

## 一、问题重述

### 1. 背景

21 世纪是一个信息爆炸的时代，知识不断更新，这就需要我们不断地学习，高校作为人才培养的摇篮，知识供给的场所，在知识传播方面，扮演者重要的角色，而高校图书馆作为高校教学和科研的重要基地，具有课堂教学无法替代的作用和优势。因此，如何提高图书馆书籍利用率，成为近几年来图书馆管理工作的热议话题。现今高校图书馆存在着许多不良现象，图书超期现象即是其中之一，超期现象是读者借阅图书资料时超过规定借阅期后部归还的一种现象。这种现象对图书馆的图书流通率有较大影响进而影响了高校图书馆的书籍利用率，不利于高校教学与科研。随着信息化的发展图书馆的图书预约服务业逐渐普及，图书的借阅超期现象与图书的预约也有很大的内在联系。如何运用各种方法提高图书馆的图书流动速率，增强图书馆在教学科研时发挥的作用成为一个十分值得研究的话题。

### 2. 问题：

1 通过给出数据或自行查阅数据，建立合理模型，分析哪些书容易发生超期现象并进行原因归类（具体原因大致分为：无疑错过还书期限、由于教学科研需要长期使用，由于罚款数目较少故意拖延）。针对某些图书易发生超期现象，急需进行规范分析，以便图书馆改进服务建立更好的智能服务系统。

2 假设某高校的借阅规则：借书时限为一个月，可以续借一次，续借期为 15 天，超期一天罚款 1 角，根据问题 1 中的模型分析这种借书规则的优劣。并且自行设计一种更加合理的借阅规则。

## 二、符号说明

$S_n$ ：代表相应书类的总超期天数

$n_n$ ：代表相应书类的样本数

$t$ ：代表超期天数

$\bar{t}_n$ ：代表相应书类的平均超期天数

$A_n$ ：代表不同类别的图书

$p$ ：为每种书在样本容量中所占的比例

$t_m$ ：一个读者第  $m$  次的超期天数

## 三、基本假设

- 1 图书馆的图书超期每超过 30 天催还一次超期读者；
- 2 图书馆的条形码的编排是以每本图书入库时间排列；
- 3 图书分类是以国际十进制法分为十类

## 四、模型的建立、分析与求解

### (一) 问题一模型的建立与分析

1、通过题所给出的数据，我们首先发现，读者证号首字母为英文的和证号全是数字的在超期天数上有着比较明显的区别，大致发现证号首字母为英文的超期天数普遍比证号全是数字的超期天数要长。如：J370000081 编号的读者超限天数为 4913，H479300142 的读者超限天数为 4893，以一年 365 天计算，约为 13 年；读者证号首字母为数字的，如 12867 的编号的读者超限天数为 1914，以一年 365 天计算，约为 5 年。而正常情况下，高校学生在校时间一般为 4-7 年。所以，我们初步断定这两类证号代表着不同类别的读者群。根据高校特点，将表中所给图书证号分为两类：老师和学生，即读者证号首字母为英文的读者为教师，读者证号首字母为数字的读者为学生。进一步通过检验发现，教师超期天数和学生超期天数有着显著性差异，故在以下问题的分析与求解中，将教师与学生分类讨论。

将题中所给数据进行分类，具体结果为：

教师	学生	总样本
1856	2530	4386

2、为了进一步剖析出超期天数不同所带来的超期原因的不同，我们将催还数目按天数分层，将其按分层抽样法进行随机抽样，根据样本抽样原则，我们在这 4386 个数据中共抽取了 400 个样本数作为研究数据。其中教师、学生各 200 各样本。统计出不同超期天数段所占样本容量的比例，将其作为分层的权重，具体结果如下：

教师催还情况分析			
超期天数	超期本数	所占比例	样本容量
5000~4500	103	0.05550	11
4500~4000	172	0.09267	19
4000~3500	140	0.07543	15
3500~3000	105	0.05657	11
3000~2500	71	0.03825	8
2500~2000	125	0.06735	13
2000~1500	174	0.09375	19
1500~1000	189	0.10183	20
1000~500	197	0.10614	21
500~30	580	0.31250	63
总计	1856	1	200

