电影拍摄日程规划问题

摘　　要

随着多媒体技术的不断发展和人民对精神文化生活需求的日益增长，我国电影行业正处于蓬勃发展的阶段。电影拍摄是一个复杂的工程，需要综合考虑各种因素，如演员档期、拍摄场地、道具设备、拍摄时间和拍摄成本等多种因素。这些因素相互关联，相互约束。如何综合考虑各类因素及其相互制约关系，制定拍摄时短、拍摄成本低的电影拍摄日程安排表成为一个必须解决的重要问题。为此，本文首先以拍摄耗时和拍摄成本作为参考指标，利用编程语言、函数工具和排序交换法，得到拍摄日程安排的第一个最优模型；而后，利用灵敏度分析得出关键约束条件，并细致分析突发情况下的日程安排。同时，本文以时间利用率为参考指标，利用贪心算法，给出了日程安排的另一个数学模型，将本课题的 NP 问题转化为求局部最优解的直观问题。

具体来讲，本文完成的主要工作有：

首先，紧密联系课题实际，利用任务分解结构，将电影脚本拆分为由各类变量因素组成的任务。一方面将抽象问题形式化，为建立数学模型做准备；另一方面将整体目标拆分为多个任务，更加便于执行。

其次，对于问题 1，分别从拍摄时间和拍摄成本的角度出发，利用 python 编程语言和 Excel 函数工具，建立时间最优模型和成本最优模型。而后利用整数线性规划和成对交换法，将上述两个模型进行整合，得到本文第一个完整的最优模型。通过实例化变量进行求解验证，结果表明在最短拍摄日程下，也能达到最小的拍摄成本，与实际情况相符。相比于以往的解决方案，本文模型不仅考虑拍摄时间上的优化，而且综合考虑拍摄成本的优化，更加符合实际应用需求。同时，与单纯的数学模型相比，本文模型使用模拟数据进行模型的测试、评估和改进，更具有真实性和实用性，可操作性更强。

而后，对于问题 2，根据最终的最优模型，使用 Oracle Crystal Ball 软件对模型灵敏度进行分析。结合实际操作，建立实例数据，使用泊松分布处理实验数据，通过差视图清晰直观反映各种影响因素，分析得到演员档期和特殊设备作为关键约束，对缩短拍摄日程的影响达到 90%以上。这也与实际情况相符合。

最后，对于问题 3，当发生突发情况后，首先分析具体情况，对时间最优模型和成本最优模型的数值进行修改，而后利用新的数值，采用问题 1 中的最优模型，得到突发情况下的最优拍摄日程安排，具有很好的可调整性。由于突发情况不影响之前发生的行为，因此，本文模型较好地减小了某一突发情况对全局的影响。

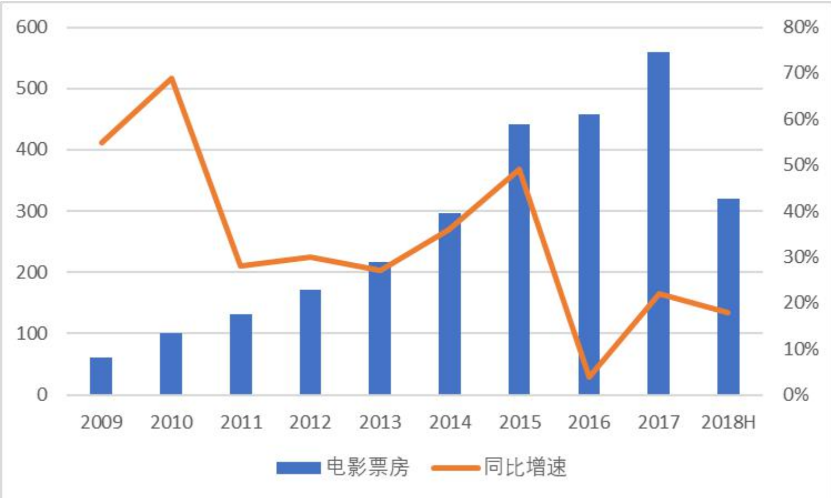
同时，为了能够更为快速有效的完成日程安排规划，本文给出了另一种更为简约的数学模型。该模型以演员档期、特殊设备、场景布置和场地变换为参考，考虑各要素的优先程度，通过贪心策略得到局部最优解。最后，依据总浪费时间与总拍摄时间求出时间利用率，利用率越高则说明拍摄日程安排最为合理。

关键词：电影拍摄；日程安排；拍摄时间；拍摄成本；最优模型

1 问题重述

1.1 研究背景

电影已然成为大众日常生活中常见的娱乐消费产品，随着我们国家的发展，大众的文化需求与日俱增，电影产品的需求量快速增长，如图 1 所示。那么如何利用有限的资源拍摄出能够获得大众口碑的电影产品也就自然成为了电影拍摄团队所不得不面对的难题，如何有效地对电影拍摄日程进行合理规划便成为重中之重。



数据来源：公开资料整理

图 1　2009 至 2018 上半年电影票房变化

制作电影日程安排表是电影制作过程中的一项重要且必须完成的任务。在电影拍摄之前，需要根据安排表进行拍摄预算，在拍摄阶段需要根据安排表安排拍摄任务，合理把控拍摄进度[1]。但是，日程安排表的制定并不是固定的，而是会随着各种突发情况发生变化，例如天气原因，演员档期原因或者设备故障等原因[2]。对于一个策划团队来说，制作电影日程安排表是一个需要耗费大量时间精力的工作，其主要难度在于要综合考量各种约束条件并根据既定目标提出最优方案。

1.2 需要解决的问题

问题一：建立一个安排摄影日程的模型，满足以下几类约束：

①演员档期；

②每个场景都需要拍摄相应的时长；

③某些场景的拍摄需等待前期制作完成才可进行；

④某些场景需要特殊道具（例如直升飞机），但此道具只在某些时间段可用；

⑤其他需要满足的约束。

问题二：在问题 1 中若删除一个约束后重新安排可能会缩短拍摄日程，其中缩短日程最多的一个约束称为关键约束。拍摄团队想知道关键约束，以便协调后进一步缩短日程。

问题三：在拍摄过程中可能会出现突发状况，比如演员生病导致一段时间内无法参与拍摄，此时需要调整后续的拍摄日程。请设计一个模型，在问题 1 模型生成的日程基础上，根据突发状况，调整后续的拍摄日程。

2 问题假设

结合实际操作，对本课题问题进行如下假设：

（1） 主要演员档期以天为单位，并且在未来一段时间内，排除突发情况影响下，主要演员档期是已知的。

（2） 配演演员可以随时保持在位，即不考虑配演演员档期问题。

（3） 假设拍摄时间可以根据电影脚本需要进行拆分，每天的总计拍摄时间为八小时，各类资源（如演员、设备、灯光等）在八小时内都是可以调度的。

（4） 由于各类资源（如演员、摄像机等）无法在理想情况下持续使用，因此要考虑资源更新的时间，并假设各类资源的更新时间可以由导演根据实际情况设定。

（5） 在假设（4）的基础上，考虑不同任务之间的衔接时间，计算出总计的间隔时间。间隔时间越长，对影片质量影响越大。若某一间隔时间超过资源更新时间，如由于设备故障，演员生病等突发情况引起，不计入间隔时间之内，而属于突发情况下的影响。

（6） 假设每个场景（任务）的拍摄时间是已知的，且考虑到实际情况，不能超过持续拍摄时间。

（7） 特殊设备的可用日期在拍摄时间内是已知的。

（8） 假设镜头的补拍率已知，包括主要演员的镜头补拍率、配演的补拍率和特殊设备镜头的补拍率。配演的补拍率可以根据日程安排随时调整，则应当优先考虑主演和特殊设备的补拍率，提前预留好补拍时间。

（9） 假设每天拍摄时长为 8 小时，即所有资源的使用时间每天最多为 8 小时。

3 符号说明

T	持续拍摄时间
p_j	任务周期时间
S_j	任务开始时间
$A(S,t)$	某一时间下的任务集合
j	任务
A	任务集合
S	开始时间的集合
$pagebegin(j)$	任务对应脚本的开始页
$pageend(j)$	脚本的结束页
$pagetime(j)$	任务执行的具体时间
R	电影拍摄所需资源的集合
$\mathrm{R}_j \subseteq \mathrm{R}$	完成任务 j 所需的资源
A_r	执行时需要用到资源 r 的任务的集合
$\delta_{r,j}$	任务资源指示变量
$\delta_r(j,t)$	某一任务 j 是否用到了资源 r
L	位置集合
L_j	完成任务 j 所需的位置
X_s	活动安排表中的各个任务
f_j	位置变化函数
$\mathrm{LC}(X_s)$	位置变化总次数

$\mathrm{LG}(X_s)$	总计间隔时间
$g_{r,j}$	间隔数量函数
$\mathrm{NG}(X_s)$	间隔数量总数
$w_{r,j}$	资源更新数量函数
$\mathrm{GR}(X_s)$	资源更新数量总数
v_i	影片场景连续性函数
$\mathrm{TC}(X_s)$	时间连续性函数
A_f	固定任务约束
$pairs(i,j)$	关联任务对
p_l	关联任务对的集合
$[e,I]$	时间区间
$\{[e_i(j),I_i(j)],i=1,2,\cdots,w(j)\}$	任务最早开始和最晚结束的时间函数
$\mathrm{TW}(j)$	任务的所有时间窗口集合
$b_j^1(t)$	时间窗口指示变量
$a_r(t)$	资源约束指示变量
$b_j(t)$	$b_j^1(t)$ 和 $b_j^2(t)$ 最小值
$b_j^2(t)$	时间约束条件
R_1	无拍摄任务的资源
R_2	摄像机需连续使用 5 个小时的资源
c_r	工作容量
u_r	更新时间
$rem(r,t_0)$	剩余工作时间

$A(S,t)\cap A$	资源限制条件函数

4 影响因素

4.1 主要变量因素

通过以上工作分解结构（WBS）脚本分解，利用各个变量因素和约束条件，使用贪心算法实现多元线程调度，建立 MSSP 模型。其中主要变量因素表示如下：

（1）持续拍摄时间

假设持续拍摄时间用变量 T 表示，$T=\{1,2,\ldots,N\}, N\in\mathbb{N}$。结合具体实际操作，T 取值一般在 15 分钟到几个月之间。

（2）任务周期时间

假设 A 表示 WBS 条目中的任务集合，对每个任务 $j\in A$，p_j 表示其完成该任务所需要的时间，称为任务周期时间。

（3）任务开始时间

在定义上述任务后，为每个任务 $j\in A$ 制定一个开始时间 S_j。开始时间的确定一方面要保证其与各约束条件的兼容，所需要的各类条件均应得到满足，另一方面要保证时间的确定满足最优策略或者基本满足最优策略。

