

参赛队号#1199

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1199

参赛队员（签名）：

队员 1：徐冬

队员 2：王鹏飞

队员 3：包涵

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：大学本科

参赛队号#1199

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

1199

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

参赛队号#1199

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 关于大型客机水上迫降问题的研究

关 键 词 客机迫降，最优姿态，ALE，固流耦合，

摘 要：

该问题要求我们研究大型客机水上迫降的安全性问题。如果大型客机在空中飞行途中，因发动机突然失灵且失去动力只能在水上迫降，迫降时会给飞机产生很大的水体冲击力。而产生不同程度的破坏会给机体以及乘客带来不同程度的危险与伤害。影响飞机安全迫降的因素有很多，本文中我们只研究飞机以何种姿态迫降至水面最适宜，以达到在飞机在迫降过程中损失最小的目的。

飞机在水面迫降过程中主要受到水面冲击力的影响。所以，飞机迫降时的最佳姿态应该使飞机所受的水面冲击力达到最小值。同时我们考虑到题目条件是飞机迫降在平静的水面上，根据 Thompson 等人在模型实验方面的研究表明：为了减少飞机纵向加速度和滑行距离，襟翼通常采用最大偏角，而且起落架必须收起以避免俯冲现象的发生。本文忽略起落架给飞机迫降带来的影响，同时也忽略飞机侧向旋转以及侧向倾斜的角度问题即飞机的稳定性良好。因此，我们可以建立关于飞机迫降时的水面冲击力的模型。考虑到我们研究的是刚体入水的问题。这是一般的流固问题的研究。我们可以采用拉格朗日有限元法，欧拉有限体积法，以及拉格朗日-欧拉流固耦合方法。同时还有任意的拉格朗日-欧拉方法，来解决此类问题。考虑到欧拉有限体积法主要用于流体问题的研究，我们采取其他三种方法来解此类问题。通过这些方法来建立速度-时间模型，或水面冲击力与时间的模型。我们可以选取一定的角度值，分析各个角度之下的不同数据。并且通过我们的整理的数据来拟合模型的可行性（我们在这边声明一下，对于模型入水的姿态角，我们参照 NACA 报告的测量值，发现 12° 是飞机失速警告姿态角， 4° 为低的姿态角，因此我们认为在 $0^\circ \sim 14^\circ$ 之内选取姿态角才是可研究的）。粗略的采用 ANSYS 软件来模拟飞机在各个角度的水面冲击力的影响。从而求出飞机在何种姿态下，受到损失最小。问题这样就解决了。

参赛队号 1199

参赛密码 _____
(由组委会填写)

所选题目 A

参赛队号#1199

Abstract

The problem requires us to study the safety of large passenger aircraft ditching problem. If a large aircraft in the air flight, due to engine failure and sudden loss of power can only be ditching, forced landing when the aircraft will have a great body of water impact. Different degrees of damage resulting from the body and passengers will bring different degrees of risk and injury. There are many factors that affect the safety of aircraft landing. In this paper we study only what kind of attitude the aircraft made a forced landing to the surface the most appropriate in order to meet the aircraft during landing minimal loss of purpose.

Water impact aircraft landing on the water surface. So, the best attitude when the aircraft made a forced landing the aircraft suffered water should impact the minimum. We take the condition into account that the subject aircraft requires to land in calm waters. According to Thompson, who studies in the model experiments show that: in order to reduce aircraft vertical acceleration and sliding distance, the maximum angle flaps and landing gear must be put away to avoid the diving phenomenon. It ignores the landing gear to the aircraft landing impact, and ignores the aircraft lateral rotation and lateral tilt angle of the problem that the aircraft was stable. Therefore, we can build on the water surface when the aircraft made a forced landing impact of the model. Taking into account that our study of rigid body into the water. This is about the general problem of fluid. We can use the Lagrangian finite element method, Eulerian finite volume method, the Lagrange-Euler fluid-solid coupling method and arbitrary Lagrangian-Eulerian method to solve those problems. Taking into account the finite volume method is mainly used for solving the Euler problem of the fluid. We take the other three methods to solve the problem. In these methods we can go to build speed-time model, water impact, the time model. We can choose a certain angle values of different data under different angles. Sorting by our data to fit the model is easy (we look at the side of a statement, the model of the attitude angle into the water, we look the light of NACA report and found that 12° is the angle of the aircraft stall warning attitude and 4° to Attitude low, we think that within $0 \sim 14^\circ$ angle is selected to study attitude). Roughly we use ANSYS software to simulate the surface at all angles of impact. We find that the plane under the posture get the minimal loss. This would solve the problem.

参赛队号#1199

一. 问题重述

2009 年一架美国客机 A320 成功地完成了水上迫降，拯救了许多生命，使大家认识到了水上降落的重要性。其实随着科技的进步，能否成功的完成水上的迫降已经成为现代客机的重要指标，在适航标准 CCAR--25·801 节上就规定了与水上迫降相关的标准。所以对于水上迫降的研究是有实际意义的，可以使得我们更能保证人民群众的生命财产安全。

然而影响飞机能否在水面安全降落的原因有很多，于是我们假设客机迫降于平静的水面，来讨论飞机接触水面时的姿态对水上迫降的影响。

二. 问题假设

1. 为了简化问题，我们不考虑热传导的情况，这样能量、动量就同时满足守恒定律。
2. 我们假定在一个 Δt 中的加速度恒定不变。
3. 对于飞机入水的姿态角， 12° 是飞机失速警告姿态角， 4° 为低的姿态角，因此我们认为 $0^\circ \sim 14^\circ$ 姿态角是可研究的。
4. 我们认为襟翼通常采用最大偏角，起落架必须收起。
5. 我们假设飞机稳定性良好，忽略起落架给飞机迫降带来的影响，飞机侧向旋转，侧向倾斜的角度问题。

