

# 2008 年 第一届“数学中国杯”

## 数学建模网络挑战赛

### 承 诺 书

我们仔细阅读了首届“数学中国杯”数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站([www.madio.net](http://www.madio.net))公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛报名号为：1192

参赛队员（签名）：

队员 1：解红叶

队员 2：院翔

队员 3：韩一强

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：大学组

# 2008 年 第一届“数学中国杯”

## 数学建模网络挑战赛

### 编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛号码：1192

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

---

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

# 2008 年 第一届“数学中国杯” 数学建模网络挑战赛

题 目      模糊算法在评价公交线路网络效率体系中的应用

关 键 词      模糊算法，层次分析，网络效率，评价

## 摘            要：

对于问题一，我们在上阶段论文的基础上对指标系统进行了重新筛选，修正了论文中许多细节上的错误，对各指标的易得性做了适当改进，最后通过模糊数学方法和指派方法确定了一级指标和二级指标的对于模糊评价的隶属函数，通过层次分析给出最终评价结果，相对上次来言具有容易理解和实现的优点，最终可以用我们的算法对公交线路网络效率做出较为合理的评价。

对于问题二，我们基于问题一给出的模型，先给出了十条城市公交线路的设计原则，依照该设计原则，我们设计了一个基本步骤来对新城市进行公交线路网络的设计，使得我们可以初步给出新城市的公交线路设计方案和方法。

对于问题三，我们先对题目进行深入分析得知优化的目的在于提高公交线路整体的运营效率，分析并得出了对于题目要求很重要的指标，并给出其必须满足的约束条件。

在对公交节点的选取中，我们的算法包含必选节点、必选起止点、不能选为起止点等约束以尽量减少对人们出行习惯的影响，按此算法实行调整将可以减少不可行线路的数量，提高整体运营效率。

参赛队号    1192

所选题目    B 题

参赛密码    _____ （由组委会填写）
---------------------------

## 1.问题的重述

近几年来,我国经济的迅速发展及科学技术的明显进步,体现这我国求发展、促发展的坚定信心。交通运输作为人们生活中的重要组成部分,对保证社会经济及我们的日常生活正常运转发挥着至关重要的作用。公路交通需求的增长速度与道路交通基础设施的建设速度发展不平衡,带来了很多交通问题。尤其是公交系统的发展远远滞后于城市人口的增长,导致更多的出行者选择不同种类的交通工具,进一步加深了城市交通堵塞、道路承受能力下降、环境污染加重、交通事故急速上升等一系列的严重问题,给整个社会造成了巨大的物质损失和经济损失。仅仅依靠建设道路及相关交通设施,采用过去旧的模式来发展城市公共交通,不但成本高,而且环境污染严重,对缓解城市交通堵塞,提高公交线路网络效率是十分不利的。因此,能否对城市公交线路网络效率进行合理客观的评价就显得极为重要。

公交线网优化是以现代交通规划理论为基础,依据居民出行调查、公交专项调查的数据资料和相关的预测结果,运用数学规划方法、图论方法、人工智能及模糊数学等方法,依托城市道路网络系统,进行公交线网布局规划,寻找其最优布局。公交线网规划是一项系统工程科学,牵涉到社会学、经济学等诸多方面。

实现公交线网合理、科学的规划,可以在有限的投资条件下,充分挖掘公交自身潜力,实现公交运能的科学配置,具有提高公交营运效率和增大载客容量、改善公交系统整体服务水平的双重意义。制定未来的公交线网优化方案可确保公交线网布局的连续性和可变性,以适应城市不同时期发展的需要。

## 2. 模型的假设

假设一:不考虑出行者从最初出发点到达第一个公交站点的步行,假设出行者的最初出发点是整个公交网络中的一个公交站点。

假设二:由专家给出一个步行换乘距离,如果两个站点距离在步行换乘距离之内时,称这两个站点为邻近站点。假设任何出行都会最大化的利用邻近站点减少换乘。

假设三:假设出行者从一个站点到达它的邻近站点都选择步行,不考虑出行者通过自行车到达邻近站点或者其它交通方式到达邻近站点的影响,因为如果出行者通过自行车到达邻近站点或者其它交通方式到达邻近站点,不容易判断邻近站点的距离长度。

假设四:在分析站点对之间的乘车次数时,不考虑不同路线不同车次以及不同车次的发车频率的影响,只考虑网络拓扑结构对网络换乘次数的影响。

假设五:在城市范围内,任意两个站点间的换乘次数小于2次,实际上对于大多数现代城市来说任意两个站点间的换乘次数大于或者等于2次是不可思议的,提出本假设是为了方便下面算法的计算。问题分析假设此公交网络中不存在单向路段。

## 3. 模型的说明

这个模型是根据模糊算法对多个平行指标值和二级指标进行综合比较、评价的方法,我们在设立了四个一级指标后,通过多方面的评价,包括对评价对象的、对评价主体的比较,由隶属函数求得权重,各指标的计算公式及相应值。模型进行了多面简化,能够使问题简单化,易于理解。

## 4. 符号系统

$S_{i:}$	公交站点
$N_s$	网络中的站点个数
$N_L$	网络中的线路数
$T^{(r-1)}$	(r-1)次换乘矩阵
$T_{ij}^{(r-1)}$	换乘矩阵中的元素;
$TMP^r$	临时矩阵
$A$	邻接矩阵
$a_{ij}^r$	$A_r$ 的元素
CSI	顾客满意度指数( Customer Satisfaction Index)
JD	所选出的节点集
$N$	$N$ 为满足公交线网服务范围的最少节点数和选出的节点数
$L$	公交线路的长度
$L_{min}$	公交线路的允许的最小长度
$L_{max}$	公交线路的允许的最大长度
$q_{max}$	调整中所选取的最大非直线系数。
$e$	重复系数
$N'$	公交线网实际通过的节点数
$G''$	为规划的公交线网
BJ	必选节点集
BQ	必选起止点集
BX	必有线路集
QQD	备选起止点集
$n$	交通小区的数目
$V_{ij}$	从交通区 i 到交通区 j 的公交乘客量
$T_{ij}$	从交通区 i 到交通因的公交出行总时间
$m$	布设公交线路条数
$M_k$	从为第 k 条线路的发车数
$L_k$	第 k 条线路的长度, km。

## 5.建立指标系统

### 5.1 公交服务状况

、

实载率指线路车辆在线路一个单程内运载乘客的程度，满载率是指某条线路在统计期内平均每次车辆实际载客量与额定载客量的比值，表示该线路的舒适程度和运营状况，即：公交线路平均每次车辆实际载客量与公交线路的车辆额定载客量之比。

$$\text{非零度} = \frac{\text{乘客为零的路段数}}{\text{线路的总线路数}}$$

由此得

公交服务状况	实载率
	满载率
	非零度

## 5.2 顾客满意度

### 公交线路网络乘客满意度

满意度，是一个相对的概念，即是指旅客对公交系统服务的一种期望值与其实际提供的服务水平之间的匹配程度。因此，常规公交系统满意度的高低，可以通过调查和收集资料，按照一定的标准，对服务水平进行评价得到。通常认为公交系统的满意度值为 0-0.2 时，公交系统服务水平为差；公交系统的满意度值为 0.02-0.4 时，服务水平为较差；满意度值为 0.4-0.6 时，服务水平为一般；公交服务满意度值为 0.6-0.8 时，服务水平为较好；满意度值为 0.8-1.0 时，服务水平为好。要进一步评价分析常规公共交通系统的服务水平，必须对城市常规公共交通服务满意度指数进行研究。

