( 0:0.5:T1(i) ),1 )];
    T11=[ T11;( 0:0.5:T1(i) )'];
end

```

```
x=x1;
T=T11;
%% 插值求解与绘图
% 白色涂料求解
W_white=eval(w_white_simple);
[X,t]=meshgrid( linspace(min(x),max(x),length(x)),linspace(min(T),max(T),length(x)) );
WW_white=griddata( x,T,W_white,X,t );
mesh( X,t,WW_white );
hold on;
contourf( X,t,WW_white );
xlabel('一年时间 t(\itd)');
ylabel('白天时间 t(\ith)');
zlabel('反射能量 W(\itKJ/m^{2}mesh)');
% colormap gray

%% 灰色 GM(1,1)预测 求出原始热岛效应强度
% 根据前 30 年的平均温度数据预测后三十年的平均温度数据
% 灰色等距模型预测
% oldData 为前三十年数据
% preNewData 为预测的后三十年数据
% stren 为热岛效应强度
clear all;
oldData=xlsread('data.xlsx','wuhan','C2:C31');
m=length( oldData );
newData=zeros( m,1 );
% 求累加和
for i=1:m
    newData(i,1)=newData(i,1)+oldData(i,1);
    if i>1
        newData(i,1)=newData(i,1)+newData(i-1,1);
    end
end
% 求构造数据矩阵 B
for i=1:m-1
    newData(i,1)=newData(i,1)+newData(i+1,1);
end
```

```

B=[ -newData(1:end-1,1)./2,ones(m-1,1) ];
Ym=oldData( 2:end );
res=inv( B'*B )*B'*Ym;
a=res(1);u=res(2);
% 求预测序列
preNewData=zeros(m,1);
for i=0:m-1
    preNewData(i+1)=( oldData(1)-u/a )*exp(-a*i)+u/a;
end
preOldData=zeros(m,1);
preOldData=preNewData-[0;preNewData(1:end-1)];
% 将 oldData 变成后 30 年数据
oldData=xlsread('data.xlsx','wuhan','C32:C61');
% 得到热岛效应强度
stren=(oldData-preOldData)./preOldData;
plot(1:m,stren,'b',1:m,stren,'ro');
xlabel('时间 t');ylabel('热岛效应强度');
title('历年热岛效应');
%xlswrite('data.xlsx',stren,'wuhan','O2:O31');

```

%% 日照时间

```

day=[0 30 60 90 120 150 180 210 240 270 300 330 360];
hour=[9.5 10 11 12.4 14 15.5 15.5 15 13.5 12 10.5 9.5 9];
dayday=linspace( 0,360,10*length(day) );
hourhour=spline(day,hour,dayday);
plot(dayday,hourhour);
set(gca,'Xtick',0:30:360,'Ytick',7:17);
xlabel('时间 t');ylabel('日照时间 h');
title('日照随时间的变换');
z=polyfit(dayday,hourhour,4);
alpha=poly2str(z,'x');
e=(polyval(z,dayday)-hourhour)./hourhour;
max(e)
min(e)

```

%% 最大角度

```

day=[0 180 360];
hour=[9 83.5 9];
dayday=linspace( 0,360,10*length(day) );
hourhour=spline(day,hour,dayday);
% plot(dayday,hourhour);
% set(gca,'Xtick',0:30:360,'Ytick',0:10:90);

```

```

% xlabel('时间 t');ylabel('最大角度');
% title('最大角度随时间的变换');

z=polyfit(dayday,houhour,2);
alpha=poly2str(z,'x');
e=(polyval(z,dayday)-houhour)./houhour;
max(e)
min(e)
%% 比例
day=[0 15 30 60 80 90];
hour1=[0.28 0.38 0.455 0.484 0.490 0.495];
hour2=[0.72 0.62 0.545 0.516 0.510 0.505];
dayday=linspace(0,90,10*length(day));
houhour1=spline(day,hour1,dayday);
houhour2=spline(day,hour2,dayday);
% plot(dayday,houhour1,'b-',dayday,houhour2,'b');
% legend(['可视线'],'红外线');
% set(gca,'Xtick',0:10:90,'Ytick',0:0.1:1);
% xlabel('太阳高度角');ylabel('比例');
% title('光线成分随太阳高度角的变化');
% hold on;
% plot(0:10:90,ones(length(0:10:90))*0.5,'b-.');
z=polyfit(dayday,houhour2,2);
alpha=poly2str(z,'x');
e=(polyval(z,dayday)-houhour1)./houhour1;
max(e)
min(e)
%% 太阳辐射强度 I
n=4;
direct_=direct(n,:);
direct_=directAver;
t=6:18;
tt=linspace(6,18,10*length(t));
direct__=spline(t,direct_,tt);
% plot(tt,direct__(end:-1:1));
% xlabel('时间 t(\ith)');
% ylabel('太阳辐射强度 I(\itW/m^{2})');
% title('太阳辐射强度随时间变化');
% text1={'          平均';'辐射法向强度'};
% text(10,300,text1);

