

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛 承 诺 书

我们仔细阅读了第五届“认证杯”数学中国数学建模网络挑战赛的竞赛规则。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人（包括指导教师）研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的，如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们允许数学中国网站(www.madio.net)公布论文，以供网友之间学习交流，数学中国网站以非商业目的的论文交流不需要提前取得我们的同意。

我们的参赛队号为：1149

参赛队员（签名）：

队员 1：刘春风

队员 2：孙晓雄

队员 3：李丽娜

参赛队教练员（签名）：

参赛队伍组别：专科组

参赛对号#1149

第五届“认证杯”数学中国

数学建模网络挑战赛

编号专用页

参赛队伍的参赛队号：（请各个参赛队提前填写好）：

1149

竞赛统一编号（由竞赛组委会送至评委团前编号）：

竞赛评阅编号（由竞赛评委团评阅前进行编号）：

2012 年第五届“认证杯”数学中国 数学建模网络挑战赛

题 目 人机游戏中的数学模型

关 键 词 平衡状态 间隔时间 豌豆发射间隔

摘 要：

本文针对植物大战僵尸中僵尸产生建立了模型，用逆推累加的方法对僵尸产生的间隔进行分析，使产生僵尸的间隔最小问题，建立了相关的数学模型。

针对问题 2：利用逆推原理的方法从最后一颗子弹击中僵尸推至第一颗子弹击中僵尸所用的时间，经过 t_0 与 t_0' 的比较可知能达到平衡状态，产生僵尸的最小间隔为 $9t$ 。

针对问题 3：对种植豌豆荚的个数进行逐步分析，利用逆推的方法算出种植不同个数豌豆荚时产生僵尸间隔最小如下表

| | | | | | | | | |
|--------|------|---------------------|------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 种植豌豆荚数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 僵尸产生间隔 | $9t$ | $4t + \frac{2}{6}t$ | $3t$ | $2t + \frac{1}{6}t$ | $t + \frac{4}{6}t$ | $t + \frac{3}{6}t$ | $t + \frac{2}{6}t$ | $t + \frac{1}{6}t$ |

根据题意，种植不同个数豌豆荚产生僵尸间隔最小，通过比较可知当种植 8 棵豌豆荚时使产生僵尸的间隔最小为 $t + \frac{1}{6}t$ 。

针对问题 4：对假设的条件分析，植物的种植方案分 3 种情况，最终选取游戏开始时种植 1 棵向日葵和 1 棵豌豆荚。在游戏进行的过程中产生的阳光优先种植向日葵，然后再种植豌豆荚，不同时间段产生僵尸的间隔不同。

| | |
|----------------|---------------------|
| 僵尸出现时不同的时间段 | 僵尸最小出现的间隔 |
| $0 \sim 60t$ | $9t$ |
| $60t \sim 72t$ | $4t + \frac{2}{6}t$ |
| $72t \sim 84t$ | $3t$ |
| $84t$ 后 | $2t + \frac{1}{6}t$ |

游戏最终选取一共种植 4 棵向日葵和 4 棵豌豆荚，产生僵尸的最小间隔为 $2t + \frac{1}{6}t$ ；

最后对建立的模型进行灵敏度分析，并对模型作进一步的评价与推广。

参赛队号 1149

所选题目 D

参赛密码 _____
(由组委会填写)

参赛对号#1149

Pick to

This article in view of the plant in the zombie war produced established zombie model, using the method of inverse push accumulate zombie produce intervals in analysis, to create the smallest interval zombies, relevant mathematics models are established.

To solve the problem 2: using the method of inverse push principle from the last bullet hit the zombie pushed to the first bullet hit the zombie time used, through the comparison with that can achieve the balance state, produce the smallest interval zombies $9t$.

