

第六届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email：2013@tzmcm.cn

第六届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 承 诺 书

我们仔细阅读了第六届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1090

参赛队员（签名）：

队员 1：周皓斐

队员 2：陈莹

队员 3：王越颢

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：本科组

第六届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会

网址：www.tzmcm.cn

电话：0471-4969085

邮编：010021

Email: 2013@tzmcm.cn

第六届“认证杯”数学第六届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

1090

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

第六届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email：2013@tzmcm.cn

2013 年第六届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 公路运输业对于国内生产总值的影响分析

关 键 词 组合预测模型、指数平滑预测模型、灰色预测、灰色相关度分析、相关矩阵

摘 要

本文针对某省对各城市投资的问题，利用了数形结合、增长率、回归分析、灰色预测方法分别构建了相关矩阵、多维灰色动态模型、一元线性回归模型、灰色关联度模型，使用 Excel、Matlab、SPSS 软件，得出了公路建设与客货运输的预测。最后，将模型结果和实际相结合，对模型的深层次推广提出了自己的意见。

针对问题三：将投资资金的比例问题转化为公路建设以及客货运输的预测问题。在对公路建设预测中，本文采用增长率法和弹性系数进行预测，结果发现在交通量的预测中，城市 4、5、7 的交通量都较有潜力；在对客货运输的预测中，本文采用灰色预测模型、指数平滑预测模型进行预测，得出客货运输的预测模型： $Y_{t+T} = 81606.93 + 741.5440382T - 19.592687333.34T^2$ 。本文预测结果因样本容量的局限性，使得结果预测精度稍差，但采用了组合预测模型，对预测数学模型精度进行检验，所以结果比较准确。最终运用 matlab 计算得出该省未来五年对城市 1~城市 11 投资资金的比例：6.11%；3.68%；2.22%；22.72%；20.05%；1.43%；21.31%；5.32%；10.34%；3.53%；4.29%。

针对问题四：由于在问题一的计算中，所需要的数据量不很充足，导致了在进行研究过程中，产生了许多误差。通过附件三中各城市各县城的数据分析可使问题一中的数据精度得到提高。运用相关矩阵、多维灰色动态模型、灰色关联度模型对问题一中灰色关联度模型进行修正，得出模型：

$$\frac{dy_1^{(1)}}{dt} - 0.06497y_1^{(1)} = -0.02095x_1^{(1)} - 0.00058x_2^{(1)} + 0.92428x_3^{(1)} + 0.00049x_4^{(1)}$$

$$\frac{dy_2^{(1)}}{dt} + 0.03551y_2^{(1)} = 0.01787x_1^{(1)} - 0.001825x_2^{(1)} + 0.05994x_3^{(1)} + 0.001206x_4^{(1)}$$

在灰色关联度模型中利用 matlab 计算得出客货运输对 GDP 的直接贡献约为 20.37%，更加确定了公路运输对国内 GDP 具有较大的影响。

参赛队号 1090

所选题目 C

参赛密码 _____
(由组委会填写)

第六届数学中国数学建模网络挑战赛

地址：数学中国数学建模网络挑战赛组委会
电话：0471-4969085

邮编：010021

网址：www.tzmcm.cn
Email: 2013@tzmcm.cn

Abstract

In the light of the problems, province to invest in each city by using the number shape union, growth, regression analysis, gray prediction method respectively to build the correlation matrix, multidimensional grey dynamic model, a yuan linear regression model, the grey correlation model, using Excel and Matlab, SPSS software, the highway construction is obtained, and prediction of passenger and cargo transportation. Finally, the model results and actual unifies, the model of deep promotion put forward its own opinion.

According to question three: the proportion of their investment funds problem can be converted to highway construction and on the problem of the prediction of passenger and cargo transportation. In prediction of highway construction, this paper predict by growth rate method and elastic coefficient, the results found in traffic volume prediction, the urban traffic capacity of 4, 5, 7 potential; In the forecast of passenger and cargo transportation, this paper USES the grey prediction model, the exponential smoothing forecasting model to forecast, then the prediction model of passenger and cargo transportation:

$Y_{t+T} = 81606.93 + 741.5440382T - 19.592687333.34T^2$. Predicted results because of the limitation of sample size, this paper makes the result accuracy is a bit poor, but used the combination forecast model, the prediction precision of mathematical model, so the result is accurate. Finally calculated with matlab in the province in the next five years on the city 1 to city 11 the proportion of investment funds: 6.11%; 3.68%; 2.22%; 22.72%; 20.05%; 1.43%; 21.31%; 5.32%; 10.34%; 3.53%; 4.29%.

For question 4: due to the problem of a calculation, the amount of data required is not very adequate, caused in the process of research, has produced many errors. Through the analysis of the data in attachment 3 each city county can make the problem of data in a precision was improved. Using the correlation matrix, multidimensional gray dynamic model, the grey correlation model to modify a medium grey correlation model, draw the

model: $\frac{dy_1^{(1)}}{dt} - 0.06497y_1^{(1)} = -0.02095x_1^{(1)} - 0.00058x_2^{(1)} + 0.92428x_3^{(1)} + 0.00049x_4^{(1)}$, $\frac{dy_2^{(1)}}{dt} + 0.03551y_2^{(1)} = 0.01787x_1^{(1)} - 0.001825x_2^{(1)} + 0.05994x_3^{(1)} + 0.001206x_4^{(1)}$, In grey correlation model, matlab is used to calculated passenger and cargo transportation direct contribution to GDP is about 20.37%, more determine the effect of highway transportation of domestic GDP has a great influence.

#1090

1 问题重述

1.1 背景

经济要发展，交通须先行。交通是国民经济各相关行业和社会各项工作事业赖以生存和发展的重要条件。交通运输可以使流动资本从某一个地区释放出来，而在别的地方作为固定资本产生更大的效益。运输条件的改善可以帮助克服生产中的瓶颈状态，从而进一步促进经济扩张。所以交通建设与运输以及对各城市的投资对一个省甚至一个国家的国内经济的影响是巨大的。

随着经济的高速发展，公路密度也迅速增加。省内对公路建设以及公路运输两方面的投资成为了重中之重的问题。许多国家在对省内公路建设投资时进行了大量的分析与计算，同理，省内对城市的公路建设以及公路运输两方面的投资也应慎重决定。

公路运输作为最广泛、最基本的交通运输方式，它是整个交通运输系统的重要组成部分，是生产、分配、交换、消费过程中联系的重要纽带。公路运输的发展带来宏观经济总量增加的同时，它的建设规模、发展速度和水平又取决于国内经济的发展，同时又反过来对国内经济的发展有着极为重要的影响。在《21 世纪中国道路运输发展浅略》等方针政策指引下，我国公路运输发展空间大大拓宽、服务领域不断延伸，公路运输已成为 5 种主要运输方式中完成运输量最多，实现营业收入最高的一种运输方式。

