

## A 题 埃博拉病毒的根除

### 摘 要

为了根除埃博拉病毒，根据埃博拉病毒的传播率、感染者人数的预测、药物的合理分配和隔离人数的比重，本文运用随机微分方程、产销平衡和最优控制三种算法分别建立了 SIR 模型、线性规划模型和最优隔离控制模型。这三个模型分别解决了埃博拉病毒的传播规律及感染者人数的预测问题、药物的运输问题和以隔离控制为决定性作用因素的优化问题。

针对模型一：首先通过 Excel 线性拟合分析埃博拉病毒的传播，得到结论：在没有使用药物治疗时，受埃博拉病毒感染的确诊病例及死亡的人数急剧增长。然后，建立了 SIR 模型来预测使用药物后的变化趋势，利用 Matlab 画出  $I(t), S(t)$  的比例曲线，发现病人比例减少。

针对模型二：假设几内亚、利比里亚、塞拉利昂为需求地，美国、中国、日本、俄罗斯、法国以及瑞士为药物生产地。利用产销平衡原理，建立了时间优化模型，通过 Lingo 求得运输到各地用时最短的调运方案为：瑞士运往几内亚耗时 4.7 小时，美国、日本、俄国运往利比里亚共耗时 15.8 小时，中国、俄国、法国、瑞士运往塞拉利昂共耗时 13 小时。

针对模型三：本模型基于 SIR 模型，利用极值原理给出了最优控制的设计方案，把易感染者、染病者、治愈者、隔离者以及总人口数作为初始值代入目标函数，存在一个最优控制因素，再将其对应的状态解代入协态方程，得到最优控制因素，即隔离的确切最优解。

**关键字:** 埃博拉病毒；SIR；线性规划；产销平衡；Matlab；Lingo

## 一、 问题重述

### 根除埃博拉病毒

世界医学协会已经宣布他们的新药物能阻止埃博拉病毒并可治愈那些得非晚期疾病的患者。建立一个可行的，明智的，有用的模型，模型不仅要考虑疾病的蔓延、药物的需求量、可能可行的输送系统、输送的位置、疫苗或药物的生产速度，也要考虑你的团队认为有必要作为模型的一部分来优化根除埃博拉病毒，或者至少解决目前压力的其他重要因素。除了你比赛论文中的建模方法，你还要为世界医学协会在他们的公告中准备使用一封 1-2 页的非技术性的信。

## 二、 问题分析

本文关于埃博拉病毒的传播、患病人数的预测、药物的需求量、可行的运输系统、疫苗的预防及药物的治疗、气候、车辆、地形等几个方面展开研究和讨论。

模型一主要解决疾病的传播和患病人口的预测问题。考虑到埃博拉病毒的传播速度非常快，通过参考以往传染病的有关文章，本文建立了 SIR 模型，得到了健康人和患者随时间变化的数量关系方程。为了求解方程，根据收集来自 WHO 的官方数据，得到 2014 年 11 月到 2015 年 5 月的确诊病例数和死亡人数，从而得到  $I(t), S(t)$  的两个图形，进而预测未来的患病人数。在此基础上，再解决药物需求量的问题。首先假设埃博拉病毒的传播遵循所建立的模型一，然后将收集到的使用药物治疗后患者人数变化的有关数据进行计算和分析，得到病人数量将会影响药物需求量的结论。

模型二主要解决药物的运输时间及成本问题。由于几内亚、利比里亚和塞拉利昂这三个国家患病人数最多，所以选择这三个国家作为需求地。现在具备疫苗或药物生产能力的国家：美国、中国、日本、俄国、法国和瑞士。本文选择这六个国家作为产地。本模型只考虑在生产地和需求地之间的药物运输。首先保证各国所使用的运输机为同款运输机，在运输过程中，速度均为同等速度。本文将产销平衡模型中的成本替换成运输所用时间，这样成本最低变成时间最短。然后结合模型一中的患病人口预测结果，再加上每个病人对应药量的比例系数，则计算

出任意时刻所需要的药物总量。在满足各需求地需求量的前提下，本文再利用线性规划模型得到最优调运方案，即时间优化模型。

模型三在模型一、二、的基础上，分析其他可以消灭埃博拉病毒的决定性因素。首先，本文使用最优隔离控制法，把易感染者、染病者、治愈者、隔离者以及总人口数作为初始值代入目标函数，则会存在一个最优控制因素，再将其对应的状态解代入协态方程，得到最优控制因素，即隔离的确切最优解。然后，本文分别考虑了气候、运输工具、地形三个因素对埃博拉病毒传播的影响，并得出了相应的结果。

### 三、基本假设与符号说明

#### 3.1 基本假设

- (1) 埃博拉病毒能够被生物传播，并且当易感者接触患者时，他们被传染；
- (2) 我们知道的埃博拉病毒有 5 种，假定每一种埃博拉病毒的传播能力是相同的；
- (3) 每一个人被治愈的可能性是相同的，并且有相同的免疫力；
- (4) 被治愈的人不会再次被传染，当患者被治愈后，他们将对于埃博拉病毒有免疫力；
- (5) 埃博拉病毒的传播遵循所建立的模型一；
- (6) 当实施药物治疗的时候，不计损失；
- (7) 药物的运输对药物的需求有影响；
- (8) 每位感染者的用药量均为一剂量，虽然目前已经研制出应对埃博拉病毒的疫苗或药物，但是不同感染程度的患者所需实际的药剂量数据不易获得；
- (9) 疫苗与药物的生产地，开始培育的时间以及生产速度均相同，且培养药物和疫苗的周期均为  $\Delta t$ ，但两者的作用对象不同，疫苗作用于健康人群，而药物作用于感染者；
- (10) 各地生产药物的速度相同，每批生产的药量满足前三个国家的需求量；
- (11) 运输问题中各个产地的产量相同，用来运送药物的飞机类型相同，且保持相同速度行进；