顾客满意度指数 (Customer Satisfaction Index)<sup>[5]</sup>，即 CSI。它最初是作为一种反映产品质量的经济指标而被使用，随着 CSI 指标在世界各国的广泛应用，CSI 已经被公认为用来测定顾客对产品或服务满意程度的质量指标。

评价满意度的原则方法通常，在建立满意度指数体系时，要遵循以下原则<sup>[4]</sup>：

重要性保证：建立的顾客满意度测评指标体系，必须是顾客认为重要的。由“顾客来确定”是最基本的要求，即要把握顾客的需求，选择顾客认为最关键的测评指标。

可操作性：测评指标必须能够控制。顾客满意度测评会使顾客产生新的期望，促使被测量对象采取改进措施。

可测量性：测评指标必须是可测量的。顾客满意度测评的结果是一个量化的值，因此设定的测评指标必须是. 可以进行统计、计算和分析的。

评价满意度的具体方法：

首先，由于顾客期望、顾客对质量和价值的感知，顾客满意度等，都不是可以直接测评的。因此通过对顾客的满意度调查结果进行分析，直到形成一系列可以直接测评的指标，这些逐级展开的测评指标构成了顾客满意度测评指标体系。其次，有些指标，是可以通过针对一定的行业标准，对所调查得到的数据进行分析判定。因此，还需要结合相关行业的标准，对调查的数据结果进行分析，最后得到满意度值。测评乘客满意度关键要解决两个问题。一是如何测评市民乘客对公交服务程度的满意度；二是如何确定权数。具体地讲，有乘客满意度调查表的设计、调查乘客的选取调查表的回收率和有效率，以及权数的确定等。这里我们只讨论调查乘客的选取问题，毫无疑问，按随机原则调查乘客。但我们认为，在实际中为了保证调查乘客的广泛代表性、降低抽样误差，以期尽可能地反映真实的乘客满意度，应将乘客分类，分别按随机原则从每一乘客中抽取一部分进行调查。根据不同乘车需求，有不同的乘客的分类。如乘客可按性别、年龄、文化程度、职业、收入、居住地区等分类，也可按固定与非固定、乘车时间长短、目标与非目标乘客等分类。在此基础上，调查的结果还应通过统计显著性检验，测评出来的乘客满意度指数才有意义。

## 二、乘客满意度测评基础技术

一般地讲，从调查项目及其调查内容两个层次来测评某一产品（服务）的顾客满意度。由各调查内容的满意度加权就得到某一调查项目的满意度，再由各调查项目的满意度加权就得到该产品（服务）的满意度。这里，由于乘车人员复杂，并且需要极大的广泛度，所以我们不再讨论这个问题（注：参见刘宇：《顾客满意度测评方法》，《数量经济技术经济研究》2001年第2期）。但从中我们发现，乘客满意度的测评基础技术集中体现在以下两个方面：一是区分不同的类别乘客的评价，二是不同类别乘客评价的综合（注：这里，不考虑调查表的设计等其他问题，并假定调查表有足够大的回收率）。这是我们要讨论的问题。不失一般性，我们将顾客分为两类：顾客Ⅰ和顾客Ⅱ。对每一项调查内容，我们将顾客的评价分为五个等级：满意、较满意、一般、不满意，很不满意，并且规定它们的满意度评分分别为95~100分、85~94分、75~84分、65~74、50~64分。显然，不同类别乘客的评价受自身的状况影响，如不同职业、不同收入、不同地区、不同性别的顾客对同一调查内容的评价会因自己的偏好而存在主观上的差异。因此，在调查中要区分不同类别的顾客，并且这种区分要符合实际，在本问中，我们研究的是乘客满意度，则个人因素必须具备易获得性，固仅取乘车频率与乘车长度两项（简化）。此外，还要保证每个类别乘客都有足够多的乘客被调查到（假设其充分性）。这样做，不仅有利于测评的满意度结果符合实际，也有利于对城市公交线路网设计及处理实施有针对性的改进。使得城市公交线路网络效率更合理、更完善。满意度调查表如下图所示：

序号	内容	满意	较满意	一般	不满意	很不满意
1	安全行车					
2	服务态度					
3	车容车貌					
4	准时准点					
5	舒适程度					

对某市公交枢纽地段进行公交线网络乘客满意度调查后，对结果进行计算加权。

测评指标	加权系数 $\lambda_i$	平均值
安全行车	0.1	$A_1$
服务态度	0.3	$A_2$
车容车貌	0.1	$A_3$
准时准点	0.4	$A_4$
舒适程度	0.1	$A_5$

此表中

CSI——乘客满意度指数

$\lambda_i$ ——第*i*项加权系数

$x_{ij}$ ——乘客*i*对第*j*项指标的评价

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n}$$

$$CSI = \sum_{i=1}^5 \lambda_i A_i \quad (A_i \text{ 为平均值})$$

### 5.3 线路网络性能

#### 5.3.1 平均换乘次数

平均换乘次数的计算方法

在城市公交评价系统中平均换乘次数是一项很重要的问题，平均换乘次数是反映公交网络通达性的一个重要指标，我们在参考相关专家对平均换乘次数的研究基础上，提出了考虑步行换乘的平均换乘次数的算法，并给出了相关算例。

城市交通工作者往往将公交网络以某种方式表示<sup>[18]</sup>，以便对它的运营状况加以改善，对它的线路加以优化，一般来说，可以通过以下方式对公共交通网络的表示，公交网络的相邻矩阵与邻接表表示文献中提出了基于邻接矩阵的平均换乘次数的计算方法<sup>[3]</sup>，首先建立邻接矩阵表示该公交路网。它用来描述图中各节点的两两对应关系，邻接矩阵A的元素 $a_{ij}$ 可以定义为<sup>[11]</sup>

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, s_i \text{ 可以到达 } s_j \\ 0, s_i \text{ 不可以到达 } s_j \end{cases}$$

$$A = [a_{ij}]_{10 \times 10} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

在邻接矩阵A中，对应每一站点的行或列中，其元素“1”所对应的站点就是与该站点相邻的站点，假设此公交网络中不存在单向路段，所以只要网络中有从站点 $S_i$ 到达站 $S_j$ 的路径，就必然有从站点 $S_j$ 到达站点 $S_i$ 的路径。因此，这里的邻接矩阵A是对称矩阵。然而，对于单向运行的环形线路，或将公交线路设置在单行线路段上，这时的邻接矩阵就不再是对称矩阵了。邻接矩阵描述了公交网络中各站点两两之间的直接关系。若在矩阵A中第i行第j列的元素 $a_{ij}=1$ ，则表明站点 $S_i$ 到站点 $S_j$ 有一条长度为“1”的通路，站点 $S_i$ 可以直达站点 $S_j$ 。所以说，邻接矩阵描述了经过长度为“1”的通路后



