

2008 年 第一届“数学中国杯”

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了首届“数学中国杯”数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛报名号为：1084

参赛队员（签名）：

队员 1：

队员 2：

队员 3：

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：研究生组

2008 年 第一届“数学中国杯”

数学建模网络挑战赛

编 号 专 用 页

参赛队伍的参赛号码：（请各个参赛队提前填写好）：1084

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2008 年 第一届“数学中国杯” 数学建模网络挑战赛

题 目 A 题 自适应温控系统

关 键 词 PI 控制 模糊 PI 控制 史密斯预估控制 灰色预测

摘 要：

温度控制系统往往具有大延时、慢时变、非线性等特性，因此给一般的控制算法带来了一定的困难。为了使控制达到很好的效果，所采用的算法必须要具有强的自适应性，和鲁棒性。这次我们对上阶段的模型进行了非稳态假设，同样得到了一阶的响应模型，工程实现上只是参数的细微调整。同样，我们的系统模型是根据实际冷库的运作进行划分，得到了主冷冻系统、后备制冷系统所“分割”出来的不同管理功能模块。这样有利于功能分化，参数大大简化（能根据经验而省去大量的测量工作），实现系统的有效控制。在控制性能方面，在全自动控制（没有人干预）的情况下，预测模糊 PI 控制的性能要比简单的 PI 控制性能更优，在有延时的情况下，由 230K 回归到 180K 的时间消耗大大减少了。由于史密斯控制算法存在“需要准确的系统模型”的缺陷，使其在实际应用中的性能欠佳。灰色预测算法与控制算法结合，可以有效的减少温度波动，提高冷库系统的稳定性。在全自动的情况下，我们的已经得到了比较好的仿真结果。

对于后备制冷器的控制算法与人手动控制之间的关系，我们提出了一种有机复合的结构来防止控制算法和控制员各自控制可能产生的错误，以此使得控制系统（有人和自动两个部分）整体上实现高效运行。经过专家总结的模糊控制规则可以有效的保证绝大部分情况下系统的稳健性；同时，对于未知的情况，有效利用操作人员的经验对系统进行把关。复合式的结构，能有效权衡这种复杂的控制关系，这比串联、并联控制等形式都要好。

基于我们构造的人与计算机结合的控制模型，我们试验了控制员误操作的情况下，计算机辅助是否能保证系统的温度稳定以及回复正常的速度。在直接错误强干扰的情况下，我们设计的模糊 PI 控制算法依然保持了良好的性能。藉此，我们能肯定，在最终仿真控制员控制的时候，就能更加清晰的描述这种协调的相互关系。这也是我们在下一阶段的重点之一：测试出人与计算机控制之间的实际互动反馈以及系统的性能图，其次就预测步长的自动调整算法能给系统带来的优势也在下一阶段试验完成。

最后，我们建立了严格的层次分析法来评价控制算法优劣，以获得更加客观合理的评价。为我们在下一阶段实现人与计算机共同控制提供了一个有效的评价方法。

参赛队号 1084

所选题目 A

参赛密码 _____
(由组委会填写)

报名号 #1084

正文

问题重述:

如果对一个保存材料的冷库进行监控时，温度超过规定的范围时，常规制冷系统失效，而备用制冷系统就会开始工作，使得冷库中的温度达到规定值。在实际的温度控制问题上，对于具体的升温原因可能不能马上得知，因而不能像理想状态那样进行各种参数的测量，只能近似的对变温的原因进行定性推测。所以，以适当的方式对整个冷库系统进行功能分离，有利于提高模糊估计与控制的有效性。

由于计算机控制不能完全取代人的经验控制，另一面，人的操作有时候也难免发生错误估计，因此必须将有人控制与自动控制有机结合起来。建立良好的辅助自动控制与有人控制之间的合理联系，以达到最优的控制效果，防止错误的产生。再者，为了减少系统温度的波动，辅助控制器要能够有效控制这种波动。

问题假设:

1 正常情况下在主制冷系统调节下，仓库处于热平衡，这样的系统是不适合“超调”的情况（温度在制冷过程中低于目标温度）。因为我们研究的体系（仓库）是没有加热系统的，并且跟外界几乎处于绝热状态，一旦低于 180k，系统自然传热升温是非常缓慢的，控制算法应该要求避免超调。凡是出现明显超调的算法都不及格

2 由一些突发情况造成温度大幅度变化是小概率事件，即外部不发生温度的剧烈变化，通过仓库跟外界传热所产生的影响只是微扰；

3 模拟的时间以秒为单位，当在具体应用时，可以以适当系数进行时间单位之间转换；

4 采样时间是离散的；

5 最后平衡时的温度在允许的误差范围内即可（因为系统内部的温度差异是客观存在的，但由于制冷器附近的温度会比传感器附近的低，因而只要功率调整合理并且传感器附近的温度比目标温度稍高，这样条件下停止后备制冷器，最终冷冻库的温度自动平衡后温度会在目标温度范围内）

6 假设温度梯度是均匀的，即单位距离内的温差是一致的；

7 假设冷库中两端（制冷器和传感器）的温度差成与后备制冷器输出功率正比；

报名号 #1084

模型描述

根据题目提供的信息和我们所作的假设，冷库整个热力学系统模型可以由以下动力学方程来描述：

$$\frac{dQ_{\text{系统}}}{dt} = \frac{dQ_{\text{热交换}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{主制冷系统}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{微扰}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{突变}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{备用制冷系统}}}{dt}$$

其中， $\frac{dQ_{\text{系统}}}{dt}$ ——为整个冷库的热量变化；

$\frac{dQ_{\text{热交换}}}{dt}$ ——为冷库跟外界的热交换，因为冷库不是百分百绝热的，与外界环境存在微量的热交换；

$\frac{dQ_{\text{主制冷系统}}}{dt}$ ——为主制冷系统为冷库抽走的热量；

$\frac{dQ_{\text{微扰}}}{dt}$ ——为因为环境的细微变化而造成的冷库体系的热量的微小变换；

$\frac{dQ_{\text{突变}}}{dt}$ ——为一些突然因素（如更换货物等）所造成的系统的温度忽然升高的热量交换因素；

$\frac{dQ_{\text{备用制冷系统}}}{dt}$ ——备用制冷为系统启动而造成的热量变化；

正常情况下 $\frac{dQ_{\text{热交换}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{主制冷系统}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{微扰}}}{dt}$ 这三项的加和是几乎接近于 0 的系统，基本处于平衡状态（主系统功能正常发挥），温度为 180K（剩下两项 $\frac{dQ_{\text{突变}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{备用制冷系统}}}{dt}$ 在这种情况下均为 0，因为没有突然的温度变化而且备用系统也没有启动）。当系统出现突变（ $\frac{dQ_{\text{突变}}}{dt}$ 不为零的时候），后备制冷系统随之启动使得 $\frac{dQ_{\text{突变}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{备用制冷系统}}}{dt}$ 这两项的积分和最终接近 0（ $\frac{dQ_{\text{系统}}}{dt} = 0$ ），使得整个冷冻库处于热力学平衡，并且温度处于 180K。

对系统的动态方程进行拉普拉斯变换过程如下：

$$\frac{dQ_{\text{系统}}}{dt} = \frac{dQ_{\text{突变}}}{dt} + \frac{dQ_{\text{备用制冷系统}}}{dt}$$

$$\text{有：} \eta p_{(t-\tau)} t + c\rho V(T_0 - T) = c_0 \rho_0 V_0 (T_0 - T)$$

$$\text{若使得时间 } t \text{ 足够小的时候有：} \eta p_{(t-\tau)} \Delta t + c\rho V \Delta T = c_0 \rho_0 V_0 \Delta T$$

$$\text{经过变换可以得到：} \eta P(s)e^{-\tau s} + c\rho V(sD(s) - T(0)) = c_0 \rho_0 V_0 (sD(s) - T(0))$$

$$D(s) = \frac{\eta P(s)e^{-\tau s} + (c_0 \rho_0 V_0 - c\rho V)T(0)}{(c_0 \rho_0 V_0 - c\rho V)s};$$

