

目 录

一、问题重述	3
二、问题分析	3
三、模型假设与符号说明	3
3.1 模型假设	3
3.2 符号说明	3
四、非合作网络中 NASH 平衡点与 PARETO 边界	4
4.1 BRAESS 悖论的出现本质	4
4.2 BRAESS 悖论的出现	4
4.3 出行时间与流量关系	4
4.4 北京二环区交通路网中单月的 BRAESS 悖论	6
4.5 2000~2009 年北京二环区交通路网中的 BRAESS 悖论	7
五、NASH 均衡原理与小波神经网络预测模型	10
5.1 NASH 均衡原理	10
5.2 构建小波神经网络对路段 NASH 平衡比率进行预测	11
5.2.1 模型的构建	11
5.2.2 小波函数的确定	11
5.2.3 对隐层小波元的确定	12
5.2.4 模型的求解	12
5.3 结论一：近十年北京二环路段 BRAESS 悖论情况	16
5.4 结论二：NASH 平衡比率与路段延迟系数的模拟结果	16
六、基于 GPS 动态导航的车辆运行模型	19
6.1 GPS 交通系统的动态随机特性	19
6.2 车辆导航用户	19
6.3 动态随机特性的数学描述	20
6.4 动态随机状态下的路径寻优	21
6.5 时耗期望值最小的路径求解算法	21
七、基于 ATM 路由选择对 GPS 动态导航对路段影响的预测	22
7.1 ATM 路由选择	22
7.2 用人工神经网络方法求解 ATM 路由选择问题	24
7.3 HOPFIELD 网络的双重选路法	24
7.4 算法模拟预测结果：	25
八、基于灰色 GOMPERTZ 模型对算法误差的分析	28
九、基于遗传算法对模型的优化检验	29
9.1 遗传算法流程图	30
9.2 遗传算法的实现	30
9.2.1 目标函数	30
9.2.2 选择与交叉	30
9.2.3 变异	31
9.2.4 最优保存策略：	31

9.3 优化结果及遗传状态的分析	31
9.4 结论:	33
十、基于瓶颈路由博弈的网络路径选择性模型	33
10.1 引言	33
10.2 关闭路段以减缓拥堵的可行性分析	34
10.2.1 可行性分析理论	34
10.2.2 可行性研究结论	35
10.3 网络路径选择性关闭方案研究	36
10.3.1 简介	36
10.3.2 网络路径选择性关闭方案	37
参考文献	43

基于 NASH 均衡原理、小波神经网络模型及 ATM 动态导航路由选择对北京二环内 BRAESS 悖论情况的研究

一、问题重述

BRAESS 悖论分析

1968 年意大利数学家 DIETRICH BRAESS 发现交通网络中的 BRAESS 悖论现象。在此之前，人们一直认为任意交通设施的改善能提高交通系统通行能力。然而 BRAESS 指出：不考虑网络出行需求和路径选择原则，单方面地增加路网中的路段可能会使路网的通行状况变差。BRAESS 就满足 WARDROP 第一出行原则的用户平衡分配问题给出了一个实例，即在一个交通网络上增加一条路段，使网络上的出行时间增加，而且是所有出行者的出行时间都增加。这一附加路段不但没有减少交通延误，反而降低了整个交通网络的服务水平，这种与人们预期相悖的交通网络现象就是人们所说的“BRAESS 悖论”。

二、问题分析

首先分析单一路段在单一时间范围内的 BRAESS 悖论情况，然后以北京二环以内的综合路段为考虑对象，时间范围 2000~2009 年，并主要提取出 2002 年（6 月天坛路拓宽），2003 年（6 月普方路拓宽），2004 年（7 月永定门桥延修），2008 年（9 月天坛路改道）的 NASH 平衡比率，并通过 MATLAB 工具 CHIP（）提取出月波动率超过 30% 的比率数进行标定，同时，我们将近十年的北京二环以内主要路段的 BRAESS 悖论情况进行分析，并讨论 GPS 动态导航对路段 BRAESS 悖论现象的影响。

三、模型假设与符号说明

3.1 模型假设

- (1) 天气因素对 BRAESS 悖论的影响忽略不计
- (2) 《北京交通发展年报》及《全市综合交通调查》提供了精确无误的数据
- (3) 北京市区内地铁路线改造的影响忽略不计。

3.2 符号说明

变量和缩略语	定义
t_{ij}	路段 ij 上的出行时间
α_{ij}	自由流情况下的出行时间
β_{ij}	路段 ij 上的延迟参数
f_{ij}	路段 ij 上的车流量
op	瓶颈路段
qr	瓶颈路段
$f(t)$	时间序列
$g(t)$	路段 NASH 平衡比率预测值序列

W_k	权系数
a_k	小波基伸缩因子
b_k	小波基平移因子
V_0	最优染色体
M	群体中个体总数
N	小波基个数

四、非合作网络中 NASH 平衡点与 PARETO 边界

4.1 BRAESS 悖论的出现本质

1968 年 DIETRICH BRAESS 在他的一篇论文中提出在平衡交通流网络中存在一种看似矛盾的现象,即某种情况下,在交通网络中增加一条通路反而会增加网络中所有用户的出行时间。这一违背常理的现象被称为 BRAESS 悖论。ARNOTT 和 SMALL[1](1994), BASS[2](1992), CALVERT 和 KEADY (1993), YANG 和 BELL[3](1998), DAGANZO[4](1998) 等许多人在交通以及更广泛的领域内对该现象进行了研究与讨论。BRAESS 悖论的出现本质上是由于非合作网络中的 NASH 平衡点不在 PARETO 边界上,这种情况下,存在一种非平衡的流量分布,使网络相对于平衡流量分布时某些用户的出行时间缩短,同时其他用户的出行时间也不会增加。

随着近年来城市路网中交通拥挤现象在时间和空间范围上的不断扩大,以及智能交通系统(ITS)研究的发展,人们在新路网的规划设计和路网的管理控制中更加深刻的意识到路网的复杂性、交通状况的拥挤性、路径选择的随机性和交通需求的动态性对于交通规划、分配、诱导和控制具有重要影响。因此,研究 BRAESS 悖论的机理并避免该现象发生对于交通规划中的路网设计和已有路网上交通流分配策略的制定都大有裨益。

首先从单起点单终点的简单路网入手,分析 BRAESS 悖论的成因。

4.2 BRAESS 悖论的出现

交通网络中各路段的容量直接影响到交通流在网络上的分布格局。而 BRAESS 悖论是由于司机从个人利益出发,选择出行成本最小的路径,致使系统达到均衡状态时的总出行成本增加。

1952 年 WARDROP 通过对交通现象的分析提出了关于交通网络流量分布的用户均衡原理[5]:在所有实际使用的路径上,出行成本相等,且小于任何未使用路径上的出行成本。DAFERMOS 和 SPARROW[5] 首先提出了用户均衡原理与 NASH 均衡原理之间存在关联。在假设交通流量是离散的条件,ROSENTHAL[6] 证明了两两者之间的等价关系。DEVARAJAN[5] 又证明了在连续交通流量的情形下,满足 WARDROP 用户均衡原理的配流,等价于一个非合作博弈中 NASH 均衡解。另一方面,所有合作博弈的解都具有这样的性质:在均衡点处任何用户收益的增加都必将导致其他用户收益的降低,网络所能调整的全部合作对策解的集合构成了 PARETO 边界。从博弈论角度来看, BRAESS 悖论实质上是非合作网络中 NASH 平衡点不满足 PARETO 最优性时出现的诡异现象。

4.3 出行时间与流量关系

如图 1 所示的路网

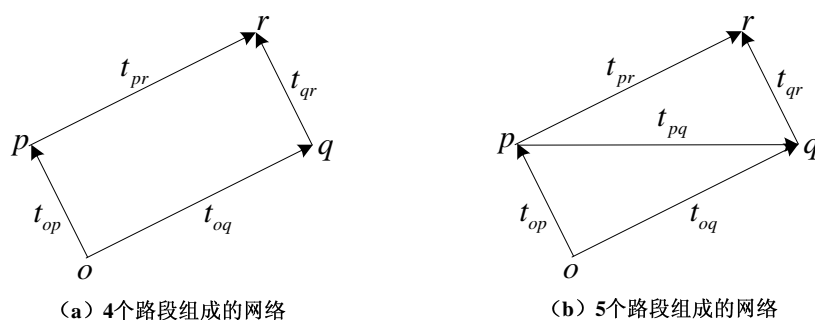


图 1 路网结构图

路段出行时间为 $t_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij} f_{ij}$ ，其中， t_{ij} 为用户在路段 ij 上的出行时间； α_{ij} 为自由流情况下，路段 ij 上的出行时间； β_{ij} 为路段 ij 的延迟参数，即路段 ij 上，每增加单位流量时，所增加的出行时间； f_{ij} 为路段 ij 上的车流量。

假定该问题满足对称条件

$$\alpha_{op} = \alpha_{qr}, \alpha_{oq} = \alpha_{pr}, \beta_{op} = \beta_{qr}, \beta_{oq} = \beta_{pr}$$

进一步假定路网中的瓶颈路段 op 和 qr 很短，因此自由流情况下的出行时间近似为 0，即

$$\alpha_{op} = \alpha_{qr} = 0$$

假定新增路段 pq 的延迟参数与路段 oq 和 pr 相等，即、

$$\beta_{pq} = \beta_{oq} = \beta_{pr}$$

设 $\alpha_{op} = \alpha_{qr} = \alpha_1, \alpha_{pq} = \alpha_2, \beta_{op} = \beta_{qr} = \beta_1, \beta_{pq} = \beta_{oq} = \beta_{pr} = \beta_2$ ，则各段路出行时间可表示成 $t_{op} = \beta_1 f_{op}, t_{qr} = \beta_1 f_{qr}, t_{oq} = \alpha_1 + \beta_2 f_{oq}, t_{pr} = \alpha_1 + \beta_2 f_{pr}, t_{pq} = \alpha_2 + \beta_2 f_{pq}$ 。

路网(A)由 4 个路段构成，从 O 至 R 有两条路线：路线 1 ($o \rightarrow p \rightarrow r$)，路线 2 ($o \rightarrow q \rightarrow r$)，其出行时间为

$$t^1 = \beta_1 f_{op} + \alpha_1 + \beta_2 f_{pr}$$

$$t^2 = \beta_1 f_{qr} + \alpha_1 + \beta_2 f_{oq}$$

令 $f_{op} = f_{pr} = x, f_{oq} = f_{qr} = Q - x, x \in [0, Q]$ ，并取 $\alpha_1 = 15, \alpha_2 = 7.5, \beta_1 = 0.01, \beta_2 = 0$,

$Q = 1000$ ，则 $t^1 = 15 + 0.01x, t^2 = 25 - 0.01x, x \in [0, 1000]$ 。作出 $t^1(x), t^2(x)$ 的函数曲

线分别如图 2 路网 (A) 中实线和星号线所示。图中两条线的交点为用户均衡解, 偏离这一平衡必然导致一个目标函数值减小时另一个目标函数值增加。此时用户均衡解位于 PARETO 边界上, 因此, 尽管用户之间是非合作关系, 其结果仍满足 PARETO 最优性, 不存在可以同时提高双方性能的解。路网(B) 中除了线路 1、2 以外, 增加了路线 3($o \rightarrow p \rightarrow q \rightarrow r$)。设 f^1 为分配到路线 1 上的交通流, 根据路网对称性, 分配到路线 2 上的交通流也是 f^1 , 因此, 分配到路线 3 上的交通流为 $Q - 2f^1$ 。

取与路网(A)相同的参数并另 $x = f^1$, 做出 $t^1(x)$ 和 $t^3(x)$ 的函数曲线如图 2 路网(B)中实线和星号线所示。

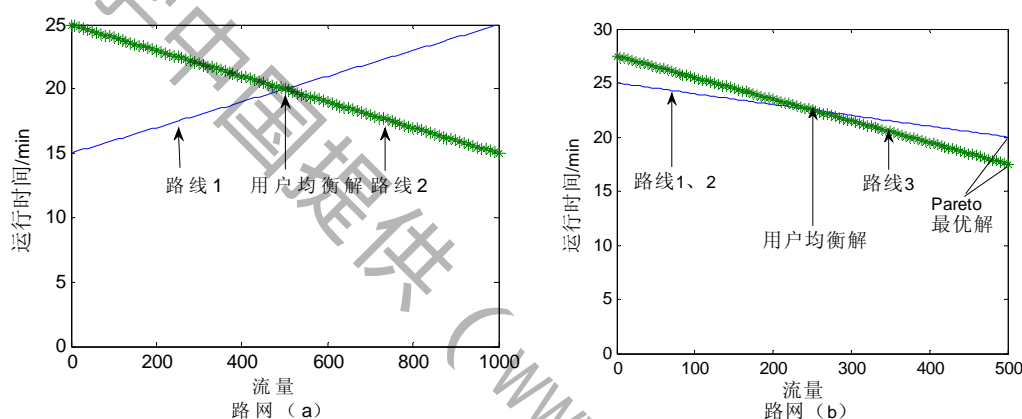


图 2 出行时间与流量关系

此时只有一个 PARETO 最优 $x = 500, t_1 = t_2 = 20$, 路线 3 上没有车流; 而用户均衡解为 $x = 250, t_1 = t_2 = t_3 = 22.5$ 。显然用户均衡解不在 PARETO 边界上, 此时出现 BRAESS 悖论: 在路网(A)中增加一条通路反而增加了所有用户的出行时间。

4.4 北京二环区交通路网中单月的 BRAESS 悖论

实际路网中图 1 所示的结构并不常见, 北京路网中经常见到的结构如图 3 所示。从 O 到 D 有 3 条路线 $O \rightarrow p \rightarrow q \rightarrow D, O \rightarrow r \rightarrow s \rightarrow D, O \rightarrow r \rightarrow q \rightarrow D$ 。设交通需求为 Q , 分配到 3 条路线上的交通流分别为 x_1, x_2 和 $Q - x_1 - x_2$ 。当

$\frac{\beta_3}{\beta_1 + \beta_2} \geq \frac{\beta_4 + \beta_5}{\beta_6}$ 时, 则该问题存在 PARETO 最优解。并且与用户均衡解不一致,

发生 BRAESS 悖论。

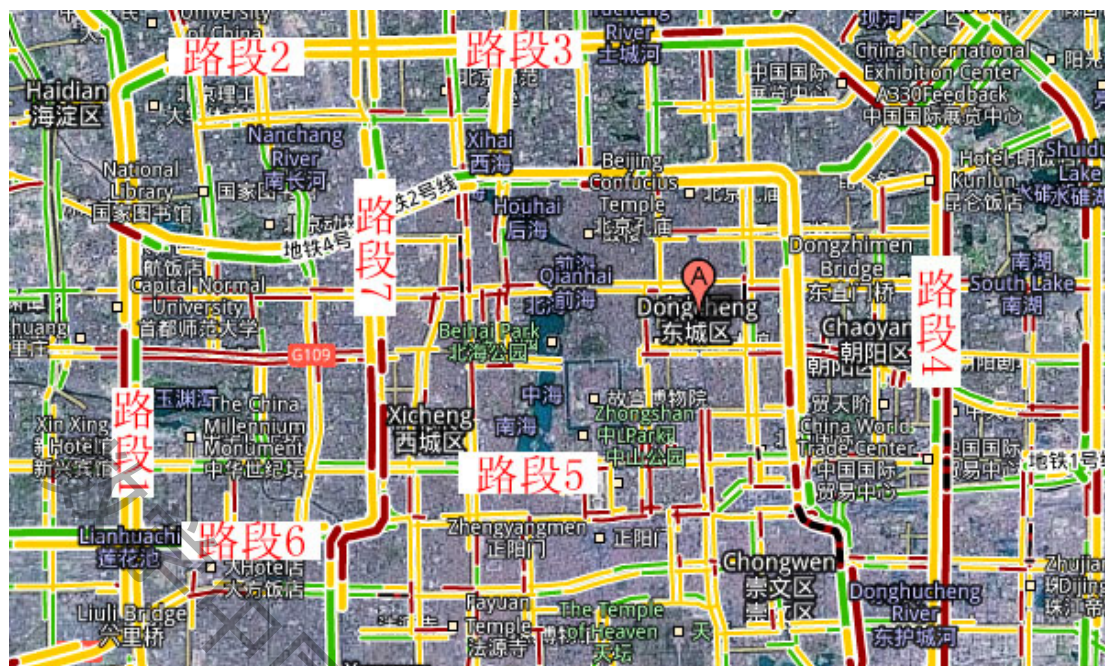


图3 北京二环区交通路段

分析北京某区域路网。首先，根据路段上一个月的车速($SPEED$) 和流量($FLOW$) 数据以及路段长度(L)，估计路段的自由流出行时间 α 和延迟参数 β 。