各站点两两之间的可达程度。这种方法通过依次计算“公交n次换乘矩阵”的方法来计算网络平均换乘次数<sup>[18]</sup>。在这之前需引入可达矩阵(reachabilitymatrix)概念。可达矩阵(简称R)描述了各个公交站点之间经过一定长度的通路可以到达的程度。R有一个重要特性,即推移律特性。当站点  $S_i$  经过长度为1的通路直达站点  $S_k$ , 而站点  $S_k$  经过长度为1的通路直达站点  $S_j$ , 则站点  $S_i$  经过长度为2的通路直达站点  $S_j$ 。所以,可以利用邻接矩阵,通过推移律求出可达矩阵<sup>[15]</sup>, 令  $A_1 = (A+I)$ ,

这里  $I$  为单位阵。则

$$A_1 = (A + I) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

矩阵  $A_1$  描述了各站点间经过长度不大于1的通路后的可达程度。  $A_2 = (A+I)^2$  即  $A_1$  的平方,并用布尔代数运算(即  $0+0=0$ ,  $0+1=1$ ,  $1+1=1$ ,  $1 \times 1=1$ ,  $0 \times 0=0$ )规则进行运算。可得

$$A_2 = (A + I)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

矩阵 $A_2$ 描述了各站点间经过长度不大于 2 的通路后的可达程度。注意到, 矩阵 $A_4$ 的所有元素均为 1, 易知 $A_4=A_5=[1]_{10 \times 10}$  根据可达矩阵的定义可知,  $A_4$ 即为可达矩阵。它说明在此公交网络中, 经过长度为 4 的通路, 各站点间均可互达。一般地, 通过依次运算后可得 $A_1 \neq A_2 \neq A_3 \neq A_{(r-1)} \neq A$ ,  $r \leq N_s-1$  如果存在 $A_{r-1}=A_r$ , 则我们定义 $A_r=R$ 为可达矩阵。它表明各公交站点间经过长度大于 $N_s-1$ 的通路后可以到达的程度。对于含有 $N_s$ 个公交站点的公交线网, 最长的通路其长度也不超过 $N_s-1$ 。i, j (1, 2, ..., N)为站点号; k (1, 2, ...,  $N_L$ )为线路编号;  $N_s, N_L$ 分别为网络中的站点个数和线路数;  $T^{(r-1)}$ 为 $(r-1)$ 次换乘矩阵;  $T_{ij}^{(r-1)}$ 为换乘矩阵中的元素;  $TMP^r$ 为临时矩阵;  $A$ 为邻接矩阵;  $a_{ij}^r$ 为 $A_r$ 的元素。

首先基于同一公交线路上各站点可以直达的基本原理, 将 0 次换乘矩阵(即直达矩阵) $T_{ij}^{(0)}$ 相应位置置“1”, 表示可以直达。然后, 计算 $A_1=(A+I)$ , 找出 $T_{ij}^{(0)}$ 为“0”, 而 $A_1$ 中相同位置为“1”的元素, 将 $T_{ij}^{(0)}$ 修改为“1”, 这样就得到了完整的直达矩阵。若该直达矩阵中所有元素均为“1”, 则说明网络中各站点之间均可以直达, 不需换乘。如果不全为“1”, 则说明某些站点间需要换乘。用布尔代数规则计算 $A_r=(A+I)^r$ , 并求出临时矩阵 $A_r-A_{r-1}$ ,

$TMP_{ij}^r$ 说明站点 $S_i$ 和站点 $S_j$ 之间若经过 $r-1$ 次换乘可以到达, 将 $r-1$ 次换乘矩阵 $T_{ij}^{(r-1)}$ 相应元素置“1”。在计算网络内乘客平均换乘次数 $ATT$ (AverageTransferTime)s时, 需输入各个站点间在特定时段的客流量。再利用下面的公式<sup>[3]</sup>, (其中 $S_{ij}$ 表示站点i和站点j之间的客流量)。

$$ATT = \frac{\sum_{r=1}^4 \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} S_{ij} \cdot T_{ij}^{(r-1)} \cdot r}{\sum_{j=1}^{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} S_{ij}}$$

即可求出平均换乘次数

当然计算平均换乘次数的方法还有很多, 例如文献[ ]提出了一种基于网络变换的公交系统最短路径算法。公交网络经过网络变换, 有换乘的网络问题被变换为没有换乘的网络问题, 并且能通过 Dijkstra 算法计算一个起始点到其余所有站点的最短路径。韩传峰, 胡志伟提出了利用网络图的方法来表示公交网络, 并且提出了“距离矩阵”的概念。

基于floyd算法的平均换乘次数的计算方法, 上述基于邻接矩阵的平均换乘次数的计算方法中, 建立了邻接矩阵与直达矩阵来计算公交网络的换乘次数, 它假设公交网络都是双向的, 但是在实际情况中, 单向的公交线路也很多。本文将公交网络转换成一个有向图, 图中的顶点为公交站点, 图中任意两点之间如果有边相连则代表这两个公交站点有线路相连通, 边上的箭头代表了线路的方向, 所有相连通的边的距离为 1, 因此, 从任一点 A 点到任一点 B 点的最短路长度减 1 就是 A 站点到 B 站点的换乘次数。

Floyd 算法对公交网络的总换乘次数进行计算, 计算方法简单, 在网络比较大的时候也适用。Floyd 算法可求出任一顶点对之间的最短通路。首先将顶点编号为 1, 2, 3, ..., N, 令 $d_{ij}^m$ 表示从顶点 i 到 j 的一条最短通路的长度, 在这条路中, 只允许前 m 个顶点, 即顶点 1, 2, ..., m 作为中间顶点: 若没有这样的路, 则令 $d_{ij}^m = \infty$ , 由此及彼可知,  $d_{ij}^m$ 表示从顶点 i 到 j 的最短通路的长度, 且无中间顶点。对所有的顶点 i,  $d_{ij}^m = 0$ 。令 $D^m$ 为 $N \times N$ 的矩阵, 它的(i, j)元素为 $d_{ij}^m$ 若已知图中每条弧的长度, 则

可确定  $D^0$ 。Floyd 算法的基本思路: (1) 从顶点  $i$  到  $m$  的最短通路, 记作  $d_{im}^{m-1}$ , 即只容许前  $m-1$  个顶点, 即顶点  $1, 2, \dots, m-1$  作为中间顶点。 (2) 从顶点  $m$  到  $j$  的最短通路长度, 记作  $d_{jm}^{m-1}$ , 即只容许前  $m-1$  作为中间顶点。由 (1) 和 (2) 两条路合并:  $d_{mi}^{m-1} + d_{im}^{m-1}$  (4) 从顶点  $i$  到  $j$  的最短通路长度, 记作  $d_{ij}^{m-1}$ 。从 (3) 和 (4) 给出的两条路中较短的一条必定是只允许前  $m-1$  个顶点作为中间顶点的从顶点  $i$  到  $j$  的最短通路的长度, 即注意, 对所有的  $i, m$ , 均有  $d_{ij}^m = 0$ 。

Floyd 算法的求解过程: 第一步: 将图中的顶点编号为  $1, 2, \dots, N$ , 确定初始矩阵  $D^0$   $D^m$ , 其中  $(i, j)$  元素为从顶点  $i$  到  $j$  的最短弧的长度; 若没有这样弧, 则令  $d_{ij}^0 = 0$ , 且对于  $i$ , 令  $d_{ij}^0 = 0$ 。

