

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1288

参赛队员（签名）：

队员 1：张博宇

队员 2：赵媛媛

队员 3：宋昱

参赛队教练员（签名）： 张博宇

参赛队伍组别：本科组

第四届“互动出版杯”数学中国

参赛队号 # 1288

数学建模网络挑战赛
编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 爱车入险

关 键 词 拟合量化 熵值法 维数修正 BP 神经网络 模糊评价 影响因子

摘 要:

本题以保险公司的交强险为基础，以续保率的影响因素和电销对保险业的影响为题展开。笔者小组成员根据题目中所给数据及通过其他渠道得到的信息对所提出的问题给了较客观、准确的数学模型进行解答，得到较好的结果。

在解决影响续保率因素的问题中，取较标准的 2010 年 12 月的数据为研究的数据。首先认为题目附件中所给的 6 个影响因素对续保率均有一定的贡献。要建立之间的关系就必须将影响因素数据化，利用拟合的方法，将所有的因素都量化到 $[-2, 2]$ 区间内。又由于各个影响因素的维数并不相同，通过制定降维、增维的标准将各因素的数据维数统一，为后续工作做准备。由于我们的目的是建立各影响因素与总的续保率之间的关系，所以引入权重的概念，通过熵值法求出各个影响因素的续保率的权重，根据加权之和求出总体加权续保率。然后根据对应关系，建立各个影响因素指标的量化组合对应的加权续保率，进而利用 BP 神经网络模型训练、学习这种对应的关系。训练结果很理想。运用训练好的 BP 神经网络可以对输入的任意 6 个影响因素的组合得到加权续保率，模型较真实的反应了续保率与各影响因素间的关系。

在电销对保险业影响的问题中，首先分析电销及传统销售对商业车险占有率、续保率、投保车辆种类的影响，并且通过分析大量的资料可以看出商业车险、续保率、投保车辆种类三个因素对保险业产生了影响，然后建立模糊综合评价模型，得出保险业在电销影响下的综合评分比传统销售高。在电销在多大程度上取代传统销售的问题中，我们考虑了电销给保险业带来的正面影响与负面影响，商业车险与续保率为正面影响因素，通过建立线性模型得出正面影响因素对保险业综合评价的影响。客户群体的局限性、信任度不高为负面影响因素，建立微分方程得出负面影响因子，进而得出负面影响因素对保险业综合评价的影响。建立规划模型，最终建立电销对保险业综合评价的影响。模型求解得出电销在 56% 的程度上代替传统销售，保险业的综合评价最高。

参赛队号 1288

所选题目 C

参 赛 密 码
(由组委会填写)

参赛队号 # 1288

英文摘要（选填）

（此摘要非论文必须部分，选填可加分，加分不超过论文总分的 5%）

一、问题背景

随着我国城镇居民收入的不断增加，小汽车逐渐飞入寻常百姓家。随之而来的国内汽车销售市场异常火爆，销售量屡创新高。车轮上的世界，汽车保险已经与我们如影随形。汽车保险，简称车险，是指对机动车辆由于自然灾害或意外事故所造成的人身伤亡或财产损失负赔偿责任的一种商业保险。汽车保险是财产保险中的主要险种。自2006年7月1日，交强险实施以来，车险与广大车主间有了更加亲密的关系。交强险，全称机动车交通事故责任强制保险，是我国首个由国家法律规定实行的强制保险制度。交强险的基本定义是：交强险是由保险公司对被保险机动车发生道路交通事故造成受害人（不包括本车人员和被保险人）的人身伤亡、财产损失，在责任限额内予以赔偿的强制性责任保险。除了交强险，各个保险公司有自己的商业车险产品，种类繁多。在我国保险业，汽车保险有着不可撼动的地位。连续多年，汽车保险稳居国内产险业第一大险种。可以说，对于财产保险公司来说，得车险者得天下！因此如何合理的开展车险推销活动成了各大保险公司新的发展热点。电销业务是以电话为主要沟通手段，借助网络、传真、短信、邮寄、递送等辅助方式，通过保险公司专用电话营销号码，以保险公司名义与客户直接联系，并运用公司自动化信息管理技术和专业化运行平台，完成保险产品的推介、咨询、报价、保单条件确认等主要营销过程的业务。而电话车险业务，是平安保险电话销售的重要组成部分。2007年，电话车险不管是对于国内车险市场，还是普通车主都是一个闻所未闻的东西，而就在当年7月平安保险拿到了国内首个电话车险营销牌照之后，也拿到了电话车险营销资格。据统计，平安保险电话车险从2007年7月至12月取得了6.7亿元的电话车险营业收入之后，2008年又迅猛增加到16.4亿元，今年上半年平安财险中电话车险的营销收入已达到14.8亿元，同比增长100%以上。现中国人民财险和中国太平洋保险公司已开始发力电话车险市场，纷纷设立电销运营中心，在全国展开电销业务运营。建立合理的业务评估股体制也是必不可少的！

二、问题重述

问题一 在评价一个保险公司的综合影响力时，其市场份额具有举足轻重的作用。但近年来，由于越来越多的保险公司涉足车险市场，使得车险市场格局也发生了一些不容忽视的变化。当新的保险公司寻求自己的领地的时候，老的保险公司要做的除了发展新的领地，还要保住自己原有的客户。很多保险公司开始关注续保率这个指标，续保率就是当年到期的客户中续保客户所占的比重。在续保数据中，承保车辆的使用性质，出险次数，承保车辆的销售渠道承保车辆的车龄，使用性质以及新车购买价格的不同都会影响续保率。请结合数据，建立合理的数学模型，说明影响续保率的因素

问题二 鉴于汽车保险的巨大潜力，各大保险公司竞相杀入车险市场，为了提高保险企业的核心竞争力获取更大的市场占有份额，各种营销措施和促销花样也开始层出不穷，优惠、打折、上门服务已经不再让消费者感到新鲜的时候，电话车险开始成为众多保险公司争相推崇的新市场杀手锏。电话车险，简称电销，其较低的保费价格让越来越多的人真切的感受到了实惠。所以，电销推出不久，其表现出来的强劲势头让众多的保险公司进军电销的行列。请结合数据建立合理的数学模型，全面评估电销业务的推广对于保险企业的影响，并预测电销的方式将在多大程度上会取代传统的销售方式。

三、问题分析与思路流程

问题一

由于承保车辆出险次数，承保车辆年龄，新车价格，承保车辆品牌，使用性质，销售渠道等都会影响续保率。切割因素都具有不同量纲，新车品牌，使用性质，销售渠道三个因素都属于非数值型数据都是非数值型数据，需将样本统一量化。该问题属于多因素影响问题。他们与续保率都有密不可分的关系。见下图