(12) 收集到的数据都是真实可靠的;

### 3.2 符号说明

$I$ : 患者的数量比例;

$S$ : 健康人的数量比例;

$R$ : 康复者和死亡者的数量比例;

$\alpha$ : 死亡率;

$\lambda$ : 感染率;

$\gamma$ : 康复率 (被隔离的病人治愈率);

$N$ : 药物运达需求地点时的感染者人数;

$\Delta t$ : 培育一批药物或疫苗的时间;

$c_{ij}$ : 从  $A_i$  到  $B_j$  运输药物的成本;

$x_{ij}$ : 从  $A_i$  到  $B_j$  的运量;

$W$ : 环境中的总人口数;

$J$ : 被隔离患者人数;

$u$ : 对染病者实施隔离控制的比例;

$\mu$ : 出生率=死亡率;

$\delta$ : 未被隔离染病者死亡率;

$s$ : 易感者人数;

$i$ : 染病者人数;

$r$ : 病愈者人数;

$q$ : 不易感病者输入比率;

$\eta$ : 没有被隔离治疗者治愈率。

## 四、模型一的建立及求解

### 4.1 模型一的建立

埃博拉病毒的传播速度非常快, 如果想要克服这个难题, 并且使用有效的医疗方法根除埃博拉病毒, 必须寻找一种科学且有效的方法来掌握埃博拉病毒的传

播规律。所以，我们建立了 SIR 模型来解决这个问题。

根据符号定义，能够得到等式：

$$I(t) + S(t) + R(t) = 1 \quad (1)$$

设每个发病者平均每天有效接触的易感者数为  $\lambda S(t)$ ， $NI(t)$  个发病者平均每天能使  $\lambda S(t)NI(t)$  个易感者成为病毒潜伏者。所以有：

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\lambda S(t)I(t) \quad (2)$$

单位时间内康复者和死亡者的变化等于发病人群的减少，即

$$\frac{dR(t)}{dt} = (\alpha + \gamma)I(t) \quad (3)$$

发病人群的变化等于易感人群转入的数量，即

$$\frac{dI(t)}{dt} = \lambda S(t)I(t) - (\alpha + \gamma)I(t) \quad (4)$$

记初始时刻的健康者和患者的比例分别为  $S_0$ 、 $R_0$ （不妨设  $R_0 = 0$ ）。根据 SIR 模型的准则，得到下列方程组：

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = \lambda S(t)I(t) - (\alpha + \gamma)I(t) \\ \frac{dS}{dt} = -\lambda S(t)I(t) \\ I(0) = I_0 \\ S(0) = S_0 \end{cases} \quad (5)$$

结合(1)式和(5)式，得到

$$S(t) = S_0 e^{-\frac{\lambda}{\gamma} R(t)} \quad (6)$$

通过微积分，结合(2)式、(6)式和(7)式，求解方程组，得到

$$I(S) = (S_0 + I_0) - S + \frac{\gamma}{\lambda} \ln \frac{S}{S_0} \quad (7)$$

(7)式阐述了健康人和患者随时间变化的数量关系。

## 4.2 模型一的求解

根据以上分析，得到了分析患者和健康人比例趋势的方法，接下来，求解模型如下：

### 4.2.1 没有药物治疗时确诊病例及死亡人数的变化趋势

除了预防措施，没有药物治疗。换句话说，健康人的数量比例是很小的，从网站 <http://.who.int/en/> 收集得到几内亚的有关数据，数据从 2014 年 11 月到 2015 年 5 月，每半个月统计一次，。用 Excel 做线性拟合，得到下图：

