

参赛队号 # 1663

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为： 1663

参赛队员（签名）：

队员 1： 卢水杰

队员 2： 蔡昭霞

队员 3： 韩深梅

参赛队教练员（签名）： 陈建伟

参赛队伍组别： 大学组

参赛队号 # 1663

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

1663

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

参赛队号 # 1663

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 客机水面迫降时的姿态

关 键 词 风浪 迫降姿态 有限元 压力峰值 最佳夹角

摘 要：

在有风浪的特定迫降环境，需要考虑飞机在空中迫降过程中是顺风还是逆风，接触水面后是顺浪还是逆浪，同时至少还需要考虑两方面因素：飞机着水姿态和飞机自身的结构强度。

在考虑以上因素的前提下，分析出飞机着水时不出现剧烈的跳跃、翻转等情况，保证机身下部蒙皮不破裂，机舱在一定时间内不进水，以保证机身能够漂浮一段时间，为人员安全撤离赢得足够时间。

然而，飞机的结构强度在机身设计时已经到达一个标准水平，在这样的情况下，我们需要解决的问题有：

1. 飞机在空中降落过程中任意时刻的速度的变化情况。
2. 飞机进入水面后受到压强的变化情况和飞机能承受的最大压强。
3. 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的最佳夹角。

解决的步骤与方法：

第一阶段，建立与求解飞机在空中降落过程速度变化的模型。经过解常微分方程和应用 matlab 软件，我们成功计算出飞机在接触水面之前在任意时刻的水平速度和竖直速度，得出飞机在空中降落过程中任意时刻的速度的变化情况。

第二阶段，建立与求解飞机在接触水面之后，受力情况的模型。从 matlab 的拟合图像可以看出：在角度变化的情况下，夹角越小，飞机受到的压力峰值（压强）越小。并且根据飞机机舱所受的压强的最大值要小于飞机的结构强度所能承受的压强，求出夹角的范围。

第三阶段，对模型进行补充与优化，利用 ABAQUS 软件平台，建立了客机的有限元模型。导入具体参数，基于 Newmark 计算方法使控制方程解耦。为了更好地研究客机迫降姿态的影响，我们固定客机入水时的水平方向速度和竖直方向速度分别为 15 m/s, 0.3 m/s，分析讨论飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角分别为 5° 、 10° 、 12° 、 15° 时，客机腹部和尾翼应力峰值情况，客机的舱门 X、Y、Z 三个方向的变形情况，对这 4 种工况条件进行了动力学计算，得到了客机以 5° 夹角着水时最佳，此时客机腹部和尾翼应力峰值最小，客机的舱门 X、Y、Z 三个方向的变形也最小，舱门可安全打开。

参赛队号 1663

所选题目 A

参赛密码 _____
(由组委会填写)

参赛队号 # 1663

英文摘要 (选填)

The specific landing in waves, you need to consider the environment in the air during landing aircraft is favorable or against the wind, the contact surface wave after wave is the inverse, while still at least two factors to consider: the flight water posture and aircraft own structure strength.

On the premise of the above-mentioned factors, analysis of the plane when the water doesn't appear violent jumping, flip, etc., guarantee the fuselage skinned not burst, cabin in a certain period not water, to ensure that the fuselage can float for a period of time, for personnel evacuated won enough time.

However, the plane's fuselage structure strength in design has arrived a standard level, under such circumstances, we need to solve the problem are:

1. The plane landed in the air during the velocity change at any time.
2. Planes into the water pressure after the changing situation and by the plane can withstand the maximum pressure.
3. Plane landing in the fuselage with horizontal plane moment best Angle.

Solve steps and methods:

The first stage, the establishment and the solving process of aircraft in the air landing rate changes model. After solution differential equation and application software matlab, our success in contact with the surface calculated plane at any time before the level of vertical speed, speed and in the air that plane landing process at any time change of the speed.

The second phase, the establishment and the solving the aircraft in the contact stress model, after. From the matlab fitting image can see: in Angle change, the smaller the airplane was Angle, the pressure the smaller peak (pressure). And according to the aircraft cabin was less than the maximum pressure of the aircraft structure strength to withstand the pressure of the scope of the Angle, to work out.

The third phase, the model of supplements and optimization, using ABAQUS software platform and build up an airliner finite element model. Import Newmark concrete parameters, calculation method based on control equation decoupling. In order to study the influence of aircraft landing in attitude, we fixed airliner into water level direction speed and vertical direction speed for 15 m/s respectively, 0.3 m/s, analyses, discussions plane landing in the river with the horizontal plane Angle instantaneous fuselage $^{\circ}$, respectively for 5° , 12° 10° and 15° , airliner abdominal and rear wing, airliner peak stress doors X, Y, Z three directions to the deformation, four kinds of working condition for dynamics calculation, obtained the airliner with 5° Angle at best, when the water jet abdominal and rear wing is the smallest, peak stress forcefields airliner X, Y, Z three directions deformation minimal doors, can open the safety.

参赛队号 # 1663

目录

一、问题重述	2
二、问题分析	2
三、合理假设	2
四、符号说明	3
五、模型建立与求解	3
5.1 第一阶段	3
5.1.1 在顺风情况下,飞机在空中降落过程速度变化的模型建立与求解.....	3
5.1.2 关于飞机本身的模型假设.....	3
5.1.3 对飞机在迫降过程中所受到的风向进行假设.....	4
5.1.4 模型结果分析.....	4
5.1.5 在逆风情况下,飞机在空中降落过程速度变化的模型建立与求解.....	5
5.1.6 第一阶段分析总结.....	5
5.2 第二阶段.....	6
5.2.1 顺风、顺浪情况,飞机在接触水面之后,受力情况的模型建立与求解..	6
5.2.2 飞机在接触水面瞬间受力情况分析.....	6
5.2.3 模型分析.....	7
5.2.4 模型求解.....	7
5.2.5 模型结论.....	10
5.2.6 顺风、逆浪情况,飞机在接触水面之后,受力情况的模型建立与求解.....	11
5.2.7 逆风、顺浪情况,飞机在接触水面之后,受力情况的模型建立与求解.....	11
5.2.8 逆风、逆浪情况,飞机在接触水面之后,受力情况的模型建立与求解.....	11
5.3 第三阶段.....	11
5.3.1 模型的补充与优化.....	11
5.3.2 方法选取.....	11
5.3.3 模型建立.....	11
5.3.4 计算结果.....	11
5.3.4.1 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角为 5° 时的结果.....	11
5.3.4.2 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角为 10° 时的结果.....	13
5.3.4.3 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角为 12° 时的结果.....	16
5.3.4.4 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角为 15° 时的结果.....	19
5.3.5 结果分析.....	22
六、模型的评价.....	22
6.1 模型的优点.....	22
6.2 模型的缺点.....	23
6.3 模型的推广.....	23
七、参考文献.....	23
八、附表	23

参赛队号 # 1663

一、问题重述

2009 年 1 月 15 日下午（美国东部时间），US Airways 所属第 1549 航班（空中客车 A320 客机）在起飞后不久在纽约哈德逊河紧急迫降。经及时救助，机上 155 人（其中包括两名机师和三名乘务人员）在飞机沉没之前全部获救。该起事故造成 78 人受伤，无人死亡。

这架客机从纽约长岛拉瓜迪亚机场起飞约 90 秒后遭飞鸟撞击，导致两个发动机损坏。机长萨伦伯格凭借着出色的驾驶技术和冷静的判断使飞机迫降在哈德逊河河面。而飞机上的乘客在乘务员的指挥下，有序地逃出紧急舱门并全部获救。