三. 问题分析

本题涉及的是客机在失去动力的情况下的平静水面迫降问题。当客机与水面的碰撞属复杂高速碰撞问题，应找到可以描述和分析高速碰撞的方法。所以我们一方面根据动力学微分方程，和实际情况，采取中心差分法，ALE（任意拉格朗日—欧拉方法），拉格朗日-欧拉流固耦合方法，并运用 LS-DYNA 模拟出飞机的与水面的碰撞情况。另一方面根据 WinnR.C,Kohlman D.L 的研究以比值形式研究飞机所受冲击力的大小。选择数据时本文只采取 $0^\circ \sim 14^\circ$ 的整数取值度数进行分析，找到其中最适合飞机水上迫降的姿态角。（由于 12° 为飞机入水的纵向姿态角的失速警告姿态角，即当纵向姿态角大于 12° 后飞机安全着陆的可能性急速降低，所以仅选取 $0^\circ \sim 14^\circ$ 作为模拟时的纵向倾角取值范围。）

四. 符号假设与说明

- V 代表飞机降落时速度
T 代表飞机下落的时间
 Δt 代表时间变化
d 代表飞机下落之后的位移
a 代表飞机着陆加速度

参赛队号#1199

a_x 代表飞机着陆的纵向加速度
 a_y 代表飞机着陆的法向加速度
 a_n 代表当前时间步的加速度
 V_n 代表当前时间步的速度
 d_n 代表当前时间步的位移
 F^{int} 代表内力矢量
 F^{ext} 代表外力矢量
 M 代表、质量对角矩阵
 v_0 代表着陆时的速度
 s 代表机翼面积
 c 代表机翼的平均气动弦长

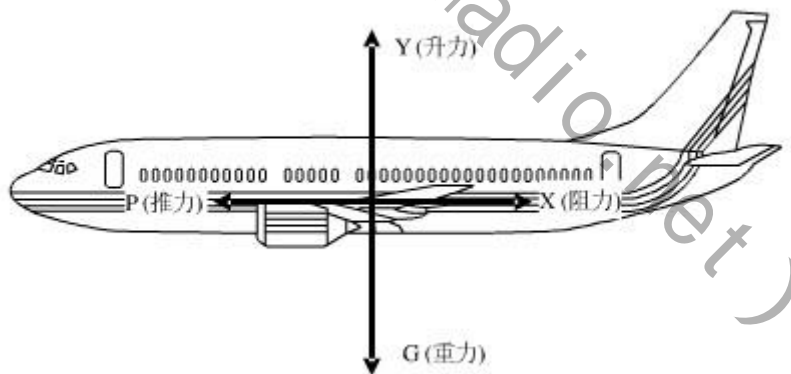
五. 问题的分析与模型的建立, 求解

5.1 问题分析

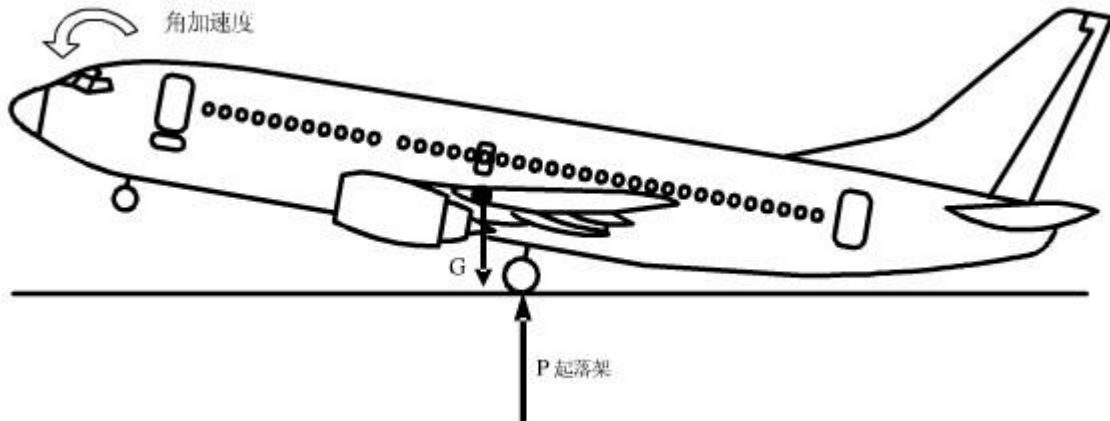
首先, 该问题属于流固耦合问题, 我们可以采取拉格朗日有限元法建立数学模型。同时拉格朗日有限元法有一定的限制, 只对于一些变化较为小的网格, 拉格朗日法方法实际是用于处理速度为常数的移动。但是此种情况在一定误差的范围内还是合适的。故我们首先采用拉格朗日有限元法来建立模型。

之后对于一些特殊的情况我们采用任意拉格朗日-欧拉流固耦合方法来处理, 任意拉格朗日-欧拉流固耦合方法, 简称为 ALE。ALE 方法可以弥补拉格朗日在处理大变形问题上的缺失。同时还可以处理处理不含时间的稳态问题。

通过拉格朗日有限元法和任意拉格朗日-欧拉流固耦合方法方法来比对, 实现模型的拟合。



参赛队号#1199



5.2 模型 1 建立

5.2.1. 基于拉格朗日有限元法来建立数学模型模拟飞机的迫降

运用固体模型进行求解

飞机的水上迫降问题，属于高速碰撞问题，所以飞机在降落的那段短暂时间力加速度的变化是十分复杂的。国外的学者 Winn R.C, Kohlman D.L 曾研究过这方面的问题，经过简化后得到了飞机纵向加速度和法向加速度与时间的关系函数。

$$\text{纵向加速度: } a_x = \begin{cases} 0, (0 < t < t_1) \\ \varepsilon(t - t_1), (t_1 < t < t_2) \\ \frac{\varepsilon(t_2 - t_1)(t - t_3)^2}{(t_2 - t_3)^2}, (t_2 < t < t_3) \\ 0, (t_3 < t) \end{cases}$$

$$\text{法向加速度: } a_y = \begin{cases} 0, (0 < t < t_1) \\ \mu(t - t_1), (t_1 < t < t_2) \\ \frac{\mu(t_2 - t_1)(t - t_3)^2}{(t_2 - t_3)^2}, (t_2 < t < t_3) \\ 0, (t_3 < t) \end{cases} \quad \text{【8】}$$

（其中简化的错误!未找到引用源。为 500 和 25）

从而计算出了速度与时间的关系我们可以通过这个关系来计算水面加速度。对于这个加速度来讲我们可以计算出水平加速度和纵向加速度。我们就可以计算出水平冲击力 F_x 和纵向冲击力 F_y 。