化简可得：

其中： η 为功率的效率；

$P_{(t-\tau)}$ 为因为时间滞后的功率；

C 为发生突发事件时引入热源物质的平均热容比；

报名号 #1084

c_0 为冷库中的平均热容；

ρ 为突发事件时的引入热源物质平均密度；

ρ_0 为冷库的平均密度；

T 为时间 t 时刻的温度；

$P(s)$ 为 $P(t-\tau)$ 经过拉氏变换后；

$D(s)$ 为 T 经过拉氏变换后；

V 为温度突发变化时引入热源物质的总体积；

V_0 为冷库的体积。

由以上推导可以看出，即使取消了突变情况下系统的稳态假设（ $\frac{dQ_{\text{系统}}}{dt} = 0$ ），我们能同样得到系统的带有时滞的一阶传递模型，跟上一阶段得到的模型只是参数上有所改变。同样，我们采取了平均化的参数估计，这样有助于减少复杂的参数测量，使定性估计能发挥更好的效果。因而在工程实现上，我们用传递函数 $G_0(s) = \frac{K}{Bs+1}e^{-\tau s}$ 来近似系统模型（后面的测试使用 $G_0(s) = \frac{2}{4s+1}e^{-4s}$ 的设置，系统延时为 4 秒）。

温度预测控制算法模型

(1) 最小二乘法温度预测

在上述的假设前提下，冷冻库的两端温差（冷冻器和传感器两端）是跟冷冻器的功率成正比的；而我们采取了一种“逼近”策略，使冷冻库两端的温差逐渐减少（同时冷冻器的功率也逐渐减少，这可以通过 PI 控制来实现），最终传感器所显示的温度变化曲线就是一条按指数减少曲线，并且向 180K 靠近。如下图：

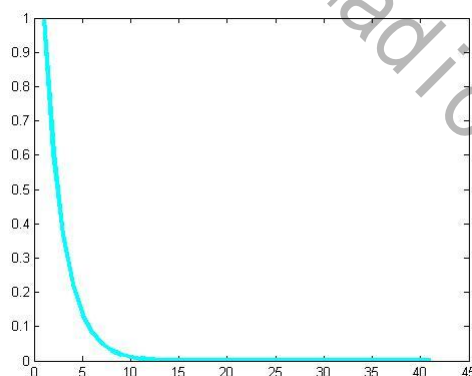


图 1 最小二乘法温度拟合曲线示意图

因此我们可以对此进行最小二乘拟合，每次对超前的时间点 t_{n+k} 进行预测。这样，我们就能根据过去的历史时间序列 (t_1, t_2, \dots, t_n) 及其对应的历史温度序列 (T_1, T_2, \dots, T_n) 来预测预定的时间间隔系统值 (t_{n+k}, T_{n+k}) 。当预测值落入我们预定的停止后备制冷系统的温度范围，停止后备制冷系统。以此来弥补系统热传递所造成的时间滞后。

(2) 灰色预测算法^[2]

报名号 #1084

灰色系统是指既含有已知信息、又含未知或非确定信息的系统,也称为贫信息系统。在灰色系统理论中,称抽象系统的逆过程(由系统的行为确立模型)为灰色模型,亦称 GM。典型的灰色模型是 GM(1, 1) 模型。GM(1, 1) 模型设原始序列为:

$$X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$$

这是一组信息不完全的灰色量,具有很大的随机性,将其进行生成处理,以提供更多的有用信息。选用累加生成,则 m 次累加生成的结果为:

$$x^{(m)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(m-1)}(i) \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

在累加生成时一般用一次累加生成就能使数据呈现一定的规律,若规律不够,可以增加累加生成的次数。

在数据生成的基础上,用线形动态模型对生成数据拟合和逼近,其形式为:

$$\frac{dx^{(x)}}{d} + ax^{(m)} = b$$

微分方程的解为:

$$x^{(m)}(t+1) = [x^{(m-1)}(1) - b/a]e^{-at} + b/a$$

微分方程的序数可用最小二乘法求出,其向量形式为:

$$\hat{a} = [a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T \gamma_N$$

式中:

$$B = \begin{bmatrix} -0.5[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & , & 1 \\ -0.5[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & , & 1 \\ \dots & , & \vdots \\ -0.5[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & , & 1 \end{bmatrix}$$

$$\gamma_N = [x^{(m-1)}(2), x^{(m-1)}(3), \dots, x^{(m-1)}(n)]^T$$

按照 $\hat{x}^{(m-1)}(t+1) = \hat{x}^{(m)}(t+1) - \hat{x}^{(m)}(t)$

累减生成还原,即 $\hat{x}^{(0)}(t+1) = [x^{(0)}(1) - b/a](1 - e^{-a})e^{-at}$

通过计算以后得到预测数据。

由于采用上式时,需要用递推最小二乘或其他方法对参数进行在线辨识,因而计算复杂,运算量大,容易因干扰及环境和被控对象的时变性造成较大的辨识误差,甚至使预测完全失去意义。因此,这里提出以灰色累加生成数进行预测的简便计算方法。

考虑速度变化是个连续的变化,可以把灰色原理的累加生成再进行二次泰勒的展开式:

$$\hat{x}^{(1)}(k+m) = x^{(1)}(k) + \frac{x^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1)}{T_s} (t_{k+m} - t_k) + \frac{1}{2T_s^2} [x^{(1)}(k) - 2x^{(1)}(k-1) + x^{(1)}(k-2)] (t_{k+m} - t_k)^2 \quad \text{其中}$$

k 为第 k 个采样点, m 为预测的步长, $\hat{x}^{(1)}(k+m)$ 为在 k+m 采样点的预测值, T_s 为采样周期(一般比系统所采用的采样周期大), $x^{(1)}(k)$ 为第 t_k 时刻的值, t_k 为第 k 采样点所对应的时间。通过对原始数据进行还原,可以得出:

$$\hat{x}^{(0)}(k+m) = (m+1/2)x^{(1)}(k) - 2mx^{(1)}(k-1) + (m-1/2)x^{(1)}(k-2)$$

(3) 模糊 PI 控制模型设计^[7]

模糊控制器与 PI 相结合的方式有很多,在此采用参数自调整结合方式。由于 PI 参数的整定,就是根据被控系统特性和从而使达到较好的自适应性和控制品质。

①模糊控制器结构:

报名号 #1084

所希望的控制性能要求决定 K_p , K_i 两个参数。由于一般工业控制系统中, 要获得较为精确的数学模型很困难, 因此采用模糊参数自调整来实时在线调整 K_p , K_i 两个参数, 模糊 PI 控制器结构如下图 6 所示。以误差 E 和误差的变化率 EC 作为模糊控制器的输入, 根据 PI 参数 K_p 和 K_i 与 E 和 EC 之间的模糊关系, 在运行中不断地检测 E 和 EC , 根据模糊控制原理把 Δk_p , Δk_i 作为输出量, 从而对 2 个参数进行在线修改, 以满足不同的 E 和 EC 对 PI 控制参数的不同要求。达到在线对 PI 参数进行修改, 从而使系统具有良好的动、静态性能。

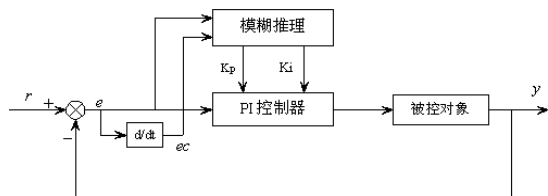


图 2 模糊 PI 控制器结构

采用参数自整定 PI 控制器的控制算式为：

$$u(t) = k_p e(k) + k_i \sum e(j)$$

其中： $k_p = k_{p0} + \Delta k_p$, $k_i = k_{i0} + \Delta k_i$, $e(k)$ 为偏差, $\sum e(j)$ 为偏差和