由于极端天气、机械故障等原因，飞机的迫降不可避免；大型客机因为失去动力而进行的迫降具有相当大的危险性。

因此建立合理的数学模型，对客机在海面的迫降进行分析，指出在有风浪的条件下，飞机以何种姿态和航向接触海面具有非常重大的意义与价值。

二、问题分析

在有风浪的特定迫降环境，需要考虑飞机在空中迫降过程中是顺风还是逆风，接触水面后是顺浪还是逆浪，同时至少还需要考虑两方面因素：飞机着水姿态和飞机自身的结构强度。在分析以上因素的情况下，使得飞机着水时不出现剧烈的跳跃、翻转等情况，保证机身下部蒙皮不破裂，机舱在一定时间内不进水，以保证机身能够漂浮一段时间，为人员安全撤离赢得足够时间。

然而，飞机的结构强度在机身设计时已经到达一个标准水平，在这样的情况下，我们需要解决的问题有：

1. 飞机在空中降落过程中任意时刻的速度的变化情况。
2. 飞机进入水面后受到压强的变化情况和飞机能承受的最大压强。
3. 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的最佳夹角。

三、合理假设

- 1、不考虑飞行员的驾驶技术以及其他相关的人为因素；
- 2、为了简化问题，我们不考虑热传导的情况，这样能量、动量就同时满足守恒定律；
- 3、对于飞机入水的姿态角， 12° 是飞机失速警告姿态角， 4° 为低的姿态角，因此我们认为 $0-15^\circ$ 姿态角是可研究的；
- 4、我们假设飞机稳定性良好，忽略起落架给飞机迫降带来的影响，飞机侧向旋转，侧向倾斜的角度问题；
- 5、客机在与水面冲击时向前减速度不太大、撞击压力和滑行压力也不太大；
- 6、不考虑客机与水面冲击后在水面的漂浮距离；
- 7、客机水面迫降时先机尾与水面接触冲击，然后是客机腹部与水面冲击；

参赛队号 # 1663

- 8、客机在水面迫降时，迫降姿势只与机身与水平面的夹角有关；
9、迫降过程中，保证乘客所受冲击力在乘客能承受范围内，乘客不会受伤。

四、符号说明

符号	符号说明	符号	符号说明
L	机身长度	d_0	飞机最大横截面的直径
θ	飞机与水平面的夹角	P_0	飞机能承受的最大压强
$f_{\text{浪}}$	海浪对飞机的冲击力	$f_{\text{风}}$	风对飞机的作用力
$f_{\text{空}}$	空气阻力	$f_{\text{水}}$	水的阻力
$\rho_{\text{空}}$	空气密度	$\rho_{\text{水}}$	水的密度
$k_{\text{空}}$	空气阻力系数	$k_{\text{水}}$	水的阻力系数
S_x	飞机相对水平方向面积	S_y	飞机相对垂直方向面积
v_x	飞机相对水平方向的速度	v_y	飞机相对垂直方向的速度
m	飞机的质量	g	重力加速度
t_0	飞机从失去动力到接触水面时用的时间	h_0	飞机失去动力时的高度
v_m	飞机到达零界条件时的速度	h	飞机到达零界条件时下沉的高度
$S_{\text{表}}$	飞机到达零界条件时与水的接触面积	P	飞机在水中受到的压强
k_0	飞机落入水中的高度与速度的比例系数	$f_{\text{浮}}$	飞机在水中受到的浮力
$v_{\text{风}}$	风的速度	S	物体迎风的面积
$a_{\text{水平}}$	飞机的水平加速度	$a_{\text{竖直}}$	飞机的竖直加速度

五、模型建立与求解

5.1 第一阶段：

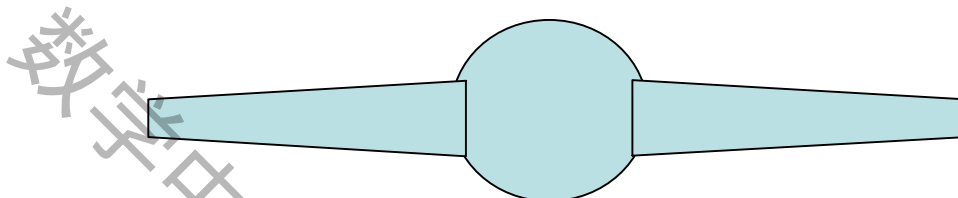
5.1.1 在顺风情况下飞机在空中降落过程速度变化的模型建立与求解：

飞机在突发情况下失去动力，将其视为圆柱体且其运动为速度不均匀变化的抛体运动，利用一阶线性常微分方程表示变化的加速度（速度对时间的微分），从而得出飞机在不同时刻的速度，并且根据下落高度利用定积分表示下落的时间，进而确定在接触水面瞬间的速度和从下落到接触水面的时间。

5.1.2 关于飞机本身的模型假设：

参赛队号 # 1663

大多数飞机都是由下面六个主要部分组成：机身、机翼、尾翼、起落装置、操纵系统和动力装置。它们各有其独特的功用。相对于飞机外形结构的复杂性，我们将飞机整体假设成为一个以机身最大横截面直径为底面直径，以机身长度为长的圆柱体，由于飞机是在有风浪的条件下迫降的，因此要考虑飞机空中迫降有风存在情况，而飞机除机身外，对飞机迫降飞行影响最大的也是飞机的第二大组成部分机翼，因此可以假设飞机的机体形状为原有的圆柱体模型上加上飞机的机翼。即在原有的圆柱体模型上嵌入两个面积确定的梯形（如图）。



飞机的机体形状截面图

5.1.3 对飞机在迫降过程中所受到的风向进行假设：

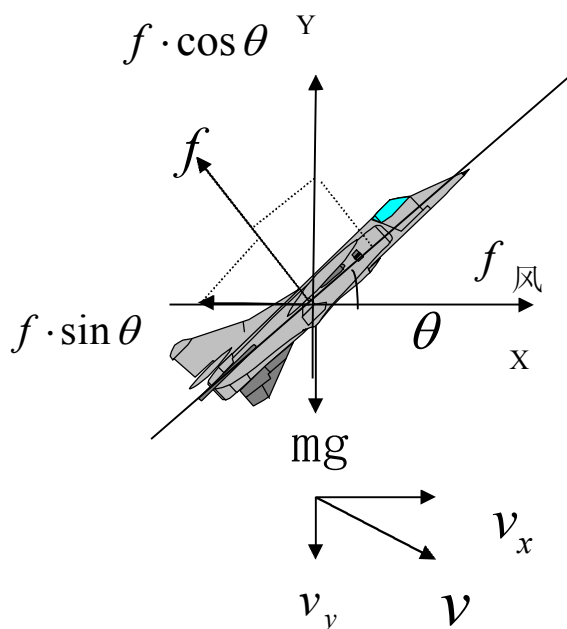
因为飞机在失去动力的情况下在空中的运动类似于抛体运动，因此，受到的风向在时刻发生改变，为了建立模型的简易，我们在这里对风向做出合理的假设，假设风向是沿水平方向的，在飞机失去动力的情况下飞机的其他仪器是良好的，风速大小飞机仪器可测。