（4）某一时间下的任务集合

对所有的任务分配开始时间之后，得到开始时间的集合 $S=\{S_1,S_2,\ldots,S_N\}$，那么对于任务集合 A 来说，定义 $A(S,t):=\{j\in A \mid S_j\le t\le S_j+p_j\}, t\in T$ 表示在时间 t 的任务集合。

（5）任务与脚本的对应关系

根据上述任务的定义，得到 WBS 条目下任务 j 与脚本的关系。定义 $pagebegin(j)$ 表示任务对应脚本的开始页，$pageend(j)$ 表示脚本的结束页，$pagetime(j)$ 表示任务执行的具体时间，如 2019 年 5 月 17 日。

（6）资源集合

假设 R 表示电影拍摄所需资源的集合，定义 $\mathrm{R}_j\subseteq\mathrm{R}$ 表示完成任务 $j\in A$ 所

需的资源，记作$r \in \mathrm{R}$ 。

（7）任务集合

定义A_r表示执行时需要用到资源$r \in \mathrm{R}$ 的任务的集合。

（8）任务资源指示变量

对于$j \in A$，$r \in \mathrm{R}$ ，$t \in T$，定义指示变量

$$\delta_{r,j} = \begin{cases} 1, j \in A_r \\ 0, \mathrm{else} \end{cases} \tag{1}$$

若某一任务j用到了资源r，则定义为1；否则定义为0。

$$\delta_r(j,t) = \begin{cases} \delta_{r,j}, S_j \le t \le S_j + p_j \\ 0, \quad \mathrm{else} \end{cases} \tag{2}$$

若某一任务用到了资源r，且能够按计划执行，则定义为1；否则定义为0。

（9）任务位置

根据上述定义，令$\mathrm{L} \subseteq \mathrm{R}$ 表示位置集合，$\mathrm{L}_j \subseteq \mathrm{L}$ 表示完成任务$j \in A$所需的位置。

4.2 衡量标准

在制定日程安排表时，除了建立模型得到最优解之外，还应当确定对日程表质量衡量的标准，考虑以下五个方面：

（1）位置变化

假设$X_S = (j_1, \ldots, j_n)$表示活动安排表中的各个任务，令

$$f_j = \begin{cases} 1, l_{j_i} \ne l_{j_{i+1}}, i = 1, \ldots, n-1 \\ 0, else \end{cases} \tag{3}$$

若两个任务位置不同，则定义为1；若位置相同，则定义为0。因此，定义位置变化总次数

$$\mathrm{LC}(X_S) = \sum_{j=1} f_j \tag{4}$$

（2）间隔时间长度

对某一资源$r \in \mathrm{R}$ 来说，由于无法对该资源进行理想情况下的持续使用，这里就引出了时间间隔问题，即第i次使用和第i+1次使用的时间间隔。若间隔时间超过资源更新时间，如设备故障、恶劣天气等突发情况引起，则不考虑在内。

正常情况下，对于活动安排表 $X_S=\left(j_1,\ldots,j_n\right)$，定义其总计间隔时间为

$$\mathrm{LG}\left(X_S\right)=\sum_{r\in\mathrm{R}}\sum_{i=1}^{k_r-1}\max\left\{u_r-\left(S_{j_{r,i+1}}-\left(S_{j_{r,i}}+p_i\right)\right),0\right\} \tag{5}$$

（3）间隔数量

在已知间隔时间长度的情况下，统计间隔数量有助于对间隔时间进行优化。同样，类似于间隔长度，若间隔时间超过资源更新时间，则不计算在内。令

$$g_{r,i}=\begin{cases}1,0<S_{j_{r,r+1}}-\left(S_{j_{r,i}}+p_i\right)<u_r\\0,else\end{cases} \tag{6}$$

若间隔时间小于资源更新时间，则定义为 1；否则定义为 0。因此，定义间隔数量总数

$$\mathrm{NG}\left(X_S\right)=\sum_{r\in\mathrm{R}}\sum_{i=1}^{k_r-1}g_{i,r} \tag{7}$$

（4）资源更新数量

若间隔时间超过资源更新时间，则视为对资源进行了重置，如更换设备、演员等，即使仍然使用以往的资源，也将其视为更新后的资源。令

$$w_{r,i}=\begin{cases}1,\left|S_{j_{r,r+1}}-\left(S_{j_{r,i}}+p_i\right)\right|\geq u_r\\0,else\end{cases} \tag{8}$$

若时间间隔超过资源更新时间，则定义为 1；否则定义为 0。因此，定义资源更新数量

$$\mathrm{CR}\left(X_S\right)=\sum_{r\in\mathrm{R}}\sum_{i=1}^{k_r-1}w_{i,r} \tag{9}$$

（5）影片场景连续性

根据影片中场景的时间前后关系，衡量时间连续性，有助于准确安排各类资源，防止出现穿帮镜头。为了衡量时间连续性，定义

$$v_i=\begin{cases}1,playtime\left(j_i\right)>playtime\left(j_{i+1}\right),i=1,\ldots,n-1\\0,else\end{cases} \tag{10}$$

若第 i 个任务在影片中出现的时间在第 i+1 个任务之前，则定义为 1；否则定义为 0。因此，定义时间连续性

$$\mathrm{TC}\left(X_S\right)=\sum_{i=1}^{n-1} v_i \tag{11}$$

结合以上衡量标准，得到综合的目标函数表达式为：

$$\min Z=f\left(\mathrm{LC}\left(X_S\right),\mathrm{LG}\left(X_S\right),\mathrm{NG}\left(X_S\right),\mathrm{CR}\left(X_S\right),\mathrm{TC}\left(X_S\right)\right) \tag{12}$$

即使得拍摄任务过程中的场地变化次数、任务间隔长度、任务间隔次数、资源更新次数、时间连续性达到最小值，减少对拍摄过程的影响，尽可能朝着理想目标靠拢。

5 问题分析

5.1 任务分解结构

电影拍摄日程安排问题可以视为电影拍摄调度问题（Movie Shooting Scheduling Problem. MSSP）的一类，在实际操作中，策划团队会根据制片方提供的电影脚本，综合考虑各类约束条件，将电影脚本转化为可以用各类约束条件表述的形式；而后对其优先等级、并发冲突等因素进行数学建模，利用多线程调度算法，得到最优的电影拍摄日程安排表。

为了将抽象的电影脚本转化为直观的、可以用数学模型表示的形式，本文首先引入重要的工具：工作分解结构（Work Breakdown Structure, WBS）。利用 WBS，将电影脚本分解为一个个约束条件的条目，如时间、地点、任务、服装、灯光等，将抽象问题直观化。

WBS 的核心思想即为“分而治之”，将一个目标转化为若干层若干个不同的任务，交由不同的角色去实施。其分解结构可以由图 2 所示：

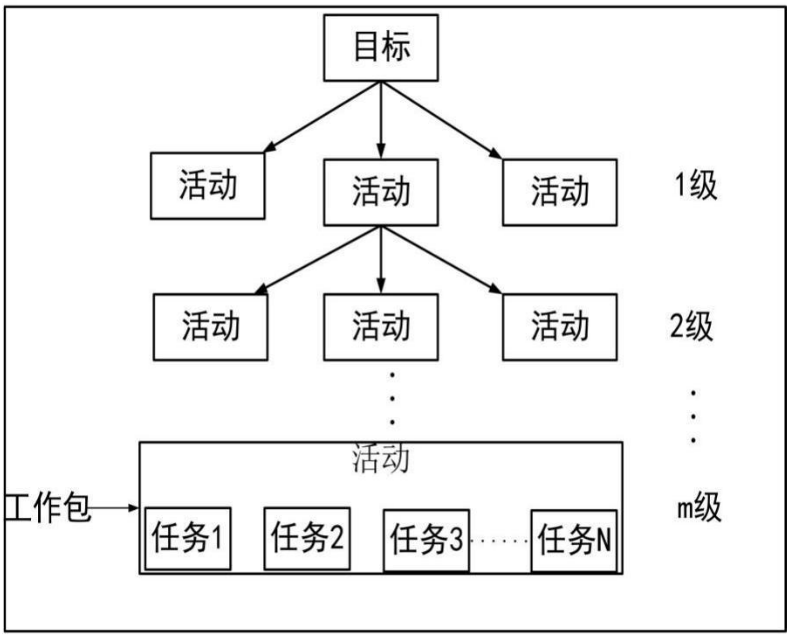


图 2 分解结构

将 WBS 应用于电影脚本中，其分解流程可表示为如图 3 所示：

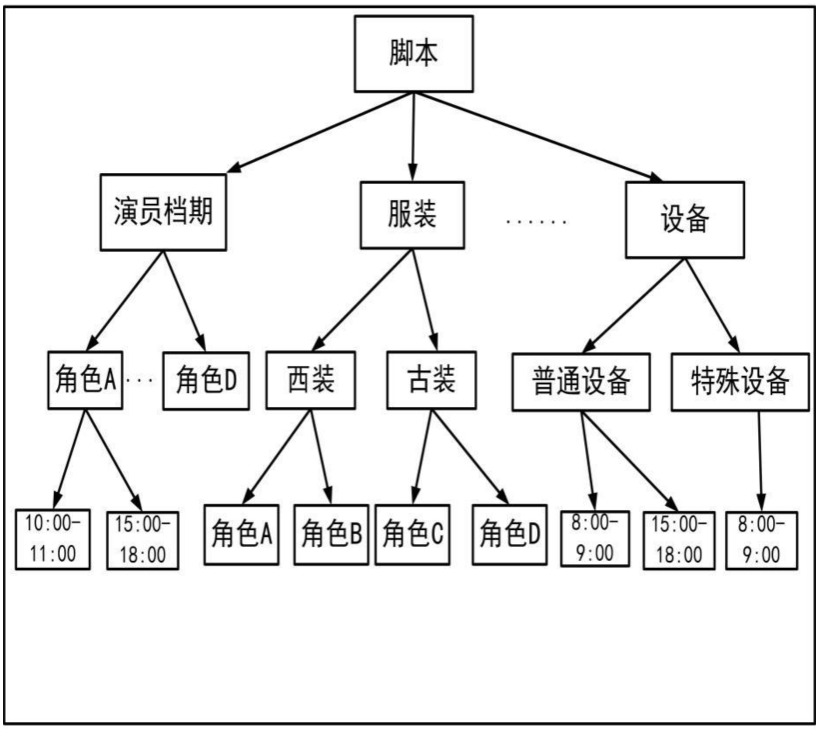


图 3 分解流程

在处理电影脚本时，将脚本作为目标任务，按照各种约束条件对其进行分类和分级，明确不同角色、不同时间、不同设备等出现的时间、地点和量级等。

通过 WBS 进行分层，具有以下三个明显优势：

（1） 任务分配更加条理清晰

（2） 资源分配更加快速高效

（3） 突发情况应对更加有效

以具体电影脚本片段为例进行说明，某一脚本片段如图 4 所示：

镜头1：步行街行人流。2秒。
镜头2：小慧拉着春喜走向柜台的背影。2秒。
镜头3：小慧带着坠子对着春喜问话：你看，如果这个坠子戴在我的身上，好不好看？
镜头4：小慧戴着坠子的特写。
镜头5：春喜拿着手机拍小慧的场景，小慧居左，春喜的手臂及手机居右。
镜头6：春喜拿着手机抬起头来，面部特写：好看，好看。
镜头7：店员居中：您好，这个是我们店里的最新款，现在只要4800元。
镜头8：春喜难堪的表情。
镜头9：小慧手把坠子放回柜台上：我就看看，不买。
镜头10：小慧挽着春喜的手，从右侧春喜前方走近镜头。
镜头11：春喜露出不情愿的表情，又频频回头看柜台。
镜头12：小慧拉着春喜居于画面左侧，柜台在画面右侧：走，吃饭去！