路段出行时间 $t = \alpha + \beta flow$ ，出行时间可通过路段长度和车速近似表示

$t = L / speed$ ，因此根据车速和流量的历史数据[7]，可以拟合出 $flow \sim L / speed$ 关系曲线，从而估计 α 和 β 的值。图3中7个路段的参数如表1所示。

年月	自由流出行时间 (s)	延迟参数
路段 #1	27.19	0.0293
路段 #2	28.16	0.0591
路段#3	19.13	0.1310
路段#4	11.76	0.1192
路段#5	10.27	0.1677
路段#6	26.77	0.0366
路段#7	21.94	0.0293

表1 自由流出行时间与延迟参数

显然，表1 给出的路网参数满足

$$\frac{\beta_3}{\beta_1 + \beta_2} \geq \frac{\beta_4 + \beta_5}{\beta_6}$$

这一条件，因此，北京二环交通路网中存在 BRAESS 悖论。

这里，我们以一个月作为衡量范围，对几个路段进行了 BRAESS 悖论分析，但这样的分析具有一定的局限性。若要整体分析北京二环以内是否长期存在这一悖论，我们需要了解路段年延迟参数等情况。

4.5 2000~2009 年北京二环区交通路网中的 BRAESS 悖论

同理，我们以年月为单位，统计关于北京二环以内的交通流量的因素[8]，可以得到相应的综合路段年延迟参数，这里我们计算了 2000~2009 年共 120 个月的延迟参数如下表所示：

年月	自由流出行时间 (s)	延迟参数
2000 #1	22.11	0.0918
2000 #2	29.26	0.1511
2000 #3	28.57	0.0356
2000 #4	31.47	0.1431
2000 #5	15.77	0.0677
2000 #6	36.95	0.1079
2000 #7	11.28	0.0687
2000 #8	18.57	0.0485
2000 #9	23.04	0.0809
2000 #10	22.56	0.0327
2000 #11	36.62	0.0335
2000 #12	22.62	0.1606
2001 #1	30.21	0.0612
2001 #2	27.13	0.1665
2001 #3	23.61	0.1708
2001 #4	19.13	0.0357
2001 #5	25.94	0.0395
2001 #6	20.05	0.0908
2001 #7	11.79	0.0264
2001 #8	10.78	0.1369
2001 #9	13.75	0.0224
2001 #10	32.52	0.1066
2001 #11	31.86	0.0651
2001 #12	31.78	0.0451
2002 #1	29.28	0.1573
2002 #2	11.36	0.1174
2002 #3	23.22	0.0343
2002 #4	28.67	0.1547
2002 #5	23.95	0.0434
2002 #6	34.85	0.1109
2002 #7	20.08	0.0236
2002 #8	32.75	0.0425
2002 #9	39.27	0.1346
2002 #10	28.24	0.1645
2002 #11	37.05	0.0574
2002 #12	15.08	0.1681
2003 #1	39.79	0.0338
2003 #2	21.86	0.1371
2003 #3	26.78	0.1033
2003 #4	23.88	0.0316

报名号#1013

2003 #5	23.86	0.0242
2003 #6	35.04	0.1479
2003 #7	19.83	0.1029
2003 #8	25.19	0.1575
2003 #9	20.37	0.0347
2003 #10	24.91	0.0925
2003 #11	11.96	0.1212
2003 #12	28.04	0.0769
2004 #1	35.46	0.0355
2004 #2	35.33	0.0141
2004 #3	27.65	0.0562
2004 #4	12.47	0.0142
2004 #5	34.81	0.0388
2004 #6	18.93	0.1065
2004 #7	23.84	0.0368
2004 #8	38.68	0.1696
2004 #9	36.17	0.1491
2004 #10	32.92	0.1367
2004 #11	21.81	0.1158
2004 #12	11.14	0.1239
2005 #1	29.91	0.1265
2005 #2	39.22	0.0451
2005 #3	31.8	0.1232
2005 #4	33.64	0.1504
2005 #5	18.39	0.0184
2005 #6	10.11	0.0858
2005 #7	22.29	0.0403
2005 #8	17.71	0.1482
2005 #9	22.24	0.0647
2005 #10	25.47	0.0149
2005 #11	34.42	0.0764
2005 #12	18.95	0.1101
2006 #1	19.48	0.1471
2006 #2	26.14	0.0928
2006 #3	17.35	0.1746
2006 #4	24.82	0.0723
2006 #5	26.02	0.1468
2006 #6	10.31	0.1112
2006 #7	37.23	0.1414
2006 #8	11.65	0.1489
2006 #9	33.34	0.0662
2006 #10	27.84	0.1069
2006 #11	21.44	0.0773
2006 #12	28.23	0.1609

报名号#1013

2007 #1	34.66	0.1571
2007 #2	31.02	0.1173
2007 #3	39.33	0.0158
2007 #4	23.21	0.1335
2007 #5	34.47	0.1408
2007 #6	37.91	0.1395
2007 #7	34.09	0.1049
2007 #8	31.19	0.0765
2007 #9	20.29	0.1258
2007 #10	38.59	0.1629
2007 #11	19.74	0.0227
2007 #12	26.97	0.0675
2008 #1	10.94	0.0135
2008 #2	26.63	0.1594
2008 #3	24.94	0.0221
2008 #4	14.68	0.1246
2008 #5	24.17	0.0592
2008 #6	24.76	0.0948
2008 #7	37.95	0.1192
2008 #8	20.44	0.0475
2008 #9	11.94	0.1145
2008 #10	16.43	0.0276
2008 #11	26.07	0.1146
2008 #12	16.05	0.0262
2009 #1	25.82	0.0686
2009 #2	36.61	0.1275
2009 #3	26.99	0.0374
2009 #4	10.47	0.1386
2009 #5	36.58	0.0763
2009 #6	11.32	0.0875
2009 #7	19.88	0.1162
2009 #8	32.35	0.0177
2009 #9	19.95	0.1722
2009 #10	16.44	0.0766
2009 #11	37.48	0.1194
2009 #12	16.26	0.0513

表 2 自由流出行时间与延迟参数

五、NASH 均衡原理与小波神经网络预测模型

5.1 NASH 均衡原理

为考虑北京二环以内的年交通状况是否满足 BRAESS 悖论，我们引入 DAFERMOS 和 SPARROW[5]提出的 NASH 均衡原理，引入了路段 NASH 平衡比率的概念，其含义为：当某一时间范围内，路段的路段 NASH 平衡比率低于路段延迟参数时，其发生了 BRAESS 悖论，当同时又满足 NASH 平衡波动率超

过 30% 时, 为严重 BRAESS 悖论, NASH 平衡比率理论方程如下:

$$M(t) = \sum_{t=2000}^T \sum_{k=t+1}^{T-1} \left[\left(\frac{f(t+\Delta t)}{f(t)} - 1 \right) \left(\frac{K(k+\Delta k)}{K(k)} - 1 \right) \right]$$

通过 NASH 平衡比率理论方程及路段延迟系数的数据, 我们可以构建小波神经网络预测模型对路段 NASH 平衡比率进行预测计算。

5. 2 构建小波神经网络对路段 NASH 平衡比率进行预测

连续参数小波神经网络是基于小波分析二构成的具有神经网络思想的模型, 即用连续小波基函数取代了通常的神经网络中的非线性 SIGMOID 函数, 对于路段 NASH 平衡比率组成非线性时间序列, 可以通过用所选取的非线性小波基进行线性叠加来实现, 也就是用小波级数的有限项来逼近路段延迟参数。

5. 2.1 模型的构建

如果小波函数系 $\{\varphi\left(\frac{t-b_k}{a_k}\right): k \in \mathbb{Z}\}$ 满足框架条件, 即存在两个常数 $c_{\min} > 0$ 和 $c_{\max} < \infty$, 使得对任意的函数 $f(t) \in L^2(R)$, 下列不等式成立。

$$c_{\min} \|f\|^2 \leq \sum_k |\langle \varphi, f \rangle|^2 \leq c_{\max} \|f\|^2$$

小波函数系 $\{\varphi\left(\frac{t-b_k}{a_k}\right): k \in \mathbb{Z}\}$ 在 $L^2(R)$ 空间是稠密的。因此路段 NASH 平衡比率时间序列函数 $f(t)$ 可用连续小波基进行拟合:

$$g(t) = \sum_{k=1}^N W_k \varphi\left(\frac{t-b_k}{a_k}\right)$$

其中 $g(t)$ 为路段 NASH 平衡比率时间序列 $f(t)$ 的预测值序列, W_k 、 a_k 、 b_k 分别为权系数、小波基的伸缩因子、平移因子, N 为小波基的个数, 上述公式的逼近问题可选用连续参数小波神经网络来实现。图 4 给出了连续参数小波神经网络结构, 网络为单隐层结构, 仅含有一个输入和一个输出节点。

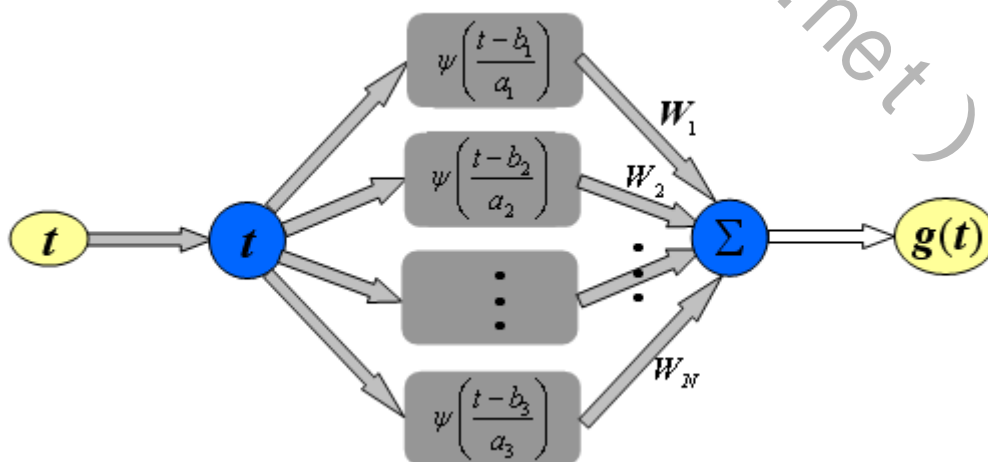


图 4 连续参数小波神经网络结构

5. 2.2 小波函数的确定

我们的目的是确定网络参数 W_k 、 a_k 、 b_k 可通过最小均方误差能量函数进行优化：

$$E = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N [f(t) - g(t)]^2$$

其中 N 为数据采样总数，小波函数可采用国外较多使用的 MORLET 母小波，该小波是余弦调制的高斯波 $\varphi(t) = \cos(1.75t) \exp(-t^2/2)$ 。为了书写方便，令 $t' = \frac{t-b_k}{a_k}$ ，将小波函数带入上述能量函数，则 E 的梯度可分别表示为：

$$\begin{aligned} g(W_k) &= \frac{\partial E}{\partial W_k} = - \sum_{t=1}^N [f(t) - g(t)] \cdot \cos(1.75t') \cdot \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \\ g(b_k) &= \frac{\partial E}{\partial b_k} = - \sum_{t=1}^N [f(t) - g(t)] W_k \left[1.75 \sin(1.75t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \cdot \frac{1}{a_k} + \cos(1.75t') \cdot \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \cdot \frac{t'}{a_k} \right] \\ g(a_k) &= \frac{\partial E}{\partial a_k} = - \sum_{t=1}^N [f(t) - g(t)] W_k \left[1.75 \sin(1.75t') \cdot \frac{t'}{a_k} + \cos(1.75t') \cdot \exp\left(-\frac{t'^2}{2}\right) \cdot \frac{t'}{a_k} \right] = t' g(b_k) \end{aligned}$$

采用共轭梯度法优化网络参数 W_k 、 a_k 、 b_k ，分别令向量：
 $\vec{W} = (W_1, W_2, \dots, W_k)$ ， $\vec{g}(\vec{W}) = (g(W_1), g(W_2), \dots, g(W_k))$ ， $\vec{S}(\vec{W})_i$ 为 \vec{W} 第 i 次循环搜索方向，它是 W 的函数，则：

$$\vec{S}(\vec{W}) = \begin{cases} -\vec{g}(\vec{W})_i \\ -\vec{g}(\vec{W})_i + \frac{\vec{g}(\vec{W})_i [-\vec{g}(\vec{W})_i]^T}{\vec{g}(\vec{W})_{i-1} [-\vec{g}(\vec{W})_{i-1}]^T} \vec{S}(\vec{W})_{i-1} \end{cases}$$

权重向量按下式调节：

$$\vec{W}_{i+1} = \vec{W}_i + a_w \vec{S}(\vec{W})_i$$

第一步是计算第 i 此迭代的以搜索方向 S ；第二步则用变步长 a_w 计算的权值矢量，对每一步迭代，计算步长的选择由两种方式：变步长和固定步长。

在此采用一维搜索变步长法计算最佳步长 a_w ，每次循环时，按上述两个公式分别调节网络参数向量 W ，直至收敛与某一确定值或循环结束为止，对参数 a_k 、 b_k 的训练，只要把上述两个公式中的 W 换为 a_k 、 b_k 之后，即可按同样方式调整。

5.2.3 对隐层小波元的确定

本文中我们将选择 2000~2009 年路段 延迟参数为样本，根据上述 NASH 平衡原理，路段延迟参数与路段 NASH 平衡比率的动态预测关系式，以小波神经网络的能源方程为基础对 2000~2009 年路段 NASH 平衡比率进行计算，模型中我们将隐层小波元选为 10 个。

5.2.4 模型的求解

根据上述模型提供的算法，利用 MATLAB 编程得到权值矩阵 W 如下：

W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8	W_9	W_{10}
32122	37468	78155	50168	89526	37598	70654	31468	80955	72945

其中 $a_k = 0.23532$ ， $b_k = 0.623782$

得到 W_k 、 a_k 、 b_k 的值后，我们可以计算出 2000~2009 年各路段 NASH 平衡比率，这里我们提取出 2002 年（6 月天坛路拓宽），2003 年（6 月普方路拓宽），

2004 年（7 月永定门桥延修），2008 年（9 月天坛路改道）的 NASH 平衡比率，并通过 MATLAB 工具 CHIP（）提取出月波动率超过 30% 的比率数进行标定（蓝色线），同时，我们将近十年的北京二环以内主要路段的 BRAESS 悖论情况作如下标定：（红星代表一年中出现 BRAESS 悖论超过六个月的路段，蓝星反之）。