5.1.4 模型结果分析：

飞行员可以得知风的速度 $v_{\text{风}}$ ，且我们通过物理学知识可知，风速 $v_{\text{风}}$ 与对飞机机体压力的公式为：

$$f_{\text{风}} = 0.5 \rho_{\text{空}} v_{\text{风}}^2 S' / g$$

当飞机在空中突然失去动力后，发动机熄火，使得飞机做抛体运动。在这种情况下，飞机的运动轨迹看成是一条连续的光滑曲线，我们对飞机的受力情况进行分析（如图）：



参赛队号 # 1663

根据图形可以看出，阻力 f 是阻止飞机下落时速度增加的最重要的因素，而速度方向是与阻力方向相反的，我们将速度同样分为水平和竖直两个方向。由于随着速度的增大，阻力也在增大。因为它的运动轨迹是连续的，所以用常微分方程可列得其两个方向的速度分量分别为（空气密度见附表一）：

$$\text{竖直方向速度: } m \cdot \frac{dv_y}{dt} = \frac{\rho_{\text{空}} \cdot k_{\text{空}} \cdot S_y'}{2} \cdot v_y^2 - mg \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{水平方向速度: } m \cdot \frac{dv_x}{dt} = \frac{\rho_{\text{空}} \cdot k_{\text{空}} \cdot S_x'}{2} \cdot v_x^2 - \frac{0.5 \rho_{\text{空}} \cdot v_{\text{风}}^2 \cdot S_x'}{g} \quad \dots\dots\dots (2)$$

应用 matlab 程序联立三个方程式可求得 v_x 和 v_y 。

matlab 程序（程序段详见附表二）【1】

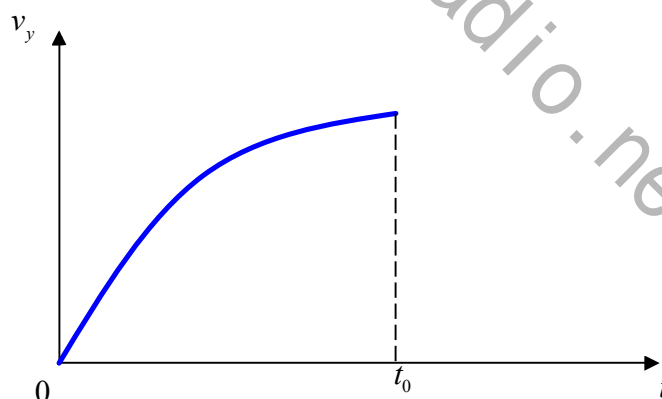
将 $t=0$ 的情况（即飞机失去动力的瞬间）带入上式结果可得： $C1=0, C2=1/v_0$ ，所以由第（1）、（2）式和 $C1、C2$ 可得关系式：

$$\begin{aligned} v_x &= f(t) \\ v_y &= g(t) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

又由于时间 t 是和飞机失去动力时的高度 h 有下列式子的关系的，因而：

$$h_0 = \int_0^{t_0} g(t) dt \quad \dots\dots\dots (4)$$

通过关系式，我们可以得到竖直方向速度 v_y 和时间 t 的图像：



我们令 $v_1 = \sqrt{v_{x_0}^2 + v_{y_0}^2}$ （其中 v_1 为接触水面瞬间飞机的合速度）。

5.1.5 在逆风情况下，飞机在空中降落过程速度变化的模型建立与求解：

方法与在顺风情况下一致，不做具体讨论。

5.1.6 第一阶段分析总结：

经过解常微分方程和应用 matlab 软件，我们已经成功计算出飞机在接触水面之前

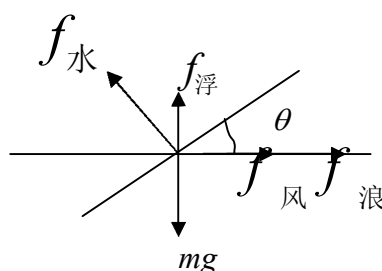
参赛队号 # 1663

的运动情况，得出了在任意时刻的竖直速度和水平速度的量 v_x 和 v_y ，同时通过定积分得出了时间 t_0 和高度 h_0 的关系；通过数值方向速度的变化情况，我们也可看出飞机在竖直方向上是做加速度减少的加速运动；即已得出飞机在空中降落过程中任意时刻的速度的变化情况。

5.2 第二阶段：

5.2.1 顺风、顺浪情况，飞机在接触水面之后，受力情况的模型建立与求解：

5.2.2 飞机在接触水面瞬间受力情况分析：



在水平方向上：
$$m \cdot a_{\text{水平}} = f_{\text{水}} \cdot \cos \theta - f_{\text{风}} - f_{\text{浪}} \dots\dots\dots (5)$$

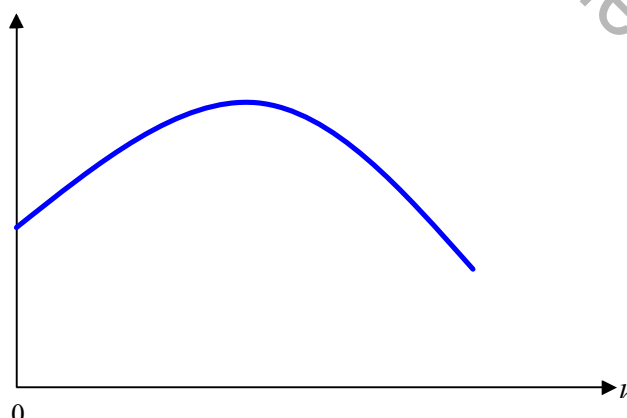
在竖直方面上：
$$m \cdot a_{\text{竖直}} = mg - f_{\text{水}} \cdot \sin \theta - f_{\text{浮}} \dots\dots\dots (6)$$

在误差范围允许下，我们将水的阻力类比于空气的阻力，得到水的阻力公式：

$$f_{\text{水}} = \frac{1}{2} \cdot k_{\text{水}} \cdot \rho_{\text{水}} \cdot s \cdot v^2 \dots\dots\dots (7)$$

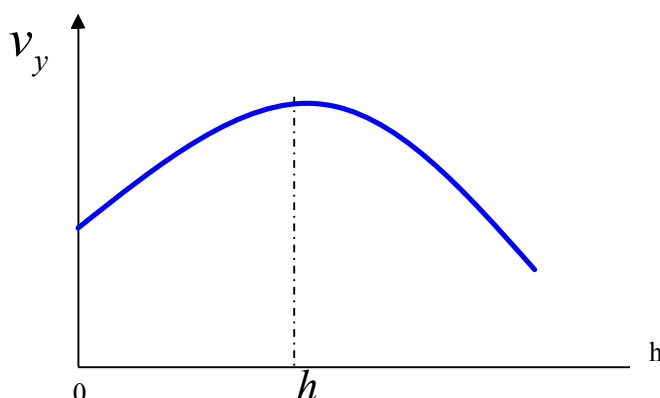
由 (5)、(6) 和 (7) 式可推得：

1. 飞机水平方向的速度变化与下沉深度 h 的关系简图：



2. 飞机竖直方向的速度变化与下沉深度 h 的关系简图：

参赛队号 # 1663



从图像可以看出，无论是水平方向上的速度还是竖直方向上的速度，他们都是先增大后减小的。又水的阻力与飞机的合速度成正比例关系，因此，当合速度增大时，阻力增大。我们假设当飞机的合速度到达最大值时，飞机受到的水的压强最大，即此时外界对飞机的破坏强度达到最大值。

5.2.3 模型分析：

飞机机舱所受的压强是变化的，而根据这个压强的最大值要小于飞机的结构强度（指标是：在允许的着水姿态下，需要保证机身下部蒙皮不破裂，从而使得机舱在一定时间内不进水，以保证机身能够漂浮一段时间，为乘员安全撤离赢得足够时间）所能承受的压强，求出夹角 θ 的范围。

