

2020 年“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛

第一阶段

A 题 听音辨位

把若干 (≥ 1) 支同样型号的麦克风固定安装在一个刚性的枝形架子上 (架子下面带万向轮, 在平地上可以被水平推动或旋转, 但不会歪斜), 这样的设备称为一个麦克风树。不同的麦克风由于位置不同, 录制到的声音往往也有细微的不同, 所以通过对多支麦克风接收到的声音进行对比分析, 可以得到更多的有关声源的信息。我们假设每个麦克风都是全向的, 也就是单麦克风无法分辨声源的方向。

现在有一个地面、墙壁和天花板都是光滑大理石的大厅, 大厅内空旷而安静。在大厅里只有一个走动的人, 发出清晰的脚步声。我们准备在大厅里安放一个麦克风树, 希望通过检测声音来进行一些测量, 包括尽量准确地实时确定这个人的位置, 也包括测量这个大厅的某些几何参数。请你建立合理的数学模型, 设计一个成本尽量低、而且可以达到使用要求的麦克风树。要求给出每支麦克风的相对位置以及相对于地面的高度, 至于枝形架子的具体力学结构则不需要考虑。

第一阶段问题: 根据已知和所求信息的不同, 这个问题可以有不同的复杂程度。我们需要在以下两种情形中对麦克风树进行合理的设计, 并给出对接收到的声音信号进行分析的算法。

1. 已知大厅的平面形状是矩形, 地面和天花板都是水平的。假设我们已知大厅轮廓的准确尺寸 (长 \times 宽 \times 高)。但在实际施工中, 由于操作和设备所限, 在麦克风树放置在地面上的时候, 无法精确测量放置点的坐标以及水平的旋转角度。我们希望确定此人的位置。

2. 大厅轮廓的尺寸未知,其余条件同上。我们希望确定此人的位置,并尽量准确地确定大厅的轮廓尺寸 (长 \times 宽 \times 高)。