随着公路运输与国内经济的快速发展，关于公路运输与国内经济的关系的研究越来越引起人们的注意，相应的研究成果和结论及其在有关部门的应用，对正确认识公路运输的地位和促进道路运输业持续、健康发展，起到了积极的作用。

1.2 解决的问题

- 1) 问题三：通过该省主要城市的公路运输统计数据，建立合理的数学模型，估计得出未来五年公路运输投资资金在各市的分配比例。
- 2) 问题四：根据附件 3 所给数据，对问题 1 的结果进行修正，并给出理由。

2 问题分析

2.1 对问题三的分析

未来五年公路运输投资资金在各市的分配比例取决于该省各城市公路建设以及公路客运输的发展状况，其中城市的发展潜力也占据了重要一部分。本文对该省各城市的公路建设以及公路客运输在未来五年内的发展状况进行了预测，将预测分为两部分，即客货运输预测、公路交通发展预测。在公路交通发展预测中，运用了增长率法对该省各城市客货运输以及交通发展进行了预测并分析比较，结果得出城市 4、5、7 潜力相对较高。在客货运输预测中，采用灰色预测模型、指数平滑预测模型、一元线性回归模型进行预测，并用组合预测提高结果的准确性。最后通过 matlab 软件得到各城市的未来几年内客货运输发展转况的走势。结合公路交通发展预测，计算得出未来五年公路运输投资资金在各城市的分配比例。

2.2 对问题四的分析

由于在问题一的计算中，所需要的数据量不很充足，导致了在进行研究过程中，产生了过多误差。所以在针对问题一中的数据以及模型概念问题上进行改进。通过附件三

#1090

中各城市各县城的数据分析可得到该省各城市城市化水平预测，同时提高了客运周转量以及或运周转量的精度。本文通过对问题一中灰色关联度模型的修正，运用了相关矩阵、多维灰色动态模型、灰色关联度模型，得出了客货运输以及公路建设对 GDP 的影响，提高了问题一中回答的精度。同时可以得出客货运输对 GDP 的直接贡献，确定了公路运输对国内 GDP 的影响。

3 模型假设与主要因素

1. 假设在投资过程中各城市没有其他的资金来源；
2. 假设在问题三中除附录中所给的数据外，不考虑其他情况对公路投资的影响；
3. 假设所有数据均为原始数据，来源真实可靠；
4. 假设删除数据不全的城市不会对总体公路运输投资产生影响；

4 名词解释与符号说明

4.1 名词解释

1. 国内生产总值(GDP)：是指在一定时期内（一个季度或一年），一个国家或地区的经济中所生产出的全部最终产品和劳务的价值，常被公认为衡量国家经济状况的最佳指标。
2. 弹性系数：一定时期内相互联系的两个经济指标增长速度的比率，它是衡量一个经济变量的增长幅度对
3. 另一个经济变量增长幅度的依存关系。
4. 货运周转量：运输货物的数量与运输距离的成绩。其表示方法为吨公里或吨海里。
5. 客运周转量：体现旅客运输量的两个主要指标之一，指在一定时期内运送旅客数量与平均运距的乘积。
6. 平均运距：包括货物运距与旅客运输平均运距。货物运距是货物由装货点至卸货点间的运输距离，一般用公里（km）作为计量单位。旅客运输平均运距是指乘客乘坐一次车的平均距离。

4.2 符号说明

序号	符号	意义
1	γ	各分区客、货运输增长率(%)
2	E	各分区客、货运输增长弹性系数
3	Pt	第 t 年发生、集中交通量
4	γ_g	各分区国内生产总值增长率(%)
5	P ₀	基年发生、集中交通量
6	R _p	发生、集中交通量年平均增长率
7	d _e	公路运输业的直接效果
8	ΔX	公路运输业增加的产值
9	t	预测年数
11	T	时间序列

#1090

12	X	交通运输的发展水平
----	---	-----------

5 模型建立与求解

5.1 公路交通发展预测(问题三)

由于公路运输体现在交通建设以及客货运输两个方面，所以通过对货物运输量以及客运量的预测以及交通建设的预测来给予未来五年公路运输投资资金在各市的分配比例。公路运输系统是社会经济系统的一个子系统，社会经济的发展水平决定了运输需求的发展水平，另一方面，运输业的快速发展又会反过来促使社会经济系统的快速发展，二者之间具有十分密切的关系。

由问题一可得该省公路运输业各项指标的发展状况，如图 5-1。

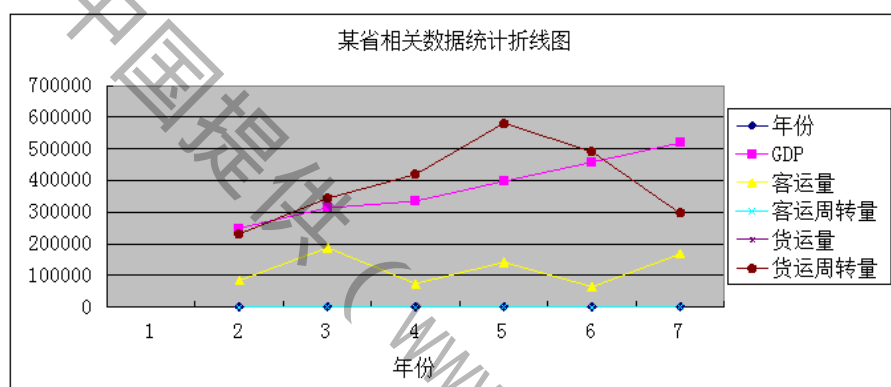


图 5-1 公路运输业各项指标的发展状况

5.1.1 发生、集中交通量预测

交通需求生成预测是指根据国民经济发展状况，对规划区域及各交通分区的运输总量的发生进行预测。采用模型法中的增长率法进行预测。首先分析历史年度预测对象增长率的变化规律，根据对相关因素发展变化的分析，确定预期增长率，从而进行交通需求生成预测。