5.2.4 模型求解：

我们知道飞机的下降高度 h 与飞机的初速度 v_0 存在一定的关系，且假设不影响结果的产生，因此我们假设

$$h = k_0 v_1 \sin \theta \quad (\text{其中 } k_0 \text{ 为比例常数})$$

又在 h 的变化中有 v_m 在变，而已知 $h \in [0, k_0 v_1 \sin \theta]$ 即存在临界点 $k_0 v_1 \sin \theta$ ，

$$h = \frac{mg \sin \theta}{\rho_{\text{水}} g \frac{d_0}{4} \pi + \frac{1}{2} v_m^2 \rho_{\text{水}} k_{\text{水}} d_0 \cot \theta}$$

可得：

$$v_m^2 = \frac{mg - \rho_{\text{水}} g k_0 v_1 \frac{d_0^2}{4} \pi}{\frac{1}{2} \rho_{\text{水}} k_{\text{水}} d_0 k_0 v_1 \cot \theta} \dots\dots\dots (8)$$

且关于飞机受到压强的方程表达式：

参赛队号 # 1663

$$P = \frac{2mg \sin \theta - \frac{1}{2} k_0 v_1' \rho_{\text{水}} g d_0^2 \pi \sin \theta}{(S' - S) \cos \theta \pi + d_0 k_0 v_1' \pi} \dots\dots\dots (9)$$

分析（4）式可以知道，这时候的 v_1' 将根据飞机顺风 and 逆风而不同。其中我们令：

$$\begin{cases} k_1 = 2mg - \frac{1}{2} k_0 v_1' \rho_{\text{水}} g d_0^2 \pi \\ k_2 = (S' - S) \pi \\ k_3 = d_0 k_0 v_1' \pi \end{cases} \quad (\text{其中 } (S' - S) \text{ 表示机翼面积})$$

使方程得到简化，且 P 必须满足：

$$\frac{k_1 \sin \theta}{k_2 \cos \theta + k_3} < P_m \dots\dots\dots (10)$$

$$\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

又我们由实际分析可以知道这个夹角 θ 必须满足：

紧接着我们由（5）和（6）就能得到：

$$\sqrt{k_1^2 + P_m^2 k_2^2} \sin(\theta + \mu) < P_m k_3, \text{ 其中 } \tan \mu = \frac{P_m k_3}{k_1}, \dots\dots\dots (11)$$

从而可得 θ 的范围为：

$$0 < \theta < \arctan \frac{P_m k_3}{\sqrt{k_1^2 + P_m^2 k_2^2}} - \mu$$

我们将所求 θ 的值用区间表示就是：

$$\theta \in (0, \arctan \frac{P_m k_3}{\sqrt{k_1^2 + P_m^2 k_2^2}} - \mu)$$

参赛队号 # 1663

以下用 matlab 对相关数据进行拟合：

给定数据：

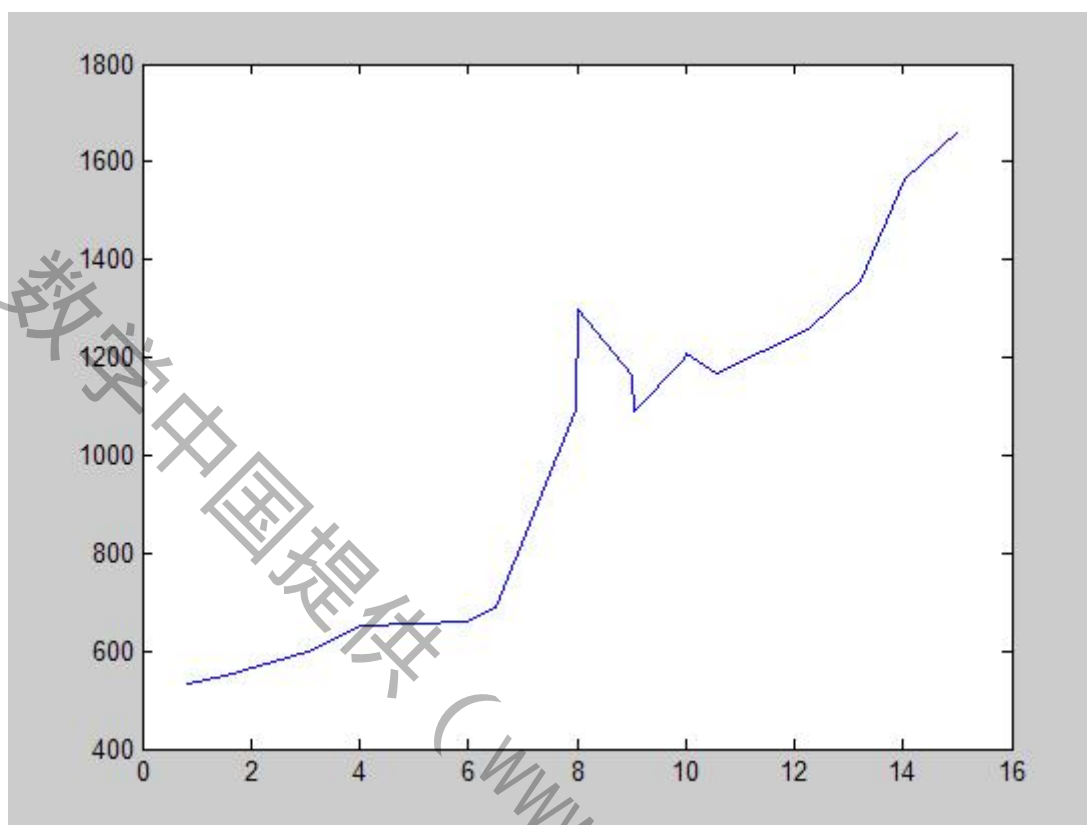
工况	攻角 °	压力峰值 KPa
1	0.834	532.1 (ch5)
2	1.526	550.2 (ch5)
3	3.025	600.3 (ch6)
4	4.032	650.2 (ch5)
5	5.983	660.3 (ch7)
6	6.507	688.1 (ch5)
7	7.974	1094.0 (ch5)
8	8.011	1297.2 (ch5)
9	9.004	1163.6 (ch5)
10	9.043	1087.8 (ch6)
11	9.956	1195.5 (ch5)
12	9.995	1206.5 (ch6)
13	10.561	1169.2 (ch5)
14	12.264	1256.6 (ch5)
15	13.225	1356.7 (ch7)
16	14.025	1565.5 (ch5)
17	15.012	1863.5 (ch5)

用 matlab 对以上相关数据进行拟合：

Matlab 程序（程序段详见附表三）

参赛队号 # 1663

得到以下图像：



夹角——压力峰值图像

5.2.5 模型结论：

从matlab的拟合图像可以看出：在角度变化的情况下，夹角 θ 越小，飞机受到的压力峰值（压强）越小，刚好与本模型所得出的结果在一个区间内符合，因此，所建立的模型是合理可行。