学生催还情况分析			
超期天数	超期本数	所占比例	样本容量
2000~1800	7	0.00277	1

1800~1600	4	0.00158	0
1600~1400	7	0.00277	1
1400~1200	12	0.00474	1
1200~1000	41	0.01621	3
1000~800	111	0.04387	9
800~600	127	0.05020	10
600~400	199	0.07866	16
400~200	335	0.13241	26
200~30	1687	0.66680	133
总计	2530	1	200

3、我们根据《国际十进制分类简表（UDC）》将图数分为十种类型，分别为：将催还数目按以上分类法进行分类统计，可得出以下结论。

### 3.1 相应书类的平均超期天数

$$\bar{t}_n = \frac{S_n}{n_n}$$

教师抽样分析			
图书分类	样本数 n	总超期天数 S	平均超期天数 $\bar{t}$
0. 总论	2	490	245
1. 哲学、心理学	4	6892	1723
2. 宗教、神学	1	354	354
3. 社会科学	25	42543	1702
4. 语言、文字学	22	40637	1847
5. 数学与自然科学	33	81147	2459
6. 应用科学、医学、技术	82	165240	2015
7. 艺术、娱乐、体育	1	4963	4963
8. 文学	18	9271	515
9. 地理、传记、历史	12	20558	1713
总计	200	372095	1860

学生抽样分析			
图书分类	样本数 n	总超期天数 S	平均超期天数 $\bar{t}$
0. 总论	3	673	224
1. 哲学、心理学	3	679	226
2. 宗教神学	0	0	0
3. 社会科学	22	4017	183
4. 语言文字学	16	6684	418
5. 数学和自然科学	23	4177	182
6. 应用科学、医学、技术	93	20828	224

7. 艺术、娱乐、体育	9	1126	125
8. 文学	26	11121	428
9. 史地	5	557	111
总计	200	49862	249

由于催还书籍事件是一个离散类问题，在此我们可以利用概率与数理统计方法对其进行分析求解。现由  $A$  代表书类，其对应关系为：

0. 总论	$A_1$
1. 哲学、心理学	$A_2$
2. 宗教神学	$A_3$
3. 社会科学	$A_4$
4. 语言文字学	$A_5$
5. 数学和自然科学	$A_6$
6. 应用科学、医学、技术	$A_7$
7. 艺术、娱乐、体育	$A_8$
8. 文学	$A_9$
9. 史地	$A_{10}$

则有：

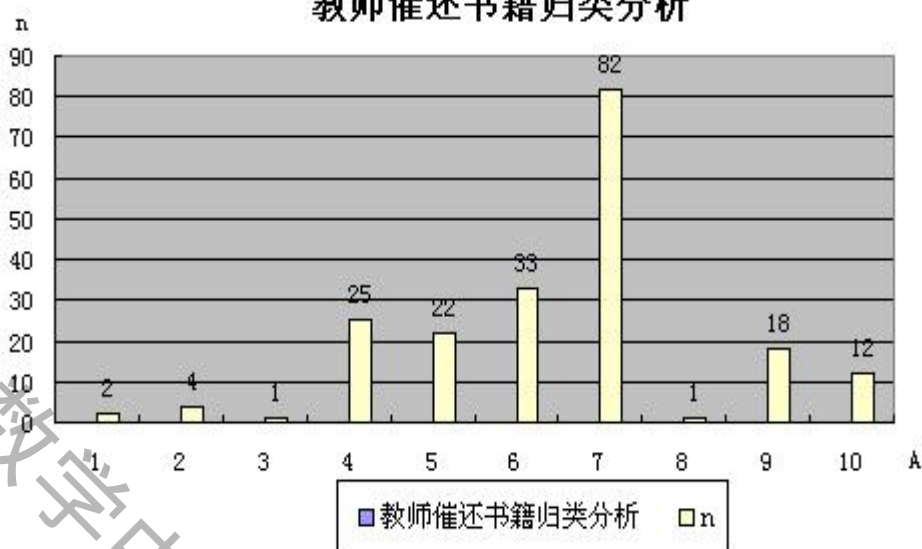
$$p = \frac{n}{200}, \quad (0 \leq n \leq 200, 200 \text{ 为样本容量})$$