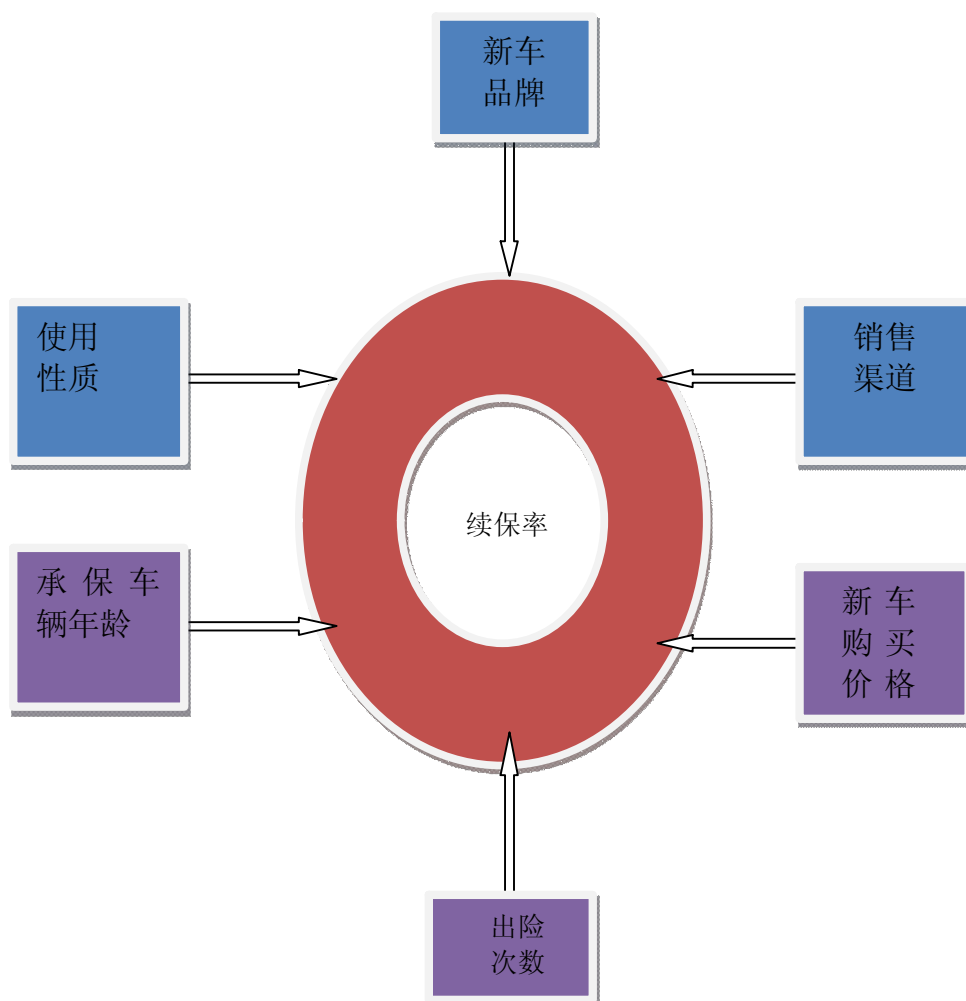


图 3.1 问题一思路流程图

要说明影响续保率各个因素用熵值法和 BP 神经网络来求解个因素是如何影响续保率的。

问题二

由于交强险实行全国统一的保险条款和基础费率，保监会按照交强险业务总体上“不盈利不亏损”的原则审批费率。而商业险是以营利为目的，保险费率也比较高。同时一直以来，续保都被认为是保险公司业务流程中最为重要的一个环节。续保能力的高低，反映了一个保险企业能否不断扩大业务规模、能否有持续稳定增长的利润来源、能否不断改善客户服务水平的能力等。业内有一个比较公认的数据，即维护续保投保人所花费的成本大约是拓展新保投保人成本的五分之一。无疑，对于保险企业的发展，商业车险和续保率有着举足轻重的作用。因此，考虑电销对保险企业的影响时主要考虑其对商业车险和续保率的影响。

由于电销业务具有“方便、实惠”的优点，它的推广对于保险企业扩大市场占有率具有重要作用。通过对数据分析可知，电销业务对交强险的促进作用不大。交强险虽然

没有利润，但是能够消化一定的固定成本。如果不做交强险，保险公司的网络就做不大，提供的服务和经营范围也会受限制，所以，很多保险公司都在做交强险。随着电销业务的推广，其过度发展会产生一些负面影响，导致电销业务不会完全取代传统的销售方式，通过建立模型，可以求出电销业务在保险企业中的最佳占有份额，是企业获得最大利益。

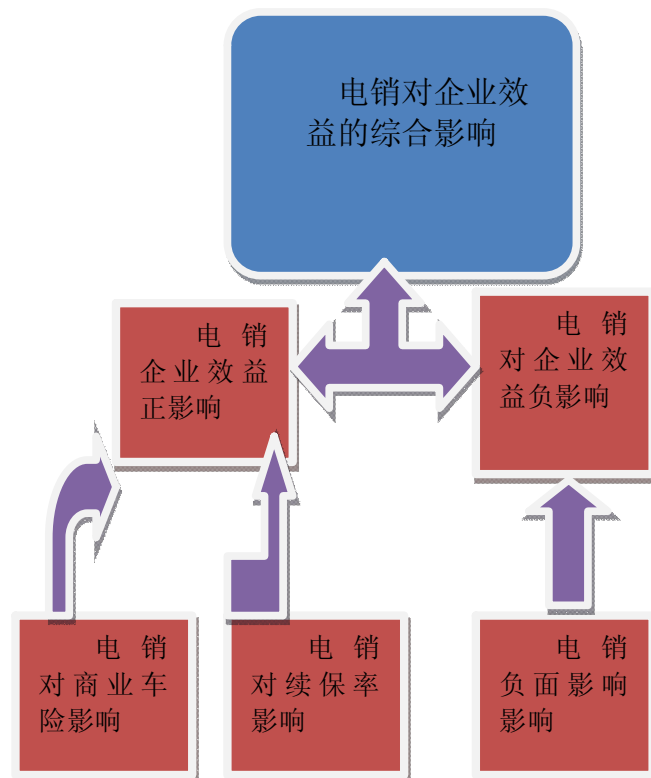


图 3.2 问题一思路流程图

四、模型假设

1. 电销的市场占有率的增长率稳定不变；
2. 每种品牌的车辆的出险率是稳定不变的；
3. 2011 年之后的若干年，车险市场相对稳定，没有出现大的波动
4. 保险公司的经济效益与商业车险均成正相关；
5. 在未来几年时间内不会出现新的销售方式来冲击电话销售。

五、符号说明

符号	符号意义
a	每一指标对应的续保率
b	影响因素的量化值
x'_{ij}	第 i 个指标的第 j 个影响因素的数值
p_{ij}	第 j 项影响因素下第 i 个指标占该因素比重
e_j	第 j 项影响因素的熵值
w_j	第 j 项影响因素的权值
y_1	电销对商业车险的影响
y_2	电销对续保率的影响

y_3	电销对保险公司产生的正面影响
Y	电销对保险公司的综合影响
z	电销所产生的负影响因子

六、问题一的模型的建立与求解

6.1 影响续保率的因素的量化——数值拟合模型

由于题目中要对影响续保率的因素建立数学模型进行评价，从附件中我们也可以看到承保车辆品牌、销售渠道、使用性质这三种因素不是数据，而且车辆出现次数、承保车辆年龄、新车价格这三中因素也不是统一的量纲，对建立数学模型有非常大的阻碍。因此我们首先需要对用量化的思想对所有的因素统一进行量化，对非数据的因素建立与数字之间的关心，对数据型但并不统一的因素也建立与非数据因素相同的与数字之间的关系。以下是分别对各个因素进行量化的过程。

在量化过程中采用统一的量化思想，即把各个影响因素中的各个变量统一到 $[-2,2]$ 区间内，其中影响因素中与最小续保率对应的变量值设为 -2 ，平均续保率（对各个影响因素都一样） 24.27% 与 0 对应，影响因素中与最大续保率对应的变量值设为 2 ，建立这三对值之间的映射关系，即拟合这三个点，得到每个因素中变量与续保率之间的映射关系。