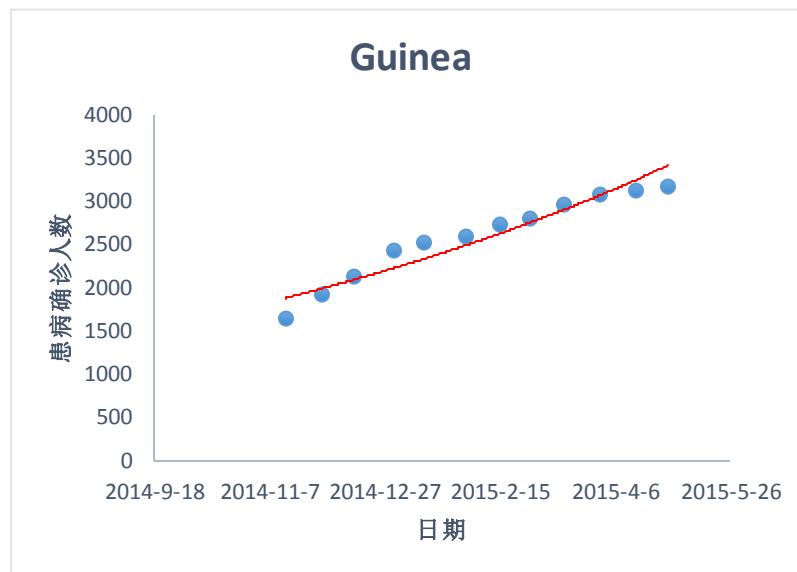


图 1：确证病例的数量趋势

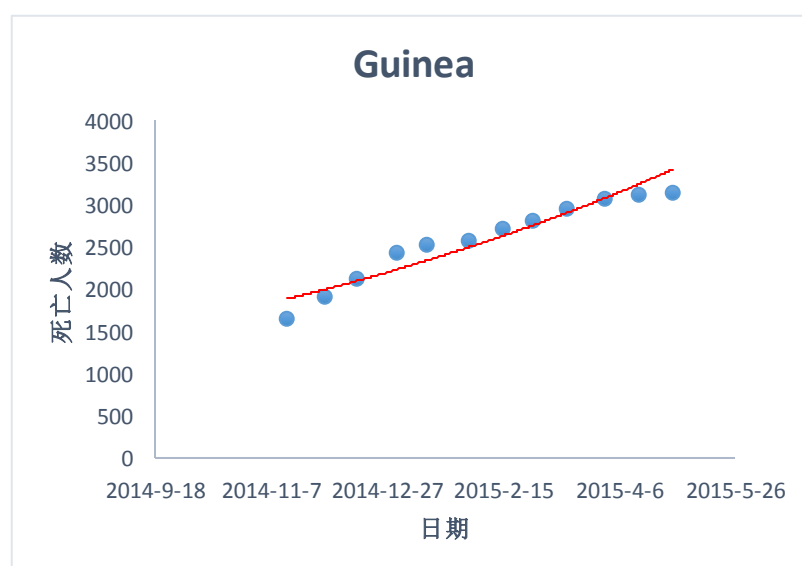


图 2：死亡人数趋势

图 1 表明确诊病例数量在没有药物治疗的情况下急剧增长，因此，我们得出结论预防措施对患者的数量减少没有效果。

图 2 表明在没有药物治疗的情况下死亡人数也急剧增长。死亡人数的趋势与确诊病例数量有关，因此，我们得出结论预防措施不能阻止埃博拉病毒的传播。

#### 4.2.2 新药物治疗方法下确诊病例及死亡人数的变化趋势

新药物能阻止埃博拉病毒并治愈那些得非晚期疾病的患者，健康人数的比例将会上升，患者比例将会下降。

根据(7)式，得到图 3：

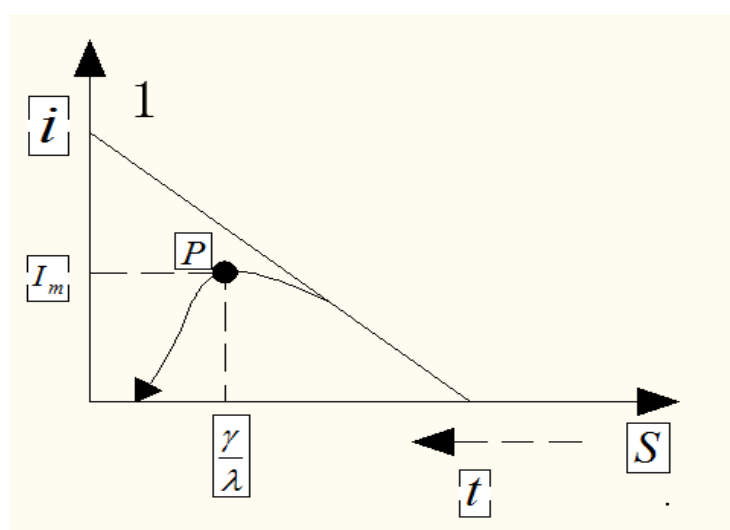


图 3：健康人和患者关系曲线

分析上图，当  $S_0 > \frac{\gamma}{\lambda}$  时，表明  $\gamma < \lambda$  且没有使用药物治疗。死亡人数随着时间增长上升，健康人数增加且当  $S_0 = \frac{\gamma}{\lambda}$  时，达到最大值  $P$ 。因此，把  $S_0 = \frac{\gamma}{\lambda}$  代入(7)式，得到

$$I_m = S_0 + I_0 - \frac{\gamma}{\lambda} \left( 1 + \frac{\gamma}{\lambda} \right) \quad (8)$$

当  $S_0 < \frac{\gamma}{\lambda}$  时，表明  $\gamma > \lambda$  且使用药物治疗。死亡人数不断减少，最终到 0；健康人数不断增加，直到达到最优值，最优值为  $S_\infty$ 。

通过以上分析，初始时间时  $S_0 + I_0 = 1$ ，要想得到  $I(t)$  的表达式，必须先做数值运算。根据世界卫生组织公布的 2014 年 12 月到 2015 年 2 月埃博拉病毒疫

