



机器人喷釉喷枪轨迹优化研究

Research on Trajectory Optimization of Robotic Spray Glaze Gun

答辩队：APMCM 1284

指导教师：常锦才教授

2018年4月27日

河北-秦皇岛

目录 / CONTENTS



绪 论

问题分析



模型建立与求解

模型总结



致 谢



一、绪论

✓ 1.1 选题背景

✓ 1.2 问题重述

✓ 1.3 模型假设

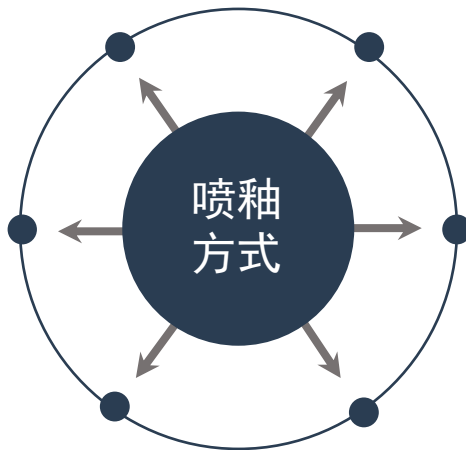


1.1 选题背景

喷釉是陶瓷生产过程中一个重要的环节，由于不均匀的釉面在烧制过程中会开裂，造成工件报废，所以在喷涂过程中要求喷涂的釉面尽可能**厚度均匀**，但也因此导致**喷釉效率**的降低。**机器人喷釉**的出现为提高喷釉效率提供了新方法，对提高陶瓷生产工艺的**自动化水平**具有重要意义。

人工喷釉

- 人工喷釉质量不稳定，釉层厚度不均匀，易产生质量缺陷；
- 生产效率低，工人劳动强度大；
- 形状复杂的产品难以靠人工完成。



机器喷釉

- 能够保证釉层厚度均匀，提高产品质量，减少次品率；
- 能大大提高工作效率，降低工作强度；
- 釉料利用率高，可降低生产成本。



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致 谢

1.2 问题重述



问题1

- 分析机器人喷釉的平面釉膜厚度分布状况，设计平面喷釉自动轨迹优化方案。



问题2

- 探索机器人喷釉方向垂直于水平方向时曲面的釉膜厚度分布状况，建立该条件下的曲面喷釉自动轨迹优化方案。



问题3

- 研究机器人喷釉方向为雾锥中心喷点法线方向时曲面的釉膜厚度分布状况，建立该条件下的曲面喷釉自动轨迹优化方案。



问题4

- 探究工件表面为任意曲面时，是否存在通用的机器人喷釉自动轨迹优化方案，用以解决喷涂路径规划问题。



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致 谢

1.3 模型假设



假设1

- ✓ 曲面**边缘**的喷涂厚度对厚度分布模型无影响；

假设2

- ✓ 机器人喷涂作业时**喷涂高度**一定，不发生变化；

假设3

- ✓ 机器人在喷涂过程的**速度恒定**，不存在骤然变化；

假设4

- ✓ **外界环境**对机器人喷涂过程的影响不发生骤然变化。



二、问题分析

✓ 2.1 数学问题

✓ 2.2 研究方法与思路



绪论

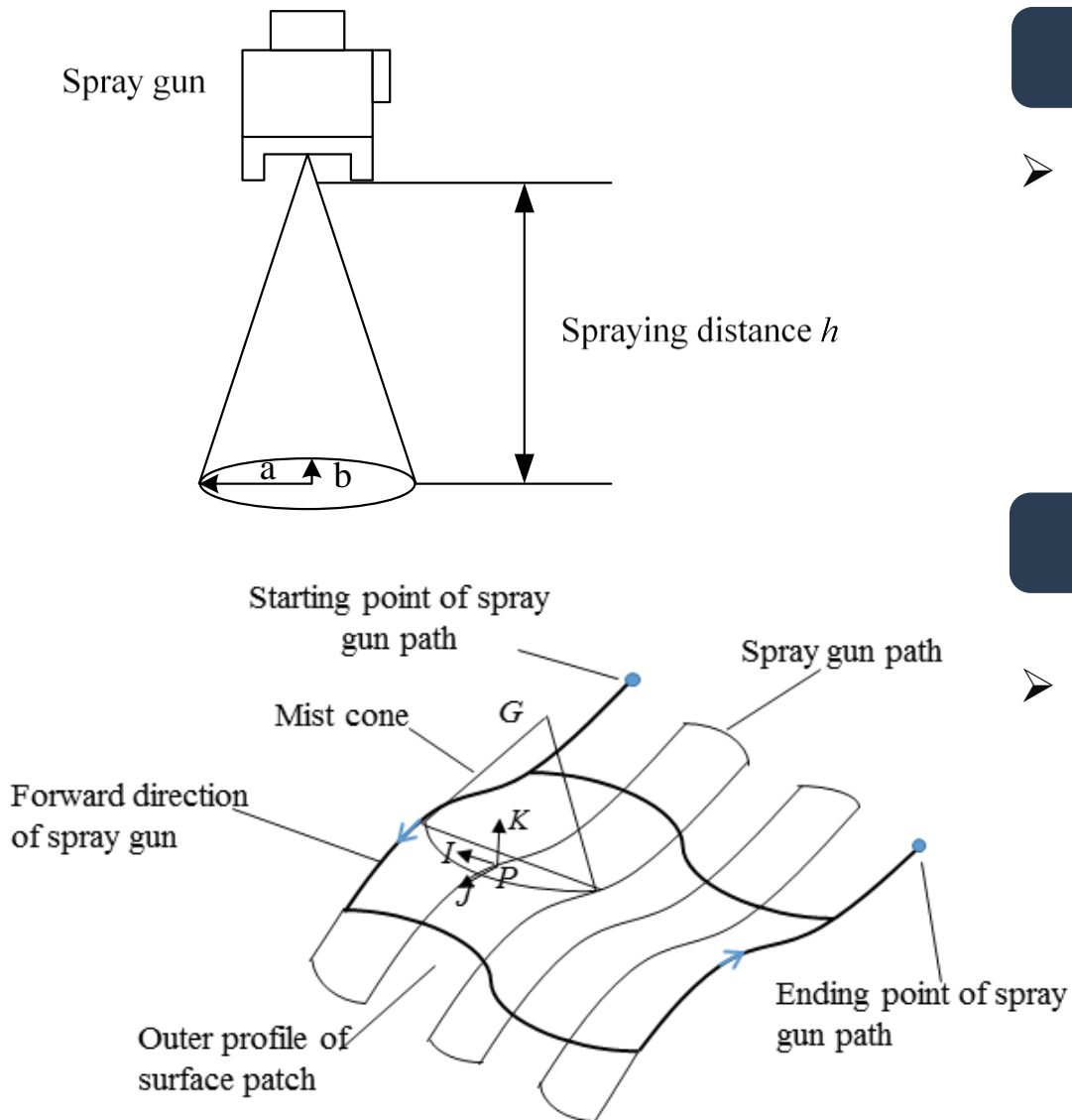
问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

