

参赛队号 #1368

第七届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第七届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：**1368**

参赛队员（签名）：

队员 1：黎金宁

队员 2：林泽昊

队员 3：盛哲瑾

参赛队教练员（签名）： 包文涛

参赛队伍组别(中学|专科|本科|研究生)： 中学组

参赛队号 #1368

第七届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：
1368

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

参赛队号 #1368

2014 年第七届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第二阶段论文

题 目 幼儿园园长的苦恼

关 键 词 随机模拟, 能量耗散理论, 可行性指数, TSP 旅行商

摘 要:

针对缺少一名老师的问题, 由于我们在第一阶段的模型中, 3 个巡视老师是较为灵活的, 因此我们主要通过调整这三名教师, 获得了三个不同模型。同时通过问题二建立的评估机制进行评析, 确定了“去除中心位置的老师, 并对两侧巡逻老师进行 TSP 旅行商优化”为最优方案。

针对问题二给出的责任监督制方式, 我们认为, 让一名老师分散监管多个方向的孩子, 难度显然大大增加。根据小孩聚众玩耍的天性、将各个群体分配给老师。同时以小孩在群体内随机散点分布的特点, 我们通过高次拟合与编程模拟的方式确定了最终模型。

针对可行性评估的几个因素, 由于模型的评估, 必然要涉及多个方面。我们联系实际, 得出了安全因素为主, 可操作性为辅, 可持续性次之的三位一体的评估机制。并结合其影响因素和效果, 我们引入武术难度、能量耗散、安全系数等概念, 以统一标准量化了模型的各个因素, 并通过 SPSS 组合数值, 得到最终的综合指数。

针对上述几个因素的组合及各个模型的评估, 在得到了上述三个指数值后, 我们需要对这几个数值进行有机组合。我们认为, 可以通过加权平均解决这一问题: 首先, 以各个因素的重要程度为依据, 赋予其权重; 其次, 利用加权平均结合方差得到对应的可行性指数。最后, 我们通过比较, 得出了集体责任制优于个人责任制的结果。

针对模型的评价, 对于问题一, 模型通过调整已有老师的位置或其巡视方式, 达到弥补缺失的那名老师的目的, 并通过问题二建立的机制评估了三种模型, 得到了最优方案。对于问题二, 我们结合实际, 融合了多种理论, 尤其是统计学中的加权平均数原理, 综合分析得到最优机制, 并用于五个模型的评价, 效果良好。当然, 该评价机制在具体应用中还可以依照实际进行调整。

针对模型的改进与推广, 为了提高模型的精准度, 我们有以下几点改进。一、小孩在玩耍中会遭遇突发情况, 所以可以将这个方面纳入评价机制。二、让小孩子玩耍是为了使他们快乐, 所以监督机制能否使他们快乐的玩耍也成了因素。对于模型的推广, 该模型也可用于建筑工程, 晚会举办方案等的评估。

参赛队号: 1368

所选题目: D 题

参赛密码
(由组委会填写)

参赛队号 #1368

英文摘要（选填）

Aiming at the problem of the lack of a teacher ,in our first phase of the model, There are three patrol teacher flexible ,through the model and establishing evaluation mechanism, we get that the first model is best.

Responsibility for question 2 Supervision mechanism model, because the question is the comparison of Teachers responsibility system and the first stage model, therefore, we should construct the teacher responsibility system model. We believe that for a teacher to regulation in multiple directions child, obviously more difficult, so we according to the characteristics of the young children together playing will be a group ,assign teachers, and modeling.

Aiming at the feasibility evaluation of several factors, evaluating model must involve many aspects. We connected with practice, it is concluded that the safety factor is given priority to, operability is complementary, sustainability of the second evaluation mechanism of the trinity ,and combined with its influential factors and unified quantify of the various factors of the model, we get the index value.

In the combination of the above several factors and evaluation of each model, after got the three index value, we need to find a few numerical organic combination. We believe we can use the weighted mean to solve this problem. Based on the importance of the various factors, gives its weights, at last, the feasibility of the formula of the weighted average are used to get the final index, comparison, it is concluded that the result of the collective responsibility system is superior to personal responsibility system.

In view of the evaluation model, for the problem, a model by adjusting the location of the existing teacher or its patrol way, to make up for the lack of the teacher, and through the establishment of the mechanism of problem two evaluation established three kinds of model, the optimal solution. For question 2, we combined with the actual, combined with a variety of theories, especially a weighted average of the statistical principle, comprehensive analysis to get the optimal mechanism, and it is used in the model of five evaluation, the result is good. Of course, in the concrete application of this model also can be adjusted according to the reality .

Model improvement and promotion, in order to improve the precision of the model, we have the following points to improve. First, children in play may meet emergency, so this area can be incorporated into the assessment mechanism. Second, children playing is to keep them happy, so supervision mechanism whether make them happily play became a factor. Three, the model can also be used for construction, the party held scheme evaluation.

参赛队号 #1368

一、问题重述

幼儿园中的 130 个孩子被安排在长五十米，宽三十五米的矩形空地上活动，每次活动三十分钟。由于走出空地孩子可能会遇到危险，所以要安排仅有的老师使孩子尽量留在活动空地的范围内

问题一：现在有一名老师请假，仅剩下十四名老师，那么怎么调整老师的安排，才能最大限度的保证孩子的安全？

问题二：老师责任制是一些幼儿园解决该类问题的方法。即安排一个老师固定看管一些学生，达到监视目的。现在建立适当的可行性评估机制，并将责任制与阶段一中的方案进行评估比较。

二、问题分析

该问题属于离散型散点分布以及区域规划问题。对于该问题，要求充分考虑方案的可行性，那么就不仅要要保证孩子不跑出空地，还要考虑到种种客观因素，并将其进行有机组合。

2.1、问题一的分析

问题一与第一阶段的基础上减少了一名老师，我们可以在第一阶段模型的基础上，可以去掉一个最不重要的位点，并在此基础上通过其他位点老师位置或监视方式的变化，来补填缺失的那个老师的监视范围，从而达到良好地安全监视效果。

2.2、问题二的分析

问题二属于多个因素综合评价问题。通过分析，我们不难发现，要合理地建立评估机制，必须考虑到多个因素。我们分析了几个主要的因素，运用**加权平均数原理**可得到可行性的综合数值，从而达到评估目的。

2.3、建模的理念

第一，我们对问题进行分解，综合考虑多个重要因素对主题的贡献对各个部分进行了不同的分析，建立了预测模型。

第二，我们针对问题一提出了三种不同的模型，并在问题二得到的评估机制下得到了不同的量化结果。加入误差因素后，进行比较，得出最优方案。

第三，我们对方案进行了改进与推广。

三、模型的基本假设

1. 孩子在空地上呈随机分布，并会做无规则运动；
2. 老师监视范围内的学生一定是安全的；
3. 老师在穿过一群小孩时，速度不变；
4. 小孩速度 $v=0.8\text{m/s}$ ；大人步行速度 $V=1.5\text{m/s}$
5. 老师的制止成功率为 100%，且与小孩人数无关。