情数据（见附录 1），包括日累计确诊病例、日累计治愈病例等，其中缺失的部分数据，通过给定的数据拟合得到。以 12 月 2 日为基日，当日累计确诊病例 1949 例，累计治愈病例 534 例，故

$$S(0)=0.98$$

$$I(0)=0.02$$

平均日感染率  $\lambda$ 、平均日康复率  $\gamma$  和平均日死亡率  $\alpha$  由每天相应数据平均求得  $\lambda=0.97, \gamma=0.274, \alpha=0.05$ 。

将上述计算结果代入(5)式，用 Matlab 编程（代码见附录 2），输出的简明计算结果如表 1：

表 1  $I(t), S(t)$  的数值计算结果

$t$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$I(t)$	0.0200	0.0387	0.0722	0.1268	0.2018	0.2811	0.3392	0.3597	0.3458
$S(t)$	0.9800	0.9534	0.9048	0.8230	0.7026	0.5557	0.4101	0.2911	0.2062
$t$	9	10	15	20	25	30	35	40	45
$I(t)$	0.3103	0.2665	0.0936	0.0285	0.0084	0.0025	0.0007	0.0002	0.0001
$S(t)$	0.1499	0.1131	0.0496	0.0381	0.0351	0.0343	0.0341	0.0340	0.0340

$I(t), S(t)$  的两个图形如下：



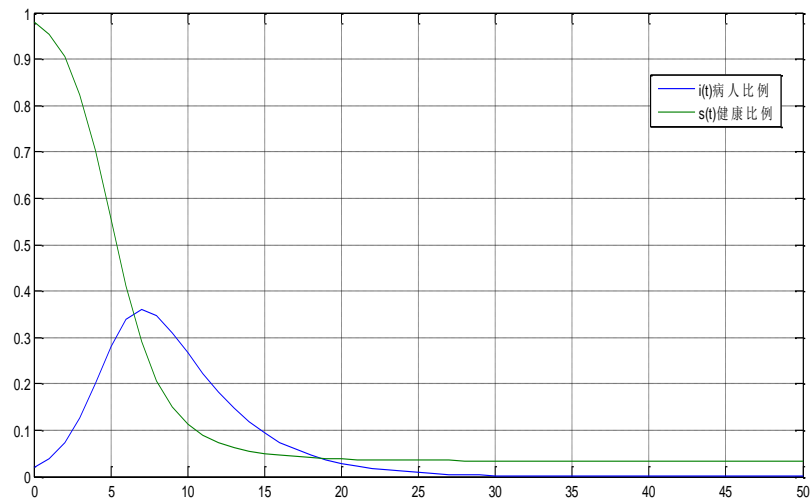


图 4:  $I(t), S(t)$  的比例

在数值计算和图(4)观察的基础上，得出结论：根据建立的预测模型，使用药物治疗之后，埃博拉病毒将会停止传播，患病者的比例将会减少，几乎为 0。

根据假设，能够得出结论：药物的需求量受病人数量的影响。设  $M$  为药物需求量， $G$  为病人数量，易得：

$$M = G= W(I) \tag{9}$$

将收集到的使用药物治疗后患者人数变化的有关数据进行计算和分析，得到表 2：

表 2 3 个月的药物需求量变化	
时间（周）	药物需求量（剂）
1	3400
3	3925
5	3139
6	2386
7	1600

9	456
10	182
12	2

从表 2 可以得出结论：药物的需求量将会减少，当没有埃博拉病毒时，药物的需求量为 0。

## 五、模型二的建立及求解

### 5.1 模型二的建立

在药物或疫苗运输方面，通过建立线性规划模型，在满足各需求地需求量的前提下，制定相应调运方案，将这些物资运到各个需求地，得到运输到各地用时最短的调运方案。考虑到成本问题，仅研究供求相等的情况。

已知有  $m$  个生产地点， $A_i (i=1,2,L,m)$  可供应药物，其供应量分别为  $a_i (i=1,2,L,m)$ ，由  $n$  个需求地  $B_j (j=1,2,L,n)$ ，其需求量分别为  $b_j (j=1,2,L,n)$ ，从  $A_i$  到  $B_j$  运送药物的单位时间成本为  $c_{ij}$ ，见表 3：

表 3 药物运输时间成本表

产地	需求地				产量
	$B_1$	$B_2$	L	$B_n$	
$A_1$	$C_{11}$	$C_{12}$	L	$C_{1n}$	$a_1$
$A_2$	$C_{21}$	$C_{22}$	L	$C_{2n}$	$a_2$
L	L	L	L	L	L
$A_m$	$C_{m1}$	$C_{m2}$	L	$C_{mn}$	$a_m$
需求量	$b_1$	$b_2$	L	$b_n$	

建立如下数学模型：

$$\min z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

满足

$$s.t. \begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i & (i=1,2,L,n) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j & (j=1,2,L,m) \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

## 5.2 模型二的求解

设  $B_1, B_2, B_3$  分别代表几内亚、利比里亚以及塞拉利昂； $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$  分别代表能够生产药物的美国、中国、日本、俄罗斯、法国以及瑞士。

根据网站 <http://.who.int/en/> 收集到的数据，确定各个国家药物需求量：

$b_1 = 3793$ ,  $b_2 = 10666$ ,  $b_3 = 13609$ , 那么  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = 4678$ 。