第二步: 对  $m=1, 2, \dots, N$ , 依次由  $d^{m-1}$  的元素确定  $D^m$  的元素, 利用递归公式  $d_{ij}^{m-1} = \min \{d_{im}^{m-1} + d_{mj}^{m-1}, d_{ij}^{m-1}\}$  每当确定一个元素时, 就记下它所走过的路。在算法终止时, 矩阵  $D^N$  的  $(i, j)$  元素就表示从顶点  $i$  到  $j$  的最短通路的长度。

### 5.3.2 线路重复系数

$$\text{线路重复系数} = \frac{\text{营业线路总长度}}{\text{线路网长度}}$$

### 5.3.3 非直线系数

(引用的城市公交线路网评价方法与应用研究第 34 页左右) 规范规定非直线系数一般不宜大于 1.4, 但是此规范推荐值是建立在棋盘式路网这一基本假设基础之上。在我国七、八十年代, 棋盘式路网布局占据主导地位, 根据这样的路网布局, 公交线路的非直线系数的合理范围介于 1, 2 — 1.4 之间, 但是如今我国许多大城市的路网布局都发生了很大变化。虽然非直线系数很大, 并不能断定线路客流的绕行程度严重在规划公交线路时, 虽然线路曲折可扩大线路的服务面, 但考虑到单程运行里程、时间以及耗油量等因素, 会让公交线路在起点终点站间尽量以直线行驶。由于客流分布和道路分布等因素影响, 公交线路走向会弯曲。公共交通线路的非直线系数不宜过大, 一般不应超过 1.4。下面是公交线路的非直线系数的数学计算公式。

$$C = \frac{l}{M}$$

公式中:

C—公交线路非直线系数

Z—公交线路长度(km);

M—公交线路首末站空间直线距离(km); 公交线路非直线系数的计算, 首先要从公交线路与站点关系表, 根据要计算的公交线路编号与行向, 确定该线路的首站点和末站点。其一般情况下可以考察公交线路在路网中设置的平衡性, 以判断“热门”和冷门”线路的多少, 反映了公交线路一定的工作效率, 是公交线路网络效率评价中必不可少的指标, 线路重复系数一般是指公交线路走向的重复情况, 该指标越低, 表示线路重复程度越小, 其计算方法为运营线路总长度与运营线网的长度之比。其值在公共交通发达的城市一般在 1.25 — 2.5 之间线路评价指标:

### 5.3.4 站点覆盖率

站点覆盖率  $\rho$  指统计期内, 公交线路全部停靠站点总数  $N$  个与服务区域面积  $F$  值之比, 用于表示公交站点在公交服务区域内平均分布状况和反映居民接近公交站点的

程度，用公式  $\rho = \frac{N}{F}$  表示

我们将平均换乘次数，线路重复系数、非直线系数，站点覆盖率等四个线路评价指标作为一个综合评价指标，后称其为线路网络性能。

#### 5.4 经济效益

##### 5.4.1 公交系统经济效益对线路网络效率及城市经济发展的重要作用：

根据OECD 国家铁路的规模经济系数为 1.102<sup>[7]</sup>，略大于 1，因此规模效益似乎还是存在的。运输业的范围经济（economies of scope）<sup>[9]</sup>，是指与分别生产每一种运输产品相比较，共同生产多种运输产品的平均成本可以更低，这可以是指某一运输网络或网络某一部分（如线路、节点、车辆和车队等）的情况。运输业的规模经济和范围经济概念与一般工商业的规模经济和范围经济既相通又有不同：相通在于规模经济都是指产量增加会引起平均成本降低，范围经济都是指共同生产多种产品比分别生产时的成本要低；不同主要是由运输产品的特殊性引起的，而这个特殊的多产品行业使得其规模经济与范围经济几乎无法分开，并使它们通过交叉方式共同构成了运输业的网络经济。而运输密度经济则是包括它的组成内容线路通过密度经济、载运工具能力经济、车队规模经济和港站处理能力经济，主要地是属于规模经济的范畴（尽管这种规模经济可能需要多运输产品的范围经济支持），而幅员扩大则除了在一定程度上产生运输距离经济因而属于规模经济之外，也由于其服务网点增多必然导致的更多不同运输产品，因此还主要地体现为范围经济。

单纯的运输密度经济应该在运输网络幅员<sup>[10]</sup>不变的条件下进行分析，同样，单纯的幅员经济则要在组成网络的各线路运量密度不变的条件下进行分析；但显然也会存在同时发生变化的情况，此时运输密度经济与幅员经济同时存在，这也正是刻划运输总量增加的规模经济和刻划更多产品的范围经济共同发挥作用的情况对运输业基于网络特性的规模经济与范围经济的研究，对把运输经济学建立在合理和可靠的学术基础上，而不是简单挪用经济学的概念与方法，具有决定性的作用。这种研究的深入进行，对判明不同运输行业及各种运输类别的市场结构、对运输企业边界的确定、对政府机构制定明确和有针对性的各项运输政策、建立合理和有效的运输业管理体制都具有重要的实践意义。

##### 5.4.2 公交效益的影响因素及指标

通过向公交公司询问并计算得出上述数据，可建立如下表所示的定量分析表：

公交效益					
考察因素	每千车公里成本	每千车客运收入	全员劳动生产率	运营车辆人车比	里程利用率
数据					

## 6.模型的建立与求解

### 6.1 问题一的求解

本文采用模糊的目的在于运用现代化的交通规划理论及计算机技术，评价现有的城市公交线路网络效率作出评价，找出存在的问题及可能发挥的潜力，把握公交总体发展水平，将为公交进一步发展提供规划、建设、管理等方面的依据，从而最大程度地使城市

公共交通系统达到最大效率, 对整个城市交通管理起到积极的推动作用。模糊评价的方法有一、二级、多级综合评价利用多级评价方法模糊综合评价法属度原则, 考虑与被评价方案的各个指标, 对其所作的综合评价。

### 6.1.1 因素集的选取,

据前面给出的指标得出如下指标体系

公交服务状况	$U_1$	满载率	$u_{11}$
		实载率	$u_{12}$
		非零度	$u_{13}$
顾客满意度	$U_2$	安全行车	$u_{21}$
		服务态度	$u_{22}$
		车容车貌	$u_{23}$
		准时准点	$u_{24}$
		舒适程度	$u_{25}$
线路网络性能	$U_3$	换乘系数	$u_{31}$
		站点覆盖率	$u_{32}$
		线路重复系数	$u_{33}$
		非直线系数	$u_{34}$
经济效益	$U_4$	每千车公里成本	$u_{41}$
		每千车客运收入	$u_{42}$
		全员劳动生产率	$u_{43}$
		运营车辆人车比	$u_{44}$
		里程利用率	$u_{45}$

表中 17 个评价指标构成因素集, 并将其按评价准则划分为 4 类。

建立如下因素集

设 $U=\{U_1, U_2, U_3, U_4\}$ 为影响城市公交线路网络效率的 4 种因素（或指标）

$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$
公交服务状况	顾客满意度	线路网络性能	经济效益

### 6.1.2 确定因素的重要程度

#### 1. 确定判断矩阵

确定各因素的重要程度 $a_i$ 是模糊评价的关键。我们采用层次分析法的特征最大根值方法来确定, 对于 $U$ 中的任意两个元素 $u_i, u_j$ 在这里 $i=j$ 可以成立采用 1—9 标度法判断 $u_i$ 相对于 $u_j$ 的重要程度