图 5 2000 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况



图 6 2001 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况



图 7 2002 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况



图 8 2003 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况



图 9 2004 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况



图 10 2005 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况



图 11 2006 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况



图 12 2007 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况

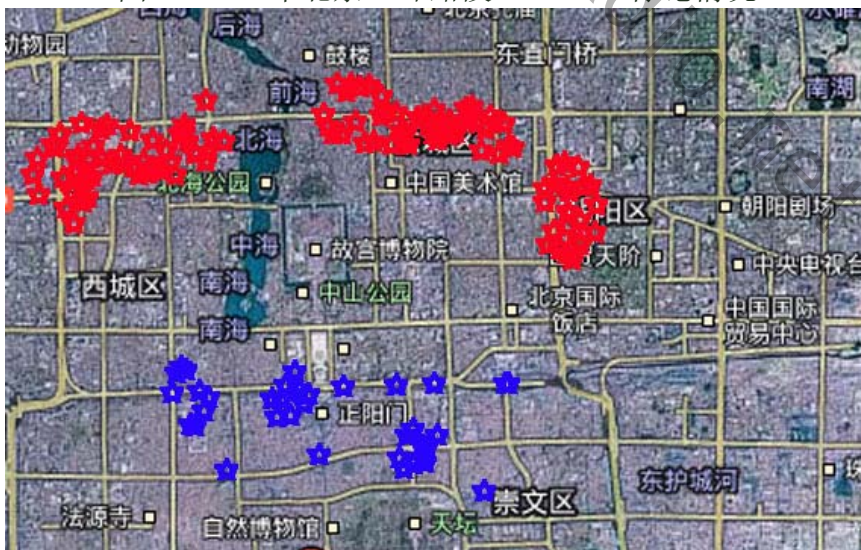


图 13 2008 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况

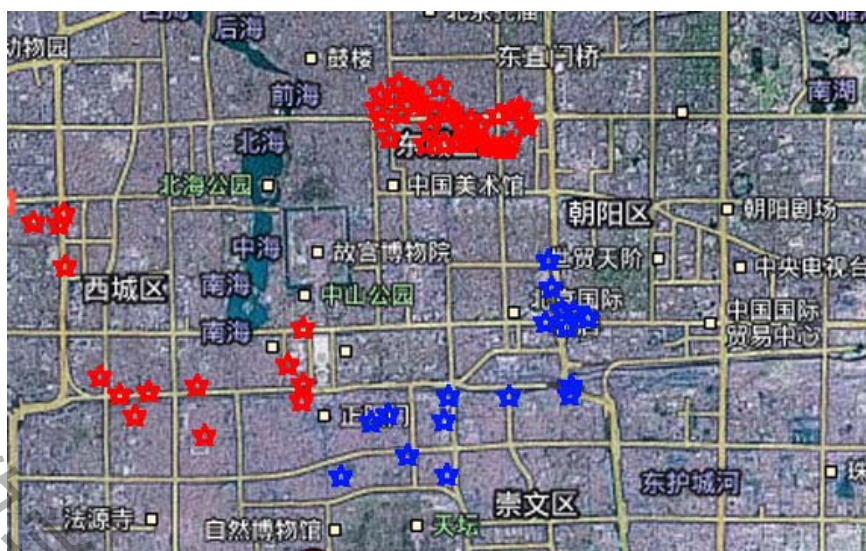


图 14 2009 年北京二环路段 BRAESS 悖论情况

5.3 结论一：近十年北京二环路段 BRAESS 悖论情况

东城区，朝阳区路段常年持续存在 BRAESS 悖论情况（平均每年均超过 6 个月）。事实上，尽管我们发现 2002 年（6 月天坛路拓宽），2003 年（6 月普方路拓宽），2004 年（7 月永定门桥延修），2008 年（9 月天坛路改道）会给崇文区与西城区南部路段带来一定的交通便利，但结果显示，其整个北京二环路段的交通情况的平衡性变得更不稳定，交通网络中 NASH 平衡点不满足 PARETO 最优性的问题更加突出。譬如在 2006 年，2009 年的东城区，朝阳区路段堵塞问题更加尖锐，这也使得本来交通相对通畅的南段也出现 BRAESS 悖论情况。

5.4 结论二：NASH 平衡比率与路段延迟系数的模拟结果

我们提取出 2002 年（6 月天坛路拓宽），2003 年（6 月普方路拓宽），2004 年（7 月永定门桥延修），2008 年（9 月天坛路改道）的 NASH 平衡比率（绿线），相应的路段延迟系数（红线），并通过 MATLAB 工具 CHIP（）提取出月波动率超过 30% 的比率数进行标定（蓝色线）如下：

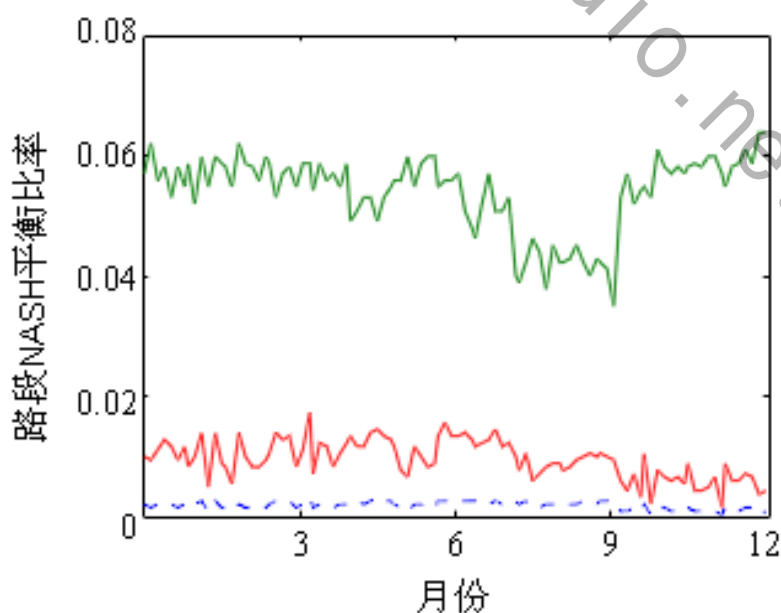


图 15 2002 年北京二环路段 NASH 平衡比率

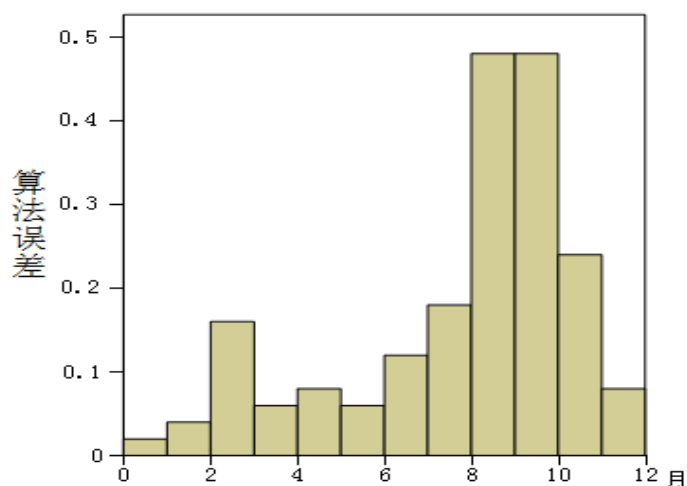


图 16 算法误差

2002 年总体来看，北京二环路段并未出现严重的 **BRAESS** 悖论情况，尽管在 7~9 月，路段 **NASH** 平衡比率有所下降，但并未低于延迟系数，波动情况稳定。

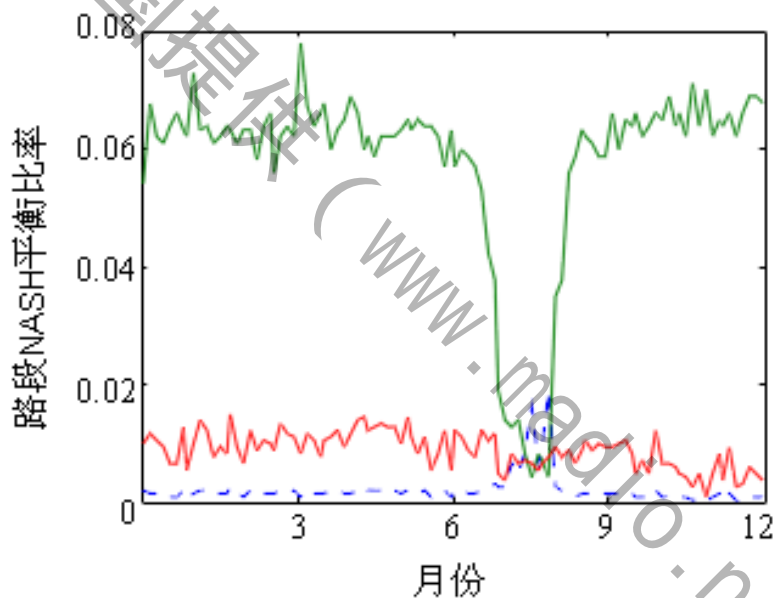


图 17 2003 年北京二环路段 NASH 平衡比率

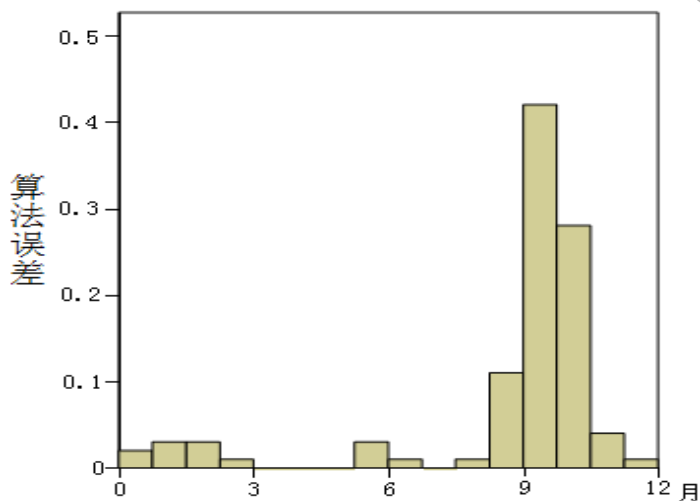


图 18 算法误差

2003 年总体来看，北京二环路 7、8 月份出现严重的 BRAESS 悖论情况，路段 NASH 平衡比率大幅下降，低于延迟系数，波动情况约为 34%，属于严重的 BRAESS 悖论情况。

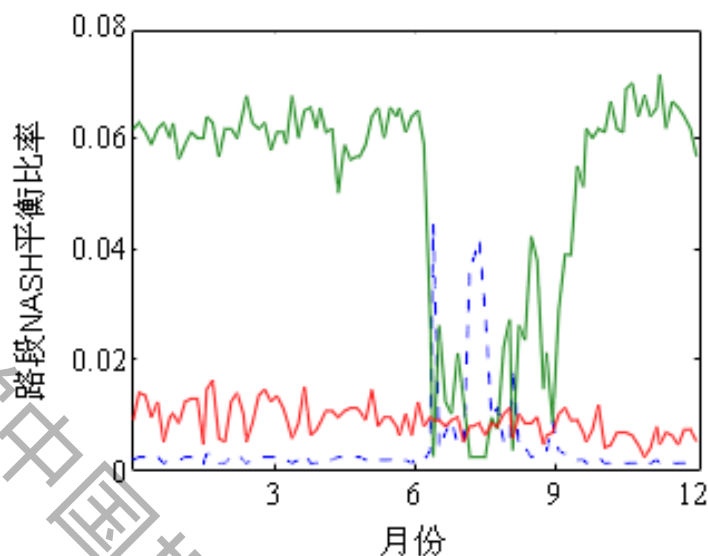


图 19 2004 年北京二环路 路段 NASH 平衡比率

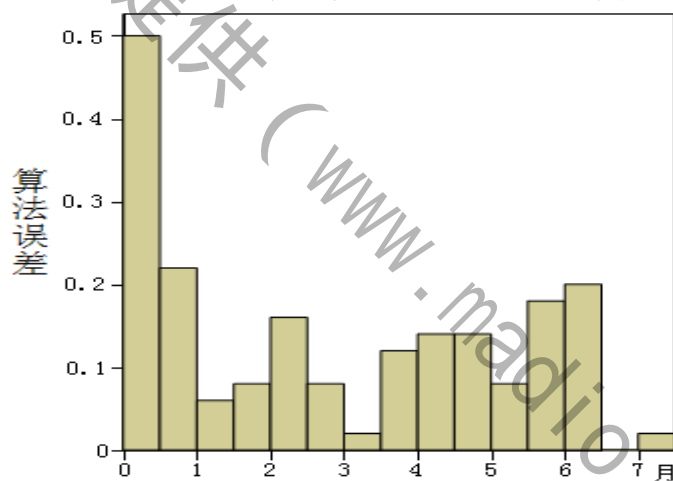


图 20 算法误差

2004 年总体来看，北京二环路 6、7、8、9 月份均出现严重的 BRAESS 悖论情况，全年路况糟糕，路段 NASH 平衡比率最低达 0.0014，低于延迟系数，波动情况约为 56%，属于严重的 BRAESS 悖论情况。

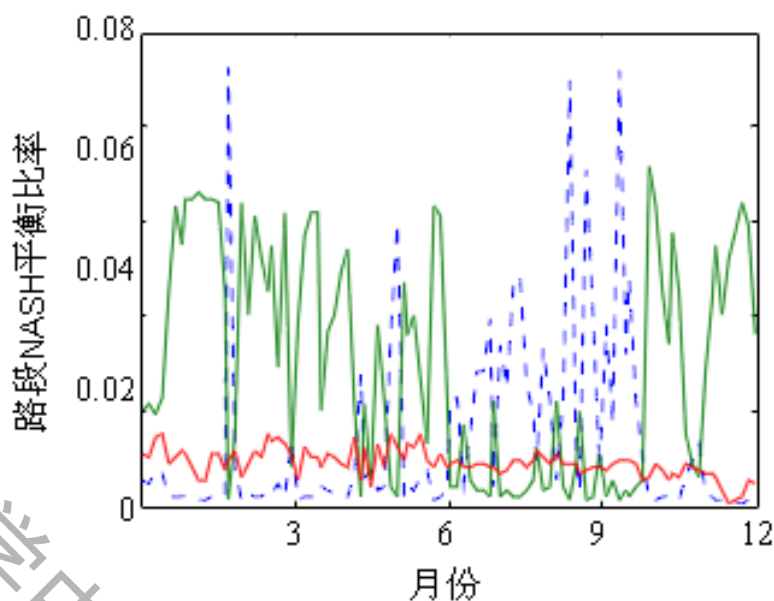


图 21 2008 年北京二环路路段 NASH 平衡比率

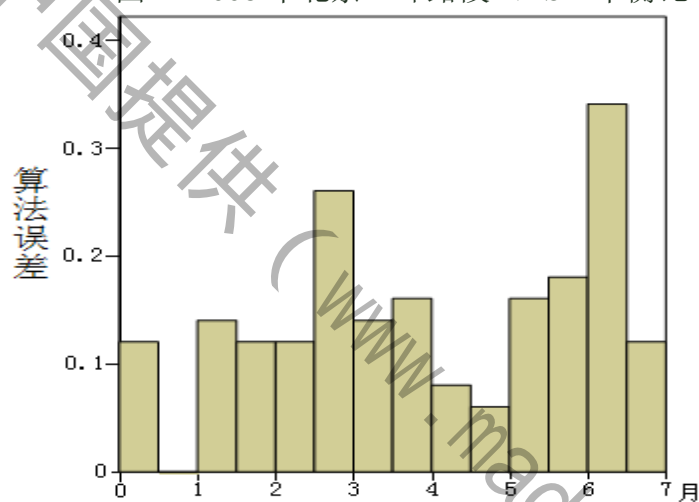


图 22 算法误差

2008 年总体来看,北京二环路路段只有 1, 12 月份没有 BRAESS 悖论情况,路段 NASH 平衡比率多次大幅低于延迟系数,波动情况最大达 81%,属于严重的 BRAESS 悖论情况。

六、基于 GPS 动态导航的车辆运行模型

6.1 GPS 交通系统的动态随机特性

GPS 交通系统是一个由人、GPS 系统、车辆和公路所构成的复杂大系统,其复杂性也就决定了车辆导航的复杂性。为了对车辆进行合理的导航,首先需要对 GPS 交通系统进行分析,以便考察其动态随机的特性。

6.2 车辆导航用户

用户自身的一些特性会影响到行车状况,如用户车辆的特性和用户的心理状态都会影响到车辆的运行速度。依据对未来交通状况的预测,为用户提供可供参考的导行 车速,将有助于提高用户行车的安全性,并能有效降低用户行车的随意性。

通过以上分析可以看到,尽管交通系统极其庞大,富于变化,但其变化大致能被预测到。其中,不能被预测到的小波动,可以看作随机扰动。另外,交通系统还具

有一定的惯性,难以在极短的时间内发生变化。

交通系统的特性决定了对车辆的导航必然是在动态随机状态下的导航。在此状态下的导航既要把握住交通状况的变化趋势,对未来的交通状况进行可靠的预测,又要详细地研究交通的随机特性,正确地刻画随机因素的分布特征。

6.3 动态随机特性的数学描述

由以上对 GPS 交通系统的分析可知,可以用普通变量和随机变量来综合描述各种因素对用户行车的影响。依据车辆运行的特性,便可以建立起车辆运行速度的数学模型。将实时测得的各种参数带入模型,并结合用户自身特性[9],可以估计其在未来某时刻路网的各路段的导行车速,再结合各路段的长度,便可以准确地预测用户通过各路段的时耗。