To solve the problem 3: for growing peas on the number of gradually analysis, using the method of inverse push calculate the number of the plant different peas produced when the list below minimum zombie interval

| Grow peas number | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-------------------------|------|---------------------|------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Zombie produce interval | $9t$ | $4t + \frac{2}{6}t$ | $3t$ | $2t + \frac{1}{6}t$ | $t + \frac{4}{6}t$ | $t + \frac{3}{6}t$ | $t + \frac{2}{6}t$ | $t + \frac{1}{6}t$ |

According to cet4, planting different number peas produce zombie interval minimum, by comparing know when planting eight tree peas to create the interval when zombies minimum zombie produce interval $t + \frac{1}{6}t$.

To solve the problem 4: the analysis of the condition of the assumption, the plants grow plan points three cases, ultimately choose the game begins plants 1 sunflowers and one tree peas. In the game of the sun says have priority grow sunflowers, then planting pea pods, different period produce zombie different intervals.

| Zombie appeared different time period | The smallest interval appear zombies |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| $0 \sim 60t$ | $9t$ |
| $60t \sim 72t$ | $4t + \frac{2t}{6}$ |
| $72t \sim 84t$ | $3t$ |
| $84t$ after | $2t + \frac{t}{6}$ |

The game's final selection grow 4 sunflowers and four tree peas, produce the smallest interval zombies $2t + \frac{t}{6}$.

Finally the model to establish a sensitivity analysis, and the model for further evaluation and promotion.

Keyword: Equilibrium state Time interval between Peas launch interval

参赛对号#1149

1 问题重述

1.1 问题的背景

计算机游戏在社会和生活中享有特殊地位。游戏设计者主要考虑易学性、趣味性和界面友好性。在设计人机游戏中应该考虑如何设计模型和算法，使其难度和趣味性达到恰当的平衡，让玩家在游戏的过程中既感觉有难度，又有解决的信心。设计者既要像导演规范玩家的行为，但是也不能让玩家觉得游戏不是简单的重复，没有一定的挑战性。

1.2 问题的提出

问题一：将题目给出的假设条件用简洁明了的方式进行复述；

问题二：场地只在最左边种植 1 棵豌豆荚，为使计算机永远不会赢，求解产生僵尸的最小间隔；

问题三：场地在最左边的若干格内种有豌豆荚，等间隔时间内每次产生 1 个僵尸。为使计算机永远不会赢并且产生僵尸的间隔时间最小，求解最少种植豌豆荚的数目；

问题四：假设游戏开始时有 6 朵阳光，每次产生 1 个僵尸。为使计算机永远不会赢并且游戏紧张而有趣，怎样合理的安排种植植物和产生僵尸的方案。

2 问题假设与符号说明

2.1 基本假设

- 1、在游戏中豌豆和僵尸同时出现
- 2、忽略每格的间距即豌豆进入该格时打中僵尸
- 3、遇到向日葵和豌豆荚时僵尸先得吃掉植物才能前进
- 4、僵尸吞噬植物时可以累加
- 6、在阳光消失前会及时点击阳光
- 7、豌豆打中僵尸时不影响僵尸的步频
- 8、场地从左到右格子的编号为 1、2、3、4、5、6、7、8、9

2.2 符号说明

- t ：僵尸走一步需要的时间
 t ：发射一个豌豆需要的时间
 t_1 ：豌豆飞行一个格的时间
 t_2 ：僵尸通过 1 个空格所需要的时间
 t_2' ：僵尸通过种有植物的格子时所需要的时间
 t_3 ：阳光从产生到消失的时间
 t_4 ：植物产生一次阳光所需要的时间
 t_0 ：达到平衡点时的时间间隔
 t_0' ：游戏开始时豌豆荚与僵尸同时出现僵尸被消灭的时间间隔
 f_b ：僵尸的步频