在实际中, 连续域的范围是 $X = [x_L, x_H]$, x_L 表示低限值, x_H 表示高限值。量化因子 ke , kec 可表示为 $k = \frac{2n}{x_H - x_L}$, 对于 X 论域的清晰量 a , 对应离散论域中的元素 b

为： $b = k(a - \frac{x_H - x_L}{2})$ 。通过这样的量化之后, $X = [x_L, x_H]$ 就转化成离散论域

^[8] $N = \{-n, -n+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, n-1, n\}$ 。

②模糊控制器的规则库

Fuzzy Logic Control 的设计是将速度误差 e 、误差变化量 e_c , 根据所假设模型相应的模糊变量 E 的论域量变化在 $[-50, 0]$, 共为 4 个等级, 取如下 4 个语言变量 $\{NB, NM, NS, ZO\}$ 。 E_c 的论域量变化在 $[-3, 3]$, 共为 3 个等级, 取如下 5 个语言变量 $\{NB, ZO, PB\}$ 。在 MATLAB 命令窗口键入 Fuzzy 命令, 打开 FIS Editor, 进入 Membership Function Editor 编辑输入 (e, e_c), 输出变量 (k_p, k_i) 的论域和隶属函数。

控制规则是对专家的理论知识和实践经验的总结。此处共有 25 条模糊规则如下：

1. If (e is NB) and (ec is NB) then (kp is PB) (1)
2. If (e is NB) and (ec is ZO) then (kp is PM) (1)
3. If (e is NB) and (ec is PB) then (kp is PM) (1)
4. If (e is NM) and (ec is NB) then (kp is PB) (1)
5. If (e is NM) and (ec is ZO) then (kp is PS) (1)
-

12. If (e is ZO) and (ec is PB) then (kp is PS) (1)

根据此设计的规则生成的模糊控制的 GUI 图为：

报名号 #1084

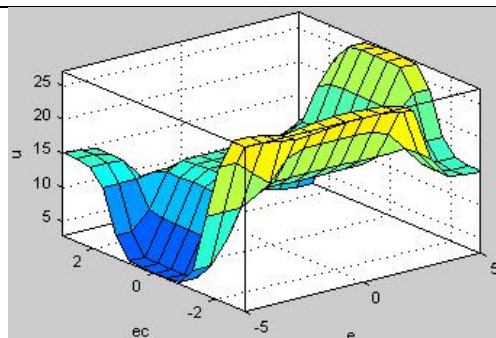


图3 模糊控制规则输入输出图

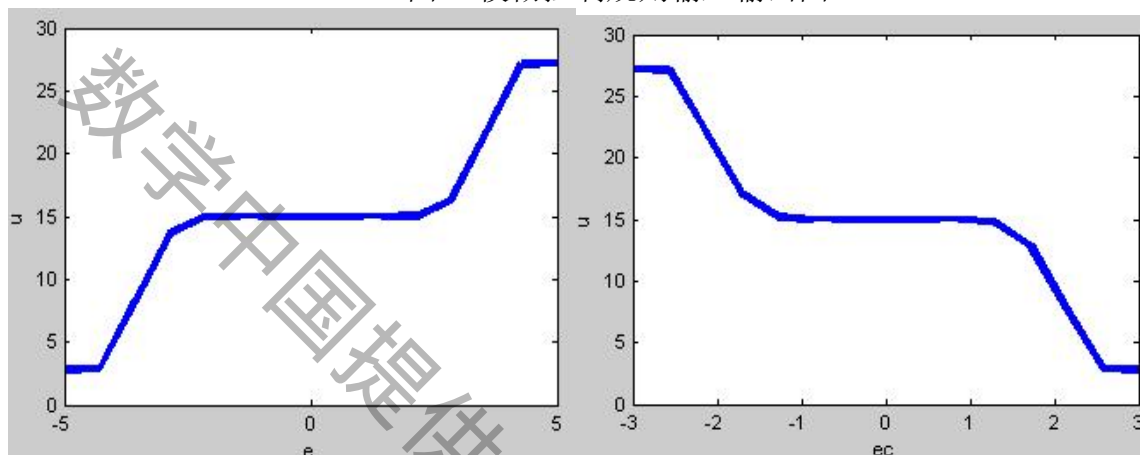


图4 误差、误差变化率与输出的关系

(4) 史密斯预估器控制算法模型：

史密斯预估器控制的基本思想是，预先估计出过程在基本扰动下的动态特性，然后由预估器进行补偿控制，力图使被延时了 τ 的被调量提前反映到调节器中，并使之动作，以此来减小超调量与加速调节过程^[4]。

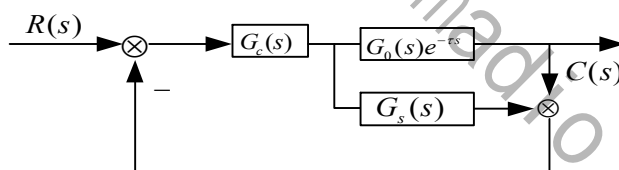


图5 史密斯预估器控制原理图

图中， $G_0(s)e^{-\tau s}$ ——广义对象的数学模型，其中 $G_0(s)$ 为不包含时间延迟 τ 的对象模型；

$G_c(s)$ ——系统的一般PID调节器；

$G_s(s)$ ——史密斯预估补偿器；

若史密斯预估补偿器的传递函数为：

$$G_s(s) = G_0(1 - e^{-\tau s})$$

则上图中系统的闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_0(s)e^{-\tau s}}{1 + G_c(s)G_0}$$

与上式对应的动态结构图如下图所示：

报名号 #1084

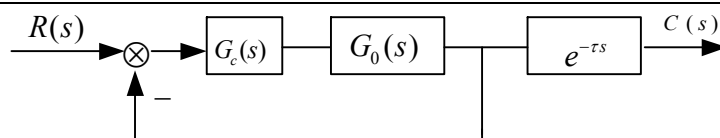


图 6 史密斯预估器控制简化原理图

(5) 控制员与辅助控制器共同控制下的结合模型：

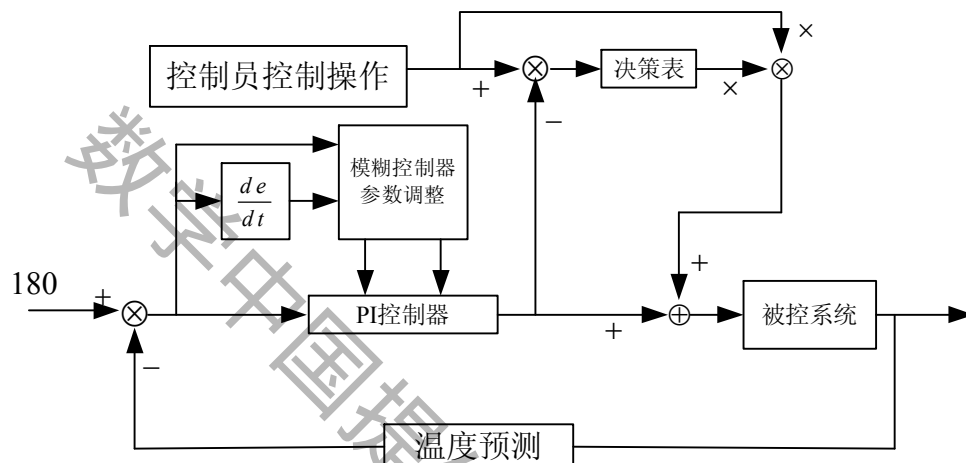


图 7 控制员与辅助控制器协调工作示意结构图

在此恒温控制系统中,辅助控制器的主要作用是来辅助控制员来控制的,特别是在控制员在由于突发事件带来的情况紧张下做的误操作时,能及时的帮助并且来干涉此控制员的控制情况,针对所做出的误操作能快速的调整,使得系统能保持在 180K 的温度范围内。