教师催还书籍归类分析										
$A$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$	$A_{10}$
$n$	2	4	1	25	22	33	82	1	18	12
$p$	0.01	0.02	0.01	0.125	0.11	0.165	0.41	0.005	0.09	0.06

学生催还书籍归类分析										
$A$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$	$A_{10}$
$n$	3	3	0	22	16	23	93	9	26	5
$p$	0.015	0.02	0	0.11	0.08	0.115	0.465	0.045	0.13	0.025

其柱形图为：

教师催还书籍归类分析



学生催还书籍归类分析



由以上数据分析可知  $A_7$  类书籍为最易超期书籍,  $A_4 \sim A_9$  类书籍为较易超期书籍,  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  和  $A_{10}$  为不易超期书籍。

#### 4. 分析超期原因

由图可见  $A_7$  类书籍为最易超期书籍, 故分析其原因可将  $A_7$  作为主要考察对象。

我们在这 400 个抽样对象中发生  $A_7$  类书籍超期的数据中, 假设同一个人发生图书超期现象时, 设第  $m_1$  次应还书时间为  $t_{m_1}$  天, 第  $m_2$  次应还书时间为  $t_{m_2}$  天 ( $t > 0$  且  $t_{m_1} \leq t_{m_2}$ )。具体归因如下:

- (1) 当  $t_{m_2} - t_{m_1} = 0$  时, 即此人只借了一次书后未还, 并未发生再借书情况,

此类是第一种原因，及为无意错过还书期限。如下表：

读者证号	条形码	还期	书名	超期天数
J000000115	Z0341099I	1-Jan-08	液压气动设计计算图表	490
J000000115	1064885	1-Jan-08	机械设计基础案例教程	490
J000000115	1057591	1-Jan-08	机械设计基础案例教程	490
J000000115	857387	1-Jan-08	液压站设计与使用	490
J000000115	Z0384651J	1-Jan-08	简明机械零件设计手册	490
J000000115	713606	1-Jan-08	液压技术应用	490
J000000115	Z0341129C	1-Jan-08	液压元件	490
J000000115	Z03009048	1-Jan-08	液压工程手册	490

该老师所借书都是  $A_7$  类书籍，其中  $t_{m2} - t_{m1} = 490 - 490 = 0$ ，说明他只借了一次书后未还，并未发生再借书情况，此类是第一种原因，及为无意错过还书期限。

读者证号	条形码	还期	书名	超期天数
10133	820704	15-Nov-06	C# 编程起步	902
10133	823357	15-Nov-06	C# 程序设计	902
10133	829372	15-Nov-06	C#程序设计教程	902

该学生所借书都是  $A_7$  类书籍，其中  $t_{m2} - t_{m1} = 902 - 902 = 0$ ，说明该他只借了一次书后未还，并未发生再借书情况，此类是第一种原因，及为无意错过还书期限。

(2) 当  $t_{m2} - t_{m1} < 30$  时，即此人在第一次借书后，虽发生超期但未达图书馆催还期限（30 天）后，又发生第二次借同类书籍现象，此类是第二种原因，即由于

教学科研需要，长期使用。如下表：

读者证号	条形码	还期	书名	超期天数
Y020030008	Z0046703C	18-Oct-05	建筑结构设计施工图集=：混凝土结	1295
Y020030008	809366	11-Oct-05	中文版 AutoCAD 2004 建筑图形设计	1302
Y020030008	Z0064342B	18-Oct-05	现代钢筋混凝土结构简明构造手册	1295
Y020030008	684217	18-Oct-05	钢结构	1295
Y020030008	708009	15-Oct-05	建筑结构静力计算手册	1298

