

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承诺书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：

参赛队员（签名）：

队员 1：裴松

队员 2：胡继周

队员 3：石艳

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：本科组

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 编号专用页

参赛队伍的参赛队号：1744

竞赛统一编号：

竞赛评阅编号：

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题目：基于熵值法和预警系统模型的车险问题分析

关键词：变异系数 熵值法 风险评价 预警 层次分析法

摘 要

汽车保险公司为了降低车辆出险率，鼓励保户续保，发展潜在保户，通常都会对满足一定要求的保户或者投保人给与一定比例的保护浮动优惠，就是通常所说的保费折扣。为了更好地评估保险分公司的业绩，很多保险公司开始考虑引入风险评估机制来对其进行考核，潜在风险较低的分公司会得到较高的考核成绩。

问题一，通过查阅资料[1]，本文确定现在的车险保费浮动主要与赔款发生次数、赔保比率、多险种投保、平均年行驶里程和特殊风险等几个因素挂钩。得知这些基本影响因素后，本文结合所给参考数据、对第一阶段问题的分析结果[2]以及查阅资料，按车辆的使用性质将车辆分为个人车辆和团体车辆；选取赔款发生次数、赔保比率以及违章行驶这三个基本因素作为个人车辆的评价指标；选取管理系数、经验赔付和风险水平系数这两个基本因素作为团体车辆的评价指标。然后分别对这五个因素中所包含的指标求取变异系数，继而建立基于变异系数的熵模型，利用 MATLAB 求取各指标的保费浮动系数，进而根据保费浮动系数给出一套保费浮动方案，方案如下所示：承保车辆商业保险最终保费浮动系数采用系数连乘的方式计算：（具体数值根据表 3-9 查找）（一）个人车辆：个人车辆最终保费浮动系数=个人车辆系数 $G \times$ 赔款发生次数系数值 $A \times$ 赔保比率系数 $B \times (1 + \text{交通违法记录系数 } C)$ ；个人车险保险费=个人车辆最终保费浮动系数 \times 标准保费。（二）团体车辆：团体车辆最终保费浮动系数=团体车辆系数 $T \times$ 管理系数 $D \times$ 经验赔付和风险水平系数 E ；团体车险保险费=团体车辆最终保费浮动系数 \times 标准保费。

问题二，针对题目中的问题，基于层次分析法，建立了潜在风险评估与预警系统模型，制定出风险评价基准表，并对参考数据中的保险公司进行潜在风险评估，得出风险等级评估受风险等级评估的层次分析图中最底层因数的影响，即受一定程度限制大风险承保、实现较大利润、以及提高信誉度的影响，我们通过查阅资料，取信誉度值为 0.92，从而得到风险评估系数为 0.3731。根据表 4-2 风险评价基准表可以知道所提供参考数据的公司为低度风险状态。为了使该公司获取较大利润的同时又能尽量减低投保潜在风险，我们对该公司提出如下建议：采取合理的措施，控制大风险投保的数量；诚实经营，提高公司的信誉度。

参赛队号 1744
所选题目 C

参赛密码 _____
(由组委会填写)

ABSTRACT

Auto insurance companies to reduce vehicle ChuXianLv, encourage protecting a renewal, development potential, usually to satisfy safeguard the insured or the applicant must be given a certain proportion of protection, is usually said floating preferential premium discount. In order to better evaluate the performance, many insurance branch insurance companies began to consider introducing to the risk evaluation mechanism to the potential risk evaluation, low branch will get higher assessment results.

Problem a, access to information is determined in this paper [1], the insurance premium now floating primarily with The Times, and lose reparations happened more than insurance coverage ratio, the average annual trip mileage, several factors and special risk porcelain. That these basic factors, this paper has given reference data for the first stage problems, analysis result [2] and access to information, according to the use of cars nature will vehicles into personal vehicles and groups vehicles; Select reparations happen times, compensate the ratios and violate these three basic factors driving as a personal vehicle evaluation index; Select management coefficient, experience compensation and risk level coefficient these two fundamental factors as groups vehicles evaluation index. Then on the five factors respectively contained in the index calculating coefficient of variation coefficient of variation, then based on the entropy model, use of MATLAB account the index, then according to the premium floating coefficient floating coefficient given A set of insurance premium floating plan, plan shown below: insurance premium vehicles commercial insurance eventually by LianCheng floating coefficient of the way of calculating coefficient of concrete numerical according to table 3 (9) (A) search personal vehicles: personal vehicles final premium floating coefficient = personal vehicles coefficient $G \times$ reparations happen coefficient $A \times$ number of guaranteed rate coefficient $B \times$ loss $(1 + \text{traffic illegal record coefficient } C)$; Individual insurance premium = personal vehicles final premium floating coefficient \times standard premium. (2) groups vehicles: groups vehicles final premium floating coefficient = group vehicle coefficient $T \times$ management coefficient $D \times$ experience compensation and risk level coefficient E ; Group insurance premium = group vehicles final premium floating coefficient \times standard premium.

Question 2, in view of the problems in the topic, based on hierarchy analysis method was established, and a potential risk assessment and early warning system model and work out the risk assessment of the benchmark table, and the insurance company for reference data, it is concluded that the potential risk assessment by the risk level evaluation grade evaluation of risk in FenXiTu hierarchy of effects, which lobby factor by certain degree to limit the major risk insurance, achieve large profits, and increase the influence of credibility by us, check data and take for 0.92 reputably, thereby get value for 0.3731 risk evaluation coefficient. According to table 4-2 risk assessment benchmark table can know the company provided reference data for low risk state. In order to make the company got large profits also can minimize potential risks, we insure on the company Suggestions are as follows: to take reasonable steps to control the number of big risk insurance; Honest operation, improve the company's reputation.