图 4 脚本片段

利用 WBS 对脚本进行分解，得到图 5：

时　　间：上午
地　　点：xxx步行街
主要演员：小慧，春喜
配　　演：店员，群众
服　　装：小慧穿着白色衬衣，碎花短裙，浅蓝色运动鞋
春喜穿着蓝白相间吊带裤，白色运动鞋
店员穿着黑色工作服
道　　具：手机、玉坠
团队人员：导演、副导演、摄影导演、音响师、摄影师A、摄影师B
设　　备：普通短镜头设备

图 5 脚本分解

5.2 约束条件

为建立MSSP模型，需要综合考虑各个约束条件，对不同任务优先级进行设定：

（1）固定任务约束

假设任务 $j \in A$ 被实现确定，并设定好开始时间 S_j，则该任务应当按设定执行，不能被随意打乱，将此类任务记为 $A_f \subseteq A$。

（2）关联任务约束

假设任务 A_1 的场景是一个建筑物，在任务 A_2 的场景中，该建筑物需要被爆破，那么任务 A_1 应当在任务 A_2 之前完成。此类任务称为关联任务，其优先级根据脚本场景而定。

关联任务又可分为三种情况：

1) 任务 A_1 拍摄之后开始拍摄任务 A_2；

2) 任务 A_1 在前，任务 A_2 在后，中间有其它任务；

3) 任务 A_1 在前，任务 A_2 在后，中间没有其它任务；

假设 $pairs(i,j)$ 表示关联任务对，$p_l, l=1,2,3$ 表示分别满足上述三种关系的关联任务对的集合，则有以下条件成立：

$$\begin{cases} S_j - S_i = p_i, (i,j) \in p_1 \\ S_j - S_i \geq p_i, (i,j) \in p_2 \cup p_3 \\ S_i - S_k \geq p_k \vee S_k - S_j \geq p_j, (i,j) \in p_3, k \in A \setminus \{i,j\} \end{cases} \tag{13}$$

若任务的关联关系满足条件1），则应当按照脚本优先关系执行；若关联关系满足条件2），则在满足条件1）优先关系的基础上，中间任务的优先关系可以根据其他因素而定；若关联关系满足条件3），则在满足条件1）的基础上，应当结合突发情况考虑其所用资源的优先关系。

（3）时间窗口约束

尽管任务的开始时间 S_j 是持续拍摄时间集合 T 中的一个点，但在实际操作中，对任务 $j \in A$ 的时间窗口约束采用时间区间 $[e,l], e,l \in T$ 来表示，满足 $e \leq S_j \leq l - p_j$。定义 $\{[e_i(j), l_i(j)], i=1,2,\ldots,\omega(j)\}, \omega(j) \geq 1$ 为每个任务指定一个最早开始的时间和最晚结束的时间。

根据以上定义，令$\mathrm{TW}(j)$表示任务$j \in A$的所有时间窗口集合，若对于某一任务没有明确给出时间窗口，则默认其为$[1, N]$。定义指示变量形式如下：

$$b_j^1(t)=\begin{cases}1, \mathrm{e} \le t \le l \\ 0, else\end{cases} \tag{14}$$

若任务j在t时刻被执行，则定义为1；否则定义为0。

若任务的时间窗口约束与剩余的拍摄时间不匹配，则应当延后拍摄；如果时间窗口的约束区间较大，则应当优先考虑此类场景的拍摄，防止出现零散时间不足够支撑大的时间窗口的问题；如果任务的时间约束窗口与剩余的拍摄时间匹配，可以将其优先级置后。

（4）资源约束

通过定义阻塞时间来表示在某个时间点或时间段内资源是否可用，定义指示变量

$$a_r(t)=\begin{cases}1, r \in \mathrm{R} \text{ 在时间} t \in T \text{可用} \\ 0, else\end{cases} \tag{15}$$

由于资源阻塞大概可以分为两类：以演员为例，第一种情况是演员在演出休息阶段不可用，第二种情况是演员因为档期原因或其他剧组的拍摄任务而不可用。为此，还需要对阻塞时间约束进一步划分。

首先，定义

$$b_j^2(t)=\begin{cases}0, j \in A, t \in T, r \in \mathrm{R}_j, a_r(t)=0 \\ 1, else\end{cases} \tag{16}$$

可知，$b_j^2(t)$为传统的时间约束条件，并定义$b_j(t) := \min\left\{b_j^1(t), b_j^2(t)\right\}$。

若某一资源在某一时刻不可用，可以换用其它资源或者拍摄其他任务。若某一资源的阻塞时间过长，则应当考虑优先对使用该资源的任务进行拍摄，如对于一些特殊设备，如果阻塞时间长，或可用时间与其它资源时间冲突多，则应当优先拍摄此类任务。

（5）工作时间约束

在某些时间段内，某些资源不可用，通常分为两类情况：

第一种情况，如在夜间，往往儿童演员不分配拍摄任务等。设R_1表示此类

资源，通过对$b_j^2(t)$的修改，可以合理调整该类资源的使用时间。

第二种情况，如摄像机连续使用 5 个小时，需要冷却半小时以上时间等。设R_2表示此类资源，对于资源$r \in \mathrm{R}_2$，令c_r表示工作容量，u_r表示更新时间。并且假设，若在u_r期间，有一个很小的时间变量使用资源 r，则其更新时间顺延。对于资源$r \in \mathrm{R}_2$，时间周期$t_0 \in T$，定义剩余工作时间$rem(r,t_0)$如下：

$$rem(r,t_0)=\begin{cases} c_r, t_0=1 \\ c_r, \sum_{t=\max[t_0-u_r,0]}^{t_0}\left(\sum_{j\in A\cup A'}\delta_r(j,t)\right)=0, t_0 \\ \max\left\{0, rem_{r,t_0-1}-1\right\}, else \end{cases} \tag{17}$$

因此，在时间约束和资源约束的情况下，要确保同一时间上不出现两种同类资源，同时要确保同一资源不能同时被两个任务使用。为此加上限制条件：

$$\left|A(S,t)\cap A_r\right| \le 1, t\in T, r\in \mathrm{R} \tag{18}$$

$$A(S,t)\cap A_r \ne \varnothing \Rightarrow rem(r,t)>0, t\in T, r\in \mathrm{R}_2 \tag{19}$$

由此可知，若某一资源的可用剩余时间少，则应当优先考虑此类资源，如在白天既有成人演员参与的镜头，又有儿童演员参与的镜头，则应当优先安排儿童演员的拍摄，防止夜间无法拍摄儿童演员镜头的问题。若某一资源的剩余时间与另一资源相似度高，则应当适当错开，防止出现同一资源的重叠，造成资源浪费。若某一资源的剩余时间较多，则应当注意该资源是否被同时占用的原因。

（6）总体约束

对以上约束条件进行简要概括：

$$b_j(t)=1, t\in\left[S_j, S_j+p_j\right], j\in A \tag{20}$$

确保所有的任务时间安排合理，可以执行。

$$\left|A(S,t)\cap A_r\right| \le 1, t\in T, r\in \mathrm{R} \tag{21}$$

确保同一个设备不会同时被两个执行时间占用。

$$A(S,t)\cap A_r \ne \varnothing \Rightarrow rem(r,t)>0, t\in T, r\in \mathrm{R}_2 \tag{22}$$

工作时间约束和资源约束应当同时考虑。

$$\begin{cases} S_j - S_i = p_i, (i, j) \in p_1 \\ S_j - S_i \geq p_i, (i, j) \in p_2 \cup p_3 \\ S_i - S_k \geq p_k \vee S_k - S_j \geq p_j, (i, j) \in p_3, k \in A \setminus \{i, j\} \end{cases} \tag{23}$$

确保优先关系得到执行。

6 问题求解

6.1 问题一

在满足约束条件的基础上，合理安排拍摄的日程，使得日程最为紧凑，浪费时间最少，同时最大程度上减少费用消耗，降低拍摄成本。因此，分别从时间和成本两个角度考虑问题，得到成本和时间的优化模型，而后对这两个模型进行整合，利用整数线性规划（Integral Linear Programming，ILP）得到拍摄日程安排的求解模型，求出最优解。

6.1.1 时间最优模型

影响拍摄总持续时间的重要因素有很多，包括持续拍摄时间、任务周期时间、任务开始时间、资源阻塞时间、间隔时间以及重拍时间等。

从时间角度来讲，一些变量因素并不发生变化，如配演演员、摄影（师）、灯光（师）等，将此类因素称为“既备条件”；一些变量因素会随着时间的推移而发生变化，如演员档期、场地限制、特殊设备（如直升机、邮轮）等并不是随时可用的，而只在某些指定的时间段内可用，将此类因素称为“资源条件”。此外，对于一些时间段内不可用，过了此段时间后又恢复可用的变量因素，如道具枪设备在使用 100 发道具子弹后需要清洗后才能使用，此类因素也考虑在“既备条件”之中，并将此时间称为 “制约时间”。