2.1 数学问题



分析1

- 喷枪的**轨迹的设计**对于喷釉结果的均匀度影响较大，如果想要达到喷釉质量稳定，釉层厚度均匀，不产生质量缺陷的目的，必须对轨迹进行规划。

分析2

- 喷枪的轨迹受喷枪高度 h 、倾斜夹角 θ 、重叠间隔 d 等因素影响，如何调整**参数的取值**而使得釉料层的均匀度最高是需要解决的核心问题。因此喷釉问题是一种典型的**目标优化**问题。



2.2 研究方法思路

绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢





三、模型建立与求解

- ✓ 3.1 平面喷釉轨迹模型
- ✓ 3.2 曲面喷釉轨迹模型
(垂直于水平方向)
- ✓ 3.3 曲面喷釉轨迹模型
(喷点的法线方向)
- ✓ 3.4 任意曲面喷釉轨迹模型



3.1 平面喷釉轨迹模型

3.1.1 平面喷釉轨迹模型

工件表面釉膜厚度分布模型是喷枪轨迹规划与优化的基础，与优化目标函数的建立及求解紧密相关。题目中给出单道喷釉表面的釉膜累积速率模型——**椭圆双 β 分布**模型：

$$Z(x, y) = z_{\max} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{\beta_1 - 1} \left[1 - \frac{y^2}{b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)}\right]^{\beta_2 - 1} \begin{bmatrix} 129.8665 & -55.2435 & 1.7436 & -297.3908 \\ 52.5130 & -5.7480 & 0.7394 & -128.6368 \\ 59.7245 & 393.9655 & -0.1244 & 150.0184 \\ -7.0125 & 34.5045 & 0.0284 & -9.5229 \\ -4.6130 & 18.3620 & 0.0113 & -0.3924 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ h \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ z_{\max} \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

通过**MATLAB**软件对上式运算得到以下参数

表1 喷枪模型**参数**

a(mm)	b(mm)	z_{\max} (mm)	β_1	β_2
109.843	47.081	212.767	2.365	4.899

绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

3.1 平面喷釉轨迹模型

本文选择喷枪沿 Y 方向上进行喷釉轨迹规划相关研究。

如图1所示，喷釉速度恒定为 v 时，喷枪喷釉范围经过平面上点 P 需要的时间为：

$$t = 2b(1 - x_p^2/a^2)^{1/2}/v, \text{ 将 } x = x_p, y = y_p = b(1 - x_p^2/a^2)^{1/2} - vt$$

代入得到单道喷釉过程平面任意点 P 的釉膜厚度分布函数为：

$$Z(x_p, y_p) = \int_0^t z_{\max} \left(1 - \frac{x_p^2}{a^2}\right)^{\beta_1 - 1} \left[1 - \frac{[b(1 - x_p^2/a^2)^{1/2} - vt]^2}{b^2 \left(1 - \frac{x_p^2}{a^2}\right)}\right]^{\beta_2 - 1}$$