目录

1、总述.....	2
1.1 背景.....	2
1.2 研究现状.....	2
2、模型假设.....	3
3、问题一的求解.....	3
3.1 问题一的分析.....	3
3.1.1 要解决的问题.....	3
3.1.2 问题的解题思路.....	3
3.2 问题一的解答.....	3
3.2.1 数据的筛选及分类.....	3
3.2.2 数据统计分析.....	4
3.2.3 各指标变异系数的求解.....	6
3.2.4 基于变异系数的熵模型的建立与求解.....	7
3.2.5 保费浮动方案的给出.....	10
4、问题二的求解.....	11
4.1 问题二的分析.....	11
4.1.1 要解决的问题.....	11
4.2 问题二的解答.....	11
4.2.1 风险评价与预警系统的构建原则.....	11
4.2.2 风险评价与预警系统的结构.....	11
4.2.3 风险评价和预警的建模方法.....	12
4.2.4 基于层次分析法的风险评估模型的建立及求解.....	13
4.2.5 参考数据中的汽车保险公司的潜在风险评估.....	18
4.2.6 模型分析与对该公司的建议.....	19
参考文献：.....	20
附录一：熵值法 MATLAB 代码.....	21
function shang(x).....	21

1、总述

1.1 背景

汽车保险主要包括机动车辆交通事故责任强制险，第三者责任险，机动车辆损失险，和附加险。近年来我国汽车产业快速发展带动了车险业的蓬勃发展，迅猛膨胀的汽车消费者群体同时也构成了消费者的庞大队伍。据不完全统计，1998年我国民用汽车保有量为1319万辆，投保车辆约占55%；2002年我国汽车保有量为2100万辆，投保车辆约占60%；4年累计投保车辆增加534.55万辆，同比增长40.5%。截止到目前，全国20多家财产保险公司中有12家开办了车险业务，车险业务已经超过财产保险业务的60%，承保车型涵盖国内外各大汽车制造商的所有车型。可以猜测车险市场必将成为今后发展力极大的市场。但是我国车险市场处于发育期，法制建设滞后，行业自律缺乏，风险防范和市场监管能力薄弱，存在许多严重问题。为了防范这些风险所带来的影响，各保险公司争相制订了相应的应对策略，但这些策略一经推出，便有很多方案遭到了质疑，质疑最多的便是如何才能实现车险保费的公平性，进而很多专家学者提出根据车辆过去的理赔记录，实现保费高低与风险状况相匹配，可以解决车辆事故多少与保费无关的不公平问题。

一些大型的保险公司要在全中国很多地区设立分公司。总公司每年要对分公司的业绩情况进行考核，考核结果直接影响分公司领导班子的去留。传统的考核方法就是计算公司的保费收入和理赔支出的差额。一些分公司为了提高自己的考核成绩，会使用受理一些风险较大的投保或者故意拖延理赔的处理时间等方法。因此，很多保险公司开始考虑引入风险评估机制来对分公司进行考核，潜在风险较低的分公司会得到较高的考核成绩。

1.2 研究现状

对于实施车险保费浮动策略到底会不会给投保户带来真正的实惠，国内的学者也进行了大量的调查研究。王芳在“浮动带来的公平” [3]一文中，从实证调查和统计分析的角度，对引入保费浮动后的签单保费与浮动前的保费进行了比较论证，得出引入保费浮动可以较好的实现保费高低与风险状况相匹配，可以解决车辆事故多少与保费无关的不公平问题。对于此问题，王琴兰、夏荣良在“中外车险奖惩系统比较” [4]中，通过针对国内外车险奖惩制度的比较发现，外国车险有着较为全面的评估系统，其中法国的保费水平自低到高有301种，瑞士有46级评估体系，而中国的保费浮动政策却还不是很健全；研究显示，引入保费浮动确实可以较好的解决车辆事故多少与保费无关的不公平问题。

近年来，以银行业为先导对风险评价和预警作了大量的研究，也提出了一些有应用价值的方法，如信用风险评鉴的专家方法、意大利银行采用的PATROL年度银行评级方法、法国银行委员会采用的ORAP评级方法、中国交通银行研究的《交通银行资产负债预警管理办法》、中国建设银行研究开发的风险评级预警系统等等，这些都为保险业风险评价和预警提供了可供借鉴的理论基础和实践经验。

2、模型假设

- [1]、题中所给参考数据为某车险公司的真实数据。
- [2]、各因素之间没有十分显著的相关性。
- [3]、在没有特殊情况下，各年的投保数据变化不足以对保费浮动产生质的影响。
- [4]、每个保单组中各风险单位是同质的，即具有相同的分布。

3、问题一的求解

3.1 问题一的分析

3.1.1 要解决的问题

在对问题进行深入分析后，我们总结出问题一需要解决如下的问题：

- 结合参考数据以及第一阶段问题的分析结果，选出影响保费浮动的主要因素。
- 根据不同因素包含的指标对数据进行处理，分别得出各指标的变异系数。
- 将各指标的变异系数分别带入熵模型，求出各因素中不同指标的保费浮动系数。
- 最后给出一套较为合理的保费浮动方案。

3.1.2 问题的解题思路

通过对参考数据的深入分析以及查阅相关的资料，我们对参考数据进行了筛选。因交强险具有明显的强制特性，而且其投保额受国家干预度较高，基本对保费浮动影响不大，所以我们只筛选出了交强险的数据对其进行分析。对于筛选出来的数据，根据赔款发生次数、赔保比率以及车辆使用性质进行分类统计，分别求出在这三个影响因素下的各个指标的变异系数，最后建立基于变异系数的熵模型，将各变异系数带入熵模型，利用 MATLAB 代码求出上述三个影响因素中不同指标的保费浮动系数，最后综合上述因素给出一套较为合理的保费浮动方案。

3.2 问题一的解答

3.2.1 数据的筛选及分类

通过对参考数据的分析以及查阅相关的文献，我们认为商车险才是促成保费浮动的主要内因，故我们筛选出了交强险的数据，共 3414 组，按不同的影响因素对其进行分类处理，得出如下结果：

1、按赔款发生次数统计分析。将出险次数按升序排列，较易得出统计分析结果，如表 3-1 所示。

表 3-1、按赔款发生次数统计分析结果

赔款发生次数	车辆数	占总数的百分比
0 次	2021	59.3%
1 次	715	20.9%
2 次	351	10.3%
3 次	168	4.9%
4 次	86	2.5%
5 次及以上	73	2.1%

2、按赔保比率统计分析。赔保比率定义为财务赔款与签单保费之比，去掉没有意义以及比值为零的结果，共得到 1022 组有效数据，得出统计分析结果，如表 3-2 所示。

表 3-2、按赔保比率统计分析结果

赔保比率	车辆数	占总数的百分比
(0-0.5]	635	62.1%
(0.5-1]	202	19.8%
(1-5]	161	15.8%
(5-∞]	24	2.3%

3、按车辆使用性质统计分析。将车辆分为个人车辆和团体车辆，通过筛选和统计得出如表 3-3 所示统计分析结果。

表 3-3、个人车辆的统计分析结果

车辆性质	车辆数	占总数的百分比
家庭自用车	1877	69.7%
营业货车	745	27.7%
出租、租赁车	69	2.6%

表 3-4、团体车辆的统计分析结果

车辆性质	车辆数	占总数的百分比
城市公交	2	0.25%
党政机关、事业团体	153	21.2%
特种车	2	0.25%
企业非营业用车	519	71.8%
营业特种车	47	6.5%

3.2.2 数据统计分析

对于表 3-1 所示统计分析结果，本文先利用 EXCEL 作出其散点图和饼状图，分析赔款发生次数的大体走向和趋势以及不同赔款发生次数所占的比率，分析结果如下图所示：