## 报名号 #1602

Y020030008	885582	15-Oct-05	AutoCAD 家装施工图绘制培训教程	1298
Y020030008	859860	18-Oct-05	钢结构技术总览	1295
Y020030008	855172	11-Oct-05	AutoCAD 2004 建筑设计精通	1302
Y020030008	801236	18-Oct-05	21 世纪计算机基础教程	1295
Y020030008	817938	18-Oct-05	AutoCAD 2004 中文版建筑施工图绘	1295
Y020030008	805740	18-Oct-05	钢与混凝土组合结构设计施工	1295
Y020030008	813877	18-Oct-05	精通 AutoCAD 2004 中文版	1295
Y020030008	775318	15-Oct-05	建筑结构原理及设计	1298
Y020030008	786467	18-Oct-05	混凝土结构计算手册	1295
Y020030008	792569	27-Sep-05	桩基工程检测手册	1316

该老师所借书都是  $A_7$  类书籍，其中  $t_{m2} - t_{m1} = 1316 - 1295 < 30$ ，说明他在第一次借书后，虽发生超期但未达图书馆催还期限（30 天）后，又发生第二次借同类书籍现象，此类是第二种原因，即由于教学科研需要，长期使用。

读者证号	条形码	还期	书名	超期天数
68266	846605	21-Oct-08	先进制造技术导论	195
68266	Z0036373E	19-Oct-08	数值计算方法及其程序设计	197
68266	696921	6-Nov-08	OpenGL 三维图形设计与制作	180

该学生所借书都是  $A_7$  类书籍，其中  $t_{m2} - t_{m1} = 195 - 180 < 30$ ，说明他在第一次借书后，虽发生超期但未达图书馆催还期限（30 天）后，又发生第二次借同类书籍现象，此类是第二种原因，即由于教学科研需要，长期使用。

(3) 当  $t_{m2} - t_{m1} > 30$  时，即此人在第一次借书未还且图书馆已催还一次的情况下，又借书且未还，此类是第三种原因，即由于罚款数目较少，所以故意拖延。

如下表：

## 报名号 #1602

读者证号	条形码	还期	书名	超期天数
35424	843510	29-Jul-08	机构构型与应用	280
35424	867352	18-Jul-08	机械原理与机械设计	290
35424	Z0055983M	13-Jul-08	机械原理课程设计手册	295
35424	Z0360059F	13-Jul-08	机械工程手册=第4卷机械设计(一	295
35424	806489	13-Jul-08	Visual Basic 数据库开发实例解析	295
35424	755049	13-Jul-08	机构设计学	295
35424	687265	13-Jul-08	常用机械零件及机构图册	295
35424	804408	13-Jul-08	机械系统设计原理=Design princi	295
35424	Z0048576M	13-Jul-08	实用机械机构图册	295
35424	1064905	13-Jul-08	复杂机械系统快速创新设计	295
35424	1014389	13-Jul-08	机械创新设计构思方法	295
35424	892076	13-Jul-08	数据库应用技术:Visual Basic 及?/font>	295
35424	Z03416309	13-May-08	自动包装机设计原理	357

此学生所借都是 A<sub>7</sub> 类书籍, 其中  $t_{m2} - t_{m1} = 357 - 280 > 30$ , 说明他在第一次借书未还且图书馆已催还一次的情况下, 又借书且未还, 此类即是第三种原因。

读者证号	条形码	还期	书名	超期天数
J000000642	865988	29-Aug-07	Power system analysis and des1	615
J000000642	Z0060728F	21-Aug-07	交直流传动系统的自适应控制	623
J000000642	Z0035208A	21-Aug-07	交流调速系统	623
J000000642	Z0048680I	21-Aug-07	现代交流传动及其控制系统=:	623
J000000642	769546	21-Aug-07	近代优化方法	623
J000000642	781234	21-Aug-07	电气传动的脉宽调制控制技术	623
J000000642	756448	21-Aug-07	SPWM 变频调速应用技术	623
J000000642	Z0059427J	18-Aug-07	供电技术	626
J000000642	Z0364280F	18-Aug-07	电力系统高次谐波	626
J000000642	Z0065477L	18-Aug-07	电力系统基础	626
J000000642	924600	18-Aug-07	静止变流器	626
J000000642	886107	18-Aug-07	供配电技术	626
J000000642	854159	18-Aug-07	电力系统并联补偿:结构、原理、?/font>	626
J000000642	846085	22-Jul-07	哈佛新鲜人:法学院第一年动荡不?/font>	653
J000000642	1025537	19-Jun-07	谐波抑制和无功功率补偿	686