参赛队号 #1368

四、符号说明

安全性指数	k	疲劳度指数	θ
可操作性指数	δ	权重	ω
可持续性指数	λ	综合可行性指数	η

五、模型建立、分析与求解

5.1 问题一

5.1.1 第一阶段模型的引入

在第一阶段的工作中，我们将整块空地进行了警戒区的划分：

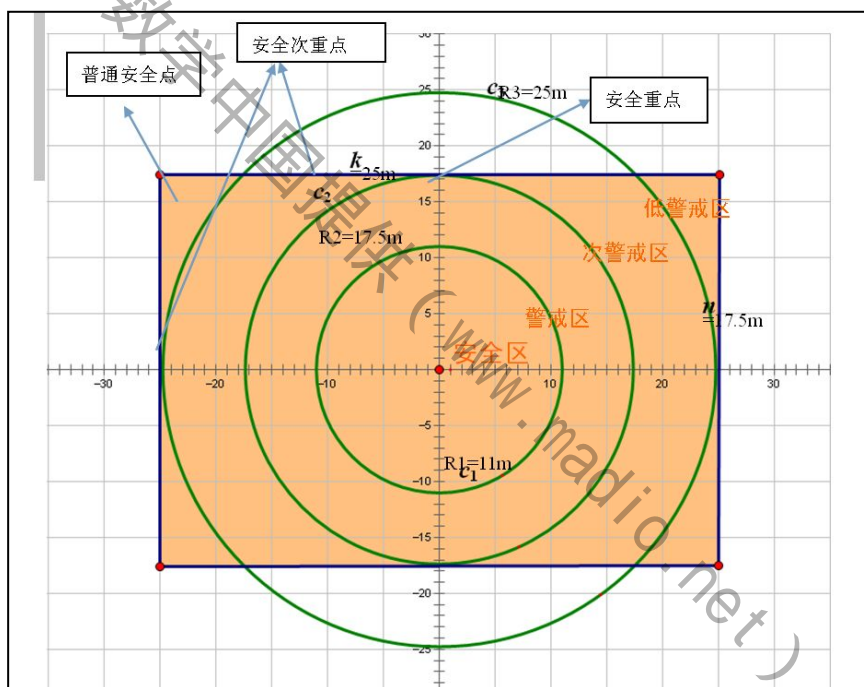


图 01-1

并基于此，安排了站立—转头—巡视三位一体的安排方案：

参赛队号 #1368

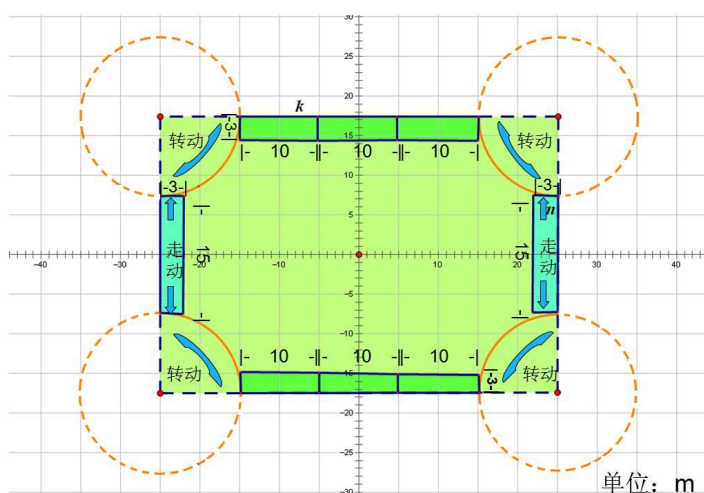


图 01-2

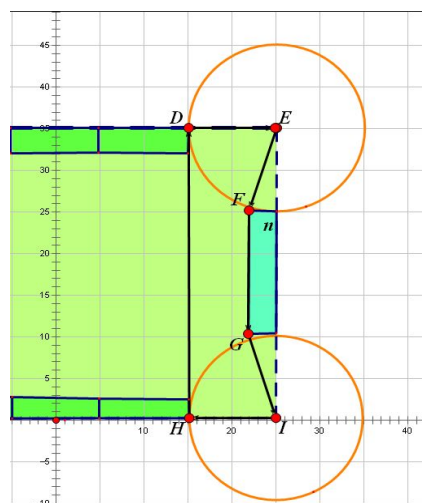


图 01-3

(巡视路线为 D-E-F-G-I-H，在空地中心设有一名老师)

5.1.2 模型一的建立

在第一阶段已经建立的模型中，中心的安全指数最高，因而中心那名教师的任务是最轻的，也就意味着最容易可以通过其他位置教师巡视方式的改变，来达到同样的目的。基于此，我们就把请假老师的缺失安排到空地中心的岗位。仅减少了中心的老师，使模型的调整最小化。模型二也以此为基础。

以下边缘中点为原点 O 建立平面直角坐标系，则空地为一个以 $(-25,0)$ $(25,0)$ $(25,35)$ $(-25,35)$ 的矩形。

由于 14 名老师中，2 名老师是走动监视的，这就使他们的监视范围无形中扩大了，所以。我们可以通过改变这两名老师的路径，使他们经过中心，并在中心停留，来弥补请假那名老师的监视范围。

根据对称性，我们研究其中一名老师的巡视轨迹。

我们重建了 TSP 旅行商模型，定义的坐标系：以空地下边界的中点为原点，平行于下边界建立 x 轴，平行于短边建立 y 轴。

表 1 重点位置

重心位置	1	2	3	4	5	6	7
坐标	(15,35)	(25,35)	(22,10)	(22,25)	(25,0)	(15,0)	(0,17.5)

我们通过 matlab 的 TSP 模型求解最短距离和问题，(程序见附录)，得到数据：

数据输出： $s = 55.8800$ $c1 = 7$ $c2 = 1$ $c3 = 2$ $d1 = 4$ $d2 = 3$ $d3 = 5$ $d4 = 6$
 $x =$

7 1 2 4 3 5 6
 则巡查的路线应该为：7 → 1 → 2 → 4 → 3 → 5 → 6
 此路线可以兼顾到各安全重点并能辅助中心区域教师的管理，为可行路线。