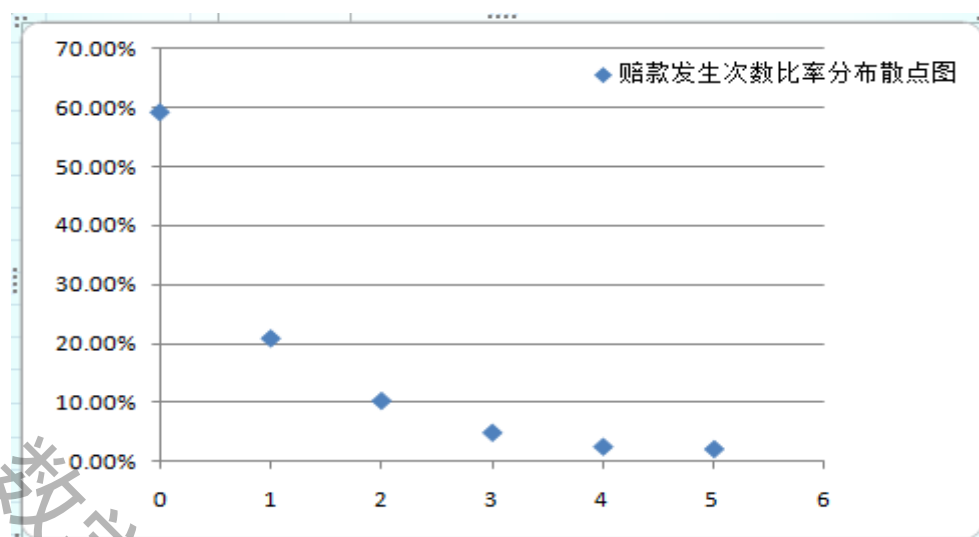


图 3-1、赔款发生次数比率分布散点图

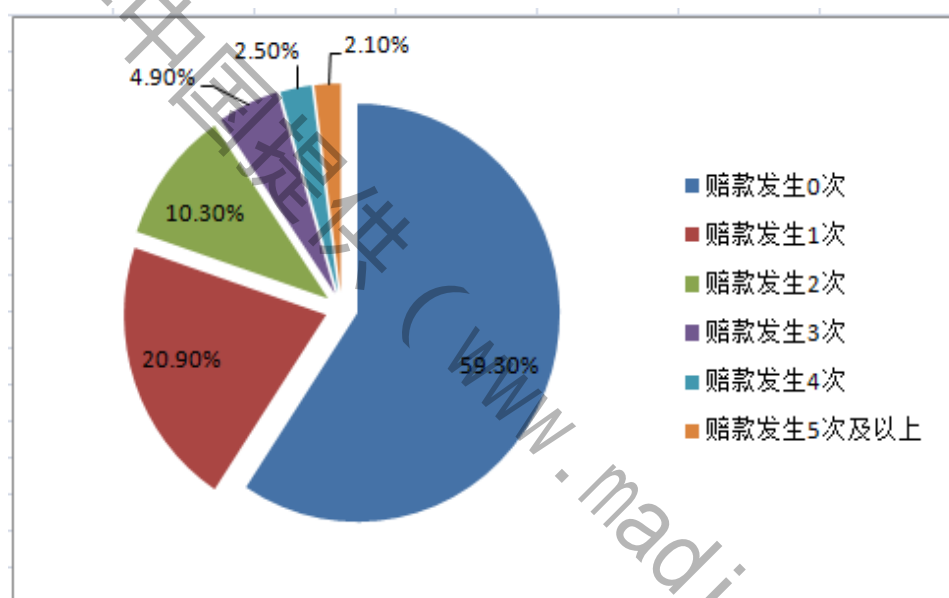


图 3-2、赔款发生次数比率分布饼状图

图 3-1 中的各点较好的反映出了赔款发生次数的走向趋势，给本文下一步进行变异系数求解提供了理论支持；图二则更直观的反映出了不同赔款发生次数的比率分布。

对于表 3-2 所示统计分析结果，本文也利用 EXCEL 作出其赔保比率分布的饼状图，直观反映不同赔保比率所占的比率，分析结果如三图所示：

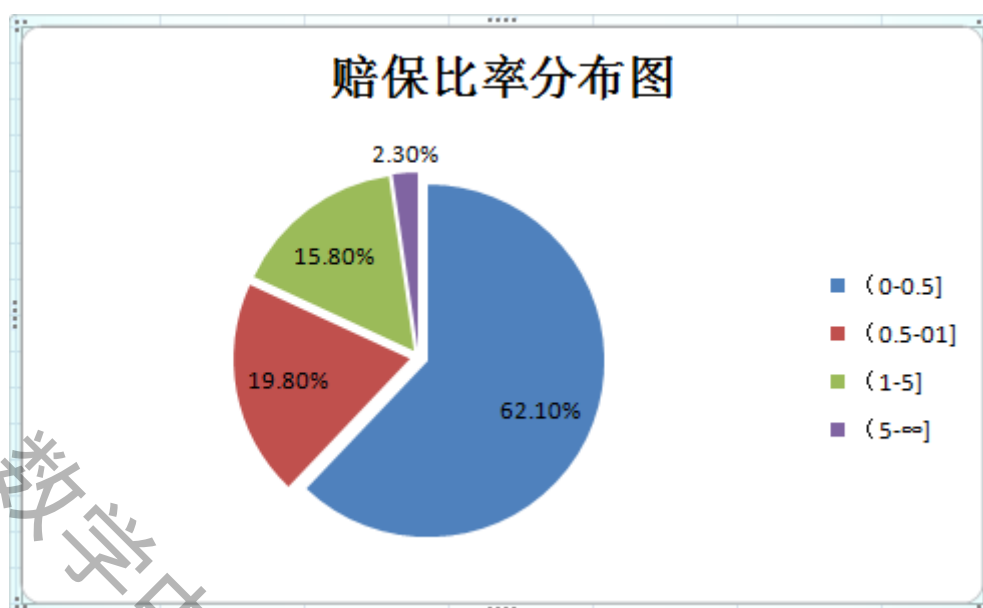


图 3-3、赔保比率分布图

通过图三可以直观的看出，赔保比率小于 1 占到了 81.9%，赔保比率大于 1 占了 19.1%；据此可以初步判断出大多数投保户是可以帮助保险企业实现盈利目的的。

3.2.3 各指标变异系数的求解

3.2.3.1 变异系数简介

变异系数又叫离散系数，是衡量资料中各观测值变异程度的另一个统计量。当进行两个或多个资料变异程度的比较时，如果度量单位与平均数相同，可以直接利用标准差来比较。如果单位和（或）平均数不同时，比较其变异程度就不能采用标准差，而需采用标准差与平均数的比值（相对值）来比较。标准差与平均数的比值称为变异系数，记为 $C \cdot V$ 。变异系数可以消除单位和（或）平均数不同对两个或多个资料变异程度比较的影响。