空气阻力的计算公式为 $F = (1/2)C\rho S V^2$ 。式中： C 为空气阻力系数； ρ 为空气密度； S 物体迎风面积； V 为物体与空气的相对运动速度。要想从侧面反映出飞机所受的冲击力大小我们需用到空气阻力，我们用水平方向，竖直方向与空气阻力的比值来从侧面反映飞机在水平方向，竖直方向的冲击力。

于是我们根据数据表 1，用纵向力和法向力比上空气阻力得到的比值系数从侧面表示冲击力的大小

参赛队号#1199

着陆姿态($^{\circ}$)	飞机质量 (kg)	机翼面积(m^2)	空气密度(kg/m^3)	着陆速度(m/s)	水表面
3	337095	576	1.205kg/m ³	81.6	静
4	337095	576	1.205kg/m ³	78.7	静
5	337095	576	1.205kg/m ³	76.3	静
6	337095	576	1.205kg/m ³	73.2	静
7	337095	576	1.205kg/m ³	70.5	静
8	337095	576	1.205kg/m ³	68.7	静
9.5	337095	576	1.205kg/m ³	67.9	静
10	337095	576	1.205kg/m ³	67.3	静
11	337095	576	1.205kg/m ³	65.9	静
12	337095	576	1.205kg/m ³	64.8	静