增长率法的关键在于确定增长率，特点是计算简单，但预测结果粗略，适用于增长率变化不大的近期预测。

交通运输对经济发展的弹性系数的确定：

$$\gamma = E \times \gamma_g$$

将预测的未来年份各分区国内生产总值(工农业生产总值)的增长速度及客货运输增长率代入上式，即可求出各分区未来年份客、货运输与经济指标的弹性系数（见表 5-1）。

表 5-1 该省各城市公路运输发展弹性系数

#1090

城市1	16.70%	0.4716	0.38	0.2913	0.6
城市2	12.60%	0.5697	0.41	(0.3165)	0.46
城市3	7.00%	0.6174	0.61	(3.3621)	0.53
城市4	12.50%	0.5996	0.41	0.4319	0.46
城市5	8.70%	1.0000	1.68	0.5208	2.04
城市6	9.90%	0.4037	0.34	0.1263	1.32
城市7	13.90%	0.1548	0.03	(0.5784)	0.45
城市8	9.80%	0.9386	1.03	0.5761	1.16
城市9	12.55%	0.2726	0.94	0.2577	0.74

由于货物运输直接反映了经济增长过程中生产与分配活动，而旅客运输直接与人的活动量相联系。因而，不同的经济发展水平与产业结构等，都将直接反映为不同的运输经济弹性。并由问题一得到该省货物周转量与 GDP 的弹性系数，如表 5-2。

表 5-2 某省各城市公路货物周转量与 GDP 的弹性系数

年份	GDP(亿元)	GDP增长率 (%)	货运周转量 (亿吨公里)	货运周转量增长率(%)	弹性系数
2007	249530	—	280.5	—	—
2008	314045	25.85	300.99	7.3	0.28
2009	335353	6.78	313.7	4.22	0.62
2010	397983	18.67	353.16	12.5	0.67
2011	458213	15.13	331.2	-6.21	-0.41
2012	519322	13.33	290.18	-12.3	-0.92

注：弹性系数=货运周转量增长率/GDP 增长率^[6]

根据表 5-2 计算得出的弹性系数，得到某省公路运输货物周转量与 GDP 的弹性系数散点分布图如下：

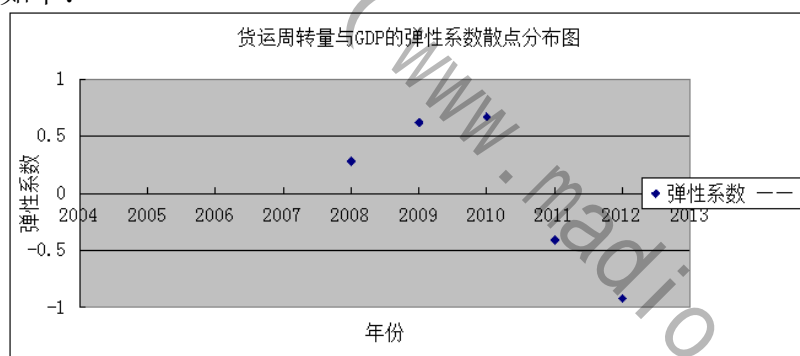


图 5-2 货物周转量与 GDP 的弹性系数散点分布图

从图 5-2 可以看出，该省各城市 2007 年至 2012 年货运周转量与 GDP 的弹性系数呈波动状态，分析如下：

- 1) 从 2007-2012 年，运输经济弹性系数均小于 1，反映了各城市道路货物运输的增长速度小于该省经济增长速度。城市的经济增长速度基本两位数，保持快速发展的态势。但与此同时，道路货物运输还是滞后于经济发展，并不能很好适应经济发展的要求，需要各城市道路运输业加大投资力度，加快发展步伐。
- 2) 从散点分布图看，2007-2012 年间，城市随着经济发展，产业结构升级，货物周转量与 GDP 的弹性系数存在的逐年波动说明：国内经济的发展和道路运输货物的增长之间存在交替推拉效应。“推拉效应”认为，国内经济增长与交通运输业发展通常是相互影响的，交通运输业的发展将推动国内经济的增长；反之，国内经济的增长也会带动交通运输业的发展。

从总的趋势来看，随着某省道路运输业的投资力度加大，交通基础设施建设投资迅

#1090

猛发展，货物运输企业集约化规模化的提高，可以预计，货物周转量与 GDP 的弹性系数将会逐渐上升。

同理，可得到某省客运周转量与 GDP 的弹性系数，如表 5-3 所示：

表 5-3 某省各城市公路客运周转量与 GDP 的弹性系数

年份	GDP(亿元)	GDP增长率 (%)	客运周转量	客运周转量增长率 (%)	弹性系数
2007	249530	—	449.51	—	—
2008	314045	25.85	479.53	6.68	0.25
2009	335353	6.78	519.87	8.41	1.24
2010	397983	18.67	531.63	2.26	0.12
2011	458218	15.13	571.5	7.5	0.49
2012	519322	13.33	617.87	8.11	0.61

注：弹性系数=货运周转量增长率/GDP 增长率

根据表 5-3 计算得出的弹性系数，得到某省各城市公路运输客运周转量与 GDP 的弹性系数散点分布图如下：

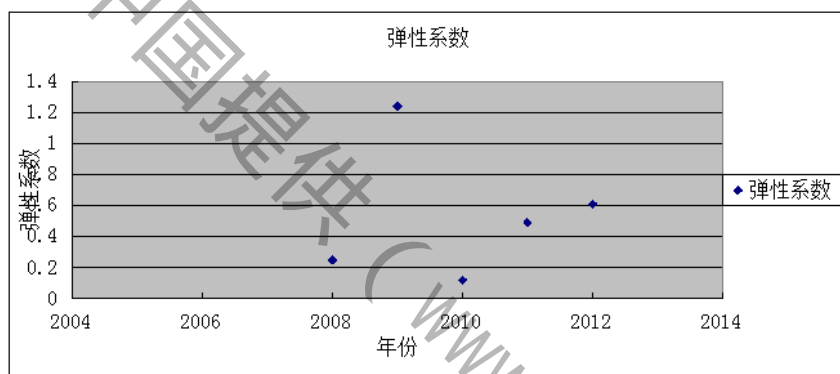


图 5-3 客运周转量与 GDP 的弹性系数散点分布图

从图 5-3 可以看出，某省各城市客运周转量与 GDP 的弹性系数总体上随着经济的不断增长，第三次产业的迅速扩展而呈现上升趋势。奥运会期间，旅客运输弹性系数呈现上升趋势，2009-2010 年呈下降趋势，2010 年以后呈上升趋势。分析如下：

- 1) 08 年客运周转量与 GDP 的弹性系数逐步上升，一方面是因为奥运会期间，客流人数增多，该省加强了客运站场建设。加快客运班线的投放。一方面是由于交通工具的发展，使人们的出行逐渐变得更加方便。
- 2) 09-10 年的弹性系数呈下降趋势，是由于该段期间流感的传播，减少了客运量。

