

文章编号: 1005-3085 (2002) 05-0029-06

# 利用切片的二维空间相关操作实现 血管的三维重建

胡亦斌, 向 杰, 程 翔

指导老师: 王若鹏

(北京大学物理系, 北京 100871)

**编者按:** 本文利用相关作为两个图形相似程度的度量, 通过快速傅立叶变换及反变换对切片进行空间相关操作, 具有一定特色。这种方法能够快速确定出中轴线与切片的交点, 所得到的计算结果较为准确。请注意文中 X 轴的方向与题意要求是相反的。

**摘 要:** 相关 (Correlation) 作为两个图形相似程度的度量, 被广泛的用于图形图像自动识别中。为对血管的二维切片图像进行分析并重构出血管以及血管中轴线的三维空间形貌, 我们利用快速傅立叶变换 (FFT) 及反变换对切片进行空间相关操作, 几乎一步即可确定出中轴线与切片的交点, 从而给出中轴线的空间坐标。我们求出了血管的半径, 利用这些结果, 绘出了血管中轴线的三维曲线及其投影线, 并且利用计算机软件画出了血管的三维造型, 在该造型中作血管切片, 结果与初始的切片数据一致。文中分析了相关法进行图像处理的优点与局限性, 对利用近代光学信息处理的手段进行切片三维重建的思路进行了讨论。

**关键字:** 傅立叶变换, 相关操作, 三维重建

**分类号:** AMS(2000) 65D17

**中图分类号:** O242.1

**文献标识码:** A

## 1 问题分析与半径的获得

血管可以看成无穷多个等径并且圆心相距无穷小的球包络面组成。因此, 切片上的二维图形就应该是由无穷多个球被截的圆叠加而成。这些圆都是被截球的大圆或者小圆, 其半径有一极大值  $R$ ,  $R$  同时也是球的半径。这样一个半径  $R$  的圆是球心在切片平面内的球被截而成的, 其圆心为中轴线与切片平面的交点。假设, 中轴线与每张切片有且只有一个交点, 所以每一张切片图上包含且只包含一个半径为  $R$  的圆。我们只要找到这个圆, 就可以定出中轴线与切片平面交点的坐标, 用这些交点坐标我们可以建立起中轴线的空间形态。

现在我们把问题分解为两部分: 第一步, 找到半径  $R$ ; 第二步, 在每一张切片图中找到半径为  $R$  的圆的圆心。第二个问题我们使用了空间相关操作方法来解决, 这将在下一部分中详细描述。我们先来解决第一个问题。

图 1 是一张叠加图, 是由 0. bmp 到 99. bmp 的相应像素进行或运算所得。这张图代表了待求血管在  $X-Y$  平面上的投影的形状。我们不难看出, 除去这一“弯月”的两端之外, 这一图形的宽度是保持不变的, 这一宽度就是我们所要求的球的直径  $2R$ 。我们找到直径的方法是这样的: 在图形的中段也就是宽度很均匀部分的中段 ( $y = 260 \sim 280$ ) 左侧固定一个在轮廓上的点

A,在 A 点对应的另一侧轮廓线上从与 A 同一 Y 坐标的一点向附近寻找一点 B,使得 $|AB|$ 在这些点中最短,可以证明 $|AB|$ 就是我们要求的直径。这样,我们就可以求出 $2R=60$ , $R=30$ (像素)。

## 2 血管中轴线的确定

在已获得球半径的基础上,我们对切片图样进行相关操作来确定半径为 R 的圆的圆心的位置。

所谓相关操作是指利用两函数 $f(x, y)$ 、 $g(x, y)$ 作相关积分时的特性,在样品图样中定位某种模版图样的位置方法。我们以一简单情形为例简单的说明相关操作。假设样品具有如下图形:



图 1 所有血管切片的叠加图

$f(x) = \sum_{i=1}^N g(x - x_i)$ , 其中 $g(x)$ 为一个单位方势垒函数: $g(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a/2 \\ 0 & |x| > a/2 \end{cases}$   $x_i$ 是若干个在 $x$ 轴上的离散分布的固定点。为了求出在样品 $f(x)$ 中,和 $g(x)$ 相同的图样的位置。我们可以对这两个函数进行相关运算:

$$g(x) \oplus f(x) = \int_{-}^{+} g(x' - x) f(x') dx' = \sum_{i=1}^N \int_{-}^{+} g(x' - x) g(x' - x_i) dx' \quad (1)$$