变异系数的计算公式为：

$$C \cdot V = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1-1)$$

式中， S 为标准差，计算公式为：

$$S = \sqrt{\frac{\sum x^2 - (\sum x)^2 / n}{n-1}} \quad (1-2)$$

\bar{x} 为算术平均数，计算公式为：

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1-3)$$

3.2.3.2 各因素变异系数的计算

将表 3-1、表 3-2、表 3-3 和表 3-4 的数据分别带入公式 (1-2)、(1-3)、(1-1)，利用 EXCEL 分别求出各因素的变异系数，汇总结果如下所示：

表 3-5、赔款发生次数对保费浮动的变异系数

因素	0 次	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次及以上
变异系数	0.318	0.184	0.045	0.028	0.010	0.004

表 3-6、赔保比率对保费浮动的变异系数

赔保比率	(0-0.5]	(0.5-1]	(1-5]	(5-∞]
变异系数	0.246	0.108	0.018	0.002

表 3-7、个人车辆对保费浮动的变异系数

个人车辆	家庭自用车	营业货车	出租、租赁车
变异系数	0.224	0.146	0.081

表 3-8、团体车辆对保费浮动的变异系数

团体车辆	城市公交	党政机关、事业团体	特种车	企业非营业用车	营业特种车
变异系数	0.018	0.205	0.014	0.200	0.010

3.2.4 基于变异系数的熵模型的建立与求解

3.2.4.1 熵模型简介

1、基本原理：

在信息论中，熵是对不确定性的一种度量。信息量越大，不确定性就越小，熵也就越小；信息量越小，不确定性越大，熵也越大。根据熵的特性，我们可以通过计算熵值来判断一个事件的随机性及无序程度，也可以用熵值来判断某个指标的离散程度，指标的离散程度越大，该指标对综合评价的影响越大。

2、熵值法步骤：

(1) 选取 n 个因素 m 个指标，则 x_{ij} 为第 i 个因素的第 j 个指标的数值

($i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$)。

(2) 指标的标准化处理:异质指标同质化

由于各项指标的计量单位并不统一,因此在使用它们计算综合指标前,我们先要对它们进行标准化处理,即把指标的绝对值转化为相对值,并令 $x_{ij} = |x_{ij}|$, 从而解决各项不同质指标值的同质化问题。而且,由于正向指标和负向指标数值代表的含义不同(正向指标数值越高越好,负向指标数值越低越好),因此,对于高低指标我们用不同的算法进行数据标准化处理。其具体方法如下:

$$\text{正向指标: } x'_{ij} = \left[\frac{x_{ij} - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})}{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})} \right] \times 100$$

$$\text{负向指标: } x'_{ij} = \left[\frac{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) - x_{ij}}{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})} \right] \times 100$$

则 x'_{ij} 为第 i 个因素的第 j 个指标的数值。 ($i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m$)。为了方便起见，仍记数据 $x'_{ij} = x_{ij}$ 。

(3) 计算第 j 项指标下第 i 个因素占该指标的比重：

$$p_{ij} = \frac{X_{ij}}{\sum_{i=1}^n X_{ij}}, (i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m)$$

(4) 计算第 j 项指标的熵值。

$$e_j = -k \sum_{i=1}^n p_{ij} \ln(p_{ij}), \text{ 其中, } k > 0, k = 1/\ln(n), e_j \geq 0$$

(5) 计算第 j 项指标的差异系数。对第 j 项指标，指标值的差异越大，对方案评价的左右就越大，熵值就越小，定义差异系数：

$$g_j = \frac{1 - e_j}{m - E_e}, \text{ 式中 } E_e = \sum_{j=1}^m e_j, 0 \leq g_i \leq 1, \sum_{j=1}^m g_j = 1$$

(6)：求权值：

$$w_j = \frac{g_j}{\sum_{j=1}^m g_j} \quad (1 \leq j \leq m)$$

(7)：计算各因素的综合得分：

$$s_i = \sum_{j=1}^m w_j \cdot p_{ij} \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

3.2.4.2 熵模型建立与保费浮动系数的求解

以上所选取的保费浮动率的影响因素共 5 个，即赔款记录次数、赔保比率、个人车辆、团体车辆以及违章行驶。由于违章行驶对保费浮动率有较大影响需加以考虑，但违章行驶影响度需要实际调研，所以我们无法通过熵模型将其求解出，故在给出保费浮动方案时，通过查阅相关资料[5]给出，其中团体车辆中的管理系数、经验赔付和风险水平系数也查阅资料[5]给出。对于其他四个影响因素，我们将表五、表六、表七、表八中各指标的变异系数分别带入上述的熵模型，利用附录一中的 MATLAB 代码求出上述四个影响因素中不同指标的保费浮动系数，求解结果汇总如表 3-9 所示：

个人车辆保费浮动系数				
项目	符号		说 明	系数值
个人车辆系数	G		车主为自然人	0.94
赔款发生次数 系数值	A	A1	2010-2011 年没有发生赔款	0.62
		A2	2010-2011 年发生 1 次赔款	0.70
		A3	2010-2011 年发生 2 次赔款	0.98
		A4	2010-2011 年发生 3 次赔款	1.1
		A5	2010-2011 年发生 4 次赔款	1.4
		A6	2010-2011 年发生 5 次及以上赔款	2.7
		A7	2010-2011 年首次投保商业车险	1.0
赔保比率系数	B	B1	(0-0.5]	0.85
		B2	(0.5-1]	0.92
		B3	(1-5]	1.20
		B4	(5-∞]	2.82
交通违法记录 系数	C	C1	驾驶机动车逆行、倒退行驶的	0.1
		C2	不按交通信号灯规定通行的	0.1
		C3	超速 50% 以上的	0.1
		C4	未取得机动车驾驶证、机动车驾驶证被吊销的；	0.3
		C5	驾驶机动车造成交通事故后逃逸的 (肇事逃逸)	0.3
		C6	每发生一次饮酒后驾驶违法行为的 (饮酒驾驶)	0.1
		C7	每发生一次醉酒后驾驶违法行为的 (醉酒驾驶)	0.3
团体车辆保费浮动系数				
项目	说 明			系数值
团体车辆系数	T	车主为非自然人		0.92
管理系数	D	评定安全管理水平及风险状况		0.8-1.2
经验赔付和风险水平系数	E	经验赔付状况及预期风险水平		0.7-2

