第四届数学中国数学建模网络挑战赛

#1096

第四届"互动出版杯"数学中国

数学建模网络挑战赛 承 诺 书

我们仔细阅读了第四届"互动出版杯"数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白,在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式(包括电话、电子邮件、网上咨询等)与队外的任何人(包括指导教师)研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道,抄袭别人的成果是违反竞赛规则的,如果引用别人的成果或其他公开的资料(包括网上查到的资料),必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺,严格遵守竞赛规则,以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为,我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(<u>www.madio.net</u>)公布论文,以供网友之间学习交流,数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为: 1096

参赛队员 (签名):

队员 1;

队员 2:

队员 3:





参赛队教练员 (签名): 张引娣

参赛队伍组别: 本科组

第四届"互动出版杯"数学中国

1

数学中国YY网校频道:159214 数学中国www.madio.net 数学中国公众微信平台:shuxuezhongguo

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

#1096

数学建模网络挑战赛 编号专用页

参赛队伍的参赛队号: (请各个参赛队提前三填写好):

1096

竞赛统一编号(由竞赛组委会送至评委团前编号):

竞赛评阅编号(由竞赛评委团评阅前进行编号):

ZXX

数学中国教师交流群:70339631

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

#1096

2011 年第四届"互动出版杯"数学中国数学建模网络挑战赛

题 目 — A 题: 客机水面迫降时的姿态——

关键词 层次分析法 梁构件 许用应力 最低吃水深度

摘 要:

随着飞机的日益普及,飞机故障等问题层出不穷,飞机水面迫降也成为发生坠机时驾驶员首要选择之一。为了让飞机更加安全的着陆,保障众多旅客的安全,我们研究的这一课题就显得意义尤为重要。

题目要求我们求出飞机的最佳降水姿态。飞机是无动力迫降在静的水面上的。针对这一题目,我们采用数学建模中的层次分析法,研究应力分析和滑翔时间这两个问题。

首先,我们把飞机看成力学里面的梁构件进行分析,建立比例模型一。通过动量守恒定律、达朗贝尔原理、截面法等力学知识确定飞机碰撞水面一瞬间造成的冲击应力的大小。并且此剪应力必须小于等于飞机材料的许用应力,以免撞击水面一瞬间给飞机造成巨大杀伤力摧毁飞机。通过计算和 MATLAB 绘图,得到飞机接触水面长度 x 与夹角 θ 应满足的关系。

其次,在滑翔时间问题中,我们把飞机的漏水部位简化,建立模型二,得到主要漏水部位,然后根据它们的流量计算出飞机迫降时的最佳位置。这两个模型的公共约束解即为飞机最佳迫降角度和触水长度。最终我们运用阿基米德原理,列出飞机在滑翔时浮力与重力等关系表达式,求解出飞机的滑翔时间和飞机漂浮前飞机排开水的体积,得到了飞机此时最低吃水深度,为漂浮争取了更多的时间,让旅客有充足的时间逃离飞机。

第四届数学中国数学建模网络挑战赛 #1096

参赛队号 1096 参赛密码 (由组委会填写)

所选题目 A

英文摘要(选填)

With the day-by-day widely use of planes, some problems such as accidents on the air emerge more frequently. Thus ,the force landing on the water become one of the alternatives for the pilot when crashes occur .In order to land the plane more safely and protect the passengers from being hurt ,it is necessary and important for us to study this topic.

We are required to work out the plane's best pose while landing on the water and the plane lands on the static water surface without energy .In response to this question, we adopted the AHP method in the Mathematical Modeling to analyze the shear stress and the gliding time.

First, we regard the plane as the bridge component part in the mechanics and forge the model one. To confirm the magnitude of the shock force exerts on the plane the moment the plane contact with the water surface , we use some mechanic knowledge such as the law of conservation of the momentum , the D'alembert principle ,the section method and so on .This shear stress must be smaller than the

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

#1096

material's permitted shear stress in order to avoid the plane being destroyed by the shock force exerts on the plane the moment the plane reach the water surface . Through calculating ,we get the relationship between the length x and the angel θ of the plane when it contact with the water surface .

When it comes to the problem of gliding time, we simplified the water leakage position and forged the model two to get the water leakage position, then according to their water flow, we worked out the best force landing position. The joint binding result of this two models is just the length x and the angel θ of the plane when it contact with the water surface .Finally, we used the Archimedes principle and forged the expression of the relationship between the weight and the floating force while gliding. We worked out the gliding time and the volume of the water that the plane compelled and then we got the lowest sea gauge. It offers more time for floating and provides ASSET enough time for the passengers to escape from the plane.