该老师所借都是  $A_7$  类书籍，其中  $t_{m2} - t_{m1} = 686 - 615 > 30$ ，说明他在第一次借书未还且图书馆已催还一次的情况下，又借书且未还，此类即是第三种原因。

## 5. 解决措施

当图书馆发生超期现象时，首先应当分析其超期原因。大体上可以把超期原因分为三类：1、无意错过还书期限；2、由于教学科研需要，长期使用；3、

由于罚款数目较少，所以故意拖延。

其次，应当具体分析其超期原因并按相应的如下措施进行处理：

1、超过期限还书刊者，如果是由于罚款数目较少，故意拖延者，即第一次借书在发生超期时间  $\geq 30$  天，图书馆催还后未还，并且还继续借第二本书，那么要给予罚重款、批评教育的严肃处理。

2、借出的书刊，如因教学科研的特殊需要，学生应提交申请延长借书时间，再经过审批后适当延长还书期限。

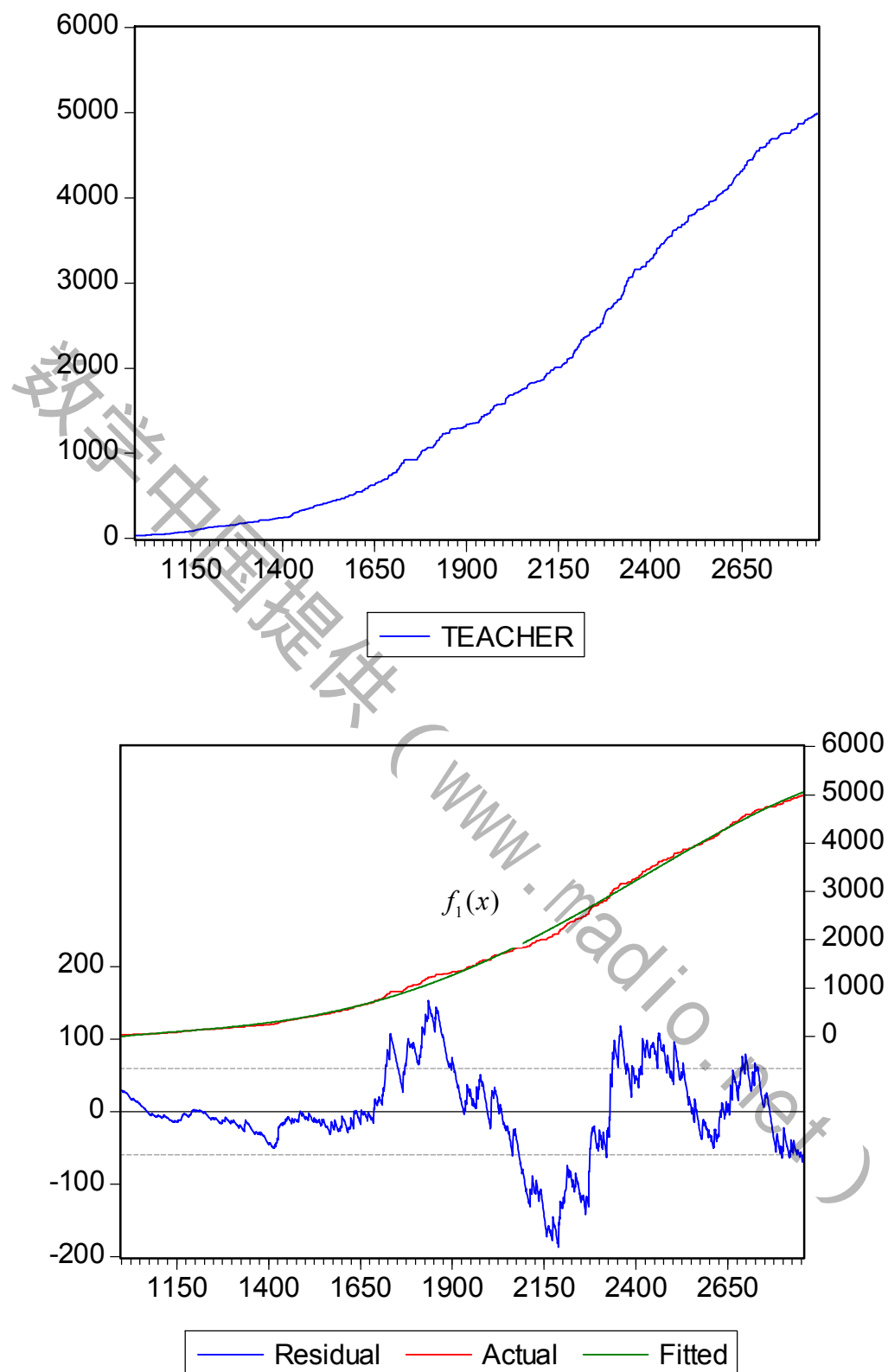
3、师生因生病或发生正常请假手续必须外出而无意错过还书期限的情况，可凭医院休假证明或请假条免交罚款。