首先对于因素一车辆出险次数，找出续保率的最小值，平均值，最大值为 $[0.97\%, 24.27\%, 35.56\%]$ ，与 $[-2,0,2]$ 进行拟合，可以拟合出二者之间的关系。利用 matlab 拟合工具箱 `cftool` 函数，得到如下的二次拟合函数：

$$b = -294a^2 + 193.6a - 29.67 \quad (1)$$

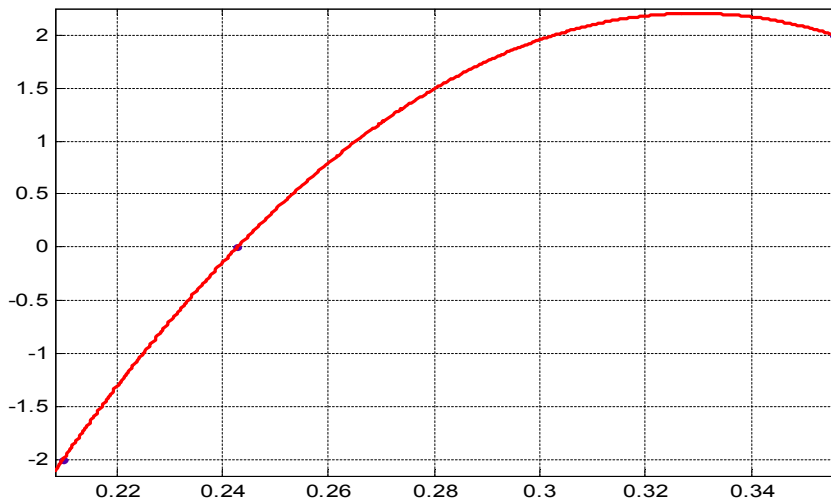


图 6.1 车险次数量化指标与续保率之间的关系曲线

其中， a 表示续保率， b 表示车险次数量化指标。从图中我们可以看出，当 a 处于 $[0.32, 0.34]$ 时，得到 b 的值即量化指标是大于 2 的，这就使得量化指标不在 $[-2, 2]$ 之间，并且使得低续保率的指标的量化值大于高续保率的量化值，使得后续工作无法开展。因此，需要建立续保率与车险次数量化指标的正相关关系函数，此时，建立二者之间的线性关系， $[-2, 2]$ 与 $[20.97\%, 35.56\%]$ 拟合得到直线函数为：

$$b = 27.42a - 7.749 \quad (2)$$

显然这是线性递增的关系，满足影响因素的指标值随续保率递增变化的规律，即符合指标值变大，续保率变大的正相关关系。此种关系应用在以后的 5 个因素中，建立了影响续保率变化的各个因素指标量化的数值拟合模型，得到所有影响因素的的量化值，

为后续的工作做准备。

通过拟合直线对车险次数进行量化，带入每个车险次数的续保率，得出车险次数的量化值如表 6.1.

表 6.1 车辆出险次数的量化值

车险次数	0	1	2	3	4	5	5 次以上
续保率	0.2097	0.3051	0.3556	0.3477	0.3544	0.3496	0.3468
量化数值	-2.0	0.6	2.0	1.8	2.0	1.8	1.8

基于相同的原理，为了量化车辆年龄，建立车辆年龄的指标与续保率之间的拟合关系，得到如下的拟合方程：

$$b = 110.5a^2 - 18.72a - 1.967 \quad (3)$$

带入续保率的值，得出车辆年龄的量化值如表 6.2.

表 6.2 车辆年龄的量化值

车辆年龄	0-1 年	1-2 年	2-3 年	3-4 年	4-5 年	5-6 年
续保率	0.2584	0.2922	0.2237	0.2171	0.1870	0.1834
量化值	0.6	2.0	-0.6	-0.8	-1.6	-1.7
车辆年龄	6-7 年	7-8 年	8-9 年	9-10 年	10 年以上	
续保率	0.1896	0.2014	0.2021	0.1771	0.1676	
量化值	-1.5	-1.3	-1.2	-1.8	-2.0	

基于相同的原理，为了量化车辆品牌，建立车辆品牌的指标与续保率之间的拟合关系，得到如下的拟合方程：

$$b = 2.289a^2 + 8.201a - 2.215 \quad (4)$$

带入续保率的值，得出车辆品牌的量化值如表 6.3.

表 6.3 车辆品牌的量化值

车辆品牌	续保率	量化值	车辆品牌	续保率	量化值
上海大众	0.2908	0.5	江陵	0.2701	0.3
上海别克	0.3345	0.9	上海雪弗兰	0.3249	0.8
一汽大众	0.2858	0.4	吉利	0.1863	-0.5
长安	0.2443	0.0	昌河	0.1951	-0.4
广州本田	0.2222	-0.2	海南马自达	0.3378	0.9
上汽五菱	0.2646	0.2	长城	0.2857	0.4
天津丰田	0.3454	1.0	解放（一吉）	0.1651	-0.7
东风日产	0.3479	1.0	中国重汽	0.2016	-0.4
北京线代	0.3557	1.1	东风标致	0.3107	0.6
金杯	0.1746	-0.6	南京依维柯	0.2993	0.5
夏利	0.2178	-0.2	东风本田	0.3486	1.0
哈飞	0.2357	-0.1	广州丰田	0.3115	0.7
东风雪铁龙	0.3182	0.7	一汽马自达	0.2676	0.2
庆铃五十	0.4472	2.0	一汽轿车	0.2605	0.2
东风	0.2481	0.1	昌河铃木	0.2125	-0.3
奇瑞	0.2322	-0.1	华晨中华	0.2607	0.2
长安福特	0.3388	0.9	北京（福田）	0.0152	-2.0
江淮	0.2834	0.4	宇通	0.4286	1.8
解放	0.3051	0.6	郑州日产	0.3830	1.4

一汽奥迪	0.3440	1.0	南骏	0.0556	-1.7
丰田	0.3720	1.2	南京菲亚特	0.3455	1.0
长安铃木	0.2936	0.5	跃进	0.1970	-0.4
福田	0.2637	0.2	长丰	0.2835	0.4
东南	0.2313	-0.1	北汽	0.2099	-0.3
东风悦达	0.4432	2.0	解放（一红）	0.2300	-0.1

注：为了表格的协调性及美观性，表中某些车辆品牌用简写替代，不影响读者的理解。

基于相同的原理，为了量化车辆使用性质，建立车辆使用性质的指标与续保率之间的拟合关系，得到如下的拟合方程：

$$b = 7.172a - 3.078 \quad (5)$$

带入续保率的值，得到车辆品牌的量化值如表 6.4.

表 6.4 车辆使用性质的量化值

使用性质	家庭自用	党政机关	企业客车	非营业货车	出租租赁	城市公交
续保率	0.2705	0.3636	0.4389	0.1503	0.3328	0.7080
量化值	-1.1	-0.5	0.1	-2.0	-0.7	2.0
使用性质	公路客运	营业货车	特种车			
续保率	0.2704	0.1742	0.3653			
量化值	-1.1	-1.8	-0.5			

基于相同的原理，为了量化车辆购买价格，建立车辆购买价格的指标与续保率之间的拟合关系，得到如下的拟合方程：

$$b = 3.017a^2 + 21.48a - 5.39 \quad (6)$$

带入续保率的值，得到车辆购买价格的量化值如表 6.5.