5

数学中国YY网校频道:159214 数学中国www.madio.net 数学中国公众微信平台:shuxuezhongguo

#1096

一、问题提出

飞机、直升机在近海或跨海使用越来越频繁,发生水上迫降和坠毁事故也逐渐增多.为此各国民航部门都把水上迫降安全性作为颁发飞机适航证的重点考察内容之一,我国规范也做了明确的要求,国家文献对1959年到1991年以来发生的26起商用飞机水上事故做了统计,通过对机体结构的完整性、破坏部位、座舱完整性等的观察,分析了造成伤害和死亡的主要因素,指出飞机水上迫降安全至少需要考虑两方面因素:飞机着水姿态和结构强度.

在研究飞机水面迫降的课题里,我们主要研究一下两个问题。第一:为飞机迫降时的结构强度分析,主要是飞机与水平面接触时的撞击力度能否满足飞机自身抵抗破坏能力的大小,最大程度的保障飞机的完整性。第二:为飞机的迫降姿态,确定一个合适的飞机与水平面接触时的角度。以达到单位时间内飞机进水量最小化的目标,争取最大的漂浮时间。

二、符号说明

							
变量符号及其说明							
序号	符号	表示意义					
1	M	飞机质量					
2	1	飞机机长					
3	d	飞机机宽					
4	θ	飞机与水面瞬间接触时飞机与水面夹角					
5	V_0	飞机坠机前,水平初速度					
6	Н	坠机时,飞机距水面高度					
7	\mathbf{V}_1	飞机与水面接触前的瞬间速度					
8	q	飞机重力的分布载荷					
9	F_1	飞机与水面相撞的撞击力					
10	F_2	飞机与水面相撞时的浮力					
11	a_{y}	飞机撞击水面所产生的竖直加速度					
12	$V_{\rm y1}$	飞机撞击水面前的竖直方向的速度					
13	\mathbf{V}_{y2}	飞机撞击水面后的竖直方向的速度					
14	t	竖直方向上的速度瞬间变为 0 的时间,由于飞机 上的材料在 0.3s 之前已经破坏。所以 t 可以认 为是常量					
15	$F_{\rm s}$	内力					
16	$A_{\rm s}$	许用面积					
17	T	剪应力					
18	[T]	许用应力					
19	ρ	水的密度					
20	V	飞机排开水的体积					

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

#1096

21 Fw

进入飞机体力水的重力

三、问题分析

3.1、飞机迫降姿势的选取

水上迫降时,飞机与水面接触瞬间就是面载荷,与地面撞击相比,撞击载荷又相对较小,导致常规的缓冲吸能部件压溃较小,难以发挥效能,同时由于起落架无法正常工作,未被吸收的能量很可能造成机体结构的损坏,由此水上迫降有可能导致比地面撞击更严重的伤害。因此我们要选择一个飞机与水面接触的最佳位置,已达到对飞机的损坏最小。

如果机身下部蒙皮破裂,那么水将流入机舱,乘员很难有充足的时间逃离,而飞机过快沉没事水上迫降失败的致命原因。所以我们认为飞机不会以整个底面先接触水。

若飞机斜侧着先接触水面,由于飞机速度很快,与水面必将产生很大的撞击力, 足以拍断机翼,进而大量海水进入客舱,危及乘客生命。同时,飞机降落时应该是平衡的,否则海水会将飞机迅速吞入海中,因此飞机不能以斜侧的姿态接触水面。如图3-1。





图3-1飞机机头先接触水面图

图3-2 飞机机翼接触水面

飞机降落应该是柔和的,没有俯冲或跳跃,向前减速度不能太大,撞击压力和滑翔压力也不能太大,而因为俯冲会给飞机造成灾难性破坏,跳跃会使飞机失去操纵。所以模型假设的时候,我们不需要考虑机头向下的情况。如图3-2。

综上考虑,我们应只考虑机尾向下,机头向上的情景,以一定的角度与水面接触的姿态滑翔。如图 3-3。

3.2、飞机迫降安全性的相关因子

一般飞机是由几段组成的,所以,考虑飞机迫降时水面对飞机各个部分的冲击载荷,因为各个部件的最大许用力不同,冲击载荷随着速度的不同和姿态角的不同将会用很大的变化,所以我们要的结果,就是得到最佳的姿态角,使得飞机断裂程度最小,进水量最少,漂浮时间最长。最大限度的保障人员安全。