作变量替换: $x'' = x' - x_i$ , 则

$$\begin{aligned} g(x) \oplus f(x) &= \sum_{i=1}^N \int_{-}^{+} g(x'' + x_i - x) g(x'') dx'' \\ &= \sum_{i=1}^N \int_{-}^{+} g(x'' - (x - x_i)) g(x'') dx'' \\ &= \sum_{i=1}^N c(x - x_i) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $c(x) = g(x) \oplus g(x)$ , 为角形函数。凡原来在 $f(x)$ 中有方垒的地方, $g(x) \oplus f(x)$ 中就有一个尖峰,尖峰的位置正是各离散点的中心,也就是在 $f(x)$ 图中 $g(x)$ 所在位置。

粗略的讲,相关函数是进行相关运算的两个函数重叠程度的描述,在完全重合处,相关有一极大值。一般说来,由于相同的函数曲线才能完全重叠,故它们的自相关往往比不同函数间的关联强得多。由上面的简单例子可以看到,当 $f(x)$ 代表一些相同的信息 $g(x)$ 的离散排列时,相关函数 $g(x) \oplus f(x)$ 的意义类似于用 $g(x)$ 在 $f(x)$ 中去搜索,凡遇到与自身相同的信息之处记录下来一个信号峰。从这一简单例子中得到的结论可以很容易的推广到高维复杂情形。

由于 $g(x, y) \oplus f(x, y) \Leftrightarrow G^*(u, v) F(u, v)$ , 其中公式中 $\Leftrightarrow$ 两边表示一对傅立叶变换对, $G$ 、 $F$ 分别表示 $g(x, y)$ 和 $f(x, y)$ 的傅立叶变换函数。因此,在具体计算上,我们可以先将样品图样进行傅立叶变换求出它的频谱,再将其与模版图样的频谱的复共轭相乘,并将积作反傅立叶变换,即可得到所求的两图样的相关。

我们将模版 $g(x, y)$ 取为大圆,用此模版在切片图样 $f(x, y)$ 中搜索相同的图样。由大圆存在的唯一性可知,这样找到的唯一一个最大亮点就应是大圆的圆心,也即中轴线在此平面上的坐标,这样问题也就得到了解决。我们利用 MATLAB 提供的傅立叶变换和反傅立叶变换的

函数,就可以方便的求解此问题,整个计算在处理上是非常简单快捷的。

在具体选择模版时还有以下两点是值得注意的:

首先,我们选择半径为  $R = 30$  的空心圆而非实心圆作为模版(见图2)。之所以这样做是因为会使所得相关图样的对比度较大,从而更加突出满足条件的高亮区。出现这种情况的原因是因为,如前面所述,两个图样的相关函数的大小是由两个图样的交叠程度决定的,当我们选取实心圆作为模版时,尽管模版和大圆的交叠程度很大,但是样品其它区域和模版圆的交叠程度也很大,尤其是和大圆相近的区域,它们交叠程度与大圆交叠程度的差别仅在于模版圆的边界,而这与交叠部分相比只占很小一部分,因而在相干图样上产生的亮度差别是很小的。而如果采用空心圆作为模版,一方面,在整个图形中只有大圆能够和它整个的相叠,产生最大交叠;另一方面,样品图中其它区域和模版图样的未交叠部分占整个模版图形的比重就会大大的增加,从而使得不同区域交叠程度的很小差别就会起到很大作用,体现在结果中就是使得图样的对比度明显的加大,相关信号的尖峰更加明显。

