2008 年 第一届“数学中国杯”

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了首届“数学中国杯”数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的, 如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛报名号为：1100

参赛队员 (签名) ：

队员 1：俞雪永

队员 2：郑宣诚

队员 3：田敏

参赛队教练员 (签名)： 康旭升

参赛队伍组别：大学组

2008 年 第一届“数学中国杯”

数学建模网络挑战赛

编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛号码：（请各个参赛队提前填写好）：1100

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2008 年 第一届“数学中国杯”
数学建模网络挑战赛

题　　目　城市公交线路网络效率的综合评价数学模型

关 键 词　灰色；模糊数学；公交网络；效率；综合评价；线路设计

摘　　要：

本文研究的是城市公交线路网络效率的综合评价数学模型。首先我们选出了评价城市公交线路网络效率的指标，如下表所示：

指标层	线路网络性能	经济效益	环境影响	客运能力	服务状况	乘客满意度
评价指标	线路网密度	营运费用	土地占用	车辆保有量	服务人口	候车时间
	重复系数	设备折旧	能源消耗	车辆拥有率	换乘系数	步行时间
	非直线系数	营运收入	生活质量	客运周转量	车辆满载率	换车率
	站点覆盖率	内部收益率	噪声	运营速度	出行时耗	行车准点率
		利润率	废气			票价合理性
			振动			安全性
						舒适性

通过分析评价公交线路网络效率指标，我们建立了多层次的灰色、模糊数学模型来综合评价城市公交线路网络效率。通过杭州现行公交线路的实际情况对模型进行了检验，结果发现模型稳定性非常好。

其次，在对新城市给出公交线路网络的设计方案时，我们分三部分来解决，分别是(1)根据城市状况设立站点问题；(2)确定站点的情况下确定公交线路的问题；(3)给定站点和公交线路的状况的车次问题。三个部分分别建立了不同的模型，最终从兼顾乘客与公交公司双方的利益出发，确定公交网络线路设计方案。

最后，我们对建立的模型进行了评价，分析了模型的优缺点及将来可以研究或改进的方面。

参赛队号　1100

所选题目　B

参赛密码 ____________
(由组委会填写)

一、 问题重述

在大城市的城市交通中，公交系统占据了十分重要的地位。但是往往在城市规模大到一定程度的时候，公交线路会越来越多，换乘体系也会越来越复杂。这样，维持整个系统的运转就需要更多的资金。但是换乘次数过多或者线路过长，会影响人们的乘车心情，使乘客的满意度下降，请评估城市公共汽车线路网络的效率，具体要求如下：

- 构建合适的指标体系和评价模型，评价城市市区公共汽车线路网络的效率。对指标的选择要注意数据的可靠性和易获得性，模型对数据应当具有良好的健壮性。
- 现在要建立一个城市的公交系统，使得公交车的利用效率最高，并且尽量减少堵车现象，给出该市公交线路网络的设计方案。

二、 模型的假设及符号的约定

(Ⅰ).模型假设

假设 1：各街区的交通发生吸引量相同；

假设 2:假设车站 1 和车站 2 分别有车场 A 和 B 存车,即均可作为始发站和终点站；

假设 3：上行和下行路线独立运行；

其他假设在文中具体模型中进行说明。

(Ⅱ)在模型中用到的符号及含义

在模型中用到的符号及含义如表一所示:

表一 模型中用到的符号及含义

符号	含义
R_{ij}	弯曲系数
T_{ij}	平均步行时间(分钟)
m	交通小区总数
n	通行公交车辆的道路网结点数
N	公交线路数
K_{ij}	线路起终点(i, j)间直达乘客量(人次)
I_{ijk}	节点i至节点j 的距离(km)
Q_{ij}	节点i至节点j间断面日客流量(人次)
x_{ij}	决策变量，$x_{ij}=1$表示边(i, j)在规划公交路线上，$x_{ij}=0$表示边(i, j)不在规划公交路线上
SP_{ij}	网络内从节点i 到节点j 的直达客流量
Q_k	线路k的断面客流量
$Q_k^{\max}$	线路的最大断面客流量；
b_n	线路断面客流的不均匀系数
ATT	平均换乘次数

注：其他符号在本文用到时再具体进行说明。

三、 问题分析

因为公共交通是公用事业，它应该以追求社会效益为主，同时还得兼顾公交企业自身的经济利益，所以对城市公交网络的研究就是对现有的城市公交系统进行客观评价和优化组合，发挥它们的最佳效益。而城市公交网络的评价应该以乘客利益和公交企业的利益为主要目的，通过分析评估乘客和公交企业二者的受益情况，来衡量城市公交网络的现状，发现现存的主要问题，并能找出解决问题的有效途径。城市公交交通线路网络的评价是对公交线网的线路网络特性、经济效益、环境影响，客运能力，服务状况，乘客满意度等方面做出相对满意度的评价。目前对公交线网评价较多采用线路总发送量、日均客流量、客流强度、路线重复系数、线网覆盖率、非直线系数、出行时间等评价指标，对城市公交网络的评价有两类[1]：一类是定性的研究，通过建立一些定性的模型，来对整个城市公交网络进行定性评价。缺点是主观性大、得到的结果不能很好地反映客观实际需要。另一类是纯理论的研究，通过建立一些简单的数学模型来对整个网络进行评价，缺点是由于公交系统的复杂性，在建立数学模型时忽略了许多关键因素，最后建立的模型具有片面性。

由于公交系统有些因素是已知的（属于白色信息），有些因素是未知的（属于黑色信息），还有一些因素是介于已知和未知之间的（属于灰色信息），所以可以用灰色系统的知识对城市公交网络进行研究。利用灰色系统的知识就可以对公交网络现有的规模、布局上与城市发展需求的适应性、公交线网的性能和乘客满意度等做出定性和定量分析，所以我们可以利用灰色系统的差异信息量、解的非唯一性原理，比较合理地解决了城市公交线网评价中的信息不完全、评价指标较多、部分指标之间存在相差或重复的问题。故我们可以根据城市公交线网的自身特点，利用灰色理论或模糊数学的知识对城市公交线网进行综合评价。

四、 模型的建立及求解

4.1 城市公交网络评价指标体系

4.1.1 评价指标原则的选取

城市公交线网的评价涉及到许多领域和行业。一方面城市公交线网评价的目的是方便居民出行，推动城市结构的合理调整以及改善城市的生活环境。另一方面城市公交线网的评价指标应该能够独立反映城市公交线网某一具体方面的特征，并与公交网络的其他因素相联系，所以评价指标应该满足如下原则：

- (1)整体完备性原则：应该从不同侧面反映公交发展的特征和状况，评价指标要能够完整、准确地反映城市公交线网系统的实际情况，同时评价指标体系应尽可能全面反映各子区公交线网的实际情况；
- (2)评价指标体系应具用可比性，即为了便于各个城市之间比较，要求评价指标在时间和空间上具有可比性；
- (3)客观性原则：保证评价指标体系的客观公正，保证数据来源的可靠性、准确性和评估方法的科学性；
- (4)科学性原则：指标的选择与指标权重的确定、数据的选取、计算与合成必须以公认的科学理论为依据；
- (5)非线性原则：城市公共交通是一个复杂的系统，评价指标选取应遵循非线性

原则，实现指标体系的结构最优化；

- (6)实用性原则：城市公共交通发展水平评价工作的意义在于分析现状，认清所处阶段和发展中存在的问题，更好地指导实际工作，因此，尽量选取日常统计指标或容易获得的指标，以便直观、简便地说明问题。

我们在以下建模过程中遵循以上6条评价指标原则。

4.1.2 城市公交线网的评价体系

城市常规公交评价涉及面广、内容多，评价指标选取考虑的因素也多[2]，因此，用简单的线性结构难以描述各指标的内在联系，我们将采用多层次分析法建立树状的关系结构，运用目标层次分类展开法，将目标按逻辑分类向下展开为若干目标，再把各个目标分别向下展开成分目标或准则，依此类推，直到可定量或可进行定性分析（指标层）为止。评价指标应该具有科学性、现实性、可比性和可测性[3][4]通过综合分析和考虑，得到城市公交线网评价指标体系如表二所示：