5.2.6 顺风、逆浪情况，飞机在接触水面之后，受力情况的模型建立与求解方法与在顺风、顺情况下一致，不做具体讨论。

5.2.7 逆风、顺浪情况，飞机在接触水面之后，受力情况的模型建立与求解方法与在顺风、顺情况下一致，不做具体讨论。

5.2.8 逆风、逆浪情况，飞机在接触水面之后，受力情况的模型建立与求解方法与在顺风、顺情况下一致，不做具体讨论。

5.3 第三阶段

5.3.1 模型的补充与优化

5.3.2 方法选取：

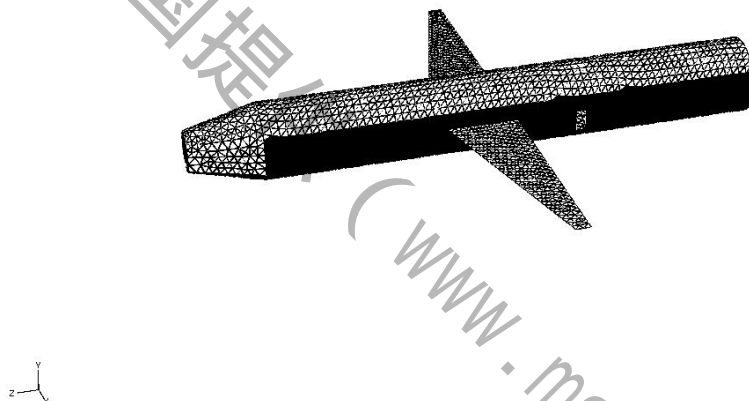
为了更好地研究客机迫降姿态的影响，我们固定客机入水时的速度（水平方向和竖直方向分别为 15 m/s, 0.3 m/s），分析讨论飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角分别为 5° 、 10° 、 12° 、 15° 时，客机腹部和尾翼应力峰值情况，客机的舱门 X、Y、Z 三个方向的变形情况，从而确定最佳夹角，使舱门可安全打开，人员安全撤离。

参赛队号 # 1663

采取有限单元法【2】，用三角形壳单元离散了客机模型的求解域，找到了位移插值函数，建立了动力学控制方程。这将问题简化成求解一组常微分方程组，使得客机迫降姿态问题可解。利用 ABAQUS 软件平台，建立了客机的有限元模型，并导入具体参数，基于 Newmark 计算方法使控制方程解耦，对 4 种不同的着水夹角进行了动力学计算，讨论客机着水时的姿态对于飞机结构压力的影响，从而得出飞机迫降以何种姿态接触水面是相对最好的选择。

5.3.3 模型建立【3】:

在客机迫降过程中，主要是机身下部和水面接触，因此忽略了不与水体接触的部件。在 ABAQUS 中按照 1: 1 建立了客机主要部件的有限元模型，共分为五部分：机头、机舱、机尾、机翼和舱门。飞机模型的拉格朗日有限单元由二维壳单元和一位梁单元组成。如下图所示。

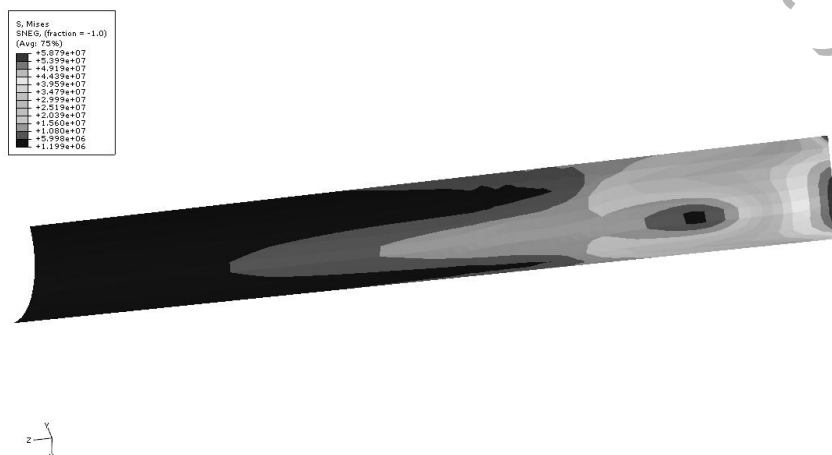


客机模型网格图

发动机、设备等在有限元模型中没有办法真实建模，而由壳单元、梁单元和杆单元建立的模型的总体质量与真实模型存在差距。根据质量报告，将缺少的部分采用集中质量单元添加上去。

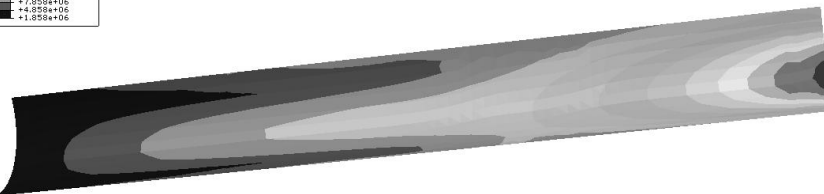
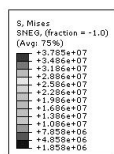
5.3.4 计算结果：（程序段详见附表四）

5.3.4.1 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角为 5° 时的结果：

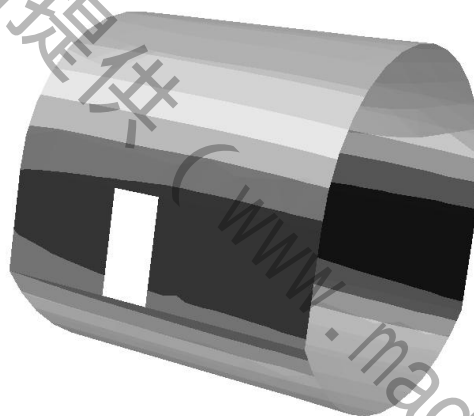
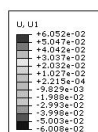


参赛队号 # 1663

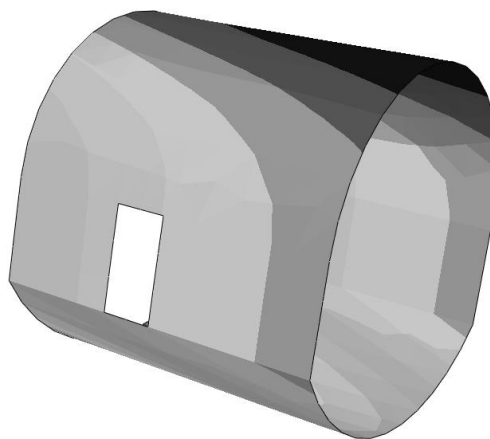
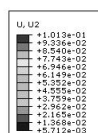
客机 5° 夹角尾翼接触水面等效应力图