3.3、分析方法的选取

因为飞机的许用应力和漂浮时间设计到飞机的材料,材料可以承受的应力等力学知识,所以我们应该选择动力学,流体力学等原理,对飞机迫降时的状态进行分析,以求得飞机最佳的角度。

#1096



图3-3 机尾向下,机头向上的情景

四、模型假设

4.1 外部因素假设

4.1.1、空气阻力在飞机迫降过程中不考虑

4.1.2、客机以中线为对称轴落下,即机翼连线平行于水面落下

4.2 内部因素考虑

假设客机进入水中的时候进水部位只有1号舱、2号舱、3号舱、电子\电气设备舱门、尾椎密封和尾椎口盖、机腹门、APU门、后服务门流到辅助仓。

五、模型分析

5.1 应力数学模型的建立与分析:

5.1.1 应力数学模型的建立

飞机从 H (m) 高空无动力落下,不考虑空气阻力,飞机接触水面初速度,初动能,初动量以及与水面夹角的结果有:

初速度:
$$\vec{v} = v_0 \vec{i} + \sqrt{2gH} \vec{j}$$

初动能:
$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

初动量:
$$p_x = Mv_x$$

$$p_y = Mv_y$$

类加

#1096

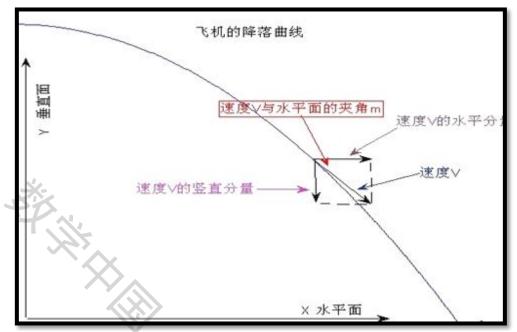


图 5.1-1 飞机无动力下落速度分析图

将飞机看成一个梁,如图 5.1-2 所示,设机尾在原点位置,以水面为 X 轴,垂直水面方向为 Y 轴,飞机长度为 L,宽:d。质量为 M。运用几何画板得到下图。

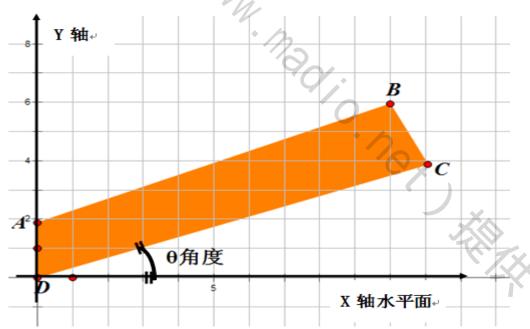


图 5.1-2 飞机简化为梁的坐标图

当飞机与水面接触的瞬间,飞机与水面的夹角为 θ ,当飞机在天空中飞行坠机之前,飞机的速度为 v。且此时与地面的高度为 H。假设飞机在坠机过程中是失去动力的,且忽略风阻,则飞机与海平面接触瞬间的速度为

$$\vec{v} = v_0 \vec{i} + \sqrt{2gH} \vec{j}$$

以下分析都是基于飞机与水平面碰撞的一瞬间而展开 当飞机与海平面撞击时,飞机的受力分析图如下图

#1096

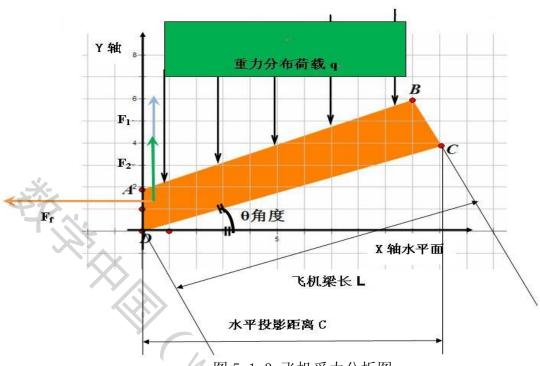


图 5.1-3 飞机受力分析图

设

$$\begin{cases}
q = ax + b & (1) \\
q_0 + q_c = 2q_{mid} & (2)
\end{cases}$$

因为
$$b+ac+b=\frac{2Mg}{c}$$
 (3)