5.1.2 发生集中交通量预测相关分析

为进一步把握该省各城市计划总发生交通量的增长趋势，对该省各城市主要公路交通量增长情况进行分析，并对该省各城市交通增长情况进行研究。如图表 5-4。

表 5-4 某省各城市交通增长情况

#1090

城市	各城市相关主要公路交通量合计数				2007-2011年均增长率	
	2007年		2011年			
	货车	客车	货车	客车	货车	客车
城市1	3036	2844	8028	8078	0.62	0.65
城市2	8429	3559	16663	1331	0.49	(1.67)
城市3	40003	94119	79741	280113	0.50	0.66
城市4	32702	3517	50669	3895	0.35	0.10
城市5	11490	1067	15156	1900	0.24	0.44
城市7	16397	10407	30249	9366	0.46	(0.11)
城市8	20982	734	34129	915	0.39	0.20
城市9	10704	4525	17167	4944	0.38	0.08
城市10	2573	198	3217	276	0.20	0.28
城市11	4431	227	5610	243	0.21	0.07

注：表中数据位年平均日交通量。

可见，货车交通量增长大于客车交通量增长。分析该省各城市汽车保有量与其弹性系数，发现货车的增长速度高于客车的增长速度。同时可以从上表中发现城市1的货车与客车的增长速率是最快的。

5.1.3 客货车交通量增长率的确定以及预测

综合以上分析，最终确定客货车交通量对经济指标的弹性系数。据此得出各城市客货车交通量的增长率，见表5-5。

表5-5各城市客货车弹性系数及增长率

2007—2011年各市客货车弹性系数及增长率				
地区	客车弹性系数	客车增长率(%)	货车弹性系数	货车增长率(%)
城市1	1.02	9.80	0.65	5.10
城市2	1.13	11.20	0.58	3.20
城市5	1.11	10.30	0.70	3.90
城市7	1.21	7.90	0.61	4.70
城市8	0.96	8.60	0.48	5.60
城市9	1.17	8.30	0.52	3.80
城市10	1.14	9.40	0.61	4.90
城市11	1.02	9.20	0.75	3.90

根据基年OD数据及各分区客货车交通量增长率，预测出未来各城市客货车的发生量和集中量。

发生、集中交通量： $P_i = P_0 (1 + R_p)^t$

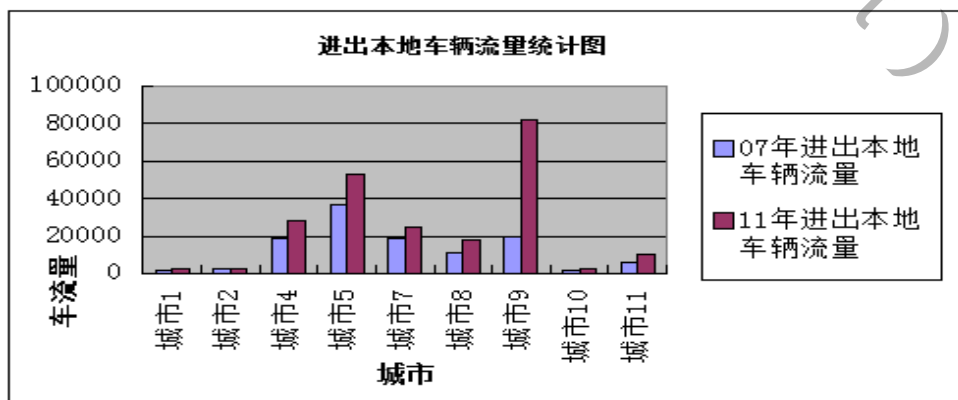


图5-4 进出本地车辆流量统计

#1090

从2007年和2011年的车辆流量统计图(图5-4)中可以看出,车辆出行较大的地区除了城市9之外,还有城市4、城市5、城市7等地区的交通发生量也相当可观。所以,在投资资金时可以对城市9相对投资少一点,转而对城市4、5、7三个地区相对多一点,同时,带动车流量较少的城市,例如城市1,此地区的客车、货车的相对较多,所以,城市1也是一个相对不错的选择。

5.2 客货运输预测(问题三)

由问题一可知公路运输体现在交通建设以及客货运输两个方面,交通建设已经在上文进行研究探讨,现在通过对客货运输的预测分析来研究该省对资金的分配。

城市道路客货运输量的预测是公路运输和管理的基础,在交通规划、交通控制、交通管理中有着重要的作用,因而公路运输量预测引起了广泛的关注,运输需求预测在公路运输发展规划的制定中具有重要意义。

该省公路货物运输量基本数据如表5-6所示,某省公路货物运输量发展趋势如图5-5所示。

表 5-6 某省各城市货物运输量数据表

各城市2007年——2011年 货运量(万吨)								
年份	城市1	城市2	城市5	城市7	城市8	城市9	城市10	城市11
2007	2421	583634	996853	20150	122453	340434	37821	125285
2008	2979	572481	1217935	21195	124698	351227	134967	131525
2009	3442	1138367	1458832	24698	158339	363083	443201	166300
2010	4115	1337986	1785007	27527	181544	387593	716358	170058
2011	4582	1356457	2618426	83569	183536	402766	615941	172232

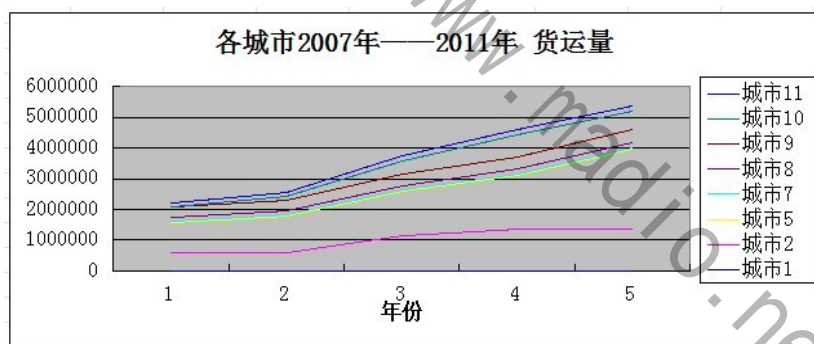


图 5-5 07-11 年某省各城市货物量走势图

5.2.1 灰色预测模型(GM(1,1))

5.2.1.1 客货运量预测

原始数列 $x_i^{(0)}(k)$

$$x_1^{(0)} = (x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), \dots, x_1^{(0)}(11)) = (4582, 1356457, 2618426, 33569, 183536, 402766, 615941, 172232)$$

一次累加生成(1-AGO)数列为:

#1090

$$x_1^{(0)} = (x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), \dots, x_1^{(0)}(11)) = (4582, 1361039, 3979465, 4013034, 4196570, 4599336, 5215277, 5387509)$$

$$\text{建立分方程: } \frac{dx_1^{(1)}}{dt} + ax_1^{(1)} = b$$

经计算得：a=-0.077638， b=35330.126478

其解即时间响应函数（即预测模型）为：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = 50017.088e^{0.077638k} - 455065.022$$

发展系数 $|a| = 0.0776385 < 0.3$ ，因此用此模型作短、中期预测都是合适的，该模型的精度可以满足预测要求。

通过 matlab 软件计算得到结果是：2011 年以后几年城市 4、5、7 公路客货运量较多，比例分别为 22.72%；20.05%；21.31%。

5.2.1.2 客货物周转量预测

通过附件 3 可得 07-11 年客货运量的数据，见表 5-7、图 5-6。

表 5-7 各城市 07-11 年货运周转量

各城市2007年——2011年 货运周转量（亿吨公里）								
年份	城市1	城市2	城市5	城市7	城市8	城市9	城市10	城市11
2007	0.16	43.2	39.7	98.4	11.1	20.7	1	7.5
2008	0.22	57.3	54.3	163.8	12.3	23.5	4.8	8.6
2009	0.27	120.9	74.9	263.5	17	25.9	15.8	10.3
2010	0.34	198	102.5	447.5	21.8	29.7	35.7	10.9
2011	0.39	203.2	159.6	829.8	23.5	32.2	33.9	11.1

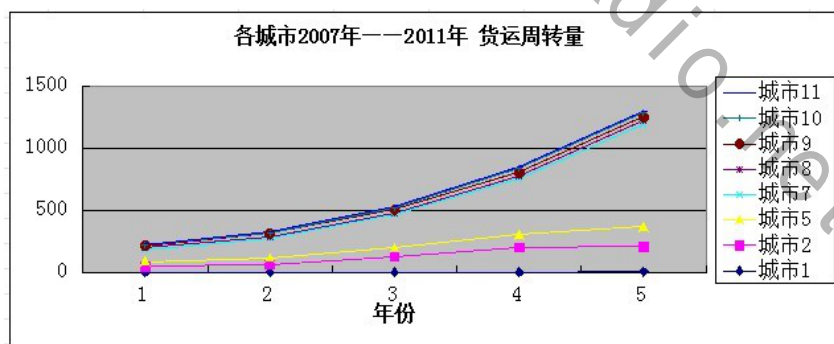


图 5-6 各城市 07-11 年货运周转量走势图

货物周转量预测的计算过程同上从略，计算得预测模型为：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = 5456.891e^{0.043047k} - 5211.731$$

因发展系数 $|a| = 0.043047 < 0.3$ ，因此用此模型作短、中期预测都是合适的，该模型

#1090

的精度可以满足预测要求，同时通过周转量的计算得出城市 4、5、7 具有较大的发展空间，对这三个城市应加大投资。

5.2.2 指数平滑预测模型

指数平滑预测的数学模型如下：

$$Y_{t+T} = a_t + b_t T + c_t T^2 \quad [1]$$

式中：

$$a_t = 3S_t^{(1)} - 3S_t^{(2)} + S_t^{(3)},$$

$$b_t = \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2} [6-5\alpha)S_t^{(1)} - 2(5-4\alpha)S_t^{(2)} + (4-3\alpha)S_t^{(3)}],$$

$$c_t = \frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)^2} [S_t^{(1)} - 2S_t^{(2)} + S_t^{(3)}],$$

设 Y_t 为实际值， y_0 为初始值，本文由公式 $y_0 = y_1 + y_2 + y_3$ 确定其值。 $S_t^{(1)}$ 、 $S_t^{(2)}$ 、 $S_t^{(3)}$ 分别为第一、二、三次平滑值，公式如下：

$$S_t^{(1)} = \alpha y_t + (1-\alpha)S_{t-1}^{(1)},$$

$$S_t^{(2)} = \alpha S_t^{(1)} + (1-\alpha)S_{t-1}^{(2)},$$

$$S_t^{(3)} = \alpha S_t^{(2)} + (1-\alpha)S_{t-1}^{(3)}$$

α 为权系数，通常取 0.1~0.3，本文取 0.3。

5.2.2.1 客货运量预测

以往年的公路客货运统计量为预测基础数据，采用三次指数平滑来预测该省各城市公路客货晕数量。用 excel 计算的结果见表 5-8。

表 5-8 该省公路客货运量指数平滑预测值
某省道路货运量指数平滑预测值

年份	实际值	预测值		
		一次	二次	三次
2007	4786058	4794213.01	4801251.4	4849721.7
2008	6313269	6345824.5	6379763.31	6478291.3
2009	8366450	8402351.2	8462354.6	8498234.42
2010	9997697	10002131	10636542.9	10978543.3
2011	5387509	5423412.1	5469827.4	5497634.9

根据上述公式可得系数 a_t 、 b_t 、 c_t 为：81606.93, 741.5440382, -19.5926，代入公式得预测模型为：

$$Y_{t+T} = 81606.93 + 741.5440382T - 19.592687333.34T^2$$

其中 T 为时间序列：1,2,3..., 分别代表 2007 年，2008 年，...。代入上述公式得 $T=5$ ，得 2011 年该省公路客货运量预测值为 88321.76 万吨。

5.2.2.2 客货物周转量预测

方法同上，用 excel 计算的结果见表 5-9。

#1090

表 5-9 某省货物周转量指数平滑预测值

某省道路货物周转量指数平滑预测值				
年份	实际值	预测值		
		一次	二次	三次
2007	221.76	223.34	224.1	223.98
2008	324.82	323.82	324.9	325.12
2009	528.57	530.6	531.2	531.9
2010	846.44	843.78	845.76	846.13
2011	1293.69	1294.23	1301.2	1303.27

根据上述公式得系数 a_t 、 b_t 、 c_t 分别为：373.391, 4.676244, 0.016671 代入公式得预测模型为：

$$Y_{t+T} = 373.91 + 4.676244T + 0.016671T^2$$

其中 T 为时间序列：1, 2, 3, ..., 分别代表 2007 年，2008 年...。在公式中代入 $T=5$ ，得 2011 年该省公路货物周转量预测值为 447.29 亿吨公里。