表二 城市公交网络的评价指标体系

准则层		指标层		分类
u_1	线路网络性能	u_{11}	线路网密度	定量
		u_{12}	重复系数	定量
		u_{13}	非直线系数	定量
		u_{14}	站点覆盖率	定量
u_2	经济效益	u_{21}	营运费用	定量
		u_{22}	设备折旧	定性
		u_{23}	营运收入	定量
		u_{24}	内部收益率	定量
		u_{25}	利润率	定量
u_3	环境影响	u_{31}	土地占用	定量
		u_{32}	能源消耗	定性
		u_{33}	生活质量	定性
		u_{34}	噪声	定量
		u_{35}	废气	定量
		u_{36}	振动	定量

u_4	客运能力	u_{41}	公共车辆保有量	定量
		u_{42}	公共车辆拥有率	定量
		u_{43}	客运周转量	定性
		u_{44}	运营速度	定量
u_5	服务状况	u_{51}	服务人口	定量
		u_{52}	换乘系数	定量
		u_{53}	车辆满载率	定量
		u_{54}	出行时耗	定量
u_6	乘客满意度	u_{61}	候车时间	定量
		u_{62}	步行时间	定量
		u_{63}	换车率	定量
		u_{64}	行车准点率	定量
		u_{65}	票价合理性	定性
		u_{66}	安全性	定性
		u_{67}	舒适性	定性

4.1.3 多层次灰色、模糊综合评价模型

为了使评价过程科学合理，通过建立评价等级标准将评价指标值进行量化处理。由于评价体系是多层次[6]的，所以把评价指标分为两个集合，即令评价指标一级评价集合为$U=\{u_1,u_2,u_3,...,u_m\}$，二级评价集合为$u_i=\{u_{i1},u_{i2},u_{i3},...,u_{im}\}$, $(i=1,2,...,m)$。则二级评价指标$u_{ij}(i=1,2,...,m;\ j=1,2,...,n)$的评价等级标准如表三所示：

表三 评价等级标准

评价等级			级别区间
v_1	一级	优秀	[4.0, 4.5, 5.0]
v_2	二级	良好	[3.0, 3.5, 4.0]
v_3	三级	一般	[2.0, 2.5, 3.0]
v_4	四级	差	[1.0, 1.5, 2.0]
v_5	五级	特差	[0.0, 0.5, 1.0]

4.1.3.1 确定各个评价指标的权重

由于各指标对综合评价值的重要程度不同，所以它们就有不同的权重值来表示其重要程度。为了减少评价过程的主观性，能使评价过程科学地反映实际情况，我们用标准差法来确定权重，则 $u_{ij}(j=1,2,...,n)$ 的权重值为

$$w_{ij}=(s_i-s_j)/(n-1)s_i \tag{1}$$

$$s_i=\sum_{j=1}^{n}s_{ij} \tag{2}$$

其中： s_{ij} 为 u_{ij} 的标准差。于是二级指标的权重

$$w_i=\left(w_{i1},w_{i2},...,w_{in}\right),(i=1,2,...,m) \tag{3}$$

同理 $u_i(i=1,2,...,m)$ 的权重值为 $w_i=(s-s_i)/(m-1)s, s=\sum_{i=1}^{n}s_i$ ，式中 s_i 为 u_i 的标准差。于是一级指标的权重

$$w=(w_1,w_2,...,w_m)$$

4.1.3.2 评价指标样本矩阵的确定

在确定评价指标体系和评价指标权重的情况下，按照评价指标 u_{ij} 评分等级标准，可以给出评价指标的 l（为自然数）种评价值。于是就有评价样本矩阵为

$$D=\begin{array}{c}\begin{bmatrix} d_{111} & d_{112} & ... & d_{11l} \\ d_{121} & d_{122} & ... & d_{12l} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{mn1} & d_{mn2} & ... & d_{mnl} \end{bmatrix}\end{array}\begin{array}{c} u_{11} \\ u_{12} \\ \vdots \\ u_{mn} \end{array} \tag{4}$$

4.1.3.3 确定评价灰类、模糊指数

为了使评价过程科学合理，必须对样本矩阵进行标准化处理。根据灰色理论和模糊数学[7]知识，进行如下的标准化处理，根据评分等级标准，得到 e =1，2，3，4，5个灰类，其白化权函数如表四所示：

表四 白化权函数表

<table>
<tr><th>评价灰类</th><th>e</th><th>灰数</th><th>白化权函数</th><th>取值范围</th></tr>
<tr><td rowspan="2">第一灰类（优秀）</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">$[0,4.0,\infty]$</td><td>$f_1(x)=\frac{1}{4}x$</td><td>$[0,4.0]$</td></tr>
<tr><td>$f_1(x)=1$</td><td>$[4.0,8.0]$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">第二灰类（良好）</td><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">$[0,3.0,6.0]$</td><td>$f_2(x)=\frac{1}{4}x$</td><td>$[0,4.0]$</td></tr>
<tr><td>$f_2(x)=-\frac{1}{4}x+2$</td><td>$[4.0,8.0]$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">第三灰类（一般）</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">$[0,3.0,6.0]$</td><td>$f_3(x)=\frac{1}{3}x$</td><td>$[0,3.0]$</td></tr>
<tr><td>$f_3(x)=-\frac{1}{3}x+2$</td><td>$[3.0,6.0]$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">第四灰类（差）</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="2">$[0,2.0,4.0]$</td><td>$f_4(x)=\frac{1}{2}x$</td><td>$[0,2.0]$</td></tr>
<tr><td>$f_4(x)=-\frac{1}{2}x+2$</td><td>$[2.0,4.0]$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">第五灰类（特差）</td><td rowspan="2">5</td><td rowspan="2">$[0,1.0,2.0]$</td><td>$f_5(x)=1$</td><td>$[0,1.0]$</td></tr>
<tr><td>$f_5(x)=-\frac{1}{2}x+2$</td><td>$[1.0,2.0]$</td></tr>
</table>

4.1.3.4 计算灰色评价权值

对评价指标u_{ij}，受评者属于第e个评价灰类的灰色评价系数

$$X_{ije}=\sum_{g=1}^{l} f_e(d_{ijg}) \tag{5}$$

则对评价指标u_{ij}，受评者属于各评价灰类的总灰色评价数

$$X_{ij}=\sum_{e=1}^{5} X_{ije} \tag{6}$$

受评者属于e $(e=1,2,3,4,5)$个灰类的灰色评价权

$$r_{ije}=X_{ije}/X_{ij} \tag{7}$$

所以灰色评价权向量$r_{ij}=(r_{ij1},r_{ij2},r_{ij3},r_{ij4},r_{ij5})$所属指标$u_i$对于各评价灰类的灰色评价权矩阵

$$R_i=\begin{bmatrix} r_{i11} & r_{i12} & \cdots & r_{i15} \\ r_{i21} & r_{i22} & \cdots & r_{i25} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{in1} & r_{in2} & \cdots & r_{in5} \end{bmatrix} \tag{8}$$

4.1.3.5 公交网络的综合评价值

对受评者的u_i作综合评价，其评价结果

$$B_i=A_i\bullet R_i=(b_{i1},b_{i2},b_{i3},b_{i4},b_{i5}) \tag{9}$$

对于各评价灰类的灰色评价权矩阵

$$R=\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{m3} & b_{m4} & b_{m5} \end{bmatrix} \tag{10}$$

