

聪明的汽车

一、问题背景

当代在拥挤的社会环境中，都市地少人多“开车难，停车更难。”随着车辆的增加车位不断减小。为了让车在狭窄的空间里为了使车进入停车位，应当从哪个位置和角度进入使得把车停放在合适的位置。在这里我们应该建构一个理想的数学模型来解决此问题。

在此我们试图按确定的计算法算出可行的几何路径，归纳出参数的变化是平行泊车轨迹化规律，进行推广。

问题分析。即影响因素：

当给定停车位空间、车型，需要计算平行泊车轨迹时，在整个平行泊车过程中包括车长(vehicle length)、车宽(vehicle width)、轴距(wheel base)、前悬(front overhang)、最小转弯半径(minimum turning radius)、停车位长度(length of parking space)、停车位宽度(width of parking space)、泊车初始位置(initial position of parking)等重要已知参数和两平行车辆间的水平距离(horizontal distance)、泊车转弯半径(turning circle of park)及转向角(steering angle)等未知参数都会影响泊车。在下文中将计算出未知参数的值并归纳出泊车轨迹变化规律。也成为我们下文论述的中心问题。

二、问题提出

- 问题 1 建立起最佳停车曲线方程。
- 问题 2 车的切入点与车位左右顶点的距离（简称切入截距）。
- 问题 3 转弯起始点与实横线的竖直距离。
- 问题 4 在已知车的相关参数在固定车位宽位前提下第 n 次倒车时求车位长度。
- 问题 5 模拟汽车的停车轨迹图象。