我们通过 matlab 的 TSP 模型求解最短距离和问题具体效果图如下：

参赛队号 #1368

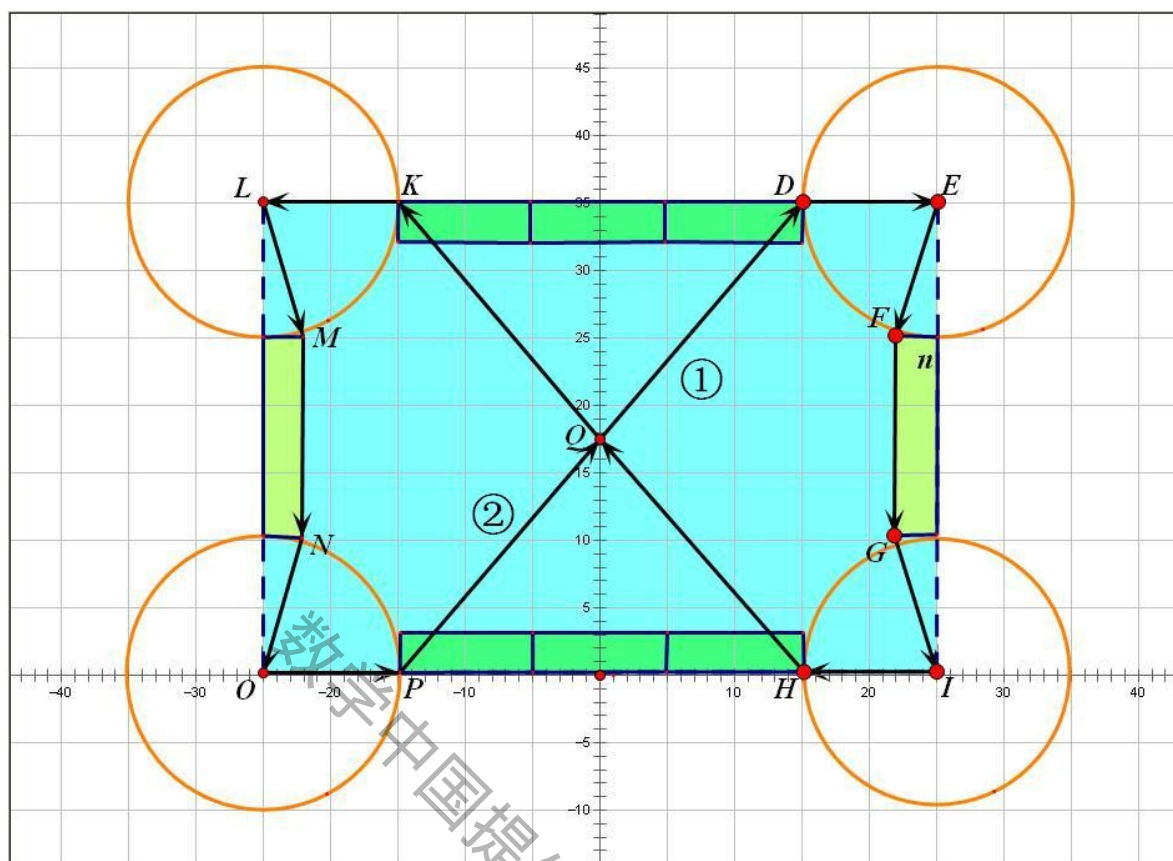


图 02-1 模型一图示

老师①的路线为 $Q \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow Q$;

根据对称性, 老师②的路线为 $Q \rightarrow K \rightarrow L \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow O \rightarrow P \rightarrow Q$

老师①在巡视的过程中, 老师②在 Q 点(矩形中心)休息, 并且在休息的过程中兼顾中心区域的孩子; 老师②在巡视的过程中, 老师①在 Q 点休息, 并且在休息的过程中兼顾中心区域的孩子。

5.1.3 模型二的建立

基于模型一的分析, 对于中心位置教师的缺失, 我们进行如下分析(ζ 为安全系数): 空地中央较为安全, 因而可以通过 ζ 不高, 但范围大的 360° 转头监视来进行覆盖。并且对于一些要求 ζ 较高的区域, 可以通过周围的去 ζ 要求不高的区域进行视野覆盖, 同样可以达到高 ζ 的效果。

具体方案是只对上下各三名老师进行调整: 将上下边中间的那名老师移至 $(0, 25)$ 和 $(0, 10)$, 并让他们进行 360° 转头, 此时 $S_{360^\circ} = \pi \times 10^2 = 100\pi$ 中心区域有视角覆盖; 同时, 左右的两名老师改为 $(-15, 35)$ 到 $(0, 35)$ 、 $(15, 35)$ 到 $(0, 35)$ 走动监视, $L_{\text{走动监视}} = 15m$, 使上下边的中间有视角覆盖, 从而达到保证安全的目的。

效果图如下

参赛队号 #1368

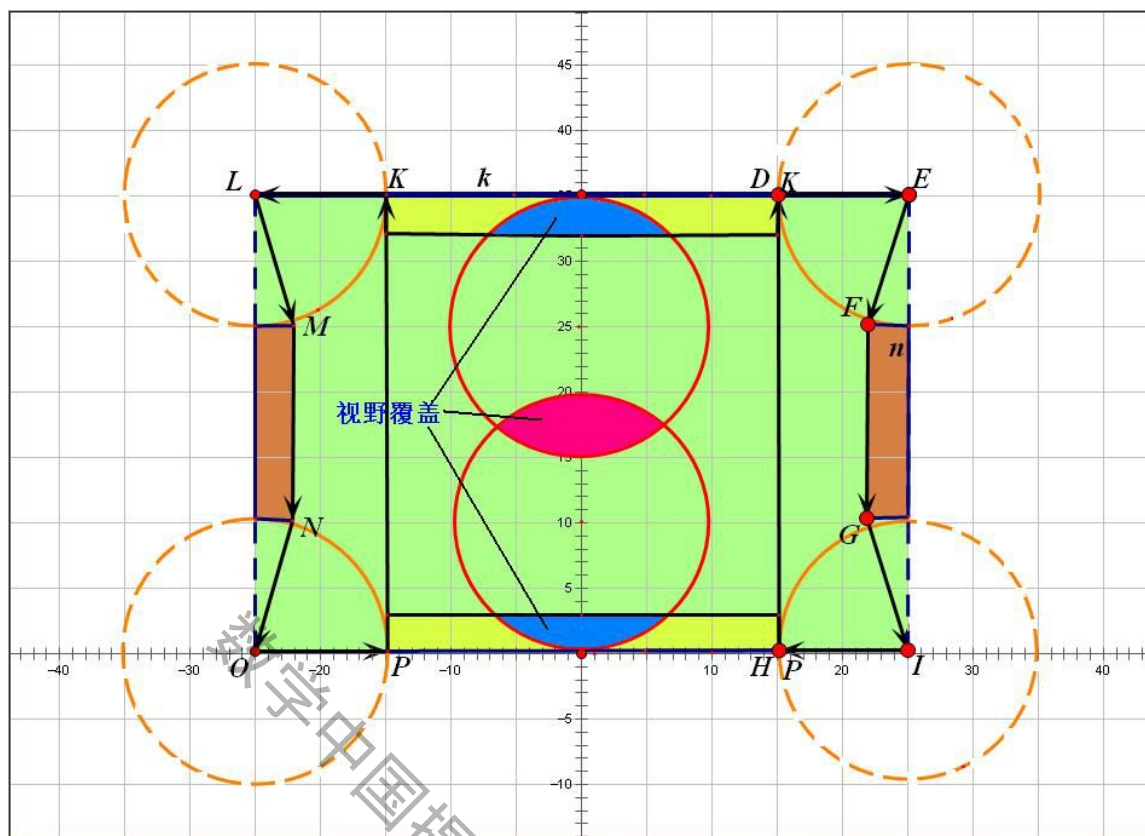


图 02-2 模型二图示

注：走动区域：() 和 ()

这样，以 $(-10,0)$ $(10,0)$ $(-10,35)$ $(10,35)$ 的近似矩形区域都有了视角，并且，上下区域的弧形重点安全区更有三重视角覆盖，安全系数 ζ 较原来更高。

5.1.4 模型三的建立

换个角度看问题，我们发现，虽然中心 Q 很安全，但却是个占尽地利的位置，在实际的应用中，它视野所涵盖的孩子最多，能及时解决突发事件从而最大限度的保证集中在中心玩耍的大部分的孩子安全，所以我们考虑留下这点。

具体的做法是将两名巡视教师合二为一。

那么，其路径就变成了 $K \rightarrow L \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow K$;

即 $(-22, 25) \rightarrow (-15, 32) \rightarrow (15, 32) \rightarrow (22, 25) \rightarrow (22, 10) \rightarrow (15, 3) \rightarrow (-15, 3) \rightarrow (-22, 10) \rightarrow (-22, 25)$