所以
$$a = \frac{2Mg - 2b}{c}$$
 (4)

$$\tan \theta = \frac{q_0 - q_c}{c} = \frac{b - (ax + b)}{c} = -a$$
 (5)

$$a = -\tan\theta \tag{6}$$

帶入 (4) (5) 两式有
$$b = \frac{Mg}{c} + \frac{c \tan \theta}{2}$$
 (7)

将(6)(7)两式代入
$$q = ax + b$$
有 $q = -\tan\theta * x + \frac{Mg}{c} + \frac{c}{2}\tan\theta$

下面以整个飞机为研究对象,根据达朗贝尔原理得到:

$$\sum F_{y} = 0$$

$$E -Mg + F_{1} + F_{2} + Ma_{y} = 0$$

$$(9)$$

(其中 a, 为飞机撞击水面所产生的竖直加速度)

当飞机撞击水面时遵循动量守恒定律,因此有

$$Mv_{y2} - Mv_{y1} = -F_a t$$
 (10)
即为 $M(0 - \sqrt{2gH}) = -F_a t$ (11)

#1096

所以
$$\begin{cases} F_a = \frac{M\sqrt{2gH}}{t}, \\ F_a = Ma_y \\ a_y = \frac{\sqrt{2gH}}{t} \end{cases}$$
 (12)

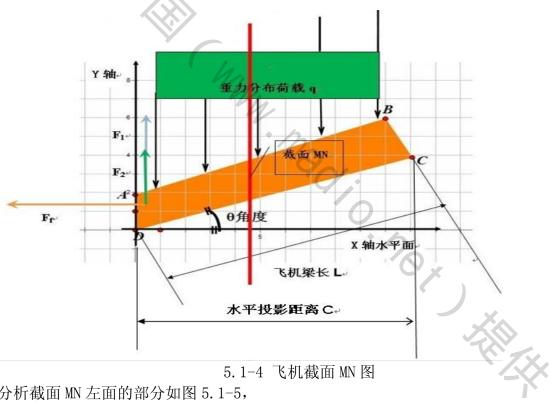
(t 为竖直方向上速度变为 0 时的时间)

将(12)代入(9)得到

$$-Mg + F_{1} + F_{2} + \frac{M\sqrt{2gH}}{t} = 0$$

$$EF F_{1} + F_{2} = Mg - \frac{M\sqrt{2gH}}{t}$$
(13)

接下来分析飞机所受应力,作截面 MN,截面如图 5.1-4 所示:



5.1-4 飞机截面 MN 图

分析截面 MN 左面的部分如图 5.1-5,

数学中国YY网校频道:159214

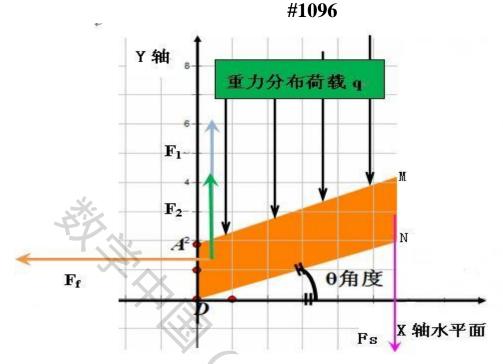


图 5.1-5 截面左边内力分析图 应用材料力学的截面法求解如下:接下来分析飞机所受应力:

$$\Sigma F_{y} = 0$$
 $\rightarrow -mg + F_{1} + F_{2} + ma_{y} + F_{s} = 0$ (14)
$$(m 为截面 M) 左面部分的飞机质量)$$

$$mg = q * x = (-\tan\theta * x + \frac{Mg}{c} + \frac{c}{2}\tan\theta)x$$
 (15)
$$m = \frac{-x^{2}\tan\theta + \frac{Mgx}{c} + \frac{cx\tan\theta}{2}}{g}$$
 (16)

$$m = \frac{c}{g}$$

$$(16)$$
将 (16) (13) 代入式 (14) 得
$$\begin{cases} F_s = -x^2 \tan \theta + \frac{Mgx}{2} + \frac{cx \tan \theta}{2} - Mg + \frac{M\sqrt{2gH}}{t} - \frac{g\sqrt{2gH(-x^2 \tan \theta + \frac{Mgx}{c} + \frac{cx \tan \theta}{2})}}{t} \end{cases}$$