所以对受评者U做综合评价，其评价结果为

$$B=A\bullet R=(b_1,b_2,b_3,b_4,b_5) \tag{11}$$

取各种评价分类等级值向量$C=(4.5,3.5,2.5,1.5,0.5)^T$，则最后的综合评价值为

$$Z=B\bullet C \tag{12}$$

模型的健壮性我们将在模型检验中给出。

4.2 公交线路网络的设计

我们可以根据以下三个方面来设计某市公交线路网络的设计方案[8][9]：

1 根据城市状况设立站点问题

2 确定站点的情况下确定公交线路的问题

3 给定站点和公交线路的状况的车次的问题

4.2.1 根据城市状况设立站点问题

4.2.1.1 模型假设

假设 1：城市由若干商业区(C)、工业区(I)、住宅区(R)、旅游区(T)组成，并假设商业区是城市的主要集散地。

假设 2：城市的公交路线需覆盖上述四区之间的道路。

假设 3：公交车的最大容量，车的长度以及两辆行驶着的公交车之间的最短距离分别是 S，L，D_0。

假设 4：假设每条道路的设计都符合通过这条道路的最大流量$q_{\max}$。

4.2.1.2 模型目标

- 公交公司尽可能少的利用公交车，尽可能提高公交车的利用率。
- 在此基础上，使公交车行驶路线尽可能短，以提高公交车的准点率。

4.2.1.3 模型建立

- 公交车的最大行驶速度为V_m（当道路密度$\rho \to \infty$时达到)。
- 公交车的行驶速度与路况有关，满足$V = Vm \times (1 - \frac{\rho}{\rho_m})$其中$\rho_m$是道路车辆的最大密度。
- 当$\rho = \rho_m$时，V=0。

C I R T 四区两两间的距离如表五所示：

表五 C I R T 四区两两间的距离

	C_1	…	C_R	I_1	…	I_R	R_1	…	R_R	T_1	…	T_R
C_1	d_{CC}	…	d_{CC}	d_{CI}	…	d_{CI}	d_{CR}	…	d_{CR}	d_{CT}	…	d_{CT}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
C_R	d_{CC}	…	d_{CC}	d_{CI}	…	d_{CI}	d_{CR}	…	d_{CR}	d_{CT}	…	d_{CT}
I_1	d_{IC}	…	d_{IC}	d_{II}	…	d_{II}	d_{IR}	…	d_{IR}	d_{IT}	…	d_{IT}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
I_R	d_{IC}	…	d_{IC}	d_{II}	…	d_{II}	d_{IR}	…	d_{IR}	d_{IT}	…	d_{IT}
R_1	d_{RC}	…	d_{RC}	d_{RI}	…	d_{RI}	d_{RR}	…	d_{RR}	d_{RT}	…	d_{RT}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
R_R	d_{RC}	…	d_{RC}	d_{RI}	…	d_{RI}	d_{RR}	…	d_{RR}	d_{RT}	…	d_{RT}
T_1	d_{TC}	…	d_{TC}	d_{TI}	…	d_{TI}	d_{TR}	…	d_{TR}	d_{TT}	…	d_{TT}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
T_R	d_{TC}	…	d_{TC}	d_{TI}	…	d_{TI}	d_{TR}	…	d_{TR}	d_{TT}	…	d_{TT}

单位时间内从某一地点到另一的点的人数(即流量 q)如表六所示：

表六单位时间内从某一地点到另一的点的人数

	C_1	…	C_R	I_1	…	I_R	R_1	…	R_R	T_1	…	T_R
C_1	q_{CC}	…	q_{CC}	q_{CI}	…	q_{CI}	q_{CR}	…	q_{CR}	q_{CT}	…	q_{CT}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
C_R	q_{CC}	…	q_{CC}	q_{CI}	…	q_{CI}	q_{CR}	…	q_{CR}	q_{CT}	…	q_{CT}
I_1	q_{IC}	…	q_{IC}	q_{II}	…	q_{II}	q_{IR}	…	q_{IR}	q_{IT}	…	q_{IT}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
I_R	q_{IC}	…	q_{IC}	q_{II}	…	q_{II}	q_{IR}	…	q_{IR}	q_{IT}	…	q_{IT}
R_1	q_{RC}	…	q_{RC}	q_{RI}	…	q_{RI}	q_{RR}	…	q_{RR}	q_{RT}	…	q_{RT}

···	···	···	···	···	···	···	···	···	···	···	···	···
R_R	q_{RC}	···	q_{RC}	q_{RI}	···	q_{RI}	q_{RR}	···	q_{RR}	q_{RT}	···	q_{RT}
T_1	q_{TC}	···	q_{TC}	q_{TI}	···	q_{TI}	q_{TR}	···	q_{TR}	q_{TT}	···	q_{TT}
···	···	···	···	···	···	···	···	···	···	···	···	···
T_R	q_{TC}	···	q_{TC}	q_{TI}	···	q_{TI}	q_{TR}	···	q_{TR}	q_{TT}	···	q_{TT}

说明：以上是一个有向图，单位时间内 $q_{i\to j} \neq q_{j\to i}$，但从全天的角度来考虑，则 $q_{i\to j} \approx q_{j\to i}$ 。

现在我们来考虑任意两个站点，如下图一所示：

$$i \xrightarrow{q_{i\to j}} j$$

图一 任意两个站点

有前面假设得：$q_{i\to j} = v_{ij} \times \rho_{ij} = \rho_{ij} \times v_m \times (1 - \dfrac{\rho_{ij}}{\rho_m})$ (13)

其中：$\rho_{ij} = \dfrac{n \times S}{d_{ij}}$， $\rho_m = \dfrac{S}{L + D_0}$ （n 为道路 ij 上行驶的公交车数）

由(13)求导得：$\dfrac{dq_{i\to j}}{d\rho_{ij}} = v_m - \dfrac{2 \times \rho_{ij} \times v_m}{\rho_m}$

当 $\dfrac{dq_{i\to j}}{d\rho_{ij}} = 0$ 时，即 $\rho_{ij} = \dfrac{\rho_m}{2}$

最大流量：$q_{i\to j\max} = \dfrac{\rho_m \times v_m}{4}$

道路 $i \to j$ 上通行的公交车数量为：$n^* = \dfrac{\rho_m \times d_m}{2S}$

有假设得：道路就按这个标准进行施工。
由上分析，可得：

- 当 $q_{i\to j} > q_{i\to j\max}$ 时，需要其他道路分流。
- 当 $q_{i\to j} = q_{i\to j\max}$ 时，可在 i，j 两个位置各设一个起终点站则 i，j 间分配的最佳公交车数为 $n^* = \dfrac{\rho_m \times d_{ij}}{2S}$
- 当 $q_{i\to j} < q_{i\to j\max}$ 时，若在 i，j 各设一个起终点站，

则将$q_{i\to j}$代入（1）得到一元二次方程的解为

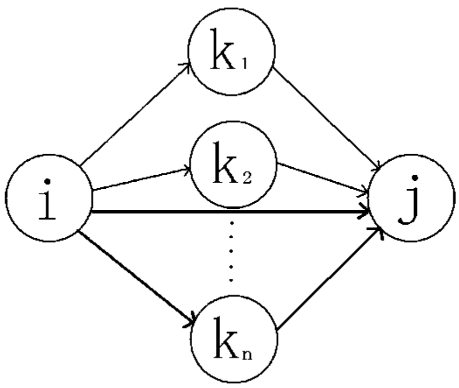
$$\rho_{ij}=\frac{\rho_m \pm\sqrt{\rho_m^2-4\rho_m\times q_{i\to j}/v_m}}{2}$$

取较小根得：$\rho_{ij}=\dfrac{\rho_m -\sqrt{\rho_m^2-4\rho_m\times q_{i\to j}/v_m}}{2}$

从而：$n^*=\dfrac{\rho_m -\sqrt{\rho_m^2-4\rho_m\times q_{i\to j}/v_m}}{2S}\times d_{ij}$ (14)

