

第四届“互动出版杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第四届“互动出版杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1365

参赛队员（签名）：

队员 1：

队员 2：

队员 3：

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：本科组

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：1365

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2011 年第四届“互动出版杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

大风浪中飞机水上迫降的参数分析

摘要: 本文基于一定的实际背景, 从三个方面分析了一些越洋航班因重大的故障或意外, 导致飞机在海上迫降的情况进行了分析和研究, 并建立了相应的数学模型。

模型 1 指出了: 飞行员在迫降过程中可以通过估算飞机的重量, 确定以何种有利速度和着水仰角接触海面, 对飞机来说是相对安全的, 即使飞机受到的冲力尽可能的小。

模型 2 研究飞机以有利速度着水后, 由于各种渗漏源, 如排水孔及破损口等的存在而发生的下沉运动, 建立了飞机在风浪中的漂浮特性计算模型, 计算出水位到达最低位置的舱门所需的时间, 为乘客和机组人员的安全撤离提供理论上的参考。

模型 3 建立了飞机在风浪中的横摇稳性的模型, 采用瞬时湿表面变化的时域分析方法, 对飞机的横摇稳定性进行研究。该模型给出了客机在风浪中横摇稳性的计算方法, 指出客机在风浪中的横摇恢复力矩在大角度横摇时表现出明显的非线性。这给飞机在海上滑行的安全性分析提供了理论依据。

关键词: 飞机海面迫降, 有利速度速度, 时域分析法, 横摇稳性

参赛队号 1365

所选题目 1365#A

参赛密码 _____
(由组委会填写)

Abstract :

Based on some practical background on transoceanic flights from three flights a major failure or the cause of the accident, in a rough condition, forced landing in the sea carried out analysis and research, and the corresponding model.

Model 1 that: the pilot can estimate the weight of the aircraft during landing and to determine the benefit to a certain speed and the elevation of land surface water on the plane is relatively safe.

Model 2 of the aircraft to the aircraft after a favorable rate of water floating characteristic of the instantaneous water velocity Damage aircraft model to calculate the water level reaches the low position of the door the time required for the safe evacuation of passengers and crew to provide the theoretical the reference.

Model 3 focuses on the aircraft in a storm while sailing across the sea of stability. Instantaneous wetted surface changes with time domain analysis method, a rolling wave of aircraft stability of the model. The model shows the plane in the rolling waves in the calculation of stability, obtained through analysis of passenger rolling in waves of large restoring moment in roll angle showed significant non-linear time, giving the sea plane analysis on the safety of navigation to provide a theoretical basis.

Key words: sea plane landing, enabling the speed, time domain analysis method, roll stability .

一、问题分析

在越洋飞行的航班中，曾有个别航班出现过由于重大故障或意外原因，被迫在海面迫降的情况。加之在有风浪的条件下，飞机在海面的迫降具有更大的难度和危险性。因此对客机在海面的迫降进行分析，指出在有风浪的条件下，飞机以何种姿态和航向接触海面是相对安全的选择是关系飞行安全的一个实际问题。

飞机水上迫降后，由于各种渗漏源，如排水孔及破损口等的存在而发生下沉运动，飞机的漂浮特性研究就是要计算出水位到达最低位置的舱门所需的时间，为乘客和机组人员的安全撤离提供理论上的参考。飞机海上迫降后，其下沉运动不仅与飞机迫降后的初始状态如纵倾和斜倾有关，还与渗漏源的位置及大小有关，因为这些因素都会影响飞机在下沉过程中的进水速度及相应的浮态即下沉量、纵倾角和斜倾角。

此外，飞机的漂浮还受到风和浪等海洋环境因素的影响。在风浪较小的情况下可以忽略这些海洋环境因素，并可采用阿基米德静力学原理来进行漂浮特性计算。然而，在较大风浪作用下，风力及波浪作用产生的水动力对漂浮飞机的姿态和运动将会产生较大影响，尤其是在海面漂浮的稳定性方面。所以在飞机漂浮特性研究中，除了考虑重力和浮力的作用外，还必须涉及风浪等海洋环境因素的影响。

二、模型假设

- 1、飞机迫降后，不再受到水表面的抨击作用，处于自由漂浮状态；
- 2、垂直下沉和在波浪作用下的摇荡运动可分开求解，将飞机所受的静力和波浪力单独计算，即在计算飞机在静力作用下沉时再把波浪的因素考虑进去；
- 3、波浪只对飞机纵向运动产生影响，而风力只对飞机横向运动产生影响。
- 4、客机的重心在横摇过程中位置不变；
- 5、客机宽客机长，客机波横向相交视为直线；
- 6、对机翼受力可做单独处理，主要包括：
 - a 机翼本身的体积会产生向上的浮力；
 - b 当机翼下沉时产生的阻力即垂直向上的力，可进行近似计算；
 - c 机身侧倾时，由机翼产生的绕机身纵向的旋转力矩。