## （二）问题二模型的建立与分析

根据同学日常支出、老师收入水平及超期天数制定相应处罚制度。

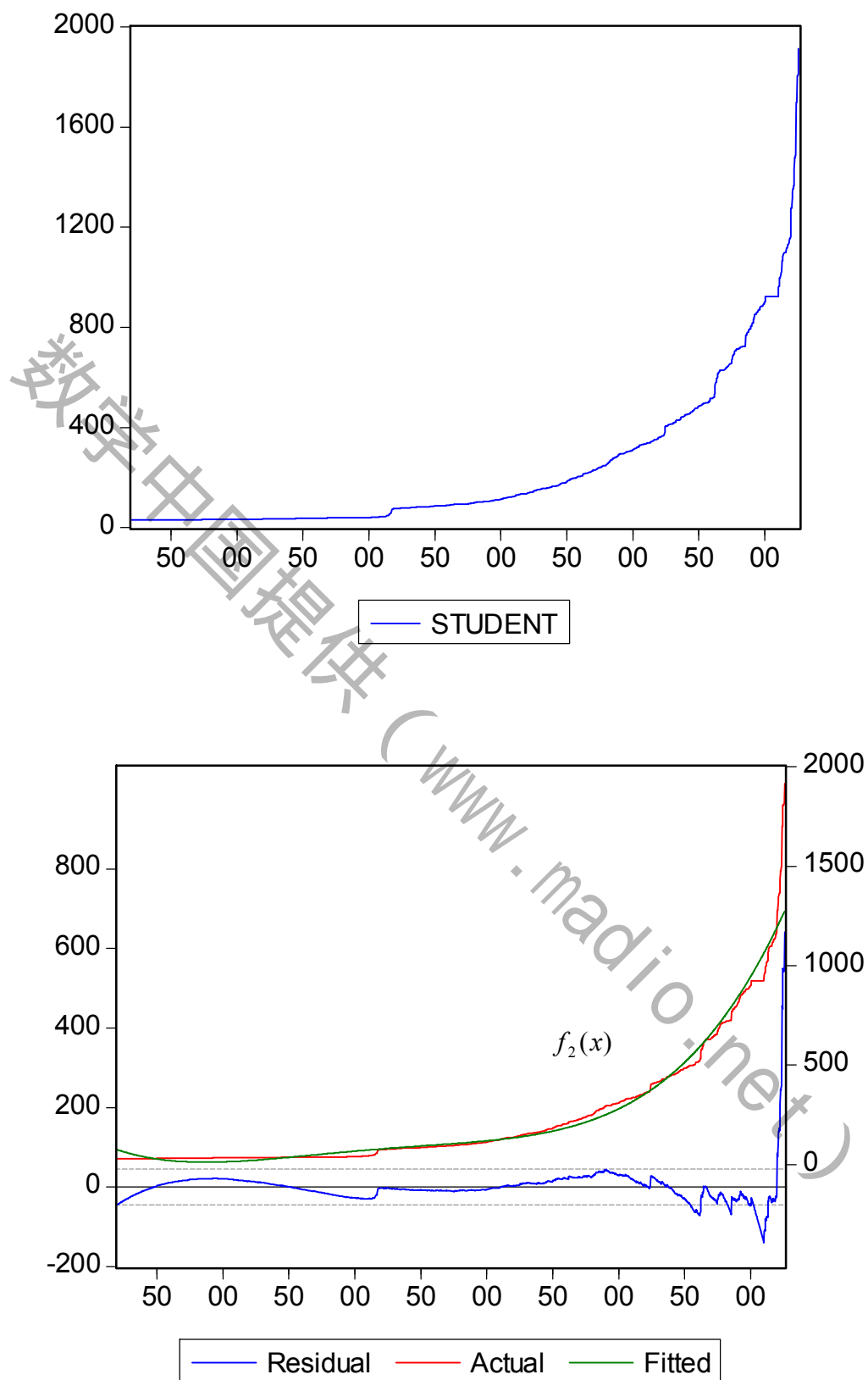
具体模型见下。

从题中所给数据来看，该图书馆存在借期过短的问题，从而导致大量图书被长期超期而不归还。要解决这一问题，一方面应该适当增加图书借阅期限，从而增加这部分人的满意度；但借阅期限的增加一定要有合理的限度，不能由于少部分人的超期而影响整个图书馆的利用率。因此我们考虑适当满足超期读者当中一部分人满意度，这就需要掌握目前超期天数的分布情况。利用 E-View 软件可作出如下图超期天数的分布图像，并拟合其函数关系式为：



## 报名号 #1602

Dependent Variable: TEACHER				
Method: Least Squares				
Date: 04/25/10 Time: 17:22				
Sample (adjusted): 1000 2854				
Included observations: 1855 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
@TREND	0.752314	0.025981	28.95578	0.0000
@TREND^2	-0.001103	7.60E-05	-14.51657	0.0000
@TREND^3	2.85E-06	6.92E-08	41.11627	0.0000
@TREND^4	-9.05E-10	1.98E-11	-45.82802	0.0000
R-squared	0.998604	Mean dependent var		1829.944
Adjusted R-squared	0.998602	S.D. dependent var		1601.930
S.E. of regression	59.89808	Akaike info criterion		11.02532
Sum squared resid	6640980.	Schwarz criterion		11.03724
Log likelihood	-10221.98	Durbin-Watson stat		0.010650



Dependent Variable: STUDENT

Method: Least Squares

Date: 04/25/10 Time: 17:35

Sample (adjusted): 1000 3529