4.2.1.4 模型的进一步拓展

当然，并非每两个区之间都要设立起终点站，如果条件允许我们可以把某些区当成中点站，如下图二所示：



图二 站点示意图

我们可以将从 i 到 j 的流量分配到其他道路上，如果存在可行解的话，可以取消从 i 到 j 的公交车。

首先要满足前提条件为：

$$\sum_i q_{i\to j}\le\sum_i q_{i\to j\max}(j,i=T,C,I,R\text{并且}i\ne j) \tag{15}$$

$$\sum_j q_{i\to j}\le\sum_j q_{i\to j\max}(j,i=T,C,I,R\text{并且}i\ne j) \tag{16}$$

(15)(16)的含义是达到 j 的流量必须小于到达 j 区的每条道路的最大流量之和。否则，整个城市将过于拥挤，必须开拓路面以加大流量。

引进$\Delta q_{i\to j}=q_{i\to j\max}-q_{i\to j}$，

- 当$\Delta q_{i\to j}<0$时，道路 i j 过载,需要分流 。
- 当$\Delta q_{i\to j}=0$时，i 到 j 的流量为到达饱和，还可以继续承担一部分流量。

因此在城市的各区域中，存在一条道路 i j ，i 除了直接到达 j 外，也可以经过

中间的有限各站点到达 j。设 i 可以经过$k_1,k_2,\cdots k_r$后到达 j，并且假设：

$$\Delta q_{k_p}=\min\{\Delta q_{i\to k_p},\Delta q_{k_p\to j}\}(p=1,2\cdots r)$$

如果：$q_{i\to j}\le\sum_{p=1}^{r}\Delta q_{k_p}$ 则可将 $i\to j$ 的流量分配到其他道路上。

则存在$1\le r_1,r_2\cdots r_k\le r$

且 $\sum_{p=r_1}^{r_k}\Delta q_{k_p}\approx q_{i\to j}(\Delta q_{k_p}\ge 0)$

则
$$q'_{i\to k_p}=q_{i\to k_p}+\Delta q_{k_p}$$
$$q'_{k_p\to j}=q_{k_p\to j}+\Delta q_{k_p}$$

代入(14)得：

$$n'_{i\to k_p}(q_{i\to k_p})=\frac{\rho_m-\sqrt{\rho_m^2-4\rho_m*q'_{i\to k_p}/v_m}}{2S}*d_{ik_p}$$

$$n'_{k_p\to j}(q_{k_p\to j})=\frac{\rho_m-\sqrt{\rho_m^2-4\rho_m*q'_{k_p\to j}/v_m}}{2S}*d_{k_pj}$$

分流后道路 ikp 的公交车增加量为：

$$\Delta n_{i\to k_p}=n'_{i\to k_p}-n_{i\to k_p}$$

同理，道路 kpj 的公交车增加量为：

$$\Delta n_{k_p\to j}=n'_{k_p\to j}-n_{k_p\to j}$$

则道路 i->kp->j 的公交车增加总量记为：

$$\Delta n_{k_p}=\Delta n_{i\to k_p}+\Delta n_{k_p\to j}$$

比较$\sum_{p=r_1}^{r_k}\Delta n_{k_p}$ 与 $n_{i\to j}$ 大小有以下 3 种情况：

- ✧ 当$\sum_{p=r_1}^{r_k}\Delta n_{k_p}<n_{i\to j}$时，可以将道路 i j 上的流量分配到其他道路上，即可达到优化公交线路的目的。
- ✧ 当$\sum_{p=r_1}^{r_k}\Delta n_{k_p}>n_{i\to j}$时，若将道路 i j 上的流量分配到其他道路上，则公交公司需要

配置更多的公交车，那么保留原来的公交路线为宜。

✧ 当 $\sum_{p=n_1}^{n_k} \Delta n_{k_p} = n_{i\to j}$ 时，两种方案都可以，但是比较两种方案，则选择原来方案为宜，因为它所制定的公交路线更短，准点率更高。

4.2.2 在给定站点情况下确定行驶线路问题

4.2.2.1 公交网络设计思想[10~13]

- 以节点间最短线路为目标，确定第一线路集：完成客流量调查及 OD 矩阵，在公共交通网络简图上标定起终点节点序号，输入目标函数与约束条件，执行最短路搜索程序。
- 将交通小区缩小为若干个节点，并将小区乘客集散量分配到相关路段；将小区乘客发生与吸引量分配到区内节点上，再将相关小区的对应节点的 OD 量分配到两节点间最短通路的各路段上。
- 确定满足约束条件的第二线路集：可依据客流调查所得 OD 表，寻找其起终点所在的交通小区，小区 OD 量可按其大小顺序排列，计算机进行搜索时也按此顺序，根据城市结构布局(如道路宽度、工业区位置、商业区位置、居住区位置等条件)，按城市公交线网的主干线、次干线、支线依次进行搜索，直至全部线路确定完毕。
- 搜索流量较大的剩余路段，组织第三(补充)线路集：在第二线路集完成之后，按式（$D_{ij}+A$）/ Q_{ij}，之最小值进行搜索，D_{ij} 与 Q_{ij} 分别是节点间距离与客流量，A 为权值。

  目的是在第二线路集完成之后，继续搜索尚有剩余的以及与第二线路集有重复的客流量较大的相关路段。
- 确定最终线路集：即以第二线路集为主，第三线路集为辅，确定满足全部目标函数及约束条件要求的线路终集，PSO 算法模型。

$$\min(L)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} I_{ij}Q_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} D_{ij}} \tag{17}$$

$$\max(\beta)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} K_{ij}\delta_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} D_{ij}} \tag{18}$$

$$\max(\gamma)=\frac{\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} q_{ijk}I_{ijk}}{\sum_{k=1}^{B}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} q_{nijk}I_{ijk}} \tag{19}$$

约束条件：

$$\delta_{ij}=1 \qquad (i\neq j)$$

$$\delta_{ij}=0 \qquad (i=j)$$

$$R_{ij} \le 1.41$$

$$T_{ij} \le 8.44(\min)$$

其中：

m：交通小区总数；

n： 通行公交车辆的道路网结点数；

N：公交线路数；

K_{ij}：线路起终点(i, j)间直达乘客量(人次)；

I_{ijk}：节点i至节点j 的距离(km)；

D_{ij}：交通小区i至j间的OD量(人次)；

Q_{ij}：节点i至节点j间断面日客流量(人次)；

δ_{ij}：系数

q_{ijk}：第k线路的节点(i, j)间路段客流量(人次)；

q_{njk}：第k线路的节点(i, j)间路段车容量(人次)；

R_{ij}：弯曲系数；

T_{ij}：平均步行时间(分钟)。

4.2.2.2 公交线路网络设计模型最终确定

4.2.2.2.1 设线准则

公共交通在城市客运中的优势同时也决定了在进行公交网络设计时的主要准则,那就是在一定的舒适度下，能够尽可能多而迅速地将旅客运送到目的地。只有这样，才能充分体现公共交通客量大，相对占用道路面积小的特点。这就要求在考虑每条线路的设计时，都要坚持相应的设线准则[5]：

(1)沿主要客流方向开线．为了提高线路网的平均乘车距离，应该把客流量最大的路线挑选出来，优先设线，保证设立的公交线路能覆盖这些出行需求最大的路段。

(2)优先大流量的直达客流。为了降低线路网的平均换乘次数，在设计公交线路时，应该优先大流量的直达客流,所设的线路，要尽量和最大的客流方向一致，使尽可能多的乘客能够避免换乘。

(3)线路平均客流不低于最低开线标准。在开设线路前，必须进行乘客数的估算．只有当乘客数达到一定的标准之后，才能开设公交线路。这样能够使线路开通后有足够的乘客数，保证较高的公交运输效率，同时也能保证公交企业的经济效益。