三、符号说明

k —升阻比

v —进水流量(m^2/s)

μ —流量系数(渗漏源面积较小或距水面较近时可取为0.6)

s —渗漏源面积(m^2)

g —重力加速度(m/s^2)

H_i —渗漏源中心在水线以下的深度(m)

h_i —渗漏源中心在舱内水面下的深度(m)，初始时刻为零

四、模型的建立与求解

模型一 着水有利速度的研究

飞机失去动力后，在空中的滑行（飘降）状态对初始着水状态有显著性影响，两个发动机停车（下面简称为双发停车）迫降时，主要的运动方式是下滑转弯和无动力下滑。为创造安全迫降的条件，常常需要争取最远的下滑距离，以及在下滑转弯中尽量减少高度损失，来保证迫降的最佳下滑速度。由于在下滑过程中，无论是有动力的下滑转弯还是无动力下滑均受大风浪的影响，但他们的飞行轨迹基本是相同的（如图1）。

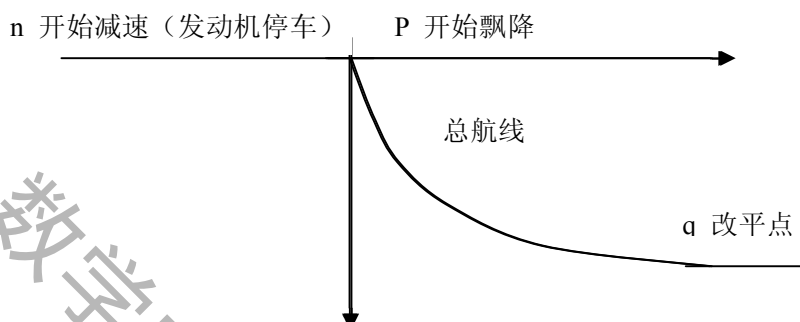


图1 客机飘降航线图

1.1 飞机无动力下滑时的下滑特性^[1]

飞机在无动力时下滑的受力如图2所示。飞机要实现下滑角不变的等速直线下滑，其升力 F_L ，阻力 F_f ，重力 W 和下滑角 θ 之间必须满足：

$$F_L = W \cos \theta \quad (1)$$

$$F_f = W \sin \theta \quad (2)$$

(2) 式除以 (1) 式得 $\tan \theta = \frac{F_f}{F_L}$

即：

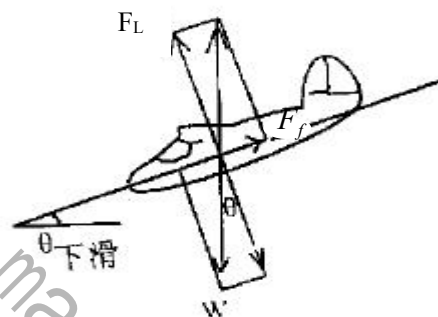


图2 下滑过程飞机的受力图

$$\theta = \arctan \frac{F_f}{F_L} = \arctan \frac{1}{k} \quad (\text{令 } k = \frac{F_L}{F_f}) \quad (3)$$

由 (3) 式可知，飞机在相同的气动外形情形下，以对应于有利迎角的速度下滑， k 最大， θ 最小。

此外，由升力公式 $F_L = C_L \frac{1}{2} \rho v^2 S$ ，可知

$$v = \sqrt{\frac{2W \cos \theta}{C_L \rho S}} \quad (4)$$

由上式可看出，速度除了受迎角、气动外形影响外，还受飞行重量和大气条件影响。飞机若以有利迎角下滑，在相同的气动外形条件下，飞行重量和大气条件不同，有利速度就不同。即有利速度随飞行重量和大气条件的变化而变化。

1.1.1 影响有利下滑速度因数

因素一：飞机重量

以A320飞机为例，其标准最大质量为 M_{\max} ，相应的重力为 W_0 ；标准大气条件下，

其下滑的有利速度为 v_0 。由(4)式知

$$v_0 = \sqrt{\frac{2W_0 \cos \theta}{C_L \rho S}} \quad (5)$$

由(4)、(5)两式可得

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{W}{W_0}} \text{ 即 } v = \sqrt{\frac{W}{W_0}} v_0 = \sqrt{\frac{v_0^2}{W_0}} \sqrt{W}$$