3.2.5 保费浮动方案的给出

3.2.5.1 基本费率确定及保费浮动系数说明

商业车险基本费率执行各保险公司现行的机动车商业保险基本费率。现说明如下：

(一)、保费浮动系数分为个人车辆保费浮动系数和团体车辆保费浮动系数两个部分。个人车辆保费浮动系数适用于行驶证车主为自然人的车辆，查阅相关资料[5][6]，确定其包括“赔款发生次数系数值”、“赔保比率系数”、“个人车辆系数”以及“交通违法记录系数”三项；团体车辆保费浮动系数适用于行驶证车主为非自然人的车辆，查阅相关资料[5]确定其包括“团体车辆系数”、“管理系数”以及“经验赔付率和风险水平系数”三项。具体保费浮动系数值见表九。

(二)、赔款发生次数系数值 A。其根据车辆在 2010-2011 保险年度赔款次数确定，对应 A1 至 A7 的其中之一，不累加计算。且赔款次数根据计算区间内投保车辆发生的赔款金额不为零的已决案件次数统计。

方案实施首年，“赔款发生次数系数值”根据自车辆投保之日起上溯一年(365 天)期间所有有效商业车险保单在商业车险信息平台记录的赔款次数进行计算。

方案实施第二年开始，保费浮动系数计算区间为“自上期商业车险有效保单投保查询时间起至本期商业车险有效保单投保查询时间止”。

在商业车险信息平台中无法查到承保机动车辆商业保险信息的，视同首次投保商业车险，即适用 A7 系数值。

过户车辆也视同本年首次投保商业车险，适用 A7 系数值。

(三)、赔保比率系数 B。赔保比率定义为财务赔款与签单保费的比值，它有一定的取值区间，根据取值区间确定赔保比率系数。

(四)、交通违法记录系数 C。其根据投保车辆 2010-2011 年度交通违法情况分别对应 C1 至 C7，系数 C 等于 C1 至 C7 各项累加之和，如累加之和大于 50%，则系数 C 等于 50%。而且在本方案实施首年，追溯自本方案实施日至投保日的交通违法记录，不追溯以往交通违法记录。

(四)团体车辆保费浮动系数由保险公司根据车辆的安全管理水平、实际使用情况、历史经验赔付等情况据实使用。

3.2.5.2 保费浮动系数及保险费的计算方法

承保车辆商业保险最终保费浮动系数采用系数连乘的方式计算：

(一) 个人车辆

个人车辆最终保费浮动系数=个人车辆系数 G×赔款发生次数系数值 A×赔保比率系数 B×(1+交通违法记录系数 C)；

个人车险保险费=个人车辆最终保费浮动系数×标准保费。

(二) 团体车辆

团体车辆最终保费浮动系数=团体车辆系数 T×管理系数 D×经验赔付和风险水平系数 E。

团体车险保险费=团体车辆最终保费浮动系数×标准保费。

4、问题二的求解

4.1 问题二的分析

4.1.1 要解决的问题

在对问题进行深入分析后，我们总结出问题一需要解决如下的问题：

- 建立合理的风险评估模型，并对参考数据中的汽车保险公司进行潜在分风险的评估。
- 通过对模型的深入分析对该公司今后的风险控制提出建议。

4.2 问题二的解答

4.2.1 风险评价与预警系统的构建原则

风险评价与预警系统是指为了防止公司经营的波动性而严重影响公司的正常经营，甚至丧失偿付能力而危机公司的生存而建立的监控系统。该系统应该能够发现影响公司正常经营的迹象或征兆，并对未来的发展趋势进行预测，警示公司决策者，提醒其采取防范与调整措施，使公司持续稳定经营。

因此构建风险评价与预警系统必须遵循以下的规则：

全面性原则：要充分考虑引发风险的各种因素，要涵盖保险公司经营的各个层面，对各类风险依据统一的标准进行测量并汇总，依据全部业务的相关性对风险进行控制和管理。

预警性原则：要能够及时发现和识别出风险，以便公司可以迅速采取措施将风险消灭在萌芽状态，将损失减少到最小。

可操作性原则：该系统不是单纯的理论模型，必须考虑其他现实中的可操作性。在不影响预警有效性的前提下，使用越渐变，越容易被理解和接受，系统的可操作性就越强。

动态性原则：随着业务的发展，要及时地监控风险评价与预警系统的预警功能是否有效，对风险信号的采集、风险测评、预警判断是否准确进行监测，并更加情况做出动态的调整，随时对风险评价与预警系统进行改造和完善。

4.2.2 风险评价与预警系统的结构

要对保险公司风险进行准确预警，发现风险生成和作用的规律是关键所在。之所以可以对保险公司面临的风险进行预警，是因为保险公司风险的发生必然有一定的原因和条件，风险点爆发必然要经历一个蕴藏、生成、演化、临近、显现和作用的阶段，通过以某些业务或者财务数据在某个十点或者某段时间上的恶化为先兆，因此，只要真正的人事到保险公司风险的特征，通过感知和测评风险所处的状态，发现风险因素的异动情况，就可以将风险在不同程度上得到转化、分解、控制和有效的管理。

因此对与保险公司各类风险的预警，我们可以通过设计一系列的感知单元来不断的采集各种风险信息，然后通过设计好的数据模型对这些信息进行归类分析，分析哪些信息是没有变化的，哪些是正在或者积聚变化的；哪些是有利于保险公司的；哪些是不利

于的；哪些是可控的或可以转化因素；哪些是不可控的；设计这些风险感知单元时，保险注意其对风险进行有效的感知，一队各种潜在风险的演化状态做出准确的判断和预警。基础上述分析我们设计了风险评价和预警系统的系统机构，如图 4-1 所示：