参赛对号#1149

3 问题分析

3.1 问题 1 的分析：

将题目给出的假设条件按类具体化，标明植物本身之间和植物与僵尸之间的关系建立关系式，让假设条件清楚明了，直观的表明题目所给条件的关系。

3.2 问题 2 的分析：

首先，根据计算机永远不会赢，说明每一个僵尸从出现到被豌豆荚消灭所需要的时间不大于 $24t$ 。

其次，假设最终会出现一个平衡点，当僵尸到达植物前面刚要吞噬时正好被消灭。

然后，利用逆推的方法分别求解出第 9 颗豌豆击中僵尸至第 1 颗豌豆击中僵尸所用的时间；

最后，计算当游戏开始时第 1 个僵尸出现到被消灭的时间间隔 (t_0')，将该间隔与平衡时距离第 1 颗豌豆击中僵尸的时间 (t_0) 作比较。如果僵尸被消灭的时间大于达到平衡点的时间间隔，说明能达到平衡状态，产生僵尸的最小间隔为 t_0 ；反之，产生僵尸的最小间隔为 t_0' 。

3.3 问题 3 的分析：

首先，在最左边的若干格内可以种植豌豆荚，因此将所能种植豌豆荚的数目分为 1、2、3、4、5、6、7、8、9；

其次，利用逆推的方法计算出不同种植情况下达到平衡状态时产生僵尸的时间间隔 t_0 ；

然后，计算游戏开始时，第 1 个僵尸从出现到消灭所用的时间间隔 (t_0') 与 t_0 相比，当 $t_0' > t_0$ 时，产生僵尸最小间隔为 t_0 ； $t_0' < t_0$ 时，产生僵尸最小间隔为 t_0' ；

最后，通过对不同种植情况产生僵尸的间隔进行比较，即可得出产生僵尸的间隔最小时最少种植豌豆荚的个数。

3.4 问题 4 的分析：

首先，对题目给出的假设条件分析可知，在游戏中玩家必须及时的点击阳光不能让其消失，产生的阳光也得及时的转化成种植的植物，如果玩家操作失误忘记了点击阳光或者不能及时的补充植物时计算机就会赢得游戏。

其次，由于游戏开始所能种植的向日葵和豌豆荚的数量有限，僵尸假如从始至终都等间隔产生，游戏开始时消灭僵尸的时间肯定比后面阳光充足时多种植几棵豌豆荚时消灭僵尸时的时间长，既然前面能够消灭僵尸后面就毫无悬念的可以把僵尸消灭，没有紧张和乐趣。因此，假设僵尸出现的时间随着种植植物的增加产生的速率也在增加，在最短的时间达到最大种植数目时游戏相对紧张而有趣。

最后，根据给出的假设条件游戏开始可能种植的方案有以下 3 种：

- 1、6 朵阳光种植 3 棵向日葵，产生足够的阳光后再种植豌豆荚
- 2、6 朵阳光种植 2 棵向日葵，产生足够的阳光后再种植豌豆荚
- 3、6 朵阳光种植 1 棵向日葵和 1 棵豌豆荚

参赛对号#1149

4 模型建立与求解

4.1 问题 1 的求解

1、假设僵尸与豌豆荚同时出现，僵尸向前迈步并且豌豆荚同时也发射豌豆

2、僵尸的步频与豌豆发射的频率相同，僵尸的步频为 f_b ，则僵尸走一步的时间 $t = \frac{1}{f_b}$ ，则每发射一个豌豆的时间也为 t ，

3、豌豆飞行一个格的时间为 $t_1 = \frac{t}{6}$ ，僵尸通过没有植物的格子所用时间为 $t_2 = 3t$ ，阳光从产生到消失的时间为 $t_3 = 3t$ ，

4、僵尸吞噬豆荚时不影响豌豆的发射，第 3 口时僵尸吞噬掉豌豆荚但没有发出子弹

5、假设僵尸在通过有豌豆荚或向日葵的格子时，先吞噬豌豆荚或向日葵再通过格子，则僵尸通过有豌豆荚或向日葵的格子所用的时间为 $t_2' = 6t$ ，

6、向日葵产生一个阳光的时间为 $t_4 = 12t$ ，两个阳光可以种植一个向日葵，4 个阳光可以种植一个豌豆荚，2 个向日葵所花阳光与一个豌豆荚所花的阳光相等。