(4)平均满载率尽可能高。在满足最低客流标准的待选公交线路中，应当尽量选出客流量大的线路，优先布线，保证尽可能高的车辆满载率。这样做的目的在本质上和上一

条是一致的。

(5)线路的长度在所规定的范围内。这是为了便于公交系统本身的组织管理。线路太长，车辆周转时间过长，会使车辆的准点率下降，发车、配车都有一定的困难。线路太短，车辆周转过快，客流量可能不足，不能充分发挥公交车的运输效率，经济效益不高。所以在设立公交线路时，应该尽量使生成的线路长度在一定的范围内。一般来讲，线路长度以运行30～40min为宜，最短以20min为限，对于中小城市，最长以45min为限，大城市以60min为限。因此，对于平均运营速度15 km／h的公交线路而言，最短限制距离为5km，最长限制距离为11. 25km(中小城市)和15km(大城市)。若备选线路的长度大于最长限制距离或小于最短限制距离时，一般不考虑设线。

(6)线路的客流量应该尽可能的均衡。为了充分发挥车辆的运载能力，公交线路在布设时应尽可能地优先选取客流较大且稳定的线路，以提高经济效益。公交线路的布设应该尽可能地选取最短距离的线路，这是为使全服务区乘客总的乘行时间或乘行距离最短，以保证公交车的服务质量。

4.2.2.2.2 公交线路网络设计模型

依据上述设线准则，我们建立了如下的公交网络设计方案模型：

$$\max f(x)=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}SP_{ij}*x_{ij} \tag{20}$$

st.
$$5km\le\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}I_{ij}D_{ij}x_{ij}\le 15km \tag{21}$$

$$q_x\le 1.50 \tag{22}$$

$$Q_k<Q_k^{\max} \tag{23}$$

$$b_n\le 1.5 \tag{24}$$

$$ATT<3 \tag{25}$$

$$x_{ij}\in(0,1) \tag{26}$$

其中:

f：直达客流量；

x_{ij}：决策变量，x_{ij} =1表示边(i,j)在规划公交路线上，x_{ij} =0表示边(i,j)不在规划公交路线上；

SP_{ij}：网络内从节点i 到节点j 的直达客流量；

$L=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}l_{ij}D_{ij}x_{ij}$：公交线路的长度；

D_{ij}：公交线路上从节点i到节点j的长度；

q_x：非直线系数；

Q_k：线路k的断面客流量；

$Q_k^{\max}$：线路的最大断面客流量；

b_n：线路断面客流的不均匀系数；

ATT：平均换乘次数；

$$l_{ij}=\begin{cases}1 & \text{当节点}i\text{和节点}j\text{相邻}\\ 0 & \text{反之}\end{cases}$$

(20)是使公交网络所运送的直达客流量达到最大,对于约束条件分别说明如下：

- (21)约束条件是线路长度约束．由于要规划的是大城市，所以线路长度范围为5km到15km;
- (22)约束条件是非直线系数约束．线路的非直线系数是指公交线路的实际长度与空间直线距离之比．线路的非直线系数越小越好，这样可以使乘客尽快到达目的地。对于一般城市，取1．15～ 1．20为宜．对单条公交线，应不大于1．5。
- (23)约束条件是单线载客容量限制．线路的最大断面客流量 M_v 的计算方法如下：

$$Q_k^{\max}=60C_X l_k X_{cr}/h_k \tag{27}$$

其中：

C_X 为不同车型的客容量(人)，一般单节公交车为72人，铰接车129人，双层公交车120人，中巴车26人;

l_k 为线路k的满载率，高峰小时一般取0．85，平峰时取0．6;

X_{cr} 为线路重复影响系数，X_{cr} 是与某条线路重复的最大线路条数，函数式如下：

$$X_{cr}=f(X_c)=\begin{cases}1.00 & X_c=0\text{或}1\\ 0.85 & X_c=2\text{或}3\\ 0.70 & X_c\ge 4\end{cases} \tag{28}$$

- (24)约束条件是断面客流量不均匀系数约束．这里：

$$b_n=\max Q_s/\overline{Q} \tag{29}$$

式中：Q_s 为线路的第s个断面的客流量(人);

$\overline{Q}$ 为线路的平均断面客流量(人)．一般地，取 $b_n\le 1.5$。

- (25)约束是平均换乘次数约束，不宜超过3次。

在一条公交线路规划好后，当输出线路所经过站点序列时，应保证：一条往返运行的线路，除首末站可以相同(即为环线公交线路)以外，不应含有环，即规定相同的节点

不应通过两次以上，公交线路不应从某一节点又回到它前面的节点。公交线路不应对同一条弧通过两次以上，这可以通过在公交站点间距离矩阵中将相应位置设为无穷大来保证。

4.2.3 给定站点和公交线路的状况的车次的问题

4.2.3. 1 问题分析

由于建设整个公交系统网络过于复杂，我们首先研究一条线路的运营情况，我们需要建立了两个多目标规划模型，来寻找最小车辆数的方法。针对其多目标、多变量的动态特点，我们建立以下多目标规划模型：双车站模型。该模型的主要目标是使运客能力与运输需求（实际客运量）达到最优匹配，其目的是为了兼顾乘客与公司双方的利益。这个模型的主体采用时间步长法，模拟实际的运营过程，从而得出符合实际要求的调度方案：静态调度和动态调度方案。

4.2.3.2 模型假设

假设 1：车站 1 和车站 2 分别有车场 A 和 B 存车，即均可作为始发站和终点站。

假设 2：上行和下行路线独立运行。

4.2.3.3 模型的建立与求解

step1：发车时刻表的确定

由前面分析，兼顾乘客与公交公司双方的利益，分别对单程的上行路线和下行路线建立如下的多目标规划模型：

目标函数

$$\min \sum (Q_i * \beta_i - V_i)^2 \tag{30}$$

$$\min\{N_i\} \tag{31}$$

St.

$$c \le \beta_i \le d \tag{32}$$

$$\alpha \le k \tag{33}$$

$$\beta_i = R_i / (c * N_i) \tag{34}$$

$$\alpha = \frac{\sum V_i}{\sum Q_i} \tag{35}$$

$$V_i = \sum_j (x_{ji} - y_{ji}) L_j \quad \in (n, n-1, \cdots, 1, 0) \tag{36}$$

其中：

式(30)为供求的最优匹配；式(31) 各时段的发车车次均最小；式(32) 各时段的平均满载率限制；式(33) 供求匹配比限制

N_i：第 i 时段发车次数；

β_i：第 i 时段的平均满载率；

R_i：第 i 时段的总上车人数；

c=100 人/车次；

α：供求匹配比；

k：控制参数；

Q_i：第 i 时段运客能力（人×公里）（Q_i=第 i 时段发车次数 N_i ×每辆车标准载客量 c ×单程(上行或下行)总运行距离 L)；

V_i：第 i 时段的需要运客量（人×公里）

$V_i=\sum_j (x_{ji}-y_{ji})L_j \quad \in (n,n-1,\cdots,1,0)$ ，上行方向； $j\in(0,1,\cdots,n-1,n)$，下行方向。

其中，x_{ji} 为第 i 时段内 A_j 站的上车人数；y_{ji} 为第 i 时段内 A_j 站的下车人数 L_j 为 A_j 站距该单程方向上终点站的距离。即认为上车乘客的运载距离为正，下车乘客的运载距离为负。

- 对目标函数说明：

目标函数(30)使第 i 时段的运客能力 Q_i 与运输需求(实际客运量) V_i 达到最优匹配，β_i 反映满载率高低的影响。

目标函数(31)使高峰期所发车次，即单位时段所发的最大车次，在满足约束条件下尽可能少，以使总共需要的车辆数较少。

- 对约束条件说明：

条件(32)是限制满载率满足运营调度要求，是考虑了乘客的利益。

条件(33)是限制供求匹配比 α 小于常数 k 。我们根据参数 k 的变动量分别进行模拟，从而筛选最恰当的 k 值。

注：为使始发站车站的每天起始时刻的车辆数保持不变，需使总发车次数与总收车次数相等，即必须使单程车次总数达到匹配($N_1=N_2$)，而 N_1 不能减少(受满载率限制)，因此我们在求解下行方向的 N_i 时增加约束 $\sum N_{i2}=N_1$ 。在增添约束条件 $\sum N_{i2}=N_1$ 之后，用二次规划求得各时段发车次数 N_{i1} 和 N_{i2} 。