由上两式 得
$$F_s = (1 - \frac{g\sqrt{2gH}}{t})(-x^2 \tan \theta + \frac{Mgx}{l\cos \theta} + \frac{xl\sin \theta}{2}) + \frac{M\sqrt{2gH}}{t} - Mg$$

许用面积
$$A_s = \frac{sd}{\cos \theta}$$

由剪应力 $\tau = \frac{F_s}{A_s} \le [\tau]$ 可得下式

#1096

$$\tau = \frac{(1 - \frac{g\sqrt{2gH}}{t})(-x\sin\theta + \frac{Mg}{l} + \frac{l\sin\theta\cos\theta}{2})}{d} + (\frac{\sqrt{2gH}}{t} - g)\frac{M\cos\theta}{dx} \le [\tau]$$

通过上式可得到x和 θ 之间的关系,要求飞机在迫降时必须满足上式,即要求剪应力必须小于许用应力,以免强度过大破坏机尾。

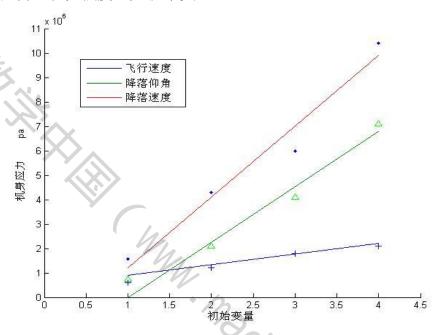


图 5.1-6 不同情况下对飞机应力大小

5.1.2 应力数学模型的结果分析

由这个结果我们可以看出,除去定值得那些未知量,我们最后可以得出 θ 和x的不等关系。对于这个应力模型,我们分析 5. 1-6 这个图可以知道仰角越小时,水面对于飞机的应力越小。但是这样飞机与水面瞬时接触的长度 x 就会很大,影响机身的完整性。我们使用 MATLAB 做出两个变量的关系图如下图 5. 1-7

#1096

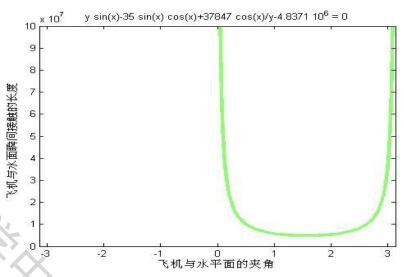


图 5.1-7 θ 与 X 的关系图

由这个图分析可知在允许范围内, θ 和 X 是成反比关系,所以联系下面要研究的漂浮时间问题,因为漂浮时间需要的是最小的 X,但是 θ 值的大小影响了飞机的稳定性等因素,所以可以进一步研究。

5.2 漂浮时间模型

数学中国YY网校频道:159214

5.2.1 漂浮时间模型的建立

下面我们对飞机以何种姿态迫降能获得更多的漂浮时间进行建模分析:

某飞机主要漏水部位及流速							
部位	面积m²	流率 m/s	体积量 m³/s				
1号货舱	40.5	0.774	31. 347				
2 号货舱	40.5	1.064	43. 092				
3 号货舱	40.5	1.905	77. 1525				
电子\电气设备舱门	9.2	0.286	2.6312				
尾椎密封和 尾椎口盖	16.71	0.549	9. 17379				
机腹门	14.9	1.005	14.9745				
APU []	23.2	1.527	35. 4264				
后服务门流 到辅助仓的 进水面积	14. 47	0.352	5. 09344				

体积量=面积*流率,表是单位时间内流过的水量

图 5.2-1某飞机主要漏水图

#1096

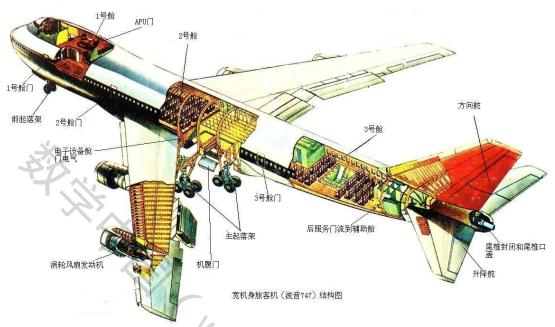


图5.2-2飞机结构图

飞机的 APU 门是安全逃生门,它位于飞机的上部,所以我们在计算漏水面积的时候可以不用考虑飞机的 APU 门。

通过对飞机结构图和漏水面积图分析得到,1号货舱、2号货舱、电子/电气设备舱门和机腹门主要位于飞机的前半部分,3号货舱位于飞机中后部分,尾椎密封和尾椎口盖、后服务门流到辅助舱位于飞机的尾部,因此我们考虑以机尾最先接触水面是最好的。下面我们将对我们的想法进行验证。