5.2.3 最终预测值的确定

为了充分利用单一模型所反映的有效信息，克服单一模型的缺陷，减少预测的随机性，提高预测精度。考虑建立组合预测模型，采用标准差法确定组合权重。

设 GM(1,1) 模型和指数平滑预测模型的预测误差的标准差分别为 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 且

$$\sigma = \sum_{i=1}^m \sigma_i (i=1, 2, 3), w_i = \frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma} \cdot \frac{1}{m-1}, i=1, 2, 3, [2]$$

m 为模型个数。计算各单项模型的权重，如表 5-10 和表 5-11。

表 5-10 各预测模型货运量预测误差及组合权重计算表

各预测模型货运量预测误差及组合权重计算表							
年份	货运量 (万吨)	GM (1, 1) 模 型 (万吨)	一元线性回 归模型 (万 吨)	指数平滑预测 模型 (万吨)	预测误差 (e)		
					GM (1, 1) 模 型 (万吨)	一元线性回归 模型 (万吨)	指数平滑预 测模型 (万 吨)
2008	6313269	6013245.215	6123542.47	6300721.43	-300023.785	189726.53	-12547.57
2009	8366450	8631269.317	8452681.32	8214765.92	264819.317	-86231.32	-151684.08
2010	9997697	9832158.537	9639896.76	10007648.15	-165538.463	357800.24	9951.15
2011	5387509	5426892.379	5240923.17	5409251.31	39383.379	146585.83	21742.31
标准差	$\sigma = \sum_{i=1}^m \sigma_i (i=1, 2, 3)$				245138.462	2643769.241	1763285.56
权重	$w_i = \frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma} \cdot \frac{1}{m-1}, i=1, 2, 3$				0.23	0.34	0.47

#1090

表 5-11 各项预测模型货物周转量预测误差及组合权重计算表
各预测模型货物周转量预测误差及组合权重计算表

年份	货物周转量 (亿吨公里)	GM(1,1)模型 (亿吨公里)	一元线性回归模型 (亿吨公里)	指数平滑预测模型 (亿吨公里)	预测误差(e)		
					GM(1,1)模型 (亿吨公里)	一元线性回归模型 (亿吨公里)	指数平滑预测模型 (亿吨公里)
2008	324.82	316.1762	318.9112	325.4723	-8.6438	5.9088	0.6523
2009	528.57	529.9834	530.6649	531.0834	1.4134	-2.0949	2.5134
2010	846.44	823.6249	847.9536	834.6841	-22.8151	-1.5136	-11.7559
2011	1293.69	1309.0075	1274.5632	1314.8642	15.3175	19.1268	21.1742
标准差	$\sigma = \sum_{i=1}^m \sigma_i (i = 1, 2, 3)$				14.4612	10.2013	9.9623
权重	$\omega_i = \frac{\sigma - \sigma_i}{\sigma} \cdot \frac{1}{m-1}, i = 1, 2, 3$				0.23	0.35	0.42

各单项模型的权重为 $w_i = (0.23, 0.34, 0.47)$ ，根据这个组合权重，建立货运量组合预测模型如下： $y_i = 0.23y_1 + 0.34y_2 + 0.47y_3$ ，式中， y 为货运量组合预测值； y_1 为 GM(1,1) 预测值； y_2 为一元线性回归预测值； y_3 为指数平滑预测值。

同理可得出货运量组合预测模型如下：

$$z_i = 0.23z_1 + 0.35z_2 + 0.42z_3,$$

式中， z 为货物周转量组合预测值； z_1 为 GM(1,1) 预测值； z_2 为一元线性回归预测值； z_3 为指数平滑预测值。

5.2.4 预测结果分析

上述模型对该省不同城市的客货运量从不同的角度进行了模拟、预测及组合。预测结果表明：

① 随着经济的增长，该省各个城市的客运量与货运量不断增长。

② 任何一种数量模型的预测结果都不可能是完全精确的，这主要是因为任何一种模型都是直接或间接的依据历史数据来建模，而一个复杂的经济系统，随着时间的推移，与历史数据相联系的内部及外部环境条件会产生各种变化，从长期来看，甚至有可能产生突发性的变化，这种变化通过模型本身却无法体现出来，需要结合各种假定条件进行定性分析。本文预测结果因样本容量的局限性，使得结果预测精度稍差，因预测数学模型精度均经过检验，所以结果比较准确。

③ 通过各种模型的分析结果得出，城市 4、5、7 所含潜力较大，该省应对这三省投资偏大一些。未来五年公路运输投资资金在各市的分配比例分别为城市 1~城市 11：

6.11%；3.68%；2.22%；22.72%；20.05%；1.43%；21.31%；5.32%；10.34%；3.53%；4.29%。

5.3 灰色关联度模型的修正（问题四）

附件3给出等级公路长度、平均人口等信息，可使问题一中公路运输业对于GDP的影响更加突出。其货运周转量以及客运周转量都会变得具体，从而其弹性系数亦会变的更加准确。

#1090

5.3.1 修正信息

由于附件三中给出平均人口、农牧民人均纯收入、城镇居民可支配收入、等级公路长度等数据信息，此信息可对问题一中公路运输对GDP发展的影响的解答具有更好的说服力。衡量一个城市现代化水平应包括三个最基本的标志：城市化水平、社会公平程度、文明进步和生活质量的提高。而其中最重要的标志是实现城市化，这是实现经济现代化的关键。而在问题一中由于附件没有给出较详细的数据，无法得出城市化水平对经济发展的影响。在附件三中得到数据，所以在此得以修正(见表5-12)。对问题一中客货运输的周转量以及弹性系数等信息作出修正，详细过程见5.3.2。

表5-12 该省各城市城市化水平预测

地区	2007年城市化水平 (%)	2009年城市化水平 (%)	2011年城市化水平 (%)
城市1	45.3	49.6	52
城市2	38.5	41.9	44.8
城市3	34.2	36.7	37.2
城市4	58.2	63.1	69
城市5	53.7	58.3	61
城市6	31.8	33.6	35.7
城市7	56	62	65
城市8	42.7	46.1	49
城市9	48.4	54.1	58.2
城市10	36.6	39.7	42.1
城市11	40.9	43.5	47.8

5.3.2 修正理由

国民经济指标主要有国民生产总值 (GNP)、国内生产总值 (GDP)、社会总产值、工农业总产值、居民总消费水平等，公路交通运输业的指标主要有客运量、客运周转量、货运量、货运周转量等。据现有资料，对该省公路交通运输业与国民经济之间存在的推拉关系进行研究时，主要采用国内生产总值 y_1 (亿元)、居民总消费水平 y_2 (元人)、客运量 x_1 (万人)、货运量 x_2 (万吨)、客运周转量 x (亿人公里)、货运周转量 x (亿吨公里)等重要指标进行定量分析和数量经济研究。