因此，影片拍摄总时间可以用以下公式表示：

$$\sum 总时间 = \sum 拍摄时间 + \sum 制约时间 \tag{24}$$

本文利用 python 语言，建立时间最优模型，求出最短的拍摄总时间，其流程图如图 6 所示：

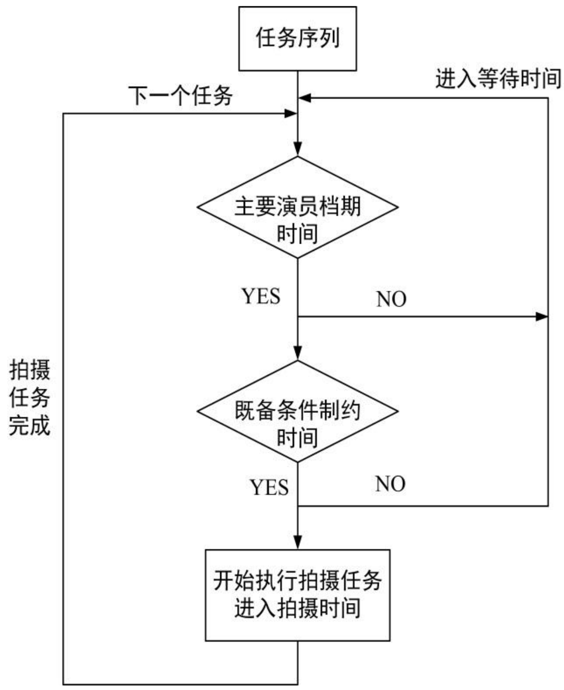


图 6 时间最优模型流程图

假设某一拍摄任务有 n 个拍摄任务，则总共有 $n!$ 种排序方法，其伪代码可以表示如下：

$$
\begin{aligned}
&while\left(queue>0\right)\{\\
&t=0;P_{S_1}=\{A_1,R_1,R_2\};N_{S_1}=\{f_1,f_3\}\\
&if\left(A_1\left(t\right)=R_2\left(t\right)=1\,for\ t\in\left(t,t+T_{S_1}\right),t>T_{f_1},t>f_3\right)\{\\
&else\{t=t+1\}\\
&if\left(queue=0\right)\{\\
&print\left(t\right)\}\\
&\qquad\}\\
&\}
\end{aligned}
$$

利用该模型，输入各类“既备条件”和“资源条件”，例如演员的档期时间等，通过减少制约时间和避免时间冲突，输出一个最优时间的拍摄日程安排表。

通过实例验证，假设一个电影拍摄中有 2 个演员，2 个拍摄镜头和一个拍摄布局，则定义

$$A_1\left(t\right)=\begin{cases}0,t=1,2,3,5,10\\1,t=4,6,7,8,9\end{cases} \tag{25}$$

$$R_1\left(t\right)=\begin{cases}0,t=1,3,5,7,9\\1,t=2,4,6,8,10\end{cases} \tag{26}$$

$$N_{S_1}=\{\ \},P_{S_1}=\{A_1\},P_{S_2}=\{A_1,R_1\} \tag{27}$$

$$N_{S_2}=\{f_1\},\mathrm{T}_{f_1}=3,\mathrm{T}_{S_1}=\mathrm{T}_{S_2}=1,q=\{S_1,S_2\},t=0 \tag{28}$$

分析可知:

$$\begin{aligned}&\text{制约时间=总时间−拍摄时间}\\&\text{拍摄时间}=\mathrm{T}_{S_1}+\mathrm{T}_{S_2}=2\end{aligned} \tag{29}$$

因此，可以通过为减少制约时间的方法来减少总时间，得到该模型的输出甘特图，如图 7 所示：

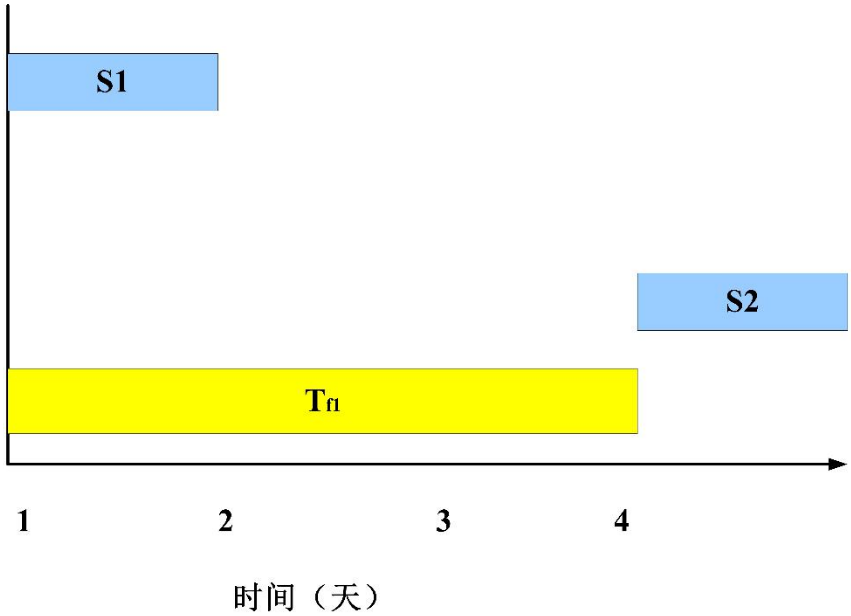


图 7 示例输出甘特图

由图可知，S_1 表示镜头 1，其开始时间为第 1 天，T_{f_1} 表示为 f_1 的准备时间为 3 天。由于 S_2 需要在 S_1 执行完之后才能执行， S_2 必须等待 3 天，因此 S_2 出现在第 4 天开始执行。

6.1.2 成本最优模型

影响拍摄成本的因素包括演员片酬、资源可用性、场地费用、设备费用、拍摄费用、等待费用等。

为此，本文使用 Microsoft Excel 函数工具，对演员片酬等各类成本变量建立模型。通过设定 Excel 函数，求出成本数据，其流程图如图 8 所示：

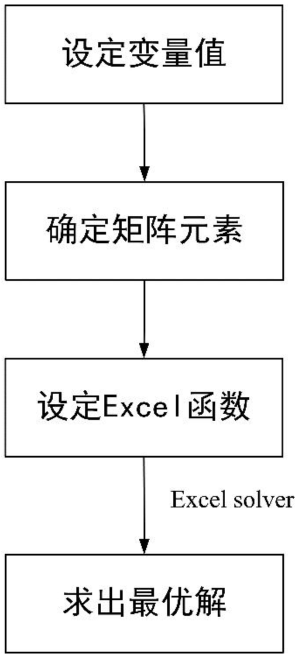


图 8 成本最优模型流程图

通过输入变量值，得到一个矩阵。考虑演员片酬，则矩阵的每一行表示每一天，每一列表示一个演员。矩阵元素定义如下：

$$a[i,j]=\begin{cases}1,\text{执行拍摄任务}\\0,\text{ 未执行拍摄任务}\end{cases} \tag{30}$$

对于矩阵的第一行和最后一行，只有当演员在当天执行拍摄任务时才会获得片酬，使用 Excel 函数工具，定义日期函数

$$=IF\left(\left[cell\ reference\ of\ \ actor\ requirement\ for\ day\ 1\right]=1,1,0\right)$$

如果满足函数条件，则返回 1；否则返回 0。

对于矩阵的第二行到倒数第二行，演员在拍摄期间的每一天以及等待拍摄时间内都能拿到片酬，为此，使用 Excel 函数工具，定义日期函数

$$=IF\left\{OR\left[cell\ reference\ of\ \ actor\ requirement\ for\ day\right]=1,AND\right.$$

$$\left(SUM\left[cell\ reference\ of\ \ actor\ requirement\ on\ first\ day\right]:\right)$$

$$\left(\left[cell\ reference\ of\ \ actor\ requirement\ day\ before\right]\right)\geq 1,$$

$$SUM\left(cell\ reference\ of\ \ actor\ requirement\ day\ after:\right)$$

$$\left(\left[cell\ reference\ of\ \ actor\ requirement\ on\ last\ day\right]>=1\right),1,0\text{ 。}$$

同样，如果满足函数条件，则返回 1；否则返回 0。

为了确定由于更换拍摄场地而产生的额外成本，在矩阵中输入从一个场地迁

移到另一个场地的平均成本。对于表中的“场地”列，每个数字表示一个不同的位置。为此，使用 Excel 函数工具，定义场地函数

$$=IF\left(\left[cell\ reference\ for\ cell\ before\ current\ one\ in\ site\ column\right]<\ \ >\right)$$

$$\left[current\ cell\ reference\ in,\left[average\ cost\ of\ \ a\ change\ in\ shooting\ column\right],0\right]$$

