

第七届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

承 诺 书

我们仔细阅读了第七届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其它公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们接受相应处理结果。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们参赛选择的题号是（从 A/B/C/D 中选择一项填写）：_____ D _____

我们的参赛队号为：

参赛队员（签名）：队员 1：叶飞

队员 2：孙丽

队员 3：李娜

参赛队教练员（签名）：韩祝华

参赛队伍组别：专科组

日期：_____ 2014 年 4 月 20 日 _____

第七届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：2827

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2014 年第七届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛第一阶段论文

题 目： 幼儿园园长的苦恼

关 键 词： 几何画板软件 无向包络图 中国场地问题 地震搜索问题

摘 要：

本文研究的是幼儿园学生室外活动期间如何保证学生的安全问题，根据竞赛题目要求，在活动场地和教师人员以及学生人数一定的情况下，如何调度现有的老师，才能最大限度的保证孩子的安全，使得孩子在30分钟内得到充分的室外活动，而且又能最大限度的保证室外活动的安全性。

问题一，在现有教师资源的条件下，如何最大限度的保证孩子们室外活动的安全性？我们对场地进行分析，通过数学理论结合几何画板，推导出用14位老师看管场地为最优方案[1][2][3]，并绘制相关图表。

问题二，在保障安全的前提条件下，如何使得孩子们的室外30分钟活动更有意义？在 50×35 米的矩形场地内建立一个 46×31 米的嵌套的小矩形，并且把室外活动30分钟进行了相应的活动安排计划。前十分钟为自由活动时间，14名老师站在小矩形的边缘进行看管，剩余的1名老师在场地中间进行全面监管；中间十五分钟教师及学生进行分组，并通过做游戏进行活动；最后五分钟再让学生进行自由活动，老师回到原位置进行监管。

最后，对该问题进行了更深刻的探讨，对模型的优缺点进行评价。

参赛队号： 2827

参赛密码 _____
(由组委会填写)

所选题目： D 题

一、问题重述

某幼儿园，有130名学生，有15名老师，由于园内的空间不足，为了让孩子们能够充分活动，需要将孩子们带到一块长50米，宽30米的矩形空地上去活动。每天大约要活动30分钟，在空地上是安全的，空地外可能会遇到危险。一名老师可以监督其正前方长10米，宽3米的区域。

如何调度现有的老师，才能最大限度的保证孩子的安全？

下面是一个简化的看管问题。有一个矩形场地区域，大小为 50×35 米，需要进行优化看管[4][5]，嵌套一个 46×31 米的小矩形，即我们建立一个宽3米的警告安全带，让老师在小矩形的边界进行看管，以此来保证孩子们的安全。

现有如下问题需要解决：

1、现给定了15名老师，我们设计一种以现有老师资源来看管学生最大活动范围的方法，按照这种方式，我们保证以最大限度保证孩子们的安全。

2、为了使孩子们的室外活动更有意义，在现有老师人员的情况，能否用最少的老师看管最大活动范围，并且其余老师组织孩子们进行游戏活动。

二、问题分析

问题（一）、为什么孩子的安全问题是幼儿园室外活动的重点

（1）现代的家庭多数居住在高楼里，孩子很少有机会接触到外面的世界。幼儿园是孩子生活的小乐园，孩子大部分时间是在这里渡过的，因此，孩子的室外活动是幼儿园日常生活中一个非常重要的环节。

因为孩子正处在生长发育的时期，他们的机体对外界环境的适应能力差，身体各器官各系统发育尚未成熟、完善。容易因各种自然因素的变化而影响身体健康，因而采用适合于幼儿生理特点的室外活动，可以提高孩子身体的适应能力、抗病能力，从而增强体质，促进身体健康发展；同时也是孩子喜欢的活动。孩子参加室外活动精神焕发，情绪愉快，室外活动，也能培养勇敢坚强、反应灵敏等多种意志品质，是促进孩子心理发展的有效途径。