此示意图中,采用的控制策略是:在控制器根据冷库的实际情况做给出控制量,以此控制量与控制员给出的控制量相减,得到控制量误差,以误差来查询决策表,当控制量误差范围比较小的时候,主要以人控制为主,相当于决策表输出一个在 0.5~1 之间的较大的系数,当此误差很大的时候,辅助控制器干涉人的控制,决策表输出一个 0~0.5 之间较小的系数,通过这个数与控制员的输出相乘,来减小控制误操作给系统带来不良的影响。决策表与前面提到的模糊控制器设计一样,也是根据控制员的控制经验所获得的,以此来实现合理灵活的控制组合,协调好人与计算机之间的控制关系,在人的控制输出合理的时候,少干预人的操作;在人的输出出现错误的时候,合理修正错误;最后能在系统接近 180K 的时候,控制系统的温度波动。这比固定模式的串联、并联加和结构,都具有更大的灵活性和科学性。

自动控制下的仿真试验与性能比较

为了验证以前的算法对大延时系统的有效性,采用了 MATLAB/Simulink 进行了仿真试验。并且我们经过筛选,选择了简单的 PI 控制、灰色(最小二乘)预测反馈与 PI 控制结合和模糊 PI 控制这三种控制系统来进行性能测试,以供实际应用时选择。

使用简单的 PI 控制器对系统进行控制的一阶仿真模块结构如下:

报名号 #1084

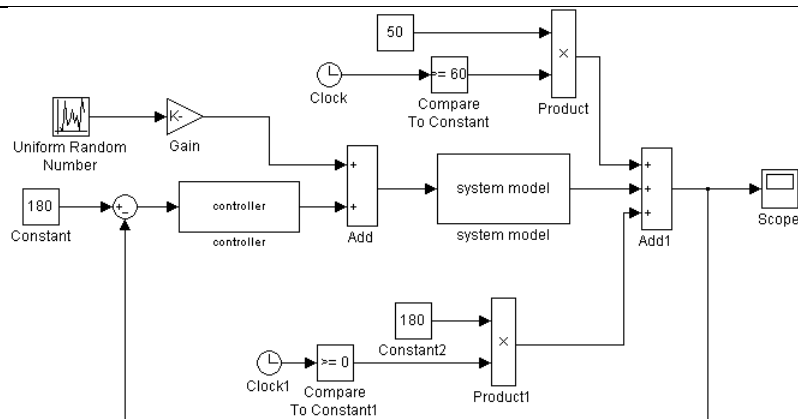


图 8 Matlab 仿真模块构造图

说明：其中常数 Constant: 180 是我们系统的目标温度；Uniform Random Number 为系统提供一个随机扰动，扰动水平由增益（Gain）大小来控制（初步测试调节为 0 没微扰，和有 1.8K 的微扰的两种情况来对比，结合假设：这是一个温度扰动为正的系，即正常情况下系统存在 0~1.8K 的温度波动）；controller 为常规的 PI 控制器，其方程为 $P = 0.07e + 0.03 \int edt$ ；system model 为冷库系统，假设此系统带有延时的一阶传递函数为 $G_0(s) = \frac{2}{4s+1}e^{-4s}$ ，延时时间为 4 秒；系统始状态由下面常数（constant2）来决定，这里假设系统在 $t=0$ 的时候处于 180K 的稳定状态；然后，在 $t=60$ 秒的时候，系统处于 230K，此时开始检验后备制冷系统（controller）的性能。

没有微扰和存在微扰的情况下仿真的结果如下图

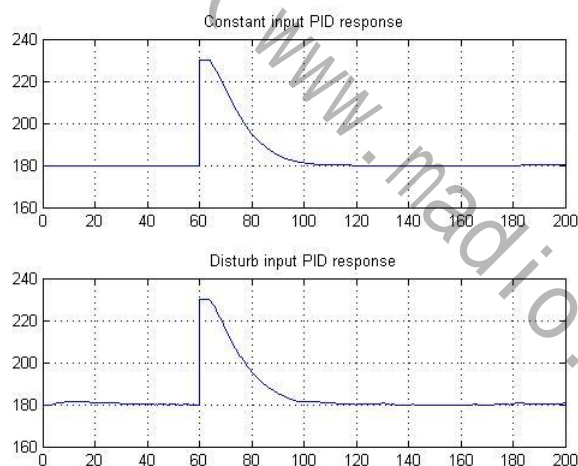


图 9 常规 PI 控制器仿真结果

可以看出即使存在 4 秒的延时的情况下，系统无论在没有微扰，还是在有微扰的情况下，都能很快的回到系统的稳定值（约四十秒）。简单的 PI 控制器基本满足要求。但从受干扰的情况下的控制情况看，简单的 PI 控制不能很好的抵御系统的波动。

使用灰色（最小二法）预测改善延时、微扰等对制冷系统的影响：

我们在系统反馈部分加入了一个基于灰色（最小二乘法）改进预测模块，希望以此来改善延时、微扰水平等对制冷系统的性能影响。

系统仿真模块结构如下：

报名号 #1084

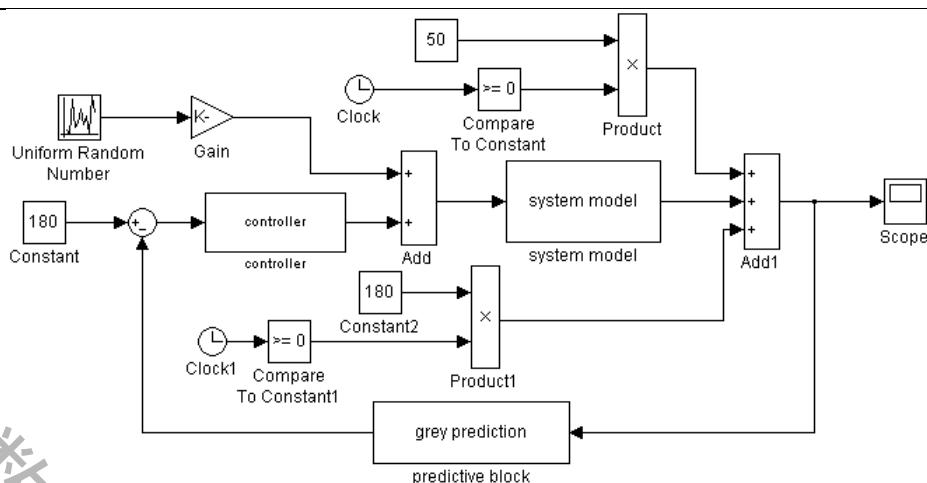


图 10 加入预测模块的 PI 系统模拟结构图

在常规的PI控制器的基础上,我们在反馈部分加入了预测模块 (predictive block)。其原理是,我们根据此刻采样和过去历史的两个(一共三个)温度值(采样间隔 $\Delta t=0.002s$),采用最小二乘法进行二阶拟合($y=ax^2+bx+c$),将对往后 $M \times \Delta t$ 的时刻($M=30$)的温度预测值来超前反馈给PI控制器。但由于 $M \times \Delta t$ 的值不能设置过大,否则将引起系统的不稳定,因而无法补偿过多的系统延时,但对于微扰的温度波动,我们这种方法能够很好的克服。最终结果是,灰色(最小二乘)预测模块很好的克服了系统的微扰,然而还无法补偿延时对系统的影响。系统从 250K 回归到 180K 的时间花费变化不大,仍是 40 秒左右。系统性能模拟结果如下图:

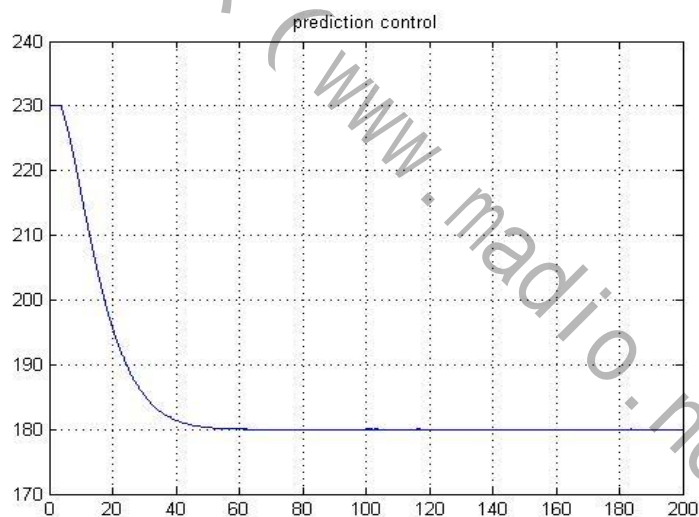


图 11 预测 PI 仿真结果

说明：系统温度在开始时就设定为 230K，然后在四十多秒左右回归到 180K 的稳定状态，而且最大程度的减少了系统的微扰波动。

模糊控制与预测模糊控制的仿真结构如下两图:

报名号 #1084

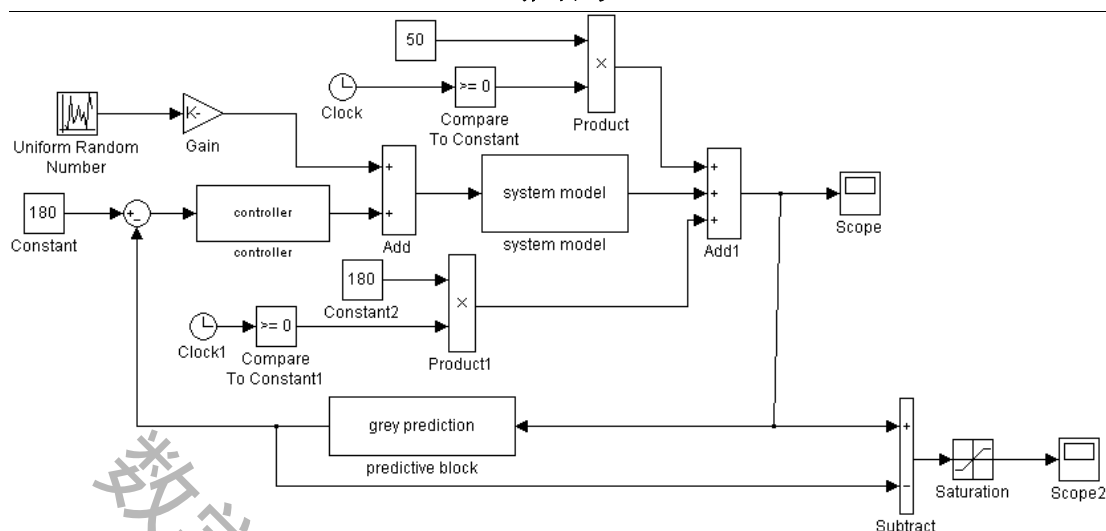


图 12 预测模糊控制仿真图

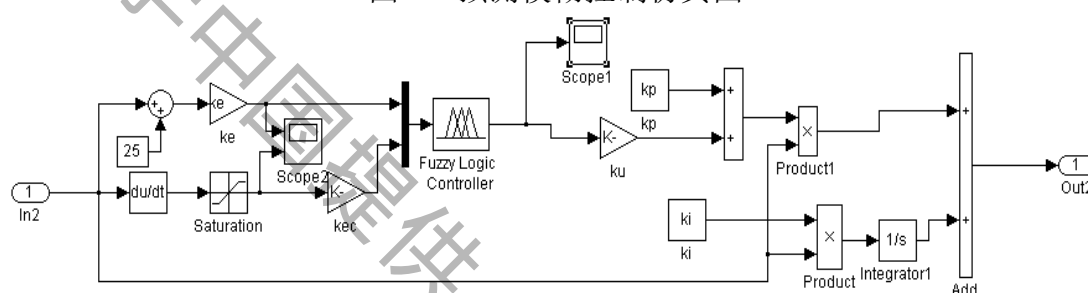


图 13 Controller 内部的模糊控制结构

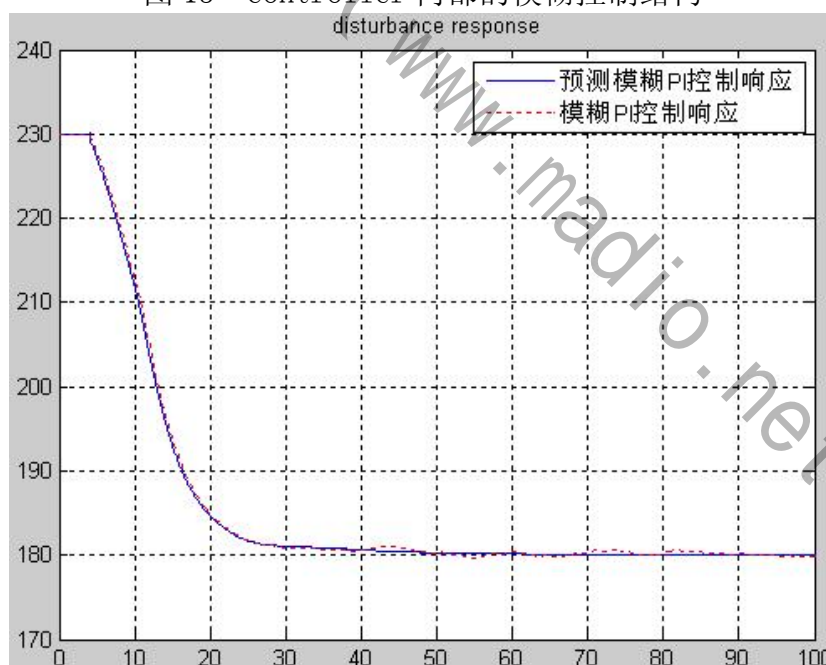


图 14 模糊控制与预测模糊控制性能

从图中可以看出基于模糊控制模型的控制算法的性能明显比简单的 PI 控制提高, 回归到 180K 所消耗的时间减少到 30 秒左右。预测模糊控制算法在后期能够长期维持系统温度的稳定, 能有效控制温度的波动。通过与没有预测模块的模糊控制仿真结果的对比, 我们发现灰色 (最小二乘) 预测模块在整个系统中发挥了抑制噪声对系统的扰动的作用。另一个重要的结论是, 模糊控制模块的引入, 的确有效的提高了 PI 控制的效率, 加快了回归到 180K 的速度。这是目前试验的方法当中性能最好的一个控制算法。