通过产地与需求地的距离，计算时间成本，得到表 4：

表 4 运输药物时间成本表

产地	需求地			产量
	几内亚	利比里亚	塞拉利昂	
美国	10.0	10.1	10.2	4678
中国	13.3	13.3	13	4678
日本	15.4	15.8	15.8	4678
俄国	7.2	7.6	7.5	4678
法国	4.8	5.3	5.1	4678
瑞士	4.7	5.3	5.1	4678
需求量	3793	10666	13609	28067

把数据带入上述模型，可以得到：

$$\begin{aligned}
 \min z &= \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_{ij} \\
 &= 10.0x_{11} + 10.1x_{12} + 10.2x_{13} + 13.3x_{21} + 13.3x_{22} + 13.3x_{23} + 13.3x_{31} + 13.3x_{32} + 13.3x_{33} \\
 &\quad + 15.8x_{41} + 7.2x_{42} + 7.6x_{43} + 7.5x_{51} + 4.8x_{52} + 5.3x_{53} + 4.7x_{61} + 5.3x_{62} \\
 &\quad + 5.1x_{63}
 \end{aligned}$$

满足

$$s.t. \begin{cases}
 x_{11} + x_{12} + x_{13} = 4678 \\
 x_{21} + x_{22} + x_{23} = 4678 \\
 x_{31} + x_{32} + x_{33} = 4678 \\
 x_{41} + x_{42} + x_{43} = 4678 \\
 x_{51} + x_{52} + x_{53} = 4678 \\
 x_{61} + x_{62} + x_{63} = 4678 \\
 x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61} = 3793 \\
 x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} + x_{62} = 10666 \\
 x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} + x_{63} = 13609 \\
 x_{ij} \geq 0 \quad (i=1,2,3,4,5,6; j=1,2,3)
 \end{cases}$$

利用 Lingo 软件确定出各个产地运往不同需求地的药物量, 然后得到最优调运方案, 结果如表 5:

表 5 各地药物需求分配表

产地	需求地		
	几内亚	利比里亚	塞拉利昂
美国	0	4678	0
中国	0	0	4678
日本	0	4677	0
俄国	0	1311	3367
法国	0	0	4678
瑞士	3792	0	886

从表 3 表 4 筛选出运输到各地用时最短的调运方案为: 瑞士运往几内亚 3792

剂药物, 耗时 4.7 小时; 美国运往利比里亚 4678 剂药物, 日本运往利比里亚 4677 剂药物, 俄国运往利比里亚 1311 剂药物, 共耗时 15.8 小时; 中国运往塞拉利昂 4678 剂药物, 俄国运往塞拉利昂 3367 剂药物, 法国运往塞拉利昂 4678 剂药物, 瑞士运往塞拉利昂 886 剂药物, 共耗时 13 小时。

## 六、模型三的建立及求解

尽管以上两个模型基于收集到的数据, 能够反映埃博拉病毒的传播趋势, 但是它们都只是片面的。实际上, 有很多潜在的因素可能影响模型的变化, 从以下四个方面考虑: 疫苗的预防及药物的治疗、气候、运输工具、地形。

### 6.1 疫苗的预防及药物的治疗 (最优隔离控制法)

控制传染病最好的方法是隔离控制, 下图为加入被隔离染病者舱室的舱室图:

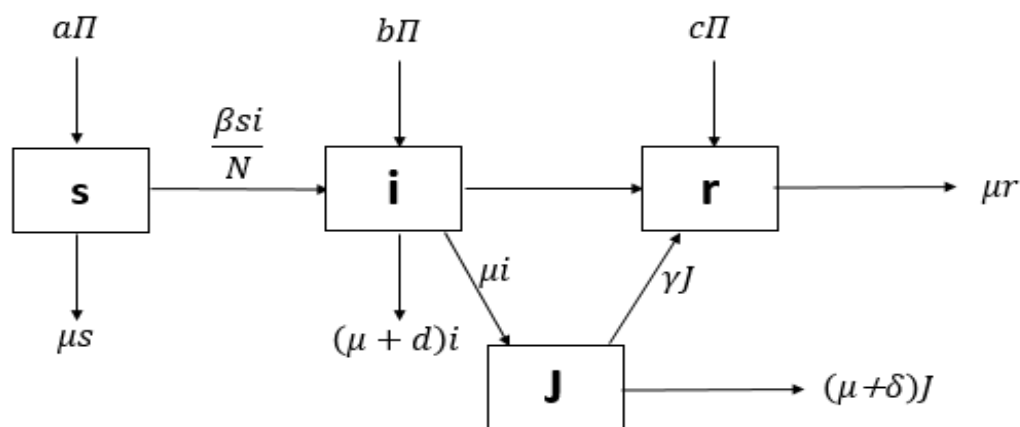


图 5: 加入隔离后的舱室转移图

通过模型的稳定性分析, 可以知道要想消除疾病必须得隔断染病者输入, 这也是当传染病暴发时, 政府控制染病者流动的原因, 所以假设在模型的输入输出中没有染病者。

于是可以建立如下的微分代数系统:

$$\begin{cases} s = a\Pi - \frac{\beta s(i+qJ)}{W} - \mu s \\ i = \frac{\beta s(i+qJ)}{W} - (\eta + \mu + d + u)i \\ r = c\Pi + \eta i + \gamma J - \mu r \\ j = \mu i - (\gamma + \mu + \delta)J \\ 0 = s + i + r + J - N \end{cases}$$