（2）当代社会独生子女居多，孩子的安全问题牵动每一个家长的心。所以，幼儿园的根本问题是如何保证孩子室外活动的安全，并加强孩子室外活动的安全教育、增强幼儿自我保护意识。在给孩子更多自由的同时，老师还要特别强调安全教育。户外场地活动范围较广，幼儿四处分散活动时，老师的视线不能顾及每个孩子。因此，在活动前要尽可能预计到可能出现的不安全因素，活动前老师要向孩子交待活动的规则和有关安全事项，增强自我保护意识。检查仪表，注意调节幼儿运动负荷，活动前后增减衣服。

总之，室外活动时老师要四处巡回走动，及时纠正孩子危险动作，老师做个有心人，使孩子从狭小的空间走出来，充分发挥室外活动相对自由、自主、轻松愉快等优势，并且最大限度的保证孩子的安全。

因此，这就要求我们建立的模型应该尽量保证老师监管无盲区，所以我们相应的建立了带状警告区，以此来保证孩子们的安全。

问题（二）、如何科学合理的安排室外活动30分钟

法国著名学家蒂索从医学的角度来评价体育活动：“运动能代替药品，但世界上任何药品都不能取代运动的好处”[6]。幼儿期是身体发育最快的时期，而运动则成为他们锻炼身体的客观需要，以实现其身体发育和运动能力发展的平衡。因此，不论从新《纲要》提出的幼儿园任务，即对幼儿实施体、智、德、美全面发展的教育中，还是从孩子一日活动内容时间安排中，都将体育活动放在了幼儿园教育活动的重要位置，选择适合于孩子的体育活动内容是实现体育目标的有力保证。

幼儿的走、跑、跳、投、爬等基本动作虽已基本成形，但动作的准确性、协调性都比较差，动作的整体形态还显得较为笨拙。因此可选择，“老鹰抓小鸡”，提高幼儿的集体躲闪能力；还有用拍皮球行进计时赛；用球拍端乒乓球过独木桥等，都是有益于发展孩子精确能力、协调能力[7]。

幼儿园的发展首先要考虑幼儿的健康和安全，室外体育活动是孩子运动的本能，是丰富和活跃幼儿的 lives 内容，幼儿园要有目的地培养和提高孩子的体育活动能力，并让孩子在体育活动中产生愉快，兴奋的情绪体验和感受，促进孩子的全面发展。因此，我们把孩子室外活动的30分钟做了如下分配：

(1) 前十分钟是孩子们的自由活动时间，孩子们可以在给定的区域内自由活动，四周有老师的看管，以保证孩子们的安全。

(2) 中间十五分钟由老师带领孩子们做游戏，把15个老师分成4组，其中4个老师带领每35个孩子的有3个组，剩下的一组是由3个老师带领25个孩子。分好组后，由各组老师带领孩子们做拍球、拔河、跳绳、接力赛等各式各样的新颖课外活动。这样不仅丰富了孩子们的课外生活，也调动了孩子们对体育锻炼的兴趣和热情。

(3) 最后五分钟，孩子们自由活动，最后两分钟的时间，老师提醒孩子们整理自己的东西，并且进行集合回教室。

三、模型假设

- (1) 假设场地内部安全且学生不相互打闹。
- (2) 假设老师都是正常视力为1.2，且都能认真负责。
- (3) 假设孩子只有在跑动状态下才能进入警告带状区，且老师阻止后立即返回场地内。
- (4) 假设每个老师步行的速度一致。