以 t_{ij} 表示用户通过路段 (i, j) 的时耗(即行驶时间)。由上述分析可知它是一个随机变量。根据对交通系统的分析可以认为,系统中发生的较大波动都能被预测到,而无法预测的都是小波动,它们通常只影响本路段内的车辆。因此,对于路网中的两条路段 (i, j) 和 (l, m) , 其时耗的概率密度函数满足下述关系:

$$f_{t_{ij}, t_{lm}}(x, y) = f_{t_{ij}}(x) f_{t_{lm}}(y)$$

其中 $f_{t_{ij}, t_{lm}}(x, y)$ 是 t_{ij}, t_{lm} 的联合概率密度函数。

根据数学期望的定义有:

$$\begin{aligned} E(t_{ij}, t_{lm}) &= \iint_D xy f_{t_{ij}, t_{lm}}(x, y) dx dy = \iint_D xy f_{t_{ij}}(x) f_{t_{lm}}(y) dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x f_{t_{ij}}(x) dx \int_{-\infty}^{+\infty} y f_{t_{lm}}(y) dy = E(t_{ij}) E(t_{lm}) \end{aligned}$$

于是,对于路段时耗的协方差有:

$$\text{Cov}(t_{ij}, t_{lm}) = E\{[t_{ij} - E(t_{ij})][t_{lm} - E(t_{lm})]\} = 0$$

根据方差的定义有:

$$\begin{aligned} D\left(\sum_{(i,j) \in P} t_{ij}\right) &= E\left[\sum_{(i,j) \in P} t_{ij} - E\left(\sum_{(i,j) \in P} t_{ij}\right)\right]^2 \\ &= \sum_{(i,j) \in P} E[t_{ij} - E(t_{ij})]^2 + 2 \sum_{\substack{(i,j) \in P \\ (l,m) \in P}} \text{Cov}(t_{ij}, t_{lm}) \\ &= \sum_{(i,j) \in P} E[t_{ij} - E(t_{ij})]^2 = \sum_{(i,j) \in P} D(t_{ij}) \end{aligned}$$

即有下式成立:

$$D\left(\sum_{(i,j) \in P} t_{ij}\right) = \sum_{(i,j) \in P} D(t_{ij})$$

其中 P 是路网中任意一条路径。

由于路段的时耗方差在短期内不会变化,故在路径寻优时可将其看作常量。上面的式子可改写为:

$$D_p = \sum_{(i,j) \in P} D_{ij}$$

式中：

$$D_p = D\left(\sum_{(i,j) \in P} t_{ij}\right), D_{ij} = D(t_{ij})$$

由数学期望的性质可知下式成立：

$$E\left(\sum_{(i,j) \in P} t_{ij}\right) = \sum_{(i,j) \in P} E(t_{ij})$$

或

$$T_p = \sum_{(i,j) \in P} T_{ij}$$

式中：

$$T_p = E\left(\sum_{(i,j) \in P} t_{ij}\right), T_{ij} = E(t_{ij})$$

对于路网中的任意节点 i 及其后继节点 j ， P_i 和 P_j 分别是自起始节点 S 到节点 I 和节点 J 的某一路径且满足条件 $P_i \subset P_j$ 。 T_{P_i} 和 T_{P_j} 分别表示自起始节点 S 沿路径 P_i 和 P_j 到达节点 I 的时耗期望值和方差，且令 $T_s = 0, D_s = 0$ ，根据 D_p 和 T_p 的表达式有：

$$\begin{aligned} T_{P_j} &= \sum_{(l,m) \in P_j} T_{lm} = \sum_{(l,m) \in P_i} T_{lm} + T_{ij} = T_{P_i} + T_{ij} \\ D_{P_j} &= \sum_{(l,m) \in P_j} D_{lm} = \sum_{(l,m) \in P_i} D_{lm} + D_{ij} = D_{P_i} + D_{ij} \end{aligned}$$

总结上述推理，有以下等式成立：

$$\begin{aligned} T_{P_j} &= T_{P_i} + T_{ij} \\ D_{P_j} &= D_{P_i} + D_{ij} \end{aligned}$$

道路网的用户总是希望尽可能地减少路径的时耗期望值和时耗方差。然而，在现实中，这两个目标常常相互矛盾，而呈现出此增彼减的情形。一个比较现实的思路是寻求二者之间的相对平衡，比如，可在一定的时耗方差约束下寻求具有最小时耗期望值的路径。

6.4 动态随机状态下的路径寻优

当时耗在路网中各路段的随机波动不大时，即当各路段的时耗方差很小时，可暂时忽略方差，而仅考虑用户在各路段的时耗期望值。此时的路径寻优，就是寻求具有最小时耗期望值的路径。由于各路段的时耗期望值 $T_{ij}(t)$ 随时间 T 而变化，故而用于静态寻优的 DIJKSTRA 算法不再适用。对其进行适当的改造，可获得较为理想的算法。

6.5 时耗期望值最小的路径求解算法

用 OPEN 表存放已经产生但还没有扩展的节点, 用 CLOSED 表存放已经扩展的节点。求解时耗期望值最小路径的算法可表述如下。

- 1) 设初始表中仅含起始点 S , 且 $T_s = 0$, 对于其余节点有 $T_i = \infty$;
- 2) OPEN 表为空, 则出错; 否则, 从 OPEN 表中选择具有最小时耗期望值的节点 I , 设其为 BEST。确认 BEST 是否是目标节点, 如果是, 转步骤 4); 否则, 根据其在路网中的连接路段属性生成节点 I 的后继节点 J 。对于每一后继节点 J , 如果它不和 CLOSED 表中的节点相匹配, 则完成下列步骤:
 - ①由 T_p 的表达式计算节点 J 的时耗期望值;
 - ②如果节点 J 已和 OPEN 表中的一个节点相匹配, 检查节点 J 是否具有较小的时耗期望值, 如果 J 节点的值较小, 则用节点 J 的值代替匹配节点的值, 然后设置匹配节点的后向指针指向 BEST 节点;
 - ③如果节点 J 不在 OPEN 表中, 设置节点 J 的后向指针指向 BEST 节点, 然后将节点 J 放入 OPEN 表中;
- 3) 从 OPEN 表中移出节点 BEST, 加入 CLOSED 表中, 重复步骤 2);
- 4) 从 BEST 节点, 遍历后向指针到原节点, 报告路径解。BEST 节点的值就是用户从起始点到终点的最小时耗期望值。

5) 依据求出的解路径, 计算路径解的时耗方差 D_p 。由标准正态分布计算其置信度为 $1-\alpha$ 的单侧估计区间 $(0, T_p + N\alpha\sqrt{D_p})$, 其中 $\Phi(N\alpha) = 1-\alpha$ 。该置信区间表明若用户选择解路径, 有 $1-\alpha$ 的概率保证用户能在 $T_p + N\alpha\sqrt{D_p}$ 时间以内到达终点。

算法中的步骤2) 不断地优化着从起始节点到其余节点的路径, 保证了算法的正确性。此外, 算法不仅求出了具有最小时耗期望值的路径解, 还计算出刻画路径时耗统计特征的单侧置信区间, 以便于用户更好地进行抉择。

有了车辆运行模型的最小的路径求解算法, 我们就可以进一步利用这些目标函数来作为ATM路由选择的约束条件, 从而完成了ATM路由选择的影响因子限定。

七、基于ATM路由选择对GPS动态导航对路段影响的预测

7.1 ATM路由选择

作为一种高速通信网, ATM网络以面向连接的方式向用户提供服务因此为ATM呼叫连接请求进行合理的路由选择就成为ATM网络中的关键技术之一, 而由此路由选择所进行的最优化判断分析已成为在科研中最为有效的方法之一。

为提高ATM网络资源利用率, 综合多种统计复接的方式, 使得链路可用资源以及交换节点可用资源动态改变, 造成路由选择的困难, 这里我们将网络中的路段延迟系数, 路段 NASH平衡比率, GPS动态导航使用率等性能指标为GPS导航系数, 使ATM路由选择问题可以借鉴一些传统路由选择方法, 这里我们提出ATM信源等效路径。其概念等效路径的意义是, 当业务源输入各路段时速, 流量, GPS动态导航使用率等信息时, 与其GPS导航系数相对应的路径选择速率等性能又与输入路段 NASH平衡比率, 路段延迟系数密切相关。这样只要网络业务源

能保证提供给精确的路段 NASH平衡比率, GPS动态导航使用率就能相应地保证路由选择的最优化。通过引入等效路径的概念, 可以利用一般网中路由选择的方法实现ATM网络中路由选择。

当前, 大部分实际运行的网络采用最优路径算法或其某种变型最优路径选择要求通过多转接选择使路径总体复杂度达到最小传统的最优路径选择方法可分为无路由表法及有路由表法这两种方法均可运用到ATM路由选择中。

这里我们采用有路由表法时, 当信息到达中间节点后, 沿着该节点路由表所提供的信息来选择复杂度最小的一条输出链路, 以到达下一个节点, 再以次循环即得到最优路径。

尽管路由表法在实际中得到了广泛的应用, 但它有如下不足, 路由表根据一定规则更新, 有时无法跟上网络状态的变化, 不能对网络变化作出及时的反应当网络规模增大时, 源一目的节点的路径数急剧增大为保证路由选择的有效性, 交换节点中保存的路由表将随之迅速增大, 这对路由表的保存和更新带来较大困难。利用人工神经网络大规模并行处理的特点可以有效地解决这一问题。

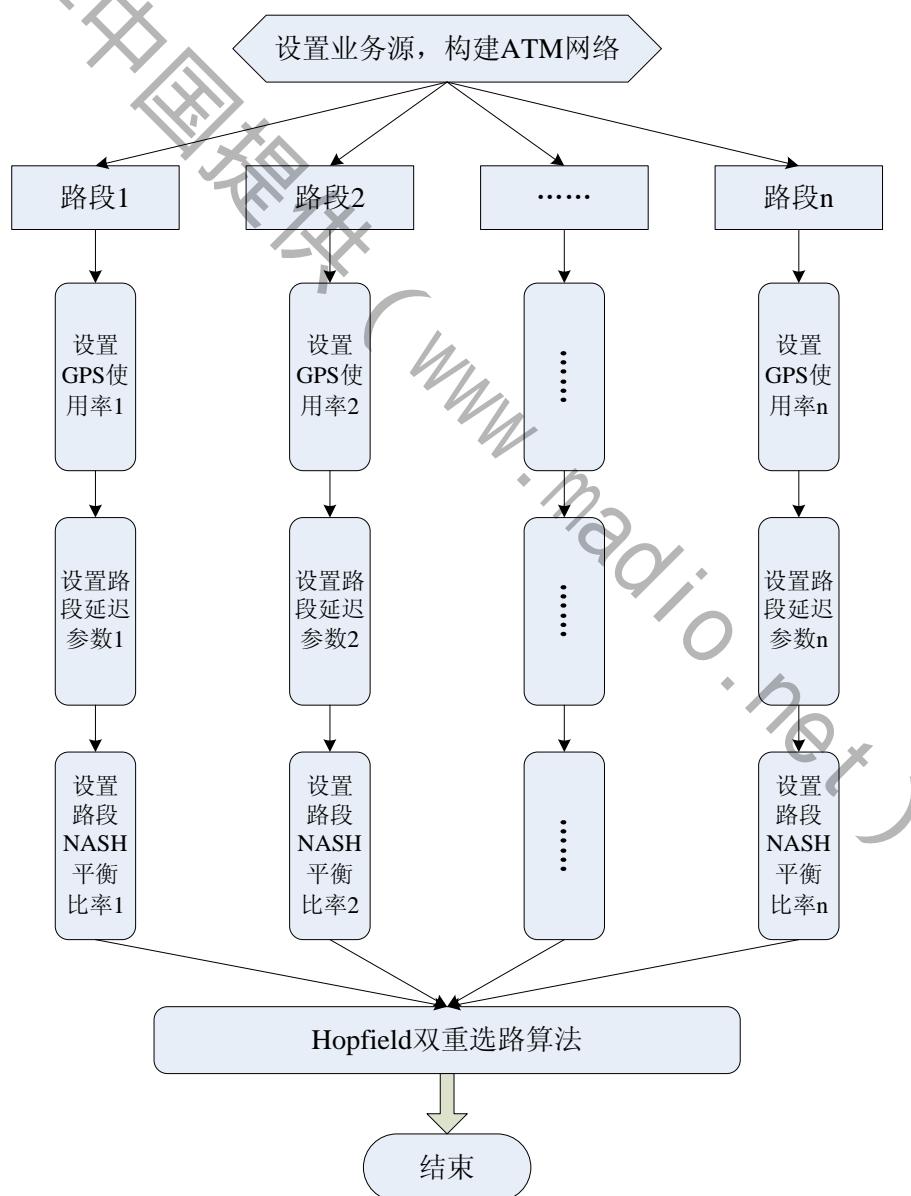


图23 模拟的思想流程

7.2 用人工神经网络方法求解ATM路由选择问题

当给定业务源时，路由选择就是找出一条源-目的间的通路，该通路应能满足连接请求的性能要求这样的通路对一个业务源请求可很多，但选择不同路径对GPS导航系数有不同影响。因此，一般应采用某种优化路径选择优化路径选择算法的实现，要依据网络和网络状态的描述参数以及优化策略和优化目标实现路由选择。在本模型中，我们以提升路段 NASH平衡比率为目标。使业务量尽可能的分布在网络中。连路上的流量为各路径有效权值之和。上述框图为本模型模拟的思想流程。

这里我们给出如下的约束条件：

- (1) 当路段GPS导航使用率高于0.34，在模拟系统中相应的路径权值要提升10%，当GPS导航使用率低于8%，路段延迟参数超过0.15时，在模拟系统中相应的路径权值要降低10%，以体现动态导航对于路段状况的优化选择。
- (2) 以第六段GPS动态导航的车辆运行模型的目标函数为路由选择的最优值，以该节点所对应多条路径中的最小值为优化方向
- (3) 路径中的业务源设置北京二环以内的路段信息，逐步分析预测若提高GPS导航使用率对交通环境的影响情况。
- (4) 网络的最终目标是提高路段 NASH平衡比率

为保证HOPFIELD网络能有效完成优化计算，定义如下的能量函数

$$E = \frac{A}{2} \sum_x (\sum_i V_{xi} - 1)^2 + \frac{B}{2} \sum_x \sum_i \sum_{j \neq i} V_{xi} V_{xj} + \frac{C}{2} \sum_r \sum_x \sum_{y \neq x} V_{xr} V_{yr} + \frac{D}{2} \sum_r \sum_{y \neq z} \sum_i F(x, y) V_{ri} (V_{y, i+1} + V_{y, i-1})$$

由此能量函数构造的HOPFIELD网络，连接权重和流量为

$$\begin{aligned} T_{xi, yj} &= -A\delta_{xy} - B\delta_{xy}(1 - \delta_{xy}) - C\delta_{ij}(1 - \delta_{xy}) - DF(x, y)(\delta_{j, i+1} + \delta_{j, i-1}) \\ I_r &= A \end{aligned}$$

其中： $F(x, y) = F_0 + \rho^2$, $\rho = a_{xy} / c_{xy}$, $V_{xi} = 1$ 表示节点X为路径中第I个转接点

神经元特性函数选择分段线性函数

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -k \\ 0.5 + kx & -k \leq x < k \\ 1 & x > k \end{cases}$$

能量函数结构的前三项为约束项，最后一项为优化项。实际工作中，可根据路径长度选取不同的A, B, C, D参数值。当路径跳数较大时，约束项参数值A, B, C相应增大，优化项参数值D相应减小

7.3 HOPFIELD网络的双重选路法

从计算机模拟中可知，HOPFIELD网络能够有效解决网络的路由选择问题，网络本身的并行处理能力是有效解决问题的保证。网络可以实际解决一些实时性要求不高的问题为能利用网络求解优化问题的优势，同时不使运算量增加过多。我们提出双重选路法，双重选路法的基本思路是根据不同的网络状态，采用不同的选路方法，达到兼顾算法复杂度和所选路径最优性之间的折衷具体来说，即依据以下几个步骤进行路由选择，（1）利用传统方法对网络中每对源-目的节点对求解出最短转接次数路径，构造一张静态路；（2）由表当业务源到来时，在路由表中查出源一目的节点间的路径，分别计算构成路径的各链路上负载；（3）

