

2008 年 第一届“数学中国杯”

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了首届“数学中国杯”数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛报名号为：1192

参赛队员（签名）：

队员 1：解红叶

队员 2：院翔

队员 3：韩一强

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：大学组

2008 年 第一届“数学中国杯”

数学建模网络挑战赛

编 号 专 用 页

数学中国提供 (www.madio.net)

2008 年 第一届“数学中国杯” 数学建模网络挑战赛

题 目 模糊算法在评价公交线路网络效率体系中的应用

关 键 词 模糊算法，层次分析，公交线路网络效率，评价

摘 要：

对于问题一，文中首先给出了影响公交线网效率的四个一级指标即平均换乘系数、满意度、线路综合指标、经济效益，并将非线性指数、线路重复系数、满载率、实载率等线路因素综合为线路综合指标，其次分别给出了算法，最后通过模糊数学方法和指派方法确定了隶属函数，从而对公交线路网效率做出了较为合理的评价。

对于问题二，我们基于问题一给出的模型，通过综合分析各种文献得到了十条城市公交线路的设计原则，依照该设计原则并我们可以初步给出新城市的公交线路设计方案。34

参赛队号 1192

| |
|------------------------------------|
| 参赛密码 <u> </u> (由组委会填写) |
|------------------------------------|

所选题目 B 题

1.问题的重述

近几年来,我国经济的迅速发展及科学技术的明显进步,体现这我国求发展、促发展的坚定信心。交通运输作为人们生活中的重要组成部分,对保证社会经济及我们的日常生活正常运转发挥着至关重要的作用。公路交通需求的增长速度与道路交通基础设施的建设速度发展不平衡,带来了很多交通问题。尤其是公交系统的发展远远滞后于城市人口的增长,导致更多的出行者选择不同种类的交通工具,进一步加深了城市交通堵塞、道路承受能力下降、环境污染加重、交通事故急速上升等一系列的严重问题,给整个社会造成了巨大的物质损失和经济损失。仅仅依靠建设道路及相关交通设施,采用过去旧的模式来发展城市公共交通,不但成本高,而且环境污染严重,对缓解城市交通堵塞,提高公交线路网络效率是十分不利的。因此,能否对城市公交线路网络效率进行合理客观的评价就显得极为重要。

2. 模型的假设

假设一:不考虑出行者从最初出发点到达第一个公交站点的步行,假设出行者的最初出发点是整个公交网络中的一个公交站点。

假设二:由专家给出一个步行换乘距离,如果两个站点距离在步行换乘距离之内时,称这两个站点为邻近站点。假设任何出行都会最大化的利用邻近站点减少换乘。

假设三:假设出行者从一个站点到达它的邻近站点都选择步行,不考虑出行者通过自行车到达邻近站点或者其它交通方式到达邻近站点的影响,因为如果出行者通过自行车到达邻近站点或者其它交通方式到达邻近站点,不容易判断邻近站点的距离长度。

假设四:在分析站点对之间的乘车次数时,不考虑不同路线不同车次以及不同车次的发车频率的影响,只考虑网络拓扑结构对网络换乘次数的影响。

假设五:在城市范围内,任意两个站点间的换乘次数小于2次,实际上对于大多数现代城市来说任意两个站点间的换乘次数大于或者等于2次是不可思议的,提出本假设是为了方便下面算法的计算。问题分析假设此公交网络中不存在单向路段。

3. 模型的说明

这个模型是根据模糊算法对多个平行指标值或非平行二级指标进行综合比较、评价的方法,我们在设立了四个一级指标后,又对其中一个重要的指标进行分解求值,并通过多方面的评价,包括对评价对象的、对评价主体的比较,由权重求得了最后各指标的计算公式及相应值。模型进行了多面简化,能够使问题简单化,易于理解。

4. 符号系统

S_i : 公交站点

N_s, N_L 分别为网络中的站点个数和线路数;

$T^{(r-1)}$ 为 $(r-1)$ 次换乘矩阵;

$T_{ij}^{(r-1)}$ 为换乘矩阵中的元素;

TMP^r 为临时矩阵; A 为邻接矩阵;

a_{ij}^r 为 A_r 的元素。

CSI: 顾客满意度指数 (Customer Satisfaction Index)

5.指标系统建立及其算法

5.1 换乘系数

平均换乘次数的计算方法

在城市公交评价系统中平均换乘次数是一项很重要的问题，平均换乘次数是反映公交网络通达性的一个重要指标，我们在参考相关专家对平均换乘次数的研究基础上，提出了考虑步行换乘的平均换乘次数的算法，并给出了相关算例。

城市交通工作者往往将公交网络以某种方式表示^[18]，以便对它的运营状况加以改善，对它的线路加以优化，一般来说，可以通过以下方式对公共交通网络的表示，公交网络的相邻矩阵与邻接表表示文献中提出了基于邻接矩阵的平均换乘次数的计算方法^[3]，首先建立邻接矩阵表示该公交路网。它用来描述图中各节点的两两对应关系，邻接矩阵 A 的元素 a_{ij} 可以定义为^[11]

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & S_i \text{ 可以到达 } S_j \\ 0, & S_i \text{ 不可以到达 } S_j \end{cases}$$

$$A = [a_{ij}]_{10 \times 10} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