因此可知，有利速度 v 与飞机质量的平方根成正比。即飞机下滑的有利速度随重量 M 的减小而减小。

因素二：大气条件

飞机的空气动力性能与大气的密度有直接关系。假设飞机重量最大，我们可以计算出场压为985 Pa，温度-5°时，有利速度187m/s场压为974 Pa，温度29°时，有利速度为198.3 m/s。因为大气对指示空速无影响，对于无动力滑行来说考虑大气条件意义不大。

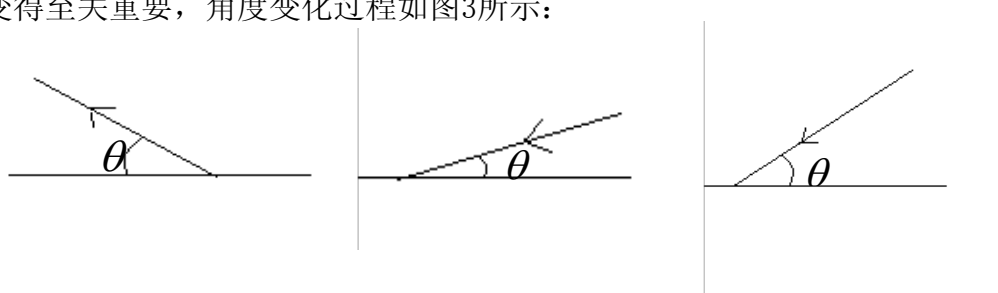
1.1.2 有利速度的确定

通过以上分析，在无动力的条件下，进行迫降时，飞行员只考虑飞机当时的重量这一个因素。可以从油量表显示的剩油量，估算出飞机的重量，再估算出机组人员及乘客的重量（含乘客的携带物品重量），再计算出有利下滑速度。

假设某机场飞机使用的燃油密度为 0.71 kg/L 到 0.74 kg/L ，在最热的天气中为 0.71 kg/L ，在最冷的天气中为 0.74 kg/L 。某飞机当时的油量为 210 L 。燃油在 0.71 kg/L 时质量为 149.1 kg ，在 0.74 kg/L 时质量为 155.4 kg ，相差 6.3 kg ，占总油量的4%左右。而A320机的油量表刻度为 $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}$ 样式，所以燃油密度都取 0.72 kg/L 所造成的误差小于飞行员读油量表时的误差。燃油重量的计算公式可以写成燃油=油量表读数 210 L 乘以 0.72 kg/L 。以此估算出飞行时飞机的重量，进而求出有利速度。

1.1.3 下滑角度的变化情况

当飞机在高空中迫降时，下滑角的变化不大，可看成是不变的，但到近海上空时，为了避免飞机的机头先触水，发生跳跃或翻滚，我们希望飞机在触水时，抬着机头，机尾先触水，因此分析飞机在近海上空到触水这一过程中角度（下滑角过渡为如水角）的变化变得至关重要，角度变化过程如图3所示：



由(3)式可得：飞机下滑的有利速度 v 与下滑角 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 的余弦值的平方根成正比，又 $\cos(\theta)$ 在 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 上是减函数；而在飞机下落过程中，下滑角应该先逐渐减小到 0° ，后又逐渐增大，成为仰角。在前一个过程中，当飞机的下滑角变为 0° ($\cos 0 = 1$) 时，由(3)式可得此时飞机的飞行速度： $v_b = \sqrt{\frac{2W}{C_L \rho S}}$

而后一个过程是前一过程的逆过程，可借助同样的办法分析。利用刘鑫“空投重物水面迫降动态特性参数分析及优化”结果^[2]。

如图4:

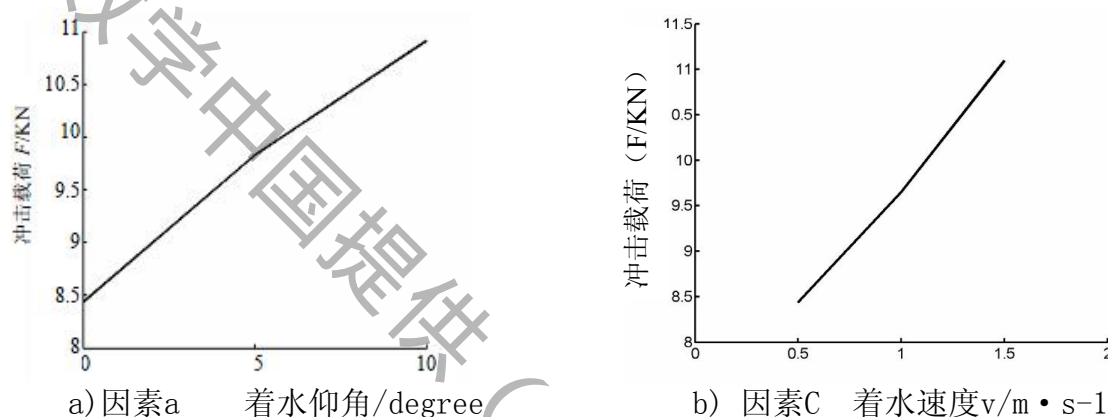


图4 各因素与水面冲击载荷的关系示意图

从中得知重物着水仰角和着水速度对重物所受到的水面冲击载荷有着显著影响，结合美国空客公司专家介绍A320做法——客机收起起落架，以最低的速率下降，着水姿态（即着水仰角）为： $9^\circ < \alpha < 11.5^\circ$ ，为了避免飞机在触水瞬间解体，故飞机的着水仰角应该保持在 10° 左右。对于海面上的波浪，我们可以把它当作余弦波来处理。当飞机触水时，最佳的触水点应该选在海波的波峰或者波峰背部，这样尽管飞机会发生侧倾，但倾角不会太大，也能保证飞机的稳定性。对于风向，如果可以，应尽可能的与它保持平行，这样也能避免飞机发生侧倾而翻滚。

1.2 下滑转弯（飞机迎角为 α °时）的下滑特性^[3]

1.2.1 飘降减速段（n点至p点）公式推导

民航飞机在发动机失效以后，飞机进入减速过程，当减小到一个相对较小的速度，即飘降速度后进行飘降。减速段的受力分析如图5所示，其中有升力 L 、气动阻力 D 、发动机推力 F_N 、发动机停车时飞机重力 W ，认为发动机推力与飞机纵轴平行，其推力线与气流的夹角就为飞机迎角 α 。由图5对力进行沿飞行方向及其垂直方向分解得到动力学方程如下：

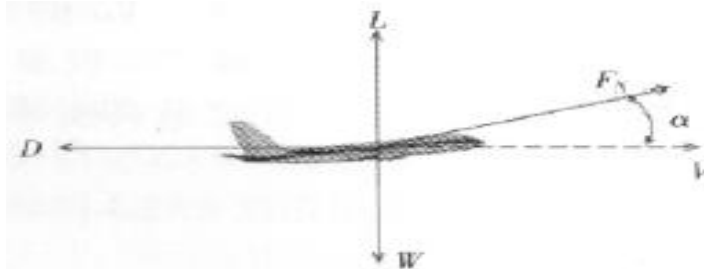


图5 减速段受力分析

$$F_N \cos(\vartheta) - D = \frac{W}{g} \frac{d_v}{d_t} \quad (6)$$

$$F_N \sin(\vartheta) + L - W = 0 \quad (7)$$

由式(6)(7)可得加速度计算公式：

$$A = \frac{d_v}{d_t} = \frac{F_N \cos(\vartheta) - D}{W/g} \quad (8)$$

1.2.2 飘降段(p点至q点)公式推导

飘降过程中飞机受力如图6所示，有升力L、气动阻力D、发动机推力 F_N 、重量W、下滑角 θ 、飞机迎角 α 。

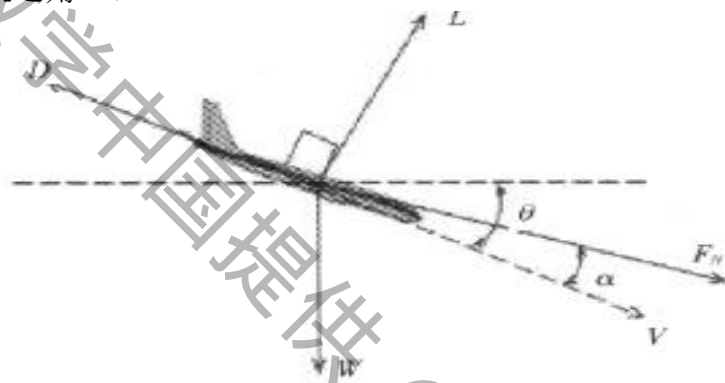


图6 飞机飘降段受力图

可得下降率方程和沿飞行方向及其垂直方向的动力学方程如下：

$$\frac{d_h}{d_t} = v \sin(\theta) \quad (9)$$

$$F_N \cos(\vartheta) - D + W \sin(\theta) = \frac{W}{g} \frac{d_v}{d_t} \quad (10)$$

$$F_N \sin(\vartheta) + L - W \cos(\theta) = \frac{W}{g} V \frac{d_\theta}{d_t} \quad (11)$$