如果场地发生变化则输出 1；否则输出 0。

在矩阵表中，各类成本因素可以分为两大类，一类是可用性成本，一类是需要性成本。不同的成本变量都可以使用上述类似的方法进行定义赋值。

假设对于一个拍摄团队，需要 3 天的拍摄时间，3 个演员，1 个资源条件，1 个既备条件。则首先建立需求表格，表述为柱状图样式，如图 9 所示：

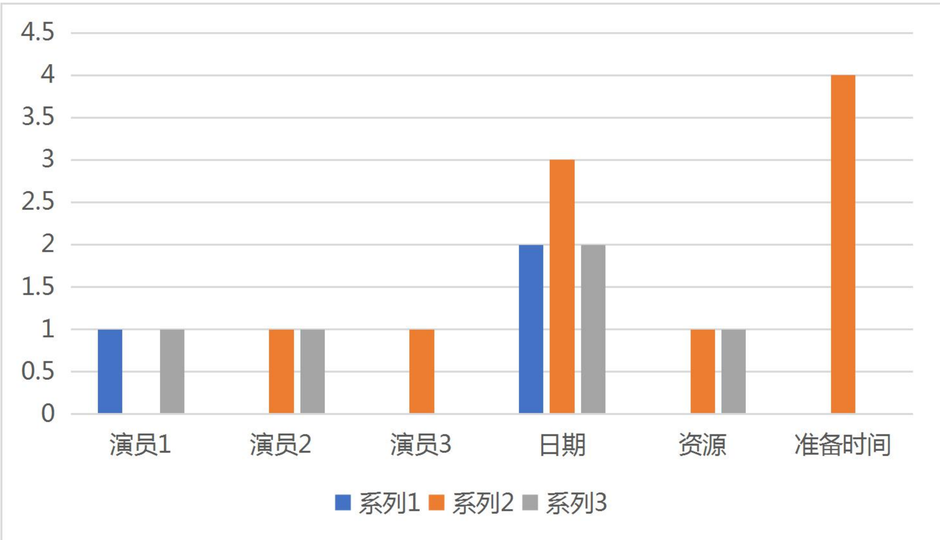


图 9 资源需求柱状图

根据实际情况，设定演员片酬和场地变更费用以及演员的其它消耗费用，根据导演安排决定是否完成拍摄任务，确定各个变量值，并用柱状图表示，如图 10 所示：

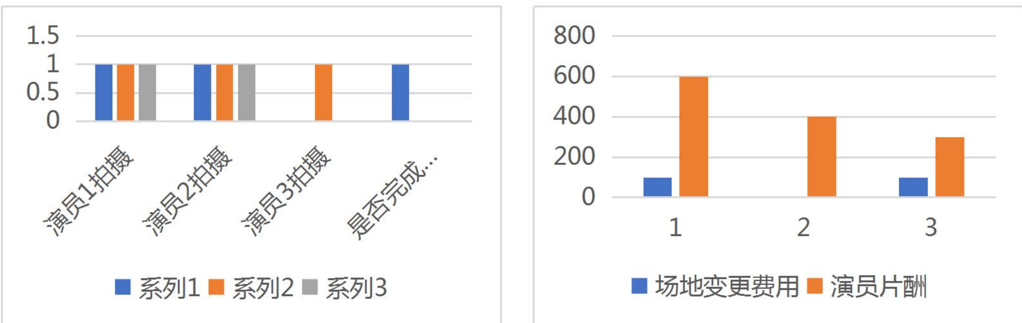


图 10 其它费用柱状图

若拍摄日期为 3 天，则演员日期安排共有 6 种，分别用柱状图表示，如图 11、12、13、14、15、16 所示：

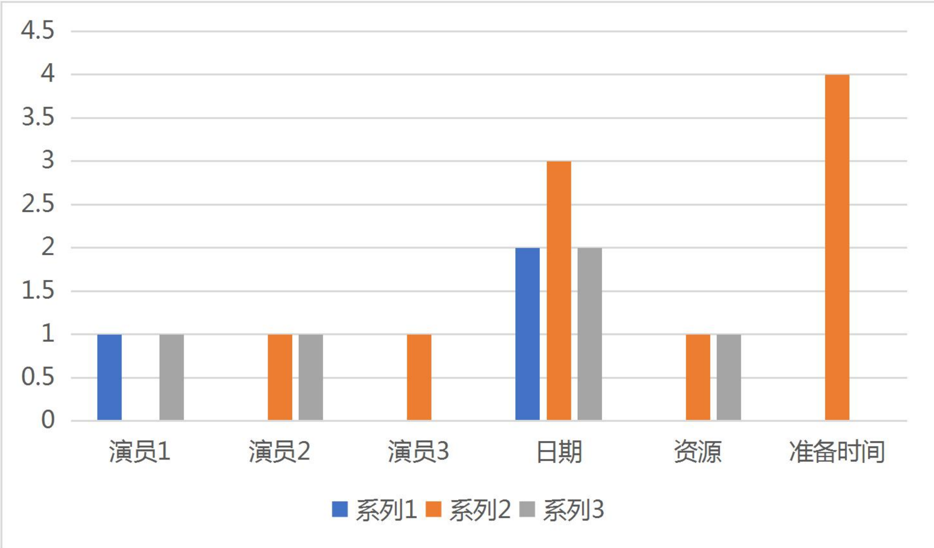


图 11 第一种日程安排

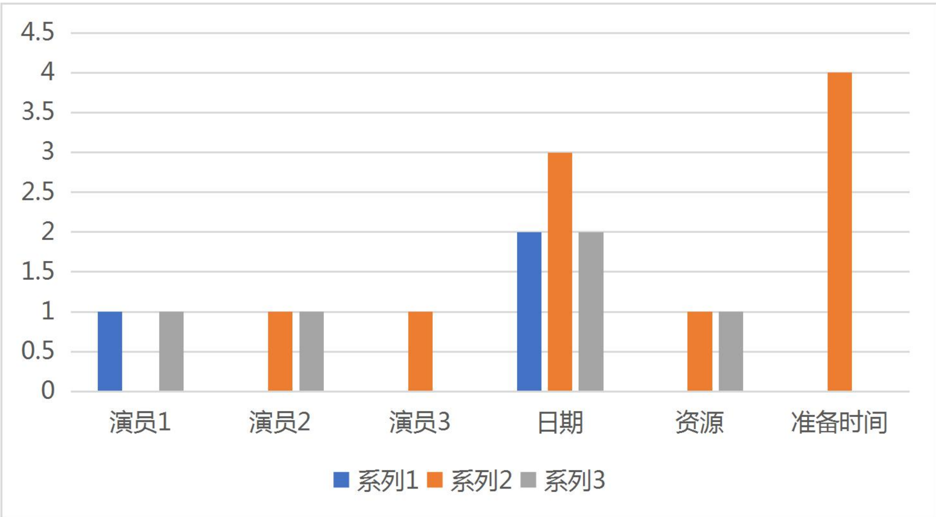


图 12 第二种日程安排

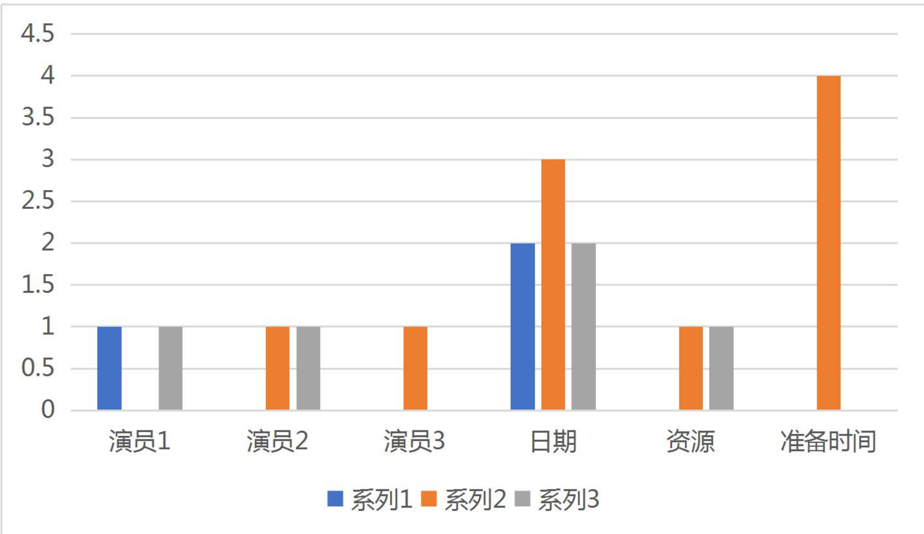


图 13 第三种日程安排

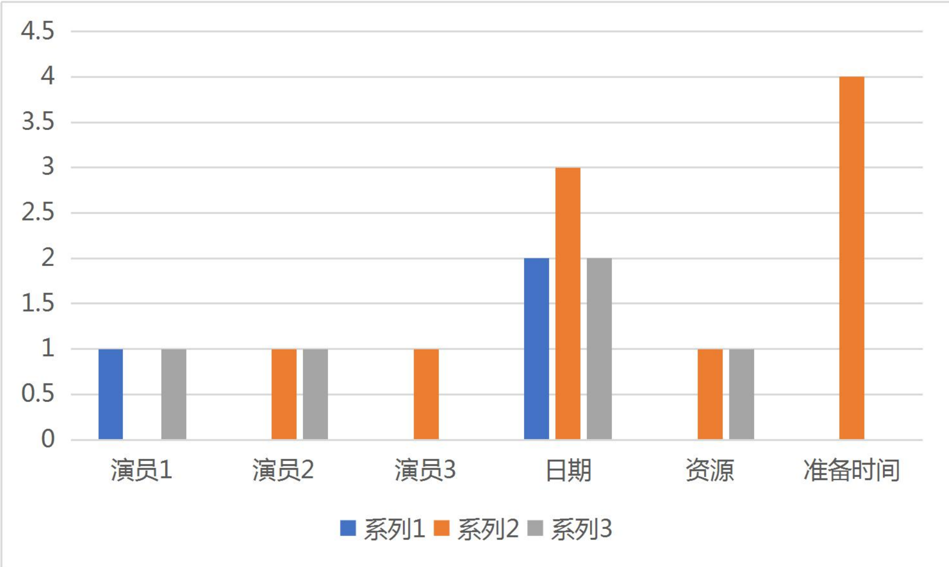


图 14 第四种日程安排

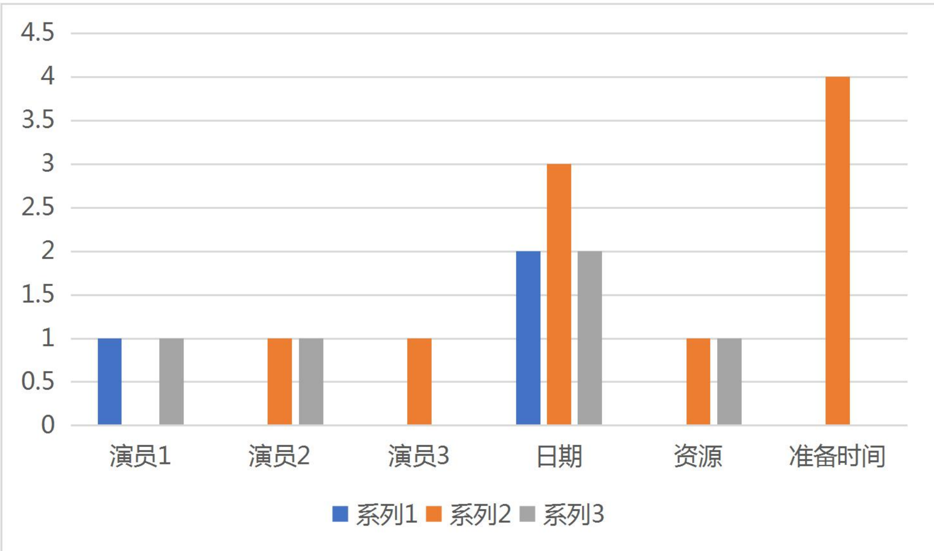


图 15 第五种日程安排

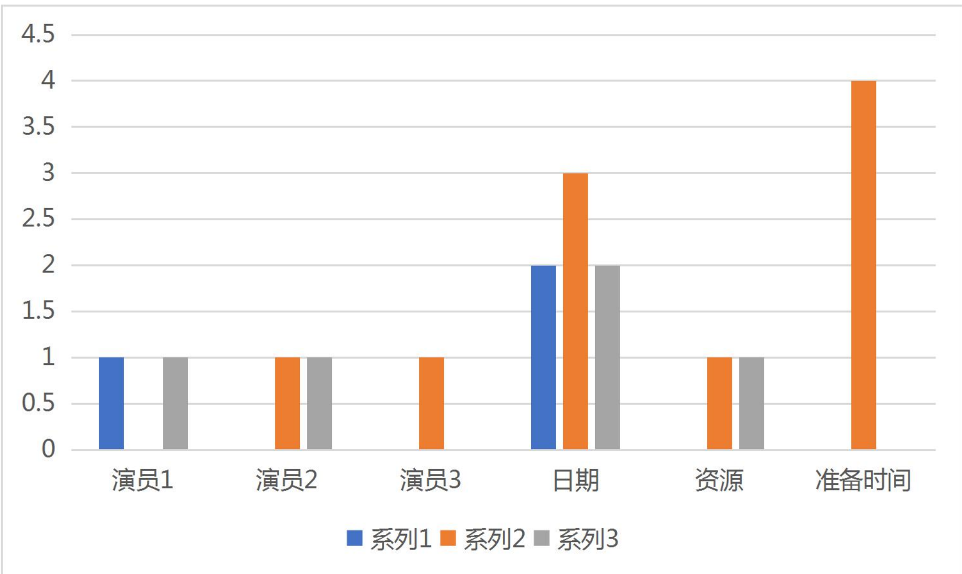


图 16 第六种日程安排

结合图 9 和图 10，对图 11 到图 16 的各种日程安排进行计算，得到总的拍摄成本，用柱状图表示，如图 17 所示:

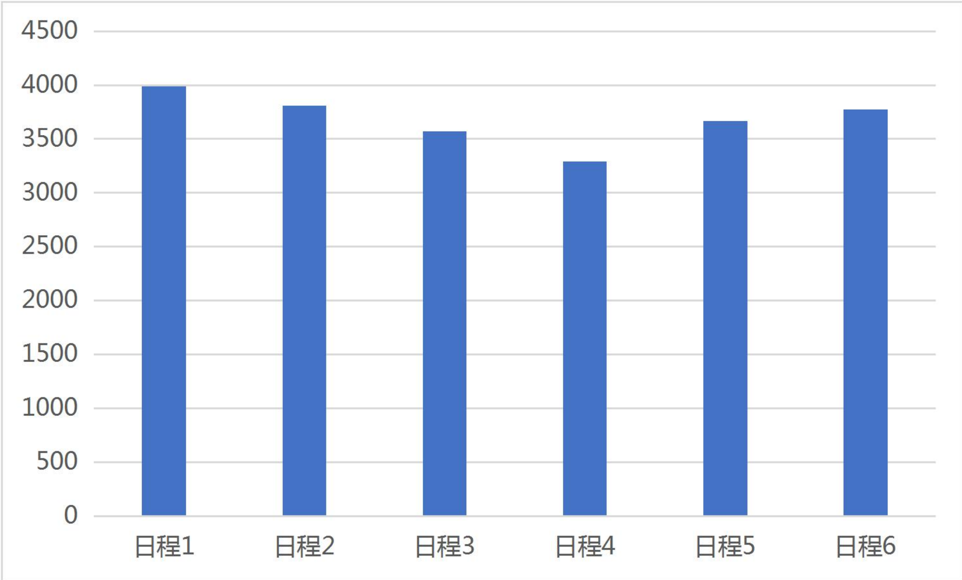


图 17 总拍摄成本

根据柱状图分析，得到日程 4 为成本最优拍摄日程。

对于以上数据，使用 Excel Solver 工具，对数据和约束条件进行处理，验证结论正确，如图 18 所示：

可用费用							需求费用														
演员1	演员2	演员3	场地	资源	日期	日程安排	演员1	演员2	演员3	场地	资源	准备时间	演员1拍摄	演员2拍摄	演员3拍摄	是否完成任务	场地变更费用	演员片酬	演员共计费用	成本总计
1	1	0	1	1	1	2	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	100	600	1000	3291.17
0	1	1	1	0	2	3	0	1	1	1	0	2	1	1	1	0	0	400	1000	
1	1	0	2	1	3	1	1	1	0	2	1	0	1	1	0	0	100	300	700	

图 18 Excel Solver 规划求解验证

6.1.3 整体最优模型

根据上述时间最优模型和成本最优模型的结果，基于整数线性规划（ILP），提出一个整合的最优模型，得到最优的电影拍摄日程安排。

首先利用变量因素构造一个维度为$\left(m_a+m_r+m_p\right)\times x$的矩阵， m_a表示演员数量，m_p表示既备条件的个数，m_r表示资源条件的个数，x表示已知的拍摄天数。

例如，对于一个由 2 个演员，1 个资源条件，一个在 3 天内准备完毕的既备条件，已知拍摄日程为 7 天，则构造矩阵 $\boldsymbol{A}$：

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

由以上矩阵可知，演员 1 在第 1,2,3,4 天有档期，演员 2 在第 2,5,6,7 天有档

期；资源条件 1 在第 3,4,5 天可用，既备条件会在第 3 天准备完毕，第 4 天开始可以使用。

构造一个维度为$\left(m_a+m_r+m_p+1\right)\times m$矩阵 R，新增的矩阵行代表当日拍摄地点。对于一个需要 2 个演员，一个资源条件，一个在 3 天内准备完毕的既备条件，5 个拍摄日期和 2 个拍摄地点（分别为位置 1，位置 2，用数字 1,2 表示），则矩阵构造如下：

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}1&1&0&0&0\\0&1&1&1&1\\0&0&1&0&0\\0&0&1&0&0\\1&1&1&2&2\end{bmatrix}$$

加入约束条件：

$$A_{i,j}\ge R_{i,j},i\in\left[1,m_a+m_r+m_p\right],j\in\left[1,n\right] \tag{31}$$

用于确保演员能够始终处于可用状态。

在此基础上，我们使用步骤 2 中得到的成本模型函数为边界，结合匹配优化和成对交换方法来运行 ILP 模型，以节省时间，同时增加获得最优方案的概率。在计算最优的总成本过程中，需要对构造矩阵进行修剪，减少矩阵开始和结束时的制约天数。例如，对于一个矩阵

$$N=\begin{bmatrix}0&1&0&1&0\\0&0&1&1&0\\0&1&0&0&0\\0&1&1&1&0\\0&2&1&1&0\end{bmatrix}$$

减去第一列和最后一列的制约天数，得到矩阵

$$N'=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&0&0\\1&1&1\\2&1&1\end{bmatrix}$$

假设矩阵 C 和矩阵 D 分别表示演员的支付率和演员获得片酬的天数。在等待期间，演员同样获得片酬，这也符合实际情况。那么矩阵 C 是一个维度为$1\times\left(m_a+m_r+m_p\right)$的行矩阵，每个元素代表了每个演员一天挣到的钱。矩阵 D 为一个二进制的矩阵，元素 1 表示演员在当天应当支付片酬，元素 0 表示不支付片酬。定义矩阵元素如下：

$$D_{1,j}=\begin{cases}1, Y_{i,j}=1 or \left(\sum_{a=1}^{j-1} Y_{i,a}\geq 1 and \sum_{a=j+1}^{q} Y_{i,a}\geq 1\right), i\in[1,m_a], j\in[1,q] \\ 0, \text{otherwise}\end{cases} \tag{32}$$

引入两个新的变量，k 表示拍摄团队的总计可用经费，p 表示变换场地的平均费用。为此首先定义一个行矩阵 Z，表示拍摄期间的位置变换次数，定义矩阵元素如下：

$$Z_{1,j}=\begin{cases}\varnothing, Y_{(m_a+m_r+m_p+1)j}=0 \\ Y_{(m_a+m_r+m_p+1)j}, \text{otherwise}\end{cases} \tag{33}$$

p 的变量值根据实际情况而定，定义一个行矩阵 S 描述拍摄过程中的位置变化和经费消耗，定义矩阵元素如下：

$$S_{1,j}=\begin{cases}p, Y_{1,j}-Y_{1,(j-1)}\neq 0 \\ 0, \text{otherwise}\end{cases} \tag{34}$$

如果上一个任务的场地与下一个任务不同，则元素 p 出现，否则定义为 0。为了计算拍摄总成本，则首先计算位置变换成本，得到

$$k=\sum_{j=2}^{n}\left(S_{1,(j-1)}\right)+\left(a\times q\right)+\sum_{j=1}^{n} Q_{1,j} \tag{35}$$

在得到上述可行的日程安排和成本预算后，使用成对交换方法进行处理。即对于一个日常安排，从第一天开始，逐个与其它天数进行交换，并求出成本；找到一个成本最小的，确定为第 i 天的日程，这样对于一个有 n 天日程，m 个拍摄日期的安排表，需要进行 nm 次总交换，获得最优的时间和成本安排表，即为求解结果。

以日程安排 $[a,0,b,0,c,d]$ 为例，其交换方法如图 19 所示：

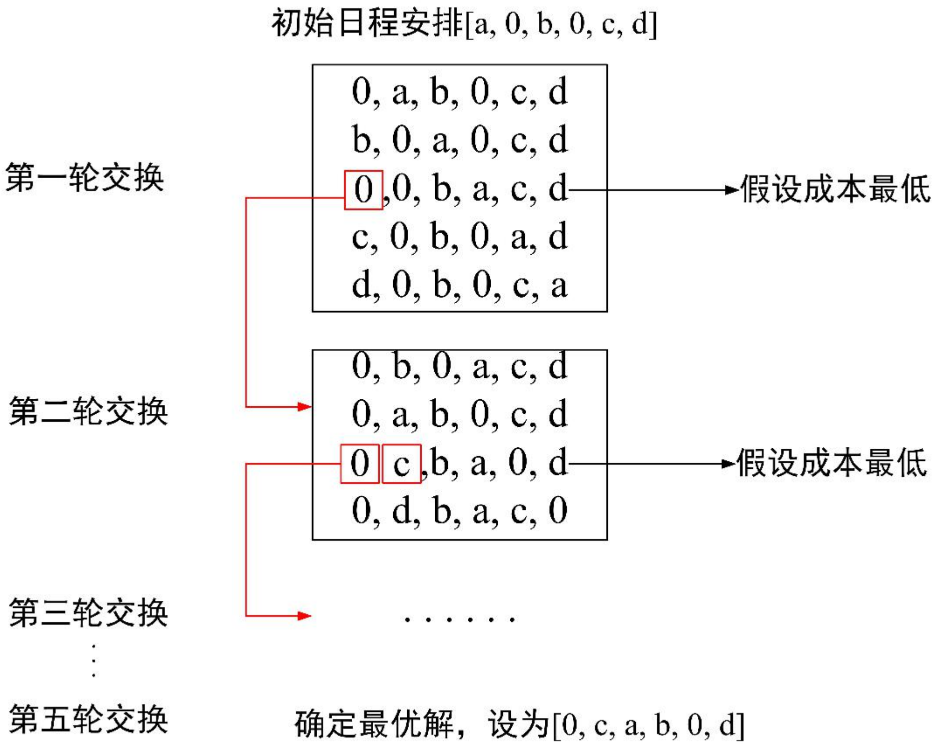


图 19 成对交换法得到实例最优解

6.2 问题二

该问是在第一问的基础之上，考虑第一问中的影响因素，若删除一个约束后重新安排可能会缩短拍摄日程，其中缩短日程最多的一个约束称为关键约束。拍摄团队在找到关键约束后才能够有效地节约时间提高拍摄效率。

6.2.1 概率分析

为了解决该问题，运用模型一也即时间模型来寻找出对时间使用影响程度最大的变量。利用模型中的可用矩阵 A 以及需求矩阵 R，使用 Oracle Crystal Ball 程序来分析模型不同部分的灵敏度。此灵敏度分析适用于所有模型，因为与产生它的算法相比，它与最终的时间表更相关。为了向矩阵 A 引入不确定性也即发生问题的可能性，我们将演员档期或重要道具等资源的可用概率从 1 改为 0.8。即使演员在某一天可被调用，也可能出现问题，因此实际上也不能百分百确信演员能够在指定日期拍摄。对于某些拍摄日所需的准备时间（先决条件），逐步引入不确定性增加满足先决条件的概率（参见矩阵 1 中矩阵的最后一行）。在我们的例子中，前提条件应该在第 3 天而不是之前完成，但是对于分析灵敏度，则认为它在第 1 天完成的可能性很小，第 2 天的机会更高，并且在第 3 天有 80％的