1~9比例标度<sup>[21]</sup>

尺度 $P_{ij}$	含义
1	因素 $u_i$ 与 $u_j$ 的影响相同
3	因素 $u_i$ 与 $u_j$ 的影响稍强
5	因素 $u_i$ 与 $u_j$ 的影响强
7	因素 $u_i$ 与 $u_j$ 的影响明显的强
9	因素 $u_i$ 与 $u_j$ 的影响绝对的强
2、4 6、8	因素 $u_i$ 与 $u_j$ 的影响之比在上述俩个相邻等级之间
1, 1/2, ..., 1/9	因素 $u_i$ 与 $u_j$ 之比为上面 $P_{ij}$ 的互反数

在评价前,应考虑评价者对各种因素的重视程度,通过专家进行两两比较得到判定矩阵

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{pmatrix}$$

2. 计算权重,即最大特征根所对应的特征向量<sup>[21]</sup>  
利用和法求权重:

将  $\mathbf{A}$  的每一列向量归一化得  $\tilde{a}_{ij} = p_{ij} / \sum_{i=1}^n p_{ij}$

(一)对  $\tilde{a}_{ij}$  按行求和的  $\tilde{a}_i = \sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij}$

(二)将  $\tilde{a}_i$  归一化  $a_i = \tilde{a}_i / \sum_{j=1}^n \tilde{a}_j^*$ ,  $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$  即为近似特征向量。

所求特征向量就是评价因素重要性,即权重分配

(三)计算  $\lambda = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(\mathbf{PA})_i}{a_i}$ , 作为最大特征根的近似值。

这个方法实际上是将  $\mathbf{P}$  的列向量归一化后取平均值,作为  $\mathbf{P}$  的特征向量。因为当  $\mathbf{P}$  为一致阵时它的每一列向量都是特征向量。

3. 一致性检验

判断矩阵一致性检验  $CR = \frac{CI}{RI}$

式中:  $CI$  为判断矩阵的一般一致性指标且  $CI = \frac{\lambda_{\max} - 1}{n - 1}$

$n$  为判断矩阵的阶数;  $RI$  为判断矩阵的平均一致性指标。

取值如表所示

平均一致性指标

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0	0	0.58	0.96	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45

如果  $CR < 0.1$  时,认为判断矩阵具有满意的一致性,利用层次分析来确定各因素的重要程度,同理可以得到判断矩阵  $p_1, p_2, p_3, p_4$  及因素权重  $A_1, A_2, A_3, A_4$

6.1.3 我们采用百分制式的为决策评语

$V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$  为决策评语

评价指标

	评价指标	成绩区间	中值
$V_1$	优	[100, 95]	97.5
$V_2$	良	[94, 85]	90

V <sub>3</sub>	中	[84, 75]	80
V <sub>4</sub>	较差	[74, 65]	70
V <sub>5</sub>	差	[64, 50]	57.5

不一致性不严重, 则取  $\mathbf{P}$  的列向量 (归一化后) 的平均值作为近似特征向量是合理的。

#### 6.1.4 确定评价集 $V$

$V$  分五级,  $V = \{V_1(\text{优}), V_2(\text{良}), V_3(\text{一般}), V_4(\text{较差}), V_5(\text{差})\}$  对应的分级值为: .

$D_1, D_2, D_3, D_4, D_5$

建议采用的各因素评判标准的五个分级值如表根据评价集的选取, 以及专家指出各因素评价标准的五个分级值

例如对于线路网络性能

评价指标	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_5$
平均换乘次数	0	0.75	1.50	1.75	2.00
线路重复系数	1.00	1.50	1.75	2.00	2.25
非直线系数	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
站点覆盖率	1.00	0.90	0.80	0.70	0.60

同理其它指标的分级值也可以有相关文献确定。

#### 6.1.5 隶属函数的确定<sup>[19]</sup>

(1) 对于越大越优的指标, 采用升半梯形分布函数得:

$$u_{\text{优}}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq D_1 \\ \frac{x - D_1}{D_1 - D_2}, & D_2 \leq x < D_1 \\ 0, & x \leq D_2 \end{cases}$$

$$u_{\text{良}}(x) = \begin{cases} 0, & x < D_3 \text{ 或 } x \geq D_1 \\ \frac{D_1 - x}{D_1 - D_2}, & D_2 \leq x < D_1 \\ \frac{x - D_3}{D_2 - D_3}, & D_3 \leq x \leq D_2 \end{cases}$$

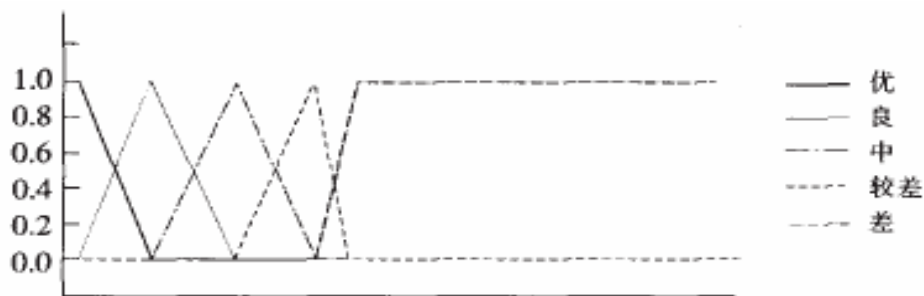
$$u_{\text{中}}(x) = \begin{cases} 0, x < D_4 \text{ 或 } x \geq D_2 \\ \frac{D_2 - x}{D_2 - D_3}, D_3 \leq x \leq D_2 \\ \frac{x - D_3}{D_3 - D_4}, D_4 \leq x \leq D_3 \end{cases}$$

$$u_{\text{较差}}(x) = \begin{cases} 0, x < D_5 \text{ 或 } x \geq D_3 \\ \frac{D_3 - x}{D_3 - D_4}, D_4 \leq x \leq D_3 \\ \frac{x - D_5}{D_4 - D_5}, D_5 \leq x \leq D_4 \end{cases}$$

$$u_{\text{差}}(x) = \begin{cases} 0, x \geq D_4 \\ \frac{D_4 - x}{D_4 - D_5}, D_5 \leq x \leq D_4 \\ 0, x < D_5 \end{cases}$$



(2) 对于越小越优的指标, 采用降半梯形分布函数和线性三角函数则有如图特征:



2. 对于定性的指标将等级量化。对于定性指标, 则采用专家法打分, 取值如下表所示。

标准	E	D	C	B	A
得分	0~0.6	0.6~0.7	0.7~0.8	0.8~0.9	0.9~1.0



### 6.1.6 评价矩阵

设评价时所考虑的  $m$  个因素的集合为  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ， $n$  个评语的集合  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 。在空间信息质量的综合评判中，评语集合可取为  $V = \{\text{优, 良, 中, 差, 较差}\}$ 。但是在具体情况，评语集合  $V$  可有不同的选取。若用  $r_{ij}$  表示第  $i$  个因素对第  $j$  种评语的隶属度，隶属度可由 6.1.4~6.1.6 确定，则因素论域与评语论域之间的模糊关系可用评价矩阵

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{pmatrix}$$

来表示。其中

$$0 \leq r_{ij} = \mu_R(\mu_i, \mu_j) \leq 1, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$$

### 6.1.7 综合评价

#### 1. 初级综合评价

$R_i$  表示指标  $U_i$  所对应的评价矩阵

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{R}_i \text{ 其中 } i = 1, 2, 3, 4$$

#### 2. 二级综合评价

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_3 \\ \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & b_{35} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & b_{45} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} \mathbf{R}, \quad \mathbf{W} = \mathbf{B} \mathbf{C} = (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)(97.5, 90, 80, 70, 57.5)^T$$

最后计算  $B$  的综合评价值, 该分值即是待评价城市公交线网评价的最后评分. 如果将所有待评价城市公交线网的总评分全部由大到小排列起来, 就可以得到各个城市公交线网的优劣次序.