表 6.5 车辆购买价格的量化值

购买价格	[0,5]	[5,10]	[10,20]	[20,30]	[30,50]	[50,100]	[100,∞)
保率	0.1545	0.2510	0.3289	0.3064	0.3256	0.3023	0.3074
量化值	-2.0	0.2	2.0	1.5	1.9	1.4	1.5

基于相同的原理，为了量化车辆购买渠道，建立车辆购买渠道的指标与续保率之间的拟合关系，得到如下的拟合方程：

$$b = 16.35a - 5.242 \quad (7)$$

带入续保率的值，得到承保渠道的量化值如表 6.6:

表 6.6 承保渠道的量化值

承保渠道	电话销售	交叉销售	车商渠道
续保率	0.4000	0.1983	0.4430
量化值	1.3	-2.0	2.0

从以上得出的结果可知，通过对于每个因素中的指标的量化，使得影响续保率的 6 个因素统一到[-2,2]中，且值越小说明其续保率越低，值越大说明其对应的续保率越大。为后续工作进行打下了较好的基础。

6.2 维数修正

由以上量化之后的表格可以看出，各个因素本身的维数各不相同，这对于以后要用到的神经网络训练（要求各个因素要有相同的维数）数据有很大的阻碍作用。对此，应该设计某种策略使得各个因素具有相同的维数。通过观察数据，我们定每个因素的维数为 7,则除了影响因素中车辆出险次数不需要对数据进一步进行降维或者增维处理，其他 5 项因素均需要这样的操作。

我们假定如下的降维或者增维策略：对于维数低于 7 的影响因素，如承包渠道因素，其维数为 3，根据由上得出的续保率与因素指标之间函数关系，通过人为设定若干个 $[-2,2]$ 之间的指标值，使维数达到 7，反求出续保率；对于维数高于 7 的影响因素，如车辆品牌因素，其维数为 50，根据各个因素指标值之间的接近关系，将值相近的值及其随后的续保率均用平均值代替，基于这样的思想一直进行下去直到维数减为 7。

基于如上的假定，我们最终得到了维数修正后的结果如表 6.7。

表 6.7 各影响因素维数修正后的量化值

车辆出险次数对应的量化值							
续保率	0.2097	0.3051	0.3556	0.3477	0.3544	0.3496	0.3468
量化值	-2.0	0.6	2.0	1.8	2.0	1.8	1.8
车辆年龄对应的量化值							
续保率	0.2584	0.2922	0.2171	0.1870	0.2014	0.1771	0.1676
量化值	0.6	2.0	-0.8	-1.6	-1.3	-1.8	-2.0
车辆品牌对应的量化值							
续保率	0.0152	0.3830	0.0556	0.1866	0.2420	0.3470	0.4397
量化值	-2.0	1.4	-1.7	-0.5	0.0	1.0	2.0
车辆使用性质对应的量化值							
续保率	0.2705	0.3644	0.4389	0.1503	0.3328	0.7080	0.1742
量化值	-1.1	-0.5	0.1	-2.0	-0.7	2.0	-1.8
承保渠道对应的量化值							
续保率	0.4000	0.1983	0.4430	0.3818	0.3206	0.4124	0.4307
量化值	1.3	-2.0	2.0	1.0	0.0	1.5	1.8
车辆购买价格对应的量化值							
续保率	0.1545	0.2510	0.3289	0.3064	0.3256	0.3023	0.3074
量化值	-2.0	0.2	2.0	1.5	1.9	1.4	1.5

6.3 熵值法

在建立各个因素对续保率的影响时，由于各个因素中的每一个指标均对应一个此指标单独对续保率的影响，而我们关心的是各个因素组合起来对总体续保率的影响，这就需要对每个因素所占的比重进行分析，得出每个因素的权值，然后让各个因素的续保率乘以权重之后相加，得到各个因素组合情况下的续保率，即通过各个因素的影响的续保率情况就可以展现出来。下面我们用熵值法得到每个因素的权重。

1. 熵值法基本原理

在信息论中，熵是对不确定性的一种度量。信息量越大，不确定性就越小，熵也就越小；信息量越小，不确定性越大，熵也越大。根据熵的特性，我们可以通过计算熵值来判断一个事件的随机性及无序程度，也可以用熵值来判断某个指标的离散程度，指标的离散程度越大，该指标对综合评价的影响越大，以此来定各个影响因素的权重。

2. 熵值法步骤

1) 选取 n 个指标， m 个影响因素，则 x_{ij} 为第 i 个指标的第 j 个影响因素的数值， $(i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,m)$

2) 指标的标准化处理：异质指标同质化

由于各项数值的计量单位并不统一，因此在使用它们计算综合影响因素前，我们先要

对它们进行标准化处理,即把指标的绝对值转化为相对值,并令 $x_{ij} = |x_{ij}|$, 从而解决各项不同质指标值的同质化问题。而且,由于正向指标和负向指标数值代表的含义不同(高优指标数值越高越好,低优指标数值越低越好),因此,对于高低优指标我们用不同的算法进行数据标准化处理。其具体方法如下:

$$\begin{aligned} \text{高优指标: } x'_{ij} &= \left[\frac{x_{ij} - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})}{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})} \right] \times 100 \\ \text{低优指标: } x'_{ij} &= \left[\frac{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) - x_{ij}}{\max(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) - \min(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})} \right] \times 100 \end{aligned}$$

则 x'_{ij} 为第 i 个指标的第 j 个影响因素的数值 ($i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m$)。为了方便起见,仍记数据 $x'_{ij} = x_{ij}$ 。

3) 计算第 j 项影响因素下第 i 个指标占该因素的比重:

$$p_{ij} = \frac{X_{ij}}{\sum_{i=1}^n X_{ij}}, (i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, m); \quad (8)$$

4) 计算第 j 项影响因素的熵值。

$$e_j = -k \sum_{i=1}^n p_{ij} \ln(p_{ij}), \text{ 其中, } k > 0, k = 1/\ln(n), e_j \geq 0; \quad (9)$$

5) 计算第 j 项影响因素的差异系数。对第 j 项影响因素,其值的差异越大,对方案评价的左右就越大,熵值就越小,定义差异系数:

$$g_j = \frac{1 - e_j}{m - E_e}, \text{ 式中 } E_e = \sum_{j=1}^m e_j, 0 \leq g_j \leq 1, \sum_{j=1}^m g_j = 1; \quad (10)$$

6) 求权值:

$$w_j = \frac{g_j}{\sum_{j=1}^m g_j} \quad (1 \leq j \leq m) \quad (11)$$

经 MATLAB 编程求解得 6 个影响因素的权值如表 6.8.

表 6.8 各个影响因素的权值

影响因素	权重
车辆出险次数	0.098199
车辆年龄	0.260148
车辆品牌	0.183642
车辆使用性质	0.250035
承保渠道	0.105683
车辆购买价格	0.102291

6.4 BP神经网络

人工神经网络,由于其具有自组织、自适应、自学习的特点,同时具有较强的输入输出非线性映射能力与易于学习和训练等优点,被广泛应用于各个研究领域。笔者通过 BP 人工神经网络技术构建的非线性评价模型,建立了各个影响因素指标与总体的续保率之间的关系,即:通过输入 6 个因素各自的某一个指标,组合成一个多影响因素,即可从输出端得出总体续保率。

BP 神经网络的原理 BP 学习算法又称为反向传播学习算法(Back Propagation

Learning Algorithm), 是 Rumelhart 等于 1986 年提出的。其网络结构由一个输入层、一个输出层和一个或多个隐含层组成。每一层都包含若干个神经元, 每一层神经元的状态只影响下一层的神经元状态。其工作过程包括信息的正向传播和误差信号的反向传播, 在正向传播的过程中, 原理为输入信息从由输入层经隐含层逐层处理, 并传向输出层, 如果在输出层不能得到期望的输出(误差大于要求的精度), 则将误差信号沿原来的连接通道作反向传播, 通过修正各层神经元的权重, 使误差最小, 直至得到期望精度的输出减小。重复上述过程, 直至误差最小, 得到期望精度的输出。