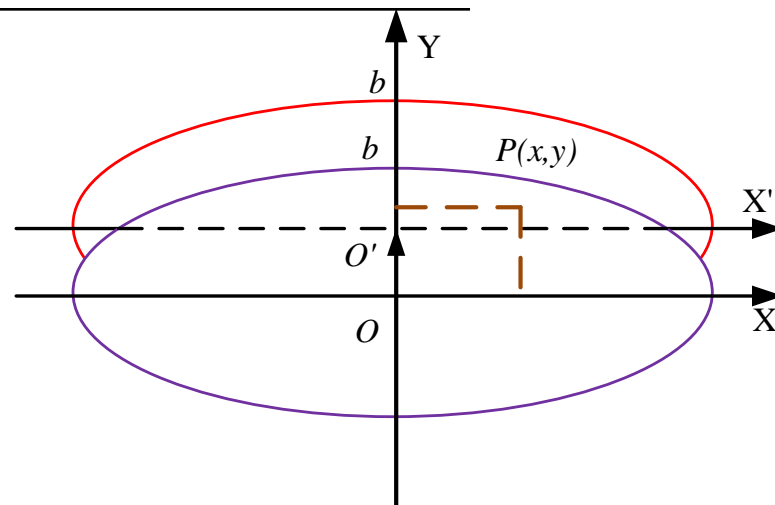


图1 平面喷釉轨迹示意图

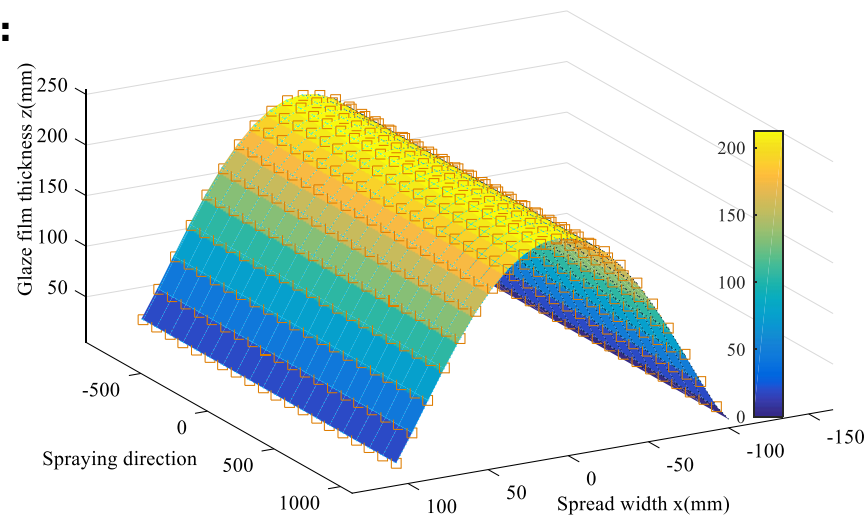


图2 单行程釉膜厚度分布图



3.1 平面喷釉轨迹模型

绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

从图2中可得，在单道喷釉中釉膜厚度是通过累积得到的，中间的釉膜厚度值最大，两边厚度值越来越小；在多道喷釉过程中，相邻两条轨迹叠加区域的釉膜厚度也是通过累积获得。

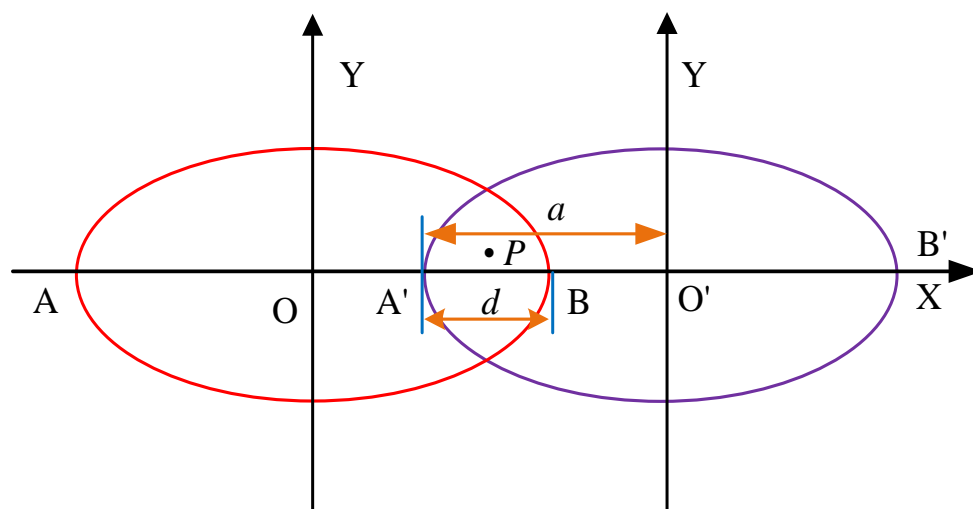


图3 平面双道喷釉过程

因此在对平面进行轨迹规划及优化时，必须规划好相邻轨迹之间的重叠宽度 d 。如图3表示平面双道喷釉过程，图中 d 表示两次喷釉行程釉膜厚度叠加区域宽度。



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

3.1 平面喷釉轨迹模型

在实际的喷釉作业中，为保持釉膜厚度的均匀性，通常两道喷釉轨迹的釉膜有一定的重叠，釉膜叠加宽 d 由喷枪的**喷幅宽度**即椭圆长轴 a 值决定。

假设在多次喷釉行程中喷枪的某些**工艺参数不变**（喷釉压力、喷釉幅度、油漆浓度等），两道喷釉行程后表面点釉膜厚度分布为一个分段函数：

$$Z_p(x,d)=\begin{cases} Z_{p,1}(x) & 0\leq y\leq a-d \\ Z_{p,1}(x)+Z_{p,2}(x,d) & a-d\leq y\leq a \\ Z_{p,2}(x,d) & a\leq y\leq 2a-d \end{cases}$$

一般在喷釉过程中喷枪与工件表面的距离 h 取值于**经验值**，并且 h 值保持**不变**，因此，在喷釉作业中要想获得均匀分布的釉膜厚度，**关键**在于规划好合理的**重叠宽度 d** 。



3.1 平面喷釉轨迹模型

绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

针对这一问题，取P点的实际釉膜厚度与理想釉膜平均厚度间的方差和最小为优化目标建立优化函数：

$$\min_{d \in (0, a), v} E(d, v) = \int_0^{2a-d} (S_p - S_A)^2 dx$$

以上式作为适应度函数对 d 进行优化，求得 d 的最优解。通过总结实际喷釉经验， d 的取值范围为 $2a/3 - a$ 较为合理，喷釉距离 $h = 225mm$

根据以上数据，利用MATLAB 通过最小二乘法计算式求得最优的 $d = 111.26mm$ ；平面上喷釉轨迹生成效果如图4所示。

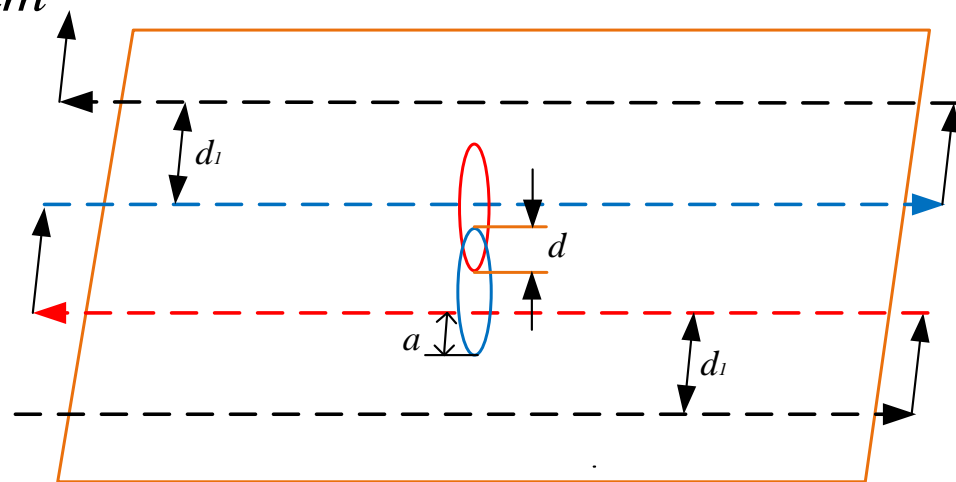


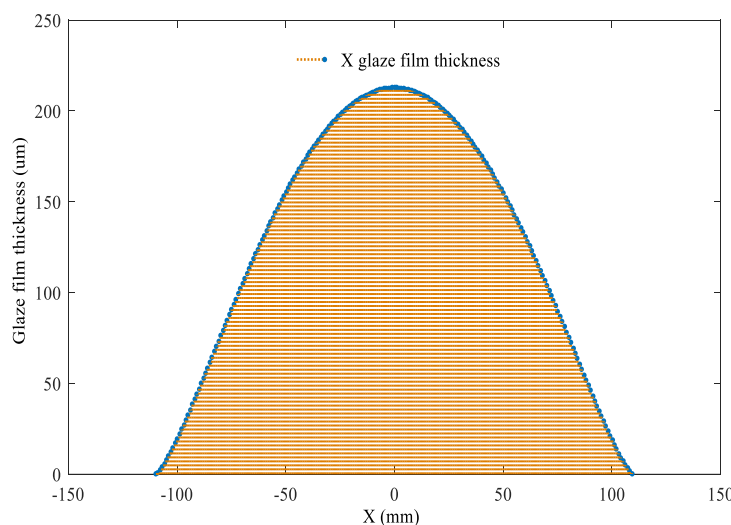
图4 平面喷釉轨迹规划



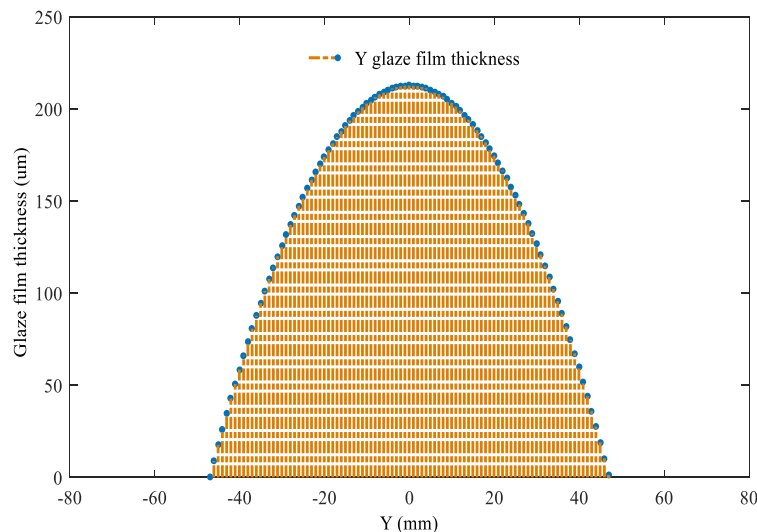
3.1 平面喷釉轨迹模型

3.1.2 平面喷釉轨迹仿真

基于椭圆双 β 分布模型，运用MATLAB进行编程，对 x ， y 向的釉膜厚度分布进行仿真以验证模型的正确性，根据4.1.1中喷枪模型参数以及实验数据绘制釉膜断面厚度分布：