当每条链路负载低于一定程度时，认为网络处于轻载状态，仅选用静态路由表中的最短路径（4）当构成最短路径的链路中有至少一条链路负载超过某一闭值时，认为网络处于重载状态。

此时启动双重最优选路方法。

双重选择排序算法框图如下：

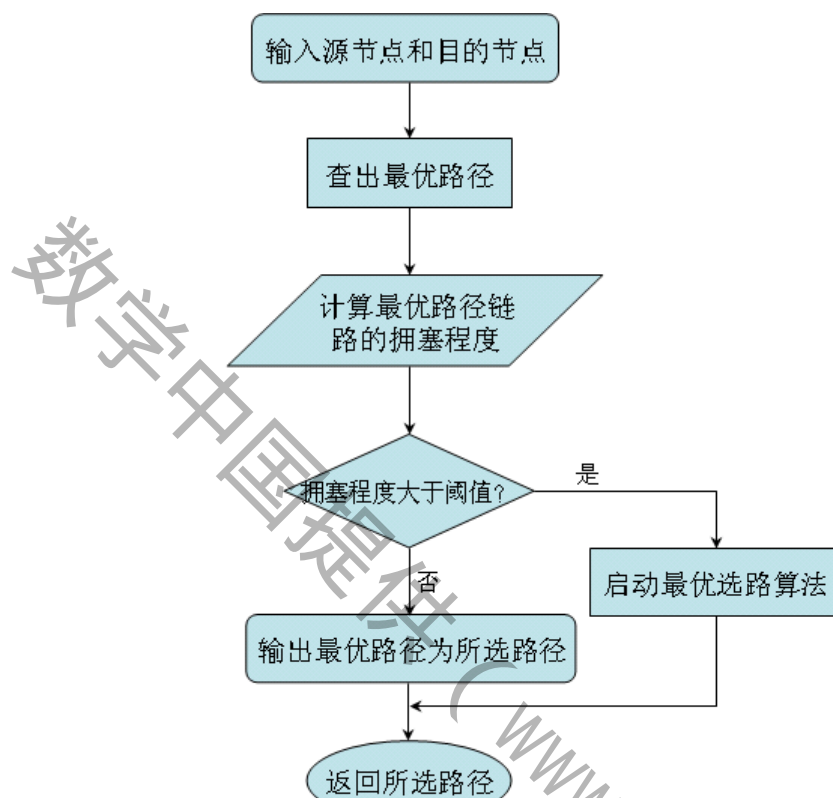


图24 双重选择排序算法框图

7.4 算法模拟预测结果：

得到的在GPS影响下，2002，2003，2004，2008年路段NASH平衡比率及耗时方差的预测结果如下：

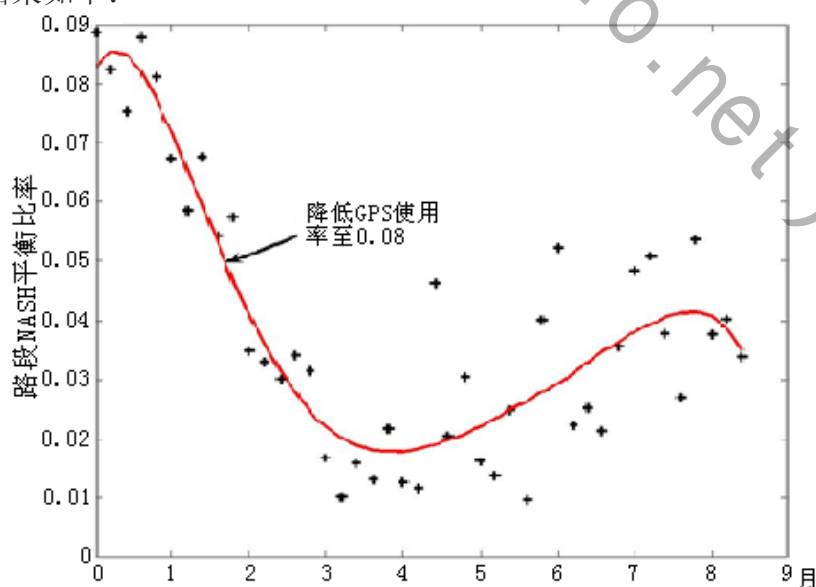


图25 2002年GPS影响下路段NASH平衡比率

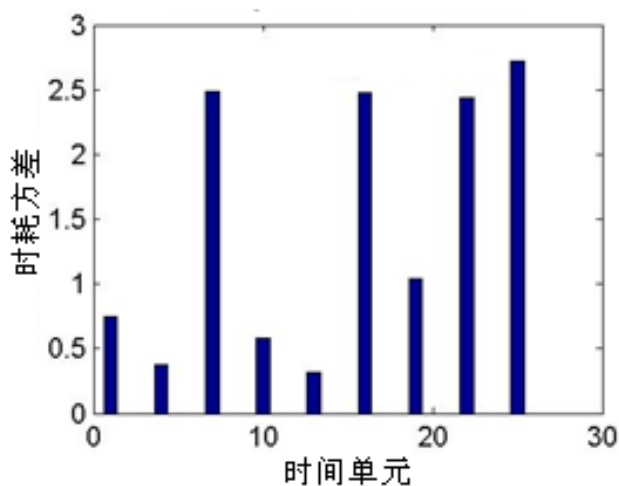


图26

在2002年，当我们持续控制业务源降低GPS使用率时，我们发现路段NASH平衡比率也持续下降，尤其当使用率降至0.08以下时，NASH平衡比率下降幅度最大化。同时算法也兼顾了对时耗方差的控制。

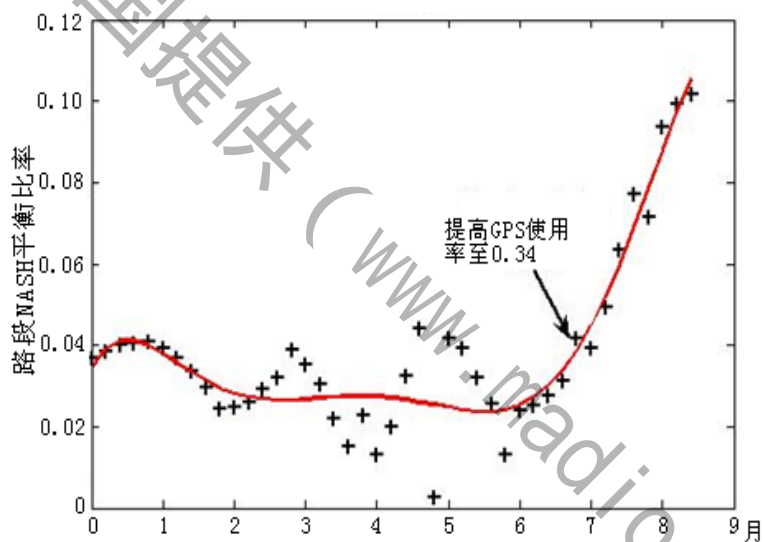


图27 2003年GPS影响下路段NASH平衡比率

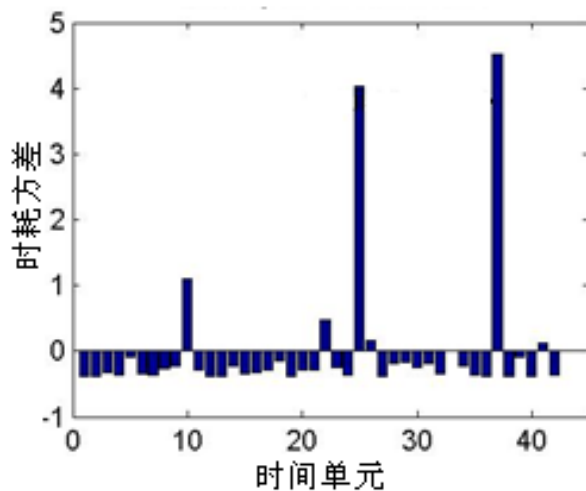


图28

在2003年6月，对应普方路拓宽，当我们持续控制业务源提高GPS使用率时，我们发现路段NASH平衡比率也持续上升，尤其当使用率升至0.34时，NASH平衡比率上升幅度最大化。同时算法也兼顾了对时耗方差的控制。

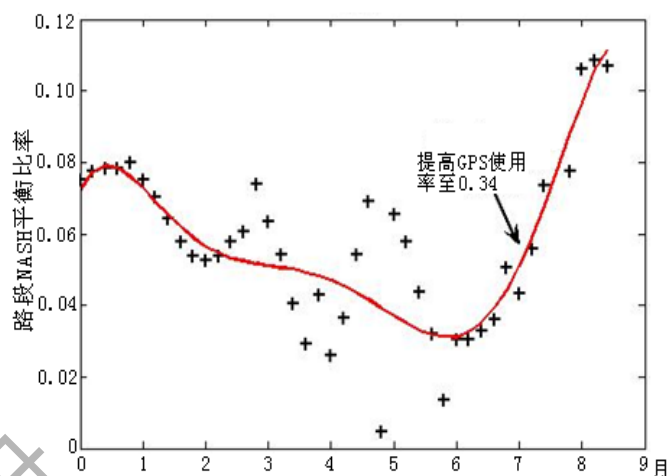


图29 2004年GPS影响下路段NASH平衡比率

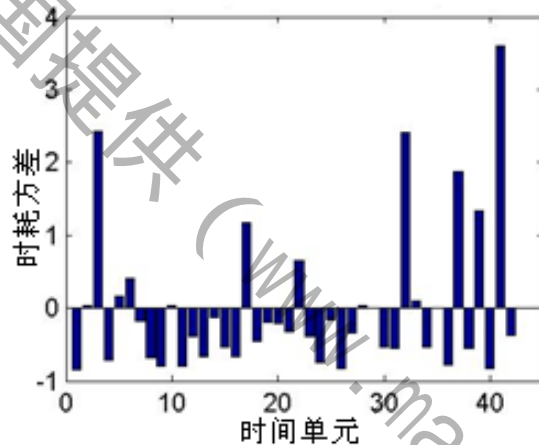


图30

在2004年7月，对应永定门桥改建，当我们持续控制业务源提高GPS使用率时，我们发现路段NASH平衡比率也持续上升，尤其当使用率升至0.34时，NASH平衡比率上升幅度最大化。同时算法也兼顾了对时耗方差的控制。

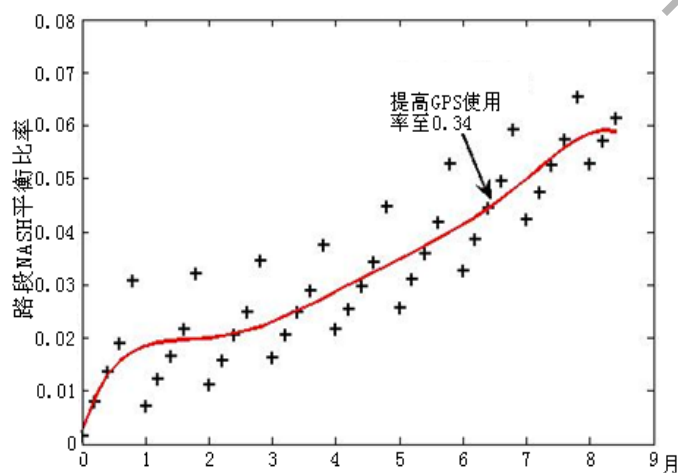


图31 2008年GPS影响下路段NASH平衡比率

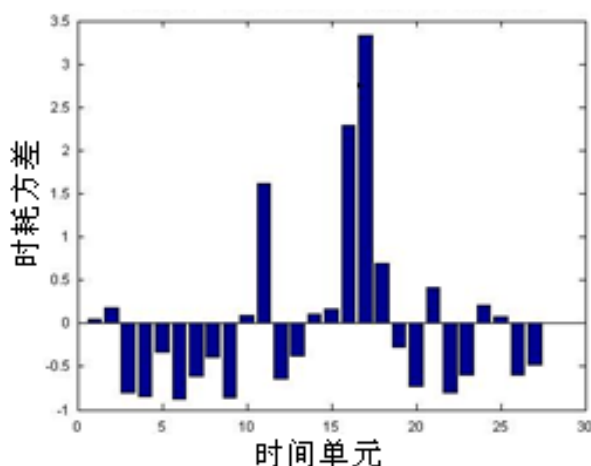


图32

在 2008 年 7 月，对应北京二环天坛路改造，当我们持续控制业务源提高 GPS 使用率时，我们发现路段 NASH 平衡比率也持续上升，尤其当使用率升至 0.34 时，NASH 平衡比率上升幅度最大化。同时算法也兼顾了对时耗方差的控制。

八、基于灰色 GOMPERTZ 模型对算法误差的分析

传统的灰色系统分析是用于控制和预测的技术。但是，从一个动态系统中得到的实际数据，往往具有一定的波动性，这种因波动性而产生的误差，会对结果产生干扰。传统的灰色模型的这种局限性实质是因为忽略了实际数据的波动性。根据改进的灰色模型——灰色 GOMPERTZ 模型将解决这一问题。该模型考虑了实际数据带有误差，以绝对误差为标准，通过背景函数导出连续算法模拟时产生的误差波动值，并形成误差波动频率并通过 MATLAB 信号处理工具箱的 CHIRP（）函数进行误差波动频率的扫频信号处理，最后利用 STEM（）函数对扫频后的信号进行离散处理，得到精确的误差值。

灰色 GOMPERTZ 模型的实质是对以特定算法中的误差波动范围进行跟踪和预测。我们建立如下的灰色 GOMPERTZ 模型来对 ATM 路由选择的误差波动范围进行跟踪和预测（注：ATM 路由选择算法平均误差不超过 10% 为最优预测结果）：

- (1) 令 ATM 路由选择抽样次数为 $y^{(0)}$ ， $y^{(0)}(i) > 0$ ($i=1,2,\dots,n$) 对于 $y^{(0)}$ 采用对数变换进行生成处理，即令

$$x^{(0)}(i) = \ln[y^{(0)}(i)] \quad (i=1,2,\dots,n)$$

- (2) 对于数据序列 $x^{(0)}(i) = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ ，利用下述方程组的最小二乘解

$$\begin{bmatrix} x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3) & 2 & 1 \\ x^{(1)}(3) + x^{(1)}(4) & 3 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n) & n-1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n-1) \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} x^{(1)}(2) \\ x^{(1)}(3) \\ \vdots \\ x^{(1)}(n-1) \end{bmatrix}$$

由 p_2 、 p_3 、 p_4 及 $\hat{y}^{(0)}(k) = e^{c+b^*e^{-a^*k}}$ 可解得参数 A；在这里， p_2 、 p_3 、 p_4 分别为概率，样本均值，分布函数值在 ATM 路由选择算法中的每个抽样模块产生的误差波

动频率，通过 MATLAB 信号处理工具箱的 CHIRP（）函数进行误差波动频率的扫频信号处理得到各变量在 BOOTSTRAP 模拟过程中的频率值分别计作 C, B, K, 并将结果带到公式 $\hat{y}^{(0)}(k) = e^{c+b*e^{-a^k}}$ 中, 即可解得参数 A, 进而也可再通过 MARS-AGENT 模型得到最优实例数的值。将多个模块所得到的参数 A 通过 MATLAB 信号处理工具箱的 STEM（）函数做离散处理, 可得到如下的算法误差分布图: (模拟中每一时间点实例数为 5000, 连续四次灰色 GOMPERTZ 模型误差波动跟踪预测结果)