中心为以 $(0, 17.5)$ 为圆心， $r = \pi \times 10^2 = 100\pi \text{ m}^2$ 的圆

效果图如下：

参赛队号 #1368

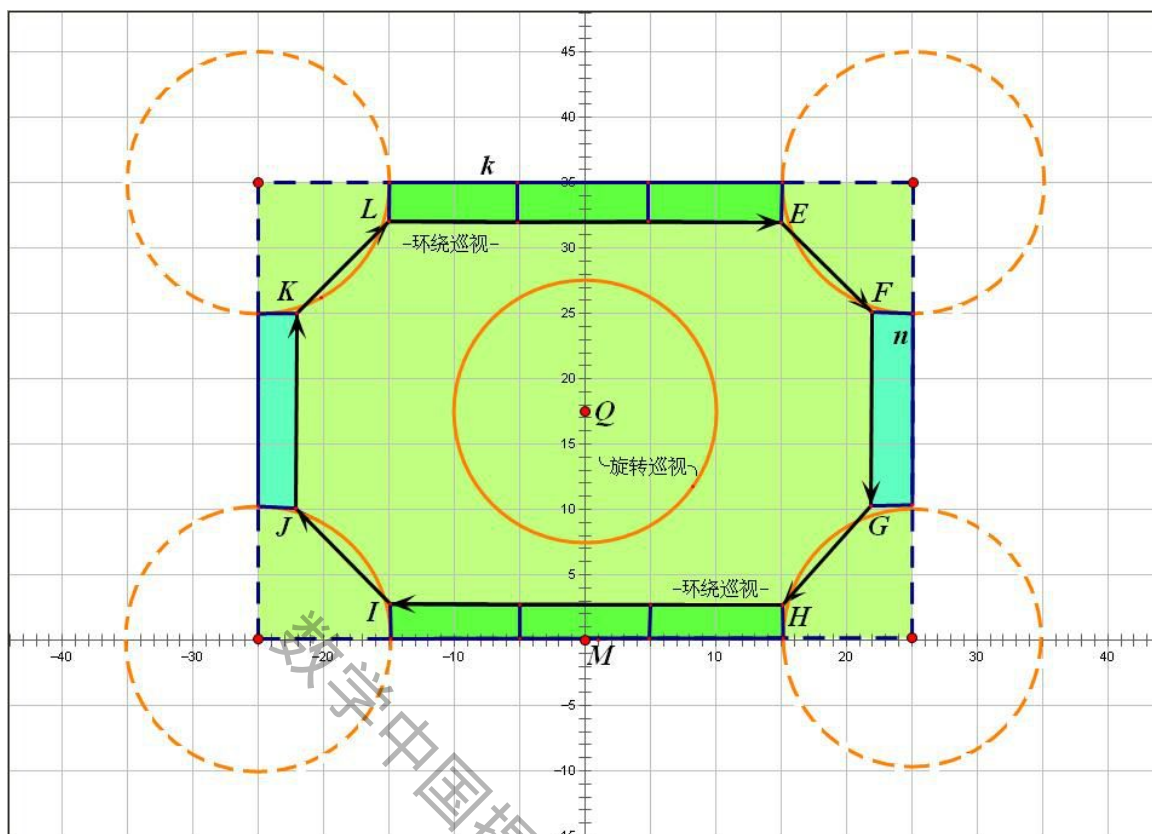


图 02-3 模型 3 图示

注：环绕巡视的教师视线指向中心 Q ，一旦有紧急情况发生，两名老师可有一名第一时间到达，大大保障的小孩的安全。

针对以上三个模型，我们将在问题二的评判机制建立以后，对以上三个模型进行评估，选出最优方案。

5.2 问题二 责任制建模与综合评价机制

5.2.1 老师责任制的模型

根据题设，一共有 135 名孩子，15 名老师。我们假设 135 名小孩是平均分配给 15 名老师的，即每个老师负责的小孩数 $n=135 \div 15=9$ 名。根据之前的假设，这 9 名小孩在老师的视野 $3 \times 10m^2$ 范围内随机分布。

对 9 名小孩在视野内的分布情况，我们认为可以看做随机分布。

为了探究满足矩形分布的点的个数，我们使用 matlab 模拟随机分布。程序见附录。

表 2 矩形边界点数分布

总点数	10	20	30	40	50	60	70	80
矩形边界点数	3	5	6	11	13	16	20	22

运用 matlab 拟合后，我们得到总点数和界点数的图像如下：

参赛队号 #1368

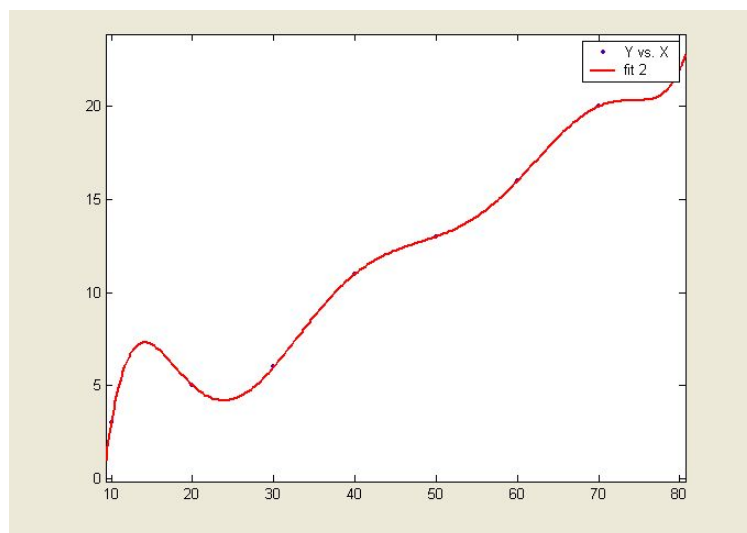


图 03-1 函数拟合

图像显示，矩形边界点数与总点数呈正相关。

∴ 9 名小孩的群体可以看成是一个 $3 \times 10m^2$ 的矩形框

∴ 问题可化为 15 个 $3 \times 10m^2$ 的矩形框在 $35 \times 50m^2$ 内的随机分布。

我们使用 Visual Basic 编程。以 PIC 控件模拟矩形框，并在 $35 \times 50m^2$ 的范围内随机分布（程序代码见附录），得到如下数据及图片：



图 03-2 Visual Basic 模拟视野分布

从图中我们可以看到，若教师视野在空地范围内随机分布，就会出现视野之间互相重合的情况。这就要求教师在领队的过程中要注意避免与其他老师的视野重合。

后面的评估中，我们将进行更深入的剖析。

5.2.2 模型评估标准的建立

针对模型的评估，我们认为：

- 1、既然问题为最大限度的保障小孩的安全，那么安全因素应为首要因素
- 2、此外，这是个实际问题，所以我们还应顾及每种方案的可操作性
- 3、当然，老师是人，长时间的耗费精力地看管小孩，势必会影响到老师的专注度，

参赛队号 #1368

换句话说，老师的疲劳度会随时间变久而增加，所以我们需要引入可持续性这一评价标准。

4、我们定义安全性指数 k ，可操作性指数为 δ ，可持续性指数为 λ ；

5、根据每种指数的重要程度，我们引入统计学中加权平均数的概念，我们假设 k 的权重为 50%， δ 的权重为 30%， λ 的权重为 20%。

现在，我们分别计算阶段一的方案和老师责任制的三个指数值。

5.2.2.1 安全性指数 k

①第一阶段方案

图片引用于第一阶段 D 题 1368 队（即本队）

1. 走动监视：

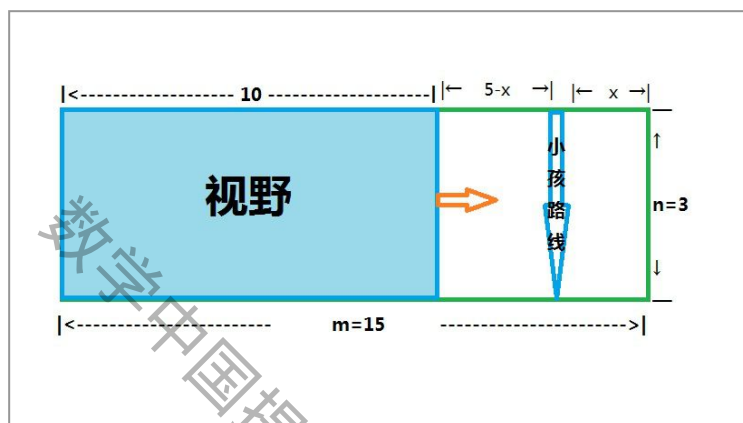


图 04-1 走动教师示意图

（注： m 为所需监视的区域长度； n 为所需监视区域的宽度）

根据图 03-2，走动监视的 $m=15$ ， $n=3$

由于教师走动时，其负责的，大于他的视野范围的矩形监视区域必定存在盲区，该盲区依据他的移动而移动。在一次来回行走过程中。矩形监视区中，越靠近矩形中点的区域成为盲区的时间就越短，反之，越远离矩形中点时间便越长。孩子穿越盲区需要一定的时间 t ：