数据表 1

我们运用 matlab 软件对各个角度的法向冲击力与纵向冲击力的比例系数进行分析得到图 2，图 3。

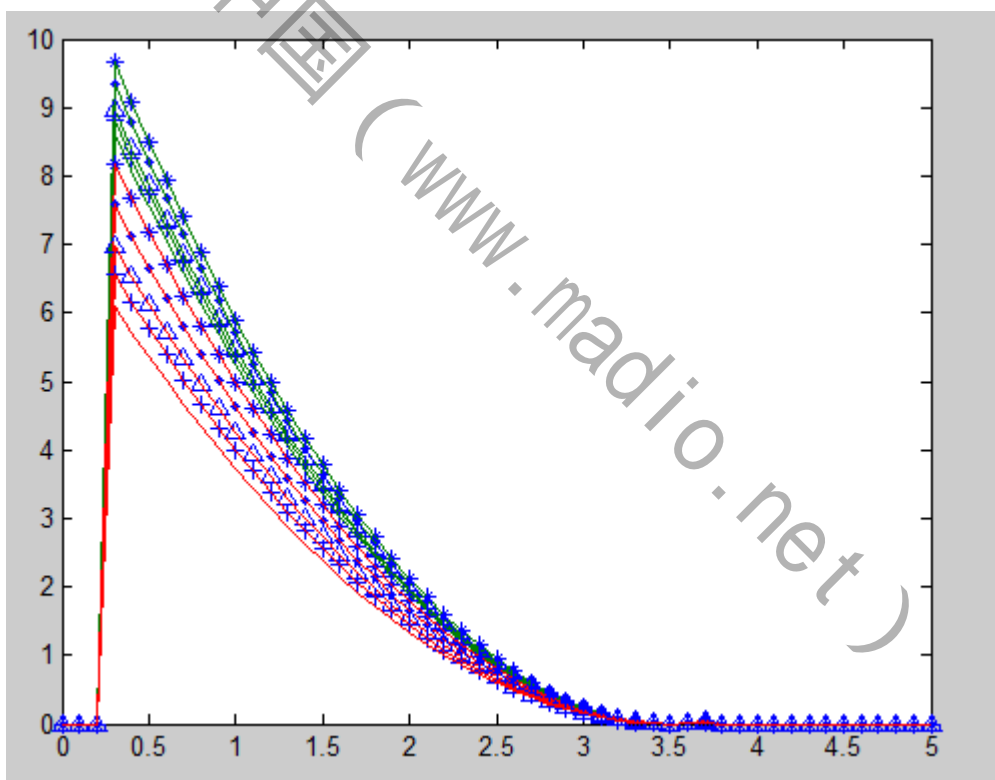


图 2. 纵向力系数的图像（随着角度增加递增）

参赛队号#1199

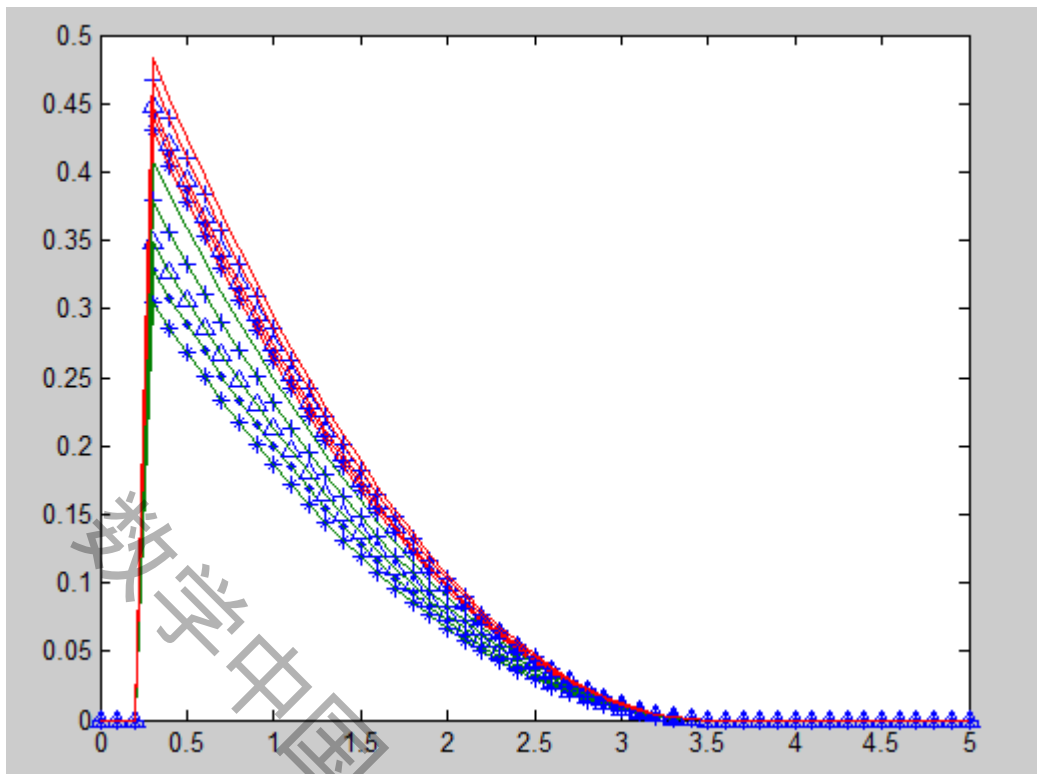


图 3. 法向力系数的图像（随着角度的增加递减）

5.2.2 分析

从实际情况分析，在飞机水面迫降时，合理范围内纵向力越大越好，法向力越小越好，因为这样的画，飞机发生诸如俯冲、跳跃等现象的几率越小。

从图 2 中可以得到纵向力系数的递增关系，所以在 12° 是纵向冲击力最大，而从图二看出法向力是递减关系，即 12° 是法向冲击力最小。

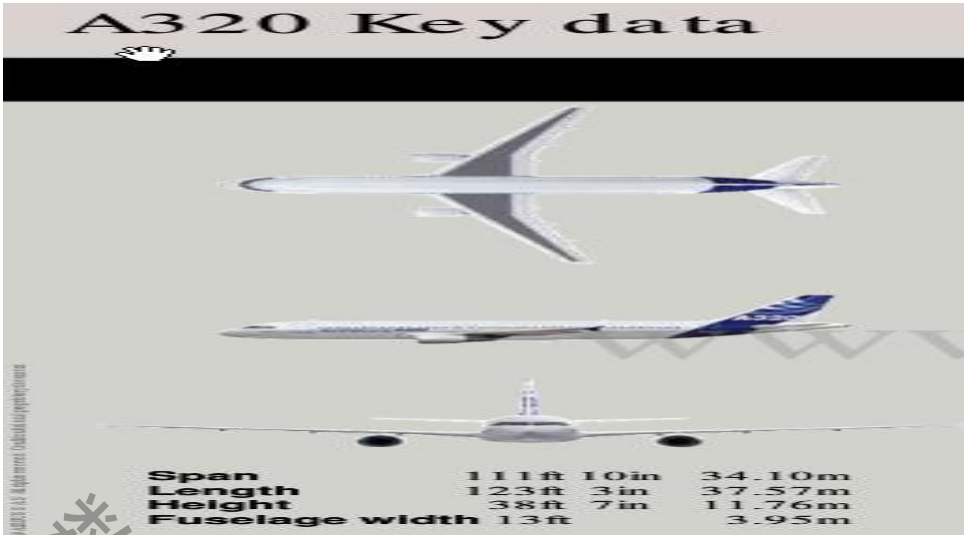
综上，在我们考虑的数据范围（0-12）内最大角度是最适合飞机水面迫降的角度。

5.2.3 采用 ANSYS 来模拟和分析流固耦合问题

同时我们采用 ANSYS 软件，用拉格朗日原理来进行飞机机身与静态水面的接触情况模拟，其中我们用一个刚性的圆管来粗略的模拟飞机机身（我们按照实际的 a320 型号飞机机体比例进行模拟），在保证“机体”可以完全浸没到水体的情况下用一个较大的矩形流体模型来模拟海水。在飞机的稳定性很好的情况下，其迫降过程是对称的，因此我们对模型进行切割，只对模型的一半进行数据处理。（由于实际中飞机模型的数据保密性，我们不可能得到详尽的数据来进行模拟操作，因此只是粗略的进行部分模拟，即上边所述的用圆筒粗略代替机身来模拟飞机在水面迫降的情形。）在已知海水不具备弹性模量及所查到的飞机部分资料的基础上近似建立了机身与水面接触过程的模型，并且为我们所求的问题即飞机以何种姿态在水上迫降是最优的进行了佐证（模型的建立用的是 GUI 即菜单模式）。