在邻接矩阵 A 中，对应每一站点的行或列中，其元素“1”所对应的站点就是与该站点相邻的站点，假设此公交网络中不存在单向路段，所以只要网络中有从站点 S_i 到达站 S_j 的路径，就必然有从站点 S_j 到达站点的 51 路径。因此，这里的邻接矩阵 A 是对称矩阵。然而，对于单向运行的环形线路，或将公交线路设置在单行线路段上，这时的邻接矩阵就不再是对称矩阵了。邻接矩阵描述了公交网络中各站点两两之间的直接关系。若在矩阵 A 中第 i 行第 j 列的元素 $a_{ij}=1$ ，则表明站点 S_i 到站点 S_j 有一条长度为“1”的通路，站点 S_i 可以直达站点 S_j 。所以说，邻接矩阵描述了经过长度为“1”的通路后各站点两两之间的可达程度。在邻接矩阵 A 中，对应每一站点的行或列中，其元素值为“1”的数量，就是与站点相邻站点的数目。元素“1”所对应的站点就是与该站点相邻的站点，假设此公交网络中不存在单向路段，所以只要网络中有从站点 S_i 到达站 S_j 的路径，就必然有从站点 S_j 到达站点 S_i 的路径。因此，这里的邻接矩阵 A 是对称矩阵。然而，对于单向运行的环形线路，或将公交线路设置在单行线路段上，这时的邻接矩阵就不再是对称矩阵了。邻接矩阵描述了公交网络中各站点两两之间的直接关系。若在矩阵 A 中第 i 行第 j 列的元素 $a_{ij}=1$ ，则表明站点 S_i 到站点 S_j 有一条长度为“1”的通路，站点 S_i 可以直达站点 S_j 。所以说，邻接矩阵描述了经过长度为“1”的通路后各

站点两两之间的可达程度。这种方法通过依次计算“公交 n 次换乘矩阵”的方法来计算网络平均换乘次数^[18]。在这之前需引入可达矩阵(reachabilitymatrix)概念。可达矩阵(简称 R)描述了各个公交站点之间经过一定长度的通路可以到达的程度。 R 有一个重要特性, 即推移律特性。当站点 S_i 经过长度为 1 的通路直达站点 S_k , 而站点 S_k 经过长度为 1 的通路直达站点 S_j , 则站点 S_i 经过长度为 2 的通路直达站点 S_j 。所以, 可以利用邻接矩阵, 通过推移律求出可达矩阵^[15], 令 $A_1 = (A+I)$, 这里 I 为单位阵。则

$$A_1 = (A+I) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

矩阵 A_1 描述了各站点间经过长度不大于 1 的通路后的可达程度。 $A_2 = (A+I)^2$ 即 A_1 的平方, 并用布尔代数运算(即 $0+0=0$, $0+1=1$, $1+1=1$, $1 \times 1=1$, $0 \times 0=0$)规则进行运算。可得

$$A_2 = (A+I)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

矩阵 A_2 描述了各站点间经过长度不大于 2 的通路后的可达程度。注意到, 矩阵 A_4 的所有元素均为 1, 易知 $A_4=A_5=[1]_{10 \times 10}$ 根据可达矩阵的定义可知, A_4 即为可达矩阵。它说明在此公交网络中, 经过长度为 4 的通路, 各站点间均可互达。一般地, 通过依次运算后可得 $A_1 \neq A_2 \neq A_3 \neq A_{(r-1)} \neq A$, $r \leq N_s - 1$ 如果存在 $A_{r-1} = A_r$, 则我们定义 $A_r = R$ 为可达矩阵。它表明各公交站点间经过长度大于 $N_s - 1$ 的通路后可以到达的程度。对于含有 N_s 个公交站点的公交线网, 最长的通路其长度也不超过 $N_s - 1$ 。 $i, j \in (1, 2, \dots, N_s)$

为站点号; $k \in (1, 2, \dots, N_L)$ 为线路编号; N_s, N_L 分别为网络中的站点个数和线路数; $T^{(r-1)}$ 为 $(r-1)$ 次换乘矩阵; $T_{ij}^{(r-1)}$ 为换乘矩阵中的元素; TMP^r 为临时矩阵; A 为邻接矩阵; a_{ij}^r 为 A_r 的元素。

首先基于同一公交线路上各站点可以直达的基本原理, 将 0 次换乘矩阵 (即直达矩阵) T^0_{ij} 相应位置置 “1”, 表示可以直达。然后, 计算 $A_1 = (A + I)$, 找出 $T^{(0)}_{ij}$ 为 “0”, 而 A_1 中相同位置为 “1” 的元素, 将 $T^{(0)}_{ij}$ 修改为 “1”, 这样就得到了完整的直达矩阵。若该直达矩阵中所有元素均为 “1”, 则说明网络中各站点之间均可以直达, 不需换乘。如果不全为 “1”, 则说明某些站点间需要换乘。用布尔代数规则计算 $A_r = (A + I)^r$, 并求出临时矩阵 $A_r - A_{r-1}$,

TMP^r_{ij} 说明站点 S_i 和站点 S_j 之间若经过 $r-1$ 次换乘可以到达, 将 $r-1$ 次换乘矩阵 $T_{ij}^{(r-1)}$ 相应元素置 “1”。在计算网络内乘客平均换乘次数 ATT (Average Transfer Time) s 时, 需输入各个站点间在特定时段的客流量。再利用下面的公式^[3], (其中 S_{ij} 表示站点

$$ATT = \frac{\sum_{r=1}^4 \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} S_{ij} \cdot T_{ij}^{(r-1)} \cdot r}{\sum_{j=1}^{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} S_{ij}}$$

i 和站点 j 之间的客流量)。

即可求出平均换乘次数

当然计算平均换乘次数的方法还有很多, 例如文献^[1]提出了一种基于网络变换的公交系统最短路径算法。公交网络经过网络变换, 有换乘的网络问题被变换为没有换乘的网络问题, 并且能通过 Dijkstra 算法计算一个起始点到其余所有站点的最短路径。韩传峰, 胡志伟提出了利用网络图的方法来表示公交网络, 并且提出了“距离矩阵”的概念。