式中  $a\Pi, b\Pi, c\Pi$  表示易感者，染病者和治愈者的输入率。

系统的初始值  $s(0), i(0), J(0), r(0), N(0)$  给定。

考虑到如何实施控制方案才能保证疾病大规模爆发的同时，要使付出的各种代价（包括政治代价、政策代价、经济代价等）达到最小，采用这样的性能指标

$$J(u) = \int_0^{t_f} \left( B_1 i + B_2 J + \frac{Cu^2}{2} \right) dt, \text{ 其中 } t_f \text{ 为末端时刻, 此性能指标考虑了染病者人}$$

数和实际隔离控制  $u$  所付出的代价。事实上，在整个时间段上采用最大强度的隔离控制必然会使染病者数量减小，然而任何控制都是有代价的，所以实施隔离控制的代价应该在性能指标中考虑到，性能指标中的  $B_1, B_2$  和  $C$  分别是相应的权重，表示对应的代价的重要程度。

目标是寻找最优控制  $u^*$  使得

$$J(u^*) = \min_{\Omega} J(u)$$

其中， $u$  是关于  $t(t \in (0, t_f))$  的函数，控制约束集合  $\Omega = \{u | e \leq u \leq \bar{e}, e, \bar{e} \in [0, 1]\}$

为指定常数。

对于初值已给定的系统，给定目标函数：

$$J(u) = \int_0^{t_f} \left( B_1 i + B_2 J + \frac{Cu^2}{2} \right) dt$$

存在一个最优控制  $u \in \Omega$ ，使得  $J(u^*) = \min_{\Omega} J(u)$ 。

极值原理给出了最优控制的必要条件, 将最优控制问题转化为最小化的哈密顿函数问题, 状态方程的不同以及终端条件的不同, 都会使得横截条件发生变化。下面应用极值原理求解最优控制律。

将本文所讨论的最优控制问题转化为最小化哈密顿函数问题:

设  $H = B_1 i + B_2 J + \frac{C}{2} u^2 + \sum_{i=1}^5 \lambda_i f_i$ , 其中  $f_i$  是第  $i$  个系统状态方程的右端,  $\lambda_i$  是

协态变量, 如果  $u^*$  是上面系统的最优控制,  $s, i, r, J, N$  是相应的状态解, 那么存在协态变量  $\lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t), \lambda_4(t), \lambda_5(t)$  使得:

协态方程:

$$\lambda_1 = \lambda_1 \mu + (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\beta(i + qJ)}{W} - \lambda_5$$

$$\lambda_2 = -B_1 + (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\beta s}{W} + \lambda_2 (\eta + \mu + d) + (\lambda_2 - \lambda_4) \mu - \lambda_5 - \lambda_3 \eta, \quad \lambda_3 = \lambda_3 \mu - \lambda_5$$

$$\lambda_4 = -B_2 + (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\beta q s}{W} + \lambda_4 (\beta + \mu + \delta) - \lambda_5 - \lambda_3 \gamma$$

$$0 = (\lambda_1 - \lambda_2) \frac{\beta s(i + qJ)}{W^2} + \lambda_1 \mu - \lambda_5$$

横截条件  $\lambda_i(t_f) = 0, i = 1, 2, L, 5$  和最优控制

$$u^* = \min \left\{ \max \left\{ e, \frac{1}{C} (\lambda_2 - \lambda_4) i \right\}, e \right\}$$

## 6.2 气候

疾病区域的气候可能促进或抑制埃博拉病毒的传播。因为每一个国家有不同的气候, 所以患者的数量也因此不同。例如, 受埃博拉病毒主要影响的国家几内亚的气候是炎热且潮湿的, 从而有助于病毒的生长。根据不同疾病区域的气候, 能够得到各个国家的权重, 见表 6:

表 6 不同疾病区域的气候及权重

国家	气候	权重
几内亚	炎热、潮湿	0.6
利比里亚	炎热、很潮湿	0.8

塞拉利昂	炎热、很潮湿	0.8
马里	炎热、干燥	0.1
尼日利亚	炎热	0.2

由表 6 可知，埃博拉病毒的传播在不同国家因气候的不同而不同。

6.3 运输工具

模型三的建立中，对于输送位置和合理的运输方案的选择，只考虑了时间最短，忽视了运输工具的选择。根据 WHO 的数据，这些国家有公路和铁路，在埃博拉病毒治疗中心的周围有公路和铁路，铁路运输的运输容量比公路运输好。

6.4 地形

当埃博拉病毒传播迅猛时，要根据当地的情况，安排最快的交通工具到疾病感染区，所以采取优先分配原则满足不同地区的需要，然而效率可能受地形的影响，铁路不受地形影响，但公路受地形的影响情况却很复杂，根据地形对效率的影响将地形分为三个等级，见表 7：

表 7 道路的不同等级状况	
等级	权重
平坦	0.9
略平坦	0.5
陡峭	0.1

八、模型的评价

(1) 模型的优点

模型一可以有效的预测埃博拉病毒传播过程的特点, 同时分析了感病人数和健康人数的比例变化趋势, 有利于医疗人员采取一些措施来抑制病毒的蔓延。

模型二解决了药物的运输和成本问题, 使药物能以最快的时间送达感病国家, 能让病毒得到更好的控制. 使问题简单易懂。

(2) 模型的缺点

模型一中的数据不够完善, 使模型存在局部的缺陷



模型二若考虑其它因素的影响, 数据可能存在波动性, 将影响药物的供需平衡。

## 九、参考文献

- [1] Qiyuan Jiang, Jinxing Xie, Jun Ye. Mathematical model[M]. Beijing: Higher Education Press, 2003.
- [2] <http://zh.wikipedia.org/wiki/> 2014.8.16
- [3] Heinz F, Thomas W G. Ebola haemorrhagic fever [J]. The Lancet, 2011, 377: 849-862.
- [4] XU Lei. Multi-objective optimization problem based on genetic algorithm research and application[D]. Central South University, (2007).