飞机漏水部位的变量				
部位	面积	流率		
1号货舱	A1	V1		
2 号货舱	A2	V2		
3 号货舱	A3	V3		
电子\电气设备舱门	A4	V4		
尾椎密封和尾椎口 盖	A5	V5		
机腹门	A6	V6		
后服务门流到辅助 仓的进水面积	A7	V7		

图 5.2-3 飞机主要漏水部位的变量

第四届数学中国数学建模网络挑战赛

#1096

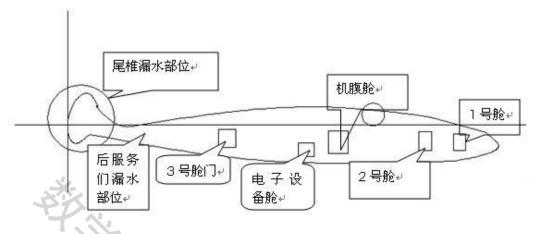


图 5.2-4 飞机主要漏水部位图

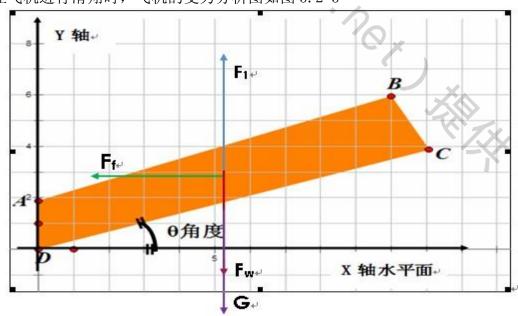
上表为飞机漏水部位的和流率的假设变量,因此有它们单位时间的流量 $q_i = A_i v_i$,通过比较它们的流量可以得出飞机以机尾最先接触水面可以减少单位时间的进水量,从而验证了我们的假设具体的主要漏水部位见图 5. 2–4。

根据求解 $\min \sum_{i=1}^{7} A_i V_i$ 。我们可以得出最佳的入水角度。

因为 V. 不是定值。是关于角度的一个函数,

$$V_i = f(\theta)$$

下面我们将对飞机的滑翔时间进行分析: 在飞机进行滑翔时,飞机的受力分析图如图 5.2-5



受力分析图 5.2-5

飞机在滑行过程中所受浮力为 F_2 ,重力G,进入飞机内的水的重力 F_w ,水平面的

#1096

阻力 F_f 。

飞机竖直方向上的受力应该合力为 0, 因此有等式

$$F_2 = G + F_w$$

$$F_2 = \rho g V$$
.

其中 ρ 是水的密度,V是飞机排开水的体积

$$G = Mg$$
 , M 是飞机的重力

$$F_{w}=m_{w}g=gtq=gt\sum_{i=1}^{i=7}v_{i}A_{i}$$
 ,

t 是滑翔时间, q_i 是单位时间的水流量

当飞机滑翔结束时,飞机将会漂浮在水面上,此时水平方向上的速度为0,因而

有公式
$$0 = v_0 - \frac{F_f}{M}t$$
 ,进而导出 $t = \frac{v_0 M}{F_f}$,带入上式 $F_1 = G + F_w$,进而可求飞机排水体积 V ,

$$V = \frac{Mg + g \frac{v_0 M}{F_f} \sum_{i=0}^{i=7} v_i A_i}{\rho g}$$

5.2.2 漂浮时间模型结果的分析

首先机尾接触水面的角度不可以超过30度,否则飞机将会侧翻,或者失去平衡,这样将会对乘客带来安全威胁。飞机的角度也不可以过小,这样机底大面积的突然性的接触水面,将会使机身下部蒙皮破裂,水流进入机舱,乘客难以有充足的时间撤离飞机。这个时候飞机漂浮时间是不存在的。

通过对飞机的动力模型迫降实验,主要总结如下:

在平静的水面,若机身底部采用刚性部件,襟翼收起,飞机以9度和12度纵向姿态角接水,迫降减速过程平稳,以6度纵向姿态角接水,迫降减速过程出现跳跃,且机体有下沉运动,不过姿态角没有明显变化。若机翼放下,以上三种姿态接水,迫降滑行过程都比较平稳。而此时的漂浮时间,由于没有跳跃,没有大的破坏,所以飞机的漂浮时间应该比较长。