基于 floyd 算法的平均换乘次数的计算方法上述基于邻接矩阵的平均换乘次数的计算方法中, 建立了邻接矩阵与直达矩阵来计算公交网络的换乘次数, 它假设公交网络都是双向的, 但是在实际情况中, 单向的公交线路也很多。本文将公交网络转换成一个有向图, 图中的顶点为公交站点, 图中任意两点之间如果有边相连则代表这两个公交站点有线路相通, 边上的箭头代表了线路的方向, 所有相连接的边的距离为 1, 因此, 从任一点 A 点到任一点 B 点的最短路长度减 1 就是 A 站点到 B 站点的换乘次数。

Floyd 算法对公交网络的总换乘次数进行计算, 计算方法简单, 在网络比较大的时候也适用。Floyd 算法可求出任一顶点之间的最短通路。首先将顶点编号为 $1, 2, 3, \dots, N$, 令 d_{ij}^m 表示从顶点 i 到 j 的一条最短通路的长度, 在这条路中, 只允许前 m 个顶点,

即顶点 $1, 2, \dots, m$ 作为中间顶点: 若没有这样的路, 则令 $d_{ij}^m = \infty$, 由此及彼可知, d_{ij}^m 表

示从顶点 i 到 j 的最短通路的长度, 且无中间顶点。对所有的顶点 i , $d_{ij}^m = 0$ 。令 D^m 为 $N \times N$ 的矩阵, 它的 (i, j) 元素为 d_{ij}^m 。若已知图中每条弧的长度, 则可确定 D^0 。Floyd 算法的基本思路: (1) 从顶点 i 到 m 的最短通路, 记作 d_{im}^{m-1} , 即只容许前 $m-1$ 个顶点, 即顶点 $1, 2, \dots, m-1$ 作为中间顶点。(2) 从顶点 m 到 j 的最短通路长度, 记作 d_{jm}^{m-1} , 即只容许前 $m-1$ 作为中间顶点。由 (1) 和 (2) 两条路合并: $d_{im}^{m-1} + d_{mj}^{m-1}$ (4) 从顶点 i 到 j 的最短通路长度, 记作 d_{ij}^{m-1} 。从 (3) 和 (4) 给出的两条路中较短的一条必定是只允许前 $m-1$ 个顶点作为中间顶点的从顶点 i 到 j 的最短通路的长度, 即注意, 对所有的 i, m , 均有 $d_{ij}^m = 0$ 。Floyd 算法的求解过程: 第一步: 将图中的顶点编号为 $1, 2, \dots, N$, 确定初始矩阵 D^0 D^m , 其中 (i, j) 元素为从顶点 i 到 j 的最短弧的长度; 若没有这样弧, 则令 $d_{ij}^0 = 0$, 且对于 i , 令 $d_{ii}^0 = 0$ 。

第二步: 对 $m=1, 2, \dots, N$, 依次由 d_{ij}^{m-1} 的元素确定 D^m 的元素, 利用递归公式 $d_{ij}^m = \min\{d_{im}^{m-1} + d_{mj}^{m-1}, d_{ij}^{m-1}\}$ 每当确定一个元素时, 就记下它所走过的路。在算法终止时, 矩阵 D^N 的 (i, j) 元素就表示从顶点 i 到 j 的最短通路的长度。

5.2 满意度

公交线路网络乘客满意度

满意度, 是一个相对的概念, 即是指旅客对公交系统服务的一种期望值与其实提供的

服务水平之间的匹配程度。因此, 常规公交系统满意度的高低, 可以通过调查和收集资料, 按照一定的标准, 对服务水平进行评价得到。通常认为公交系统的满意度值为 $0-0.2$ 时, 公交系统服务水平为差; 公交系统的满意度值为 $0.02-0.04$ 时, 服务水平为较差; 满意度值为 $0.4-0.06$ 时, 服务水平为一般; 公交服务满意度值为 $0.6-0.8$ 时, 服务水平为较好; 满意度值为 $0.8-1.0$ 时, 服务水平为好。要进一步评价分析常规公共交通系统的服务水平, 必须对城市常规公共交通服务满意度指数进行研究。

顾客满意度指数 (Customer Satisfaction Index) [5], 即 CSI。它最初是作为一种反映产品质量的经济指标而被使用, 随着 CSI 指标在世界各国的广泛应用, CSI 已经被公认为用来测定顾客对产品或服务满意程度的质量指标。

评价满意度的原则方法通常, 在建立满意度指数体系时, 要遵循以下原则 [4]:

重要性保证: 建立的顾客满意度测评指标体系, 必须是顾客认为重要的。由“顾客来确定”是最基本的要求, 即要把握顾客的需求, 选择顾客认为最关键的测评指标。

可操作性: 测评指标必须能够控制。顾客满意度测评会使顾客产生新的期望, 促使

被测量对象采取改进措施。

可测量性:测评指标必须是可测量的。顾客满意度测评的结果是一个量化的值,因此设定的测评指标必须是.可以进行统计、计算和分析的。

评价满意度的具体方法:

首先,由于顾客期望、顾客对质量和价值的感知,顾客满意度等,都不是可以直接测评的。因此通过对顾客的满意度调查结果进行分析,直到形成一系列可以直接测评的指标,这些逐级展开的测评指标构成了顾客满意度测评指标体系。其次,有些指标,是可以通过针对一定的行业标准,对所调查得到的数据进行分析判定。因此,还需要结合相关行业的标准,对调查的数据结果进行分析,最后得到满意度值。测评乘客满意度关键要解决两个问题。一是如何测评市民乘客对公交服务程度的满意度;二是如何确定权数。具体地讲,有乘客满意度调查表的设计、调查乘客的选取调查表的回收率和有效率,以及权数的确定等。这里我们只讨论调查乘客的选取问题,毫无疑问,按随机原则调查乘客。但我们认为,在实际中为了保证调查乘客的广泛代表性、降低抽样误差,以期尽可能地反映真实的乘客满意度,应将乘客分类,分别按随机原则从每一乘客中抽取一部分进行调查。根据不同乘车需求,有不同的乘客的分类。如乘客可按性别、年龄、文化程度、职业、收入、居住地区等分类,也可按固定与非固定、乘车时间长短、目标与非目标乘客等分类。在此基础上,调查的结果还应通过统计显著性检验,测评出来的乘客满意度指数才有意义。

二、乘客满意度测评基础技术

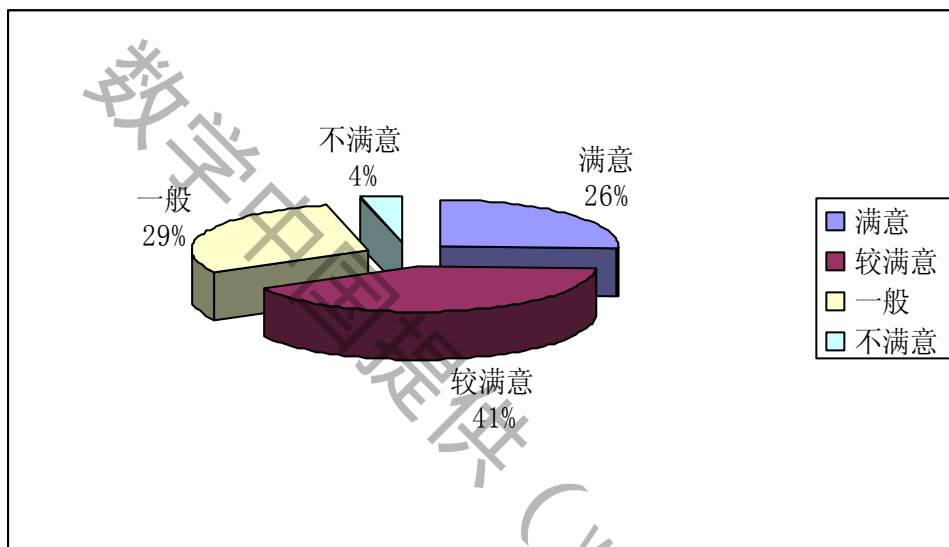
一般地讲,从调查项目及其调查内容两个层次来测评某一产品(服务)的顾客满意度。由各调查内容的满意度加权就得到某一调查项目的满意度,再由各调查项目的满意度加权就得到该产品(服务)的满意度。这里,由于乘车人员复杂,并且需要极大的广泛度,所以我们不再讨论这个问题(注:参见刘宇:《顾客满意度测评方法》,《数量经济技术经济研究》2001年第2期)。但从中我们发现,乘客满意度的测评基础技术集中体现在以下两个方面:一是区分不同的类别乘客的评价,二是不同类别乘客评价的综合(注:这里,不考虑调查表的设计等其他问题,并假定调查表有足够大的回收率)。这是我们要讨论的问题。不失一般性,我们将顾客分为两类:顾客I和顾客II。对每一项调查内容,我们将顾客的评价分为四个等级:满意、较满意、一般、不满意,并且规定它们的满意度评分分别为91~100分、71~90分、61~70分、40~60分。显然,不同类别乘客的评价受自身的状况影响,如不同职业、不同收入、不同地区、不同性别的顾客对同一调查内容的评价会因自己的偏好而存在主观上的差异。因此,在调查中要区分不同类别的顾客,并且这种区分要符合实际,在本问中,我们研究的是乘客满意度,则个人因素必须具备易获得性,固仅取乘车频率与乘车长度两项(简化)。此外,还要保证每个类别乘客都有足够多的乘客被调查到(假设其充分性)。这样做,不仅有利于测评的满意度结果符合实际,也有利于对城市公交线路网设计及处理实施有针对性的改进。使得城市公交线路网络效率更合理、更完善。

满意度调查表如下图所示:

| 满意度调查 (请在您认为恰当的栏目下打“√”) | | | | | | | |
|-------------------------|------|-----------------------|-----------|----|-----|----|-----|
| 序号 | 内容 | 乘车频率 (经常 A、有时 B、很少 C) | 乘车长度 (站数) | 满意 | 较满意 | 一般 | 不满意 |
| 1 | 安全行车 | | | | | | |
| 2 | 服务态度 | | | | | | |

| | | | | | | | |
|--------|------|--|--|--|--|--|--|
| 3 | 车容车貌 | | | | | | |
| 4 | 准时准点 | | | | | | |
| 5 | 舒适程度 | | | | | | |
| 意见和建议： | | | | | | | |