几率。当我们将其输入 Crystal Ball 以分析灵敏度时，整个矩阵如矩阵 1 所示：

$$\begin{bmatrix} 0.8 & 0 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.8 \\ 0.3 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix}$$

矩阵 1

然后，创建一个需求矩阵 R，其中包含演员的可用日期，重要道具以及资源的可用日期，并且必须存在的先决条件。下面的矩阵 2 是一个需求矩阵。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

矩阵 2

其中矩阵 2 的第 1、2、3 列分别代表第 1、2、3 天，第一行代表演员 1，第二行代表演员 2，第三行代表重要道具以及资源 1，最后一行代表先决条件。从该需求矩阵 R 可以看出演员 1 可以在第 1、3 天调用，演员 2 可以在第 1、2 天调用，重要道具以及资源 1 可在第 2 天使用，先决条件在第三天满足。

如果在某一天无法满足约束条件，我们会为延迟时间以及休息时间所花费的天数创建泊松分布。使用泊松分布来描述由某个事件而引起的延迟的概率是合适的; 泊松模型描述了发生一定数量事件的概率。这个泊松分布的平均值是 1（0 天延迟的概率也是分布的一部分，但没有在图上显示，因为它意味着没有延迟）因为它很可能在重新安排后的第二天满足约束条件。Crystal Ball 的泊松分布见表格 1 数据显示。

表格 1 泊松分布数据

泊松分布数据	
序号	概率
0	0
1	0.37
2	0.18
3	007
4	0.02
5	0.01

我们发现很可能会在第二天拍摄，但是仍有一点可能性，在这段时间内必须

支付费用但仍不能如期进行拍摄。要计算在计划中每天发生问题时可能的延迟时间（以天为单位），如果矩阵 A 的某行中的相应条目大于或等于矩阵 R 中的相应条目，我们使用 Excel 函数返回 0（无延迟）（因为尽管存在问题，所有需要的演员和资源都可用，不产生任何延迟）和基于泊松分布中大于或等于需求为满足概率而随机选择的延迟时间。如表 1 所示。

在我们的 3 天，2 个演员，1 个资源和 1 个先决条件的例子中，第 1 天，第 2 天，第 3 天的延迟时间分布和 100,000 次运行的总延迟可以在表 2 和 3 中看到。

表格 2 各天延迟时长

第一天延迟时长		
序号	概率	频率
0	0.68	68000
1	0.16	16000
2	0.10	10000
3	0.04	4000
4	0.015	1500
5	0.005	500
第二天延迟时长		
序号	概率	频率
0	0.69	69000
1	0.15	15000
2	0.09	9000
3	0.05	5000
4	0.015	1500
5	0.005	500
第三天延迟时长		
序号	概率	频率
0	0.71	71000
1	0.14	14000
2	0.09	9000
3	0.04	4000
4	0.018	1800
5	0.002	200

为了从 3 天计划的示例中生成滞后天数总数的分布，我们将计划中每天滞后天数的分布相加，得到表格 3。

表格 3 总延迟时长

总延迟时长		
序号	概率	频率
0	0.29	29000

1	0.26	26000
2	0.25	25000
3	0.06	6000
4	0.08	8000
5	0.005	500
6	0.03	3000
7	0	0
8	0.01	1000
9	0.007	700
10	0.005	500
11	0	0
12	0.003	300

6.2.2 灵敏度分析

为了分析哪些约束会在问题发生时导致最长延迟，我们会针对影响延迟时间长度的不同变量生成灵敏度分析，如图 20 所示：

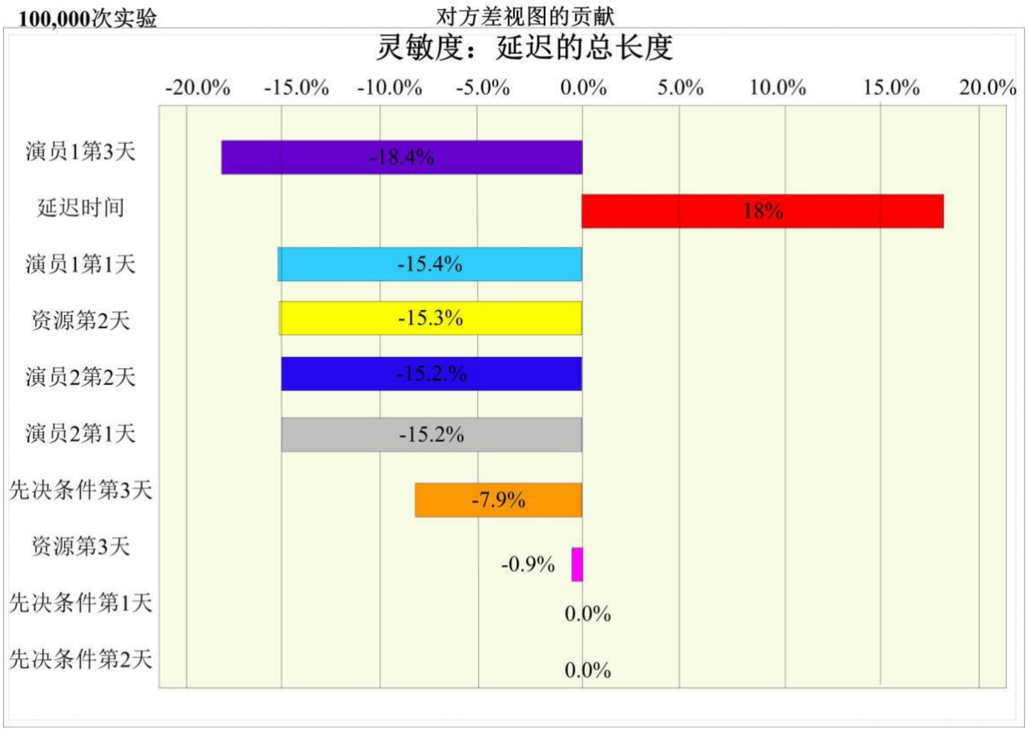


图 20 灵敏度分析

从敏感度分析中我们可以看出，先决条件的变化导致延迟总长度的变化小于演员调用和重要道具以及资源调用的变化。先决条件所占的百分比的绝对总和仅为 7.9％，而由演员调用和重要道具以及资源调用所占的百分比的绝对总和为 97.5％。因为只有 1 个先决条件，并且有 3 个演员/资源，我们按比例缩放百分比，将 97.5％除以 3 找到每个演员/资源的平均负责百分比为 32.5％，这仍远远大于

先决条件造成的延迟百分比。因此，根据我们对可能的延迟对总延迟时间长度的影响以及灵敏度分析的模拟，可以得出结论，演员和重要道具以及资源可用性约束将导致最长的延迟，如果出现问题且任何时候先决条件对延迟的长度影响较小。这种分析方法适用于多种电影拍摄的应用，根据该问的分析结果，一个拍摄团队应该在保证演员的调用以及重要资源的租赁上花费更多的精力，确保在拍摄每一个场景任务时浪费最少的时间。因此演员和重要道具以及资源可用性为电影拍摄中的关键约束，处理好该约束条件方能协调后进一步缩短日程。

6.3 问题三

在问题 1 模型的基础上，考虑在拍摄过程中出现的突发状况，比如演员生病导致一段时间内无法参与拍摄，此时需要调整后续的拍摄日程。使得调整后的日程安排表同样达到时间和成本的最优化。因此，对问题 3 的处理与问题 1 相似，同样使用上述模型，从时间和成本两个方面进行求解，而后得到整合的模型，求出最优解。