z=polyfit(tt,direct__,4);
alpha=poly2str(z,'x');
e=(polyval(z,tt)-direct__)./direct__;

```

```

max(e)
min(e)
%% 白天太阳总辐射能
syms T x ;
w=int( 3.6*(-0.11379*x.^4+5.462*x.^3-100.995*x.^2+850.8274*x-2391.7538),6,T);
w_simple=simple(w);
T=6:18;
y_simple=eval(w_simple);
plot(T,y_simple);
title('白天太阳总辐射能');
xlabel('时间 t(\ith)');
ylabel('辐射能量 W(\itKJ/m^{2})');
%% 总能量 反射能量 吸收能量
% 总能量
syms T x ;
w=int( 3.6*(-0.11379*x.^4+5.462*x.^3-100.995*x.^2+850.8274*x-2391.7538),6,T+6);
w_simple=simple(w);
T=0:12;
y_simple2=eval(w_simple);
plot(0:12,y_simple2,'--');
title('白天太阳总辐射能');
xlabel('时间 t(\ith)');
ylabel('辐射能量 W(\itKJ/m^{2})');
hold on;
% 反射能量
syms T x siTa;
w=2*int( ((-4.8285e-005 *(2*siTa./T.*(x-6)).^2 + 0.006301 *(2*siTa./T.*(x-6)) +
0.29429)*0.05+(4.8285e-005 *(2*siTa./T.*(x-6)).^2 - 0.006301*(2*siTa./T.*(x-6)) +
0.70571)*0.05 ).*(-0.11379 *x.^4 + 5.462* x.^3 - 100.995* x.^2 + 850.8274 *x - 2391.7538)*3.6,6,T/2+6 );
%w=2*int( ((-4.8285e-005 *(2*siTa./T.*x).^2 + 0.006301 *(2*siTa./T.*x) + 0.29429)*0.91+(4.8285e-005
*(2*siTa./T.*x).^2 - 0.006301*(2*siTa./T.*x) + 0.70571)*0.89 ).*(-0.11379 *x.^4 + 5.462* x.^3 - 100.995*
x.^2 + 850.8274 *x - 2391.7538)*3.6,6,T/2+6 );
w_simple=simple(w);
T=0:12;
siTa=83.5;
y_simple1=eval(w_simple);
plot(T,y_simple1);
title('白天太阳总辐射能');
xlabel('时间 t(\ith)');
ylabel('辐射能量 W(\itKJ/m^{2})');
hold on;
% 吸收能量
hold on;
syms T x siTa;

```



```

w=2*int( ((-4.8285e-005 *(2*siTa./T.*(x-6)).^2 + 0.006301 *(2*siTa./T.*(x-6)) +
0.29429)*0.95+(4.8285e-005 *(2*siTa./T.*(x-6)).^2 - 0.006301*(2*siTa./T.*(x-6)) +
0.70571)*0.95 ).*(-0.11379 *x.^4 + 5.462* x.^3 - 100.995* x.^2 + 850.8274 *x - 2391.7538)*3.6,6,T/2+6 );
%w=2*int( ((-4.8285e-005 *(2*siTa./T.*x).^2 + 0.006301 *(2*siTa./T.*x) + 0.29429)*0.91+(4.8285e-005
*(2*siTa./T.*x).^2 - 0.006301*(2*siTa./T.*x) + 0.70571)*0.89 ).*(-0.11379 *x.^4 + 5.462* x.^3 - 100.995*
x.^2 + 850.8274 *x - 2391.7538)*3.6,6,T/2+6 );
w_simple=simple(w);
T=0:12;
siTa=83.5;
y_simple1=eval(w_simple);
plot(T,y_simple1,'.',T,y_simple1,'b-');
xlabel('时间 t(\ith)');
ylabel('能量 W(\itKJ/m^{2})');
title('普通沥青对阳光吸收率的影响');
legend('总辐射能','反射的能量','吸收的能量');

```