满意度调查表进行结果统计, 统计得出类似如下城市的离散性三维饼图:



对某市公交枢纽地段进行公交线网络乘客满意度调查后, 对结果进行计算加权。

此外, 我们给出另一种具体算法:

据专家指出, 乘客对公交系统的满意度加权系数如图所示

(x_i 取值标准: 满意 91-100, 较满意 71-90, 一般 61-70, 不满意 60 以下)

$$x_i \text{ 均值} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

| 测评指标 | 加权系数 λ_i | x_i 均值 |
|------|------------------|----------|
| 安全行车 | 0.35 | A1 |
| 服务态度 | 0.25 | A2 |
| 车容车貌 | 0.1 | A3 |
| 准时准点 | 0.2 | A4 |
| 舒适程度 | 0.1 | A5 |

此表中

CSI——乘客满意度指数

λ_i ——第 i 项加权系数

x_i ——乘客对第 i 项指标的评价

$$x_i \text{ 均值} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$CSI = \sum \lambda_i x_i \quad (x_i \text{ 为均值})$$

5.3 线路综合

城市公共交通线路重复系数

线路重复系数指营业线路总长度与线路网长度的比值。

其一般情况下可以考察公交线路在路网中设置的平衡性，以判断“热门”和

“冷门”线路的多少，反映了公交线路一定的工作效率，是公交线路网络效率评价中必不可少的指标，线路重复系数一般是指公交线路走向的重复情况，该指标越低，表示线路重复程度越小，其计算方法为运营线路总长度与运营线网的长度之比。其值在公共交通发达的城市一般在 1.25—2.5 之间

线路评价指标：

我们将满座率、实载率、非零度、重复系数、线路长度、非直线系数等六个线路评价指标做为一个综合评价指标，并对其进行分析，并在专家已指出权重的基础上。通过二级指标算出这个综合指标系数，后称其为线路综合系数。

| 二级指标 | 满座率 | 实载率 | 非零度 | 重复系数 | 线路长度 | 非线形 |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 因素集 | M_1 | M_2 | M_3 | M_4 | M_5 | M_6 |
| 权重 | 0.22 | 0.19 | 0.12 | 0.16 | 0.15 | 0.16 |

根据以上表中的二级指标的评价值构成矩阵的表格形式如下图所示：

| 线路 R_i | 满座率 | 实载率 | 非零度 | 重复系数 | 线路长度 | 非线形 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| R_1 | m_{11} | m_{21} | m_{31} | m_{41} | m_{51} | m_{61} |
| R_2 | m_{12} | m_{22} | m_{32} | m_{42} | m_{52} | m_{62} |
| R_3 | m_{13} | m_{23} | m_{33} | m_{43} | m_{53} | m_{63} |
| R_4 | m_{14} | m_{24} | m_{34} | m_{44} | m_{54} | m_{64} |

| | | | | | | |
|-----------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| R_{n-1} | $m_{1,n-1}$ | $m_{2(n-1)}$ | $m_{3(n-1)}$ | $m_{4(n-1)}$ | $m_{5(n-1)}$ | $m_{6(n-1)}$ |
| R_n | m_{1n} | m_3 | m_{3n} | m_{4n} | m_{5n} | m_{6n} |

因为各线路权重满足求和为一。列出该综合指标因素的评判矩阵如下所示：

$$M = (m_{ij})_{n \times 6} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} & m_{16} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} & m_{26} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{(n-1)1} & m_{(n-1)2} & m_{(n-1)3} & m_{(n-1)4} & m_{(n-1)5} & m_{(n-1)6} \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & m_{n4} & m_{n5} & m_{n6} \end{pmatrix}$$

进行矩阵合成运算得线路评价值为 $\tilde{Z} = \sum_{i=1}^6 \tilde{m}_i \tilde{M}_i$

因 $\tilde{M} = (\tilde{M}_1, \tilde{M}_2, \tilde{M}_3, \tilde{M}_4, \tilde{M}_5, \tilde{M}_6)^r$

$$\tilde{Z} = \sum_{i=1}^6 \tilde{m}_i \tilde{M}_i$$

由此可以得到该指标的综合评价价值。

5.4 经济效益

5.4.1 公交系统经济效益对线路网络效率及城市经济发展的重要作用：

根据 OECD 国家铁路的规模经济系数为 1.102^[7]，略大于 1，因此规模效益似乎还是存在的。运输业的范围经济 (economies of scope)^[9]，是指与分别生产每一种运输产品相比较，共同生产多种运输产品的平均成本可以更低，这可以是指某一运输网络或网络某一部分（如线路、节点、车辆和车队等）的情况。运输业的规模经济和范围经济概念与一般工商业的规模经济和范围经济既相通又有不同：相通在于规模经济都是指产量增加会引起平均成本降低，范围经济都是指共同生产多种产品比分别生产时的成本要低；不同主要是由运输产品的特殊性引起的，而这个特殊的多产品行业使得其规模经济与范围经济几乎无法分开，并使它们通过交叉方式共同构成了运输业的网络经济。而运输密度经济则是包括它的组成内容线路通过密度经济、载运工具能力经济、车队规模经济和港站处理能力经济，主要地是属于规模经济的范畴（尽管这种规模经济可能需要多运输产品的范围经济支持），而幅员扩大则除了在一定程度上产生运输距离经济因而属于规模经济之外，也由于其服务网点增多必然导致的更多不同运输产品，因此还主要地体现为范围经济。