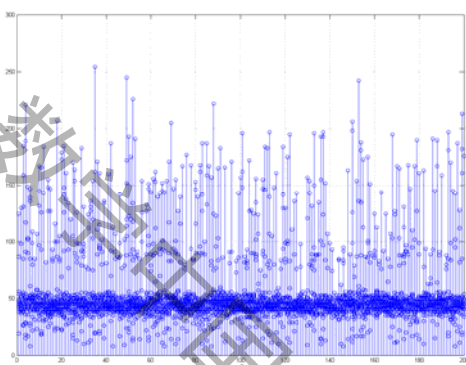


图 33

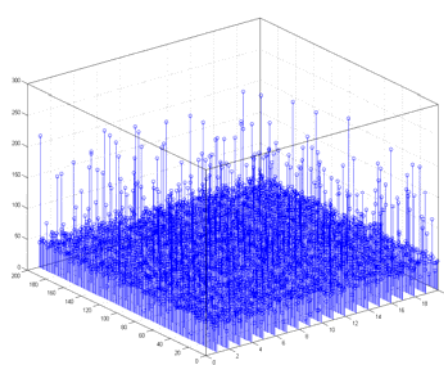


图 34

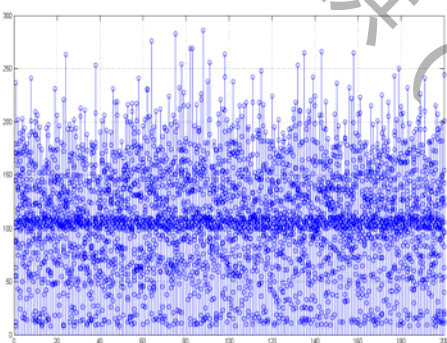


图 35

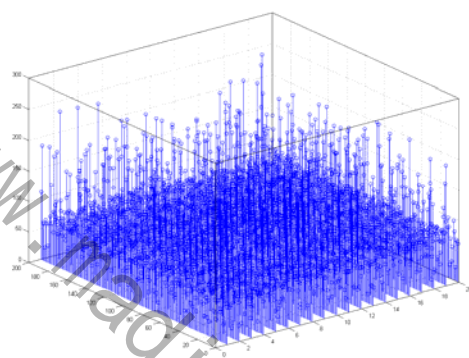


图 36

对应的 ATM 路由选择中产生的误差波动频率如下:

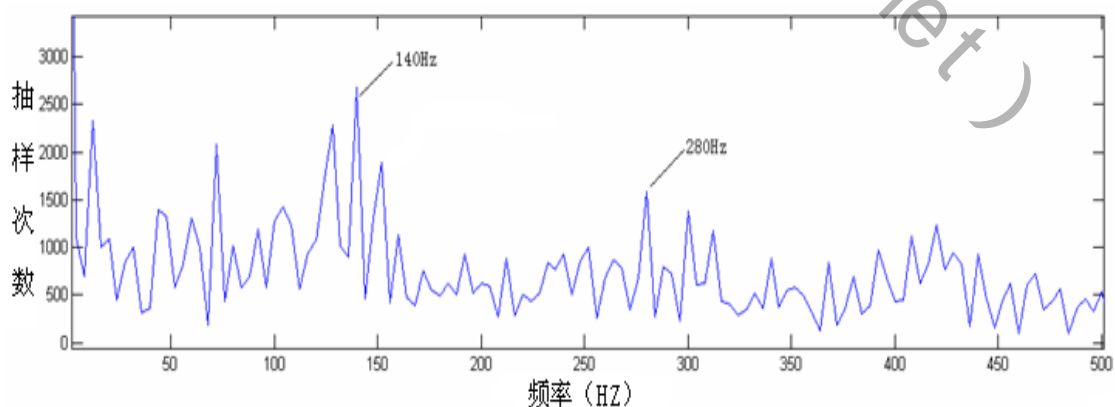


图 37 误差波动频率

结论: 模拟中设置模拟实例数为5000, 误差实例数292, 误差范围5.84% (《10%))。

九、基于遗传算法对模型的优化检验

9.1 遗传算法流程图

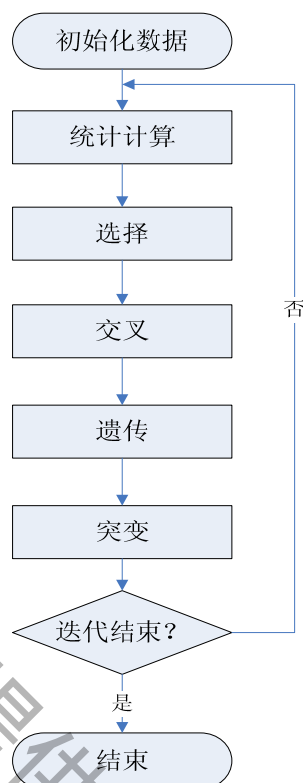


图 38 遗传算法流程图

9.2 遗传算法的实现

我们采用浮点数编码, 由于浮点数编码比二进制编码在变异操作上能够保持更好的种群多样性, 避免了早熟收敛(即基因丢失和基因浓度过低), 减小遗传算法陷入局部最优点的概率。

9.2.1 目标函数

target_l 表示第 l 个个体的目标函数值设为

$$\text{target}_l = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|m_{ij} - \hat{m}(A_l, k_{l1}, k_{l2}, k_{l3}, k_{l4}, R_{lj}, T_{lj}, M_j)\|$$

遗传算法以适应度函数作为进化目标, 并且只能朝着适应度函数增大的方向进化, 所以需要适当地在适应度函数与目标函数之间进行转换。我们取适应度函数为目标函数的倒数, 则适应度函数最大的时候即可保证目标函数最小。

9.2.2 选择与交叉

采用排序选择法, 用来确定交叉个体, 以及被选中的个体将产生的子代个体数量。

我们以设定选择概率

$$p_i = q'(1-q)^{r_i-1}$$

其中 p_i 为第 i 个个体的适应度函数值; Q 为选中的个体是最优个体的概率, 一般选择 $Q=0.08$, 种群中的个体按照适应度的大小进行排列; r_i 为种群按照个体适应

度的大小进行排序后第 I 个个体的排序号。则有

$$q' = \frac{q}{1 - (1 - q)^m}$$

其中 M 为群体中个体的总数。

为了能够在下一代产生新的个体，我们通过交叉操作来使得遗传算法的搜索能力得以飞跃地提高。变异本身只是一种局部搜索，但是与交叉结合在一起后，保证了遗传算法的有效性，进而防止了基因丢失和基因浓度过低，即早熟收敛。具体浮点数编码交叉方式为

$$c_1 = p_1\alpha + p_2(1 - \alpha)$$

$$c_2 = p_1(1 - \alpha) + p_2\alpha$$

其中， c_1 、 c_2 为个体， p_1 、 p_2 为附体， α 是 0、1 之间的随进变量。

9.2.3 变异

设置变异算子

$$X' = X + 0.5 \times L \times \Delta$$

其中， X' 为变异后变量的值， X 为变异前变量的值； L 为变量的取值范围；

$$\Delta = \sum_{i=0}^m \frac{a(i)}{2^i}, \quad a(i) \text{ 以 } \frac{1}{m} \text{ 的概率取 } 1, \text{ 以 } 1 - \frac{1}{m} \text{ 的概率取 } 0; \text{ 当 } M=20 \text{ 时, } a(i) \text{ 取 } 1$$

的概率为 0.05，取 0 的概率为 0.95。

9.2.4 最优保存策略：

最好的染色体不一定出现在最后一代，所以，开始时我们把最好的染色体保留下来并记作 V_0 。若在产生的新的群体中发现比 V_0 更好的染色体，则用其替代 V_0 。随着新个体的产生， V_0 不断更新，这一进程结束后，得到的 V_0 就是优化后的路段 NASH 平衡比率

9.3 优化结果及遗传状态的分析

根据以上模型对路段 NASH 平衡比率进行模拟(预测实例数 10000 单元)，结果如下表：

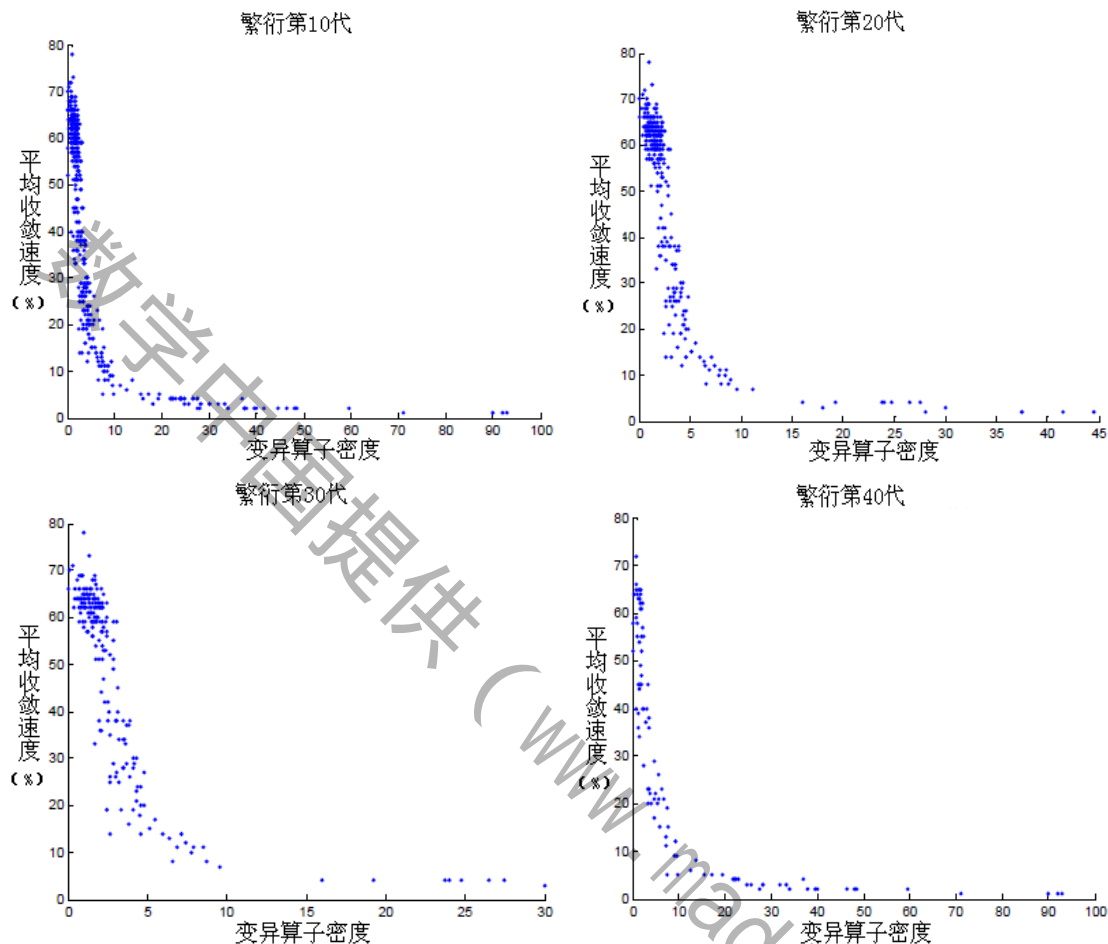
年份	路段 NASH 平衡比率	遗传算法优化结果
2000	0.284	0.278
2001	0.831	0.826
2002	0.402	0.413
2003	0.583	0.552
2004	0.244	0.289
2005	0.912	0.898
2006	0.394	0.403
2007	0.190	0.199
2008	0.294	0.312
2009	0.238	0.209

表 3 遗传算法优化结果

下图是遗传算法优化过程中个体误差的变化情况，从图 39 中可以看出，随

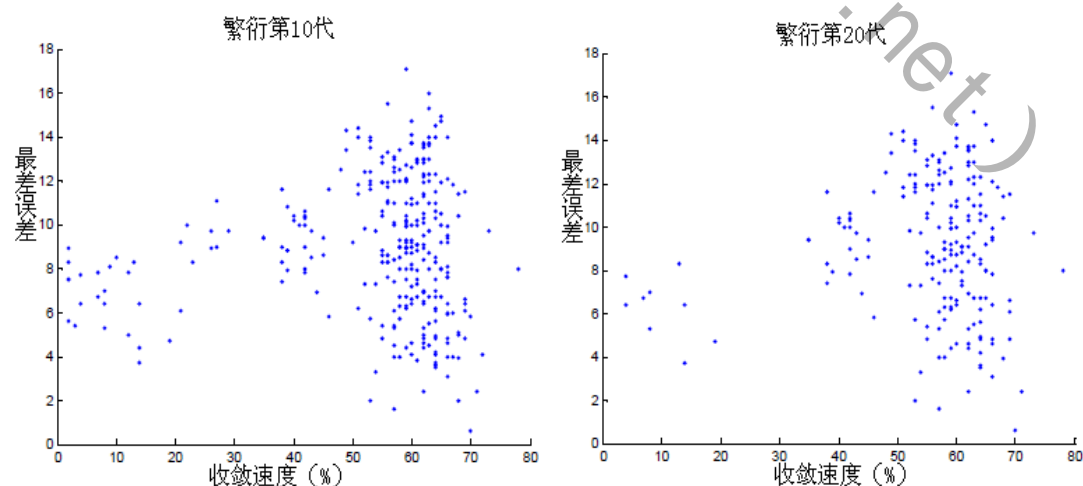
着子代数的增加，平均个体误差逐渐下降，并最后收敛于最小误差，对应于最优个体的最小误差在经过约 40 代的遗传之后达到其最小值。而最大误差随着遗传代数增加而不断下降。这说明了遗传算法中的个体最终收敛到非线性问题的最优解。

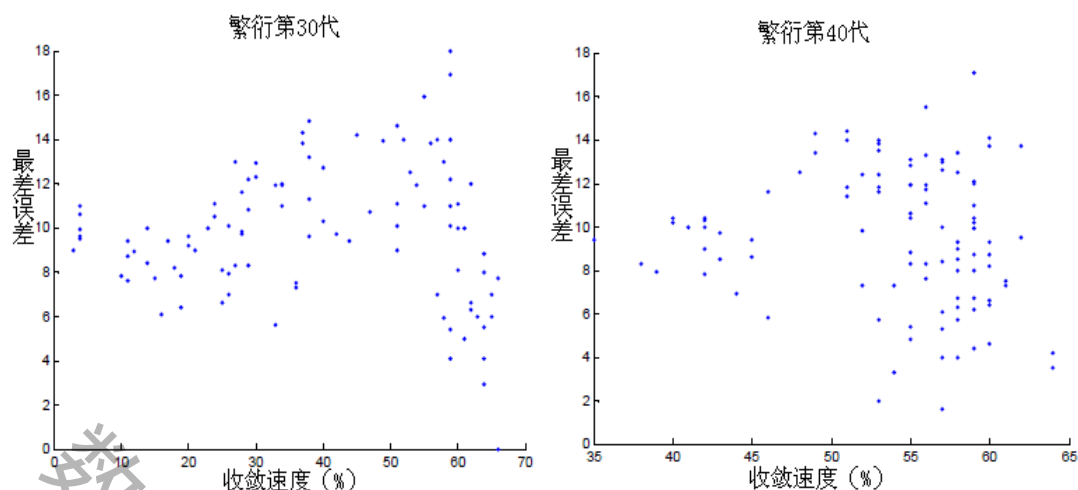
下图为模拟过程中平均收敛速度（基于百分比）与变异算子密度的关系：



系列图 39 平均收敛速度（基于百分比）与变异算子密度关系

下图为模拟过程中最差误差与收敛速度的量化关系





系列图 40 最差误差与收敛速度的量化关系

9.4 结论：

由上述模拟图所示，在本算法中随着子代增多，收敛速度不断降低，最差误差也不断下降，在繁衍到第 40 代时，收敛速度降低到最低，相应的最差误差和变异算子的密度达到平衡状态，此时的遗传算法优化的结果最佳，同时也横向证明了 ATM 路由选择算法对 GPS 动态导航研究结果的可靠性。

十、基于瓶颈路由博弈的网络路径选择性模型

10.1 引言

BRAESS 悖论宣称：提高某一路段的通行能力，反倒可能使整体路网的通行能力下降。那么，在发生交通拥堵的时候，如果暂时关闭其中的某条道路，是否可以缓解交通堵塞的现象？

为此，我们建立了基于瓶颈路由博弈的网络路径选择性模型来研究这个问题，首先，在前人研究的基础上，我们分析了临时关闭某些路段以缓解交通拥堵的可行性，并且给出了相应的条件；其次，我们采用基于瓶颈路由博弈的网络路径选择性模型通过实例进行分析，引入了悖论边概念，即可以通过合并多条边以简化图形的边，通过悖论边的合并可得到最简图形，并研究了悖论边的选取方法，也就是可通过暂时关闭来缓解交通堵塞的路段选择方法。