考虑飞机飘降时下滑角变化很小，可取 $\frac{d_\theta}{d_t} \approx 0$ 。正常下滑角较小，取

$\cos(\theta) \approx 1$ ，则由此可得到：

$$\frac{d_h}{d_t} = \frac{v(D - F_N \cos(\vartheta))}{W(1 + \frac{W}{g} \frac{d_v}{d_h})} \quad (12)$$

由上述公式可知：当飞机有少部分动力下滑时，飞行员可借助上式来确定飞机的速度，以便触水时的速度不至于过大，使飞机发生解体。同样地，针对海面上的风浪，

我们应尽量使触水点选在海波的波峰处，且与风向保持平行，这样也能保证飞机的迫降安全稳定性。

模型二 飞机的漂浮特性研究

飞机以有利速度着水后，由于各种渗漏源，如排水孔及破损口等的存在而发生下沉运动，飞机的漂浮特性研究就是要计算出水位到达低位置舱门所需的时间，为乘客和机组人员的安全撤离提供理论上的参考。

如果不考虑风浪的影响，其漂浮状态可采用阿基米德静力学原理来计算，此方法在无风浪或风浪较小的情况下是有效的。然而，在实际海洋环境中，很可能出现风浪较大甚至极恶劣的情况。波浪对飞机的漂浮状态会产生很大的影响，风力也会造成其漂浮状态的变化。基于以上假设，首先采用客机静力学理论来分析漂浮飞机在静水的漂浮特性，在此基础上，进一步考虑波浪和风力对飞机漂浮特性的影响。

2.1 进水量(进水速度)的计算

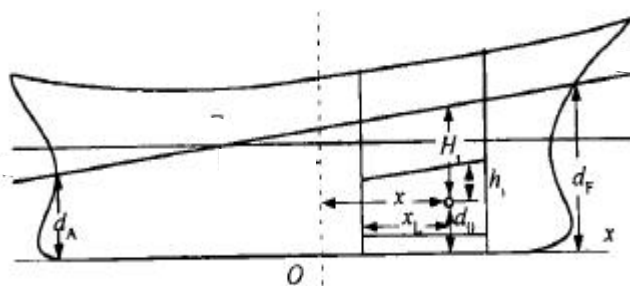
水线以下渗漏源的进水流量，与渗漏源位置距水线的垂直距离和渗漏源面积的大小有关，其大小可由 $v = \mu s \sqrt{2g(H-h)}$ ^[4] 计算。

当客机破舱进水时，客机会逐渐下沉、发生纵倾，客机的漂浮状态也会发生变化，破口中心距舷外水面的高度及距舱室液面的高度 h 也在不断地变化，客机进水速度是时间的函数。设客机破口的面积为 s ，考虑实际流体粘性等因素的影响，客机破舱进水的实际进水速度可表示为：

$$\begin{aligned} v &= 0.6s\sqrt{2gH_i} \quad i = 0, 1 \cdots k; \\ v &= 0.6s\sqrt{2g(H_i - h_i)} \quad i = k+1, k = 2 \cdots n \end{aligned} \quad (13)$$

2.2 客机纵倾对进水速度的影响

由(13)式可知，客机进水速度和破口中心距舷外水面的高度 H_i 及距舱室水面的高度 h_i 有关(如图7所示)，所以在客机进水速度的计算时要充分考虑客机纵倾变化时对 H_i 、 h_i 的影响。



2.2.1 客机纵倾对 H_i 的影响

设 x 为破口中心到客机中的距离， d_0 为破口中心到基线的距离，则破口中心到舷外水面距离的表达式为：

$$H_i = d_A + \frac{t}{L} \left(\frac{L}{2} + x \right) - d_0 \quad (14)$$

2.2.2 客机纵倾对 h_i 的影响

根据机舱容积及货物的渗透率，确定进水量所占用的舱室相当体积，然后根据舱高曲线来确定舱内水面的高度 h_i 。当舱内水面超过破口的位置时，设破口中心到舱内水面的平均距离为 h ，舱长为 l_x ，故客机在纵倾斜状态下，破口中心到倾斜水面的垂直距离为：

$$h_i = h + (x_L + \frac{l_x}{2}) \frac{t}{L} \quad (15)$$

2.3 进水时间与进水量确定

客机在每一次微量进水过程中，可认为进水速度相同，则每一次的微量进水所用的时间表达式为：

$$t_i = \frac{q}{0.6s\rho\sqrt{2gH_i}} \quad i = 0, 1 \cdots k$$

$$t_i = \frac{q}{0.6s\rho\sqrt{2g(H_i - h_i)}} \quad i = k+1, k = 2 \cdots n \quad (16)$$