$$t = v/n$$

出于严谨的态度，我们能够发现该监视区域内只有成为盲区时间超过 t 的区域才是孩子能通过区域，由此得出走动监视的效率指数公式。

$$h_1 = 1 - \frac{[2 \times (m - 10) - \frac{n \times V}{v}]}{m}$$

2、转动监视

当教师在转动监视时，越靠近转轴， h 越高，反之，越低。那么，我们可以取半径的中点作为模板研究。此时，半圆形可以转化为矩形研究 如图 03-3

相似地，我们通过几何分析孩子穿过 s_1 与 s_2 的情况，

扇形的监视的效率指数 h_2 ：

参赛队号 #1368

$$h_2 = 1 - \frac{[2 \times (\frac{\pi}{2} \times R_2 - 3 - \frac{3}{2} \times \sqrt{(R_2 - R_1)^2 + 3^2}) - \frac{(R_2 - R_1) \times V}{v}]}{\frac{\pi}{2} \times R_2}$$

3. 巡逻监视:

老师在巡逻监视时对于监视区域的监视效率部分参考走动监视，考虑到孩子行动的不确定性，估计孩子走向某一特定危险方向的几率为八分之一（即在正北、正东、正西、正南以及西北、东北、西南、东南中随意取一方向）

$$h_3 = 1 - \frac{s-10}{s} \times \frac{v \times s}{V \times 8m} = \frac{8m \times V - (s-10) \times v^2}{8m \times V}$$

3、老师监视范围重叠时的监视效率:

$$h = 1 - (1 - h_1)(1 - h_2)$$

4. 老师监视效率与安全系数的关系

$$k = h \times 100$$

综合 h 与 k 的值我们得到下表（表 2）:

表 3 监视方式与其安全系数的关系

	正前方监视	走动监视	转动监视	巡查监视
监视效率 h	1	0.673	0.401	0.184
安全系数 k	100	67.3	40.1	18.4

我们根据加权平均数的原理，综合计算 $k_{\text{第一阶段}}$

由于第一阶段的方案中，巡视的两名老师及站在中心的一名老师为模型的补充，若把它们加入权重，显然会明显降低安全性指数，故我们将这三名老师单独分出，作为补充。同时，各方式权重应与老师的数量呈正比。

这样加权平均数的权重与人数的关系如下表所示:

表 4 安全权重分布

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
数量（个）	6	2	4	3
权重 ω	$\omega_{\text{正前方监视}} = \frac{1}{2}$	$\omega_{\text{转头监视}} = \frac{1}{6}$	$\omega_{\text{转动监视}} = \frac{1}{3}$	不计入

利用 SPSS 软件加权分析，我们得到:

参赛队号 #1368

Report

第一阶段

权重	Mean	Sum
.17	67.3000	11.44
.33	40.1000	13.23
.50	100.0000	50.00
Total	74.6740	74.67

模型 1 的加权平均，如上图所示， $k_1=74.6740$

我们假设巡视老师的贡献率为数值的 10%，所以有 $k_2=3 \times 18.4 \times 10\%=5.52$

综上， $k_{\text{第一阶段}} = k_1 + k_2 = 80.194$

② 老师责任制

老师责任制的安全问题在于其突发情况时的应对的、能力。具体而言，由于小孩的分布范围为 1 个 $3 \times 10m^2$ 的矩形，这也导致了一旦离老师最远的区域出现了突发情况，这名监管老师很难及时处理问题，从而存在安全隐患。

自然，在老师视野范围的其他边界处也存在危险区域，不过剩余零散区域面积远小于这一块危险区相比，由于情况的难以预料性和可能的误差，将这部分面积归入危险区

我们对危险区域的面积进行了如下计算：

设该区域的长为 $x \text{ m}$

根据 等时为临界值 原理

则有： $\frac{x}{0.8} = \frac{10}{5}$ ，解得 $x=1.6 \text{ m}$

我们用 VB 软件模拟出危险区域的分布及其占总面积的比例（由于 9 个人数过少，我们将其扩大为 9999，而比例仍保持不变）

得到下图

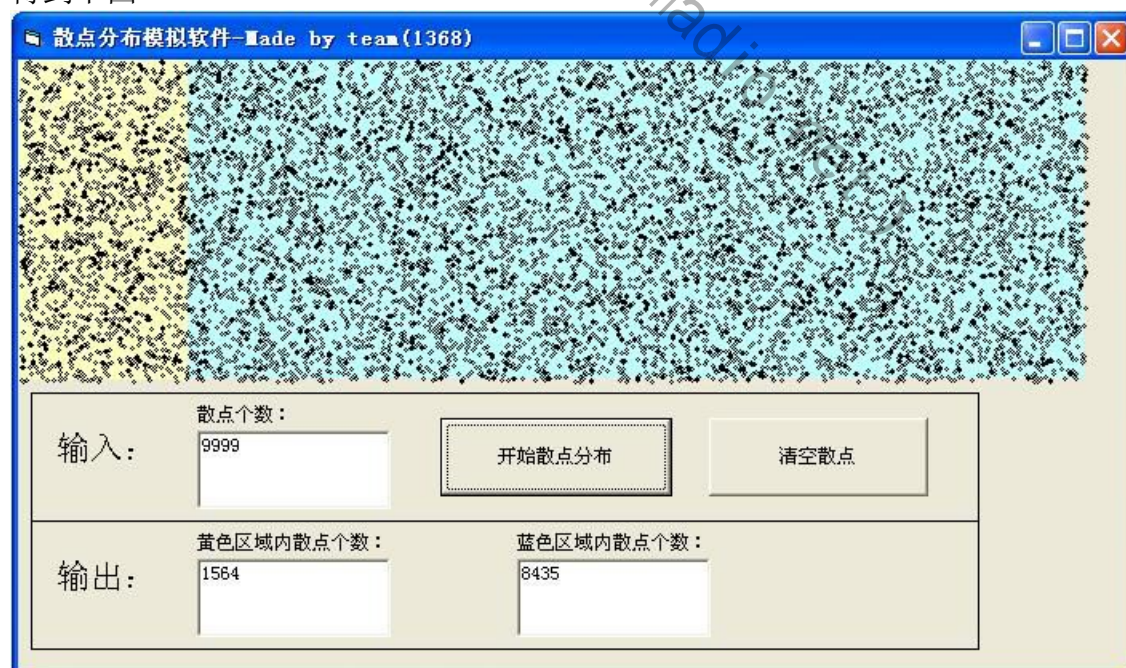


图 04-2 Visual Basic 视野内散点模拟

参赛队号 #1368

这大量散点可看做在 1111 个单位时间内孩子分布叠加图，可推知这个监视范围的危险比例于蓝色安全区散点数和总散点数的比例成正比，于一个教师看管的学生数量关系呈负相关，而每个老师只监控对应的九或八个孩子，因此对于孩子们的控制能力远大于方案一，故乘以老师控制力加成约为 140%：

$$k_{\text{问题二}} = \frac{100 \times \text{蓝色区域散点数}}{\text{总散点数} \times \sqrt[3]{\log_2 n}} \times \text{老师控制力加成}$$