客机 5° 夹角腹部接触水面等效应力图

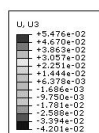


客机 5° 夹角舱门 X 方向位移图

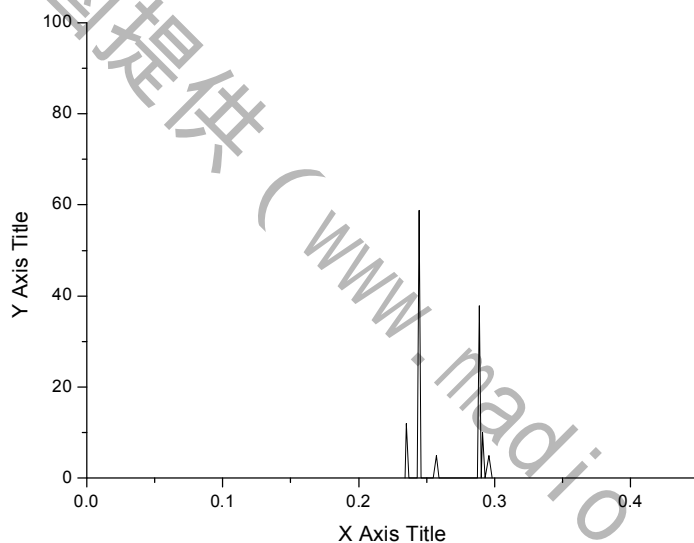


客机 5° 夹角舱门 Y 方向位移图

参赛队号 # 1663



客机 5° 夹角舱门 Z 方向位移图

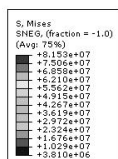


客机 5° 夹角下部应力最大点的应力随时间的变化历程曲线

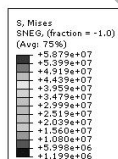
由上述个图可以看出【4】，在夹角为 5° 时，客机下部蒙皮出现应力峰值的时间为 0.245s，应力峰值为 58.79MPa，出现在尾翼着水的时候；当客机腹部着水时，也出现了应力增大点，应力峰值为 37.85MPa，比尾翼着水时小。由于与水面接触过程中，加载在客机上的载荷是振动的，所以造成了客机应力的波动变化。客机下部蒙皮的应力峰值远小于材料的破坏强度，因此下部蒙皮不会出现破裂现象。在迫降过程中，舱门三个方向上的变形最大为 6.9cm，变形较小，舱门可以打开。

5.3.4.2 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角为 10° 时的结果：

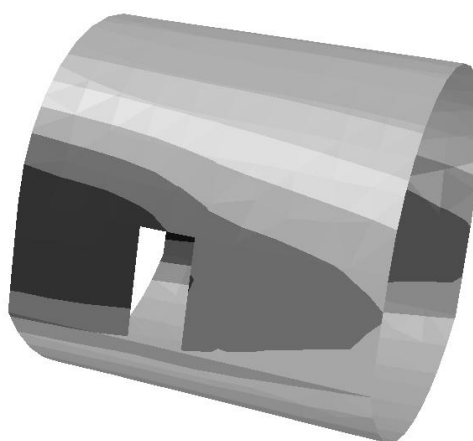
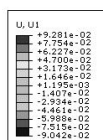
参赛队号 # 1663



客机 10° 夹角尾翼接触水面等效应力图

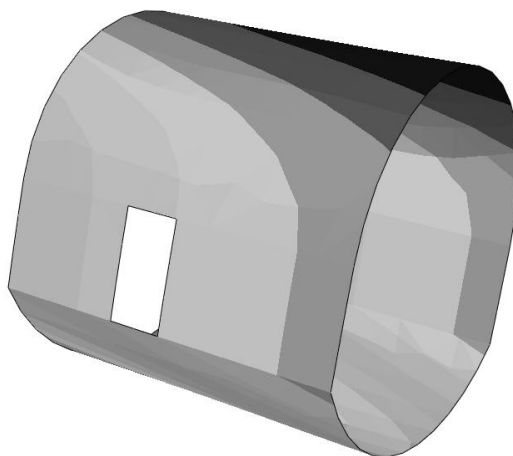
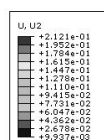


客机 10° 夹角腹部接触水面等效应力图

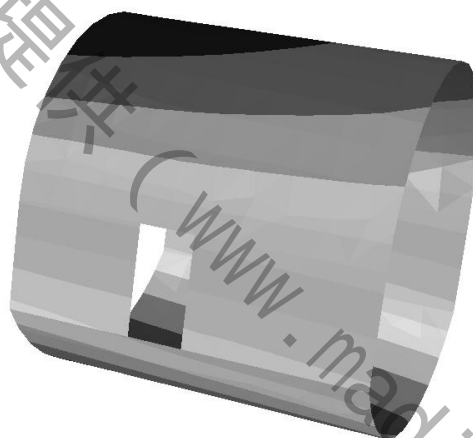
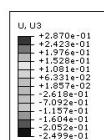


客机 10° 夹角舱门 X 方向位移图

参赛队号 # 1663

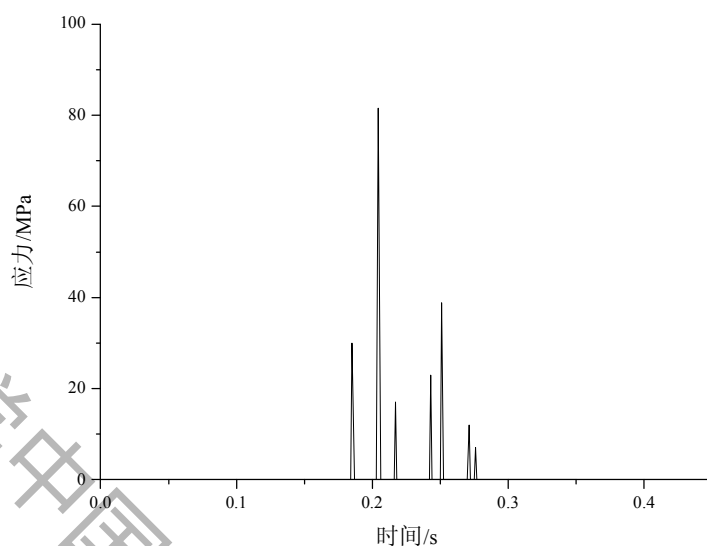


客机 10° 夹角舱门 Y 方向位移图



客机 10° 夹角舱门 Z 方向位移图

参赛队号 # 1663



客机 10° 攻角下部应力最大点的应力随时间的变化历程曲线

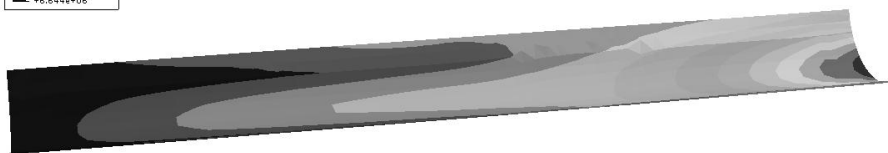
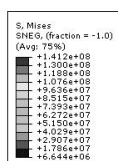
由上述个图可以看出，在夹角为 10° 时，客机下部蒙皮出现应力峰值的时间为 0.214s，应力峰值为 81.53MPa，出现在尾翼着水的时候；当客机腹部着水时，也出现了应力增大点，应力峰值为 58.79MPa。客机下部蒙皮的应力峰值小于材料的破坏强度，因此下部蒙皮不会出现破裂现象。在迫降过程中，舱门三个方向上的变形最大为 9.28cm。

5.3.4.3 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角为 12° 时的结果：

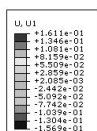


客机 12° 夹角尾翼接触水面等效应力图

参赛队号 # 1663

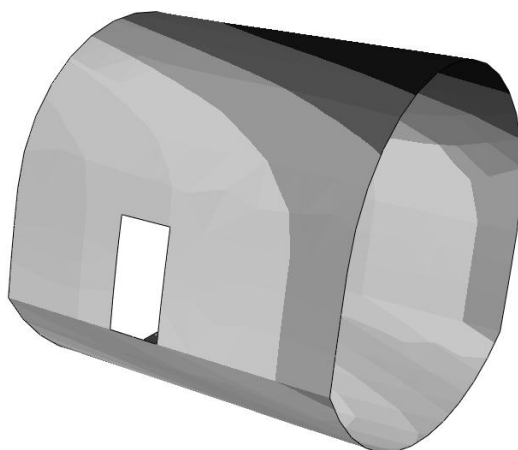
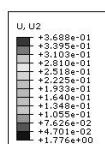