5.3.2.1 相关矩阵

设 x_1, x_2, \dots, x_n 为系统的相关因素，对这些相关因素若有 n 次观测得到的样本数据为 $x_i(k) (k=1, 2, \dots, n)$ ，则系统相关因素的相关矩阵为：

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{m1} & \cdots & \cdots & r_{mm} \end{bmatrix}$$

$$\text{其中: } r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_i(k) - \bar{x}_i)(x_j(k) - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_i(k) - \bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^n (x_j(k) - \bar{x}_j)^2}}, \bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_i(k) \quad [3]$$

#1090

把 r_{ij} 成为 x_i 与 x_j 的相关系数，它表示 x_i 与 x_j 的相关程度，当 r_{ij} 越接近1，说明 x_i 与 x_j 的相关性越强。

现利用附件3中数据分别得到国内生产总值 y_1 、居民总消费水平 y_2 与客运量 k_1 、货运量 x_2 、客运周转量 x_3 、货运周转量 x_4 、的相关矩阵 R_1 和 R_2 如下：

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.937 & 0.9548 & 0.9812 & 0.9554 \\ & 1 & 0.9945 & 0.9571 & 0.9712 \\ & & 1 & 0.9615 & 0.9818 \\ & & & 1 & 0.9539 \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9552 & 0.9708 & 0.9812 & 0.9554 \\ & 1 & 0.9945 & 0.9571 & 0.9712 \\ & & 1 & 0.9615 & 0.9818 \\ & & & 1 & 0.9539 \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

5.3.2.2 多维灰色动态模型

多维灰色动态分析^[4]是以多维灰色模型GM(1, N)为基础，研究系统内部因素之间的动态变化关系，对系统的内部运行结构进行协调分析。设系统特征因素数据序列为 $\{x_i^{(0)}(k)\}$ ，相关因素数据序列为 $\{x_i^{(0)}(k)\}$ ($i=1,2, \dots, N$)。对应的一阶累加生产序列 $\{x_i^{(0)}(k)\}$ ($i=1,2, \dots, N$)的GM(1,N)灰微分方程为：

$$x_i^{(0)}(k) + az_i^{(1)}(k) = b_2 x_2^{(1)} + b_3 x_3^{(1)} + \dots + b_N x_N^{(1)};$$

$$\text{其中 } z_i^{(1)}(k) = \frac{1}{2} [x_i^{(1)}(k) + x_i^{(1)}(k-1)]$$

对微分方程而言，其相应的白化方程为：

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} + ax_1^{(1)} = b_2 x_2^{(1)} + b_3 x_3^{(1)} + \dots + b_N x_N^{(1)} \quad (5.1)$$

$$\text{白化方程 (5.1) 的解为: } x_1^{(1)}(t) = e^{-at} \left[x_1^{(1)}(0) - t \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(0) + \sum_{i=2}^N \int_0^t b_i x_i^{(1)}(t) e^{at} dt \right],$$

因此GM(1, N)灰微分方程的近似时间响应式为：

$$\bar{x}_1^{(1)}(k+1) = \left[x_1^{(1)}(0) - \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k+1) \right] e^{-ak} + \frac{1}{a} \sum_{i=2}^N b_i x_i^{(1)}(k+1) \quad (5.2)$$

$$\text{其中 } x_i^{(1)}(0) = x_i^{(0)}(1), a = (q, b_2, b_3 \dots b_N)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

#1090

$$B = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)}(2) & x_2^{(1)}(2) & \cdots & x_N^{(1)}(2) \\ -z_1^{(1)}(3) & x_2^{(1)}(3) & \cdots & x_N^{(1)}(3) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -z_1^{(1)}(n) & x_2^{(1)}(n) & \cdots & x_N^{(1)}(n) \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ x_1^{(0)}(3) \\ \cdots \\ x_1^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

对(式5.2)有还原式:

$$\bar{x}_1^{(0)}(k+1) = x_1^{(1)}(k+1) - x_1^{(1)}(k)$$

本文运用灰色系统建模理论和数量经济方法来研究公路交通运输与经济发展之间的协调关系时, 主要对模型中的系统发展系数-a和系统驱动系数即协调发展系数 b_i 以及 $\{x_i^{(1)}(k)\}$ 的大小进行定量分析。若 $a < 0$, 则系统自身有一定发展能力, 若 $a > 0$, 则系统无自我发展能力。利用该省2007~2011年的平均居民人数、居民消费水平与客运量、货运量、客运周转量、货运周转量的统计数据得到如下GM(1,5)模型:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1^{(1)}}{dt} - 0.06497y_1^{(1)} &= -0.02095x_1^{(1)} - 0.00058x_2^{(1)} + 0.92428x_3^{(1)} + 0.00049x_4^{(1)} \\ \frac{dy_2^{(1)}}{dt} + 0.03551y_2^{(1)} &= 0.01787x_1^{(1)} - 0.001825x_2^{(1)} + 0.05994x_3^{(1)} + 0.001206x_4^{(1)} \end{aligned}$$

5.3.2.3 灰色关联度模型

灰色关联度^[5]是分析多种因素对系统的相互制约、相互作用关系的一个有效方法。关联度分析的基本思想是根据系统中各因素特征序列的曲线几何形状的相似程度来判断系统内各个因素的联系是否相关和密切。它表示了系统内部发展过程中因素之间的相对变化大小, 以及变化速度等特征。灰色综合关联度模型为:

$$w(y_i, x_i) = \alpha\gamma(y_i, x_i) + \beta\varepsilon(y_i, x_i) + (1 - \alpha - \beta)\lambda(y_i, x_i)$$

其中 α 、 β 为待定参数, $\gamma(y_i, x_i)$ 、 $\varepsilon(y_i, x_i)$ 、 $\lambda(y_i, x_i)$ 分别为灰色关联度、灰色绝对关联度和灰色相关度, 记 $\gamma_i = w(y_i, x_i)$ 。通过分析计算可得客货运输对GDP直接贡献影响率约为20.37%, 相关行业的直接消费对GDP影响率约是79.64%。

6 模型的误差分析

由于附件3表中各城市下的县城数据过多, 且其中有不完整信息的数据, 在统计时只能抽取部分完整的数据, 并未考虑其剔除数据对该模型产生的影响, 对数据的统计存在一定的误差。

在投入产出模型中, 由于计算货运及客运周转量需要其行车距离, 所以在误差范围允许的范围内, 对其采用假设距离等同的方法, 对其周转量会产生一定的误差。

所有的车辆在购买完成之后会不会马上投入使用时, 我们假设其默认的都为马上使用, 这样会对造成误差。

在投入产出模型^[6]中, 因为前向波及效果以及消费波及效果影响过小, 在统计计算

#1090

时，忽略其的存在，以此计算得出的贡献值以及贡献率产生了一定的误差。

7 模型的评价

1. 本文为了能最准确的得到问题的最优解，采用了不同的方法建立了多个模型，从多个角度得出该省在各城市的投资资金的比例。
2. 本文巧妙的运用了样本分析，来估计客货运周转量对各城市发展的影响。
3. 运用了灵敏度分析使模型更准确。
4. 本文运用 MathType 数学工具，用数学软件 MATLAB 和 SPSS 编程和处理数据的方法，严格地对模型进行求解，具有一定的科学性和准确性。
5. 利用 Excel 等软件处理数据并作出各种图表，简便，直观，快捷。
6. 对于一些结果的分析忽略了一些次要的影响因素，会对结果产生一些误差。
7. 模型中为使计算简便，对一些数据进行了不同精度系数的精确。
- 8.