## 6.2 问题二的求解

- 1 设计原则兼顾乘客和公交企业二者利益的同时,
- 2 线路的走向尽量与主要客流流向一致, 以满足乘客乘车需要;
- 3 按最短距离布设线路, 使全服务区乘客总出行时间最小<sup>[13]</sup>
- 4 使规划区域的线路网络覆盖率最大、路线重复系数最低, 没有公交空白区;
- 5 使线路上的客流分布均匀, 充分发挥运载工具的运能, 使公交企业的经济效益最佳.
- 6 规模较小的城市中, 采用穿越市中心的直径线有两个好处: 一是能减少换乘次数二是不需要在市中心商业区, 设立大型首末站, 能节约宝贵的土地, 并有利于市中心的交通组织和管理.
- 7 线路长度的限制: 线路的最佳长度与平均运距有关. 平均运距指平均每一乘客出行的乘车距离. 为了减少平均换乘次数, 线路平均长度应大于平均运距. 线路过短, 效益

不佳, 换乘次数增加;线路过长, 车辆班次安排和调度有困难, 工作人员容易疲劳。

8 线路非直线系数的限制:线路拐弯过多, 行驶不便, 也易引起道路阻塞。

9 线路的路段客流量不均匀系数的限制:路段不均匀系数是指统计时间内营运线路某段客流量与平均路段客流量之比值。路段不均匀系数大于 1 的路段称为客流高峰路段, 必要时考虑在规定时间内开辟区间车。

10 乘客平均换乘次数的限制:

按以上原则设计公交线路, 首先得得到一个含有约束的数学模型, 然后再用逐步调整法不断修改设计方法, 在实际中也是如此, 毕竟模型只是规划, 实施后再一点点进行完善, 所以重点在换乘枢纽的建设, 从社会效益来看:乘客和公交公司的利益在数学模型中得到很好的体现。我们综合考虑以上, 并设计如下方法, 如图所示

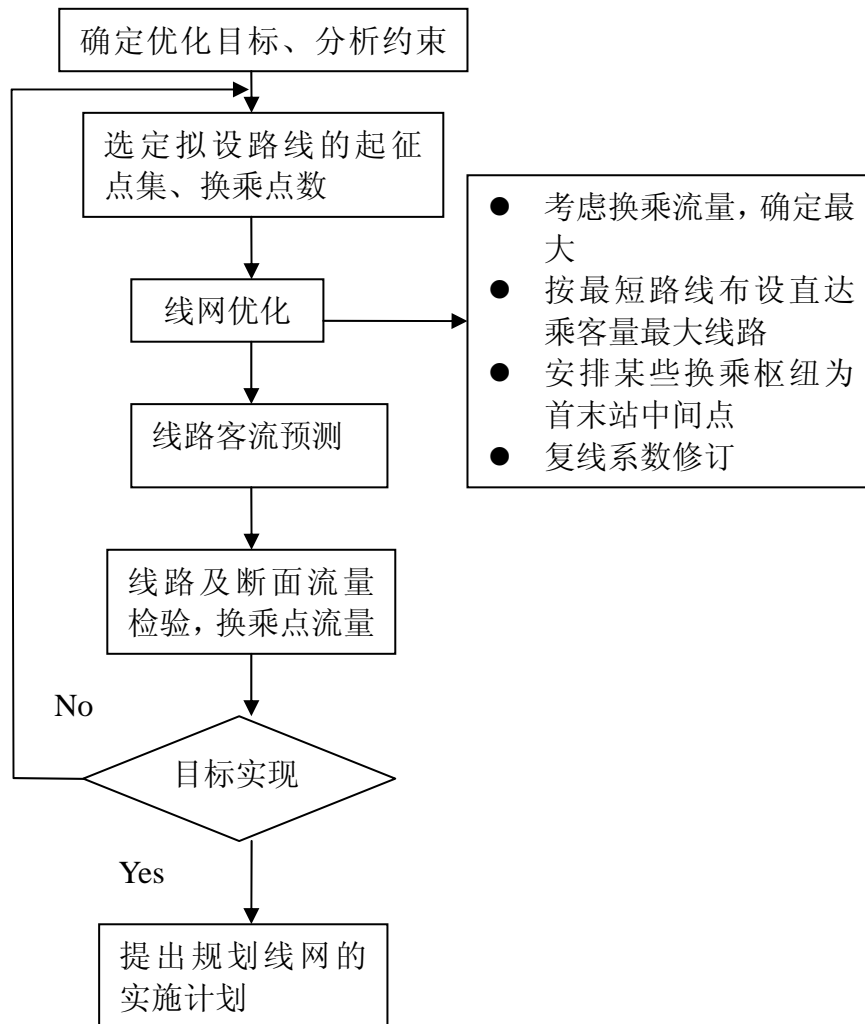
(1) 确定换乘基点。这种换乘基点可以是换乘环境较好的城市中重要的建成枢纽(火车站、汽车站)和在建地区用地条件较好是大型广场, 建筑群(CBD, 商务区)。通过数据调查, 确定其最大的集散客流量。

(2) 选择首末站。根据客流量需求和分布情况, 选择一个首末站的备选集, 并且相应计算始发线路的数量, 留足用地。

(3) 以换乘点、首末站为基础, 已换乘点为中心, 辐射式分布线路。

(4) 逐条优化线路, 满足约束条件, 最终结合成公交线路网络。

具体如图所示



### 6.3 问题三的求解

因为对于大城市来说线路的建设基本无法更改，可以更改的只是公交站点的设置和线路局部调整。

#### 6.3.1 对节点的约束

节点作为可选公交停靠点或起止点，它是在可通行公交线路道路网确定以后，在其上进行选取。节点的选取必须满足站距要求，按照一定的间距进行布设；同时为消除公交空白区，要使整个规划区内分布均匀合理。要考虑居民乘车的方便，对出行生成量比较集中的公共设施，如车站、医院、学校、大型停车场、地铁连接点、大型立交桥两侧，必须设置节点，但在立交桥上一般不设节点。为保证公交线网的服务范围，节点的数目必须大于某一值。

$$JD \subseteq G', N \geq N_0 \quad (1)$$

其中:JD为所选出的节点集; $N_0$ ,N为满足公交线网服务范围的最少节点数和选出的节点数。公交线路起止点是公交车辆始发(终到)的场所，它必须具备车辆调头、储备和调度设施条件;对某些客流量比较集中的居民区、学校、旅游景点等节点，符合出行习惯的原有起止点等应设置为必设起止点，对于市中心地区的部分节点，非公交车流量较大的节点则不设起止点。