客机 12° 夹角腹部接触水面等效应力图

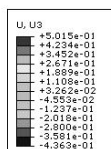


客机 12° 夹角舱门 X 方向位移图

参赛队号 # 1663

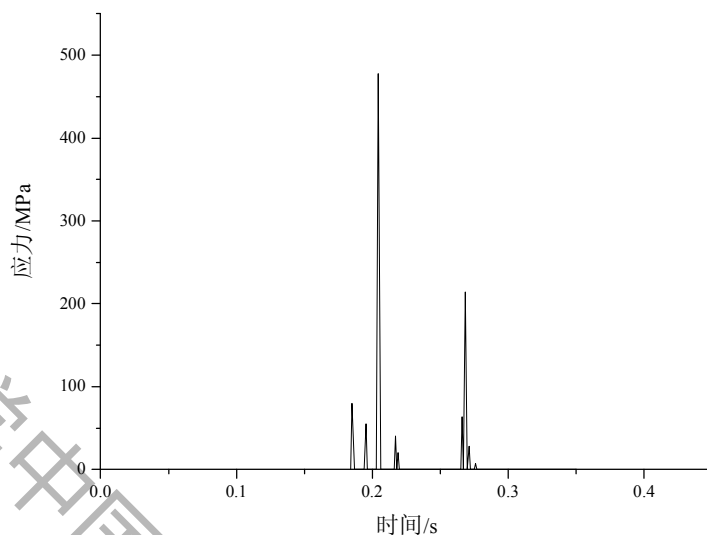


客机 12° 夹角舱门 Y 方向位移图



客机 12° 夹角舱门 Z 方向位移图

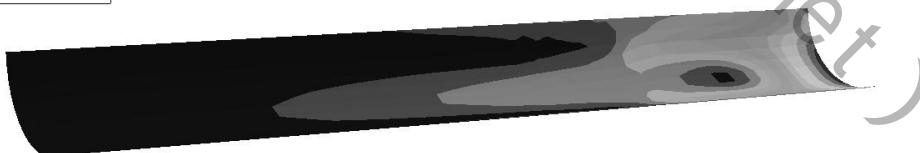
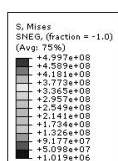
参赛队号 # 1663



客机 12° 夹角下部应力最大点的应力随时间的变化历程曲线

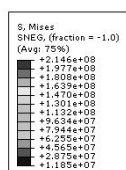
由上述个图可以看出，在夹角为 12° 时，客机下部蒙皮出现应力峰值的时间为 0.207s，应力峰值为 293.9MPa，出现在尾翼着水的时候；当客机腹部着水时，也出现了应力增大点，应力峰值为 141.2MPa。客机下部蒙皮的应力峰值小于材料的破坏强度，因此下部蒙皮不会出现破裂现象。在迫降过程中，舱门三个方向上的变形最大为 16.1cm，变形较大，比较危险。

5.3.4.4 飞机迫降河面瞬间机身与水平面的夹角为 15° 时的结果：

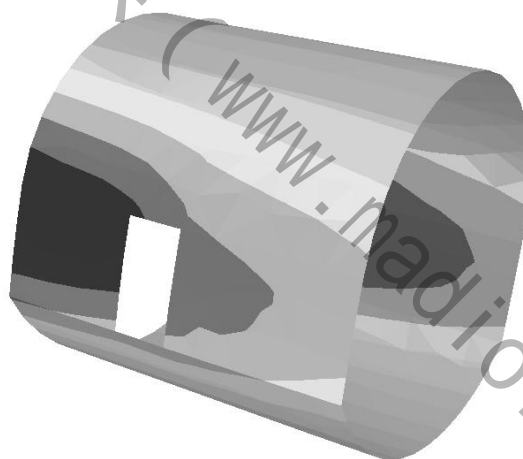
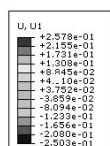


客机 15° 夹角尾翼接触水面等效应力图

参赛队号 # 1663

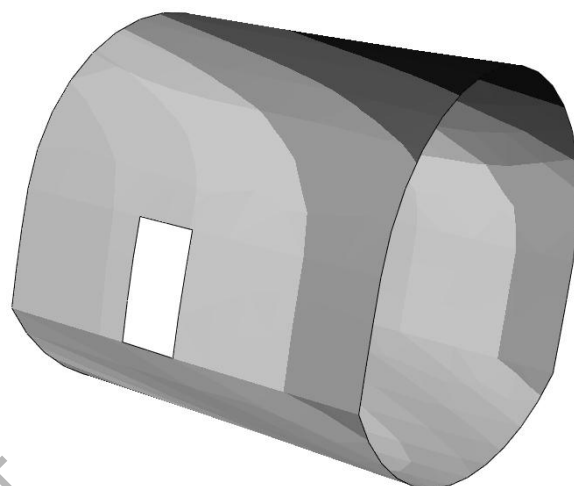
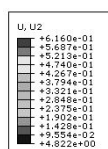


客机 15° 夹角腹部接触水面等效应力图

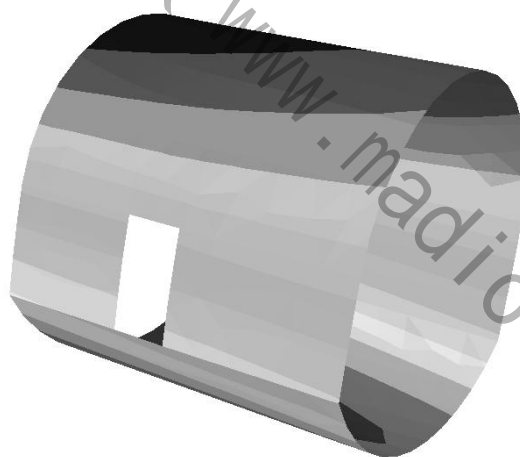
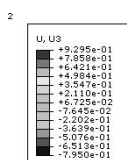


客机 15° 夹角舱门 X 方向位移图

参赛队号 # 1663

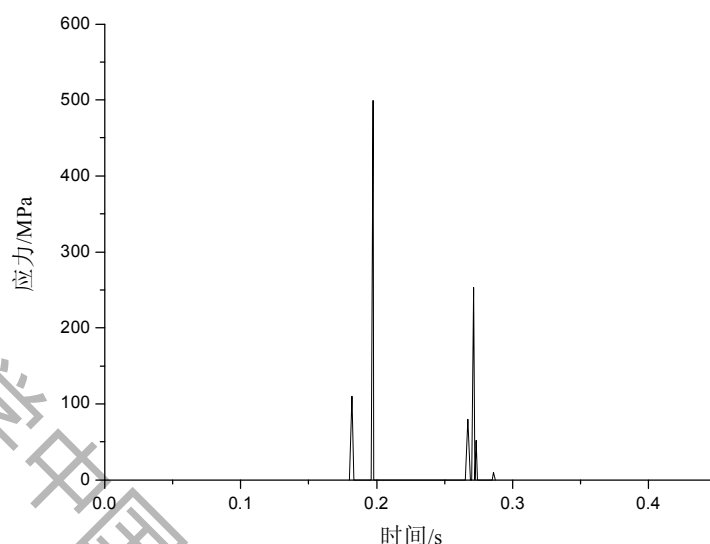


客机 15° 夹角舱门 Y 方向位移图



客机 15° 夹角舱门 Z 方向位移图

参赛队号 # 1663



客机 15° 夹角下部应力最大点的应力随时间的变化历程曲线

由上述个图可以看出，在夹角为 15° 时，客机下部蒙皮出现应力峰值的时间为 0.193s，应力峰值为 499.7MPa，出现在尾翼着水的时候；当客机腹部着水时，也出现了应力增大点，应力峰值为 214.6MPa。客机下部蒙皮的应力峰值小于材料的破坏强度，因此下部蒙皮不会出现破裂现象。在迫降过程中，舱门三个方向上的变形最大为 25.78cm，变形较大，比较危险。