下面是 ANSYS 软件分析时的部分数据及部分模型示意图：

参赛队号#1199



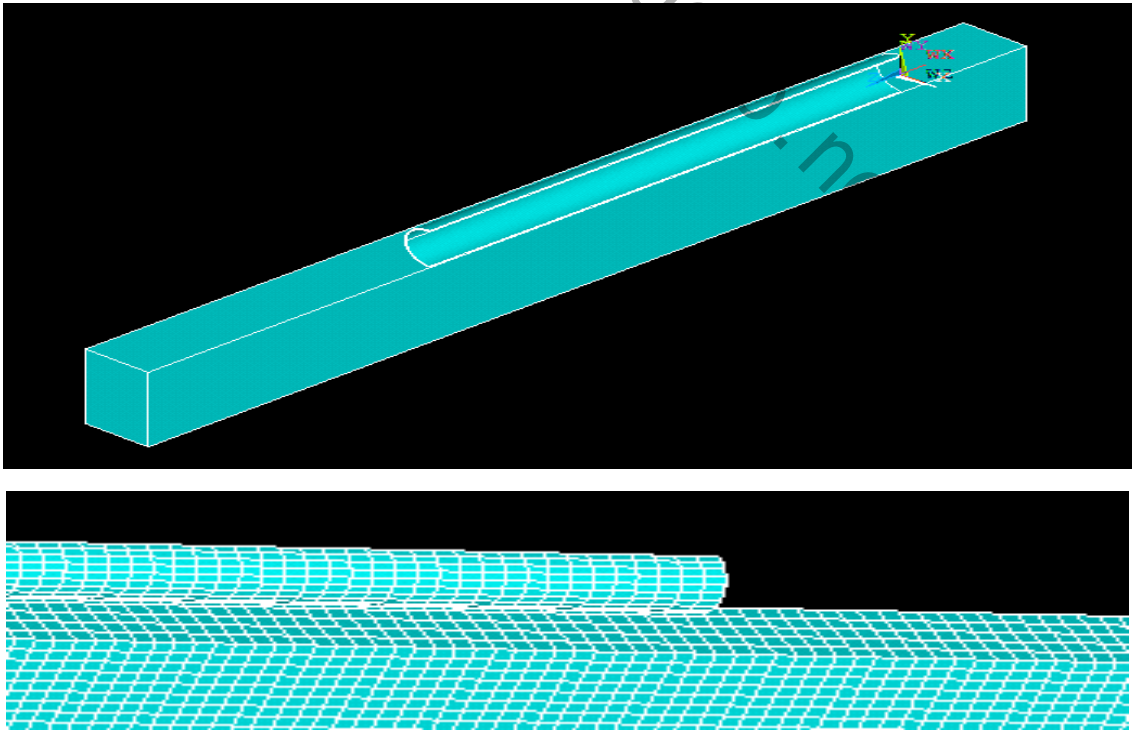
[13]A320 型号飞机的机体大小

表1 2024 铝合金材料参数

Tab.1 Material properties of Aluminum 2024

材料	弹性模量	泊松比	屈服强度	密度	失效塑性应变
Material	Elastic modulus / Pa	Poisson's ratio	Yield stress / Pa	Density kg m ⁻³	Maximum plastic strain
Al2024	68.95 ×10 ⁹	0.33	344.74 ×10 ⁶	2 770	0.15

[14]



用 ANSYS 粗略的模仿飞机水上迫降模型

参赛队号#1199

5.2.4 模型 1 的结果分析

根据模型得出的数据我们发现在客机较为稳定的情况下，其结果较为精确，而当飞机的破坏程度较大时，我们的精确度有所下降。由图中的冲击力的关系可以看出，冲击力是随着角度的变化先变大后变小的，所以我们主要看两边的角度算出来的数值的大小才行。我们可以了解到冲击力是直接影响角度选取的重要因素。所以姿态角度在 12° 左右是最佳的。模型的建立基本跟实际测算以及文献的理论数据大致吻合。

优点：拉格朗日有限元法描述物体时，是将网格节点固定在物体点上的依附物体移动，在描述物体运动是十分方便。如果客机未遭到重大的损失，那么模型的测算结果比较接近于最优值。

缺点：拉格朗日有限元法在物体遭受到比较大的变形或损伤时，网格节点会搅在一起，造成较大的实验误差，那就无实用性了。所以相对来讲拉格朗日有限元法还是有一定局限性。

5.3 模型 2 建立

5.3.1 首先我们来了解拉格朗日方法的计算方法

因为拉格朗日部分的边界由耦合面定义的。初始速度必须为经过缩比转换的模型速度。所以，缩比模型与实际尺寸飞机的比例关系是基于假设：飞机水上迫降过程中碰撞力占主要因素。水阻力为次要的因素，因此只考虑 Froude 准则

$$F = V_h / g L_h = V_m / g L_m$$

式中： V_h, L_h 是实际飞机的速度与模型； V_m, L_m 为缩比模型的速度和模型，从而容易产生缩比模型与实际模型的转换关系。实际关系如附录中表 3 所示

拉格朗日方法多运用于固体模型的应力应变分析，所以用拉格朗日法求解固态模型。运用中心差分法，且采用等时间步长，那么

$$\text{速度 } v = (d_{n+1} - d_{n-1}) / 2 \Delta t; \quad (1)$$

$$\text{加速度 } a = (d_{n+1} - 2d_n + d_{n-1}) / \Delta t^2; \quad (2)$$

根据动力学微分方程得到：

$$M a_n + C v_n + K d_n = F^{ext} \quad (3)$$

其中 a_n, v_n, d_n ，分别为当前时间步的加速度，速度和位移。

采用中心差分法，按时间递增进行求解结合时间显示积分法，提供 2 阶时间精度，对每个节点得，速度和位移按以下公式更新：

$$\text{速度: } v^{n+\frac{1}{2}} = v^{n-\frac{1}{2}} + \Delta t M^{-1} (F^{ext} + F^{int})$$

位移：错误！未找到引用源。

(F^{int} 为内力矢量， F^{ext} 为外力矢量， M 为质量对角矩阵)

5.3.2 引入 ALE 方法

虽然拉格朗日在一定程度上解决了流固耦合问题，但是还不是十分地全面，在一定程度上不能够解决大变形问题，我们可以使用 ALE 方法来弥补拉格朗日方法的这个缺点。

采用基于任意拉格朗日-欧拉流固耦合方法(即 ALE 方法)来建立数学模型。

我们通过对于拉格朗日有限元法模型方法的建立，我们发现在遇到大变形问题的时候拉格朗日产生的误差较大，所以我们在这种情况下必须重新建立数学模型来弥补这个误差。

ALE 方法同时具备拉格朗日方法和欧拉方法的特点，ALE 在结构边界运动处理上拥有拉格朗日方法的特点，同时在内部网格上吸收了欧拉的特点。ALE 在一定程度上可以

参赛队号#1199

弥补拉格朗日方法在网格上严重扭曲，为流固耦合问题提供了较好的解决方式。

5.3.3 建立模型及结果分析

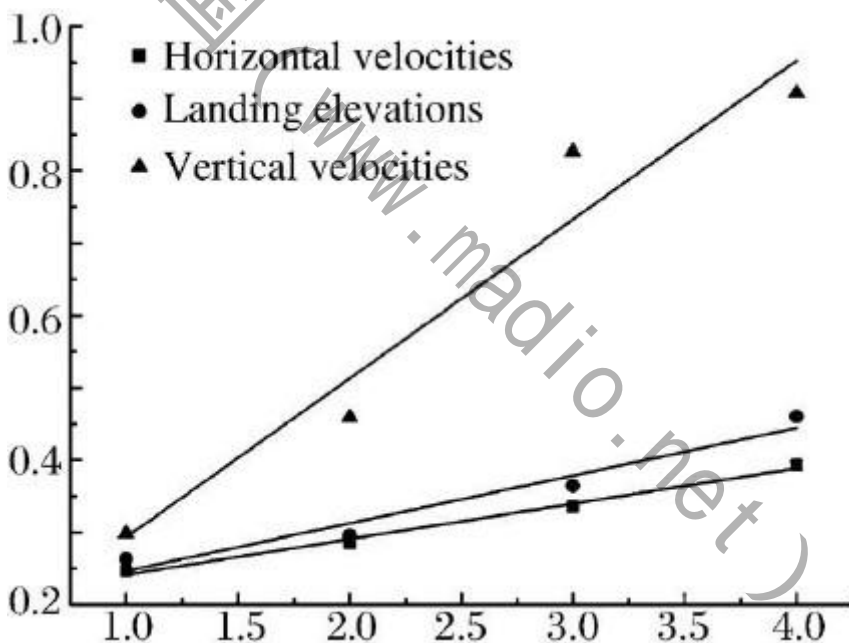
建立数学模型时，我们假设水面静止，水流速，风流速均为零，然后我们来研究影响水面冲击力的因素。运用 VOF 方法和动网格方法我们发现在建立模型过程中飞机降落速度，飞机速度和降落仰角与机体所受压力大小有关。具体的数据如表：