上式中 n 代表每名教师看管的儿童数量。

$$\text{由此带入数据，我们算出 } k_{\text{问题二}_1} = \frac{8435 \times 100}{9999 \times \sqrt[3]{\log_2 9}} \times 140\% = 81.88$$

5.2.2.2 可操作性指数 δ

对于可操作性，我们认为，其评估应着重于监视方式的难度。对于监视的动作难度的评价，可以与武术动作进行类比。

因此，我们借鉴了《武术动作难度值》^[2] 的评分准则，建立了如下机制：

表 5 武术动作难度（摘）

	马步	侧空翻	旋子转体 360 度	侧空翻+转体 360 度	折返跑
官方编码	1B	335A- 动 & 静连接	353B- 动 & 动连接	355B- 动 & 动连接	1A
难度分数 ξ	0.1	0.2	0.25	0.35	0.05

表中的难度分数 ξ 描述出了与动作难度呈正相关的值。为了描述动作的可操作性，我们定义可操作指数 δ 。

$$\delta = 100 \times [-\ln(\sqrt[3]{\xi})]$$

这样，该指数实现了在 $[1, 100]$ 区间内与动作难度呈负相关的值的描述。

① 第一阶段

1. 定点监视

针对定点监视，其动作大致为站立不动、前视。因此我们借鉴武术动作中的“马步”动作。但由于该动作不需要弓步，我们将其难度分数 ξ_1 降至 0.08。通过计算，可以得到：

$$\delta_1 = 84.19$$

2. 走动监视

针对走动监视，其动作大致为侧向往复行走。因此，我们借鉴武术动作中的“侧空翻”动作。注意到走动时不需要翻动，我们将其难度分数 ξ_2 降至 0.15。通过计算，可以得到

$$\delta_2 = 63.24$$

3. 旋转监视

针对旋转监视，其动作大致为转体、扫视。因此，我们借鉴武术动作中的“旋子转体 360 度”动作。通过计算，可以得到：

参赛队号 #1368

$$\delta_3 = 46.20$$

4. 巡查监视

针对巡查监视，注意到其既有走动成分，又有转动成分。故我们借鉴武术动作中的“侧空翻+转体 360 度”动作。通过计算，可以得到：

$$\delta_4 = 34.99$$

这样，我们对四种监视方式的可操作情况作出了如下评价：

表 6 操作性指数与评价

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
可操作指数	84.19	63.24	46.20	34.99
可操作性	高	较高	较低	低

第一阶段模型的评估：

在第一阶段的模型中，我们采用的监视方式如下表所示：

表 7 操作性权重

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
数量（个）	6	2	4	3
权重	0.5	0.17	0.33	不计入

对第一阶段的可操作指数进行加权平均得到

Report

第一阶段		
权重	Mean	Sum
.17	63.2400	10.75
.33	46.2000	15.25
.50	84.1900	42.10
Total	68.0918	68.09

$$\delta_{\text{第一阶段}} = 68.0918 + 34.99 \times 3 \times 10\% = 78.5888$$

对第二阶段责任模型的评估：

幼儿园老师的一个基本要求即为有责任心，所以我们认为，安排一个老师固定看管 9 个孩子，可操作性是相当高的，唯一的难度在于，老师能否随小孩跑动、同时尽量不使各老师的视线重合。由于小孩容易到处乱跑，这就使责任制的难度系数较单纯的折返跑略有提升，我们定义跑动监视的难度系数 ≈ 0.10

$$\delta_{\text{责任制}} = \delta_{\text{跑动监视}} = 100 \times (-\ln(\sqrt[3]{0.10})) = 76.75$$

5.2.2.3 可持续性指数 λ

资料显示，疲劳加深，理解力将会一步下降，会失去综合判断能力，无法把各种正常工作的仪表所提供的参数联系起来作出判断。最终，疲劳达到一定程度，便会出现 1~2 秒钟的瞬间精神混乱。疲劳是能够累积的，随着疲劳加深，教师的判断能力将继续下降。因此，我们引入疲劳值 θ 对方案进行综合评估：

参赛队号 #1368

根据《公共营养学》^[1]第三章。疲劳值 θ 可联系生物学能量耗散推算法来计算。公式为：

$$\text{能量耗散} = (\text{相对代谢率} + 12) \times (\text{基础代谢率} \times \text{体表面积} \div 60 \times \text{运动时间})$$

将其量化后我们得到：

$$\theta = (RMR + 12) \times \left(\frac{BMR \times BSA}{60 \times T} \right)$$

式中：RMR 表示相对代谢率，BMR 表示基础代谢指数，BSA 表示体表面积，T 表示运动时间。其值均可通过查表或计算求得：

相对代谢率 RMR：

根据劳动强度不同，一般将劳动分成五级：

表 8 RMR 值与劳动强度

监视方式	定点	走动、巡视	转头、 责任监管	-	-
劳动强度	极轻体力 劳动	轻体力 劳动	中等体力 劳动	重体力 劳动	极重体力 劳动
RMR 值	10.0-30.0	30.0-50.0	50.0-70.0	70.0-80.0	100.0

基础代谢指数 BMR：

根据《公共营养学》^[1]，BMR 的值如下表：

表 9 BMR 值与年龄

年龄（岁）	18~29	30~49	50~69	70 岁以上
BMR 值(kcal/日)	1,550	1,500	1,350	1,220

根据调查，幼儿教师的退休年龄约为 55~60 岁，幼儿教师的就业年龄约 18 岁。由此我们估算教师的平均年龄 $\psi \in [36.5, 39]$ 区间内。

于是对 BMR 的值取 1400kcal/日

体表面积 BSA：

BSA: 体表面积(m^2)的计算公式： $BSA = 0.00659H + 0.0126W - 0.1603$

根据文献，我们查得：

H: 身高 (cm) : 165cm

W: 体重 (kg) : 55kg

估算出教师的 BSA 平均值为 $1.62 m^2$

参赛队号 #1368

对第一阶段模型的疲劳值评估：

在第一阶段的模型中，我们采用的监视方式如下表所示：

表 10 λ 的综合计算

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视	责任监管
监视时间 (min)	30	30	30	30	30
RMR 值	10.0	30.0	60.0	50	60
BMR 值 (kcal/日)	1400	1400	1400	1400	1400
BSA 值(m ²)	1.62	1.62	1.62	1.62	1.62
疲劳值 λ	27.72	52.92	90.72	78.12	90.72

注：监视时间以每日要求的 30min 活动时间为单位。

同样的，我们对疲劳值进行加权平均：

表 11 疲劳值权重

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
数量 (个)	6	2	4	3
权重	0.4	0.13	0.27	0.2

Report

疲劳值 λ

权重	Mean	Sum
.13	52.9200	6.88
.20	103.3200	20.66
.27	90.7200	24.49
.40	27.7200	11.09
Total	63.1260	63.13

由上图数据得到： $\theta_{\text{第一阶段}} = 63.1260$

对第二阶段责任模型的评估：

可以知道，责任模型的监视方式较单一，故其疲劳程度没有离散。我们直接取责任监视方式的 λ 值代表其普遍水平。 $\theta_{\text{责任制}} = 90.72$