Step2： 运营过程的模拟

在这部分，我们采用时间步长法，根据假设一个时段内发车间隔时间 t_i 相等，则 t_i 可由 N_i 确定，从而得到发车时刻表。按此发车时刻表模拟实际运行过程，目标是确定满足时刻表的最小车辆数 n ，统计各项运营指标，搜索最优调度方案。

- 确定最小车辆数目 n

根据“按流发车”和“先进先出”的原则，对起点站，在发车时刻应至少有一辆车可以发出（处于等待发车状态）。若有多辆车，则先进站者先发车，其余车辆“排队”等候；若无车可发，则出现“间断”。完整的运营过程应保证车辆严格按时刻表发车，不发生间断。

设 1 站和 2 站分别有车场 A 和 B,从车站中不断有车发出，同时接受车进场，则车站

中的车的数目是随时间变化的状态量。用 N_a 和 N_b 来描述车站 A 和车站 B 中要满足车流不间断所需的最小数目，分别搜索其在运行过程中的最大值，则所需最小车量数目 $n=N_a+N_b$。

- 统计各项运营指标

确定各项运营指标，采用模拟统计的计算方法，对不同的运营指标进行定量计算，主要功能是通过定量分析运营指标来检验方案的可行性，以确定方案调整。

注：由于车次与发车时刻一一对应，而车辆的队列顺序是不发生改变，因而对所需车辆进行统一编号，则对每一车次，与其对应的车辆编号是确定的，故我们直接对第 k 次车进行考察。

我们统计的指标及其定义如下：

平均满载率　上行方向 $\beta_{01}=\left(\sum_k\sum_j\beta(k,j)\right)\Big/(N1\cdot J1)$

下行方向 $\beta_{02}=\left(\sum_k\sum_j\beta(k,j)\right)\Big/(N2\cdot J2)$

满载率分布　可以由 $\beta(k,j)$ 确定。

平均候车时间　上行方向 $T1=\left(\sum_k\sum_j T(k,j)\right)\Big/(N1\cdot J1)$

下行方向 T2=$\left(\sum_k\sum_j T(k,j)\right)\Big/(N2\cdot J2)$

滞留乘客候车时间分布：

假设乘客在第 i 站有 k 次滞留到 $k+1$ 次，他增加的等候时间为：$t_i(k)$，其概率为 $(1-B(k,i)-B(k,i-1))/(D(k,i)+C(k-1,i))$，有 k 次滞留到更后的车次的概率可由此递推，那么我们就可以得到滞留时间的分布，其中：

$B(k,i)$ 第 k 次车离开第 i 站时车上的人数；

$D(k,i)$ 第 k 次车到第 i 站时上车与下车的人数之差；

$C(k,i)$ 第 k 次车离开第 i 站时站台上的滞留人数；（由于车已达最大满载率以至乘客不能上车，故称“滞留”）

$T(k,i)$ 为第 k 次车离开第 i 站时站台上滞留者的滞留时间；

$\beta(k,i)$ 为第 k 次车离开第 i 站时的满载率，$\beta(k,i)=B(k,j)/1$；

$N1,N2$ 为一天单程所发的车次总数；$J1,J2$ 为单程站台总数；

Step3：调度方案的选择：

我们由不同的理解得到两种调度方案，其共同点是都必须形成完整的运营过程，使

车流不发生间断。

✓ 静态调度方案

认为在该路线上运行的总车数固定不变，形成序贯流动的车流，依照“按流开车”和“先进先出”的原则，按发车时刻表发车。

✓ 动态调度方案

考虑高峰期与低谷期实际需要的车辆数目不同，为了满足高峰期而求得的车辆数目必然大与其他时间需要的车辆数，即 m 辆车只在高峰期得到充分利用，造成资源浪费。我们认为公交公司可进行车辆动态调度，让一些车辆可以在特殊原因下进行修理调整，并节约运营成本。由此我们在保证车流不间断的条件下，可以计算得出各个时段内实际所需的最小车辆数，同时给出 A、B 车站的存车状态，可以自由支配的车辆数目。

五、 模型的检验

我们查询得到杭州市公交线路网络运行的一组网络指标初始评价数据如下：
u[6][7][5]={{{4.9,4.1,4.2,4,4.8},{3.7,3.8,3.9,4.0,3.9},{4.1,4,3.9,3.7,3.8},{3.1,3.3,3.5,3.7,3.4}},{{3.6,4.2,4.4,4,3.8},{4.8,5,4.7,4.3,4.6},{3,3,3.3,3,3.5},{3.8,3.6,3.6,3.8,3.5},{5,4.8,5,5,4.8}},{{3,3.2,3.2,3.1,2.9},{3.3,3,2.8,2.7,3.1},{2.3,2.9,2.5,2.8,2.4},{3.1,2.8,3.4,2.7,2.6},{2.6,2.3,2.2,2.7,2.9},{3.1,3.5,3.1,2.9,2.8}},{{4.1,4.2,3.8,3.6,4},{2.9,2.6,2.5,2.9,2.5},{3.2,2.8,2.7,3,2.9},{2.6,2.5,2.9,2.6,2.4}},{{3.1,3.2,2.8,2.7,3.1},{2.6,2.5,2.5,2.3,2.3},{2.5,2.4,2.3,2.6,2.7},{5,4.8,4.6,4.8,4.6}},{{3.2,2.8,2.9,3,2.9},{2.7,2.5,2.4,2.5,2.6},{3.2,3.1,2.9,3.1,3},{2.3,2.5,2.3,2.4,2.6},{3.5,3,3.2,3.1,3},{2.6,2.3,2.4,2.3,2.6},{2.8,2.9,2.3,2.6,2.5}}}

通过公式(5)~(11)在 VC++6.0 中编程(程序见附录 A)求解得到 Z=3.45；然后我们随机删除或增加一组评价，从结果的变化幅度来检验模型的稳定性。

在检验中，为方便，我们选取 u14 指标作为删除的对象，得到结果 Z'=3.36；经过比较，得到误差为 3%；另外，我们增加指标 u15={4, 4, 4, 4, 4}，得到结果 Z''= 3.73 经过比较，得到误差为 8%。具体如表七所示(其他数据见附录 B)：

表七 评价指标的权重

评价指标	权重向量
u_1	A_1=[0.1356 0.2188 0.2068 0.1888 0.2500]
u_2	A_2=[0.1746 0.1883 0.1951 0.2180 0.2239]
u_3	A_3=[0.1827 0.1684 0.1658 0.1567 0.1619 0.1645]
u_4	A_4=[0.2361 0.2506 0.2556 0.2578]
u_5	A_5=[0.2265 0.2672 0.2554 0.2509]
u_6	A_6=[0.1439 0.1495 0.1495 0.1471 0.1355 0.1439 0.1307]
u	A=[0.1764 0.1579 0.1801 0.1648 0.1408 0.1800]

综上所述，在 C 程序中经过多次检验，本模型的误差不超过 10%，具有比较好的稳定性，即模型对数据具有良好的健壮性。

六、 模型的改进

6.1 根据城市状况设立站点问题的改进

- 每条道路允许的最大车速 v_m 都不是一个常数，而在本模型中 v_m 处理成一个常数。可以通过设立权值，加以改进。
- 一天之中，道路的流量是时间的函数，若要精确求解，要建立偏微分方程模型。因为时间紧迫，没有深入研究。

6.2 给定站点和公交线路的状况的车次问题的改进

- 关于采集运营数据的讨论

由于我们假设乘客到站服从均匀分布，而实际中乘客到站时间不可能都服从均匀分布。特别是在高峰期的情况下，乘客到站时间的不均匀分布就会使模型结论误差较大。因此我们可以采用不等的统计人数的间隔时间：即在高峰期的情况下，为削弱乘客到站时间的不均匀分布带来的影响，可适当减小统计的间隔时间但统计时间加密应有一定限度。对客流量很小的时段，我们可适当增大统计的间隔时间，不必要每小时都统计一次。