Included observations: 2530 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	74.19527	4.473061	16.58714	0.0000
@TREND	-0.439676	0.024518	-17.93263	0.0000
@TREND^2	0.000975	3.94E-05	24.72794	0.0000
@TREND^3	-7.20E-07	2.34E-08	-30.73425	0.0000
@TREND^4	1.89E-10	4.60E-12	41.07440	0.0000
R-squared	0.976659	Mean dependent var	229.8348	
Adjusted R-squared	0.976622	S.D. dependent var	295.0016	
S.E. of regression	45.10495	Akaike info criterion	10.45784	
Sum squared resid	5137002.	Schwarz criterion	10.46937	
Log likelihood	-13224.16	F-statistic	26413.88	
Durbin-Watson stat	0.017209	Prob(F-statistic)	0.000000	

从而得出如下两条拟合曲线：

老师：  $f_1(x) = 0.752341x - 0.001103x^2 + 2.85E-06x^3 - 9.05E-10x^4$

学生：  $f_2(x) = 74.19527 - 0.439676x + 0.000975x^2 - 7.20E-07x^3 + 1.89E-10x^4$

兼顾以上几方面考虑，应该将超期期限分为几类，分别找出占总超期天数的 10%，30%，50% 考虑进来，利用方程  $\int_{30}^m f(x)dx = 0.1$   $\int_{30}^m f(x)dx = 0.3$ ， $\int_{30}^m f(x)dx = 0.5$  分别求解教师和学生当中的  $m$  值作为定超期类别的依据。利用 matlab 软件，求解结果为

表 2 定超期类别

比例	0.1	0.2	0.5
教师超期天数	201.3	1094.4	2108.9
学生超期天数	67.8	136.6	421.1

表 3 华北地区学生月生活支出情况

单位：元

		金额
学生	学期支出	4819
	每学期精神支出	$4819 \times 30\% = 1445.7$
教师	学期支出	10000
	每学期精神支出	$10000 \times 30.9\% = 3090$