在第 n 次进水之后，总的进水时间 T 与总的进水量 Q 分别为：

$$T = \sum_{i=1}^n t_i, \quad Q = \sum_{i=1}^n q_i$$

即客机在时间 T 内客机的进水总量 Q ，在此过程中可采用船舶静力学中的重量增加法来计算飞机的下沉，即将进水看成机身本身重量，随着进水的不断增加，客机下沉也在不断增大。

模型三 波浪中客机横摇稳定性的研究

大量事实证明，波浪对于客机性能的影响是多方面的，其中最主要的是对安全性的影响。波浪中客机的横摇稳性，由于外部环境随时间的变化，使横摇运动变得比较复杂，故至今研究得不多。本文采用客机瞬时湿表面变化的时域分析法研究波浪对客机稳性的影响，不但定性而且定量地给出客机在波浪中典型情况的横摇稳性。

3.1 波浪中客机瞬时湿表面的计算方法

客机瞬时湿表面，也就是客机某一时刻浸入水中的表面积。当客机在波浪中滑行时，由于客机与波浪的相互作用，客机的姿态及吃水是随时间变化的。客机的位置、姿态及吃水，直接影响客机的排水体积，从而影响客机的恢复力矩及稳定性。

客机的瞬时吃水，与客机在波浪上的运动特性紧密相关，通常采用三种坐标系来描述。

- 1、空间固定坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 用来描述波浪，故又可以写成 $O_0\xi\eta\zeta$ 。
- 2、参考坐标系 $OXYZ$ 为随客机移动的相对坐标系，则 OXY 平面为客机的静水面。
- 3、动坐标系 $\hat{O}\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$ 或惯性坐标系固定在客机上，当客机处于平静位置时与 $OXYZ$ 重

合， Z 轴过客机重心 G 向上。
以上三种坐标系见图8：

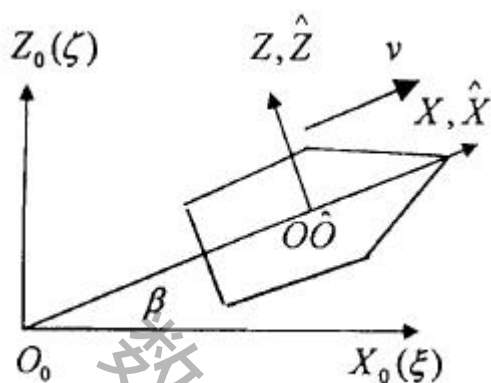


图8 三种坐标系

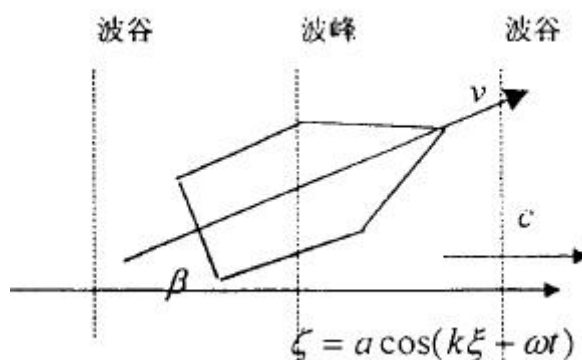


图9 波面示意图

假设作用于客机的波浪为规则尾斜波。波幅为 a 、波数为 k 的波浪正在以波频 ω 、波速 c 传播，航向角为 β ，速度为 v ，如图9所示，在 t 时刻的波形表达式为：

$$\zeta = a \cos(k\xi - \omega t) \quad (17)$$

空间固定坐标系 $O_0\xi\eta\zeta$ 与参考坐标系 $OXYZ$ 之间有如下关系：

$$\begin{cases} \xi = x \cos \beta - y \sin \beta + vt \cos \beta \\ \eta = x \sin \beta + y \cos \beta + vt \sin \beta \end{cases} \quad (18)$$