降落速度	5	9	15	19	22
飞机速度	30	57	91	114	140
降落速度	3.01	5.92	8.32	11.80	14.10

根据数据我们发现不同降落速度，飞机速度和降落仰角下，压强与时间的关系基本相同。飞机在碰撞水面时，由于在短暂时间内可以将水面看做成“硬的地面”，所以在到达水面的那一刻，压强是最大的，随后压强值逐渐下降。还有就是降落速度如果比较大的话，压强会比较大，对于飞机的收到的损失也会越大。所以我们就必须在这种情况下考虑姿态角的问题了。

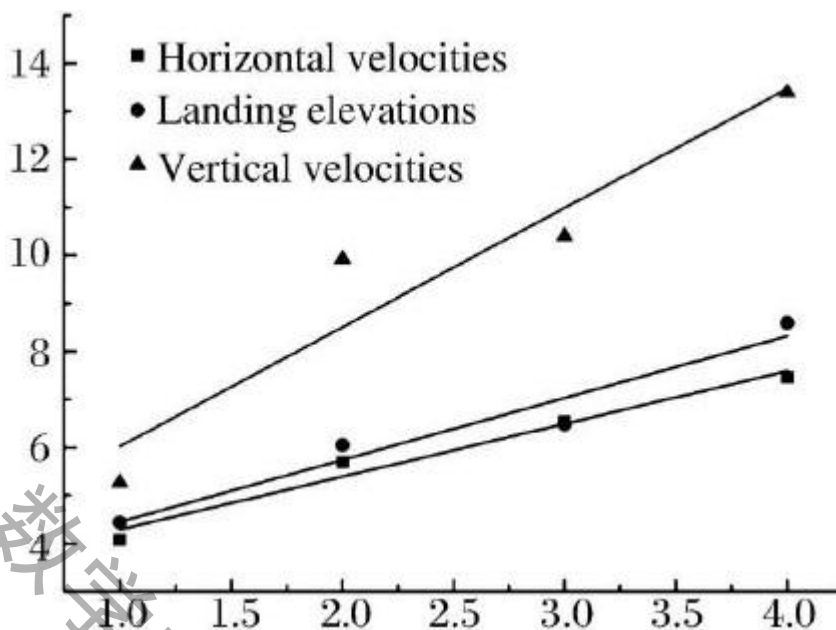
我们通过查找文献发现 Hughes 等人通过实验得到了结构响应随时间的变化规律。通过此类数据我们可以得出机身压强与时间的变化规律了。

我们通过了解前人的数据与文献资料，我们发现降落速度对于机体的损害最大，其次才是姿态角(即飞行仰角)，和在空中的飞行速度。如图所示：



角度与压强的关系

参赛队号#1199



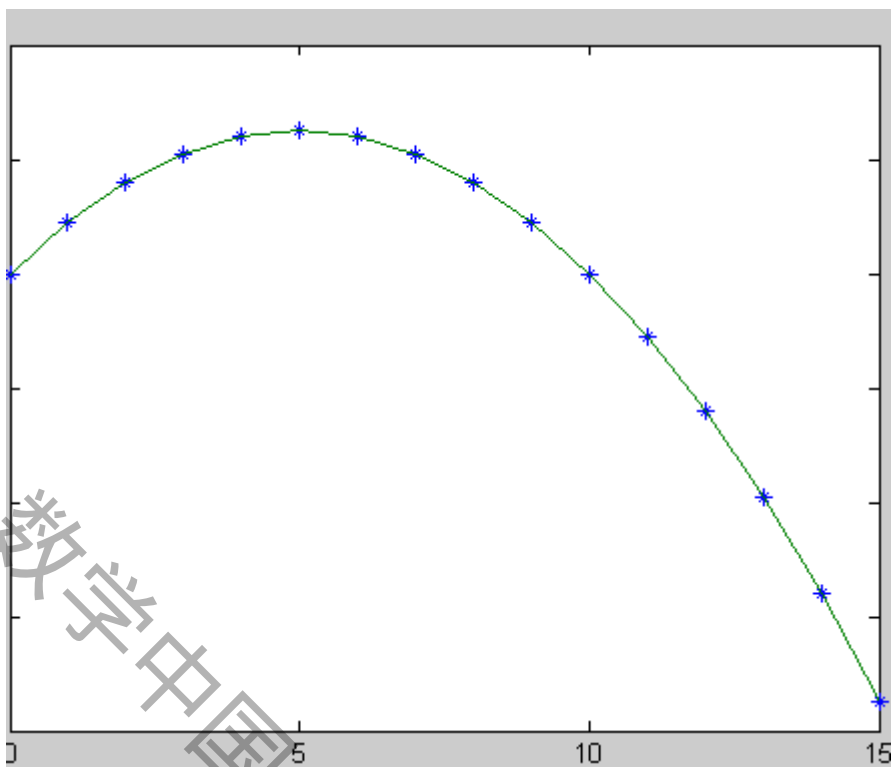
位移与压强的关系

我们从这种情况来分析，不同飞机的材料与质量都会影响我们的实验数据结果，降落速度会对飞机产生一定的影响，同时姿态角也会对飞机着陆时产生的压力产生影响。所以我们不得不分析这两者之间的关系。因此，两个因素会对飞机姿态有重要的影响。虽然姿态角度对于飞机的影响相对较小，但是我们在研究时不能忽略其产生的影响，如果超过一定的限制，即使降落速度很小，也会给飞机带来巨大的损失。在这里，我们可以用隐式函数 $F(x, y)$ 来表示对于水面冲击力和降落速度与姿态角的关系。