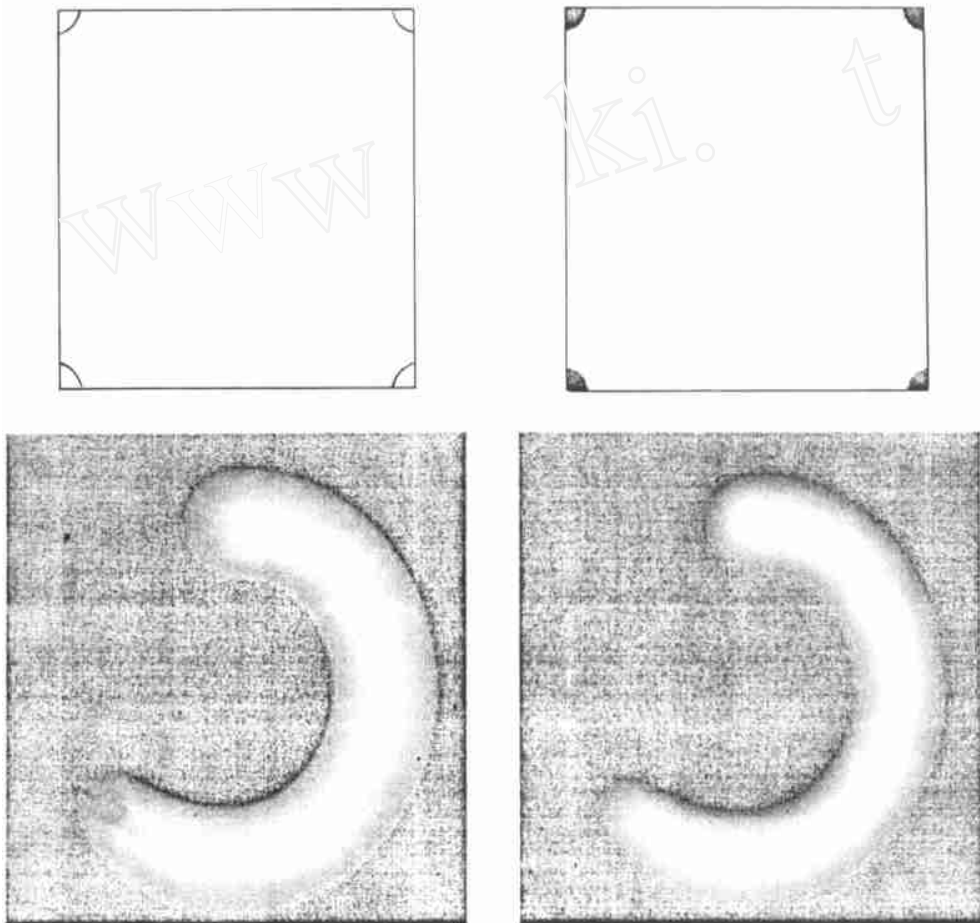


图2 上面两个图为两种  $R = 30$  的模板,左侧为空心圆模板、右侧为实心圆模板

下面两个图为使用两种不同的模板对叠加“弯月”图作相关操作的结果

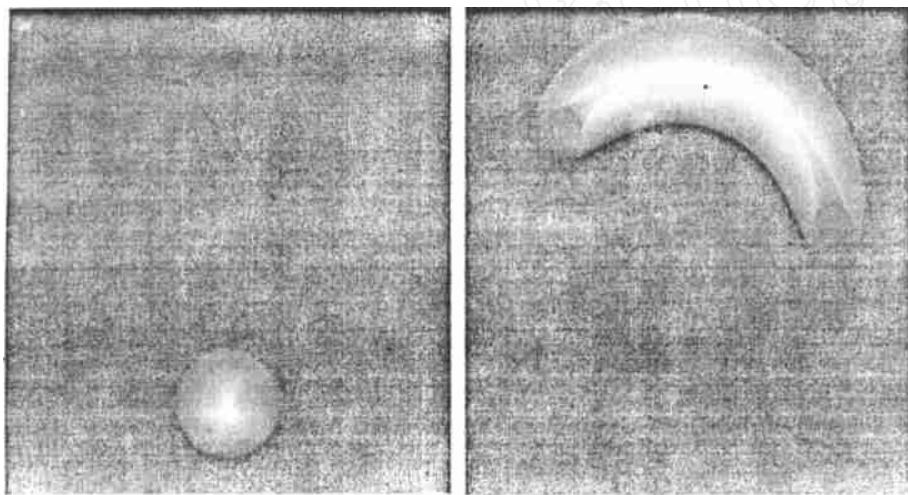
左侧为空心圆模板结果,右侧为实心模板的结果

第二,如图2所示,我们将模版图象分为四份,分别放置在图样的四角。这种作法是为了保证所获得的相干图样的坐标位置与原样品图样的坐标位置一致,使得在最终处理数据时更方

便,同时也能使结果和原图便于比较。这是因为假若模版中心偏离  $x$  轴原点,那么相干图样同样发生平移。为了使变换后图形与原图一致,我们使模版空心圆中心位于  $(0,0)$  点,又由于计算快速傅立叶变换时的周期性边条件,圆的其它三个部分就分别被分隔在另三个角上。