因为简谐波的波面方程为 $\zeta = a \cos(k\xi - \omega t)$ ，所以(18)式可以写为：

$$\begin{aligned} \zeta &= a \cos[k(x \cos \beta - y \sin \beta + vt \cos \beta) - \omega t] \\ &= a \cos[(kx \cos \beta + ky \sin \beta) + (kv \cos \beta - \omega)t] \\ &= a \cos(kx \cos \beta - ky \sin \beta - \omega_e t) \end{aligned} \quad (19)$$

其中， λ 为波长， ω_e 称为遭遇频率且 $\omega_e = \omega - kv \cos \beta$ 。

为了简化计算，在研究波浪中客机的稳性时暂不考虑航速的影响，取客机典型状态研究其横稳性。

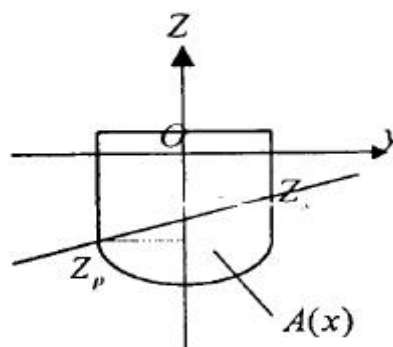
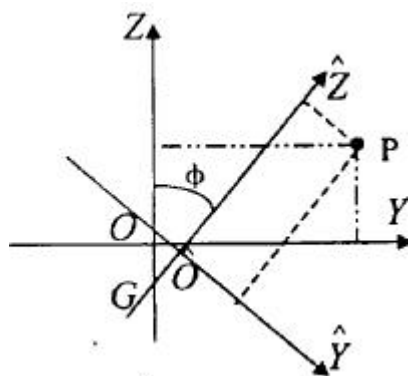


图10 坐标转换示意图

图11 浸深示意图

如图10所示，设波面上一点 P 在参考坐标系与动坐标系中的坐标分别为 (y, z) 与 (\hat{y}, \hat{z}) ，因为 $\zeta = z$ ，了描述的方便，设 $\hat{z} = r$ ，则原来坐标可以用 (y, ζ) 与 (\hat{y}, r) 来替换，下面分两种情况分析。

3.1.1 忽略升沉与纵倾的影响

当客机在波浪中运动时，只考虑其横摇运动，而不计升沉与纵倾的影响，根据坐标转换存在以下关系（ OG 为重心距原点 O 的距离）：

$$\begin{aligned} y &= \hat{y} \cos \varphi + (r + OG) \sin \varphi \\ \zeta &= -\hat{y} \sin \varphi + (r + OG) \cos \varphi - OG \end{aligned} \quad (20)$$

又由于 $\zeta = a \cos(kx \cos \beta - ky \sin \beta - \omega t)$ ，所以 (20) 式可以写成：

$$\begin{aligned} &a \cos(kx \cos \beta - k(\hat{y} \cos \beta + (r + OG) \sin \beta) \sin \beta - \omega_e t) \\ &= -\hat{y} \sin \varphi + (r + OG) \cos \varphi - OG \end{aligned} \quad (21)$$

在某一时刻客机姿态一定的情况下，可用数值法由 (21) 式迭代求出客机某一面处的 $r(y, t)$ 它即是水线面与人射波之间的相对运动位移，即由于波浪引起客机吃水的瞬时变化。假设静吃水为 T_0 ，则某时刻对应的瞬时吃水为 $T_0 + r(y, r)$ 。

3.1.2 计升沉与纵倾的影响

考虑客机的升沉与纵倾的影响，假设 ζ_0 为某一时刻的升沉幅值， θ 为纵倾角，客机的瞬时吃水为

$$T = T_0 + r(y, t) - \zeta_0 + x\theta \quad (22)$$

3.2 客机在波浪中横摇稳性的研究

由于横摇运动是非对称运动，客机的左右舷吃水并不相同，所以不能再以简单的吃水来衡量。在此引入一个新的概念：浸深。设 $A(x)$ 为客机瞬时横截面浸水面积， $A(x)$ 与客机相交的状态有关，如图5所示。设横倾水线与客机型交点为 Z_p 和 Z_y ，本文中称之为客机左舷和右舷的浸深，它们是 ζ_0, θ, φ 和瞬时吃水的函数。那么在 Z_p 和 Z_y 以及客机的姿态参数 ζ_0, θ, φ 和瞬时吃水已知的情况下，复原力矩为：

$$M_F = \int_{X_A}^{X_F} H(x) dx - W \overline{OG} \quad (23)$$

$$\text{其中, } H(x) = \frac{dP}{d\zeta} \left[-\sin \varphi \int_{A(x)} z dy dz + \cos \varphi \iint y dy dz \right]$$