四、符号说明

V_0 表示老师跑步的速度；

V_1 表示孩子跑步的速度；

T_0 表示老师跑步的时间；

T_{00} 表示老师反应的时间；

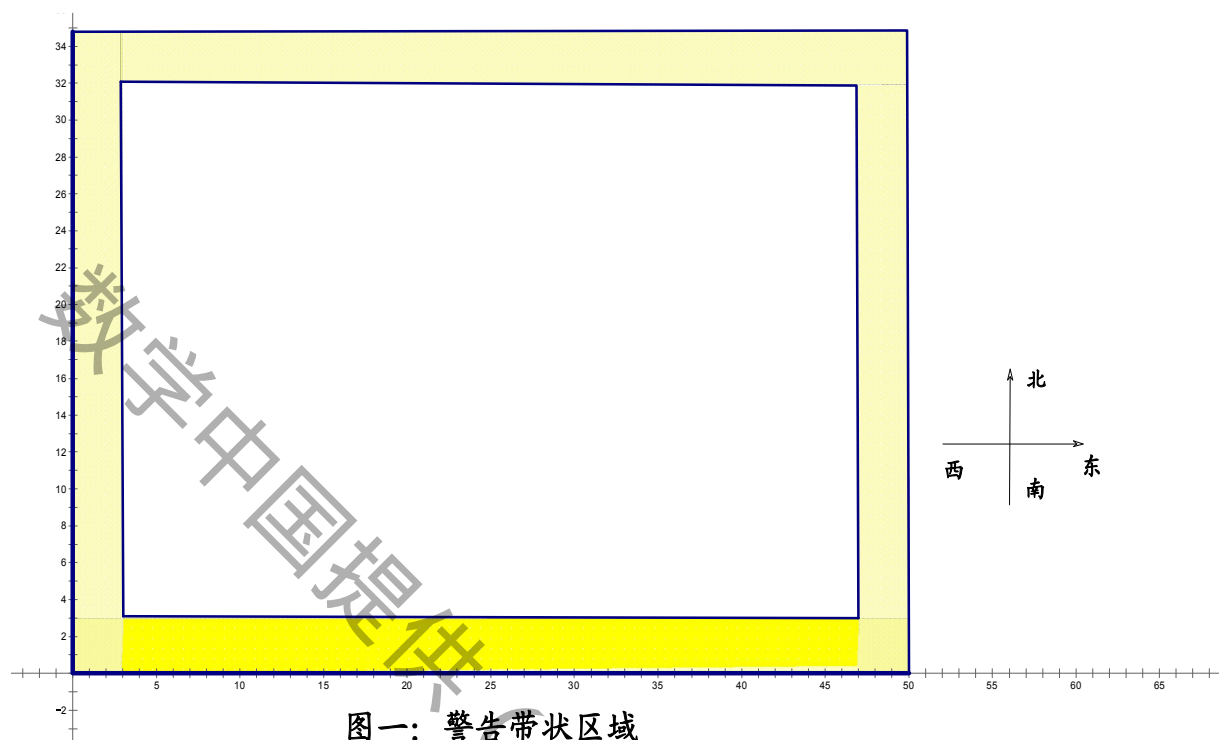
T_1 表示孩子跑步的时间。

五、模型建立与求解

本题目针对在老师人数和活动场地固定的情况下，孩子进行室外活动时，老师进行

场地看管，并且要求活动场地最大限度的安全，而的建立模型。

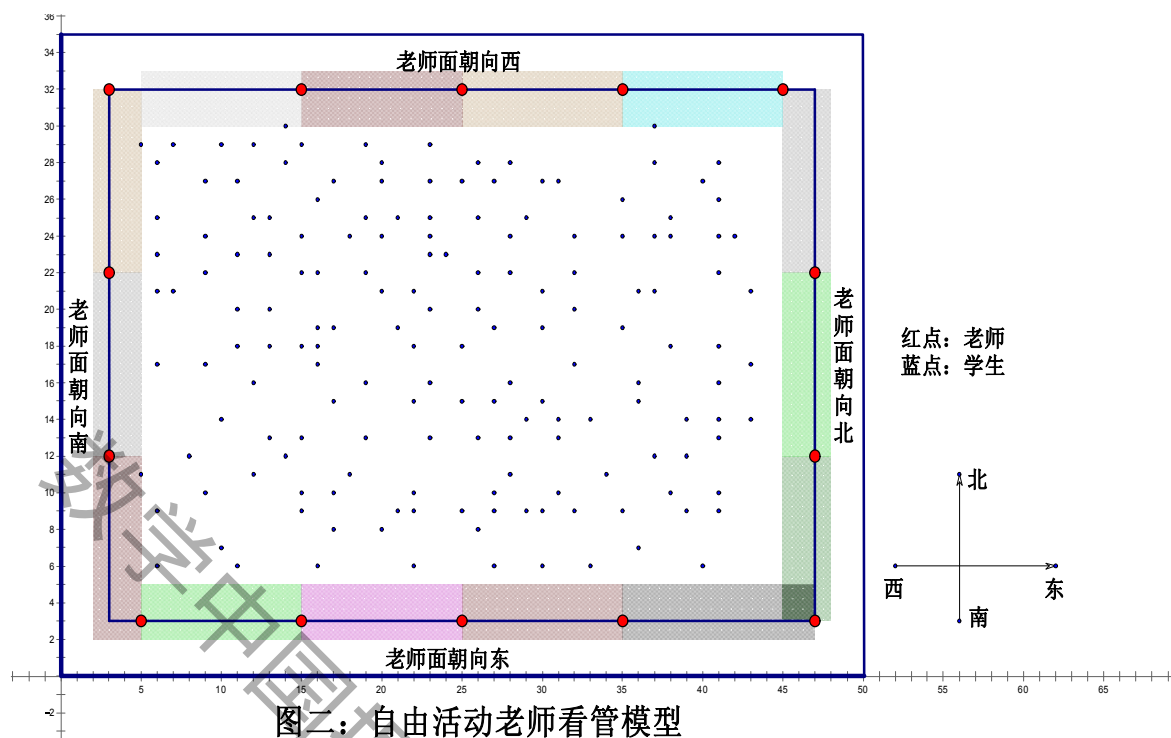
(1) 首先，活动场地范围为 50×35 米的矩形，在这个矩形的内部嵌套一个 46×31 米的小矩形，即建立了一个宽 3 米的带状区域（即图一中黄色带状区域），这个区域我们定义为警告区域，即一旦孩子进入这个区域，老师将进行制止，孩子即刻返回场地内。



(2) 我们对警告带状区域进行分析，一旦孩子进入带状区域，老师通过说话对其进行制止，因此，我们对老师的监管位置进行分析，在现有老师的基础上，我们保证没有盲区，使孩子的活动区域是安全的。由老师的所站位置我们进而转化为一张网络图（如图二所示），每个老师监管的区域我们用不同的颜色表示出来，由图可见，这样安排老师进行监管是没有盲区的，同时我们规定每位老师监管的区域是其正前方 10 米，小矩形外侧 1 米，内侧 2 米，这样也可以尽早的发现孩子的动向。

此外，图二中长边与短边上老师的朝向是不同，我们在图二中进行了标记，并且由图二可见，14 个老师的监管区域是封闭的，这就最大限度的保证了孩子的安全，剩下的 1 名老师站在场地中间，维持场地内孩子的秩序。在小矩形边上的老师可以在以红点为中心的相应边上进行短距离的左右移动。