报名号 #1084

史密斯预估器仿真情况

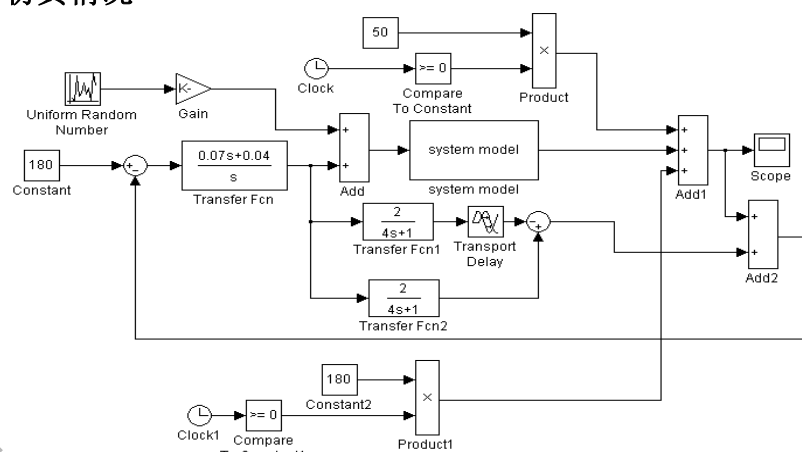


图 15 带噪声的史密斯预估器控制仿真模块

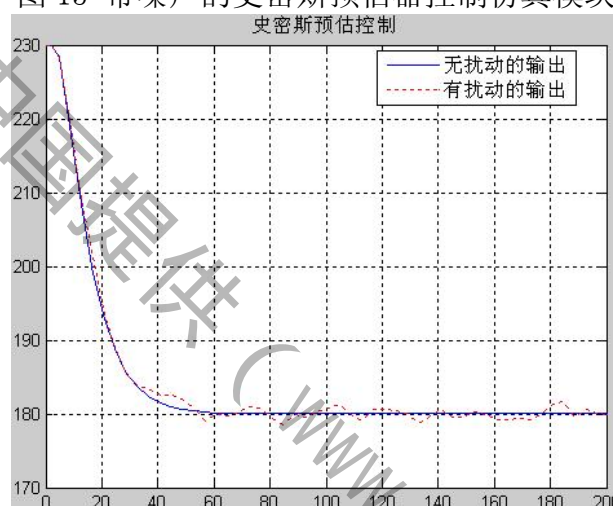


图 16 史密斯控制器在扰动和非扰动的情况下的仿真图

由仿真结构图可以看出，史密斯控制能超前实现系统反应，跟简单 PI 控制和模糊 PI 控制相比，它控制下的系统响应没有四秒的平台区（简单 PI 控制和模糊 PI 控制都无法在消除因系统时间滞后 4 秒而造成的 0 控制输出时间）。在 $0 \sim 4$ 秒的时间内，史密斯控制是要比简单 PI 控制和模糊 PI 控制都要好，但是，在回复到 180K 的总体时间消耗上，史密斯的时间跟简单 PI 控制相近，而比模糊 PI 的差。由于史密斯控制模型是建立的准确的系统传递模型的基础上的，一旦系统模型出现偏差，史密斯控制性能就会显著下降。同样的加入 1.8K 干扰的情况下史密斯控制就显得不太准确，与简单 PI 控制和模糊 PI 控制相比系统输出出现了很大的波动。这也是史密斯控制在实际应用中出现的重大缺陷。

从上面的讨论中，我们可以定性的得出总体的结论，控制性能综合最高的是模糊 PI 控制。对于怎样考虑控制算法与实际操作人员的控制的结合上，基于系统总体上稳健的目标，我们先考虑控制人员出错的情况。我们假设操作人员出错是所人为加入的控制指标是一种大的系统偏差，用大的随机扰动来模拟。在这种情况下，考察控制算法辅助下的系统的稳定性。

在外加连续随机扰动达到 10 的情况下，模糊预测 PI 控制器的输出为：

报名号 #1084

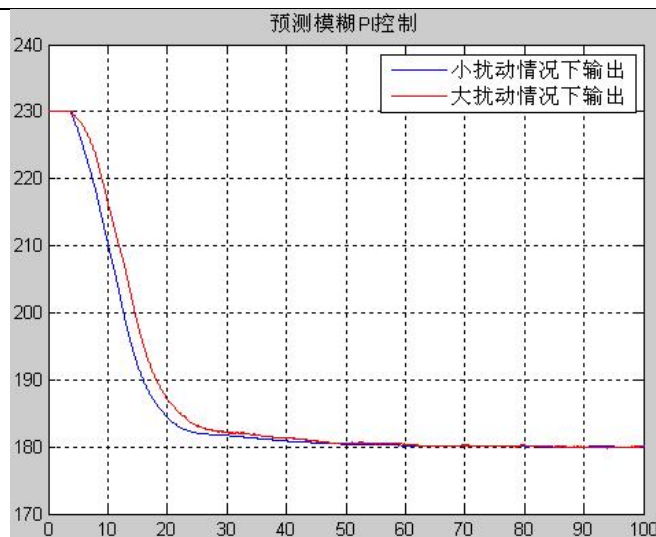


图 17 连续随机扰动的模拟结果

当随机扰动是连续的情况下，其幅值由 1.8K（小扰动）增大到 10K（大扰动），模糊控制的性能偏差并不是很大，系统回归到 180K 的时间略有增加，达到稳态以后的波动一样的小。这说明，在人为错误是连续变量的情况下，辅助控制算法的性能依然是很好的。