a) $x=40$ 时，釉膜厚度断面轮廓图



b) $y=40$ 时，釉膜厚度断面轮廓图

图5 x 、 y 向不同断面的釉膜厚度分布图

从图5中可以看出在任意断面内釉膜厚度均服从椭圆双 β 分布模型，与实际喷釉效果相符合，从而验证了本文建立的釉膜厚度分布模型的适用性。



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

3.1 平面喷釉轨迹模型

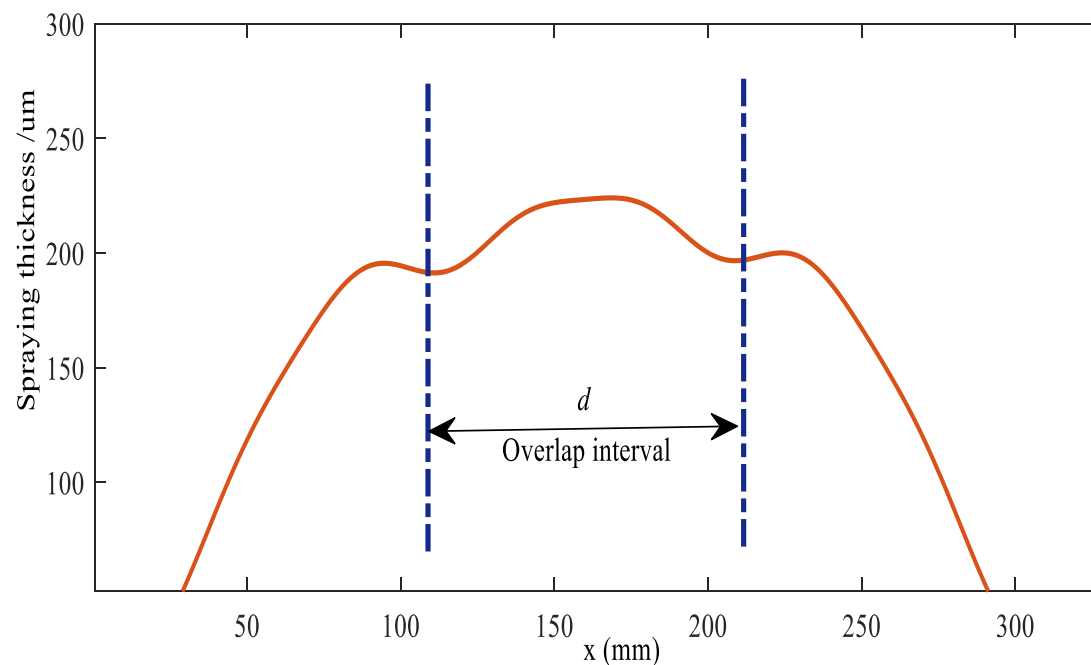


图6 双道轨迹喷釉优化后的喷釉仿真效果

将表1中的参数代入公式(4)中，在MATLAB编程环境下运用最小二乘法以函数式(5)作为适应度函数进行反复迭代计算出最优解，求得当 $d = 111.26\text{mm}$ 时得到的釉膜厚度最均匀，此时双道轨迹喷釉釉膜厚度分布结果如图6所示。



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

3.2 曲面喷釉轨迹模型（垂直于水平方向）

3.2.1 曲面喷釉厚度分布

当工件表面为**曲面**时，首先需要**根据平面**上喷釉厚度分布模型**推导**出曲面上的喷釉厚度分布模型，为后续曲面上的喷釉轨迹优化做准备。

然而平面上的喷釉模型考虑的因素较少，仅仅考虑喷枪的厚度分布，但是曲面模型需要考虑的**因素较多**。

右图所示为喷枪在曲面上喷釉的示意图：

由图7可知，在喷枪的**运动形式不变**的情况下，喷枪的轴线方向与某一无穷小区域的**法向方向的夹角**是**确定**的。

但是随着位置的**变化**，两者的**夹角逐渐变化**，喷枪的轴线方向与某一无穷小区域的法向方向的夹角是曲面上该区域位置的**函数**，即：

$$\theta = f(x, y)$$

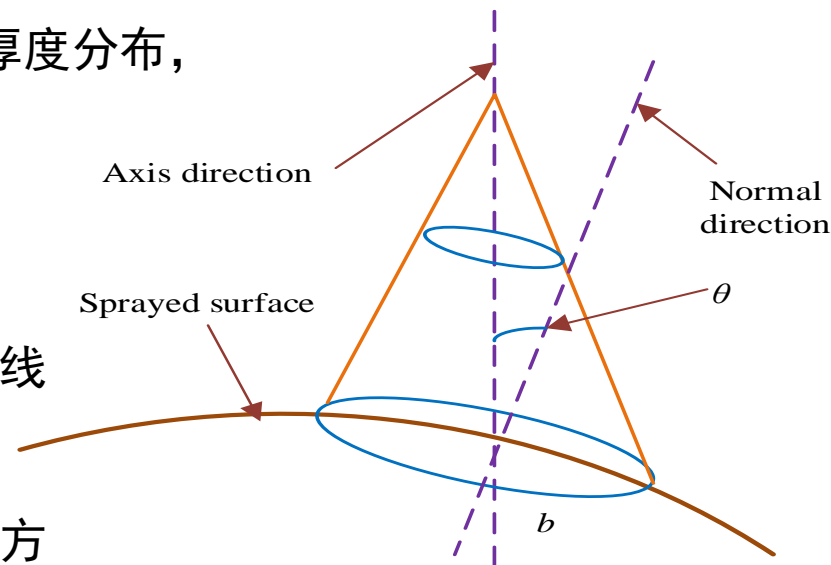


图7 喷枪在曲率曲面喷釉示意图



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

3.2 曲面喷釉轨迹模型（垂直于水平方向）

以问题2中给定的曲面为例，绘制该曲面图像并表示出法向量：

$$z = -x^2 + x - xy \quad (-10 \leq x \leq 10, -10 \leq y \leq 10)$$

通过观察图8可知，问题2中的曲面是一个类似于**双曲抛物面**的图形，与问题1中的平面相比**曲率较大**，因此需要对问题1中平面上喷釉厚度分布模型进行**修正**。