在应用 BP 神经网络时, 首先需要建立系统的输入输出值, 将表 6.7 的数据整理得输入值如表 6.9 所示:

表 6.9 神经网络的输入数据

指标 1	指标 2	指标 3	指标 4	指标 5	指标 6
-2.0	0.6	-2.0	-1.1	1.3	-2.0
0.6	2.0	1.4	-0.5	-2.0	0.2
2.0	-0.8	-1.7	0.1	2.0	2.0
1.8	-1.6	-0.5	-2.0	1.0	1.5
2.0	-1.3	0	-0.7	0.0	1.9
1.8	-1.8	1	2.0	1.5	1.4
1.8	-2.0	2	-1.8	1.8	1.5

对于输出值我们这样定义, 由于从表 6.7 中我们可以发现续保率是一个很小的数, 再乘以权重之后相加是一个比较小的值, 对神经网络的训练可能会有影响, 并且由于各个影响因素之间的续保率都有不同程度的变化, 所以很不能直观反映续保率的大小, 由此, 我们分别对每一个因素中的各个指标进行归一化, 得到每一个因素中 0-1 的数值, 此时的数值代表了相对续保率的大小, 经过归一并且加权以后运算输出值如下:

0 0.221609 0.426698 0.519615 0.619276 0.776336 1

由输入输出值, 我们可以建立 BP 神经网络的训练过程, 设置神经网络内部的各个参数, 设置方差贡献率为 0.0001, 训练过程持续了 13.886673 秒, 得到 performance 曲线如下:

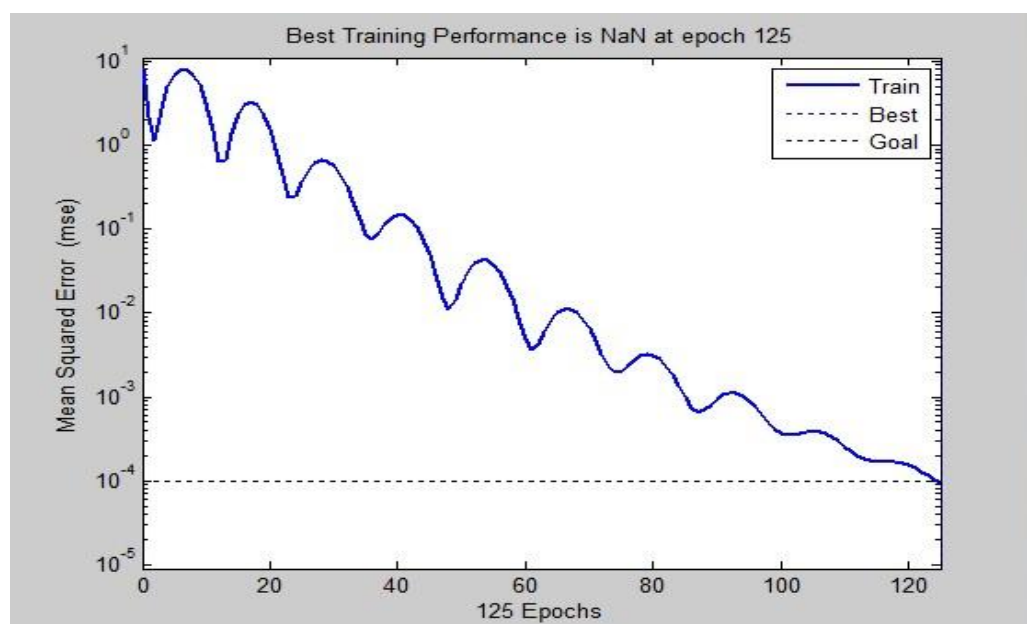


图 6.2 BP 神经网络训练曲线

从训练曲线来看, 训练达到了较好的训练结果。

在应用此模型进行续保评价时, 首先对于一个客户来说, 我们能够得到的是他的车

的车辆出险次数、车龄、车辆品牌等 6 个因素，利用以上的量化模型，得到这 6 个已知因素的量化数字，然后代入以上训练好的 BP 神经网络系统，得到此客户的续保率，此时的续保率就可看作续保的可能。从训练输出值数据中我们可以看出，0 代表续保率是最低的，1 代表续保率最高，应用此模型得出的输出值在 0 和 1 之间，通过与 0 和 1 的比较，很容易得出续保率的高低。此模型较好的反应了各个因素与续保率之间的紧密关系。

七、问题二求解

7.1 模糊综合评价模型

对于问题二中评估电销业务的推广对于保业的影响，我们将它视为综合评价问题。综合评价的方法有很多，常用的主要有 Fuzzy Comprehensive Evaluation、analytical hierarchy process、data envelopment analysis、Cluster analysis、factor analysis, and so on. 由于模糊综合评价具有主观成分较少、理论最成熟、最接近于人的思维等优点，因此我们采用模糊评价法来评价电销方式与传统销售方式对保险公司的影响。

7.1.1 模糊评价因素分析

建立因素集 $U = [U_1, U_2, U_3]$ 其中 U_1 为商业车险占有率， U_2 为续保率， U_3 为车辆类型。

1 商业车险

商业车险对保险公司利润的影响

由于交强险实行全国统一的保险条款和基础费率，保监会按照交强险业务总体上“不盈利不亏损”的原则审批费率。而商业险是以营利为目的，保险费率也比较高。所以我们认为商业车险的占有率（及投商业车险的车辆在所有投保车辆中的比重）对保险公司的利润是正影响。

电销对商业车险的影响

由分析数据可知，2010 年电销所占市场份额为 0，传统销售方式中，商业车险占有率为 40.96%。2011 年电销在市场中所占份额为 6.3%，此时商业车险的占有率为 71.64%。由于题目中给出的数据有限，我们以电销的市场占有率为横坐标，以商业车险的占有率为纵坐标进行线性拟合，得出电销对商业车险的影响。

得到方程：

$$y = 4.887x + 0.409 \quad (12)$$

拟合图形如下：

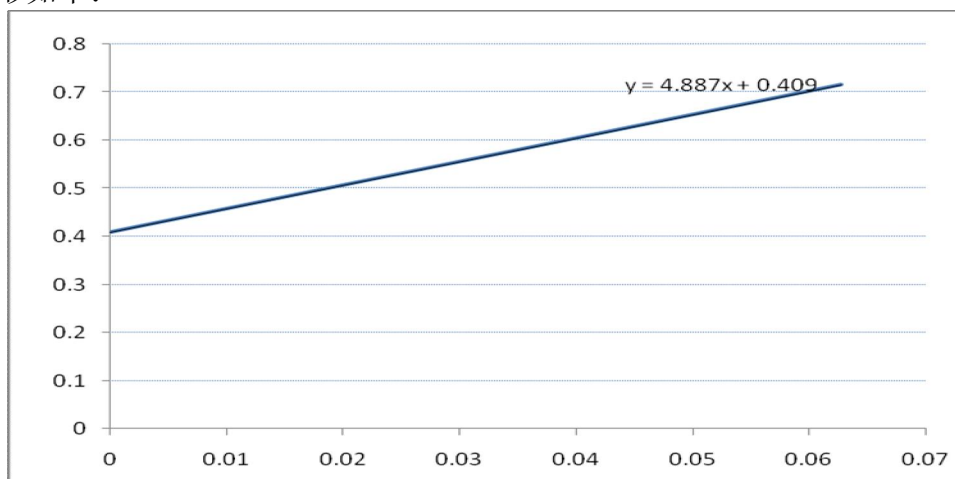


图 7.1 电销对商业车险的影响

2 续保率

续保率对保险公司利润的影响

一直以来，续保都被认为是保险公司业务流程中最为重要的一个环节。续保能力的高低，反映了一个保险企业能否不断扩大业务规模、能否有持续稳定增长的利润来源、能否不断改善客户服务水平的能力等。业内有一个比较公认的数据，即维护续保投保人所花费的成本大约是拓展新保投保人成本的五分之一。