6.3.1 时间最优模型

由于一些突发情况导致某些“既备条件”或者“资源条件”不再可用时，已经完成的拍摄任务不受影响，为此需要考虑突发情况时间之后的拍摄安排。

同样以问题 1 中的示例为例，假设演员 2 在第 2 天由于重度感冒需要住院治疗 4 天，完全无法进行拍摄，因此需要对问题 1 中的定义进行相应修改：

$$A_1(t)=\begin{cases}0, t=1,3,4,5,6,7,9\\1, t=2,8,10\end{cases} \tag{36}$$

$$q=S_2, t=2$$

由此得到修改后的甘特图结果，如图 21 所示：

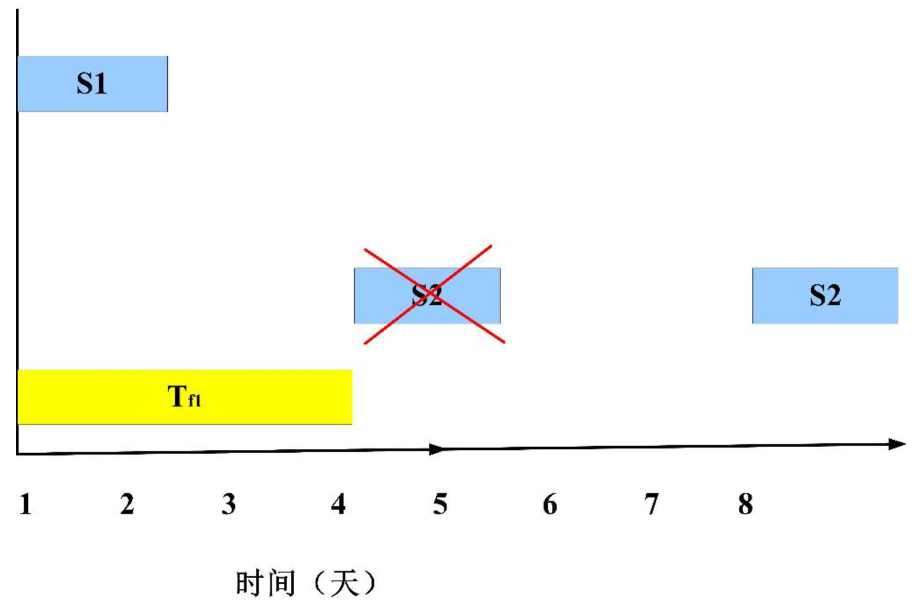


图 21 示例输出甘特图

由图可知，S_1 保持不变，S_2 出现日期为第 8 天。

6.3.2 成本最优模型

当发生意外情况时，可以根据情况修改演员、资源可用性和准备时间的数值。假设对上述情况进行处理，则应当更新资源需求和其他费用柱状图，如图 22 所示：

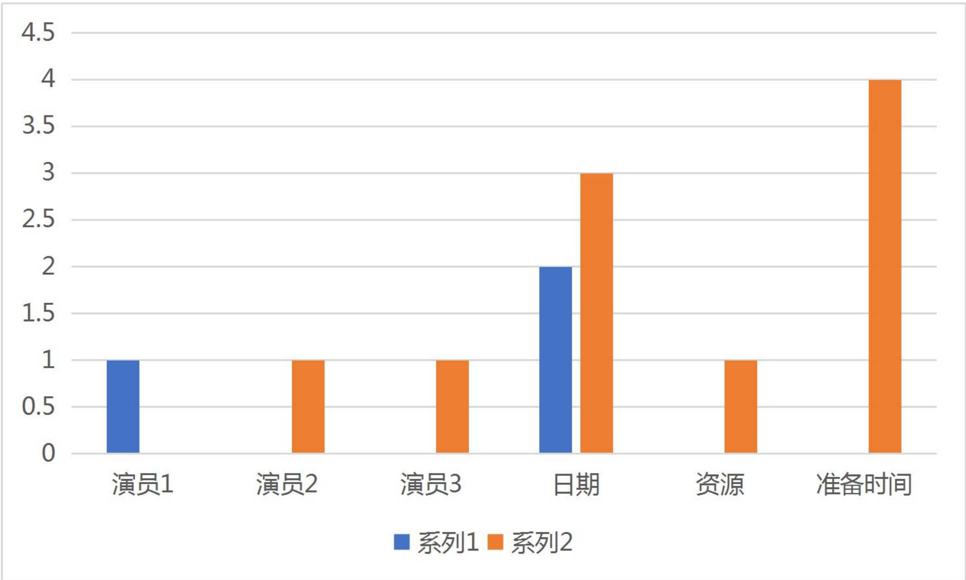


图 22 突发情况下的资源值修改

而后同样利用第一问中的成本模型进行求解，这里不再重复叙述。

6.3.3 整体最优模型

若发生意外情况，导致拍摄延迟时，需要根据资源可用性和经费需求对矩阵 A 和矩阵 R 数值进行修改。

例如，若在第 2 天，既备条件发生意外，原本需要 3 天准备时间延迟到 5 天，则将矩阵 A 进行修改，得到矩阵 $\boldsymbol{A}'$：

$$\boldsymbol{A}'=\begin{bmatrix}1&1&1&0&0&0\\1&0&0&1&1&1\\0&1&1&1&0&0\\0&0&0&0&1&1\end{bmatrix}$$

对矩阵 R 进行修改，得到矩阵 $\boldsymbol{R}'$：

$$\boldsymbol{R}'=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&1&1\\0&1&0&0\\0&1&0&0\\1&1&2&2\end{bmatrix}$$

而后利用与第一问中同样的方法，得到初始日程安排表和成本预算值，进行成对交换，得到突发情况后的最优解。

7 简化模型求解

为了能够更为快速有效的帮助拍摄团队完成电影日程的安排规划，此章提出一种更为简约的模型，主要考虑电影拍摄中最为主要的影响因素，即主要演员的档期以及重要道具的租赁以及场景布置，考虑各要素的优先程度，用贪心策略得到局部最优解，该模型最后依据总浪费时间与总拍摄时间的比例求得时间的利用率，利用率越高则说明拍摄日程安排越合理。

7.1 贪心策略

问题一中，需要根据几个限制条件来合理安排拍摄的日程，以使得日程最为紧凑，浪费时间最少。该问题基本等价于求一个有向图中遍历所有点的有效路径，若直接对其求解，其难度类似于 NP 问题——旅行家问题[3]，在多项式时间内是无法有效解决的。根据第一问的性质，无法求得全局最优解，就可利用贪心算法，求得局部最优解，并可以根据情况不同进行动态规划。

所谓贪心算法[4]是指，在对问题求解时，总是做出在当前看来是最好的选择。也就是说，不从整体最优上加以考虑，它所做出的仅是在某种意义上的局部最优解。贪心算法没有固定的算法框架，算法设计的关键是贪心策略的选择。必须注意的是，贪心算法不是对所有问题都能得到整体最优解，选择的贪心策略必须具

备无后效性，即某个状态以后的过程不会影响以前的状态，只与当前状态有关[5]。

本问中使用贪心算法的基本思路为：

(1) 建立数学模型来描述问题。

(2) 把求解的问题分成若干个子问题。

(3) 对每一子问题求解，得到子问题的局部最优解。

(4) 把子问题的解局部最优解合成原来解问题的一个解。

7.2 模型建立

该模型旨在建立一个能够使电影拍摄日程最短，浪费时间最少的日程安排模型，因为拍摄时间多一天也就意味着大量资源的耗费以及人力物力的协调，如果耽误了最佳的上映时间则会导致大量观影人群的流失以及财力的损失。因此我们需要建立一个模型以使得整个电影拍摄时间最短最为有效。

根据已知脚本，电影共有 n 个场景也即任务，以为次编号为 $A_1, A_2, \cdots, A_n$，每个场景任务的拍摄时长分别为 $p_1, p_2, \cdots, p_n$。在实际的拍摄过程中会由于每个场景戏份以及布置条件等因素的制约会使得时间各不相同，为了方便研究，将时长为 p_i 的场景 A_i 分为 p_i 个拍摄时长为 1 天的场景。

每个场景 A_i 在进行拍摄之前都会考虑诸多要素，这里主要考虑的是场景的前期制作，演员档期以及重要道具的租赁。首先考虑的是主要演员的档期，这是导演在参演之前就已经可以确定的，角色演员的档期一般不再考虑。某个主要演员 α_i 的可调用天数的集合设为 β_i，则该演员可供出演的频率即为 $\phi_i = \frac{|\beta_i|}{T}$。一般，某个场景的主要演员需要几个在场，那么该场景能够满足演员因素的概率即为 $P_j = \phi_x \phi_y \cdots \phi_z$。其次再考虑重要道具的租赁问题，类似于演员档期的考虑，某重要道具 m_i 的可调用天数集合为 M_i，那么该道具可调用频率即为 $q_i = \frac{|m_i|}{T}$，当只考虑重要道具时，场景 A_i 凑齐道具要素的概率为 $Q_j = q_x q_y \cdots q_z$。同时考虑演员档期以及重要道具的租赁，则场景任务 A_i 可以开拍的概率为 $P(A_i) = P_j Q_j$。根据场景 A_i 集齐这两个要素的概率，利用贪心算法对演员档期和重要道具的租赁进行处理，来得到关于这两个要素最优的安排，再进行下一步考虑。

下一步考虑的是场景是否进行了前期制作以及场景布置，此时需要定义一个布尔量 B 来进行代表，当为 0 时表示场景 A_i 仍未进行前期制作，等于 1 代表已

经完成前期制作。为了判断演员要素α_i或道具要素β_i能否在第Γ天使用，定义如下函数：

$$\Gamma_i=\begin{cases}0, & (\Gamma\notin\beta_i\cap\Gamma\notin M_i)\\ 0, & (\Gamma\notin\beta_i\cap\Gamma\in M_i)\\ 0, & (\Gamma\in\beta\cap\Gamma\notin M_i)\\ 1, & (\Gamma\in\beta_i\cap\Gamma\in M_i)\end{cases} \tag{37}$$

由如上两个公式可以看出只有当演员要素和主要道具要素均可以使用时才能使函数值为 1。下面考虑综合优先度。

当多个场景任务在同一天均可进行拍摄时，就需要考虑优先拍摄哪一个。若A_i和A_j均可拍摄，那么可以考虑二者的频率，若$\phi_i\le\phi_j$，则说明任务A_j的拍摄机会要多余A_i的，则要优先对场景任务A_i进行拍摄，以防后期由于种种原因为了对其进行拍摄创造条件浪费过多时间。在进行连续拍摄时，下一个任务若采用的取景地与之前的一样，则可以节约许多布景时间，因此当多个任务在同一天可以进行拍摄时，同一场景的任务应该被优先考虑。定义场景任务A_i的综合优先度为D_i，并设Ω_i为因布景浪费时间所减少的优先度，R_i为因转移地点而浪费时间所减少的优先度，综合优先度最高的任务应该优先进行拍摄。

最后考虑时间利用率。为了衡量方案与方案之间的有效程度，定义τ为总浪费时间，第Γ天不能进行拍摄的时间为τ_Γ。当$D_{\max}=0$时，这一天都不能进行拍摄也即$\tau_\Gamma=1$；当$D_{\max}\ne0$时，为这一天布景以及转移地点的时间。可得：

$$\tau_\Gamma=\begin{cases}R_i+\Omega_i, & (D_{\max}\ne0)\\ 1, & (D_{\max}=0)\end{cases} \tag{38}$$

现设电影拍摄的总浪费时间为$\sum_{i=1}^{T}\tau_i$，一个场景任务的前期制作时间为z_1，一共有I个场景，则必要的时间为Iz_1。每个场景都少不了第一次布景所需要的时间z_2，则必要时间为nz_2。若存在c个地点，那么至少还需要c-1 次地点转换的时间，一次耗时为z_3，则必要时间为$(c-1)z_3$。综合上述的考虑，总浪费时间应该为$\sum_{i=1}^{T}\tau_i$减去必要时间：$\tau=\sum_{i=1}^{T}\tau_i-Iz_1-nz_2-(c-1)z_3$。

时间利用率便可表示为$\eta=\dfrac{\tau}{T}$，当η越小说明电影日程规划越有效。

8 结语

8.1 本文优点

（1）紧密联系课题实际，利用任务分解结构处理电影脚本。

（2）从拍摄时间和拍摄成本的角度出发，更加符合实际应用需求，兼容性更好，操作更加简单、直观。

（3）分析得到演员档期和特殊设备作为关键约束，与实际情况相符合。

（4）处理突发情况时，尽可能地减少了突发情况带来的影响。

（5）给出了另一种更为简约的数学模型。

8.2 本文缺点

不可避免地，本文也存在以下几个缺陷：

（1）文中的相关系数和参数设置是根据经验而假定，与实际应用具有一定偏差。

（2）对模型的建立侧重于数据处理，而没有对多元调度进行着重分析，如利用并行虚拟机解决排列问题。

参考文献

[1] 李昕航.电影拍摄时间规划模型[J].艺术科技,2016,29(01):137.

[2] Jensen MB, Kaufmann M, Zachariasen M (2005) Movie shoot scheduling. In: Proceedings of MIC 2005, pp. 551–556 (Published on CD, Vienna)

[3] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein. Introduction to Algorithms, Third Edition (《算法导论》第三版). 机器工业出版社(译), 2013 年 7 月第 1 版.

[4] 徐哲扬,柴靖轩.基于贪心算法的众包平台定价模型[J].经贸实践,2018(13):306.

[5] 邹哲讷. 贪心算法及其应用. 计算机光盘软件与应用, 2015 年.