式中 X_A , X_F 分别为客机尾首的坐标, W 为客机的重量, \overline{OG} 即为客机重心在随客机坐标系中的垂向位置 Z 。(23)式中的第二项是由于客机重量引起的复原力矩, 第一项是另一类复原力矩, 是环绕客机体周围的水压力而引起的, 所以该项被称为由于客机型而引起的复原力矩。

一般情况下, 图12可以作为上述关系的图解。图中 $b(Z)$ 是水线半宽, T_0 是直立状态时的静吃水, Z_p 和 Z_y 即为上文中提到的左右舷的浸深, 计算公式为:

$$A(x) = \int_{-T_0}^0 2b(z)dz - \int_{z_p}^0 b(z)dz - \int_{z_s}^0 b(z)dz + \frac{1}{2}[b^2(Z_p) - b^2(Z_s)]\tan\varphi \quad (24)$$

当横倾角度较大时, 应考虑图13, 图14两种情况。

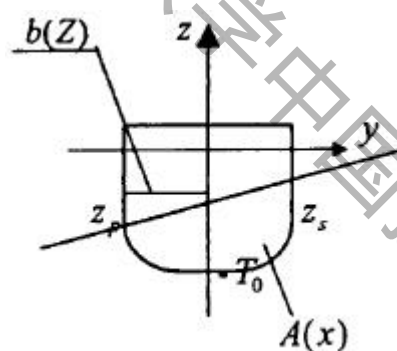


图12

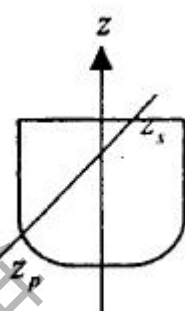


图13

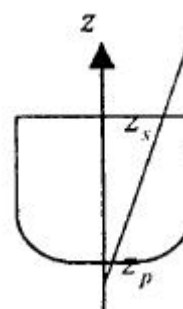


图14

其中, Z_p 和 Z_y 分别满足:

$$\zeta_0 - x\theta - y\sin\varphi + z\cos\varphi - r(y,t) = 0$$

$$\zeta_0 - x\theta + y\sin\varphi + z\cos\varphi - r(y,t) = 0$$

利用查补函数法求得 Z_p 和 Z_y 。上列各式中 $r(y,t)$ 为波浪引起的吃水的瞬时变化, ζ_0, θ 为客机的升沉与纵倾值。

这样就可以得到在考虑瞬时湿表面的情况下, 恢复力矩随横摇角变化的表达式。根据不同的客机, 可得出其本身在波浪中的恢复力矩曲线, 即稳性曲线。

五、 模型分析

模型一中，我们通过讨论飞机在无动力下滑和有部分动力下滑的运动特性，进而确定飞机在触水时的仰角，着水速度，使用范围更广。理论上，该模型较科学，但由于数据不足，无法进行模型的验证。模型二在客机以有利速度着水后，考虑飞机在水面上的漂浮特性，飞机着水后，由于各种渗漏源，如排水孔及破损口等的存在而发生下沉运动，基于船舶静力学理论，建立了飞机在波浪中漂浮特性的数学模型，以提供一种能预报飞机在波浪上漂浮特性的实用性方法，计算出飞机的进水总重量，采用船舶静力学中的重量增加法来计算飞机的下沉，综合各种因素，如客机的纵倾对客机进水量影响，计算出水位到达低位置舱门所需的时间，为乘客和机组人员的安全撤离提供理论上的参考。

模型三中，我们讨论波浪中客机的横摇稳定性，使用波浪中客机瞬时湿表面的计算方法，从特殊到一般，先讨论忽略升沉与纵倾的影响，进而讨论升沉与纵倾的影响，具有强的可操作性，但由于海面的模型相对较复杂，我们仅仅做了简单的有关讨论，还有很多值得改进的方面。

六、 参考文献

- [1] 邓烈勇 程仲刚 孙海东, 初教机无功率迫降最佳下滑速度的确定, 中国民航飞行学院学报, 第3期:2000年。
- [2] 刘鑫 文桂林 韩旭, 空投重物水面迫降动态特性参数分析及优化, 系统仿真学报, 第23卷第2期: 2011年。
- [3] 李旭 王玉, 民用飞机飘降总轨迹计算分析, 中国民航大学学报, 第26卷第3期: 2008年。
- [4] 杜嘉立 徐邦祯 沈江, 船舶破舱进水速度与时间的计算, 大连海事大学学报, 第2期: 22-24, 2002年。

数学中国提供 (www.madio.net)