- 对调度方案的进一步讨论

我们依据假设：各时段内乘客到站时间服从均匀分布，从而认为各时段内的发车时间间隔相等。我们在模型的改进中，可考虑对不等的发车时间间隔进行模拟，并与等间距的结果进行比较。

七、 模型的评价及推广

7.1 模型的评价

模型的优点：我们选取了影响公交网络线路性能效率的六个准则层指标：线路网络性能，经济效益，环境影响，客运能力，服务状况，乘客满意度及六个准则层所对应的30个具体评价指标，运用多层次的灰色、模糊的数学模型建立了评价公交网络线路效率的数学模型，从易获得性和可靠性两个方面对数据进行的选择，最后运行杭州公交的实际数据对模型的敏感度与稳定性进行了检验，检验结果表明模型对数据具有良好的健壮性。

模型的缺点：对新城市公交线路网络的设计方案时，我们把每条道路允许的最大车速 v_m 处理成一个常数了。而实际情况中每条道路上下班的高峰期等时间段速度也是不一样的，故在实际实施方案时，需要对部分参数进行微小的调整。

7.2 模型的推广

本模型研究的城市公交线路网络效率的综合评价，采用了多层次灰色理论及模糊数学的知识，可推广到其他有多个因数的评价模型系统中，如城市综合竞争实力的排名等。

参考文献:

[1] 胡启洲，邓卫，张卫华.城市公交线网的灰色评价及其应用，交通运输系统工程与信息，2006 Vol.6 No.02
[2]王炜，杨新苗，陈学武等. 城市公共交通系统规划方法与管理技术,北京：科学出版社，2002
[3] 过秀成，吕慎，谢实海.城市轨道线网规划评价决策研究,城市轨道交通研究，2000,3(4),24-27
[4] 王海涌，刘丽艳，郑丽英.模糊综合评价法在城市公交线网评价中应用，兰州交通大学学报（自然科学版），2004 Vol.23 No.3
[5] 佚名，城市常规公共交通发展水平综合评价指标体系研究 http://www.jianshe99.com/html/2007/12/li0745645142217002l625.html 2008.4.13
[6]邹志云,李硕.公交综合发展水平评价的灰色聚类分析方法，武汉交通科技大学学报，2000 Vol.24 No.1
[7] 李煜华,孙凯,孙彩.基于灰色聚类方法的城市公交发展水平综合评价, 哈尔滨理工大学学报,2004, Vol.9 No.6
[8] 韩传峰. 城市公交路网性能的综合计算评估, 哈尔滨工业大学学报,2005 Vol.37 No.6
[9] 南振岐,滕彦芳,武尚磊,董清. 基于交通效率的城市公共交通路网研究, 兰州大学学报(自然科学版),2006 V0l.42 N0.5
[10] 王运静,李强. 北京市地面公共交通线路网现状评价,交通运输系统工程与信息,2007 V01.7 No.5
[11] 于景飞. 城市公共交通可持续发展评价体系及方法, Technology& Economy in Areas of Communications,2007年第1期（总第39期）
[12] 蔡军. 居民出行效率与合理路网间距的确定,城市交通,2005, V01.3 N0. 3

附录：

附录 A：模型综合评价及稳定性的检验

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <math.h>
#include <time.h>
#define l 10
using namespace std;
double
u[6][7][5]={{{4.9,4.1,4.2,4,4.8},{3.7,3.8,3.9,4.0,3.9},{4.1,4,3.9,3.7,3.8},{3.1,3.3,3.5,3.7,3.4}
,{4,4,4,4,4}},
    {{3.6,4.2,4.4,4,3.8},{4.8,5,4.7,4.3,4.6},{3,3,3.3,3,3.5},{3.8,3.6,3.6,3.8,3.5},{5,4.8,5,
5,4.8}},
    {{3,3.2,3.2,3.1,2.9},{3.3,3,2.8,2.7,3.1},{2.3,2.9,2.5,2.8,2.4},{3.1,2.8,3.4,2.7,2.6},{2.
6,2.3,2.2,2.7,2.9},{3.1,3.5,3.1,2.9,2.8}},
    {{4.1,4.2,3.8,3.6,4},{2.9,2.6,2.5,2.9,2.5},{3.2,2.8,2.7,3,2.9},{2.6,2.5,2.9,2.6,2.4}},
    {{3.1,3.2,2.8,2.7,3.1},{2.6,2.5,2.5,2.3,2.3},{2.5,2.4,2.3,2.6,2.7},{5,4.8,4.6,4.8,4.6}},
    {{3.2,2.8,2.9,3,2.9},{2.7,2.5,2.4,2.5,2.6},{3.2,3.1,2.9,3.1,3},{2.3,2.5,2.3,2.4,2.6},{3.
5,3,3.2,3.1,3},{2.6,2.3,2.4,2.3,2.6},{2.8,2.9,2.3,2.6,2.5}}};
double stdc1(int i,int j)
{
    int k;
    double mean=0,ans;
    for(k=0;k<5;k++)
        mean+=u[i][j][k];
    mean/=5.0;
    ans=0;
    for(k=0;k<5;k++)
        ans+=(u[i][j][k]-mean)*(u[i][j][k]-mean);
    ans/=5.0;
    return sqrt(ans);
}
double stdc2(int i,int n)
{
    int k,j;
    double mean=0,ans;
    for(k=0;k<5;k++)
        for(j=0;j<n;j++)
            mean+=u[i][j][k];
    mean/=5.0*n;
    ans=0;
    for(k=0;k<5;k++)
        for(j=0;j<n;j++)
            ans+=(u[i][j][k]-mean)*(u[i][j][k]-mean);
```

```
    ans/=5.0*n;
    ans=sqrt(ans);
    return ans;
}
double fun1(double x)
{
    if(x>=0&&x<=4)
        return x/4;
    else return 1;
}
double fun2(double x)
{
    if(x>=0&&x<=4)
        return x/4.0;
    else if(x>4&&x<=8)
        return -x/4.0+2.0;
    return 0;
}
double fun3(double x)
{
    if(x>=0&&x<=3)
        return x/3.0;
    else if(x>3&&x<=6)
        return -x/3.0+2;
    return 0;
}
double fun4(double x)
{
    if(x>=0&&x<=2)
        return x/2.0;
    else if(x>2&&x<=4)
        return -x/2.0+2;
    return 0;
}
double fun5(double x)
{
    if(x>=0&&x<=1)
        return 1;
    else if(x>1&&x<=2)
        return -x/2.0+2;
    return 0;
}
int main()
{
```

```
int i,j,g,k;
double w[6][7],ww[6];
double s[6][7],ss[6],sss[6],ssss,d[6][7][l],x[6][7],xx[6][7][5],r[6][7][5];
FILE *fout;
fout = fopen("crypt1.out", "w");
int n[6]={5,5,6,4,4,7};
for(i=0;i<6;i++)
    for(j=0;j<n[i];j++)
        s[i][j]=stdc1(i,j);
memset(ss,0,sizeof(ss));
for(i=0;i<6;i++)
    for(j=0;j<n[i];j++)
        ss[i]+=s[i][j];
for(i=0;i<6;i++)
    for(j=0;j<n[i];j++)
        w[i][j]=(ss[i]-s[i][j])/((n[i]-1)*ss[i]);
ssss=0;
for(i=0;i<6;i++){
    sss[i]=stdc2(i,n[i]);
    ssss+=sss[i];
}
for(i=0;i<6;i++)
    ww[i]=(ssss-sss[i])/(5*ssss);
for(i=0;i<6;i++){
    fprintf(fout,"A%d = {",i+1);
    for(j=0;j<n[i];j++)
        fprintf(fout,"%.4lf    ",w[i][j] );
    fprintf(fout,"}\n");
}
fprintf(fout,"A = {");
for(i=0;i<6;i++)
    fprintf(fout,"%.4lf    ",ww[i]);
fprintf(fout,"}\n");
memset(x,0,sizeof(x));
memset(xx,0,sizeof(xx));
srand((unsigned)time( NULL ));
for(i=0;i<6;i++)
    for(j=0;j<7;j++)
        for(k=0;k<l;k++){
            d[i][j][k]=(10+(int)(50.0*rand()/(RAND_MAX+10.0)))%50/10.0;
//          printf("%.2lf ",d[i][j][k]);
        //  d[i][j][k]=5;
```