三、假设与符号表示

(1) **停车的完成**：指将一辆车轴线与车位竖直方向夹角小于等于 5° 汽车的中心与车位的中心的距离不大于 100mm。

(2) 假设第一次倒车时方向盘打定，方向盘打到最大程度让汽车的最小转弯半径为半径($r_{\min} = 6.1$ 米)做圆周运动。

(3) 假设切入角为 45° 。

- (4) 假设倒车点两个切线方向相切。
 (5) 车辆停车时车轮的运动轨迹为同心圆。
 (6) 符号表示：

圆心分别用 o_2 、 o_3 、 o_5 、 x_i 表示；

车位长度： l ，车位宽度： w ；

车长度： l_c ，车宽度： w_c ；

d 表示 F 到车位中心 O 的距离；

四、模型的建立

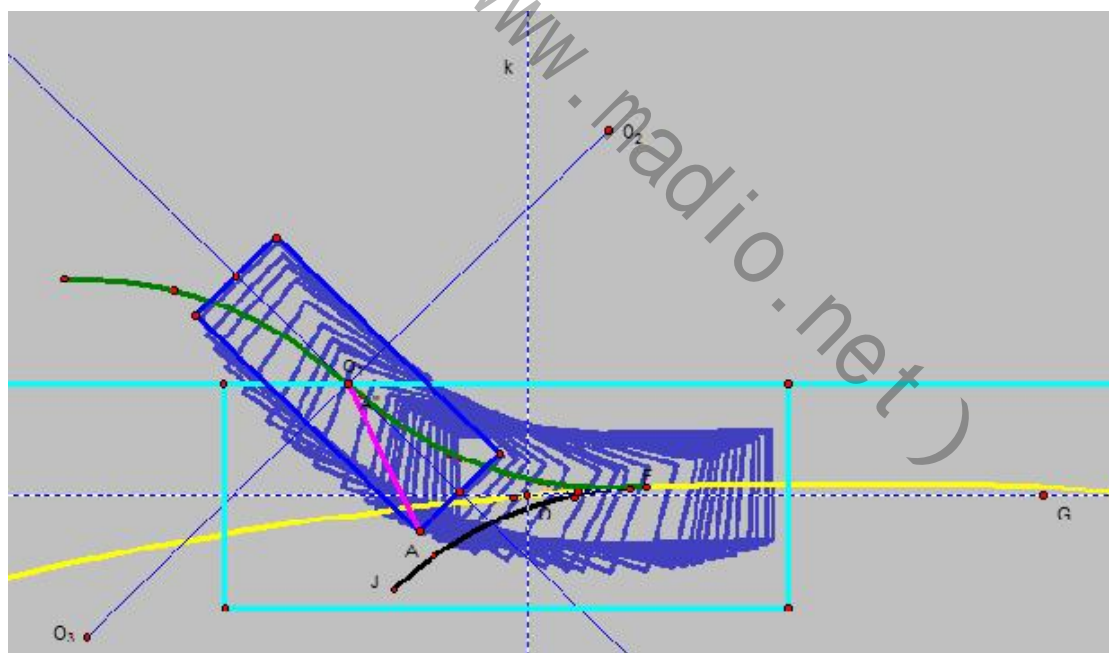
首先我们给定以车位的中心 O 为坐标原点建立直角坐标系。

1、要第一次时停车，先后以 O_3 、 O_2 为圆心，以最小半径 (r_{\min}) 为半径做圆相交其于 O_1 ，建立起圆的参数方程则有一下轨迹：

$$O_3 : \begin{cases} x = x_3 + r_{\min} \cos \theta \\ y = y_3 + r_{\min} \sin \theta \end{cases} \quad (1)$$

$$O_2 : \begin{cases} x = x_2 + r_{\min} \cos \theta \\ y = y_2 + r_{\min} \sin \theta \end{cases} \quad (2)$$

并且以此可以倒入车位。且符合上述停车完成的条件。



第一次停车轨迹示意图

2、要第二次停车，是在第一次的基础上，当在圆弧 O_2 上行驶时，距离误差和水平角误差不能同时符合要求，当车前悬右侧达到车位前沿，即车的中心达到 F 时，车又沿着为圆心的圆弧向后行驶，并且以此可以倒入车位。