电销对续保率的影响

由问题一的数据表格知，2010 年时平均续保率为 23.98%，2011 年时为 38.38%。以电销的市场占有率为横坐标，以续保率为纵坐标进行线性拟合。

得到方程：

$$y = 2.294x + 0.239 \quad (13)$$

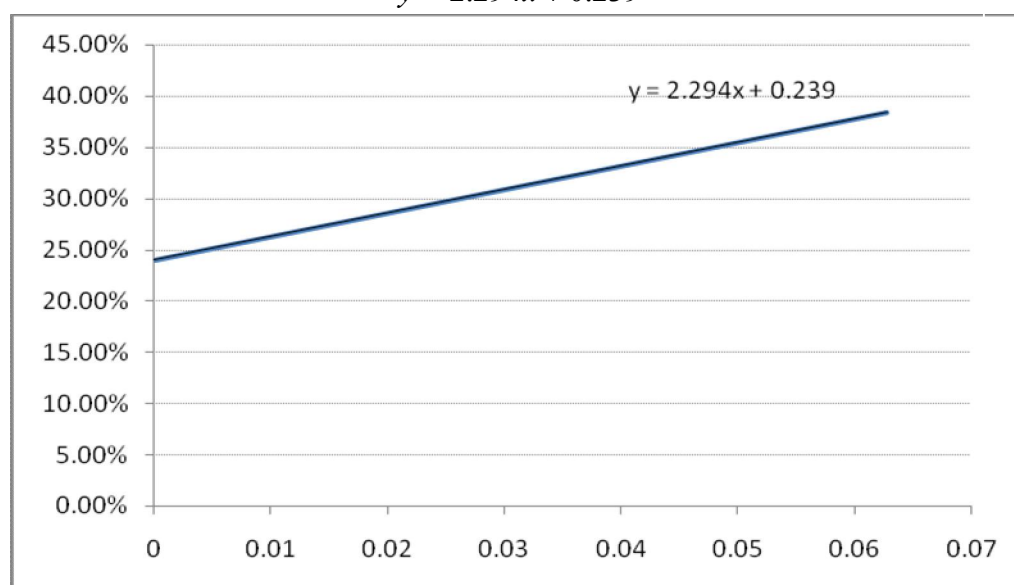


图 7.2 电销对商业车险的影响

3 车辆类型

车辆种类有私家车、客车、挂车、公交车、货车等等。但是据资料显示目前电销业务仅能接受私家车投保，无法开展团体客户。题目中数据显示：2010 年全部使用传统销售方式，投保车辆类型有十余种，而 2010 年电销方式针对的车辆类型只有三种，分别为 6 座以下客车，6 座及 10 座以下客车，10 座及 20 座以下客车。这三种车型的車輛数占全部车辆的比重近似为 69%。因此，我们可以得出电销的推广对于车辆的类型是有一定的制约影响的。

车辆类型的增加必定在一定程度上增加投保的车辆个数，从而影响保险公司的保费，影响保险公司的利润。

7.1.2 选取隶属度函数

隶属度函数选用最常见的三角形隶属度函数。

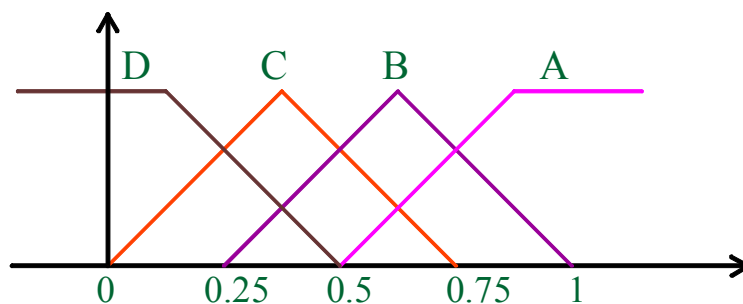


图 7.3 隶属度函数

A: 优秀
表达式为:

B: 良好

C: 一般

D: 差

$$U_{v1} = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 0.5 \\ \frac{8}{3}(x-0.5) & 0.5 \leq x < 0.875 \\ 1 & 0.875 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad U_{v2} = \begin{cases} 0 & x < 0.25 \\ \frac{8}{3}(x-0.25) & 0.25 < x < 0.625 \\ \frac{8}{3}(1-x) & 0.625 < x < 1 \end{cases} \quad (14)$$

$$U_{v3} = \begin{cases} \frac{8}{3}x & 0 < x < 0.375 \\ \frac{8}{3}(0.75-x) & 0.375 < x < 0.75 \\ 0 & 0.75 < x < 1 \end{cases} \quad U_{v4} = \begin{cases} 1 & x < 0.125 \\ \frac{8}{3}(0.5-x) & 0.125 < x < 0.5 \\ 0 & x > 0.5 \end{cases}$$

7.1.3 数据的模糊化

在进行模糊评价之前，需要先对数据进行模糊化处理。

表 7.1 评估保险公司的各项指标的数据

营销手段	商业车险占有率	续保率	私家车比例
传统销售	0.4096	0.2398	1
电话销售	0.7164	0.3838	0.69

下面以传统销售为例，进行模糊评价。

商业车险占有率为 $x = 0.4096$ ，代入隶属度函数可得

$$U_{v1} = 0, U_{v2} = 0.4256, U_{v3} = 0.908, U_{v4} = 0.2411$$

所以商业车险占有率的模糊向量为 $R_1 = [0, 0.4256, 0.908, 0.2411]$

同理可得：

续保率为 0.2398，其模糊向量为 $R_2 = [0, 0, 0.6395, 0.6939]$

吸引指数为 0.3，其模糊向量为 $R_3 = [1, 0, 0, 0]$

由此可得模糊评价矩阵为：

$$R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.4256 & 0.908 & 0.2411 \\ 0 & 0 & 0.6395 & 0.6939 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(1) 各种因素的权因数

根据经验及事实可得模糊权因数 B 为

$$B = [0.15, 0.65, 0.2]$$

(2) 综合得分

综合评价结果 A 等于模糊评价矩阵与权因数的模糊相乘。因此

$$\begin{aligned} A = B \circ R &= [0.15, 0.65, 0.2] \circ \begin{bmatrix} 0 & 0.4256 & 0.908 & 0.2411 \\ 0 & 0 & 0.6395 & 0.6939 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= [0.2, 0.0638, 0.552, 0.476] \end{aligned} \quad (15)$$

将评判的等级进行量化，如表 7.2 所示。

表 7.2 量化等级表

等级	优秀	良好	中等	差
得分	4	3	2	1

所以保险公司的最终得分为：

$$S = A \bullet C^T = [0.2, 0.0638, 0.552, 0.476] \bullet [4, 3, 2, 1]^T = 2.3 \quad (16)$$

同理在电销方式下：

商业车险占有率为 0.7164, 其模糊向量为 $R_1 = [0.577, 0.7563, 0.09, 0]$

续保率为 0.3838, 其模糊向量为 $R_2 = [0, 0.3586, 0.9765, 0.31]$

车辆比例为 0.69, 其模糊向量为 $R_3 = [0.5215, 0.8267, 0.1416, 0]$

由此可得模糊评价矩阵为：

$$R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.577 & 0.7563 & 0.09 & 0 \\ 0 & 0.3586 & 0.9765 & 0.31 \\ 0.5215 & 0.8267 & 0.1416 & 0 \end{bmatrix}$$