单纯的运输密度经济应该在运输网络幅员^[10]不变的条件下进行分析，同样，单纯的幅员经济则要在组成网络的各线路运量密度不变的条件下进行分析；但显然也会存在同时发生变化的情况，此时运输密度经济与幅员经济同时存在，这也正是刻划

运输总量增加的规模经济和刻划更多产品的范围经济共同发挥作用的情况对运输业基于网络特性的规模经济与范围经济的研究，对把运输经济学建立在合理和可靠的学术基础上，而不是简单挪用经济学的概念与方法，具有决定性的作用。这种研究的深入进行，对判明不同运输行业及各种运输类别的市场结构、对运输企业边界的确定、对政府机构制定明确和有针对性的各项运输政策、建立合理和有效的运输业管理体制都具有重要的实践意义。

5.4.2 公交效益的影响因素及指标

进一步和在新起点上的经济计量分析，很多西方学者的计量分析结论，都是在概念定义不清的情况下得出的，需要在网络经济的基础上重新验证和解释，或需要重新组织经济计量分析，特别要重视有关运输经济计量分析中多指标向量模型的研究。运输经济分析中有一些经常要用到的重要指标，如运输线路长度或服务网点数、线路通过密度、港站客货吞吐量、运输距离、净载重、实载率、航班或服务频率等，其中的每一个指标都可用于刻划运输网络的某一个重要特性，正确并有效利用这些指标的多向量模型，是正确分析运输网络经济及其各种表现的关键。此外，运输业的网络特性除了包括其网络经济的特性，还应包括网络的其他特性，例如辖区外部性、与网络密切相关的车辆回空及联合产品问题、网络设施的准公共物品特性、网络型产业确定产权的难度等。运输业网络特性的各个方面都需要继续深化认识。

算法的指出：可建立如下表所示的不定量分析表：

| | 考察因素 | | | | | | |
|------|--------|-------|--------|---------|------|-----|-----|
| 实际状况 | 运输线路长度 | 服务网点数 | 线路通过密度 | 港站客货吞吐量 | 运输距离 | 净载重 | 实载率 |
| 合理 | | | | | | | |
| 一般化 | | | | | | | |
| 不合理 | | | | | | | |

通过问卷调查的形式，在充分考虑回收率的假设下，进行统计求解。并通过各指标的权重根据 5.2 章节中的方法进行计算。

6.模型的建立与求解

本文采用模糊的目的在于运用现代化的交通规划理论及计算机技术，评价现有的城市公交线路网络效率作出评价，找出存在的问题及可能发挥的潜力，把握公交总体发展水平，将为公交进一步发展提供规划、建设、管理等方面的依据，从而最大程度地使城市公共交通系统达到最大效率，对整个城市交通管理起到积极的推动作用。

模糊评价的方法有一、二级、多级综合评价利用多级评价方法模糊综合评价法就是应用模糊变换原理和最大隶属度原则，考虑与被评价方案的各个指标，对其所作的综合评价。

一、设 $U = \{U_1, U_2, U_3, U_4, U_5\}$ 为影响城市公交线路网络效率的 4 种因素（或指标）

| U_1 | U_2 | U_3 | U_4 |
|-------|-------|-------|-------|
| 换乘系数 | 满意度 | 公交线路 | 经济效益 |

2、我们采用百分制式的为决策评语

$V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$ 为决策评语

评价指标

| | 评价指标 | 成绩区间 | 中值 |
|-------|------|-----------|------|
| V_1 | 优 | [100, 95] | 97.5 |

| | | | |
|-------|----|----------|----|
| V_2 | 良 | [94, 85] | 90 |
| V_3 | 中 | [84, 75] | 80 |
| V_4 | 较差 | [74, 65] | 70 |
| V_5 | 差 | [64, 50] | 57 |

评价集的选取

取 {97.5, 90, 80, 70, 57} 作为评价标准

二、确定因素的重要程度

确定各因素的重要程度 a_i 是模糊评价的关键。我们采用层次分析法的特征最大根值

方法来确定，对于 U 中的任意两个元素 u_i, u_j 在这里 $i=j$ 可以成立采用 1—9 标度法判断 u_i 相对于 u_j 的重要程度

进行两两比较得到判定矩阵

所求特征向量就是评价因素重要性，即权重分配

计算特征向量的方法如下

1) 令 $|\lambda I - P| = 0$ ，求出所有特征并找出最大特征根 λ_{\max} 。

(2) 令 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)^T$ ，通过解线性方程组 $(P - \lambda_{\max} I)(\alpha) = 0$ 用求出 λ_{\max} 所对应的特征向量

判断矩阵一致性检验 $CR = \frac{CI}{RI}$

式中：CI 为判断矩阵的一般一致性指标且 $CI = \frac{\lambda_{\max} - 1}{n - 1}$

n 为判断矩阵的阶数；RI 为判断矩阵的平均一致性指标。

取值如表所示

平均一致性指标

| | | | | | | | | | |
|----|---|---|------|------|------|------|------|------|------|
| N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| RI | 0 | 0 | 0.58 | 0.96 | 1.12 | 1.24 | 1.32 | 1.41 | 1.45 |