八、模型的推广

1. 问题三所使用模型还是和研究别省客货运输的分布，通过模型预测，得出对各个城市的资金分配比例。
2. 问题三所使用的模型，适合研究各省每一年各个行业在该省经济发展的影响。
3. 统计学通过一定的数学模型，利用收集来的数据进行定性或者定量的分析，提出观点，在社会统计分析应用中应用广泛。

#1090

参考文献

- [1] 叶志斌，浙江省道路货运发展规划研究;<http://www.doc88.com/p-702555962440.html>
- [2] 叶志斌，浙江省道路货运发展规划研究;<http://www.doc88.com/p-702555962440.html>
- [3] 陈蕾，道路运输与国内经济发展的互动关系研究;<http://www.docin.com/p-176823732.html>
- [4] 陈蕾，道路运输与国内经济发展的互动关系研究;<http://www.docin.com/p-176823732.html>
- [5] 荣朝和，论运输化，北京：中国社会科学出版社，1993年8月；
- [6] 熊永钧.运输与经济发展[M].中国铁道出版社，1998 第54页；

#1090

附录

1.拟合代码

```

>> x=1:3
>> y=1:4
>> z=[0.28136
0.28122
0.08107
0.58346;
0.02975
1.12949
1.14160
3.18037;
-1.05014
1.84444
-2.96134
-2.91428 ]'
      z =0.2814      0.2812      0.0811      0.5835      0.0297      1.1295      1.1416
3.1804      -1.0501      1.8444      -2.9613      -2.9143
>> surf(x,y,z)
>> z=[0.28136 0.46870 0.03378 0.82657;
0.00248 0.04706 0.28546 77.12407 -0.43756;
41.34624 -66.38334 -65.32840]
>> z=[0.28136 0.46870 0.03378 0.82657;
0.00248 0.04706 0.28546 77.12407 ;-0.43756
41.34624 -66.38334 -65.32840]
>> z1=[0.28 0.28 0.08 0.58;]
z1 =  0.2800      0.2800      0.0800      0.5800
>> z11=[0.28 0.28 0.08 0.58;0.03 1.13 1.14 3.18 ;1.05 1.84 -2.96 -2.91]
>> [x,y]=meshgrid(x,y)
x =  1      2      3
      1      2      3
      1      2      3
      1      2      3

```

#1090

```

y = 1      1      1
     2      2      2
     3      3      3
     4      4      4

```

```
>> z11=[0.28 0.28 0.08 0.58;0.03 1.13 1.14 3.18 ;1.05 1.84 -2.96 -2.91]'
```

```

z11 =0.2800    0.0300    1.0500
      0.2800    1.1300    1.8400
      0.0800    1.1400   -2.9600
      0.5800    3.1800   -2.9100

```

```
>> surf(x,y,z11)
```

```
>>xi=linspace(1,3,0.25);yi=linspace(1,4,0.27);[xi,yi]=meshgrid(xi,yi);zi=interp2(x,y,z11,
xi,yi,'linear');surf(xi,yi,zi)
```

```
>>xi=linspace(1,3,0.05);yi=linspace(1,4,0.05);[xi,yi]=meshgrid(xi,yi);zi=interp2(x,y,z11,
xi,yi,'linear');surf(xi,yi,zi)
```

```
>>xi=linspace(1,3,31);yi=linspace(1,4,41);[xi,yi]=meshgrid(xi,yi);zi=interp2(x,y,z11,xi,
yi,'linear');surf(xi,yi,zi)
```

```
>>xi=linspace(1,3,0.25);yi=linspace(1,4,0.27);[xi,yi]=meshgrid(xi,yi);zi=interp2(x,y,z11,
xi,yi,'cubic');surf(xi,yi,zi)
```

```
>>xi=linspace(1,3,31);yi=linspace(1,4,41);[xi,yi]=meshgrid(xi,yi);zi=interp2(x,y,z11,xi,
yi,'cubic');surf(xi,yi,zi)
```

```

x=[2007,2008,2009,2010,2011,2012,2013,2014,2015,2016];
y1=[34778.53 36689.12 38111.38 42186.08 46803.73 50402 54887 59772 65091 70883];
y2=[126002.6 132301.9 167133.6 170900.3 172943.2 193260 208310 224530 242020
260870];
y3=[42.77 43.73 44.83 44.93 1691.53 2989 3480 4053 4719 5495];
plot(x,y1,x,y2,x,y3)
clear
syms a b;
c=[a b]';
A=[124039.3 126316.9 159215.9 182506 184021.2];
B=cumsum(A); %原始数据累加
n=length(A);
for i=1:(n-1)
C(i)=(B(i)+B(i+1))/2;
end
D=A;D(1)=[];
D=D';
E=[-C;ones(1,n-1)];
c=inv(E'*E)*E*D;
c=c';
a=c(1);b=c(2);
F=[];F(1)=A(1);

```


#1090

```
for i=2:(n+5)
F(i)=(A(1)-b/a)/exp(a*(i-1))+b/a;
G=[];G(1)=A(1);
for i=2:(n+5)
G(i)=F(i)-F(i-1);
t1=2007:2016
t2clear

syms a b;
c=[a b]
clear
syms a b;
c=[a b]
c=[a b]';
clear
syms a b;
c=[a b]';
A=[250165,262254.171875,179624,190025];
B=cumsum(A);
B=cumsum(A);
n=length(A);
for i=1:(n-1)
C(i)=(B(i)+B(i+1))/2;
end
D=A;D(1)=[];
D=D';
E=[-C;ones(1,n-1)];
c=inv(E*E')*E*D;
c=c';
a=c(1);b=c(2);
F=[];F(1)=A(1);
=2007:2016
```