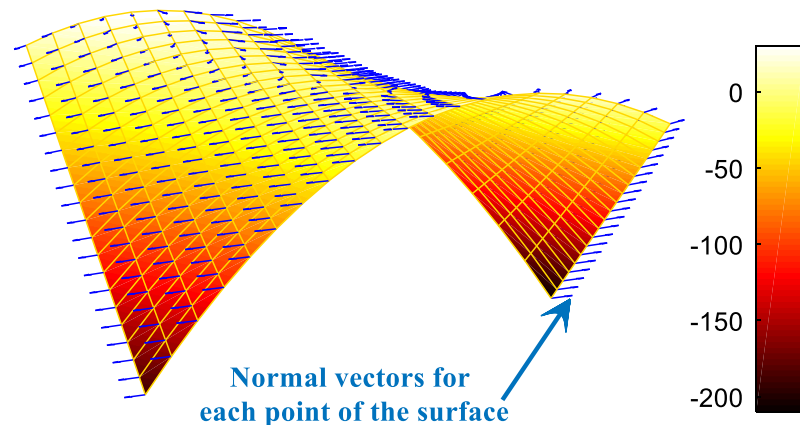


图8 问题2曲面法向量示意图

本文采用投影法，曲面在相同的面积投影条件下，实际面积比投影面积大，曲面模型与平面模型两者存在一个 $\cos \theta$ 的关系：

$$S_c \times \cos \theta = S_p$$

通过定义可知，夹角是无穷小区域法线方向与喷枪的夹角，喷枪的位置始终竖直，所以可通过计算曲面的法线方向进而求出夹角。



3.2 曲面喷釉轨迹模型（垂直于水平方向）

$$\theta = \arctan(\sqrt{(2x_0 + y_0 - 1)^2 + x_0^2})$$

绪论

该夹角与**喷釉面积**有关。

问题分析

模型假定喷枪的速度不变，即一定时间内，喷枪的喷釉量一定， **θ 角越大，面积越大，喷釉的厚度越薄**。如图所示：

模型建立与求解

模型总结

致谢

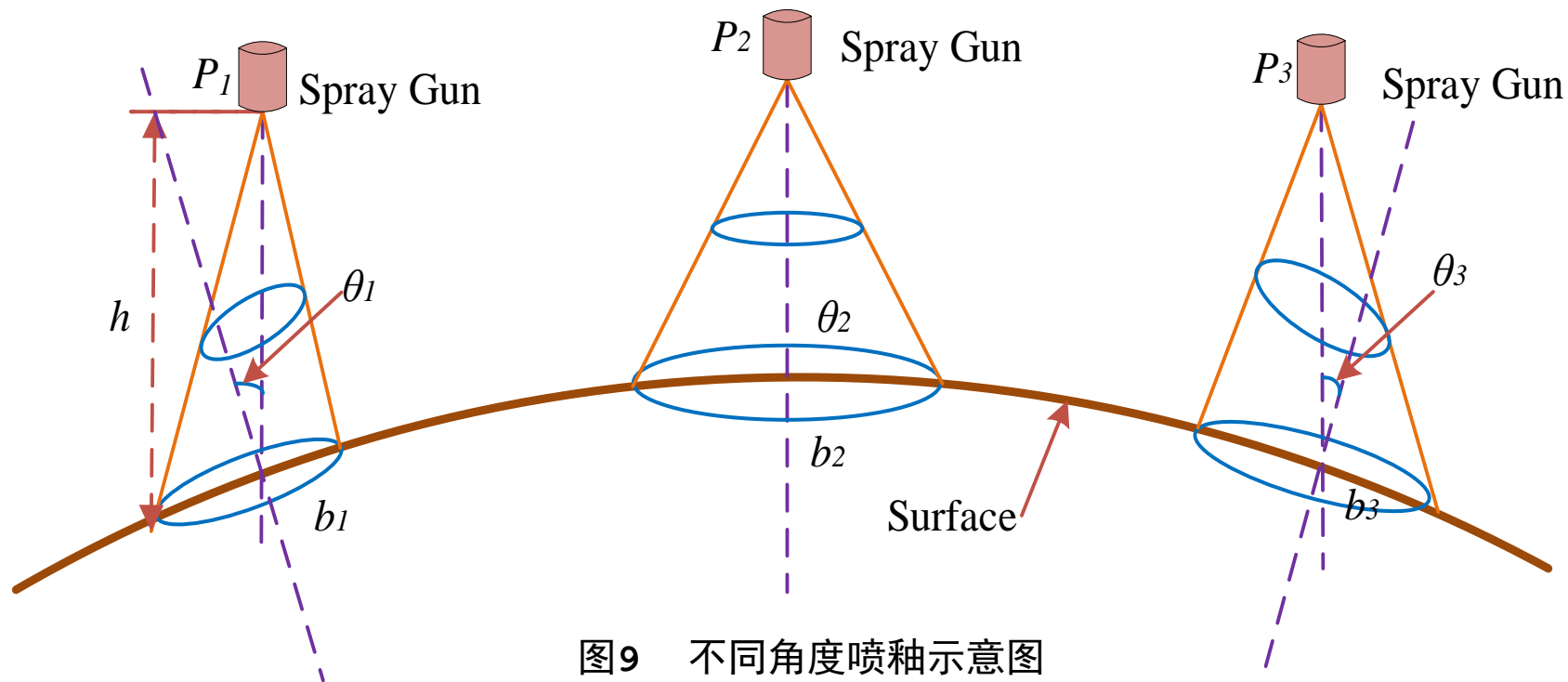


图9 不同角度喷釉示意图



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

3.2 曲面喷釉轨迹模型（垂直于水平方向）

即喷釉的厚度和 $\cos\theta$ 的数值成**正比**关系，则可以通过该 $\cos\theta$ 的数值修正问题1中的喷釉厚度模型：

$$Z_p(x, d) = \begin{cases} Z_{p,1}(x) \cos \theta & 0 \leq y \leq a - d \\ Z_{p,1}(x) + Z_{p,2}(x, d) \cos \theta & a - d \leq y \leq a \\ Z_{p,2}(x, d) \cos \theta & a \leq y \leq 2a - d \end{cases}$$

上述公式即为喷釉方向**垂直于水平方向**时曲面的厚度分布模型

3.2.2 曲面喷釉轨迹规化

对于平面模型中的 d 值是否适合的问题，选取喷釉过程结束后曲面上的最高点和最低点**厚度差**不得超过**10%**为准则，如果厚度差在10%内则适合，如果超过10%则认为不适合。

$$Z_c(x, d) = \begin{cases} \int_{-b}^{d-b} Z_{p,1}(x) \cos \theta dx & 0 \leq y \leq a - d \\ \int_{-b}^{d-b} [Z_{p,1}(x) + Z_{p,2}(x, d)] \cos \theta dx & a - d \leq y \leq a \\ \int_{-b}^{d-b} Z_{p,2}(x, d) \cos \theta dx & a \leq y \leq 2a - d \end{cases}$$



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致 谢

3.2 曲面喷釉轨迹模型（垂直于水平方向）

并定义：曲面上釉膜最高点与最低点的喷釉厚度差百分比的计算公式为：

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{\min}}{h_{\max}} \times 100\%$$

将问题1中得到的喷釉间隔值 $d = 111.26\text{mm}$ 带入，则对上式积分求最值：

$$\begin{cases} \min [Z_c(x, d)] \\ \max [Z_c(x, d)] \end{cases}$$

代入公式(15)验证的 σ 值大于10%，则该间隔值不在可接受的范围内，即问题1模型中间隔值不适用于问题2曲面。



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

3.2 曲面喷釉轨迹模型（垂直于水平方向）

进而通过公式（14）、公式（15）反推出符合要求的喷釉间隔值。即通过使得 $\sigma \leq 10\%$ ，求取 d 的范围：

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{\min}}{h_{\max}} \times 100\% \leq 10\%$$

得出： $d = 91.25 \text{ mm}$ 。

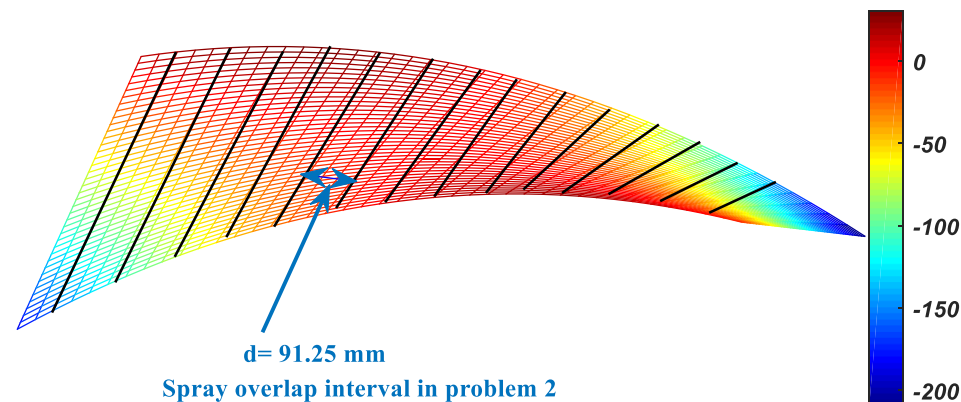


图 10 曲面轨迹规划仿真结果

问题2中的曲面经过轨迹优化后喷釉行程间距 $d = 91.25\text{mm}$ 。曲面轨迹规划仿真结果如图10所示，平行切平面组与曲面的交线即黑色交线为喷釉轨迹。