综合考虑,我们认为飞机以 $5^0 \le \theta \le 20^0$ 的角度与水面接触是最好的。

六、 模型的评价

6.1 模型的优点

• 首先这个问题的求解如果考虑各种情况下飞机受的冲击载荷等因素是不可取的, 所

#1096

以我们逐个否定了侧翼先着水,前机身先着水等方案,最后得到机尾先着水这样一个方案。如果采用穷举法或举例法,都有失偏颇,不具有针对性和代表性。

- 第一问中我们利用比例模型。假设了飞机为梁,用这样一个力学中常用的模型来分析受力情况,求解模型得到了最大应力值和许用应力值的关系,利用动量定理和达朗贝尔原理等力学方法求解,避开了不同飞机微小构造不同的方面,具有通用性。
- 抓住主要矛盾。第二问中我们要求最大漂浮时间,我们知道飞机有很多漏水口,但是如果都考虑进去,会使得这个模型很繁琐,所以我们只考虑了七个主要漏水口,通过七个主要漏水口的流速,面积的比较,我们可以得出尾部先着水才是最佳选择的结论。避免了在次要矛盾上花费大量时间。

6.2 模型的缺点

- 由于时间的关系,虽然我们给出了飞机与水平面之间夹角与触水长度之前的不等式,但是我们没有去验证这个模型。
- 在假设的时候我们假设飞机是梁,这样的简约假设对于问题的解决有优点,但是缺点也很突出,就是不能真正的模拟复杂的迫降环境,不能真正的模拟实际。这个是模型的制约点。

七、模型的推广和改进

- 7.1 模型中的优化模型可以设置很多,在我们的研究方案中,我们把主要漏水面积等已经固定住,所以可能有不少因素没有被优化,但是在推广模型中,我们可以把各个因素逐一优化,以达到最佳的目标,比如飞机的漏水部位的变化等。
- 7.2 我们只假设了一次迫降,如果考虑二次迫降,那么接下来的方案将会有不同,因为竖直速度等运动量会发生变化。
- 7.3 飞机的质量, 襟翼等都会影响飞机的迫降最佳角度的选择, 最少质量, 放下襟翼都会使得迫降得到优化, 这些因素可以在接下来的研究报告中得到体现。
- 7.4 另外,如果该模型添加了MATLAB 仿真模型之后,将更具体非常强大的推广价值,将会使得模型具有非常直观形象的特点,占据强大的优势。

八 参考文献

- 【1】李斌,杨智春,《大型运输机水上迫降研究进展》,西北工业大学,2007.3
- 【2】张韬, 《民用飞机水上迫降分析模型和数值仿真》, 北京航空航天大学2010.6
- 【3】姜启源,谢金星等,数学模型(第三版),北京:高等教育出版社,2003.8

九、附录

1、图 5.1-6 不同情况下对飞机应力大小图的 MATLAB 代码

X=[1,2,3,4];

Y1=[0,2.1,3.8,7.1]*10^6;

Y2=[0.9,1.3,2.0,2.2]*10^6;

Y3=[1.6,4.6,6.2,10.4]*10^6;

18

数学中国YY网校频道:159214 数学中国www.madio.net 数学中国公众微信平台:shuxuezhongguo

#1096

```
Plot(x,y1,x,y2,x,y3);
     Hold on
     Plot(x,y1,'.',x,y2,'.',x,y3,'.')
    2. 图5. 1-7 \theta与X的关系图在MATLAB里面的代码
           ezplot('y*sin(x)-35*sin(x)*cos(x)+37847*cos(x)/x-4.8371*10^6',[-pi,pi,0,100]
0000000])
    3. 问题二求解程序:
     Define M, \rho, g, v_i, A_i, F_f;
     #include "stdio.h"
     #include "math.h"
     Double pow(double a,int n)
     {int i;
      double q;
      q=a;
                        Chum Badio Dox Hilling
      for(i=0;i< n;i++)
        {q=q+v*A};
           return q;
      }
   main()
   {double t, V, G, F_2, F_w;
     G=M*g;
     F_2 = \rho * g * V;
     t = \frac{v_0 * M}{F_f};
     F_{w} = g * t * pow(a,b);
       printf("%s",V);
```