## 十、附录

附录 1: 模型一中所用的数据

日期	确诊病例	治愈人数	死亡人数	新增病例	新增治愈人数	感染率	日治愈	新增死亡人数	死亡率
2014.12.2	1949	534	1139				0.274		
2014.12.3	1956	536	1151	7	2	0.37741	0.274	12	0.006135
2014.12.6	2035	558	1192	79	22	0.188705	0.274	41	0.020147
2014.12.7	2051	562	1207	16	4	0.125803	0.274	15	0.007314
2014.12.9	2081	570	1225	30	8	0.094353	0.274	18	0.00865
2014.12.10	2096	574	1233	15	4	0.075482	0.274	8	0.003817
2014.12.13	2115	580	1255	19	5	0.062902	0.274	22	0.010402
2014.12.14	2127	583	1262	12	3	0.053916	0.274	7	0.003291
2014.12.16	2164	593	1287	37	10	0.047176	0.274	25	0.011553
2014.12.20	2259	619	1323	95	26	0.041934	0.274	36	0.015936
2014.12.21.	2284	626	1344	25	7	0.037741	0.274	21	0.009194
2014.12.24	2342	642	1385	58	16	0.031451	0.274	41	0.017506
2014.12.27	2384	653	1422	42	12	0.029032	0.274	37	0.01552
2014.12.28	2397	657	1433	13	4	0.026958	0.274	11	0.004589
2014.12.31	2435	667	1463	38	10	0.025161	0.274	30	0.01232
2015.1.3	2465	675	1488	30	8	0.023588	0.274	25	0.010142
2015.1.4	2471	677	1499	6	2	0.022201	0.274	11	0.004452

2015.1.5	2477	679	1504	6	2	0.0202967	0.274	5	0.002019
2015.1.7	2493	683	1515	16	4	0.019864	0.274	11	0.004412
2015.1.10	2508	687	1523	15	4	0.018871	0.274	8	0.00319
2015.1.11	2514	689	1530	6	2	0.017972	0.274	7	0.002784
2015.1.12	2522	691	1537	8	2	0.017155	0.274	7	0.002776
2015.1.13	2525	692	1541	3	14	0.016409	0.274	4	0.001584
2015.1.17	2539	696	1556	14	0	0.015725	0.274	15	0.005908
2015.1.18	2539	696	1557	0	1	0.015096	0.274	1	0.000394
2015.1.19	2542	697	1560	3	1	0.014516	0.274	3	0.00118
2015.1.20	2545	697	1561	3	4	0.013978	0.274	1	0.000393
2015.1.24	2559	701	1574	14	3	0.013479	0.274	13	0.00508
2015.1.25	2569	704	1578	10	1	0.013014	0.274	4	0.001557
2015.1.26	2571	704	1579	2	1	0.012580	0.274	1	0.000389
2015.1.27	2575	706	1581	4	5	0.012175	0.274	2	0.000777
2015.1.31	2593	710	1595	18	4	0.011794	0.274	14	0.005399
2015.2.1	2608	715	1597	15	4	0.011437	0.274	2	0.000767
2015.2.2	2621	718	1600	13	2	0.011100	0.274	3	0.001145
2015.2.3	2628	710	1608	7	1	0.010783	0.274	8	0.003044
2015.2.7	2671	732	1640	43	2	0.010484	0.274	32	0.011981
2015.2.8	2674	733	1643	3	1	0.010102	0.274	3	0.001122
2015.2.9	2685	736	1651	11	3	0.009932	0.274	8	0.00298
2015.2.10	2693	738	1659	8	2	0.009677	0.274	8	0.002971
2015.2.14	2720	745	1678	27	7	0.009435	0.274	19	0.006985
2015.2.15	2727	747	1683	7	2	0.009205	0.274	5	0.001834
2015.2.17	2732	749	1686	5	1	0.008986	0.274	3	0.001098
2015.2.18	2734	749	1688	2	1	0.008777	0.274	2	0.000732
2015.2.21	2758	756	1699	24	7	0.008578	0.274	11	0.003988
2015.2.22	2762	757	1704	4	1	0.008387	0.274	5	0.00181
2015.2.25	2790	764	1721	28	8	0.008205	0.274	17	0.006093
2015.2.28	2808	769	1735	18	5	0.00803	0.274	14	0.004986

## 附录 2: 模型一的 Matlab 代码

```

y=ill(t,x)
a=0.97;b=0.274;c=0.005;
y=[a*x(1)*x(2)-(b+c)*x(1);-a*x(1)*x(2)];
ts=0:50;
x0=[0.02,0.98];
[t,x]=ode45('ill',ts,x0);[t,x]
plot(t,x(:,1),t,x(:,2)),grid,