综合评价结果 A 等于模糊评价矩阵与权因数的模糊相乘。因此

$$\begin{aligned} A = B \circ R &= [0.15, 0.65, 0.2] \circ \begin{bmatrix} 0.577 & 0.7563 & 0.09 & 0 \\ 0 & 0.3586 & 0.9765 & 0.31 \\ 0.5215 & 0.8267 & 0.1416 & 0 \end{bmatrix} \\ &= [0.149, 0.3917, 0.6765, 0.201] \end{aligned} \quad (17)$$

所以传统销售最终得分为：

$$S = A \bullet C^T = [0.149, 0.3917, 0.6765, 0.201] \bullet [4, 3, 2, 1]^T = 3.32 \quad (18)$$

综上所述，可以得出保险公司在电销与传统销售方式下的综合得分分别为：3.32, 2.3。通过两年的数据建立模糊评价模型，我们可以看出：电销的引入确实一定程度对公司造成了积极的影响。

7.2 综合评价的优化模型

通过两年的数据建立模糊评价模型，虽然说明电销确实可以提高保险公司的利润，但并不代表电销可以完全取代传统销售，电销在多大程度上取代传统销售呢，这是我们接下来研究的问题。

一个新生事物的发展，必定会带来正面的影响及负面的影响，电销亦是如此。所以我们将分析随着电销在销售方式中所占比例的增加对保险公司的正面影响及负面影响。找到一个最佳的比例。

7.2.1 对保险公司的正影响因素

本文的前面部分已经说明商业保险与续保率的增加会给公司带来更大的利润。所以我们将其定为正影响因素。查找资料可知，续保率对保险公司利益的贡献大于商业保险的贡献。为了更加合理的评估电销业务对于保险企业的影响，我们对续保率和商业车险分别取不同的位权 p 和 q ，得到保险公司利润在正影响因素的影响下随电销比重的变化情况。

当 $p = 0.8, q = 0.2$ 时：

$$y = 0.8y_1 + 0.2y_2 = 2.8126x + 0.273 \quad (19)$$

说明： y_1 为电销对商业车险的影响， y_2 为电销对续保率的影响。

7.2.2 对保险公司的负影响因素

通过分析电销数据可知，电销业务主要面向 6 座以下客车和 6 座及 10 座以下客车，电销业务的过度发展对扩大其他车辆类型的保险不利。另外，电销业务主要对商业车险起促进作用，商业车险的过度发展不利于交强险的推广。由于电销业务还具有可信度较差，不能直接沟通，没有充分的机会介绍产品、不直观等缺点，导致电销业务不能无限增长，引入其他负影响因素的抑制因子。

记电销的市场占有率为 x 时，对利润的负影响因子为 z ，初始电销在市场的占有率为 0，计负影响因子为 0，随着市场占有率的增加，影响因子越来越大，对保险公司带来的负影响也会越来越大

$$\text{所以 } z \text{ 满足如下微分方程: } \begin{cases} \frac{dz}{dx} = z \\ z(0) = 0 \end{cases}$$

由这个线性常系数微分方程可以解出： $z(x) = e^x - 1$ 。由此可知，负影响因素对保险公司的负影响成指数函数增长。

7.2.3 电销的占有率对保险公司利润的综合影响

通过全面的考虑电销对保险公司利润的正影响及其负影响因素，可以得出电销的占有率对商业车险的综合影响为：

$$Y = y_3(x) - kz(x) = 2.8126x - ke^x + k + 0.273 \quad (20)$$

取 $k = 1.6$ 。根据此函数可得出下图：

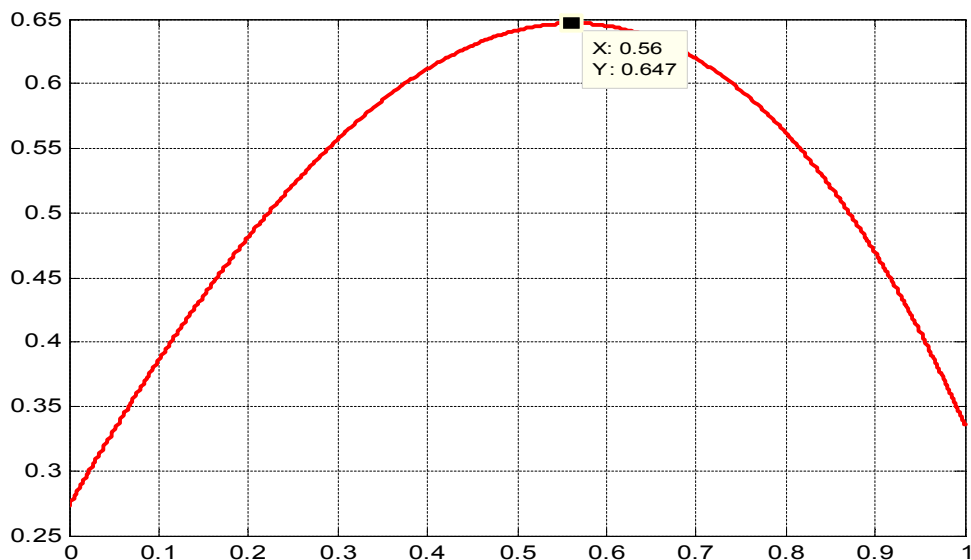


图 7.4 电销的占有率对保险公司利润的综合影响

从图中可以看出电销的市场占有率在 56% 时，保险公司的利润衡量值可以达到最大。

7.3 模型结论的分析：

根据上图的变化规律我们可以将电销的发展划分为三个阶段，如图 7.5 所示

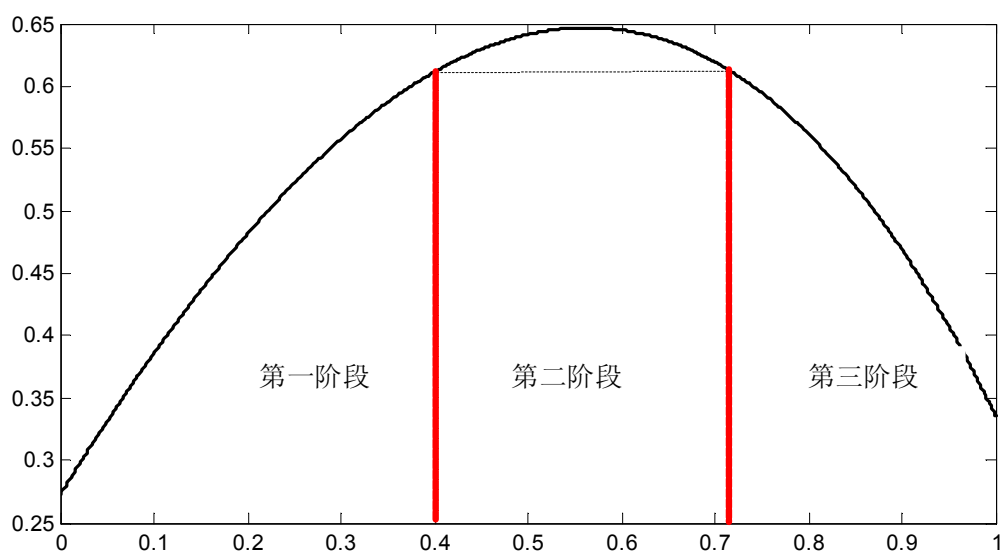


图 7.5 电销的发展阶段

第一阶段：即起步阶段，随着电销在市场的占有率增大，保险公司的利润会出现大幅度的提高。

第二阶段：即稳定阶段，在此范围内，电销在市场占有率的增大对保险公司的利润没有特别大的影响。

第三阶段：即衰败阶段，这时保险公司的发展将走下坡路，随着电销市场占有率的持续增大，保险公司的利润下降的趋势也很快。

造成这样的变化趋势主要还是因为电销本身具有一定的优势，而传统销售也有其不可替代的优势，分析如下：

电销优势：这是因为电销自身的优势带来的。话车险以其“便捷”、“省钱”两大优点，深受客户尤其是年轻客户群体的青睐。电话营销在有效降低销售成本、化解销售能力差异等方面也要一定优势。车险中的盈利险种商业险 70%的业务来自于中介代理商，每笔业务都需要支付一笔中介费用。舍去中间环节的电话车险，采用电话直销模式，可大大降低中间成本。在这种销售模式下，私家车主购买商业车险比其它渠道低 10%-15%。无论从目前中国市场的消费需求还是国际市场的发展模式来看，具有价格优势的电话车险将成为未来车险业务的主流发展方向。