3.3 曲面喷釉轨迹模型（沿喷点的法线方向）

3.3.2 曲面喷釉轨迹规划

在建立曲面喷釉厚度分布模型后，接下来结合点云切片算法与曲面喷釉厚度分布模型对表面上的喷釉轨迹规划与优化算法进行研究。



切片方向及厚度的确定

根据切片原则可判断小曲率曲面属于对切片方向不敏感的曲面类型，因此本章根据曲面点云法向变化规律确定切平面以及切片方向，如图12所示。

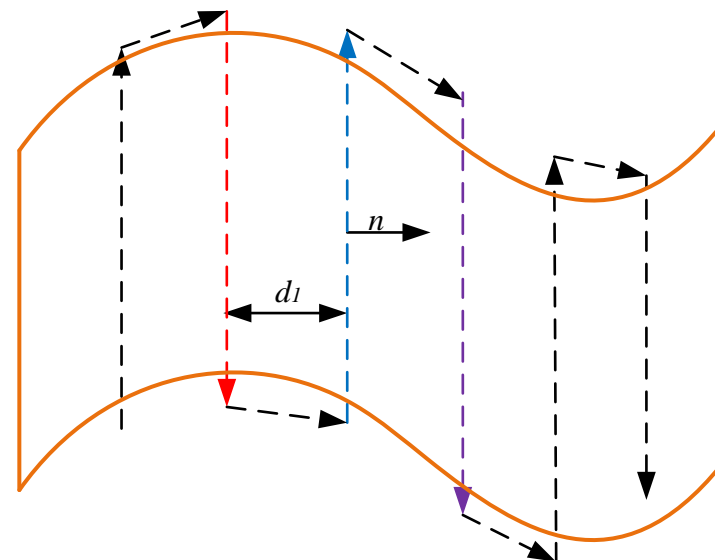


图12 曲面的切片方向与厚度



切片轮廓数据的构建

对于小曲率曲面点云求交引入距离阈值（曲面上一点与切平面的距离小于一定的值），定义切平面为 $y-z$ 平面，切片方向为 x 轴，建立笛卡尔坐标系。



3.3 曲面喷釉轨迹模型（沿喷点的法线方向）



喷釉路径的生成

通过对小曲率曲面截面轮廓数据进行**排序处理**，并保证相邻切片数据排序方向相反；运用**插值算法**将相邻截面轮廓连接起来便可求得**完整光滑**的喷釉轨迹。

喷釉轨迹即切平面与曲面的交线，通过求交法可以简单求得曲面喷釉轨迹，但是获得的喷釉质量达不到理想的要求，因此必须对轨迹进行**优化**保证喷釉质量。

3.3.3 曲面喷釉轨迹优化

本文选取的切片方式为**平行平面组**，并以喷釉厚度均匀性为优化目标对喷釉叠加厚度 d 进行优化。首先，建立**双道喷釉**过程中喷釉厚度分布模型，如图13所示。

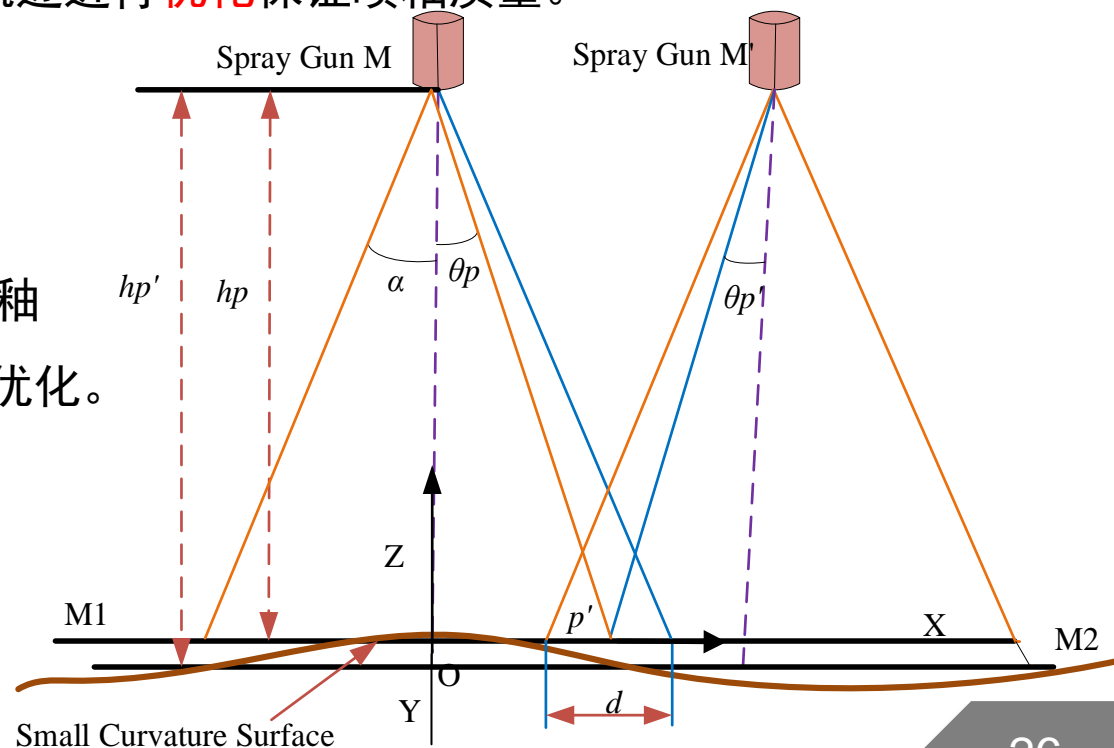


图13曲面双道喷釉釉膜厚度分布



3.3 曲面喷釉轨迹模型（沿喷点的法线方向）

设喷釉速度恒定为 v ，喷枪经过待喷釉点 P 的总时间为 $t = 2b(1 - x_{p'}^2 / a^2)^{\sqrt{2}} / v$ ， $y = y_{p'} = b(1 - x_{p'}^2 / a^2)^{\sqrt{2}} - vt$ 。根据式（17）求得**单道喷釉**行程中点 P 的喷釉厚度分布函数为：

$$Z_p(x_{p'}, v) = \int_0^{l_{\text{总}}} z_{\text{max}} \left(1 - \frac{x_{p'}^2}{a^2}\right)^{\beta_1-1} \left[1 - \frac{(b(1 - x_{p'}^2 / a^2))^2}{b^2(1 - x_{p'}^2 / a^2)}\right]^{\beta_1-1} \left(\frac{h_{p'}}{h_p}\right)^2 \frac{\cos \beta}{\cos \theta_p} dt$$