对于 $F(x, y)$ 函数的求解我们采取力学公式来解决。我们假设同一架飞机在相同情况下的不同情况。如果姿态角很小的话，即使飞机降落速度很大，水面冲击力也会得到一定的限制。如果降落速度增加的快的话，冲击力由于姿态角的影响并不会十分大的改变。所以，有时姿态角的大小影响着飞机冲击力的大小。所以我们必须选取最优的姿态角。

现在我们考虑在一定的相同的降落速度下，姿态角对于水面冲击力的变化情况，我们这里可考虑采用 A320 飞机的比例模型来分析。我们根据我们模型 1 中拟合的模型以及比较前人的数学模型以及数据发现，水面冲击力与姿态角度的关系大概如图所示：

参赛队号#1199



我们可以发现水平冲击力与姿态角的关系先增大在变小的，我们考虑到飞机的降落正确的姿势角度大概在 $0-14^{\circ}$ 之间， 14° 为最大的临界区角度，倘若姿态角度要比 14° 大的话，不同的飞机就有坠毁的可能，所以我们这里取 14° 左右的角度为最大的临界角度(即最优化姿态角)。我们从实际情况和参考文献中以及我们先前建立的模型 1 中可以验证了，我们所建立的数学模型的准确性。

5.3.4 模型结果的分析

我们发现这个结果较为吻合实际情况。但是在精确的角度来看还是比较欠缺的，我们这个算法还有很多的改进程度。我们无法准确的来确定具体的精确角度。

这个模型是基于 ALE 方法的，该方法是在拉格朗日有限元法的基础上的改进。根据实际情况来建立的数学模型，比较倾向于实际的角度的比较与建立。但是有一些情况不符合实际的数据，一些因素也只能通过假设来实现。所以这个模型还是比较缺乏实践。ALE 方法虽然接近现实但是还与现实有一定的差距，我们要想改进模型，我们必须要通过其他算法来实现或者通过改进其中的参数来进行误差分析。

六. 模型的评价

模型 1 采用了拉格朗日有限元法通过网格模型来求解姿态角。拉格朗日方法在实现时尚有较大的误差，并且在实现上只能处理网格变形不是很严重的情况，并不能处理在物体有较大变形的情况下的实验数据。所以我们采用模型 2 基于 ALE 方法之上的数学模型来求解。

拉格朗日有限元法在实现上的效率较高，如果要求的是时间效率要很好的话，那么就必须要采用拉格朗日有限元法来求解。如果要求的精度比较高就必须要采用 ALE 方法的数学模型。但是时间上没有拉格朗日来得快。拉格朗日-欧拉流固耦合方法克服了拉

参赛队号#1199

格朗日方法的缺点，计算网格不在确定也不依附于流体质点，而是相对于坐标系做任意运动，这种方法拥有拉格朗日有限元法的优点又有欧拉有限体积法的优点，更重要的是该方法克服了拉格朗日有限元法无法克服的网格扭曲的问题。在解决物体大变形问题方面有较大的优势。

但是该模型还不能较好的吻合实际。虽然该模型可以解决大变形，飞溅区域问题，但是该算法并不能很好的反映其结果。所以我们要想完全符合物理模型，我们就必须要改变方法，或者改变我们的处理方式。

七. 模型的改进与推广

ALE 方法虽然和实际的吻合程度比较好，但是与实际的情况还是有一定差距的，还不能完全表达实际情况，我们可以采用 SPH 方法来更加精确的来反映实际情况，当要求的反映程度要非常高时，我们就必须采取 SPH 就不能用 ALE 方法了

虽然 ALE 能够在大变形和飞溅区域大的情况下能够执行，但是其算法并不能很好的反映物体在这种情况下的实际情况，会产生较大的误差。我们在这种情况下可以采取更加精确的方法，比如：SPH 方法。

ALE 需要考虑材料的失效问题，通过对一些数据的发掘我们发现 ALE 与 SPH，ALE 的效率比较差，ALE 的失效问题会影响其效率的，所以我们必须要考虑失效问题带来的影响。

下图为 ALE 与 SPH 的效率的比较图表，可参考：

	Elapsed time	CPU time/Zone cycle	Clock time/Zone cycle
ALE(SMP)	34h34m25s(87936cycle)	5478nanosec	2942nanosec
ALE(MPP)	14h19m44s(87936cycle)	1161nanosec	1221nanosec
SPH(SMP)	9h50m 8s(58913cycle)	7863nanosec	2028nanosec

Table 1 summary of calculation(each caluculation was done by 4 Cores)

八. 参考资料

- 【1】李裕春、时党勇、赵远编著, ANSYS 10.0/LS-DYNA 基础理论与工程实践, 北京, 中国水利水电出版社, 2006 年)。
- 【2】张韬、李书、江翔、赵金强, 民用飞机水上迫降分析模型和数值仿真, 南京航空航天大学学报, 2010 年 6 月。
- 【3】屈秋林, 某大型飞机水上迫降的着冲击力学性能数值研究, 民用飞机设计与研究, 09 年 S1 期。
- 【4】季宏兴, C-5A 飞机的水上迫降动力模型试验, 民用飞机设计与研究. 1991 (2). 52-57。
- 【5】袁东, 飞机起落架仿真数学模型建立方法, 飞行力学, 2002 年第 4 期。
- 【6】NACA research memorandum for the aeronautics administration, 美国国家航空谘询委员会。
- 【7】李飞、孙凌玉、张广越、康宁, 圆柱壳结构入水过程的流固耦合仿真与试验, 北京航空航天大学学报, 第三十三卷第九期, 2007 年。
- 【8】Winn R. C, Kohlman D. L. Computer Simulation of Aircraft and Automobile Behavior upon Water Impact[R]. AIAA-98-0358。
- 【9】贺谦、陈效鹏、李磊、岳珠峰, 飞机水面降落的机身载荷研究, 强度与环境, 2009 年第四期。
- 【10】贺谦、李磊、岳珠峰, 基于 ALE 方法的飞机水面降落过程, 爆炸与冲击, 2010 年第二期。
- 【11】贺谦、李磊、岳珠峰, 基于 Lagrange 算法的飞机水面降落过程, 机械强度, 2010 年第四期。
- 【12】陈占晖、卢永锦, 高速运动物体抨击水面后的动力学特性研究, 船舶与工程, 2009 年第三期。
- 【13】佚名, ATA00 概述,
<http://wenku.baidu.com/view/3ce2fe1ffc4ffe473368ab8c.html>, 2011/4/24。
- 【14】殷之平、李玉龙、谭申刚, 飞机机身结构非正常着陆耐撞性仿真分析, 机械强度, 第三十二卷第二期: 3, 2010 年。