```
		}
	for(i=0;i<6;i++)
		for(j=0;j<7;j++){
			for(g=0;g<l;g++)
				xx[i][j][0]+=fun1(d[i][j][g]);
			for(g=0;g<l;g++)
				xx[i][j][1]+=fun2(d[i][j][g]);
			for(g=0;g<l;g++)
				xx[i][j][2]+=fun3(d[i][j][g]);
			for(g=0;g<l;g++)
				xx[i][j][3]+=fun4(d[i][j][g]);
			for(g=0;g<l;g++)
				xx[i][j][4]+=fun5(d[i][j][g]);
		}

	for(i=0;i<6;i++)
		for(j=0;j<7;j++){
			for(k=0;k<5;k++)
				x[i][j]+=xx[i][j][k];
			fprintf(fout,"x%d%d=%lf.2\n",i,j,x[i][j]/2);
		}
	for(i=0;i<6;i++)
		for(j=0;j<7;j++){
			fprintf(fout,"r%d%d=[",i,j);
			for(k=0;k<5;k++){
				r[i][j][k]=xx[i][j][k]/x[i][j];
				fprintf(fout," %.2lf",r[i][j][k]);
			}
			fprintf(fout,"]\n");
		}
	double   b[6][5];
	memset(b,0,sizeof(b));
	for(i=0;i<6;i++)
		for(j=0;j<5;j++)
			for(k=0;k<n[i];k++)
				b[i][j]+=s[i][k]*r[i][k][j];
	double   bb[5];
	memset(bb,0,sizeof(bb));
	for(i=0;i<5;i++)
		for(j=0;j<6;j++)
			bb[i]+=ss[j]*b[j][i];
	for(i=0;i<5;i++)
		printf("%.2lf ",bb[i]);
	double z=0;
```

```
    double c[5]={4.5,3.5,2.5,1.5,0.5};
    for(i=0;i<5;i++){
        while(bb[i]>1)
            bb[i]-=1;
        z+=bb[i]*c[i];
    }
    fprintf(fout,"Z = %.2lf\n",z);

    return 0;
}
```

附录 B 灰色评价系数及灰色评价权向量

评价指标		灰色评价系数			灰色评价权向量
u_1	u_{10}	x_{10}	14.116667.2	r_{10}	[0.25 0.25 0.25 0.13 0.13]
	u_{11}	x_{11}	14.700000.2	r_{11}	[0.23 0.23 0.27 0.20 0.08]
	u_{12}	x_{12}	13.425000.2	r_{12}	[0.32 0.30 0.27 0.11 0.00]
	u_{13}	x_{13}	12.741667.2	r_{13}	[0.20 0.18 0.19 0.20 0.23]
	u_{14}	x_{14}	12.450000.2	r_{14}	[0.15 0.15 0.17 0.20 0.34]
	u_{15}	x_{15}	12.341667.2	r_{15}	[0.17 0.17 0.22 0.19 0.25]
	u_{16}	x_{16}	12.341667.2	r_{16}	[0.22 0.21 0.21 0.17 0.19]
u_2	u_{20}	x_{20}	13.604167.2	r_{20}	[0.25 0.24 0.22 0.13 0.16]
	u_{21}	x_{21}	13.716667.2	r_{21}	[0.28 0.27 0.25 0.12 0.08]
	u_{22}	x_{22}	12.820833.2	r_{22}	[0.24 0.23 0.21 0.15 0.17]
	u_{23}	x_{23}	14.433333.2	r_{23}	[0.20 0.20 0.22 0.17 0.21]
	u_{24}	x_{24}	11.779167.2	r_{24}	[0.30 0.27 0.21 0.08 0.14]
	u_{25}	x_{25}	13.691667.2	r_{25}	[0.21 0.20 0.20 0.18 0.20]
	u_{26}	x_{26}	11.808333.2	r_{26}	[0.17 0.17 0.21 0.17 0.28]
u_3	u_{30}	x_{30}	13.391667.2	r_{30}	[0.18 0.18 0.21 0.22 0.22]
	u_{31}	x_{31}	13.454167.2	r_{31}	[0.29 0.27 0.23 0.11 0.10]
	u_{32}	x_{32}	14.225000.2	r_{32}	[0.18 0.18 0.21 0.21 0.22]
	u_{33}	x_{33}	14.229167.2	r_{33}	[0.20 0.20 0.23 0.19 0.17]
	u_{34}	x_{34}	13.200000.2	r_{34}	[0.23 0.22 0.23 0.19 0.13]
	u_{35}	x_{35}	11.895833.2	r_{35}	[0.30 0.28 0.20 0.08 0.13]
	u_{36}	x_{36}	12.150000.2	r_{36}	[0.16 0.15 0.17 0.19 0.33]
u_4	u_{40}	x_{40}	11.508333.2	r_{40}	[0.24 0.24 0.22 0.12 0.19]
	u_{41}	x_{41}	10.512500.2	r_{41}	[0.22 0.19 0.16 0.13 0.30]
	u_{42}	x_{42}	10.958333.2	r_{42}	[0.25 0.23 0.20 0.13 0.18]
	u_{43}	x_{43}	12.616667.2	r_{43}	[0.27 0.25 0.22 0.13 0.13]
	u_{44}	x_{44}	12.158333.2	r_{44}	[0.28 0.27 0.22 0.10 0.12]
	u_{45}	x_{45}	13.220833.2	r_{45}	[0.20 0.19 0.21 0.18 0.22]
	u_{46}	x_{46}	13.350000.2	r_{46}	[0.22 0.21 0.20 0.16 0.20]
u_5	u_{50}	x_{50}	10.241667.2	r_{50}	[0.22 0.21 0.19 0.13 0.24]
	u_{51}	x_{51}	11.708333.2	r_{51}	[0.21 0.20 0.20 0.17 0.22]
	u_{52}	x_{52}	14.141667.2	r_{52}	[0.23 0.23 0.24 0.14 0.16]
	u_{53}	x_{53}	12.741667.2	r_{53}	[0.20 0.20 0.23 0.17 0.20]
	u_{54}	x_{54}	13.991667.2	r_{54}	[0.25 0.24 0.24 0.17 0.09]
	u_{55}	x_{55}	13.179167.2	r_{55}	[0.23 0.22 0.22 0.16 0.16]
	u_{56}	x_{56}	12.675000.2	r_{56}	[0.23 0.22 0.22 0.14 0.18]

u_6	u_{60}	x_{60}	13.083333.2	r_{60}	[0.15 0.15 0.18 0.21 0.31]
	u_{61}	x_{61}	12.870833.2	r_{61}	[0.24 0.21 0.21 0.17 0.17]
	u_{62}	x_{62}	13.608333.2	r_{62}	[0.22 0.21 0.20 0.15 0.22]
	u_{63}	x_{63}	13.141667.2	r_{63}	[0.28 0.26 0.26 0.16 0.04]
	u_{64}	x_{64}	11.854167.2	r_{64}	[0.19 0.18 0.19 0.17 0.28]
	u_{65}	x_{65}	12.679167.2	r_{65}	[0.32 0.31 0.25 0.08 0.04]
	u_{66}	x_{66}	12.658333.2	r_{66}	[0.30 0.28 0.24 0.10 0.08]