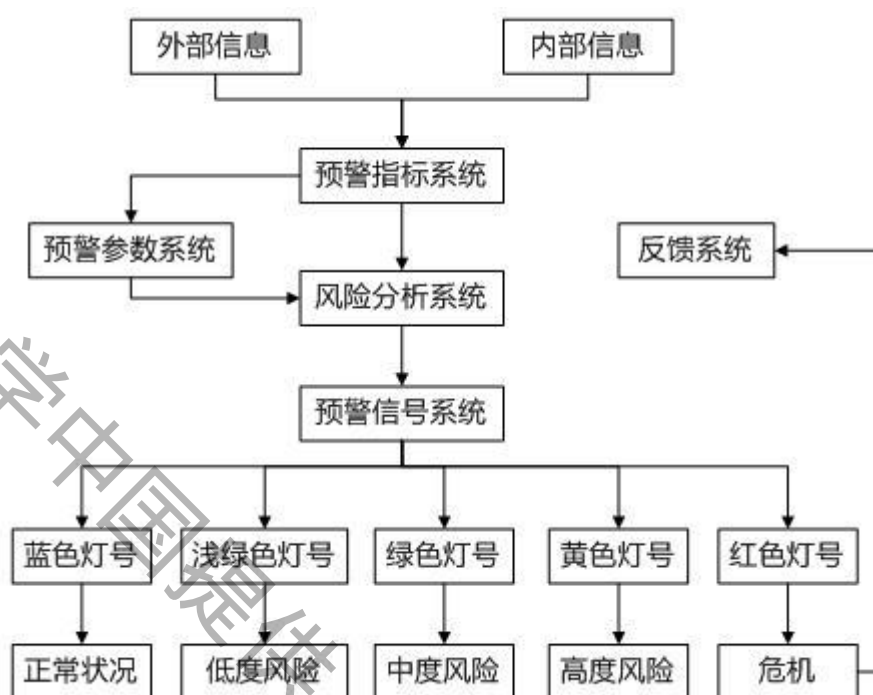


图 4-1 风险预警系统工程

风险预警系统主要包含三个功能子系统，预警指标子系统包含了我们所涉及的风险感知单元；风险分析系统主要是利用采数系统对所有采集的各个风险感知单元的现状信息进行评估；预警信号系统是根据风险评价基准对各种潜在风险的演化状态做出判断，同时对风险的临近和显现做出警戒，为了使预警结果显示的更加清晰明了，这里借鉴了交通管制信号灯的标志形式，通过不同颜色来反映不同等级的风险状况。

4.2.3 风险评价和预警的建模方法

图 4-2 所示的风险预警系统结构中，关键环节就是预警参数系统和预警分析系统，关系到是否对保险公司面临的各种风险进行正确分类和评估。

对保险公司进行风险评价和预警，就是要需找引发保险公司危机的风险因素，在上面内容中我们已经分析到，保险公司面临的风险种类非常多，二期在金融混业经营格局下，这些风险极易交叉感染，加大风险的积聚和传播，在共同作用下很容易造成公司经营亏损甚至经营额危机，因此保险公司的风险评价和预警系统不仅要能够预警公司整体的风险大小，二期要能够预警公司的各业务部门、各子公司的风险大小，起到风险防火墙的作用，同时还要曲风各个风险因素对整个保险公司危害性的大小，一边在风险管理过程中能够有的放矢，抓住主要风险和重点风险。

要准确的抽象出保险公司的整体风险，必须要确定各个风险因素对公司整体风险的影响权重。然后影响保险公司经营的各种风险因素只具有相对的性质，而无法确定统一的标度。因此我们之恩能够采取相对标度形式惊醒权重分析，我们可以通过对保险公司的风险进行层次分析来实现各种可定量与不可定量的不同类型风险因素的测度，这样在抽象出宝箱公司整体风险的同时，还可以发现引发保险公司仅有危机的具体原因，从而可以采取相应的控制措施。

层次缝隙法是由美国运筹学家 T.L.Saaty 教授提出的一种新的能用来解决复杂社会、经济和技术等问题的决策方法，在国际上已经得到了广泛的应用并取得了很好的效果。通过层次缝隙，可以将保险公司的风险因素分解为不同的组成因素，并按各因素之间的隶属关系和相互关联程度风险，形成一个不想交的层次。上一层次的因素对相邻的下一层次起着支配作用，congenial 形成一个自上而下的逐层支配的关系，既保险公司的递阶层次机构模型。构建这一模型要从保险公司整体风险这一总目标开始，通过若干有经济意义的中间层既各个业务员单元、各个子公司层，到底层为止，最底层是反映保险公司各方面经营管理活动的具体指标。

层次分析的定量计算是以专家的定性判断为基础，通过专家对两两因素之间的重要性进行判断，最终计算出每一个因素所占的权重。为了把两两因素之间的重要性进行量化，可以按照表 1 所示的比例标度进行判断。

表 4-1 相对重要性的比例标度

相对重要性程度的赋值	定性标准	含义
9	极重要	一个因素比另一个因素极端重要
7	很重要	一个因素比另一个因素重要得多
5	重要	一个因素比另一个因素重要
3	略重要	一个因素比另一个因素稍微重要
1	相等	两个因素同样重要
1/3	略不重要	一个因素比另一个因素略不重要
1/5	不重要	一个因素比另一个因素不重要
1/7	很不重要	一个因素比另一个因素很不重要
1/9	极不重要	一个因素比另一个因素极不重要

针对专家的定性判断，通过相应的数据方法和计算机程序的元素按分析，可以得出每一个指标对公司整体风险的影响权重。

4.2.4 基于层次分析法的风险评估模型的建立及求解

一、层次分析法简介

层次分析法是美国运筹学家匹茨堡大学教授萨蒂研究“根据各个工业部门对国家福利的贡献大小而进行电力分配”课题时，应用网络系统理论和多目标综合评价方法，提出的一种层次权重决策分析方法。

这种方法的特点是在对复杂的决策问题的本质、影响因素及其内在关系等进行深入分析的基础上，利用较少的定量信息使决策的思维过程数学化，从而为多目标、多准则或无结构特性的复杂决策问题提供简便的决策方法。

层次分析法根据问题的性质和要达到的总目标，将问题分解为不同的组成因素，并按照因素间的相互关联影响以及隶属关系将因素按不同层次聚集组合，形成一个多层次的分析结构模型，从而最终使问题归结为最低层（供决策的方案、措施等）相对于最高层（总目标）的相对重要权值的确定或相对优劣次序的排定。

二、层次分析法的步骤和方法

1、建立层次结构模型

将决策的目标、考虑的因素（决策准则）和决策对象按它们之间的相互关系分为最高层、中间层和最低层，绘出层次结构图。其中，最高层为决策的目的、要解决的问题；最低层为决策时的备选方案；中间层为考虑的因素、决策的准则。对于相邻的两层，称高层为目标层，低层为因素层。

层次分析法所要解决的问题是关于最低层对最高层的相对权重问题，按此相对权重可以对最低层中的各种方案、措施进行排序，从而在不同的方案中作出选择或形成选择方案的原则。

2、构造判断矩阵

所谓判断矩阵，即由决策问题中关联因素间权重所构成的矩阵，记为

$$A = \begin{pmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n/w_n \end{pmatrix}$$

A 中的元素 a_{ij} 通常是由决策问题的有关因素按其重要程度经两两比较而得。为了对决策问题因素的重要程度有一个量化的描述，“135”法则是普遍运用的技术：

两目标 相比	同样重 要	稍微重 要	明显重 要	重要得 多	极端重 要
a_{ij}	1	3	5	7	9

若两因素相比较时，其程度介于上述“135”法则的相邻两状态之间，则分别以 2, 4, 6, 8 度量之。若两因素逆向比较，则其值为正向相较之倒数。

若判断矩阵 A 的元素 a_{ij} 满足： $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$ ，则该判断矩阵成为完全一致判断矩阵。