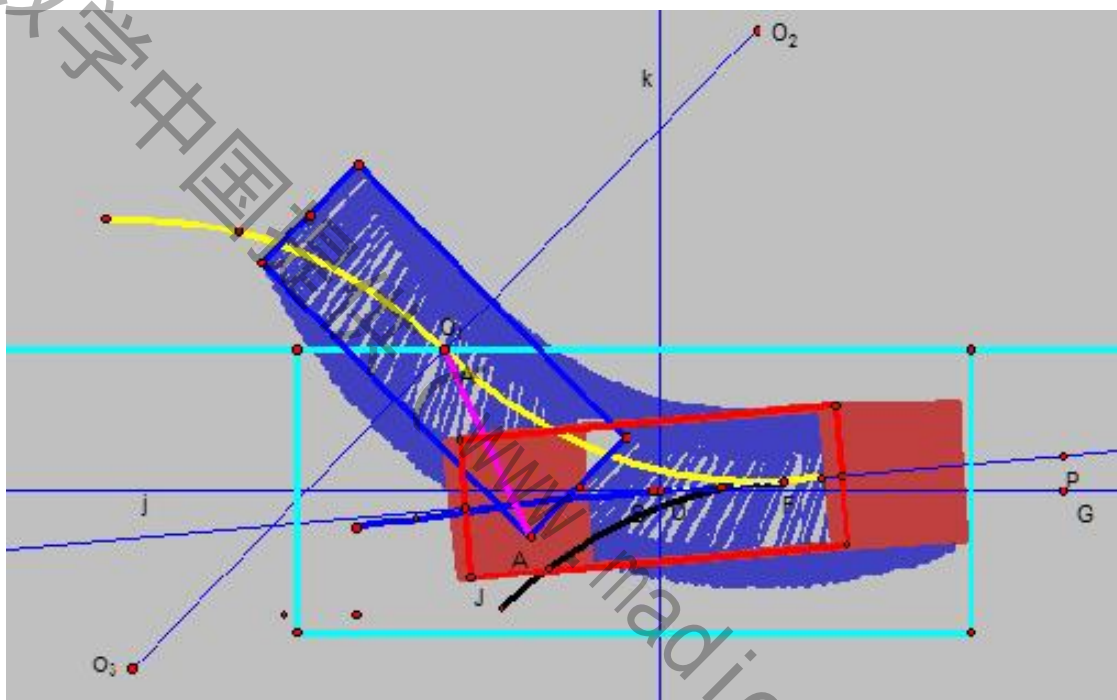
又上述可以得到 O_5 的方程

$$O_5: \begin{cases} x = 5.84 + 68.86 \cos \theta \\ y = -68.62 + 68.86 \sin \theta \end{cases} \quad (3)$$

则可以求解其轨道。在此基础上可以建立当 $\angle \theta$ （即 $\angle POG$ ）会满足一定的角度也会算其车位的极限长度：

$$l_{\min} = l_0 / 2 + d + \frac{l_c}{2}$$

测在上式子中可以求解出其车位两次倒入车位，并且车当经过车位中心 O 时，车与车位两个轴线的夹角为 4.88° 。



二次完成停车轨迹示意图

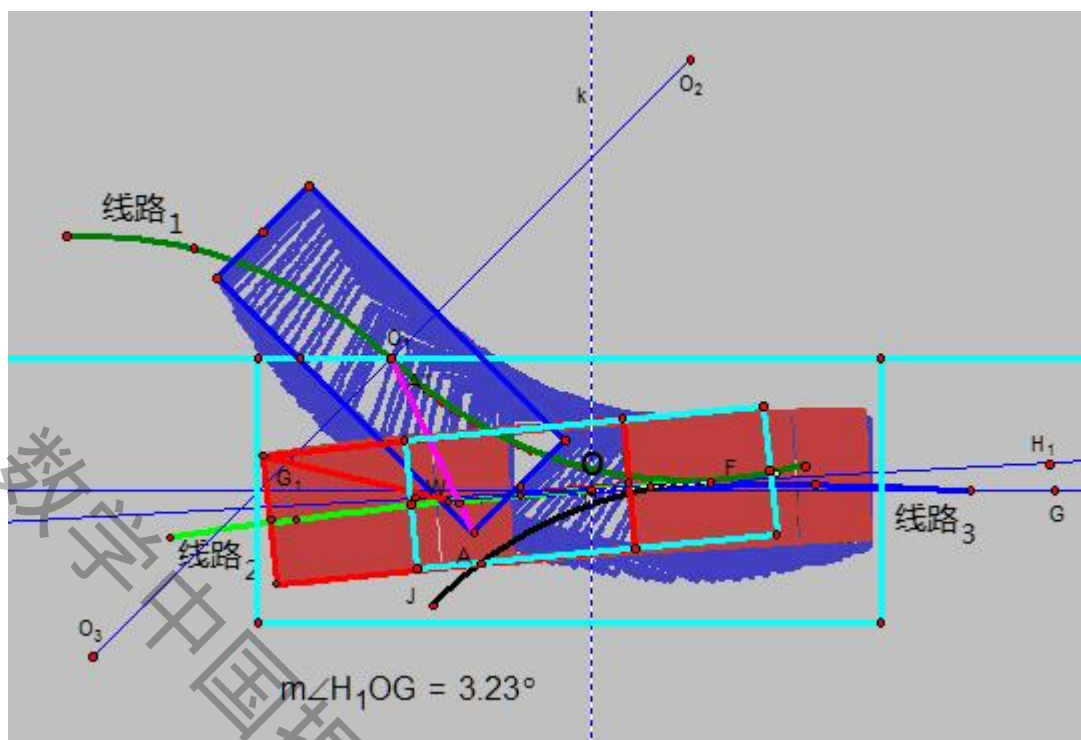
3、要第三次停车，是在第一、二次的基础上，当在线路2上行驶时，距离误差和水平角误差也不能同时符合要求，当车后悬左侧达到车位后沿，即车的中心达到 W 时，车又沿着线路3向前行驶，线路2的方程是

$$O_6: \begin{cases} x = 5.38 + 75.08 \cos \theta \\ y = -74.88 + 75.08 \sin \theta \end{cases} \quad (3)$$