由以上数据显示华北地区学生、老师平均每学期的支出额分别为 4819 和 10000，他们用于精神支出的比例分别为 30% 和 30.9%，即每学期 1445.7 元和 3090 元，对于学生我们在制定超期每日罚款额占日均精神消费时可以参考助学贷款年利率  $\div 360$  的值，对于教师超期每日罚款额可以参考住房贷款的年利率  $\div 360$  的值，因为超期罚款的目的是为了让老师和学生因感受到罚款数额而还书，但这个数额不可太小导致问题一中原因 3 的情况，也不可过高而成为学生和老师的负担，因此我们认为国家在制定贷款利率时就已经有了很大的合理性，不妨直接运用于罚款率，从而对增快图书流动率起到良好效果。

表 4 罚款额制定

单位：元

	学生	教师
贷款年利率（一年期）	5.76%	5.27%
平均日利率	0.016%	0.015%
平均日罚款额	0.17	0.33
定额	0.2	0.3

假设一个学期 20 周，则每学期 140 天，把这个罚款额度定为最低罚款额，然后再对超期罚款额的多少按照天数进行分段，即分成：

比例	0.1	0.2	0.5
教师超期天数	201.3	1094.4	2108.9
学生超期天数	67.8	136.6	421.1
罚 款 学 生	0.2	0.3	0.4

数	教师	0.3	0.4	0.5
---	----	-----	-----	-----

②对于外出出差等情况导致的无法还书的情况，各高校可以建立网上申报机制，让借阅者提供相关凭证，提前申报办理出差延期手续，并在规定期限内写清延期天数。

③对每位借阅者订立诚信档案，对归还情况良好的借阅者实行奖励机制，如：增加其借阅期限，减少其偶尔发生的延期还书情况时的罚款费用；对于归还情况不佳以及图书丢失、毁损情况时有发生借阅者实行滚动惩罚机制，即减少借阅期，增加罚款额度，停用校园餐卡、网卡等相应措施。

④对即将到期而未归还图书的借阅者发送邮件，飞信等方式提醒其归还日期，也可以通过校园网定期发布催还信息。

⑤为解决由于不能在规定时期内到达图书馆归还书籍的问题，各高校可以在教学楼，学生公寓设立还书点或放置还书箱，由图委会同学负责每天收回图书。

⑥针对预约频繁，读者需求量大需要增快流通速度的书籍，图书馆可以在有预约的情况下缩短借阅期，并告知借阅者。

## 六、模型的评估与改进方向

### (一)模型的评价

1. 这个模型依据超期天数的总体分布，将所给数据分为教师与学生两大类，更加系统、条理，更有利于数据分析。
2. 根据超期天数分层，按比例抽样，具有代表性和公平性。
3. 利用数学软件进行分析求解，更科学。

### (二)模型的改进方向：

1. 由于本文搜集的是综合性大学的图书馆数据，是一套适合指导综合性大学的读书馆智能服务系统，但是方法是一致的，只要把工科类，医学类，体育类，艺术类，外语外交类等院校的信息按照此法进行列式、计算，便可以得到相应的图书借阅倾向，使用频率等的的数据，从而指导这些类别学校的图书馆智能服务系统的建设。

2. 由于题中给出数据为催还书目借阅者的情况，并未给出正常归还图书的借阅者的情况，所以，所研究的考察对象不全面，在制定借阅期限、续借期限时无法做出最优解。

3. 图书馆中的预约书籍信息未给出，无法判断图书馆中书籍的预约情况。在模型中无法建立变量、应变变量。

### 参考文献：

- [1] 郭依群. 应用图书馆学. 北京. 清华大学出版社. 2003
- [2] 吴赣昌. 概率化与数理统计. 北京. 中国人民大学出版社. 2009
- [3] 杨启帆, 数学建模竞赛, 杭州: 浙江大学出版社, 2005

- [4] 赵静，但琦主编，数学建模与数学实验，北京：高等教育出版社，2003.6

附录：

数学中国提供 (www.madio.net)