网络服务供应商经常会遇到升级网络的决策问题，比如，如何增加网络的带宽？如何拓展新的服务项目？等等。网络服务供应商当然希望“升级”后的网络性能可以有所提高，但是需要注意的是，如果“升级”不当，可能会适得其反，反而降级 T 网络服务的能力。DIETRICH BRAESS 在 1968 年的文献中给出了第一个实例，这个例子表明在交通网络中存在一种看似矛盾的现象，即某种情况下，在交通网络中增加一条通路反而使网络上的出行时间增加了，而且是所有出行者的出行时间都增加了。这种出力不讨好且与人们直观感受相背的交通网络现象就被称为 BRAESS 悖论，随后的文献又更正式的说明了这个现象。出现 BRAESS 悖论的原因就是因为非合作博弈下各个用户都是自私的，他们只关心自己的利益而忽视了整体的利益。下面我们看例子：

例 10.1.1：BRAESS 悖论考虑左图中的网络，假设一个总流量为 1 的信息流需要从源点 S 输送到汇点 T，整个网络中有众多的用户，每个用户仅仅能控制这个网流量中的微不足道的一部分，

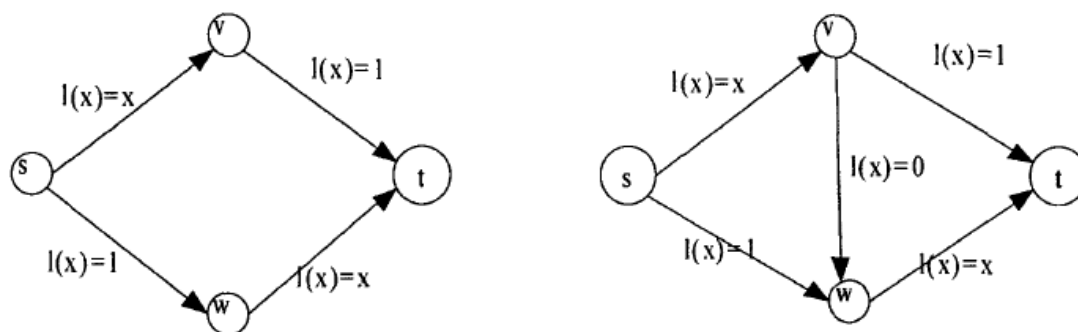


图 41 BRAESS' S PARADOX

这时网络唯一的纳什流(也是全局最优解)是, $S \rightarrow V \rightarrow T$, $S \rightarrow W \rightarrow T$ 各运输 $1/2$ 单位流量, 每个用户的个人费用是 $3/2$, 总的系统费用为 $3/2$ 。现在考虑网络中增加一条延迟函数为零的有向边 (V, W) , 见上图, 全局最优解没有改变, 但是纳什流却改变了, 所有的用户都将选择路 $S \rightarrow V \rightarrow W \rightarrow T$ 。在这个纳什流下, 每个用户的个人费用都是 2, 总的系统费用为 2。即, 增加了一个延迟函数为零的新边, 反而使网络的延迟费用增加了, 而且是所有用户的延迟费用都增加了。

BRAESS 悖论激发了人们对网络设计的研究, 即如何能有效地克服这个现象。下面是有关文献提出的几个思路:

- (1) 网络的每条边都乘以某个常数 $A > 1$, 或者每条边乘上一个依赖于边的

的大于用户数的常数 a_i 。

- (2) 增加一条有向边连接网络的源点和汇点。
- (3) 增加网络的某一条边的容量。

但上述的这些方法也有着明显的弊端: 首先, 大规模网络的边数和用户数往往非常庞大, 将每条边的容量都进行扩充是一项非常昂贵的投资; 其次, 大规模网络的源点和汇点相距非常的遥远, 要直接连接源点和汇点也是不现实的。

10.2 关闭路段以减缓拥堵的可行性分析

10.2.1 可行性分析理论

如果对 BRAESS 悖论进行逆向思考, 又可以提出另一个简化的网络设计问题, 即给定一个网络, 这个网络中是否存在悖论边? 如何高效地寻找图中存在的悖论边并去掉这些边, 使网络处于最优的纳什均衡状态(即最坏的纳什均衡对应的系统目标值尽量的小)? 具体地说, 考虑实例 (G, R, L) , 其中 $G = (V, E)$, 如何高效地找出 G 的一个子网络 $H = (V, E_H)$, 使得 H 中使系统目标最坏的纳什流所对应的

系统费用在所有子网络中为最小? 对这个网络设计问题, 已经有很多文献在理论上进行了研究, 研究了图(5.1)所示的四个顶点的网络。虽然研究了一般性的网络, 但对允许删去的边的类型进行了限制。RONGH GARDEN 首次在没有限制的情况下对一般性网络的设计问题给出了计算复杂性结果。特别值得注意的是, CHEN 和 KARHN 以网络的路拍卖为背景探讨了“BRAESS 类型”悖论并考虑了同样的网络设计问题。下面我们对这个问题进行数学上的正式描述。

记最优的子网络(也即是纳什流所对应的系统费用最小的子网络)为 H^* , 则有以下定义:

定义: 如果存在一个算法, 对于给定的任意实例 (G, R, L) , 都能在多项式时间内得到 G 的一个子图 H , 使得

$$C(f^H) \leq \gamma C(f^{H^*})$$

其中 f^H 和 f^{H^*} 分别表示 H 和 H^* 下的纳什流，那么就称这个算法为 γ -近似算法。

BRAESS 悖论提出了如下的网络设计问题:给定一个网络模型,如何高效地寻找图中存在的悖论边并去掉这些边,使网络处于最优的纳什均衡状态?对这个问题进行进一步推广,又可以提出另外的一个网络设计问题,称为有选择性的网络设计问题:给定一个网络 $G=(V, E)$, 以及一个边子集 $E_1 \subseteq E$, 如何找出 G 的一个

子图 H , 使得 H 包含边子集 E_1 , 且子图 H 上的网络处于最优的纳什均衡状态?换句话说, 就是在不涉及边子集 E_1 的情况下, 如何高效地寻找图中存在的悖论边并去掉这些边, 使得最坏的纳什均衡对应的系统目标值尽量的小?

RONGHARDEN 以路由博弈模型 (G, L, R) 为背景, 分析了网络设计问题。他证明了:对于单商品流的情形, 当边延迟函数为线性函数时, 最好的不可近似结果是 $4/3$; 当边延迟函数为度 D 的多项式函数时, 最好的不可近似结果是

$\Theta(d/Ind)$; 当边延迟函数为一般性的连续非降函数时, 最好的不可近似结果是 $\lceil \ln 2 \rceil$ 。更进一步地指出, 从近似性的角度而言, 平凡算法(即不删去任何边, 完整地输出整个网络)就是最好的多项式时间算法。

AZAR ET AL. 以不可分的路由博弈模型为背景, 分析了网络设计问题和有选择性的网络设计问题, 他们证明了:当边延迟函数为线性函数时, 这当边延迟函数为度 D 的多项式函数时最好的不可近似结果都是 $(3+\sqrt{5})/2$; 当边延迟函数为度 D 的多项式函数且有加权的需求时, 对于这两个问题, 他们给出了一个算法下界 $\Omega(d^{d/4})$; 当边延迟函数为一般性的连续非降函数时, 他们证明没有任何多项式时间算法有常数近似比。

BANNER ET AL. 分两种情况讨论了瓶颈路由博弈, 一种是不可分的瓶颈路由博弈(即每个用户只能选择一条路), 另一种是可分的瓶颈路由博弈。对这两种情况, 详细讨论了纳什均衡的存在, 收敛以及调和率, 稳定率。

在这一部分, 我们主要讨论瓶颈路由博弈模型下的可选择性的网络设计问题。我们将从两个方面来讨论:一种是不可分的瓶颈路由博弈, 另一种我们称之为 K -可分不加权的瓶颈路由博弈(即每个用户都有单位需求, 但是每个单位需求都可以分成 K 个等分, 用户必须为每个等分选择一条路, 因此, 每个用户至多选择 K 条路)。

10.2.2 可行性研究结论

我们证明了如下结论, 当满足下列条件时, 可通过关闭部分路段以减缓交通的拥堵情况:

- 考虑不可分瓶颈路由博弈下可选择性网络设计问题, 当边延迟函数是度 P 的单项式函数时, 假定 $P \neq NP$, 对于任意多项式时间算法, 我们给出近似比的一个下界 $\Omega(|E|^P)$ 。我们还同时说明, 从近似性的角度而言, 平凡算法就是最

好的多项式时间算法。

- 我们说明 K-可分不加权的瓶颈路由博弈必存在纯策略纳什均衡，但是计算最优的纳什均衡是 NP-难问题。
- 对于一般性的连续非降边延迟函数，假定 $P \neq NP$ ，任何多项式时间算法对于 K-可分不加权的瓶颈路由博弈的可选择性网络设计问题的近似比都是无常数界的。

10.3 网络路径选择性关闭方案研究

10.3.1 简介

瓶颈路由博弈：给定一个有向图 $G=(V, E)$ 。每条边 $e \in E$ 都对应一个依赖于负载的延迟函数 $f_e: R^+ \rightarrow R^+$ 。假定所有的边 $e \in E$ ， f_e 都是连续，非降的函数。现在有 N 个用户使用这个网络，他们是网络上的信息发送者，每个用户 J 都有一个信息流量要求，我们用三元组 (s_j, t_j, w_j) 来表示，其中 $s_j, t_j \in V$ 分别表示源点和汇点， $w_j \in R^+$ 是需要发送的加权信息流量。 Λ_j 表示从源点 s_j 到汇点 t_j 的有向简单路的集合。 Λ 表示网络中的所有有向路集合。用 l_p^j 表示路 $P \in \Lambda_j$ 上属于用户 J 的流量。用户 J 可以指派任何值到 l_p^j ，只要同时满足： $l_p^j \geq 0$ （非负限制）和 $\sum_{P \in \Lambda_j} l_p^j = w_j$ （流量平衡限制）。用户对其流量的指派可以认为是用户做出的策略，每个策略组合就构成了一个满足所有用户流量要求的网络可行流向量。

给定一个可行流向量 $l = \{l_p^j\}$ 以及一条有向简单路 $P \in \Lambda$ ，我们用符号 l_p 表示路 P

上的总流量，即 $l_p = \sum_{j=1}^n l_p^j$ 。令 l_e^j 表示流经边 E 的属于用户 J 的流量，即 $l_p = \sum_{P|e \in P} l_p^j$ 。

令 l_e 表示流经边 E 的总流量。对于给定的这个可行流向量 $l = \{l_p^j\}$ ，我们定义网络瓶颈 $B(l)$ 为整个网络的各个边上的最大负载值，即 $B(l) = \max\{f_e(l_e)\}$ ，其中 $e \in E$ 。类似地，我们定义用户 J 的瓶颈为用户 J 所使用的边上的最大负载值，即 $b_j(l) = \max\{f_e(l_e)\}$ ，其中 $e \in E$ 且 $l_p^j > 0$ 。

对于一个策略组合，如果保持其他参与者的策略不变，而任意一个参与者的策略都是最优的，那么这个策略组合就是纳什均衡。具体的说，对于不可分的(K-可分不加权的)瓶颈路由博弈模型，策略组合 $l = \{l_p^j\}$ 是一个不可分的(K-可分不加权的)纳什均衡流，如果对每一个用户 J 和每一个满足条件：

对任意的 $i \in N \setminus \{j\}$ ， $l_p^i = \bar{l}_p^i$ 的可行流向量 $\bar{l} = \{\bar{l}_p^j\}$ ，都有如下不等式成立： $b_j(l) \leq b_j(\bar{l})$ 。

瓶颈路由博弈模型的调和率(POA)定义为纳什均衡对应的瓶颈值和系统全局最优瓶颈值之间的最大比值。

网络设计问题的数学定义考虑网络 G 的一个子网络 H ，可行流向量 L 是 H 上的一个纳什均衡流，则记 $B(H, l)$ 为流向量 L 对应的网络瓶颈值。若在子网络 H 中某个用户传递信息的可行有向路集为空集，即 $\Lambda_j = \emptyset$ ，则定义 $B(H, l) = \infty$ 。

我们记 $B(H)$ 为子网络 H 上的最大网络瓶颈值，这里所说的最大是对 H 上所有的纳什均衡流 L 而言的。有选择性的网络设计问题可以表述如下：给定有向图

$G = (V, E)$ 和 $E_1 \subseteq E$ ，找到 G 的一个包含边子集 E_1 的子图 H ，使得子图 H 上的瓶颈值 $B(H)$ 最小。令 H^* 是按照最优算法找到的包含 E_1 的子图， H 为按照近似算法 A 得到的包含 E_1 的子图。则近似算法泛化的近似比定义为所有实例下 $B(H)$ 和 $B(H^*)$ 的最大比值。

10.3.2 网络路径选择性关闭方案

我们首先考虑不可分的瓶颈路由博弈。BANNE:ETAL. 证明在这个模型中纯策略纳什均衡一定存在，并且调和率(POA)是无常数界的。特别地，他们得到了如下结果：

命题 10.3.2.1：考虑不可分的瓶颈路由博弈，若各边 $e \in E$ 上的延迟函数为单项式函数 $f_e(l_e) = a \cdot (l_e)^P$ ，则调和率(POA)为： $\Theta(|E|^P)$ 。

我们的目的是找出网络 G 的一个子网络 H ，使得 H 上的瓶颈值 $B(H)$ 最小。所谓的平凡算法 (TRIVIAL ALGORITHM) 就是不删去任何边，完整地输出整个网络 G 。我们应用文献中的方法，可以得到以下的引理：

推论 10.3.2.2：考虑不可分的瓶颈路由博弈，若各边 $e \in E$ 上的延迟函数为单项式函数 $f_e(l_e) = a \cdot (l_e)^P$ ，则对于可选择的网络设计问题，平凡算法是 $O(|E|^P)$ -近似的。

显然，平凡算法的近似比是很差的，但“很不幸的”我们下面的定理表明，对于可选择的网络设计问题，平凡算法就是最好的近似算法。

定理 10.3.2.1：考虑不可分的瓶颈路由博弈，各边 $e \in E$ 上的延迟函数为单项式函数 $f_e(l_e) = a \cdot (l_e)^P$ ，假定 $P \neq NP$ ，则对于可选择的网络设计问题，没有比平凡算法更好的近似算法。

证明：为了证明这个定理，我们要把有向不交路问题 (2DDP) 归约到我们的可选择网络设计问题，有向不交路问题是一个刀尹~完全问题，有关这个问题的详细讨论，见文献。

有向不交路问题 (2 DIRECTED DISJOINT PATHS PROBLEM)：有向图 $G=(V, E)$ ，不相交的顶点对 $(s_1, t_1), (s_2, t_2)$ 。问： G 中是否有 2 条顶点不相交的道路，使得对于每个 $i, 1 \leq i \leq 2$ ，都有一条连接 s_i 和 t_i 的通路？

我们下面将要说明，对于不可分瓶颈路由博弈 $\{G, N, \{f_e\}\}$ ，其中边延迟函数 $f_e(l_e) = a \cdot (l_e)^P$ ，考虑其可选择的网络设计问题，如果有近似比好于 $\Omega(|E|^P)$ 的近似算法，则我们可以在多项式时间里判定 ZDDP 的判定问题。