当人为的错误控制输出是离散的情况下：

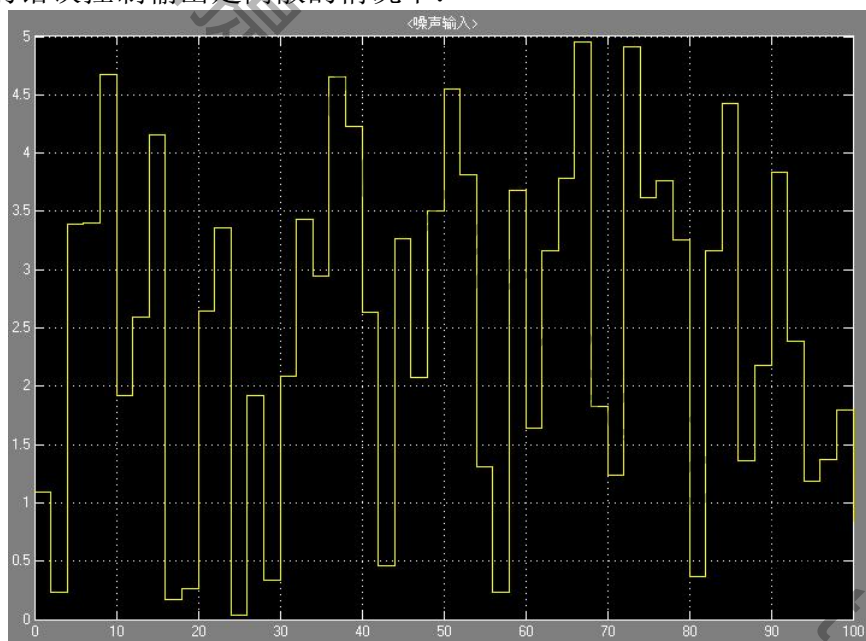


图 18 离散强干扰信号

报名号 #1084

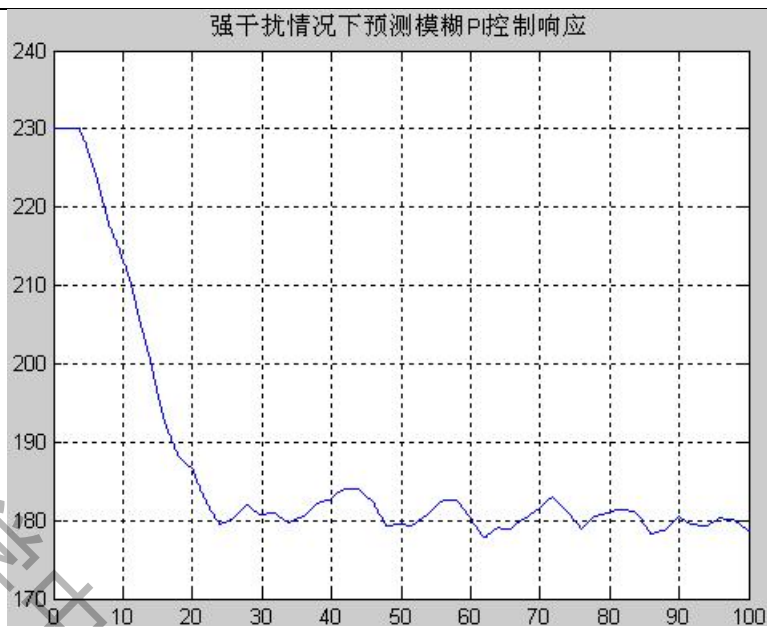


图 19 在离散强干扰下的模糊PI控制的系统输出情况

可以看出，即使信号变成了带有持续时间的离散信号，模糊PI的控制性能依然很稳定。可见，在“控制错误”这一要求上，模糊PI控制与人的简单结合是基本满足要求的。



图 20 离散强干扰的情况下简单PI控制与模糊PI控制的性能比较

报名号 #1084

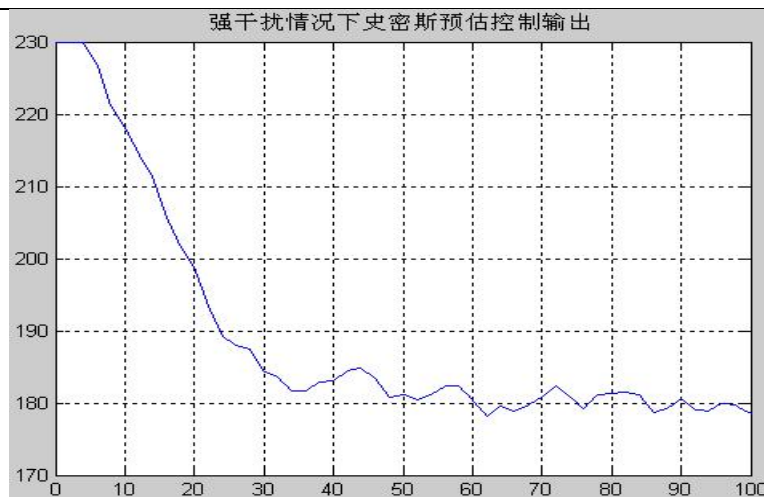


图 21 离散强干扰的情况下史密斯控制的系统输出

在强离散干扰的情况下简单的 PI 控制出现了大的超调，而模糊 PI 控制则保持了小超调和快速回归的优势。至于史密斯控制，则完全丧失了回归速度的优势，回归到 180K 花上了 50 秒，即使系统温度稳定后的波动比较少，但综合比较仍然不如模糊 PI 控制。

层次分析模型对各种预测的综合评价

1 层次分析法的基本原理与步骤^{[12][13]}

人们在进行社会的、经济的以及科学管理领域问题的系统分析中，面临的常常是一个由相互关联、相互制约的众多因素构成的复杂而往往缺少定量数据的系统。层次分析法为这类问题的决策和排序提供了一种新的、简洁而实用的建模方法。

运用层次分析法建模，大体上可按下面四个步骤进行：

- (i) 建立递阶层次结构模型；
- (ii) 构造出各层次中的所有判断矩阵；
- (iii) 层次单排序及一致性检验；
- (iv) 层次总排序及一致性检验。

1.1 递阶层次结构的建立与特点

应用 AHP 分析决策问题时，首先要把问题条理化、层次化，构造出一个有层次的结构模型。在这个模型下，复杂问题被分解为元素的组成部分。这些元素又按其属性及关系形成若干层次。上一层次的因素作为准则对下一层次有关因素起支配作用。这些层次可以分为三类：

(i) 最高层：这一层次中只有一个元素，一般它是分析问题的预定目标或理想结果，因此也称为目标层。

(ii) 中间层：这一层次中包含了为实现目标所涉及的中间环节，它可以由若干个层次组成，包括所需考虑的准则、子准则，因此也称为准则层。

(iii) 最底层：这一层次包括了为实现目标可供选择的各种措施、决策方案等，因此也称为措施层或方案层。

递阶层次结构中的层数与问题的复杂程度及需要分析的详尽程度有关，一般地层次数不受限制。每一层次中各元素所支配的元素一般不要超过 9 个。这是因为支配的元素过多会给两两比较判断带来困难。

1.2 构造判断矩阵

层次结构反映了因素之间的关系，但准则层中的各准则在目标衡量中所占的比重并

报名号 #1084

不一定相同，在决策者的心目中，它们各占有一定的比例。

在确定影响某因素的诸因子在该因素中所占的比重时，遇到的主要困难是这些比重常常不易量化。此外，当影响某因素的因子较多时，直接考虑各因子对该因素有多大程度的影响时，常常会因考虑不周全、顾此失彼而使决策者提出与他实际认为的重要性程度不相一致的数据，甚至有可能提出一组隐含矛盾的数据。设现在要比较 n 个因子 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ 对某因素 Z 的影响大小，怎样比较才能提供可信的数据呢？Saaty 等人建议可以采取对因子进行两两比较建立成对比较矩阵的办法。即每次取两个因子 x_i 和 x_j ，以 a_{ij} 表示 x_i 和 x_j 对 Z 的影响大小之比，全部比较结果用矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 表示，称 A 为 $Z-X$ 之间的成对比较判断矩阵（简称判断矩阵）。容易看出，若 x_i 与 x_j 对 Z 的影响之比为 a_{ij} ，则 x_j 与 x_i 对 Z 的影响之比应为 $a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$ 。

定义 1 若矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 满足

$$(i) \ a_{ij} > 0, \quad (ii) \ a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

则称之为正互反矩阵(易见 $a_{ii} = 1, i = 1, \dots, n$)。

关于如何确定 a_{ij} 的值，Saaty 等建议引用数字 1~9 及其倒数作为标度。下表列出了 1~9 标度的含义：

标度	含 义
1	表示两个因素相比，具有相同重要性
3	表示两个因素相比，前者比后者稍重要
5	表示两个因素相比，前者比后者明显重要
7	表示两个因素相比，前者比后者强烈重要
9	表示两个因素相比，前者比后者极端重要
2, 4, 6, 8	表示上述相邻判断的中间值
倒数	若因素 i 与因素 j 的重要性之比为 a_{ij} ，那么因素 j 与因素 i 重要性之比为 $a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$ 。

从心理学观点来看，分级太多会超越人们的判断能力，既增加了作判断的难度，又容易因此而提供虚假数据。Saaty 等人还用实验方法比较了在各种不同标度下人们判断结果的正确性，实验结果也表明，采用 1~9 标度最为合适。

最后，应该指出，一般地作 $\frac{n(n-1)}{2}$ 次两两判断是必要的。有人认为把所有元素都和某个元素比较，即只作 $n-1$ 个比较就可以了。这种作法的弊病在于，任何一个判断的失误均可导致不合理的排序，而个别判断的失误对于难以定量的系统往往是难以避免的。进行 $\frac{n(n-1)}{2}$ 次比较可以提供更多的信息，通过各种不同角度的反复比较，从而导出一个合理的排序。

1.3 层次单排序及一致性检验

判断矩阵 A 对应于最大特征值 λ_{\max} 的特征向量 W ，经归一化后即为一层次相应因素对于上一层次某因素相对重要性的排序权值，这一过程称为层次单排序。

上述构造成对比较判断矩阵的办法虽能减少其它因素的干扰，较客观地反映出一对因子影响力的差别。但综合全部比较结果时，其中难免包含一定程度的非一致性。如果

报名号 #1084

比较结果是前后完全一致的，则矩阵 A 的元素还应当满足：

$$a_{ij}a_{jk} = a_{ik}, \quad \forall i, j, k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

定义 2 满足关系式 (1) 的正互反矩阵称为一致矩阵。

需要检验构造出来的 (正互反) 判断矩阵 A 是否严重地非一致，以便确定是否接受 A 。

定理 1 正互反矩阵 A 的最大特征根 λ_{\max} 必为正实数，其对应特征向量的所有分量均为正实数。 A 的其余特征值的模均严格小于 λ_{\max} 。

定理 2 若 A 为一致矩阵，则

(i) A 必为正互反矩阵。

(ii) A 的转置矩阵 A^T 也是一致矩阵。

(iii) A 的任意两行成比例，比例因子大于零，从而 $\text{rank}(A) = 1$ (同样， A 的任意两列也成比例)。

(iv) A 的最大特征值 $\lambda_{\max} = n$ ，其中 n 为矩阵 A 的阶。 A 的其余特征根均为零。

(v) 若 A 的最大特征值 λ_{\max} 对应的特征向量为 $W = (w_1, \dots, w_n)^T$ ，则 $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$ ，

$\forall i, j = 1, 2, \dots, n$ ，即

$$A = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix}$$

定理 3 n 阶正互反矩阵 A 为一致矩阵当且仅当其最大特征根 $\lambda_{\max} = n$ ，且当正互反矩阵 A 非一致时，必有 $\lambda_{\max} > n$ 。

根据定理 3，我们可以由 λ_{\max} 是否等于 n 来检验判断矩阵 A 是否为一致矩阵。由于特征根连续地依赖于 a_{ij} ，故 λ_{\max} 比 n 大得越多， A 的非一致性程度也就越严重， λ_{\max} 对应的标准化特征向量也就越不能真实地反映出 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ 在对因素 Z 的影响中所占的比重。因此，对决策者提供的判断矩阵有必要作一次一致性检验，以决定是否能接受它。