### 3 所得结果及分析

图 3 是对切片进行相关操作后的图样。从切片的相关图样中可以看出,进行相关操作法分析切片图得到的极值点不只一个。这种情况说明在切片中存在不只一个大圆,这与前面的分析(每幅切片图中只能有一个极值点)相矛盾。计算结果表明在  $z$  在 0 到 10 之间是在图上只能找到 1 个峰值点, $z$  大于 10 以后,峰值点都不只一个,最多的切片上找到了 40 多个峰值点(在  $z = 85$  的地方)。出现这种现象主要是因为图像文件以像素为单位存储数据,这使得图像的原始数据是离散化的。因此,当把切片图放大时,切片图的边界就呈现出明显的锯齿状。在  $z$  小的地方,血管中轴线与  $z$  轴成夹角接近 0 度,切片图只是在圆的基础上略微的突出,而在  $z$  大的地方,血管中轴线与  $z$  轴成夹角接近 90 度,切片图延伸得很长,这样大圆和大圆附近的几个小圆的差别非常小。对离散的位图来说,将变得不可分辨,反映在我们相关操作的结果上,就出现了很多峰值点。



左图为 0 号切片相关操作后的图样,右图为 99 号切片相关操作图样

图 3 切片的相关操作图

切片图原始数据的模糊使得本来通过相关操作可以直接得到的一个峰值点变成两个峰值点或者三个峰值点甚至更多。对此,我们采用了取峰值点集合的中间点的方法来确定切片与中轴线相交点所在的位置。这是由于考虑到血管的连续性要求,在附近中轴线的位置变化可以近似用直线来代替,也就是可以近似认为不同切片的大圆圆心在一条空间直线上。把峰值点按  $x$  坐标的大小先后顺序排序后,取中间的点用它的坐标来代替该切片与中轴线相交点的坐标。我们得出的中轴线图并不是很光滑,中轴线曲线都会出现 4 - 5 次的扭折。我们用复合多项式拟合来平滑曲线,可以得到很好的中轴线图(见图 4)。最后,我们用 MathCAD2000 画出了它的立体图,并且做出了它的切片。我们把重构出的切片与原始切片图进行比较,发现它们只相差 ~ 1 像素。

#### 4 对此方法的讨论

总的来讲,这种方法是非常方便和快捷的,能够迅速的得到答案。但是这种算法对图样的要求是较多的,当样品图形中具有明显的模版图样时,这种方法能得到非常好的结果,但当样品图形中存在与模版图样相近的图形时这种方法就不能完全给出精确的结果。