图二是在孩子们进行自由活动的时候，老师站立的位置，以及监管的区域。



图二：自由活动老师看管模型

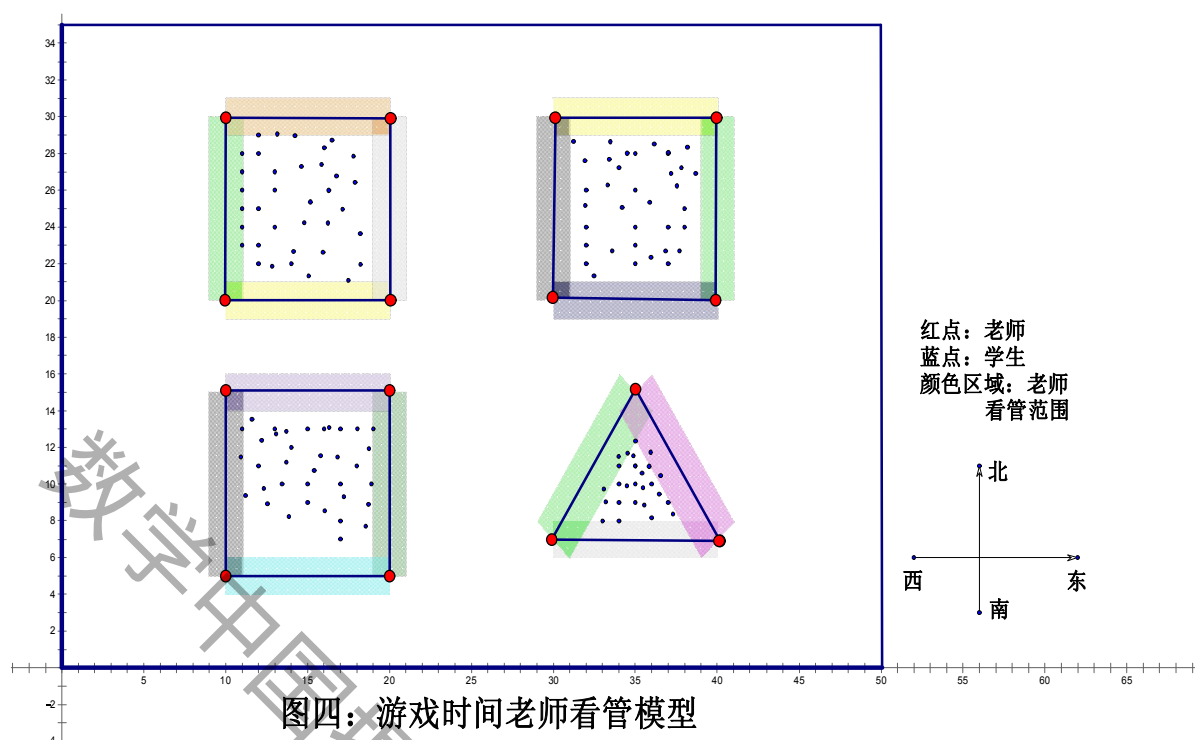
(3) 为了是室外30分钟的活动更有意义，我们对孩子室外活动的30分钟进行了安排。出教室时，各班老师组织学生有秩序的离开教室，进入活动场地，并且老师提前对孩子进行相关的安全教育。等到学生安全有序的进入活动场地后，14名老师迅速的进入自己的监管位置，剩余的1名老师在场地中间维持孩子们的秩序，孩子们进行10分钟的自由活动。

等到自由活动10分钟快结束时，站在场地中间的老师组织学生进行集合。14位监管老师也回到场地中间。15名老师进行分组，分为4组，其中有3组各4名老师，最后一组3名老师，学生也进行分组，分组情况如图三所示。

老师分组	⇔	学生分组
1至4号老师	⇔	1至35号学生
5至8号老师	⇔	36至70号学生
9至12号老师	⇔	71至105号学生
13至15号老师	⇔	106至130号学生

图三：老师及学生分组情况

学生和老师进行分组后，孩子们进行15分钟的游戏。由各组老师在相应的区域进行监管，监管区域已用不同颜色标出，并且老师通过语言组织本组孩子们做游戏，通过做游戏提高孩子们动作的准确性、协调性，做游戏时，老师和学生的场地情况如图四所示。



游戏结束后，老师回到孩子自由活动时自己的监管位置，剩下的5分钟，孩子们进行自由活动。当剩余2分钟时，场地中间的老师提醒孩子们整理好自己的物品，各班进行排队，组织孩子们回教室。