$$QQD \subseteq JD \quad (2)$$

其中:QQD 节点选出的备选起止点集。

#### 6.3.2 线长约束

线长约束公交线路的长度应适中，过长会导致线路客流分布不均匀，影响运输效率以及公交线路的非直线系数大等不良效果;线路过短，则相应增加了公交车辆的调车转向总时间，降低了公交车辆的使用率，使公交车的运营车速下降，居民的平均换乘次数会增加。

$$L_{\min} \leq L \leq L_{\max} \quad (3)$$

其中:L 为公交线路的长度  $L_{\min}$ ,  $L_{\max}$  , 为公交线路的允许最小长度与最大长度

一般地，取公交线路的线长约束范围为 8-12km，各城市可根据具体情况进行适当调整。

#### 6.3.3 非直线性约束

非直线性约束公交线路的实际长度和空间距离之比为线路非直线系数，它是评定一条公共交通线路是否合理、短捷的约束，非直线系数过大不仅会影响公交公司的效益，而且还会浪费顾客的时间。线路的非直线系数以小为佳，理想值为 1，《城市道路交通规划设计规范》规定公共交通线路非直线系数不应大于 1.40

$$q \leq q_{\max} \quad (4)$$

其中  $q_{\max}$  为调整中所选取的最大非直线系数。

#### 6.3.4 线路重复系数的限制

线路重迭系数的限制：重叠系数指同一道路路段上通行的公交线路数。线路多了，车站设置有困难，如果多条线路的车站设在一起，各线段的车辆同时停靠容易造成该路段的交通紊乱,影响总体的运行效率。一般情况下：

$$e \leq 3, e \text{ 为系数} \quad (5)$$

对于特殊繁华地段可以适当增大。

#### 6.3.5 线网服务区域约束

线网服务区域约束公交线网服务于居民出行，为使绝大多数乘客方便乘车，线网应有一定的覆盖面积，在实际中应使线网所经的节点大于某一数量，尽量减少不可达的地区，保证车站的服务面积。

$$N \geq N', N' \geq N_0 \quad (6)$$

其中: $N'$ 公交线网实际通过的节点数

#### 6.3.6 必经点

必经点(节点、起止点)、必有线路约束某些具有特殊意义的点，线路符合人们的出行习惯，在优化的线网中必须经过，否则为不可行线网。

$$BJ、BQ、BX \subseteq G'' \quad (7)$$

其中: $G''$ 为规划的公交线网; $BJ, BQ, BX$  分别为必选节点集、必选起止点集、必有线路集。

#### 6.3.7 乘客公交总出行时间最小

乘客公交总出行时间最小是公交线网优化社会整体效益最显著的目标，公交线网合理，能大量节约乘客出行时间，同时因为公交车票一般固定不随长短而改变，另一方面会显著提高公交公司的收入。此目标也隐含了线路走向符合乘客的主流方向，尽可能组织直达运输力求按最短路布设线路，线路上的客流均匀分布等原则。目标函数为

$$\min \sum_{i,j=1}^n V_{ij} T_{ij} \quad (8)$$

式中: $n$  为交通小区的数目; $V_{ij}$  从交通区  $i$  到交通区  $j$  的公交乘客量,  $T_{ij}$  为从交通区  $i$  到交通区的公交出行总时间。

$$T_{ij} = \lambda_1 T_1 + \lambda_2 T_2 + \lambda_3 T_3 + \lambda_4 T_4 + \lambda_5 T_5 \quad (9)$$

其中: $\lambda_i (i=1 \sim 5)$  为修正系数; $T_1$  为出行点到相应车站的步行时间; $T_2$  为在车站的候车时间; $T_3$  为中转换乘时间; $T_4$  为在车时间。在此目标下，可适当提高中转换乘时间，以减少换乘次数，提高客流的直达率;对于无公交线路通达的OD对（“OD”是英文Origin（起点）和Destination（终点）的缩写），可取其公交出行总时间为某一较大值，增大OD完成率。

#### 6.3.8 公交运营投入最小

公交运营投入最小作为公交部门，一方面是为社会服务，另一方面也要求企业的经济效益要好些，就是在给定公交出行量下，使运输成本最低。通过对公交运营部门的走访调查得知，公交部门将车辆的折旧费、维修费、燃油费以及工作人员工资、营业税等一些消耗费用全部计入车公里成本中去，所得车公里成本是一个相对稳定的值。因此，将车公里作为公交运营投入的指标。目标函数为

$$\min \sum_{k=1}^m M_k L_k \quad (10)$$

式中: $m$  为布设公交线路条数; $M_k$  为第  $k$  条线路的发车数, 辆/h; $L_k$  为第  $k$  条线路的长度, km。

通过以上分析, 将乘客公交总出行时间最小与公交运营投入最小结合而成单目标建立公交线网优化的目标函数

$$\min F = (a_1 \sum_{i,j=1}^n V_{ij} T_{ij} + a_2 M_k L_k) \quad (11)$$

式中: $a_1, a_2$  换算系数。目标函数式(11)与约束条件式(1)-(8)构成了线网优化的分层限制模型。

建立数学模型如下

$$\min F = (a_1 \sum_{i,j=1}^n V_{ij} T_{ij} + a_2 M_k L_k)$$

S.T

$$T_{ij} = \lambda_1 T_1 + \lambda_2 T_2 + \lambda_3 T_3 + \lambda_4 T_4 + \lambda_5 T_5$$

$$JD \subseteq G', N \geq N_0$$

$$QQD \subseteq JD$$

$$q \leq q_{\max}$$

$$L_{\min} \leq L \leq L_{\max}$$

$$N \geq N', N' \geq N_0$$

$$BJ, BQ, BX \subseteq G''$$

$$T_{ij} = \lambda_1 T_1 + \lambda_2 T_2 + \lambda_3 T_3 + \lambda_4 T_4 + \lambda_5 T_5$$

该模型综合体现了公交网络的设计原则和各种客观条件的制约, 从道路网开始就剔除不合理的线路走向;在节点的选取中, 必选节点、必选起止点、不能选为起止点等约束, 减少了可行线路的数量;在点成线过程中, 线长约束和非直线系数约束大大地减少了点对之间的线路。这样, 模型通过路网、点、线路、线网的重重更改, 使不可行线网的数量减少, 在优化阶段消除不必要的计算。模型属于多条线路和节点的组合优化, 这是典型的多约束 0-1 规划和图论问题, 选用穷举法可能得出最优解, 但计算数量巨大, 浪费大量的人力物力, 有时甚至是不可能实现的。应用图论方法转换为包含 0-1 规划的优化问题, 再用遗传算法解决这个问题的较好的方法, 遗传算法可同时对多个计算点进行操作, 通过对操作对象的遗传、复制、变异, 产生后代后, 经淘汰和优选找到全局最优解。即得到哪些公交路网需要修改和删除, 以最大程度上满足公交效益最大, 但又不会对居民出行造成较大影响, 近期 5 月 8 号的广州公交线路大调整, 新开 28 条高峰快线; 96 条具体线路有调整, 公交线路总数增加 107 条, 新方案实施后, 广州市线路总数、线网密度等各项指标将更趋合理, 公交线路总数将由目前的 469