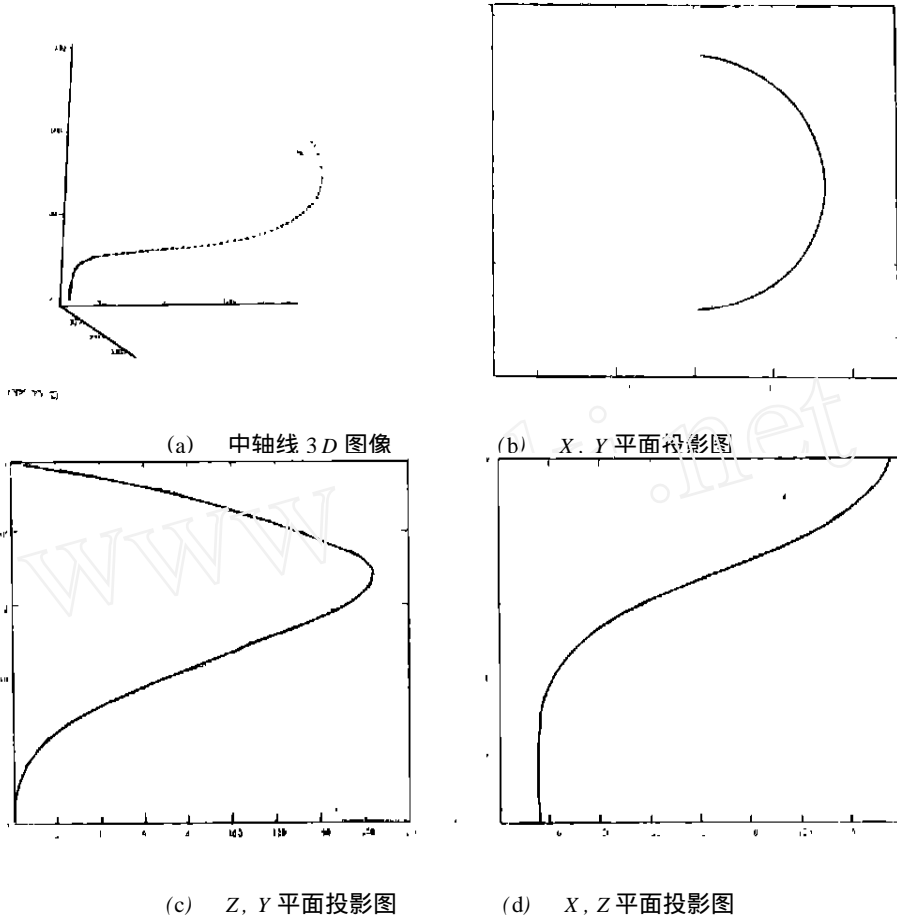


图 4 中轴线投影图

我们在统计相干图形的高亮点的数目时发现随图号的增大,有两个峰值存在。开始的几张图时,由于除大圆外没有和其它和它接近的图形,就使得能唯一确定一个点值。当图号增大时,高亮点数目逐渐的增多,到  $Z = 52$  达到第一个峰,高亮点多就意味着和大圆相接近的图形较多,我们由此能判断出此时中心线与  $z$  轴的夹角较大,高亮点愈多,切片所切血管面积愈大,则中心线与  $z$  轴夹角愈接近于  $90^\circ$ 。从统计结果上,我们知道 52、85 两张图的精确度是最低的,开头和结尾处的图样精度是很好的。由于计算机保存图片时本身就会造成图片大量细节的丢失,造成了很大的模糊成分,使得此方法不能达到完全的精确。

在实际应用中,我们的方法将具有卿它方法所无法比拟的优点。因为物象在透镜后焦面上所成像正是该物象的频谱图,这样我们就可以利用  $4f$  透镜系统实现物象和模版的相关操作。具体做法可以简述如下:先制备出物象的全息图片,其透过率分布函数为:

$$T(u, v) = |G(u, v) + R(u, v)|^2$$

$$= |G(u, v)|^2 + 1 + G(u, v)\exp[-iau] + G^*(u, v)\exp[iau]$$

其中  $G(u, v)$  是模版图样的频谱,  $R(u, v)$  是作参考光的频谱。再将它放到  $4f$  系统的傅立叶

变换平面上,把样品图样  $f(x, y)$  放到输入平面上,在紧靠傅立叶变换面后面的场为:

$$\begin{aligned} & F(u, v) T(u, v) \\ &= (|G(u, v)|^2 + 1) F(u, v) F(u, v) G(u, v) \exp[-iau] \\ &+ F(u, v) G^*(u, v) \exp[iau] \end{aligned}$$

其中  $F(u, v)$  为  $f(x, y)$  谱函数。 $f$  系统的第二个透镜在输出平面产生  $F(u, v) T(u, v)$  的傅立叶变换。由三项的相位,我们可以得到三束光不同的传播方向。从而可以得到这三项经透镜傅立叶变换后在输出平面的位置,而  $F(u, v) G^*(u, v)$  的傅立叶变换正是我们所需要的样品图样  $f(x, y)$  和模版图样  $g(x, y)$  的相关变换。用 CCD (Charge Coupled Device) 来扫描相关平面,即可精确的得到相关尖峰的位置。这种用光学原理实现上述相关操作的方法,避免将实验中得到的切片图样存入计算机中时所造成的图象信息的丢失,从而大大提高了结果的精确程度。

#### 参考文献:

- [1] 宋菲君, Jutamulia S. 近代光学信息处理[M]. 北京:北京大学出版社,1998
- [2] 赵凯华, 钟锡华. 光学[M]. 北京:北京大学出版社,1984

## Three-dimensional reconstruction of blood vessels from a 2D correlation analysis of vessel slices

HU Yi-bin, XIANG Jie, CHENG Xiang

Adviser: WANG Lu-peng

(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, PR China)

**Abstract:** The concept of correlation has been widely used in image processing to identify and locate similar parts in different images. In this report we utilized FFT and iFFT to do correlation operations on a set of 2D blood vessel slices to reconstruct the spatial shapes of the vessel body and its axes curve. The radius of the blood vessel was determined and used to draw the 3D structures of the vessel and its axes via MathCAD. We've cut slices from the computer generated figure and the result well fit the given slice bitmaps. We also analyzed both the strong and weak points of our method and presented a brief discussion on how to make a 3D reconstruction by methods in modern optical information processing instead of pure math and computational means.

**Key words:** model; reconstruction; FFT