3、确定目标权重

a、将判断矩阵各列归一化。对于 $i, j = 1, 2, \dots, n$ ，计算

$$\bar{a}_{ij} = \left(\frac{1}{\sum_{k=1}^n a_{kj}} \right) a_{ij}。$$

b、对于 $i = 1, 2, \dots, n$ ，计算

$$r_i = \sum_{j=1}^n \bar{a}_{ij}。$$

c、将向量 $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)^T$ 归一化，得目标权重向量 w ，其分量

$$w_i = \left(\frac{1}{\sum_{j=1}^n r_j} \right) r_i, i=1, 2, \dots, n。$$

由于判断矩阵式通过两两对比构造的，因此它不可避免地带有主观臆断的痕迹，从而检验其一致性程度就显得十分必要。

4、一致性检验

a、首先计算判断矩阵 A 的最大特征值

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(Aw)_i}{w_i}。$$

由于 λ_{\max} 依赖于 a_{ij} ，则 λ_{\max} 比 n 大的越多， A 的不一致性越严重。用最大特征值对应的特征向量作为被比较因素对上层某因素影响程度的权向量，其不一致程度越大，引起的判断误差越大。因而可以用 $\lambda_{\max} - n$ 数值的大小来衡量 A 的不一致程度。

b、定义一致性指标

$$CI = \frac{\lambda_{\max}(A) - n}{n - 1}。$$

其中 $CI = 0$ ，有完全的一致性； CI 接近于 0，有满意的一致性； CI 越大，不一致越严重。

为衡量 CI 的大小，引入随机一致性指标 RI 。方法为随机构造 500 个判断矩阵 A_1, A_2, \dots, A_{500} ，则可得一致性指标 $CI_1, CI_2, \dots, CI_{500}$ ，有

$$RI = \frac{CI_1 + CI_2 + \dots + CI_{500}}{500} = \frac{\frac{\lambda_{\max}(A_1) + \lambda_{\max}(A_2) + \dots + \lambda_{\max}(A_{500})}{500} - n}{n - 1}$$

结果如下

判断矩阵阶数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51

c、定义一致性比率

$$CR = \frac{CI}{RI}。$$

一般，当一致性比率 $CR < 0.1$ 时，认为 A 的不一致程度在容许范围之内，有满意的一致性，通过一致性检验，可用其归一化特征向量作为权向量，否则要重新构造对比矩阵 A ，对 a_{ij} 加以调整。

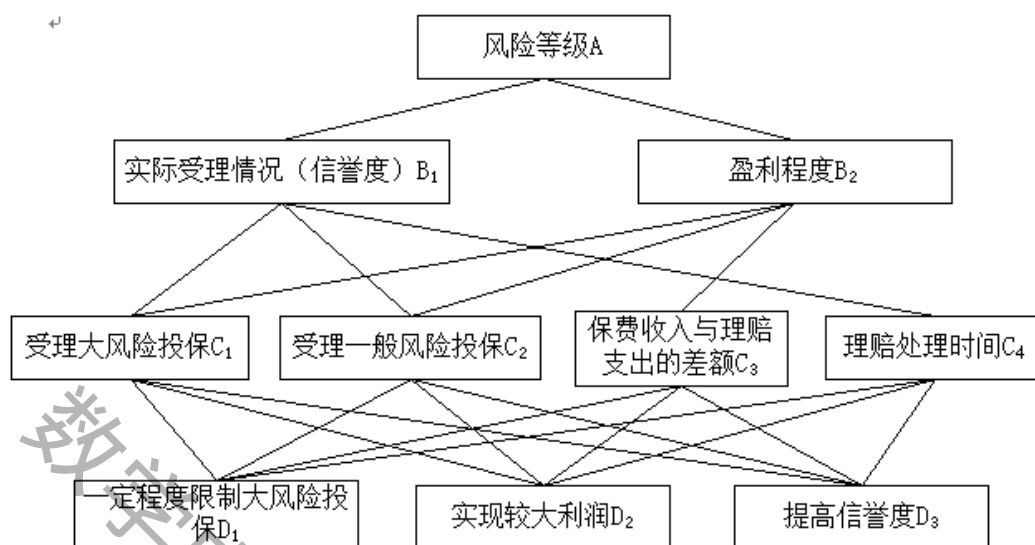


图 4-2 风险等级评估的层次分析图

目标 C_1 表示受理大风险投保，目标 C_2 表示受理一般风险投保，目标 C_3 表示保费收入与理赔支出的差额，目标 C_4 表示理赔处理时间。

解：首先构造第一层判断矩阵：

	A	B_1	B_2
B_1		1	1/2
B_2		2	1

作列归一化，得

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ 2/3 & 2/3 \end{pmatrix},$$

将 \bar{A} 的元素按行相加，并作归一化处理，得 A 层权重向量

$$w^{(A)} = (0.3333, 0.6667)^T.$$

构造第二层目标 B_1 的判断矩阵：

	B_1	C_1	C_2	C_4
C_1		1	1/4	1/2
C_2		4	1	3

C_4	2	1/3	1
-------	---	-----	---

作列归一化，得

$$\bar{B}_1 = \begin{pmatrix} 1/7 & 3/19 & 1/9 \\ 4/7 & 12/19 & 2/3 \\ 2/7 & 4/19 & 2/9 \end{pmatrix},$$

按行将 \bar{B}_1 的元素按行相加，并作归一化处理，得第二层目标 \bar{B}_1 的权重向量

$$w^{(B_1)} = (0.1373, 0.6232, 0.2395)^T.$$

由

$$B_1 w^{(B_1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1/4 & 1/2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1373 \\ 0.6232 \\ 0.2395 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4129 \\ 1.8909 \\ 0.7218 \end{pmatrix}$$

算得 B_1 的最大特征根 $\lambda_{\max}(B_1) = 3.0184$ 。这时， $CI = \frac{3.0184 - 3}{3 - 1}$ 且 $RI = 0.58$ ，故

$$CR = \frac{CI}{RI} = 0.0159.$$

由于 $0.0159 < 0.1$ ，故矩阵 B_1 具有满意的一致性。

类似地，可构造第二层另一个目标 B_2 的判断矩阵：

B_2	C_1	C_2	C_3
C_1	1	1/4	1/2
C_2	4	1	3
C_3	2	1/3	1

并算得第二层目标 B_2 的权重向量为

$$w^{(B_2)} = (0.3929, 0.3340, 0.1528, 0.1149)^T.$$

此外，由 $\lambda_{\max}(B_2) = 4.1386$ 算得 $CR = 0.0513$ ，即矩阵 B_2 具有满意的一致性。

于是， B 层的权重矩阵为

$$W^{(B)} = \begin{pmatrix} 0.2243 & 0.6197 & 0.1560 & 0 \\ 0.3929 & 0.3340 & 0.1528 & 0.1149 \end{pmatrix}.$$