如果 $CR < 0.1$ 时，认为判断矩阵具有满意的一致性，故继续利用层次分析来确定各因素的重要程度：

根据评价集的选取，以及专家指出各因素评价标准的五个分级值，如下图所示：

| | | | | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 评价指标 | D_1 | D_2 | D_3 | D_4 | D_5 |
| 换乘系数 | 0 | 0.75 | 1.50 | 1.75 | 2.00 |
| 满意度指数 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 | 1.00 |
| 公交线路综合指数 | 1.00 | 1.50 | 1.75 | 2.00 | 2.25 |

| | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|
| 经济效益 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 | 1.00 |
|------|------|------|------|------|------|

接着我们进行权重向量 A 的确定：

采用的权重向量为 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\} = \{0.32, 0.25, 0.23, 0.20\}$

对于越大越优的指标，采用升半梯形分布函数和线性三角函数得：

$$u_{\text{优}}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq D_1 \\ \frac{x - D_1}{D_1 - D_2}, & D_2 < D_1 \\ 0, & x \leq D_2 \end{cases}$$

$$u_{\text{良}}(x) = \begin{cases} 0, & x < D_3 \text{ 或 } x \geq D_1 \\ \frac{D_1 - x}{D_1 - D_2}, & D_2 \leq x < D_1 \\ \frac{x - D_3}{D_2 - D_3}, & D_3 \leq x \leq D_2 \end{cases}$$

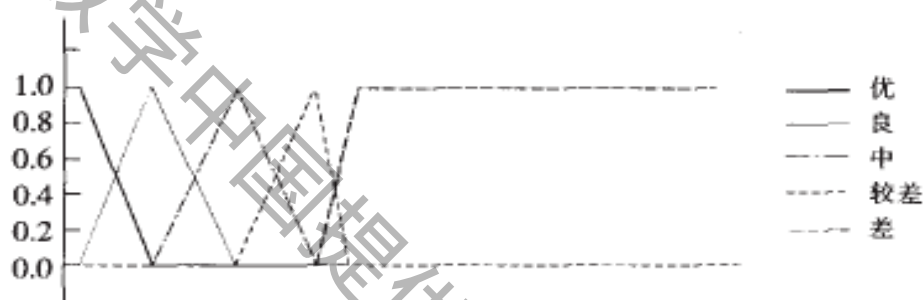
$$u_{\text{中}}(x) = \begin{cases} 0, & x < D_4 \text{ 或 } x \geq D_2 \\ \frac{D_2 - x}{D_2 - D_3}, & D_3 \leq x \leq D_2 \\ \frac{x - D_3}{D_3 - D_4}, & D_4 \leq x \leq D_3 \end{cases}$$

$$u_{\text{较差}}(x) = \begin{cases} 0, & x < D_5 \text{ 或 } x \geq D_3 \\ \frac{D_3 - x}{D_3 - D_4}, & D_4 \leq x \leq D_3 \\ \frac{x - D_5}{D_4 - D_5}, & D_5 \leq x \leq D_4 \end{cases}$$

$$u_{\text{差}}(x) = \begin{cases} 0, & x \geq D_4 \\ \frac{D_4 - x}{D_4 - D_5}, & D_5 \leq x \leq D_4 \\ 0, & x < D_5 \end{cases}$$



对于越小越优的指标, 采用降半梯形分布函数和线性三角函数则有如图特征:



再次建立与之相应的评价矩阵 $R = (r_{ij})_{mn}$

利用一级模糊综合评判: 得到 $B(b_{ik})$, 模糊算子采用环合法即 $b_{ik} = \min \left\{ 1, \sum_{j=1}^{p_i} a_{ij} r_{ijk} \right\}$, 并将

评判矩阵 B 归一化, 求出综合评价值 W .

7. 对某城市线路布局的设计方法

- 1 设计原则兼顾乘客和公交企业二者利益的同时,
- 2 线路的走向尽量与主要客流流向一致, 以满足乘客乘车需要;
- 3 按最短距离布设线路, 使全服务区乘客总出行时间最小^[13]
- 4 使规划区域的线路网络覆盖率最大、路线重复系数最低, 没有公交空白区;
- 5 使线路上的客流分布均匀, 充分发挥运载工具的运能, 使公交企业的经济效益最佳。
- 6 规模较小的城市中, 采用穿越市中心的直径线有两个好处: 一是能减少换乘次数二是不需要在市中心商业区, 设立大型首末站, 能节约宝贵的土地, 并有利于市中心的交通组织和管理。
- 7 线路长度的限制: 线路的最佳长度与平均运距有关。平均运距指平均每一乘客出行的乘车距离。为了减少平均换乘次数, 线路平均长度应大于平均运距。线路过短, 效益不佳, 换乘次数增加; 线路过长, 车辆班次安排和调度有困难, 工作人员容易疲劳。
- 8 线路非直线系数的限制: 线路拐弯过多, 行驶不便, 也易引起道路阻塞。
- 9 线路的路段客流量不均匀系数的限制: 路段不均匀系数是指统计时间内营运线路某段客流量与平均路段客流量之比值。路段不均匀系数大于 1 的路段称为客流高峰路段, 必

要时考虑在规定时间内开辟区间车。

10 乘客平均换乘次数的限制：

总结：按以上原则设计公交线路，从社会效益来看：乘客和公交公司的利益在数学模型中得到很好的体现。首先不仅公交乘客出行直达率提高了，而且公交乘客出行的平均乘距、平均步行时间和平均等车时间均减少了；其次线网调整后的路线重复系数已达到合理的技术要求。在城市公交线网总长度不变的情况下，将路线重复过多的部分取消，用之补开居民急需的空白路段，使线网分