由于 θ 与可持续性呈负相关，我们定义可持续性指数 λ 与疲劳值 θ 的关系如下：

$$\lambda = 100 - \theta$$

综上所述 $\lambda_{\text{责任制}} = 100 - 90.72 = 9.28$

$$\lambda_{\text{第一阶段}} = 100 - 63.1260 = 36.8740$$

参赛队号 #1368

5.2.2.4 综合评价

通过以上计算我们得到两种模型的指数如下：

表 12 综合指数

	安全性指数 k	可操作性指数 δ	可持续性指数 λ
第一阶段	80.1940	78.5888	36.8740
第二阶段（责任制）	81.8800	76.7500	9.2800
权重	50%	30%	20%

对上述数据进行加权分析：

Report				Report			
第一阶段				第二阶段（责任制）			
权重	Mean	N	Sum	权重	Mean	N	Sum
.20	36.8740	0	7.37	.20	9.2800	0	1.86
.30	78.5888	0	23.58	.30	76.7500	0	23.03
.50	80.1940	1	40.10	.50	81.8800	1	40.94
Total	71.0484	1	71.05	Total	65.8210	1	65.82

由上面的报告我们可以看到 第一阶段模型的综合加权平均 η_1 为 71.0484。第二阶段的责任制模型的加权平均 η_2 为 65.8210。

同时，我们对上述指数数据进行方差分析。得到

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: 第一阶段方差分析

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	.000 ^a	0	.	.	.
Intercept	10923.471	1	10923.471	17.303	.053
Error	1262.620	2	631.310		
Total	12186.091	3			
Corrected Total	1262.620	2			

^a. R Squared = .000 (Adjusted R Squared = .000)

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: 第二阶段（责任制）方差分析

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	.000 ^a	0	.	.	.
Intercept	9396.803	1	9396.803	5.723	.139
Error	3284.026	2	1642.013		
Total	12680.830	3			
Corrected Total	3284.026	2			

^a. R Squared = .000 (Adjusted R Squared = .000)

由数据报告可以看到：第一阶段的方差相关值较小，为 1262.620，第二阶段的方差相关值较大，为 3284.026。

综上所述，我们可以得到第一阶段与第二阶段的综合评价结论：在加权平均与方差分析的框架下，第一阶段模型可行性的加权平均较大、方差较小、为较合理的安排方案。

参赛队号 #1368

5.3 问题一在综合框架下的评估

根据 5.2 综合评价机制，我们已经建立了一套完整的评估系统。这个系统同样适用于问题一中所建立的三个模型。接下来我们对问题一进行评价，得到下表：

表 13

	可持续性 λ	可操作性 δ	安全指数 k	总可行性 η
方案一	60.102	76.0898	78.354	74.0243
方案二	68.922	68.63155	68.171	68.4594
方案三	59.2114	70.1103	74.173	69.9619
权重	20%	30%	50%	

（详细计算分析数据如附录中附表所示）

通过上表，我们不难发现：方案一，也就是去掉中心位置的老师，安排左右两位走“8”字的巡视老师的安排方案总可行性最高，故方案一为最优模型。

六、评价准则与最优模型评价

6.1、评价准则的建立

为了建立能对一类问题均适用的评价体系，我们决定从安全性指数、可操作性指数、可持续性指数三个方面进行考量。我们分别赋予了三种评价因子以不同的权重，建立了综合评价体系，分别对两个阶段的五个模型进行了评价，得出了评价结果。而对于该评价机制模型的评价，我们更多地结合实际，通过比较这个机制的评判结果和已有的历史经验来评判该机制是否准确，可行。

6.2、最优模型的评价

对于问题一，我们对改进后的两个模型分别进行了优秀度评定。结果模型一的可行度高达 $\eta_{\text{模型一}} = 74.0243$ ，相比与模型二的 $\eta_{\text{模型二}} = 68.4594$ 和模型三的 $\eta_{\text{模型三}} = 69.9619$ 更加出色，所以，我们评定对于问题一，模型一为最优模型。由于我们利用我们于问题二得出的综合评价机制进行了可行度验证，得出“可信”的结果，所以，我们有理由相信这个结果是正确的。

对于问题二，我们对两种不同管理理念下建立的老师分配方案，利用相同的评价系统进行了优秀度评定，结果我们得出了第一阶段代表的“集体责任制”的模型以 $\eta_{\text{第一阶段}} = 71.0484$ 的可行度优于老师责任制，被评为最优模型。

七、模型的改进与推广

7.1、针对模型的改进

- 一、把轮替接班的模型纳入评价系统中。
- 二、结合儿童心理学，把是否能快乐地玩耍纳入评价系统中，使预测模型更加富有可行性。
- 三、将突发情况考虑到其中去。

7.2、模型的推广

本模型为几何背景下的监控问题，因此可以用于校园活动教师安排，晚会举办方案、建筑工程等有关问题

参赛队号 #1368

八、参考文献

- [1] 葛可佑,《公共营养师:基础知识(第2版)》,北京:中国劳动社会保障出版社,2012
- [2] 《武术动作难度值》,海天武术队, <http://wenku.baidu.com/>
- [3] 何金良,《人体疲劳评价标准综述》,《西藏医药杂志》,2013
- [4] 曹利军,王华东. 可持续发展评价指标体系建立原理与方法研究[J]. 环境科学学报. 18 卷 5 期. 1998

九、附录

一、问题一走动 TSP

```

clc
clear
close all
a=zeros(7,7);
a(1,1)=0;a(1,2)=10;a(1,3)=25.96;a(1,4)=12.2;a(1,5)=36;a(1,6)=35;a(1,7)=23.05;
a(2,1)=10;a(2,2)=0;a(2,3)=25.18;a(2,4)=10.44;a(2,5)=35;a(2,6)=36.4;a(2,7)=30.52;
a(3,1)=25;a(3,2)=25.18;a(3,3)=0;a(3,4)=15;a(3,5)=10.44;a(3,6)=12.2;a(3,7)=23.24;
a(4,1)=12.2;a(4,2)=10.44;a(4,3)=15;a(4,4)=0;a(4,5)=25.18;a(4,6)=25.96;a(4,7)=23.24;
a(5,1)=36;a(5,2)=35;a(5,3)=10.44;a(5,4)=25.18;a(5,5)=0;a(5,6)=10;a(5,7)=30.52;
a(6,1)=35;a(6,2)=36.4;a(6,3)=12.2;a(6,4)=25.96;a(6,5)=10;a(6,6)=0;a(6,7)=23.05;
a(1,7)=23.05;a(2,7)=30.52;a(3,7)=23.24;a(4,7)=23.24;a(5,7)=30.52;a(6,7)=23.05;a(7,7)=0;
c1=0;c2=0;c3=0;s=10000;d1=0;d2=0;d3=0;
for(i=1:7)
    for(j=1:7)
        for(k=1:7)
            for(l=1:7)
                for(ll=1:7)
                    for(lll=1:7)
                        b=a(i,j)+a(j,k)+a(k,l)+a(l,ll)+a(ll,
                        111)+a(lll,1111);
                        if(l==i)
                            b=10000;
                        end
                        if(l==j)
                            b=10000;
                        end
                        if(l==k)
                            b=10000;
                        end
                        if(l==ll)
                            b=10000;
                        end
                        if(l==lll)
                            b=10000;
                        end
                        if(l==1111)
                            b=10000;
                        end
                        if(11==i)
                            b=10000;
                        end
                    end
                end
            end
        end
    end
end
for(ll111=1:7)

```

参赛队号 #1368

if(11==j)	b=10000;
b=10000;	
end	end
if(11==k)	if(i==j)
b=10000;	b=10000;
end	end
if(11==111)	if(i==k)
b=10000;	b=10000;
end	end
if(11==1111)	if(i==1111)
b=10000;	b=10000;
end	end
if(111==i)	if(j==k)
b=10000;	b=10000;
end	end
if(111==j)	if(j==1111)
b=10000;	b=10000;
end	end
if(111==k)	if(1111==k)
b=10000;	b=10000;
end	end
if(111==1111)	