对判断矩阵的一致性检验的步骤如下：

(i) 计算一致性指标 CI

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

(ii) 查找相应的平均随机一致性指标 RI 。对 $n = 1, \dots, 9$ ，Saaty 给出了 RI 的值，如下表所示：

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45

RI 的值是这样得到的，用随机方法构造 500 个样本矩阵：随机地从 1~9 及其倒数中抽取数字构造正互反矩阵，求得最大特征根的平均值 λ'_{\max} ，并定义

$$RI = \frac{\lambda'_{\max} - n}{n - 1}。$$

报名号 #1084

(iii) 计算一致性比例 CR

$$CR = \frac{CI}{RI}$$

当 $CR < 0.10$ 时，认为判断矩阵的一致性是可以接受的，否则应对判断矩阵作适当修正。

实际计算

因为在各种预测中，会得到不同的精确度的输出结果；使得温室达到稳定所用的时间也是不一样的；还要兼顾考虑引起超调或波动的大小。根据这些影响因素及其他他们在影响效果中所占的重要性可以用层次分析法做出如下的评价方案。

首先有如下的几个假设：

1. 因为控制员是一个训练有素的，根据他的经验以及仿真模拟可以知道在各种不同的情况下要想达到最佳的精确结果应该做出怎样的调节。于是以能够达到最佳输出结果为 1，其他的在相同的状况下的输出结果与最佳结果的比例为他们最后的结果，对于使得温室达到稳定所用的时间也是不一样的；还要兼顾考虑引起超调或波动的大小以及辅助控制器对人的干涉度这三个影响采用类似的处理。于是

2. 根据三个影响因素在最后的结果中起的作用不同赋予不同的权值，记为 w_1, w_2, w_3 。

3. 假设 3 个影响因素在预测模糊 PI 控制器，预测史密斯控制器，预测 PI 控制，中与最佳的那个的比例分别是 $x_{31}^*, x_{32}^*, x_{33}^*$ ； $x_{21}^*, x_{22}^*, x_{23}^*$ ； $x_{11}^*, x_{12}^*, x_{13}^*$ 。

根据上述的假设可以给出一个评价系统： $y_i = \sum_{j=1}^3 x_{ij}^* w_j, i=1, 2, 3$

其中 y_i 为评价指标，在这个评价系统中，由评价指标的大小可以直接读出系统的优越性。

在层次分析法中，我们把对预测方法的选择作为目标层，准则层对目标层之间的联系，根据仿真的实验结果可以构造一个对比较矩阵：

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7/4 & 7/3 \\ 4/7 & 1 & 8/3 \\ 3/7 & 3/8 & 1 \end{bmatrix}$$

用对应于 A 最大特征根 (λ) 的特征向量 (归一化后) 作为权向量 w ，即 w 满足：

$$Aw = \lambda w;$$

这样得到 $w = [0.478, 0.304, 0.218]^T$ ， $\lambda = 3$

根据类似的方法方案层对准则层之间的联系根据仿真可以得到如下的三个成对比矩阵：

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 1/2 & 1 & 4 \\ 1/6 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1/3 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1/4 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}$$

利用相同的原理可以计算得到权向量：

控制器性能向量	回归 180K 的时间消耗	最大超调值	波动积分
x_1^* (预测模糊 PI)	0.588	0.429	0.166
x_2^* (预测史密斯)	0.322	0.429	0.166
x_3^* (预测 PI)	0.090	0.142	0.668

由上述评的价系统得到：

报名号 #1084

$$y_1 = 0.588 * 0.478 + 0.304 * 0.429 + 0.218 * 0.166 = 0.438;$$

$$y_2 = 0.321; \quad y_3 = 0.232$$

由上面评价系统得出的结果可以看出模糊 PI 控制器这种预测效果在三种预测中是最好的。

一致性检验：

用 matlab 求得 A 的最大特征值 $\lambda = 3$ ，计算得 $CI = 0$ 。

查表得当 $n = 3$ 时， $RI = 0.58$ ，计算得 $CR = 0 < 0.1$ ，从而我们得到评价方法通过一致性检验。

数学中国提供 (www.madio.net)

模型评价与改进

经过对第一阶段的完善与改进，我们实现了预测模糊 PI 控制，并且在反应速度、稳定性等方面都取得很好的效果。但我们现时还未有对人工神经网络这一设计方向作过分析，只从已有的三个比较好的控制算法中进行相对比较。下一阶段应该尝试人工神经网络实现的可能性，并且就预测步长的自动调整对控制系统的影响，在下一阶段中再做详细的理论分析和步长自调整控制器的设计。

我们的模糊控制是基于我们自己的经验来制定模糊控制规则，现时还不能再独立分离出具体“操作人员控制”，因为这需要额外的而且是独立的控制策略。最后无法产生完善的人机结合的整体模块，只能模拟出“人出错”情况下的控制系统性能。对于这一点缺陷，希望能根据以后对具体现实的操作人员控制经验再制定新的控制仿真，以得到完全的交互性能测试参数。

参考文献

- 【1】王耀南著. 智能控制系统. 长沙：湖南大学出版社，2006
- 【2】郭一凡. 灰预测控制器的 MATLAB 研究[D]. 华中科技大学硕士学位论文, 2004
- 【3】张利萍. 灰色理论在智能控制中的应用[D]. 北京化工大学硕士学位论文, 2005.
- 【4】黄忠霖编著. 控制系统 MATLAB 计算及仿真. 北京：国防工业出版社，2001
- 【5】侯志林编著. 过程控制与自动化仪表. 北京：机械工业出版社
- 【6】李士勇编著. 模糊控制·神经控制和智能控制论. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社, 1998
- 【7】陶永华编著. 新型 PID 控制及其应用. 北京：机械工业出版社, 2002
- 【8】易继锴编著. 智能控制技术. 北京：北京工业大学出版社, 2003
- 【9】熊和金,徐华中. 灰色控制[M]. 北京：国防工业出版社,2005: 1-2,88-97
- 【10】翁思义编著. 自动控制原理. 北京：中国电力出版社, 2001
- 【11】Richard C. Dorf 编著. 现代控制系统（第八版）. 北京：高等教育出版社, 2001
- 【12】姜启源编著. 数学模型. 北京：高等教育出版社，2003
- 【13】<http://www.sdau.edu.cn/cbs/lxc/works/shuxuejianmo/jiaocheng/jiaocheng/8.doc>

报名号 #1084

附录

灰色预测的 Matlab 程序

```
function GM=grey(data,N)
```

```
T=length(data);
```

```
X0=data;
```

```
for i=2:T
```

```
    X1(1)=X0(1);
```

```
    X1(i)=X1(i-1)+X0(i);
```

%用 AGO 生成一阶累加生成模块

```
end
```

```
for i=1:T-1
```

```
    M(i)=-(0.5*(X1(i)+X1(i+1)));
```

```
end
```

```
B=zeros(T-1,2);
```

%构造累加矩阵 B

```
for i=1:T-1
```

```
    for j=1:2
```

```
        if j<2
```

```
            B(i,j)=M(i);
```

```
        elseif j>1
```

```
            B(i,j)=1;
```

```
        end
```

```
    end
```

```
end
```

```
for i=2:T
```

%构造常数项向量 Y

```
    Y(i-1)=X0(i);
```

```
end
```

```
HCS=inv(B'*B)*B'*Y';
```

%用最小二乘法求灰参数 HCS

```
H=HCS';
```

```
for i=2:T+N
```

%计算出累加序列

```
XR1(i)=(X0(1)-H(2)/H(1))*exp(-1*H(1)*(i-1))+H(2)/H(1);
```

```
end
```

```
for i=N:T+N
```

%还原计算出预测值

```
    K(i-N+1)=XR1(i)-XR1(i-1);
```

```
    % GM=K(i-4);
```

```
end
```

```
GM=H;
```

```
%GM1=H
```