传统销售优势：这是因为电销自身的优势带来的。话车险以其“便捷”、“省钱”两大优点，深受客户尤其是年轻客户群体的青睐。电话营销在有效降低销售成本、化解销售能力差异等方面也要一定优势。车险中的盈利险种商业险 70%的业务来自于中介代理商，每笔业务都需要支付一笔中介费用。舍去中间环节的电话车险，采用电话直销模式，可大大降低中间成本。在这种销售模式下，私家车主购买商业车险比其它渠道低 10%-15%。无论从目前中国市场的消费需求还是国际市场的发展模式来看，具有价格优势的电话车险将成为未来车险业务的主流发展方向。

八、模型评价

模型的优点：1、原创性很强，文章中的大部分模型都是自行推导建立的；

2、建立的模型能与实际紧密联系，结合实际情况对问题进行求解，使得模型具有很好的通用性和推广性；

3、模型的计算采用专业的数学软件，可信度高；

4、对模型中的影响因素进行了量化分析，使得论文更具说服力；

5、运用功能强大、对非线性问题很好逼近且预测较为准确的 BP 神经网络预测数据，使得结果较为科学真实。

模型的缺点：模型中考虑电销企业时只考虑商业车险和续保率两个指标具有一定的局限性。

九、参考文献

[1] 姜启源，数学模型,北京：高等教育出版社，2004 年。

[2] 飞思科技产品研发中心，神经网络理论与 MATLAB 7 实现，北京：电子工业出版社，2004 年。

[3]陈鹤亭，朱孔来，王吉信，现代经济分析新方法，济南：山东省地图出版社，2000 年。

[4]雷英杰，MATLAB 遗传算法工具箱及应用，西安：西安电子科技大学出版社，2005 年。

[5]苏洁，沈文成，改进熵值法问题的初探[J]，宏观经济，2007 年第 26 期：187-188,2007 年。

[6]丁士圻，郭丽华，人工神经网络基础，哈尔滨市：哈尔滨工业大学出版社，2008 年。

[7]理性分析电话车险的缺点和优点，<http://chexian.pingan.com/zhishi/74297.shtml>，2011 年 4 月 24 号。

[8] 雷雨，电销冲击下传统销售渠道将何去何从，<http://insurance.zgjr.com/News/2010618/Insurance/880830412300.shtml>，2011 年 4 月 23 号。

[9] 李欣，周建涛，中国财产保险公司车险经营绩效研究，http://d.wanfangdata.com.cn/Periodical_bjhkhtdxxb-shkxb200704005.aspx，2011 年 4 月 23 号。

[10] 探讨交强险对商业保险公司财务管理的影响

http://www.lunwenwang.com/Freepaper/Economicalpaper/safetrust/201102/Freepaper_109068_2.html, 2011 年 4 月 24 号。

附录：主要程序代码

1. 熵值法代码

%熵值法代码:

```
p=[0.209663339 0.258432912 0.015204996 0.270515324 0.4 0.154492865
0.305105853 0.292169767 0.382978723 0.3644 0.1983 0.251015264
0.355645612 0.217129441 0.055555556 0.438932147 0.443 0.328929866
0.347746928 0.186962552 0.1866 0.150346065 0.38177 0.306430503
0.35442623 0.201372998 0.242 0.332829047 0.3206 0.325647326
0.34962406 0.177068215 0.347 0.707964602 0.412355 0.302325581
0.346792035 0.167567568 0.4397 0.174193548 0.430706 0.307426598];
m=[p(1,1) p(1,2) p(1,3) p(1,4) p(1,5) p(1,6)];
```

%每一列的最大值

```
for j=1:6
    for i=1:7
        if m(j)<p(i,j)
            m(j)=p(i,j);
        end
    end
end
n=[p(1,1) p(1,2) p(1,3) p(1,4) p(1,5) p(1,6)];%每一列的最小值
for j=1:6
    for i=1:7
        if n(j)>p(i,j)
            n(j)=p(i,j);
        end
    end
end
for j=1:6
    for i=1:7
        p(i,j)=(p(i,j)-n(j))/(m(j)-n(j));
    end
end
su=[0 0 0 0 0 0];
for j=1:6
    for i=1:7
        su(j)=su(j)+p(i,j);
    end
end
for j=1:6
    x=su(j);
    for i=1:7
        p(i,j)=p(i,j)/x;
    end
end
e=[0 0 0 0 0 0];
for j=1:6
    for i=1:7
        if p(i,j)~=0
```

```

        e(j)=e(j)-p(i,j)*log(p(i,j))/log(7);
    end
end
end
y=0;
for j=1:6
    y=y+e(j);
end
g=[0 0 0 0 0 0];
for j=1:6
    g(j)=(1-e(j))/(6-y);
end
z=0;
for j=1:6
    z=z+g(j);
end
w=[0 0 0 0 0 0];
for j=1:6
    w(j)=g(j)/z;
end
w

```

2. BP网络代码

```

%bpann.m
tic
clear;clc;
%原始数据
input_train=[-2.0    0.6    1.8    1.8    1.8    2.0    2.0
-2.0    -1.8    -1.6    -1.3    -0.8    0.6    2.0
-2.0    -1.7    -0.5    0    1    1.4    2
-2.0    -1.8    -1.1    -0.7    -0.5    0.1    2.0
-2.0    0.0    1.0    1.3    1.5    1.8    2.0
-2.0    0.2    1.4    1.5    1.5    1.9    2.0];
%期望输出值
output_train=[0 0.221608935 0.426697712 0.519615313 0.619275736 0.776336132 1];
b=input_train; %输入数据矩阵
c=[output_train]; %输出数据矩阵
%bp神经模拟
[pn,minp,maxp,tn,mint,maxt]=premnmx(b,c);
% 对于输入矩阵b和输出矩阵c进行归一化处理
dx=[-1,1;-1,1;-1,1;-1,1;-1,1;-1,1];
%归一化处理后最小值为-1，最大值为1
net=newff(dx,[6,8,1],{'tansig','tansig','purelin'},'traingdm');
%建立模型，并采用基本梯度下降法训练.
net.trainParam.show=100; %100轮回显示一次结果
net.trainParam.Lr=0.05; %学习速度为0.05
net.trainParam.epochs=100000; %最大训练轮回为100000次
net.trainParam.goal=0.1*10^(-3); %均方误差为0.0001
net=train(net,pn,tn); %开始训练，其中pn,tn分别为输入输出样本
% 训练时应该用归一化之后的数据
an=sim(net,pn); %用训练好的模型进行仿真
a=postmnmx(an,mint,maxt); % 训练结束后还应应对网络的输出an=sim(net,pn)作如下处理
toc

```