参赛队号 #1368

```

if(b<s)
    s=b;
    c1=i;
c2=j;c3=k;d1=1;d2=11;d3=111;d4=1111;
    end
    end
end
s, c1, c2, c3, d1, d2, d3, d4
x=[c1 c2 c3 d1 d2 d3 d4]

```

二、矩形边界点计数

```

clc;
a = 10;
b = 3;
n = 70;
x1 = a*rand(n, 1);
x2 = b*rand(n, 1);
x = [x1 x2];
plot(x1, x2, 'ro')

```

三、问题一 评估附表

方案一：

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
数量（个）	6	2	4	2
权重	0.43	0.14	0.29	0.14

Report

疲劳值 λ

权重	N	Std. Deviation	Mean
.14	0	Nan	78.1200
.29	0	.00000	90.7200
.43	0	.00000	27.7200
Total	1	.	60.1020

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
数量（个）	6	2	4	2
权重	0.5	0.17	0.33	不计入

Report

可操作性

权重	N	Std. Deviation	Mean
.17	0	.00000	63.2400
.33	0	.00000	46.2000
.50	1	.00000	84.1900
Total	1	.	68.0918

$$\delta_1 = 68.0918 + 34.99 \times 10\% \times 2 = 76.0898$$

参赛队号 #1368

Report

安全指数

权重	N	Std. Deviation	Mean
.17	0	.00000	67.3000
.33	0	.00000	40.1000
.50	1	.00000	100.0000
Total	1	.	74.6740

$$k_1 = 74.674 + 2 \times 18.4 \times 10\% = 78.354$$

方案二

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
数量（个）	4	2	6	2
权重	0.29	0.14	0.43	0.14

Report

疲劳值 λ

权重	N	Std. Deviation	Mean
.14	0	Nan	78.1200
.29	0	.00000	27.7200
.43	0	.00000	90.7200
Total	1	.	68.9220

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
数量（个）	4	2	6	2
权重	0.33	0.17	0.5	不计入

Report

可操作性

权重	N	Std. Deviation	Mean
.17	0	.00000	63.2400
.33	0	.00000	84.1900
.50	1	.00000	46.2000
Total	1	.	61.6335

$$\delta_2 = 61.63355 + 34.99 \times 10\% \times 2 = 68.63155$$

Report

安全指数

权重	N	Std. Deviation	Mean
.17	0	.00000	67.3000
.33	0	.00000	100.0000
.50	1	.00000	40.1000
Total	1	.	64.4910

参赛队号 #1368

$$k_2 = 64.491 + 2 \times 18.4 \times 10\% = 68.171$$

方案三

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
数量（个）	6	2	5	1
权重	0.43	0.14	0.36	0.7

Report

疲劳值

权重	N	Std. Deviation	Mean
.07	0	.00000	103.3200
.14	0	.00000	52.9200
.36	0	.00000	90.7200
.43	0	.00000	27.7000
Total	1	.	59.2114

监视方式	定点监视	走动监视	旋转监视	巡查监视
数量（个）	6	2	5	1
权重	0.47	0.15	0.38	不计入

Report

可操作性

权重	N	Std. Deviation	Mean
.15	0	.00000	63.2400
.38	0	.00000	46.2000
.47	0	.00000	84.1900
Total	1	.	66.6113

$$\delta_3 = 66.6113 + 34.99 \times 10\% \times 1 = 70.1103$$

Report

安全指数

权重	N	Std. Deviation	Mean
.15	0	.00000	67.3000
.38	0	.00000	40.1000
.47	0	.00000	100.0000
Total	1	.	72.3330

$$k_3 = 72.333 + 1 \times 18.4 \times 10\% = 74.173$$

	疲劳度	可操作性	安全指数	总可行性
方案一	60.102	76.0898	78.354	74.0243
方案二	68.922	68.63155	68.171	68.4594
方案三	59.2114	70.1103	74.173	69.9619
权重	20%	30%	50%	

参赛队号 #1368

四、教师视野内散点分布 Visual Basic 编程：

```
Dim k As Integer
Dim x As Double
Dim y As Double
Private Sub Command1_Click()
    Shape2.ZOrder 1
    Shape1.ZOrder 1
    k = Val(Text1.Text)
    For i = 1 To k
        x = 10000 * Rnd
        y = 3000 * Rnd
        Load Shape3(i)
        Shape3(i).Left = x
        Shape3(i).Top = y
        Shape3(i).Visible = True
        If x <= 1600 Then Text2.Text = Val(Text2.Text) + 1
        If x >= 1600 Then Text3.Text = Val(Text3.Text) + 1
    Next i
    Shape2.ZOrder 1
    Shape1.ZOrder 1
End Sub
```

```
Private Sub Command2_Click()
    For i = 1 To k
        Unload Shape3(i)
    Next i
    Text2.Text = ""
    Text3.Text = ""
End Sub
```

五、教师管理区域的随机分布的 Visual Basic 编程

```
Option Explicit
Const Pi = 3.14
Dim k As Double
Dim ix As Double
Dim i As Integer
Dim x0 As Integer
Dim y0 As Integer
Private Sub Command1_Click()
    ix = Val(Text1.Text)
    Dim x As Integer, y As Integer ' 点在 Picture1 中的坐标
    Dim X1 As Integer, Y1 As Integer ' 过渡坐标
    Dim X2 As Double, Y2 As Double ' 过渡坐标
    Dim X3 As Double, Y3 As Double ' 点经过旋转后在 Picture2 中的坐标
```

参赛队号 #1368

```

Dim angle As Double          ' 旋转的角度
Dim radian As Double         ' 旋转的弧度
For i = 1 To ix
info:
    angle = Rnd * 360
    ' 获得旋转的角度
    radian = angle * Pi / 180
    k = Rnd
    ' 获得旋转的弧度
    If x0 >= 1000 * 5 * k - 700 And x0 <= 1000 * 5 * k + 700 And y0 >= 800 * 5 *
k - 400 And y0 <= 800 * 5 * k + 400 Then GoTo info
    For x = 0 To Picture1.Width
        For y = 0 To Picture1.Height
            X1 = x - Picture1.Width \ 2
            Y1 = y - Picture1.Height \ 2
            ' 将坐标轴原点移动到 Picture1 的中心后原来坐标为 (x, y)
            ' 的点的新坐标为 (X1, Y1)
            X2 = X1 * Cos(radian) + Y1 * Sin(radian)
            ' 获得在更改坐标原点后旋转后该点的 X 坐标
            Y2 = Y1 * Cos(radian) - X1 * Sin(radian)
            ' 获得在更改坐标原点后旋转后该点的 Y 坐标

            X3 = (X2 + Picture1.Width \ 2) + 1000 * 5 * k

            ' 获得恢复坐标原点后旋转后的 X 坐标
            Y3 = Y2 + Picture1.Height \ 2 + 800 * 5 * k
            ' 获得恢复坐标原点后旋转后的 Y 坐标
            x0 = 1200 * 5 * k
            y0 = 900 * 5 * k

            If X3 > 0 And X3 < Picture2.Width - 1 And Y3 > 0
            And Y3 < Picture2.Height - 1 Then
                Picture2.PSet (X3, Y3), Picture1.Point(x, y)
                ' 将 Picture1 中 (x, y) 点复制到 Picture2 的 (X3, Y3) 点
            End If
        Next y
    Next x
Next i
End Sub

```