条增加到调整后的 576 条, 增加 107 条; 线网密度由  $3.81\text{km}/\text{km}^2$  增加到  $3.93\text{km}/\text{km}^2$ ; 500 米站点覆盖率由 92% 增加到 95.3%。针对许多市民提出的高峰期公交拥挤问题, 此次公交线网优化规划新开 28 条高峰快线及优化 19 条线路运力配置, 以增强高峰期输送能力。同样按照我们给出的方法对国内其他城市进行公交调整也是可行的。

## 7 模型评价

问题一的优点在于比较客观的给出了影响公交线路网络效率的指标, 而且各指标有响应的确定重要程度的方案, 对于模型的建立我们采用了层次分析与模糊评价方法相结合的综合评价方法。该模型具有广泛的适用范围, 因此具有良好的健壮性。

此外, 我们考虑了多种指标系统, 从中选取比较重要的指标来评价线路网络效率, 在综合评价过程中, 受调查数据来源的限制, 评价指标的选取还有一不定期的局限性, 以后有待于进一步完善; 同时模型在对不同的定性指标进行量化时的标准和依据, 有待于在实践中检验。文章存在的不足之处是: 欠缺一些具体数据, 理论应用较为简化。对较为细节的部分问题没有进行更为细致的考虑。

对于问题二, 从社会效益来看: 乘客和公交公司的利益在数学模型中得到很好的体现。路线重复系数已达在城市公交线网总长度不变的情况下, 将路线重复过多的部分取消, 用之补开居民急需的空白路段, 使线网分布合理化, 线网密度提高, 较大幅度上方便乘客出行; 最后通过线网优化不但缓解了当前大城市的道路紧张状况, 而且促进了城市经济的发展。从经济利益来看: 在优化的数学模型中, 一方面公交车辆的日均满载率有了大大提高, 而且路程的利用率也提高了, 节约了公交公司的成本, 提高了现有交通资源的利用效益, 缓解了交通出现的供求矛盾; 另一方面由于线网调整后补开了服务区域内道路网的空白区域段以及减少了乘客出行时间、方便乘车等, 公交日客运量将增加, 从而公交公司日收入也增加了。从常规的线网规划方法相比较看: 该模型一方面节省了设计所需费用, 提高了计算工作效率; 另一方面由于将交通小区客流量分配到相关节点和路段上, 而且还有较充分的约束条件设计, 所以提高了算法的可靠性和计算精度, 并且方法简单, 适用于各国所有城市。

文中给出了公交线网优化的线性模型及其解法。该模型不仅兼顾了乘客和公交企业的利益, 而且也考虑了整个城市的交通系统, 具有一定的使用价值。但对实际生活中的公交线网优化问题, 由于实际情况的复杂性, 还需要考虑其他因素。

问题三最大的优点是比较符合题目要求, 既考虑到了乘客的出行习惯, 最终的目标函数是公交公司的利益, 缺点在于算法计算起来会很困难, 有待于进一步简化。

## 8 模型改进

对于确定各评判指标的权重. 文中给出了二元对比排序的权重比法和隶属函数法, 但由于评价城市的特殊性, 指标的权重往往要根据城市的经济, 政治, 文化, 环境地理位置来确定对于不同的城市, 同样指标的权重就不同, 有的是固定不变的, 有的则变化很大, 而且它们的变化也与反映的灵敏度有关。对此可以采用综合评判的神经网络方法, 利用模糊神经网络的学习功能, 对已有的权重进行反复学习、修正, 得到最优的权重分配, 使其在给定的精度范围内合理可靠。模糊神经网络具有学习功能。利用这一功能, 通过大量数据的反复学习, 可以得到最优的权重分配, 使其在给定的精度范围内合理可靠。

对于公交线路设计, 还应做较大幅度改进, 对于一个新城市来说, 其公交系统对于以后城市的发展有很大影响, 因此必须综合运用多种方法, 考虑更多因素, 并利用计算机仿真, 预测会出现的问题, 以使得公交线路设计的更加合理。

对于城市公交系统的调整，由于现在社会发展迅速，而公交线路是很久之前设计的，因此会越来越不适应现在社会，我们的模型虽然可以得到一些关于怎样调整线路网络结构的算法，但是其求解是很困难的，而且许多因素未考虑进去，对与乘客的出行习惯由于难以量化，未深入讨论，以后的改进方向应给出具体的算法，并以某以城市进行试验验证其合理性。

## 10.参考文献

- [1]师桂兰, 邓卫, 葛亮.基于平均换乘的城市公交线网性能评价.洛阳大学学报, 18(4): 26-31。
- [2]汪江洪, 公交换乘系统研究及其评价 2006。
- [3]胡坚明, 智能公共交通系统关键理论和实施技术研究[D], 吉林大学博士学位论文, 2001。
- [4]刘宇,《顾客满意度测评方法》,《数量经济技术经济研究》, 2001。
- [5]刘宇、葛新权,《顾客满意度指数及其构造》,《数量经济技术经济研究》2001 年第 10 期, 2003。
- [6]韩传峰, 胡志伟.城市公交路网性能评估的网络图方法(J).系统工程, 21(3): 58-61。
- [7]钱德勒, (1990)企业规模经济与范围经济, 工业资本主义的原动力. 张逸人等译. 北京:中国社会科学出版社, 1999。
- [8]Caves D W, Christensen L R and Swanson J A. Productivity Growth Scale Economies and Capacity Utilization in US Railroads. 1955- 1974. American Economic Review 1981.
- [9]荣朝和、高宏伟. 运输业规模经济计量方法的探讨. 北方交通大学学报, 1999, (3): 1-6.,
- [10]Oum TH Zhang Y. A Note on scale Economies in Transport Journal of Transport Economics and Policy September
- [11]郝光, 模糊多目标格序决策及对称矩阵对策, 西南交通大学学位论文, 2004。
- [12]王伟等著, 城市公共交通系统规划方法与管理技术, 北京:科学出版社, 2002。
- [13]张捷、赵民编著, 新城规划的理论与实践[M]北京:中国建筑工业出版社, 2005。
- [14]郭忠印、孔令旗, 杨轶, 等, 路线技术指标运用均衡性评价方法研究[R]. 上海:同济大学交通运输工程学院, 2005
- [15] 彭祖增、孙韞玉. 模糊数学及其应用[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2002。
- [16] 贺仲雄, 模糊数学及应用[M]. 天津:天津科学技术出版社, 1983。
- [17] 杨伟杰, 模糊数学在城市交通政策评价中的应用[J]公路, 2003, (4):103-105。
- [18] 葛亮, 基于平均换乘的城市公交线网性能评价 (J), 洛阳大学学报, 2003, 18(4):26-31。
- [19]韩中庚, 数学建模方法及其应用, 北京: 高等教育出版社, 2005。
- [20]王新洲、史文中、王树良, 模糊空间信息处理, 武汉:武汉大学出版社, 2003。
- [21]姜启源、谢金星、叶俊, 数学模型, 北京: 高等教育出版社, 2003。.
- [22]冯树民, 公交线网优化及合理运能配置研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2001
- [23]沈建武、吴瑞麟, 城市道路与交通, 武汉大学出版社, 2006

- [24] 陈洪仁、冯树民, 分层限制的公交线网优化模型, 哈尔滨建筑大学学报, 2001 (5),