线路3是的方程

$$O_7: \begin{cases} x = 2.69 + 47.84 \cos \theta \\ y = -47.77 + 47.84 \sin \theta \end{cases}$$

当车恰好经过车位中心 O 时，车与车位两个轴线的夹角为 3.23° 。



三次完成停车的轨迹示意图

在上式子中可以求解出其车位两次倒入车位并且在其车位中能够完成停车符合上述的停车要求以外。由于车位较短在建立的模型中还要完成进一步的倒车时期满足上述的停车完成要求。并且应用同样的方法可以求解出所需车位长度的最小值。

五、模型检验

本文采用的模拟车辆是奔驰 S600 其车长：5200mm，车宽：18700mm，轴距：3165mm，最小转弯半径：6100mm。

在其建立的模型中。用其精确的数学分析数据得以证明模型的可靠以及其模型的优化，并且计算出其所需车位长最小值。

两次完成停车能达到要求的最小车位长为： $l_{\min}=8.59\text{m}$

三次能达到要求的最小车位长为： $l_{\min}=8.40\text{m}$

需四次以上完成停车的情形，依据前述方式，采取相切的圆弧线路，按照奇数次向前，偶数次向后的运行轨迹，当车位长度大于车对角线长 5.53 m 时，总能有限次完成停车。

六、模型的推广和应用

首先，本章研究了试验车辆在停车位长度变化时的停车轨迹、车位长确定时的停车轨迹，并通过相关数据验证。其次，研究了水平距离 d 和停车位长度 lw 随机变化时的停车轨迹，绘出计算停车轨迹的流程图。弯半径 r_n 及转向角伽，同时虚拟车辆动态停车入位，以验证停车轨迹算法的正确性。几何画板模拟试验证明，平行停车算法可较理想的完成停车入位。

抽象出停车过程中相关参数，划分平行停车步骤，设计平行停车流程。归纳平行停车过程中三大主要问题，即停车初始位置的确定，最小停车位空间和普通停车位空间大小的确定。建立车辆停车模型，用几何画板进行模拟三次以内完成停车的情形，并且可以推广到四次以上的情形。

总的来说，本论文以奔驰 S600 小轿车为例，详细论述了路旁平行停车的实现方法，其中，路旁平行停车的算法实现原理是本论文研究的重点，完善车辆停车的运动学模型。本文假设车辆以均匀低速运动，并且没有考虑停车位内有障碍物的情况，并不能完全模拟实际情况。本论文未考虑车辆启动、制动以及停车各个阶段间的切换。在以后的工作中需考虑实际情况分步骤计算的轨迹能否衔接、切换和平稳停车，从而完善自动停车系统的设计。从智能小车到实际车辆的实验，需要考虑汽车的动力性、转角控制，档位设置。系统更加多元化，安全性也将提高，因而还有大量的研究内容，需要我们进行更深入的研究。相信在不久的将来，自动停车系统将安装到每一辆小轿车。

参考文献：

- [1] 赵玲，平行泊车方法研究与仿真，长安大学，2009年5月15日，硕士毕业论文
- [2] 胡解生，邓国扬. 新型汽车倒车导向器[J]. 南奈中南土学院学报，2000，3:19-21
- [3] 易正俊，黄翰敏，黄席桩等. 智能型自动驾驶系统的多源信息融合算法. 重庆:重庆大学学报[J]，2002，2:13—15
- [4] 石坚 淖斌启动驾舫东的仿真明·汽车工程，2000，2(6):12-14
- [5] 冯杰，数学建模原理与案例，北京，科学出版社，2007-5
- [6] Dynamic Geometry software for exploring Mathematics, Geometry Sketchpad(几何画板).