参赛队号#1199

九. 附录

9.1 附录一

表 1 飞机重量，倾斜角度与接触面的速度

Weight	Attitude thrust line	airspeed
43000	9	86
48500	9	92
56500	9	99
43000	5	97
48500	5	101
56500	5	109
43000	1	115
48500	1	123
56500	1	133

表 2 不同的角度的数据

Attitude thrust line	Scaled airspeeds	Measured airspeeds	Ground speeds	Condition of damage
9	92	91	79	a
9	92	97	120	a
9	86	88	88	b
9	86	88	88	b
9	92	92		c
9	90	92		d
5	103	100	88	a
5	105	105	93	a
5	103	105	93	a
5	98	105	105	b
5	98	108	80	b
5	105	106		c
5	98	100		d
1	122	122	122	a
1	115	120	120	b
1	120	124	134	b
1	120	124	134	b
1	122	120		c
1	122	125		d

参赛队号#1199

表 3 比例关系：

名称	全尺寸值	比率	模型值
长	l	λ	λl
力	F	λ^3	$\lambda^3 F$
惯性矩	I	λ^5	$\lambda^5 I$
质量	m	λ^3	$\lambda^3 m$
时间	t	$\lambda^{1/2}$	$(\lambda t)^{1/2}$
速度	V	$\lambda^{1/2}$	$(\lambda V)^{1/2}$
线加速度	a	1	a
角加速度	α	$1/\lambda$	α/λ
压力	P	λ	λP

表 4 着陆时的数据

着陆姿态 (°)	飞机质量 (kg)	机翼面积 (m ²)	空气密度 (kg/m ³)	着陆速度 (m/s)	水表面
4	337095	576	1.205kg/m ³	78.7	静
7	337095	576	1.205kg/m ³	70.5	静
9.5	337095	576	1.205kg/m ³	67.9	静
12	337095	576	1.205kg/m ³	64.8	静

表 5:实际的着陆姿态数据

着陆姿态 (°)	飞机质量 (kg)	机翼面积 (m ²)	空气密度 (kg/m ³)	着陆速度 (m/s)	水表面
3	337095	576	1.205kg/m ³	81.6	静
4	337095	576	1.205kg/m ³	78.7	静
5	337095	576	1.205kg/m ³	76.3	静
6	337095	576	1.205kg/m ³	73.2	静
7	337095	576	1.205kg/m ³	70.5	静
8	337095	576	1.205kg/m ³	68.7	静
9.5	337095	576	1.205kg/m ³	67.9	静
10	337095	576	1.205kg/m ³	67.3	静

参赛队号#1199

11	337095	576	1.205kg/m ³	65.9	静
12	337095	576	1.205kg/m ³	64.8	静

9.2 附录二

Matlab 处理数据代码：

处理 Cy 的数据用到的代码：

```

x=0:0.1:5;
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(81.6*81.6))+(x>=0.3&x<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(81.6*81.6))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'*',x,y)
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(78.7*78.7))+(x>=0.3&x<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(78.7*78.7))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'.',x,y)
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(76.3*76.3))+(x>=0.3&x<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(76.3*76.3))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'^',x,y)
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(73.2*73.2))+(x>=0.3&x<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(73.2*73.2))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'+',x,y)
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(70.5*70.5))+(x>=0.3&x<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(70.5*70.5))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'-',x,y)
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(68.7*68.7))+(x>=0.3&x<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(68.7*68.7))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'*',x,y,'r')
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(67.9*67.9))+(x>=0.3&x<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(67.9*67.9))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'.',x,y,'r')
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(67.3*67.3))+(x>=0.3&x<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(67.3*67.3))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'^',x,y,'r')
hold on

```

参赛队号#1199

```

y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(65.9*65.9))+(x>=0.3&x
<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(65.9*65.9))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'+',x,y,'r')
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((24283.584.*(x-0.2))/(64.8*64.8))+(x>=0.3&x
<3.5).*((198.233.*(x-3.5).*(x-3.5))/(64.8*64.8))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'-',x,y,'r')

```

处理 Cx 数据用到的代码：

```

x=0:0.1:5;
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(64.8*64.8))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(64.8*64.8))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'*',x,y)
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(65.9*65.9))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(65.9*65.9))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'.',x,y)
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(67.3*67.3))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(67.3*67.3))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'^',x,y)
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(67.9*67.9))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(67.9*67.9))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'+',x,y)
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(68.7*68.7))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(68.7*68.7))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'-',x,y)
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(70.5*70.5))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(70.5*70.5))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'*',x,y,'r')
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(73.2*73.2))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(73.2*73.2))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'.',x,y,'r')
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(76.3*76.3))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(76.3*76.3))+(x>3.5).*(0);
plot(x,y,'^',x,y,'r')
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(78.7*78.7))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(78.7*78.7))+(x>3.5).*(0);

```

参赛队号#1199

```
plot(x, y, ' +', x, y, ' r')
hold on
y=(x<0.2).*(0)+(x>=0.2&x<0.3).*((485671.68.*(x-0.2))/(81.6*81.6))+(x>=0.3&x
<3.8).*((3964.668.*(x-3.5).*(x-3.5))/(81.6*81.6))+(x>3.5).*(0);
plot(x, y, ' -', x, y, ' r')
角度与速度的关系代码：
x=[3 4 5 6 7 8 9.5 10 11 12];
y=[81.6 78.7 76.3 73.2 70.5 68.7 67.9 67.3 65.9 64.8];
plot(x, y, ' *', x, y);
```

数学中国 (www.madio.net)