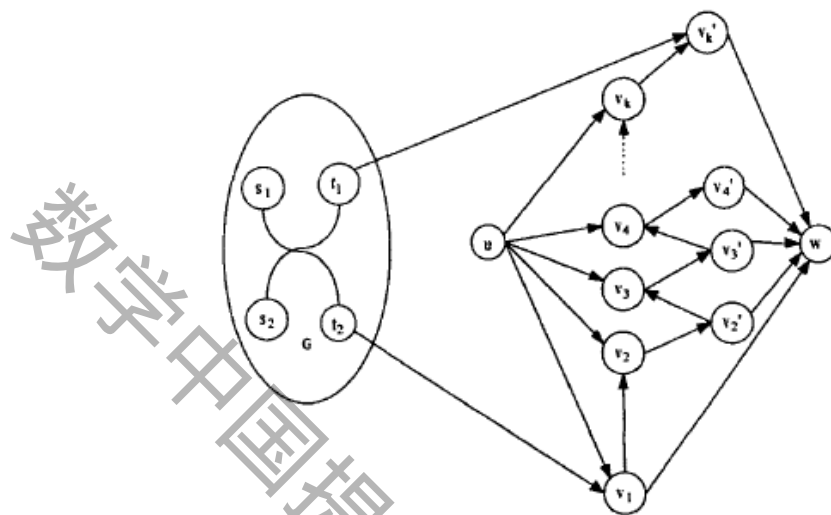


图 42 PROOF OF THEOREM

令 I 是 ZDDP 问题的一个实例，其中有向图记为 $G = (V, E)$ 。假定 $|E| = k$ 。如上图所示，我们加入一些顶点和边将图 G 进行扩展。扩展后的新网络记为 $G' = (V', E')$ 。令 $E_1 = E' - E$ 是 G' 的子网络 H 必须包含的边集。 G' 中所有的边都有延迟函数 $f_e(l_e) = a \cdot (l_e)^P$ 。我们考虑如下有 $K+4$ 个用户的不可分瓶颈路由博弈：令 $\gamma > \varepsilon > 0$ ，用户 1 的流量要求 (s_1, t_1, ε) （即用户 1 要从 s_1 到 t_1 运送 ε 个单位的信息流。）。用户 2 的流量要求 (s_2, t_2, ε) 。用户 3 的流量要求 (s_1, w, γ) 。用户 4 的流量要求 (s_2, w, γ) 。用户 i ($4 < i \leq k+4$) 的流量要求 (u, w, γ) 。显然新的实例 I' 可以经实例 I 用多项式时间构造出来。为了完成证明，我们只需说明如下两点：

- (1) 如果 I 是 ZDDP 问题的一个回答为“是”的实例，则 G' 中有一个子网络 H ，其瓶颈值 $B(H) = a(2\gamma)^P$ 。
- (2) 如果 I 是 ZDDP 问题的一个回答为“否”的实例，则 G' 的任何包含边子集 E_1 的子网络 H ，其瓶颈值都有 $B(H) \geq a(k\gamma)^P$ 。

注意到，要求 G' 的子网络 H 必须包含边子集 E_1 。为了证明 (1)，令 P_1 和 P_2 分别是 G 中的连接 $(s_1, t_1), (s_2, t_2)$ 的两条顶点不交路。将 G 中的既不属于 P_1 也不属

于 P_2 的边都删掉，则剩下的边连同子集 E_1 就构成了子网络 H 。在这个子网络中，有如下纳什均衡流，用户 1, 2, \dots , $(K+4)$ 分别选择以下有向路来完成其流量要求： $s_1 \rightarrow t_1$, $s_2 \rightarrow t_2$, $s_1 \rightarrow t_1 \rightarrow v_k' \rightarrow w$, $s_2 \rightarrow t_2 \rightarrow v_k' \rightarrow w$, $u \rightarrow v_1 \rightarrow w$, $u \rightarrow v_2 \rightarrow v_2' \rightarrow w$, \dots , $u \rightarrow v_k \rightarrow v_k' \rightarrow w$ 。此时，个人费用分别为： $a(\gamma + \varepsilon)^P$, $a(\gamma + \varepsilon)^P$, $a(2\gamma)^P$, $a(2\gamma)^P$, $a(\gamma)^P$, \dots , $a(\gamma)^P$, $a(2\gamma)^P$ ，此时系统费用为 $a(2\gamma)^P$ ，我们注意到，在子网络 H 中，所有的纳什均衡流都有相同的系统费用，故网络瓶颈值 $B(H) = a(2\gamma)^P$ 。

现在证明(2)，由于要满足用户 1 和用户 2 的流量要求， H 中一定要有 $s_1 \rightarrow t_1$, $s_2 \rightarrow t_2$ 路，又因为此时实例的回答为“否”，所以这两条路必是顶点相交的，因此我们可以得到 H 中必包含 $s_2 \rightarrow t_2$ 路，对于满足上述条件的任意子网络 H ，我们考虑如下可行流流向量：用户 1 使用路 $s_1 \rightarrow t_1$ ；用户 2 使用路 $s_2 \rightarrow t_2$ ；用户 3 使用路 $s_1 \rightarrow t_2 \rightarrow v_1 \rightarrow w$ ；用户 4 使用路 $s_2 \rightarrow t_2 \rightarrow v_1 \rightarrow w$ ；所有其他用户都使用相同的路 $u \rightarrow v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_2' \rightarrow v_3 \rightarrow v_3' \rightarrow \dots \rightarrow v_k \rightarrow v_k' \rightarrow w$ ，显然这是一个纳什均衡流，用户 3, 4, \dots , $(K+4)$ 的个人费用分别为： $a(2\gamma)^P$, $a(k\gamma)^P$, \dots , $a(k\gamma)^P$ 。故，任何子网络 H 的瓶颈值都有 $B(H) \geq a(k\gamma)^P$ 。

最后，注意到 $k = |E|$ 和 $k = \Omega(|E|)$ 。我们就完成了证明。

下面我们分析具有一般性连续非降边延迟函数的 K -可分不加权的瓶颈路由博弈。我们注意到文献中关于不可分瓶颈博弈纯策略纳什均衡的证明可以应用到这个情况下，因此有如下定理：

定理 10.3.2.2: K -可分不加权的瓶颈路由博弈必存在纯策略纳什均衡

一个 K -可分不加权的瓶颈路由博弈可能会有多个纯策略纳什均衡，我们把那个对应的网络瓶颈最小均衡称为最好的纯策略纳什均衡，下面我们将证明计算这个最好的纯策略纳什均衡是一个 NP-难问题。

定理 10.3.2.3: 考虑 K -可分不加权的瓶颈路由博弈 $(G, N, \{f_e\})$ ，某个界值 B ，

判定这个博弈问题是否有一个瓶颈值至多为 B 的纯策略纳什均衡是一个 NP-难问题。

证明：为了证明这个定理，我们用不交连通路问题进行多项式归约。

不交连通路问题 (DISJOINT CONNECTING PATHS PROBLEM)：有向图

$G = (V, E)$ ， K 个不相交的顶点对 (s_1, t_1) , $(s_2, t_2) \dots (s_k, t_k)$ 。问： G 中是否有 K 条

边不相交的道路，使得对于每个 $I, 1 \leq i \leq k$ ，都有一条连接 s_i 和 t_i 的通路？

对不交连通路问题的任意实例 I (相应的连通图为 G)，我们生成一个新的网络如下图所示：

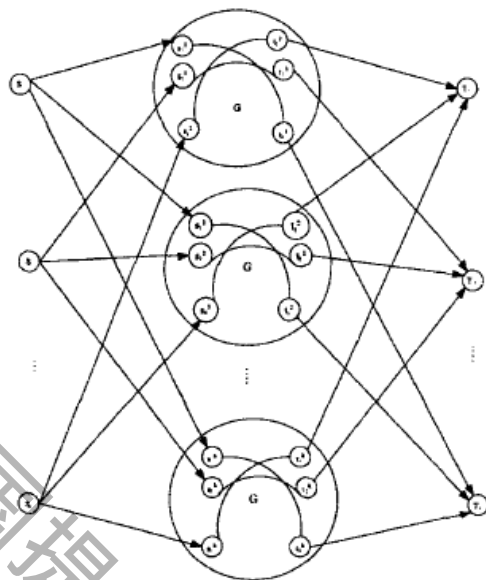


图 43 PROOF OF THEOREM

将图 G 拷贝 K 次，增加 K 个顶点 S_1, S_2, \dots, S_k 做为源点，同样，再增加 K 个顶点 T_1, T_2, \dots, T_k 做为汇点，将它们分别和相应的点连接起来。将新网络记为 $G' = (V', E')$ 。定义边延迟函数如下： K 个拷贝图，其边延迟函数都为 $f_e(l_e) = kBl_e$ ，所有新加上的边，其延迟函数都为 $l_e = 0$ 。考虑 K -可分不加权的瓶颈路由博弈： K 个用户使用 G' ，每个用户 j 需要传替单位信息流从凡到写。但是每个单位信息流都可以分成 K 个等分，用户必须为每个等分的信息选择一条路，因此，每个用户至多选择 K 条路传递其信息要求。

如果有向图 $G = (V, E)$ 含有 K 条边不相交的道路，使得对于每个 $I, 1 \leq i \leq k$ ，都有一条连接 s_i 以及 t_i 的通路，那么，每一个用户可以沿着每条有向路 $S_i \rightarrow s_i^j \rightarrow t_i^j \rightarrow T_i$ 传送 $1/K$ 个单位的信息流。易见，这是一个纳什均衡流，且网络瓶颈最多为 B 。

另一方面，如果存在一个纳什均衡流，且网络瓶颈最多为 B ，则每个用户都不会和其他用户的通路相交，否则，瓶颈值大于 B 。因此，图 $G = (V, E)$ 中必含有 K 条边不相交的道路连接这 K 个不同的顶点对。

下面我们再分析 K -可分不加权的瓶颈路由博弈的可选择网络设计问题，我们有如下结果：

定理 10.3.2.4: 考虑 K -可分不加权的瓶颈路由博弈的可选择网络设计问题，对于一般性的连续非降边延迟函数，假定 $P \neq NP$ ，任何多项式时间算法，其近似比都是没有常数界的。

证明：我们应用有向不交路问题(2DDP)进行归约。令 G 为 2DDP 问题的实例 I 对应的有向图。我们加上一些顶点和边构成新的网络 $G' = (V', E')$ ，如图所示。令

$E_1 = E' - E$ 为任何子网络 H 必须包含的边子集。对边集 E' 定义如下边延迟函数：

对于边 $(w_i, v_1), (v_1, v_i), (u_i, v_2), (v_2, u_i), (u_i, v_1), (u_i, v_1), (w_i', v_2) (i=1, \dots, k)$,

$f(x) = 0$ 当 $x \leq 1/k$; $f(x) = x - 1/k$ 当 $x \geq 1/k$ 。其他所有的边，其延迟函数都为

$f(x) = 0$ 。我们考虑如下的有六个用户的 K -可分不加权的瓶颈路由博弈。用户 1

有流量要求 $(s_1, t_1, 1)$ (即用户 1 要传送单位流量从 s_1 到 t_1)。用户 2 有流量要求

$(s_2, t_2, 1)$ 。用户 3 有流量要求 $(s_1, v_1, 1)$ 。用户 4 有流量要求 $(s_2, v_2, 1)$ 。用户 5 有流

量要求 $(v_1, v_2, 1)$ 。用户 6 有流量要求 $(v_2, v_1, 1)$ 。显然，新的实例 I' 可以由 I 在多项式时间内构造出来。

为了证明结论，我们需证明以下两点：

- (1) 如果 I 是 2DDP 问题的一个回答为“是”的实例，则 G' 中有一个子网络 H ，其瓶颈值 $B(H) = 0$ 。
- (2) 如果 I 是 2DDP 问题的一个回答为“否”的实例，则 G' 的任何包含边子集 E_1 的子网络 H ，都有 $B(H) > 0$ 。

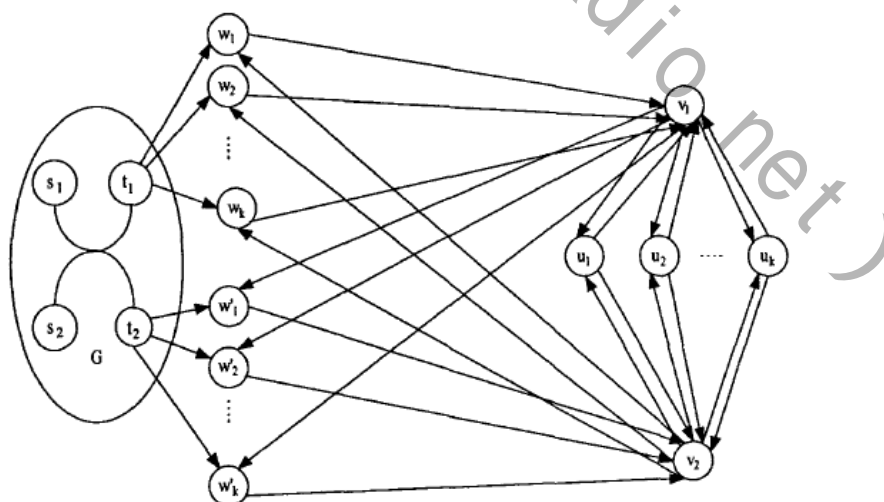


图 PROOF OF THEOREM

注意到子网络 H 一定要包含边子集 E_1 。令 P_1 和 P_2 分别是 G 中的连接 (s_1, t_1) ,

(s_2, t_2) 的两条顶点不交路。将 G 中的既不属于 P_1 也不属于 P_2 的边都删掉，则剩

下的边连同子集 E_1 就构成了子网络 H 。则我们可以得到如下唯一纳什均衡流：用户 1 传送单位流经 $s_1 \rightarrow t_1$ ，用户 2 传送单位流 $s_2 \rightarrow t_2$ ，用户 3 沿每条有向路 $s_1 \rightarrow t_1 \rightarrow w_i \rightarrow v_1$ 各输送 $1/K$ 单位的流量，用户 4 沿每条有向路 $s_2 \rightarrow t_2 \rightarrow w_i' \rightarrow v_2$ 各输送 $1/K$ 单位的流量，用户 5 沿每条有向路 $v_1 \rightarrow u_i \rightarrow v_2$ 各输送 $1/K$ 单位的流量，用户 6 沿每条有向路 $v_2 \rightarrow u_i \rightarrow v_1$ 各输送 $1/K$ 单位的流量。所有用户的个人费用都为 0，因此网络瓶颈值 $B(H) = 0$ 。

至于(2)，由于要满足用户 1 和用户 2 的流量要求， H 中一定要有 $s_1 \rightarrow t_1$ ， $s_2 \rightarrow t_2$ 路，又因为此时实例的回答为“否”，所以这两条路必是顶点相交的，因此子网络 H 中一定包含 $s_1 \rightarrow t_2$ 和 $s_2 \rightarrow t_1$ 路。考虑如下的可行网络流向量：用户 1 使用有向路 $s_1 \rightarrow t_1$ ，用户 2 使用有向路 $s_2 \rightarrow t_2$ ，用户 3 沿有向路 $s_1 \rightarrow t_2 \rightarrow w_i' \rightarrow v_2 \rightarrow u_i \rightarrow v_1$ 各传送 $1/K$ 单位的信息流，用户 4 沿有向路 $s_2 \rightarrow t_1 \rightarrow w_i \rightarrow v_1 \rightarrow u_i \rightarrow v_2$ 各传送 $1/K$ 单位的信息流，用户 5 沿有向路 $v_1 \rightarrow w_i' \rightarrow v_2$ 各传送 $1/K$ 单位的信息流，用户 6 沿有向路 $v_2 \rightarrow w_i \rightarrow v_1$ 各传送 $1/K$ 单位的信息流。则易见，在 G' 的任何包含边子集 E_1 的子网络 H 中这个流向量都是一个纳什均衡流，且六个用户的个人费用分别为：0, 0, L/K , L/K , L/K , L/K 。因此网路瓶颈值： $B(H) = 1/k > 0$ 。

参考文献

- [1] ARNOTT R, KISMA LL THE ECONOMICS OF TRAFFIC CONGESTION [J] AMERICAN SCIENTIST 82, 1994: 446 - 4551
- [2] TBASS ROAD TO RUIN [J] DISCOVER, 1992 (5): 56 - 611
- [3] HAI YANG, M G H, BELL A CAPACITY PARADOX IN NETWORK DESIGN AND HOW TO AVOID IT [J] TRANSPORTATION SCIENCE, 1998: 539 - 5451
- [4] C. DAGANZO QUEUE SPILLOVERS IN TRANSPORTATION NETWORKS WITH CHOICES [J] TRANSPORTATION SCIENCE, 1998: 3 - 111
- [5] 周晶. 城市交通系统分析与优化 [M] 东南大学出版社, 11, 2001, 1
- [6] 段里仁. 城市交通概论—交通工程学原理与应用 [M] 北京大学出版社, 1986, 11
- [7] 北京交通中心—2000~2009 年《北京交通发展年报》
- [8] 北京交通中心—2000~2009 年《全市综合交通调查》
- [9] 晏克非, 苏永云, 黄翔等. 车辆导航系统基于 GIS 的动态 K 最短路径递推解法[J]. 西安公路交通大学学报, 2001, 21(1): 64~67.