5.3.5 结果分析：

通过对客机 4 种不同工况下飞机着水时的姿态进行数值计算，得到如下表的计算结果：
不同工况计算结果：

工 况 序号	夹 角 / $^\circ$	腹部应力峰 值/MPa	尾翼应力峰 值/MPa	舱门 X 方向 变形/cm	舱门 Y 方向 变形/cm	舱门 Z 方向 变形/cm
1	5	37.85	58.79	6.05	3.76	0.64
2	10	58.79	81.53	9.28	7.73	1.85
3	12	141.2	293.9	16.1	12.5	3.26
4	15	214.6	499.7	25.78	23.75	7.65

结果表明：客机以 5° 夹角着水时，客机腹部和尾翼应力峰值最小，客机的舱门 X、Y、Z 三个方向的变形也最小，舱门可安全打开。

六、模型的评价

6.1 模型的优点：

- 1、在对空中飞机所受的阻力上，本模型大胆对其进行合成，从而在对飞机的研究上变得较为简单，有利于模型的建立。
- 2、最后得到的最佳着陆角度范围以及角度和最大压强的关系式正好验证了飞机迫降

参赛队号 # 1663

是否安全的两个要素：结构强度和着陆姿势。

- 3、利用物理知识结合数学积分方法分析问题显得比较直观，容易理解；
 - 4、分空中与着水两个方面建立两个模型，模型建立在物理与数学基础上，利用严格的数学推导，具有一定的严密性，并具有很好的适用性。
 - 5、有限单元法的基础理论和方法比较成熟，已经成为当今成效最为显著的数值分析方法。
 - 6、模型采用了数值计算与软件相结合的方法，使问题的解决更加严密。
- 6.2 模型的缺点：
- 1、模型过于理想化，可能在实际上具有一定的局限性；
 - 2、数据量有限，在参数的确定上有欠缺，忽略其他未考虑因素，不能对模型进行更深一步的计算；
 - 3、模型计算过程中存在一些误差，改进相对困难。

6.3 模型的推广：

收集客机各个的部位的材料、结构参数，改进该模型，对客机的各个部位分别进行分析，得出各个部位的动力性能参数。

七、参考文献

- 【1】王能超，数值分析简明教程（第二版）；高等教育出版社，2010 年
- 【2】王勖成，有限单元法，北京市：清华大学出版社，2008 年。
- 【3】胡大勇，某型飞机水上迫降数值化模型，北京航空航天大学学报，34(12)：1369-1374，2008 年。
- 【4】张 韬，民用飞机水上迫降分析模型和数值仿真，南京航空航天大学学报，42(3)：392-394，2010 年。

八、附表

附表一：

参赛队号 # 1663

空气密度表

绝对压力	空气温度	空气密度	绝对压力	空气温度	空气密度
Mpa	摄氏度	Kg/m3	Mpa	摄氏度	Kg/m3
0.1	25	1.1691	1.4	25	16.367
0.2	25	2.3381	1.5	25	17.537
0.3	25	3.5073	1.6	25	18.706
0.4	25	4.6764	1.7	25	19.875
0.5	25	5.8455	1.8	25	21.044
0.6	25	7.0146	1.9	25	22.213
0.7	25	8.1837	2.0	25	23.382
0.8	25	9.3528	2.1	25	24.551
0.9	25	10.522	2.2	25	25.720
1.0	25	11.691	2.3	25	26.889
1.1	25	12.860	2.4	25	28.058
1.2	25	14.029	2.5	25	29.228
1.3	25	15.198			

附表二：

```
>> dsolve('D v_y=1/(2*m)* rho_空 * k_空 * S_y * v_y^2-g', 't')
```

```
ans =
```

$$-\tanh\left(\frac{1}{2} \cdot (g \cdot m \cdot k_{\text{空}} \cdot S_y \cdot \rho_{\text{空}})^{1/2} \cdot (t+C1) \cdot 2^{1/2} / m\right) \cdot (g \cdot m \cdot k_{\text{空}} \cdot S_y \cdot \rho_{\text{空}})^{1/2} / k_{\text{空}} / S_y / \rho_{\text{空}} \cdot 2^{1/2}$$

```
>> dsolve('D v_x=1/(2*m)* rho_空 * k_空 * S_x * v_x^2-0.5*rho_空*n*S_x/g', 't')
```

```
ans =
```

$$-\tanh\left(\frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{空}} \cdot S_x \cdot (v_{\text{风}}^2 \cdot m \cdot k_{\text{空}} \cdot g)^{1/2} \cdot (t+C1) / g / m\right) \cdot (v_{\text{风}}^2 \cdot m \cdot k_{\text{空}} \cdot g)^{1/2} / k / g$$

附表三：

```
>>a=[0.834, 1.526, 3.025, 4.032, 5.983, 6.507, 7.974, 8.011, 9.004, 9.043, 9.956, 9.995, 10.561, 12.264, 13.225, 14.025, 15.012];
```

```
>>p=[532.1, 550.2, 600.3, 650.2, 660.3, 688.1, 1094.0, 1297.2, 1163.6, 1087.8, 1195.5, 1206.5, 1169.2, 1256.6, 1356.7, 1565.5, 1663.5];
```

```
>> plot(a, p)
```

附表四：

参赛队号 # 1663

```
*Heading
** Job name: x Model name: Model-1
** Generated by: Abaqus/CAE 6.9-1
**Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO, contact=NO
**
** PARTS
**
*Part, name=Part-2
*Node
*End Part
**
**
** ASSEMBLY
**
*Assembly, name=Assembly
**
*Instance, name=Part-2-3, part=Part-2
*End Instance
**
*
*End Assembly
**
** MATERIALS
**
*Material, name=Material-1
*Density
7800.,
*Elastic
4e+11, 0.23
** -----
**
** STEP: Step-1
**
*Step, name=Step-1
*Dynamic
1., 1., 1e-05, 1.
**
** BOUNDARY CONDITIONS
**
** Name: BC-2 Type: Displacement/Rotation
*Boundary
_PickedSet73, 1, 1
_PickedSet73, 2, 2
_PickedSet73, 3, 3
**
** LOADS
**
** Name: Load-1 Type: Pressure
```

参赛队号 # 1663

```
*Dsload
_PickedSurf61, P, -8.5e+07
**
** OUTPUT REQUESTS
**
**
*Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field, variable=PRESELECT
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
**
*Output, history, variable=PRESELECT
*End Step
** -----
**
** STEP: Step-2
**
*Step, name=Step-2
*Dynamic
1., 1., 1e-05, 1.
**
** LOADS
**
** Name: Load-1   Type: Pressure
*Dsload
_PickedSurf61, P, -1e+08
** Name: Load-2   Type: Pressure
*Dsload
_PickedSurf62, P, -6.7e+07
**
** OUTPUT REQUESTS
**
**
*Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field, variable=PRESELECT
**
** HISTORY OUTPUT: H-Output-1
**
*Output, history, variable=PRESELECT
*End Step
```