六、模型评价

在解决场地老师监管位置时，我们借鉴了“地震搜索方案问题”[8]、“中国场地问题”等模型中的思路与方法。再根据保证孩子活动时间最大限度的安全，经过讨论分析建立了本题的数学模型，但对于建立的模型存在着优点与缺点，优缺点如下：

模型的优点：第一，在模型的建立过程中，我们大胆的假设，将看管场地的老师人员们看成是一个质点，当质点从前一个节点运动到后一个节点，就表示该场地已经被全部看管，进行了这些假设后，我们将复杂的问题转化成几何模拟图形，将复杂的问题简单化，利用几何画板进行模拟，进而对问题作出简答，另外，此图简单明了，可以直接看出模型效果，可见模型有较强的实用性，且充分利用计算机的优点。

模型的缺点：该模型在求解的过程中作了一些与实际生活中不相符合的理想假设，如场地中看管的老师步速一致，孩子们相互之间不打闹等，这些假设是不符合实际的。对于问题二的假设不合理的地方，如孩子们可能会不听从老师的安排。因此，模型是存在一定的缺陷的。

结合以上的优缺点，可以得出：该模型可以通过几何画板软件进行画图实现，对一些问题可以进行解决，因此该模型是一个比较完善的模型。

七、模型的改进与推广

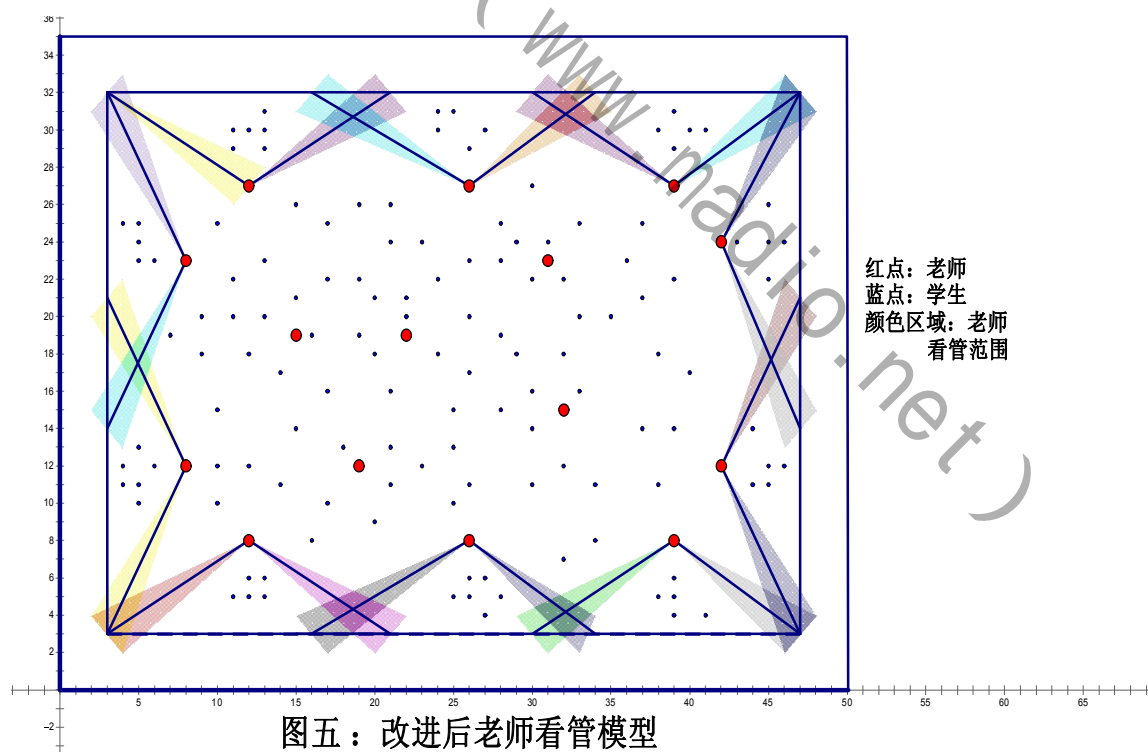
在建立模型的过程中，我们进行假设都是理想化的，因此在进一步对模型进行改进的时候，应考虑到各个老师的步速不可能完全一样，以及自身体力问题、外界环境的因素对其看管场地的影响，看管人员在改变方向所消耗的时间等一些与实际不相符合的实际情况。