仿上，若第三层 C_1, C_2, C_3, C_4 四个目标的判断矩阵如下所示：

C_1	D_1	D_2	D_3	C_2	D_1	D_2	D_3	C_3	D_1	D_2	D_3	C_4	D_1	D_2	D_3
D_1	1	2	3	D_1	1	1/4	1/2	D_1	1	1	1/4	D_1	1	1/5	1/2
D_2	1/2	1	2	D_2	4	1	2	D_2	1	1	1/3	D_2	5	1	3
D_3	1/3	1/2	1	D_3	2	1/2	1	D_3	4	3	1	D_3	2	1/3	1

则可算得 C 层的权重矩阵为

$$W^{(C)} = \begin{pmatrix} 0.5390 & 0.2972 & 0.1638 \\ 0.1429 & 0.5714 & 0.2857 \\ 0.1744 & 0.1919 & 0.6337 \\ 0.1212 & 0.6480 & 0.2299 \end{pmatrix},$$

于是， C 层诸目标的权重为

$$w_C = W^{(A)}W^{(B)} = (0.2805, 0.5240, 0.1549, 0.0383)^T,$$

由此可见，目标 C_2 应是优先满足的目标，目标 C_4 是重要程度最低的目标。

另一方面，措施层诸目标的权重为

$$w = W^{(A)}W^{(B)}W^{(C)} = (0.2579, 0.4376, 0.3026)^T, \quad (4-1)$$

显见，措施乙的权重最大，该校应优先考虑措施 D_2 （实现较大利润）的实施，措施 D_3 （提高信誉度）次之，处于最后为措施 D_1 （一定程度限制大风险投保）。

在前面介绍的层次分析法风险评估模型中，要对保险公司的每一层指标制定相应的风险评价基准，通过查阅资料[6]，将定依次为 $G1, G2, G3, G4, G5, G6$ （每层所对应的基准是有差异的），从而得出风险评价基准表，如表 4-2 所示，

表 4-2 风险评价基准表

风险值	风险评价基准		风险等级	
			状态	信号灯
G	$G1 \leq G < G2$	$0 \leq G < 0.3$	正常	蓝色
	$G2 \leq G < G3$	$0.3 \leq G < 0.5$	低度风险	浅绿色
	$G3 \leq G < G4$	$0.5 \leq G < 0.7$	中度风险	绿色
	$G4 \leq G < G5$	$0.7 \leq G < 0.9$	高度风险	黄色
	$G5 \leq G < G6$	$0.9 \leq G < 1$	危机	红色

4.2.5 参考数据中的汽车保险公司的潜在风险评估

由于公司信度与理赔处理时间，此参考数据未给出，但对风险等级的评估有较大影响，需加以考虑，只能通过查阅资料得出。由于风险等级主要受实际受理情况（受理大

风险和受理一般风险投保), 以及公司盈利程度的影响, 所以我们选取签单保费大于 10000 且签单保费大于财产赔款的数据进行分析, 共得到 592 组数据, 通过查阅相关资料得知, 当签单保费大于 20000 时, 可以定义为大风险投保, 共有 91 组, 则一般风险投保有 501 组, 所占比例如下表所示:

表 4-3 各类风险投保所占比列表

	大风险投保	一般风险投保
百分比	10.6%	88.4%

其中大风险投保实现利润大于 30000 元的有 14 组, 小于 30000 元的有 77 组, 所占比例如下表所示。

表 4-3 大风险投保获得不同利润分布表

	利润大于 30000	利润小于 30000
百分比	15.4%	84.6%

由图 4-2 所知, 风险等级评估受最底层因数的影响, 即受一定程度限制大风险承保、实现较大利润、以及提高信誉度的影响, 但信誉度需要实际调研才可得出, 我们通过查阅资料, 取其值为 0.92, 从而得到风险评估系数为 0.3731。根据表 4-2 风险评价基准表可以知道所提供参考数据的公司为低度风险状态。

4.2.6 模型分析与对该公司的建议

根据上述模型得出的风险评价和预警报告, 对保险公司目前及未来可能的风险状态、程度作出准确的评价, 将其反映在风险报告中。这样的风险报告不仅可以对风险演化过程作出总结, 更是给公司的决策者提供一个风险决策依据, 以及为各相关部门实施相应的风险管理错误提供参考依据。为了获取较大利润的同时又能尽量减低投保潜在风险, 我们对该公司提出如下建议:

- 1) 采取合理的措施, 控制大风险投保的数量。
- 2) 诚实经营, 提高公司的信誉度。

参考文献：

- [1] 北京车险保费浮动方案计算方法解读
<http://news.sina.com.cn/c/2009-10-22/104318884483.shtml>
- [2] 2011 第四届数学建模网络挑战赛对号 1343 C 题（特等奖）。
- [3] 王芳，浮动带来的公平，汽车金融，2010，2
- [4] 王琴兰、夏荣良，中外车险奖惩系统比较，中国保险实务探讨，2005，7
- [5] 《深圳地区机动车商业保险费率浮动方案》
- [6] 钟楨、肖宇谷、孟生旺，我国汽车保险奖惩系统的综合评价，统计与决策 2007，1
- [7] 王春风，保险公司风险评价与预警系统建设初探，统计与决策，2008，2

附录一：熵值法 MATLAB 代码

```
function shang(x)

[n,m]=size(x);
k=1/log(n);
X=zeros(n,m);
for j=1:m
    for i=1:n
        c=sort(x(:,j));
        big=x(n,j);
        small=x(1,j);
        X(i,j)=(x(i,j)-small)/(big-small)+1;
    end
end
p=[];
for j=1:m
    th=0;
    for t=(X(:,1))'
        th=th+t;
    end
    Ph=X(:,j)/th;
    p=[p Ph];
end
e=[];
for j=1:m
    eg=0;
    for i=1:n
        eh=-k*p(i,j)*log(p(i,j));
        eg=eg+eh;
    end
    e=[e,eg];
end
E=0;
for j=1:m
    E=E+e(j);
end
g=[];
for j=1:m
    gh=(1-e(j))/(m-E);
    g=[g,gh];
end
Eh=0;
for nh=g
```

```
Eh=Eh+nh;  
end  
w=[];  
for j=1:m  
    wh=g(j)/Eh;  
    w=[w,wh];  
end  
s=[];  
for i=1:n  
    sh=w(i)*p(i,:);  
    shen=0;  
    for she=sh  
        shen=shen+she;  
    end  
    s=[s,shen];  
end
```