根据式（17）求得**双道喷釉**过程中点 P 的喷釉厚度分布函数为：

$$Z_p(x_p, d) = \begin{cases} z_{p,1}(x_p) & 0 \leq x_p \leq ah_p / h_{p'} - d \\ z_{p,1}(x_p) + s_{p,2}(x_p, d) & ah_p / h_{p'} - d < x_p < ah_p / h_{p'} \\ z_{p,2}(x_p, d) & ah_p / h_{p'} \leq x_p \leq 2ah_p / h_{p'} - d \end{cases}$$

当 $0 \leq x_p \leq ah / h_{p'} - d$ ：

$$Z_{p,1}(x_p, v) = \int_0^{l_{\text{总}}} z_{\text{max}} \left(1 - \frac{x_{p'}^2}{a^2}\right)^{\beta_1-1} \left[1 - \frac{(b(1 - x_{p'}^2 / a^2)^{1/2} - vt)^2}{b^2(1 - x_{p'}^2 / a^2)}\right]^{\beta_1-1} \left(\frac{h_{p'}}{h_p}\right)^2 \frac{\cos \beta}{\cos \theta_p} dt$$

当 $ah_p / h_{p'} \leq x_p \leq 2ah_p / h_{p'} - d$ ：

$$Z_{p,2}(x_p, v, d) = \int_0^{l_{\text{总}}} z_{\text{max}} \left(1 - \frac{(2a - d - x_{p'})^2}{a^2}\right)^{\beta_1-1} \left[1 - \frac{(b(1 - ((2a - d - x_{p'})^2 / a^2)^2) - vt)^2}{b^2(1 - (2a - d - x_{p'})^2 / a^2)}\right]^{\beta_2-1} \left(\frac{h_{p'}}{h_p}\right)^2 \frac{\cos \beta}{\cos \theta_p} dt$$

绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢



3.3 曲面喷釉轨迹模型（沿喷点的法线方向）

同样与以曲面喷釉厚度均匀性为目标进行优化，假设喷釉距离 $h = 400 \text{ mm}$ ，取点P的实际与理想涂层平均厚度间的方差和最小为优化目标函数：

$$\min_{d \in (0, a), v} E(d) = \int_0^{2ah_p / h_{p'} - d} (Z_p - Z_A)^2 dx_{p'}$$

以上式作为适应度函数，在MATLAB中对参数 d 进行优化，通过式（21）求得最优解 d ，切片厚度 $d_1 = 2ah_p / h_{p'} - d$ 。

以问题2中的曲面为例，曲面经过轨迹优化后喷釉重叠间距 $d = 86.34 \text{ mm}$ 。曲面轨迹规划仿真结果如图14所示，平行切平面组与曲面的交线即黑色交线为喷釉轨迹。

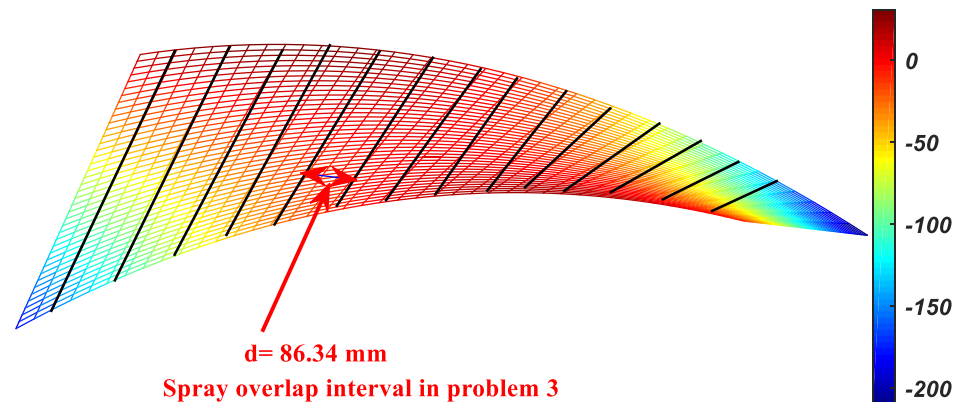


图14 曲面轨迹规划仿真结果



3.4 任意曲面轨迹模型

绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

本节研究一般曲面喷枪轨迹优化方法。根据自由曲面共同点，选取相关参数代表平面，根据曲面的变化，研究参数的变化趋势及结果。

- 采用 β 角、 θ 角以及喷枪的高度等参数描述不同曲面间的差别；
- 通过改变不同的曲面观测相关参数的变化，并用参数的变化反推喷枪重叠间隔 d ；
- 采用黄金分割法迭代求取 d 值，建立任意曲面喷釉轨迹规划方案；
- 经MATLAB仿真验证，结果符合标准，证明了该模型的正确性，但准确度有待提高。

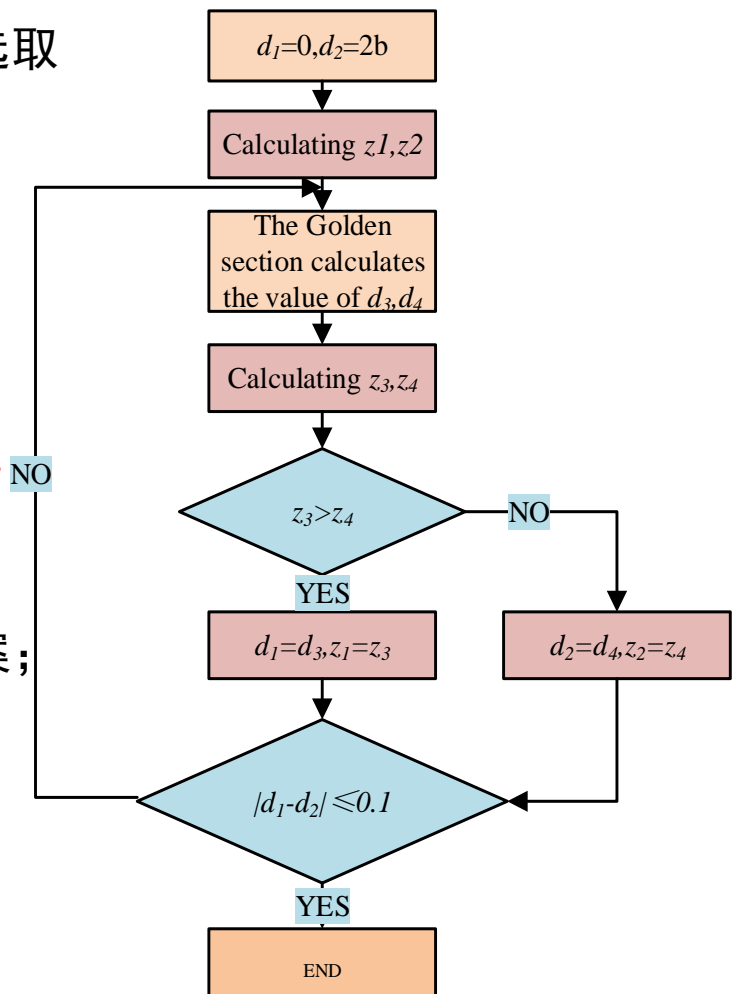


图15 两个喷涂行程涂层重叠区域宽度 d 优化流程图



3.4 任意曲面轨迹模型

绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

下面将对模型进行**实例仿真研究**，将以函数曲面 $z = -x^2 + x - \frac{xy}{75}$ 进行具体验证。设定喷枪的高度 $h = 225\text{mm}$ ，椭圆的半长轴为 $a = 109.84\text{mm}$ ，短半轴为 $b = 47.081\text{mm}$ 。通过 **MATLAB** 中的 **Simulink** 仿真工具箱得出结果。曲面的三维立体图如图所示：