```

ans =

0	0.0200	0.9800
1.0000	0.0387	0.9534
2.0000	0.0722	0.9048
3.0000	0.1268	0.8230
4.0000	0.2018	0.7026
5.0000	0.2811	0.5557
6.0000	0.3392	0.4101
7.0000	0.3597	0.2911
8.0000	0.3458	0.2062
9.0000	0.3103	0.1499
10.0000	0.2665	0.1131
11.0000	0.2223	0.0891
12.0000	0.1819	0.0733
13.0000	0.1469	0.0625
14.0000	0.1177	0.0550
15.0000	0.0936	0.0496
16.0000	0.0742	0.0458
17.0000	0.0586	0.0430
18.0000	0.0461	0.0408
19.0000	0.0363	0.0393
20.0000	0.0285	0.0381
21.0000	0.0224	0.0371
22.0000	0.0175	0.0364
23.0000	0.0137	0.0359
24.0000	0.0108	0.0355
25.0000	0.0084	0.0351
26.0000	0.0066	0.0349
27.0000	0.0052	0.0347
28.0000	0.0040	0.0345
29.0000	0.0032	0.0344
30.0000	0.0025	0.0343
31.0000	0.0019	0.0343
32.0000	0.0015	0.0342
33.0000	0.0012	0.0342
34.0000	0.0009	0.0341
35.0000	0.0007	0.0341
36.0000	0.0006	0.0341
37.0000	0.0004	0.0341
38.0000	0.0003	0.0340
39.0000	0.0003	0.0340
40.0000	0.0002	0.0340
41.0000	0.0002	0.0340

42.0000	0.0001	0.0340
43.0000	0.0001	0.0340
44.0000	0.0001	0.0340
45.0000	0.0001	0.0340
46.0000	0.0000	0.0340
47.0000	0.0000	0.0340
48.0000	0.0000	0.0340
49.0000	0.0000	0.0340
50.0000	0.0000	0.0340

```
endsets
```

```
data:
```

```
ai=4678,4678,4678,4678,4678,4678;
```

```
dj=3792,10666,13609;
```

```
c=10,10.1,10.2
```

```
13.3,13.3,13
```

```
15.4,15.8,15.8
```

```
7.2,7.6,7.5
```

```
4.8,5.3,5.1
```

```
4.7,5.3,5.1;
```

```
enddata
```

```
min=@sum(links(i,j):c(i,j)*x(i,j));
```

```
@for(vd(j):@sum(wh(i):x(i,j))=dj(j));
```

```
@for(wh(i):@sum(vd(j):x(i,j))<=ai(i));
```

```
end
```

Global optimal solution found.

Objective value: 263373.3

Total solver iterations: 7

Variable	Value	Reduced Cost
AI( W1)	4678.000	0.000000
AI( W2)	4678.000	0.000000
AI( W3)	4678.000	0.000000
AI( W4)	4678.000	0.000000
AI( W5)	4678.000	0.000000
AI( W6)	4678.000	0.000000
DJ( V1)	3792.000	0.000000

DJ( V2)	10666.00	0.000000
DJ( V3)	13609.00	0.000000
C( W1, V1)	10.00000	0.000000
C( W1, V2)	10.10000	0.000000
C( W1, V3)	10.20000	0.000000
C( W2, V1)	13.30000	0.000000
C( W2, V2)	13.30000	0.000000
C( W2, V3)	13.00000	0.000000
C( W3, V1)	15.40000	0.000000
C( W3, V2)	15.80000	0.000000
C( W3, V3)	15.80000	0.000000
C( W4, V1)	7.200000	0.000000
C( W4, V2)	7.600000	0.000000
C( W4, V3)	7.500000	0.000000
C( W5, V1)	4.800000	0.000000
C( W5, V2)	5.300000	0.000000
C( W5, V3)	5.100000	0.000000
C( W6, V1)	4.700000	0.000000
C( W6, V2)	5.300000	0.000000
C( W6, V3)	5.100000	0.000000
X( W1, V1)	0.000000	0.4000000
X( W1, V2)	4678.000	0.000000
X( W1, V3)	0.000000	0.2000000
X( W2, V1)	0.000000	0.7000000
X( W2, V2)	0.000000	0.2000000
X( W2, V3)	4678.000	0.000000
X( W3, V1)	0.000000	0.1000000
X( W3, V2)	4677.000	0.000000
X( W3, V3)	0.000000	0.1000000
X( W4, V1)	0.000000	0.1000000
X( W4, V2)	1311.000	0.000000
X( W4, V3)	3367.000	0.000000
X( W5, V1)	0.000000	0.1000000
X( W5, V2)	0.000000	0.1000000
X( W5, V3)	4678.000	0.000000
X( W6, V1)	3792.000	0.000000
X( W6, V2)	0.000000	0.1000000
X( W6, V3)	886.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	263373.3	-1.000000
2	0.000000	-15.30000
3	0.000000	-15.80000

4	0.000000	-15.700000
5	0.000000	5.700000
6	0.000000	2.700000
7	1.000000	0.000000
8	0.000000	8.200000
9	0.000000	10.600000
10	0.000000	10.600000