假如我们把模型假设中的假设（1）、（3）去掉。（1）假设场地内部安全且学生不相互打闹、（3）假设孩子只有在跑动状态下才能进入警告带状区，且老师阻止后立即返回场地内。则需要老师在活动场地内维持学生的秩序，孩子进入带状区域后，若是不听老师的告诫，而继续往外跑，这老师就要跑过去把孩子抱回来，这样我们就需要少些的老师进行监管小矩形，同时保证有老师维持秩序，若有老师离开监管岗位去抱孩子时，还要有老师进行替补。因此对上面的模型进行了以下修改。

我们选定10名老师进行监管，剩余5名老师，这5名老师在场内中间维持孩子们的秩序，并且监管学生的去向；同时，一旦有老师离开自己的监管位置，则这5名老师中的1名老师进行替补，离开监管位置的老师把孩子抱回场地内部，并留在场地内。

通过对人眼视角的相关查询，我们得到，人的视角是由两眼所夹形成的，人单眼的水平视角最大可达156度，双眼的水平视角最大可达188度。人两眼重合视域为124度，因此我们认为视角范围一般为 $120^{\circ} - 130^{\circ}$ 的样子，所以我们可以参照图五选取10名老师进行监管，剩余老师在场地内部进行监管。

此外，考虑到有学生不听老师的告诫跑入带状区域后继续跑动，通过查阅可得，幼儿园老师的步行速度是幼儿园小孩步行速度的大约3倍。再就是老师看到孩子跑入带状区域后有个反应时间，通过查阅得到，一般人的反应速度是 $T_{00} = 0.35$ 秒左右。一般讲成年人跑步的速度为 $V_0 = 20m/s$ ，而孩子的跑步速度大概为 $V_1 = 6m/s$ 。因此，我们只要满足 $T_1 + T_{00} \leq T_2$ ，孩子就不会跑出安全场地。



由图五可知，带状警告区域的宽度为3米，而老师跑步所需时间为 $T_1 = 3/20$ ，孩子跑步出带状区域的所需时间为 $T_2 = 3/6 = 1/2$ ，并且经过计算可知， $T_1 + T_{00} = T_2$ ，即孩子

在跑出安全区域前老师可以追上孩子，因此可以保证孩子的安全。

该竞赛问题的模型可以运用到很多个节点问题上进行求解，对模型进行适当的修改，该模型即可推广到畜牧员放牧的最优看管方法、固定范围内 GPS 人员营救搜索等问题上。

八、参考文献

- [1] 赵东方，数学模型与计算，北京：科学出版社，2007.
- [2] 赵东方，数学实验与数学模型，武汉 华中师范大学出版社，2003.
- [3] 王兵团，数学建模基础，北京：清华大学出版社；北京交通大学出版社 2004. 11.
- [4] 董泽清，机器看管模型的最优备用量[J]，应用数学学报；1983 年 04 期.
- [5] 陈理荣，2003 数学建模导论，北京，北京邮电大学出版社.
- [6] 张江梅，论幼儿园体育运动兴趣的培养[J]，华章，2010（28）.
- [7] 林小环，幼儿园体育游戏的设计与组织实施[J]，学前教育研究，2011（5）.
- [8] 2008 年网络竞赛专科组地震搜索方案，数学建模论文.