布合理化，线网密度提高，较大程度上方便乘客出行；最后通过线网优化不但缓解了当前大城市的道路紧张状况，而且促进了城市经济的发展。

8.模型改进

传统的模糊评价方法，其指标权重的确定一般采用专家法比较主观，而指标权重对评价结果具有重大影响，可以因此影响到结论的客观性。为了使评价结果更加客观的情况，我们可以采取数据标准化、等级量化、灰色量化、差值法等方法。评价体系建立过程中我们应尽可能考虑所有影响因素，同时要求每项因素具有可测性和可比性。

9.模型评价

1、本文的优点在于比较客观的给出了影响公交线路网络效率的指标，而且各指标有响应的确定重要程度的方案，对于模型的建立我们采用了层次分析与模糊评价方法相结合的综合评价方法。该模型具有广泛的适用范围。我们还给城市的评价给予评价评语。网络效率的四个重要指标，而对于城市公交系统的可持续发展、城市规划却定发展目标和要求、场站建设、素的影响。在确定隶属度时，我们还可以采用模糊统计法与指派方法相结合。

2、能采用统计规律且实施方案较简单的指标才采用比较客观的模糊统计方法

3、具体的统计方法如下

模糊统计实验必须包含下面的四个要素：

- (1) 论域 U ；
- (2) U 中的一个固定元素 x_0 ；
- (3) U 中的一个随机变动的集合 A^* （普通集）；
- (4) U 中的一个以 A^* 作为弹性边界的模糊集 A ，对 A^* 的变动起着制约作用，其中 x_0 属于 A^* ，或 x_0 不属于 A^* ，致使 x_0 对 A 的隶属关系是不确定的。

假设我们做 n 次模糊统计试验，则可计算出

$$x_0 \text{ 对 } A \text{ 的隶属频率} = \frac{A^* \text{ 的次数}}{n}$$

事实上，当 n 不断增大时，隶属频率趋于稳定，其频率的稳定值称为 x_0 对 A 的隶属度，即

在模型的模糊评价

对于比较复杂的系统要比较准确的评价它的公交线路网络效率的指标，关键是却定各个指标的重要程度（权重），还需要考虑各指标的关联度。

$$\mu_A(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_0 \in A^* \text{ 的次数}}{n}$$

此外，我们考虑了多种指标系统，从中选取比较重要的指标来评价线路网络效率，在综合评价过程中，受调查数据来源的限制，评价指标的选取还有一不定期的局限性，以后有待于进一步完善；同时评价方法的应用单一。在对不同的定性指标进行量化时的标准和依据，有待于在实践中检验。总之，模糊数学作为一门研究模糊现象的学科，其评价的科学性、准确性、直观性和方便性已经得到广泛的共识。模糊评价法的宗旨在于运用现代化的交通规划理论、模糊数学及计算机技术，在现有城市道路系统和公共交通运力的基础上，通过对城市公交线网进行合理布局，对现有公交运力进行优化组合，从而最大程度地发挥城市公共交通。文章存在的不足之处是：欠缺一些具体数据，理论应用较为简化。对较为细节的部分问题没有进行更为细致的考虑。

10.参考文献

- [1]师桂兰,邓卫,葛亮.基于平均换乘的城市公交线网性能评价.洛阳大学学报,2003,18(4):26—31
- [2]汪江洪.公交换乘系统研究及其评价.2006.10
- [3]胡坚明.智能公共交通系统关键理论和实施技术研究【D】.吉林大学博士学位论文,2001
- [4]刘宇:《顾客满意度测评方法》,《数量经济技术经济研究》2001年第2期.
- [5]刘宇、葛新权:《顾客满意度指数及其构造》,《数量经济技术经济研究》2001年第10期.
- [6]韩传峰,胡志伟.城市公交路网性能评估的网络图方法〔J〕.系统工程,2003,21(3):58-61
- [7]钱德勒.(1990)企业规模经济与范围经济:工业资本主义的原动力.张逸人等译.北京:中国社会科学出版社,1999.
- [8]Caves D W, Christensen L R and Swanson J A. Productivity Growth Scale Economies and Capacity Utilization in US Railroads. 1955—1974. American Economic Review 1981
- [9]荣朝和,高宏伟.运输业规模经济计量方法的探讨.北方交通大学学报,1999,(3):1—6
- [10]Oum T H Zhang Y. A Note on scale Economies in Transport Journal of Transport Economics and Policy September
- [11]郝光.模糊多目标格序决策及对称矩阵对策.西南交通大学学位论文,2004.05
- [12]王炜等著.城市公共交通系统规划方法与管理技术.北京:科学出版社,2002.2
- [13]张捷,赵民编著.新城规划的理论与实践【M】北京:中国建筑工业出版社,2005.4
- [14]郭忠印,孔令旗,杨轶,等.路线技术指标运用均衡性评价方法研究[R].上海:同济大学交通运输工程学院,2005
- [15]彭祖增,孙韞玉.模糊数学及其应用[M].武汉:武汉大学出版社,2002
- [16]贺仲雄.模糊数学及应用[M].天津:天津科学技术出版社,1983
- [17]杨伟杰.模糊数学在城市交通政策评价中的应用[J].公路,2003,(4):103-105
- [18]葛亮.基于平均换乘的城市公交线网性能评价〔J〕.洛阳大学学报,2003,18(4):26—31