表2 实例曲面仿真参数

参数	仿真结果
平均厚度 (μm)	25
最大厚度 (μm)	30.47
最小厚度 (μm)	27.72
轨迹重叠值 (mm)	103.6

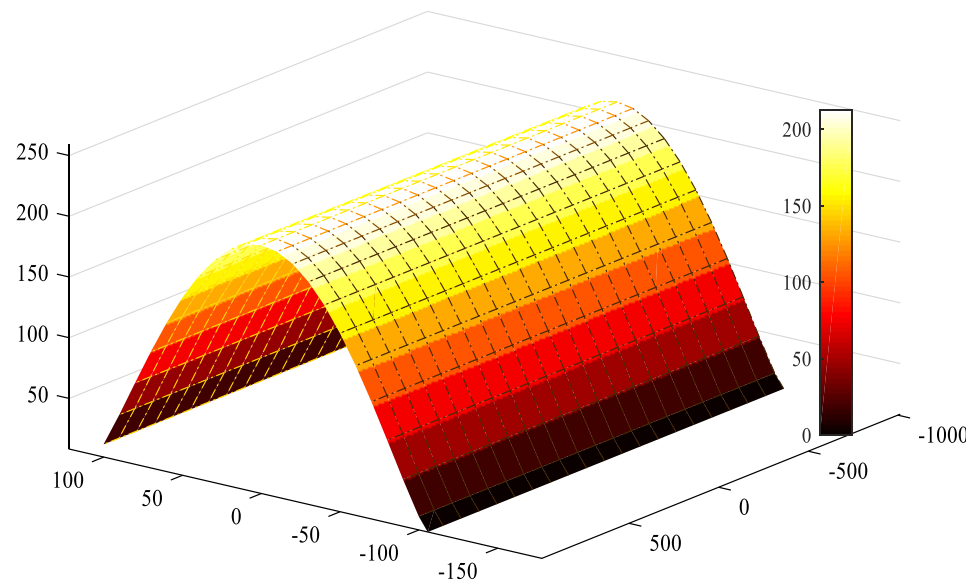


图16 实例曲面的三维立体图

仿真实验表明，轨迹喷涂满足给定的约束条件的要求，最高点和最低点厚度相差为 σ **9.03%**，较为符合预期结果。



四、模型总结

- ✓ 模型评价
- ✓ 模型改进
- ✓ 参考文献



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

4.1 模型评价

本文为了获取更佳的机器人喷釉效果、提高喷釉效率，分别建立了适用于平面以及不同方向下曲率曲面的喷枪模型，并结合点云切片模型，采用切片算法、投影法等对喷釉轨迹进行规划与优化工作。具体而言，主要创新点如下：



通过已知的椭圆双 β 分布模型和参数关系式，运用MATLAB仿真验证了模型椭圆双 β 分布模型的正确性；修正平面喷釉模型建立了适用于不同方向下曲面的椭圆双 β 分布模型。



采用切片算法、并结合投影法，以涂层均匀性为优化目标建立了曲面喷釉轨迹优化模型，对釉膜重叠间隔进行优化。



4.2 模型改进

绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

本文所研究的内容还存在着某些不足之处，有的问题还需要做进一步的研究：



本文是通过修正平面上的釉膜厚度分布模型建立不同方向下曲面表面釉膜厚度分布模型，因此需要进行大量实验直接对特征分布规则的喷釉表面进行模拟，建立更加符合实际的喷釉模型。



本文喷枪轨迹优化是以涂层均匀性为优化原则，对喷釉速度、釉膜重叠宽度进行优化，未考虑机器人动力学、涂料利用率以及喷枪姿态等对釉膜厚度的影响。因此，需要进行相关多目标优化的研究工作。



本文是以小曲率曲面为研究对象，但是在实际生产中也会遇到大曲率复杂的曲面，因此有必要对大曲率复杂曲面进行轨迹规划研究，并对特征曲面交界处进行轨迹优化。



绪论

问题分析

模型建立与求解

模型总结

致谢

4.3 参考文献

- [1] Ulusoy A, Smith S L, Ding X C, et al. Optimality and Robustness in Multi-Robot Path Planning with Temporal Logic Constraints[J]. International Journal of Robotics Research, 2013, 32(8):889-911.
- [2] Macwan A, Vilela J, Nejat G, et al. A Multirobot Path-Planning Strategy for Autonomous Wilderness Search and Rescue[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015, 45(9):1784.
- [3] Lynch K M, Shiroma N, Arai H, et al. Collision-Free Trajectory Planning for a 3-DOF Robot with a Passive Joint[J]. International Journal of Robotics Research, 2015, 19(12):1171-1184.
- [4] Bircher A, Kamel M, Alexis K, et al. Three-dimensional coverage path planning via viewpoint resampling and tour optimization for aerial robots[J]. Autonomous Robots, 2015, 40(6):1-20.
- [5] Serpen G, Dou C. Automated robotic parking systems: real-time, concurrent and multi-robot path planning in dynamic environments[J]. Applied Intelligence, 2015, 42(2):231-251.
- [6] Lamini C, Fathi Y, Benhlima S. H-MAS architecture and reinforcement learning method for autonomous robot path planning[J]. IEEE Electron Device Letters, 2017:1-7.
- [7] Xu W B, Liu X P, Chen X, et al. Improved Artificial Moment Method for Decentralized Local Path Planning of Multirobots[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(6):2383-2390.
- [8] Pinto A M, Moreira E, Lima J, et al. A cable-driven robot for architectural constructions: a visual-guided approach for motion control and path-planning[J]. Autonomous Robots, 2017, 41(7):1487-1499.
- [9] Kim Y, Kim B K. Time-Optimal Trajectory Planning Based on Dynamics for Differential-Wheeled Mobile Robots With a Geometric Corridor[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(7):5502-5512.
- [10] Lee J, Kim D W. An Effective Initialization Method for Genetic Algorithm-based Robot Path Planning using a Directed Acyclic Graph[J]. Information Sciences, 2015, 332.
- [11] Peng J, Luo W, Liu W, et al. A suboptimal and analytical solution to mobile robot trajectory generation amidst moving obstacles[J]. Autonomous Robots, 2015, 39(1):1-23.
- [12] Faria C, Vale C, Machado T, et al. Experiential Learning of Robotics Fundamentals Based on a Case Study of Robot-Assisted Stereotactic Neurosurgery[J]. IEEE Transactions on Education, 2016, 59(2):119-128.



五、致 谢



致谢

本次APMCM亚太赛答辩即将结束，在此，我要特别感谢我的指导教师常锦才教授和课题组的韩阳师兄、魏来师兄，他们在该论文的选题、构思到最终定稿的各个环节中给予细心指引与教导，使我们得以最终完成赛题！

感谢主办方亚太地区大学生数学建模竞赛组委会、河北省现场统计学会、数学家；感谢所有教导我的老师和陪伴我一起成长的队友们，他们在我的建模生涯中给予了很大的帮助。

最后，衷心感谢审阅我论文的所有老师以及在百忙之中抽出宝贵时间的各位评审专家，感谢您们对我论文提出宝贵的建议！

恳请各位老师批评指正！