4.2 问题 2 的求解

假设豌豆荚被僵尸吞噬可以累加，因此利用逆推原理僵尸一口都不能吞噬植物，并且僵尸从出现到被消灭所需时间不大于 $24t$ 。

表 4.2.1 豌豆荚种植分布表

| | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 豌豆荚 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|

发射第 9 个豌豆击中僵尸的时间为 $T_1 = \frac{t}{6}$

发射第 8 个豌豆击中僵尸的时间为 $T_2 = \frac{t}{6} + t$

发射第 7 个豌豆击中僵尸的时间为 $T_3 = \frac{t}{6} + 2t$

发射第 6 个豌豆击中僵尸的时间为 $T_4 = \frac{2t}{6} + 3t$

发射第 5 个豌豆击中僵尸的时间为 $T_5 = \frac{2t}{6} + 5t$

发射第 4 个豌豆击中僵尸的时间为 $T_6 = \frac{2t}{6} + 5t$

发射第 3 个豌豆击中僵尸的时间为 $T_7 = \frac{3t}{6} + 6t$

发射第 2 个豌豆击中僵尸的时间为 $T_8 = \frac{3t}{6} + 7t$

发射第 1 个豌豆击中僵尸的时间为 $T_9 = \frac{3t}{6} + 8t$

第 1 个豌豆飞行时僵尸在第 4 个格，此时豌豆飞行的时间为 $T_{10} = \frac{3}{6}t$

参赛对号#1149

因此，僵尸产生的最小间隔为 $t_0 = T_9 + T_{10} = 9t$

再根据正向推理，游戏开始时豌豆荚与僵尸同时出现至被消灭的时间间隔为 $t'_0 = 9t + \frac{2}{6}t$

因为， $t'_0 > t$ ，所以游戏开始时僵尸出现的速率大于被消灭的速率，僵尸死亡的地点会向左推移直至达到平衡状态。

综上可知，场地只在左边的 1 格内有豌豆荚，没有向日葵和阳光，最小 $9t$ 产生 1 个僵尸，计算永远不会赢。

4.3 问题 3 的求解

在场地最左边的若干格内种有豌豆荚，最少种几棵豌豆荚使得产生僵尸的间隔最小，而计算机永远不会赢。由题目可知场地有从左至右 9 格，最多可以种 9 棵豌豆荚，所以将问题分 9 种情况讨论。

由题目 2 可知当豌豆荚与僵尸达到平衡状态时，僵尸离豌豆荚的距离最近，打死僵尸所需的时间肯定比开始僵尸与豌豆荚同时出现时所需的时间短，因此豌豆荚与僵尸能达到平衡状态，不用考僵尸出现的间隔时间与两者同时出现时豌豆荚打死僵尸的时间。

4.3.1 种植 1 棵豌豆荚时

该情况与问题 2 相同，产生僵尸最小间隔时间为 $9t$ ，具体求解过程见问题 2 的求解。

4.3.2 种植 2 棵豌豆荚时

发射第 9 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_1 = \frac{t}{6}$

发射第 8 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_2 = \frac{2t}{6}$

发射第 7 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_3 = \frac{t}{6} + t$

发射第 6 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_4 = \frac{2t}{6} + t$

发射第 5 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_5 = \frac{t}{6} + 2t$

发射第 4 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_6 = \frac{2t}{6} + 2t$

发射第 3 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_7 = \frac{2}{6}t + 3t$

发射第 2 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_8 = \frac{3t}{6} + 3t$

发射第 1 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_9 = \frac{2t}{6} + 4t$

当种植 2 棵豌豆荚时产生僵尸的最小间隔为 $t_0 = \frac{2}{6}t + 4t$ 。

当种植 3 棵豌豆荚时，因为 3 棵豌豆荚同时发射豌豆，且间隔时间为 t ，当算出产生僵尸的时间间隔小于 $3t$ 时，豌豆荚还没有发射出 9 粒豌豆，所以当种植 3 棵豌豆荚时产生僵尸的间隔为 $3t$ 。

当种植 7 棵豌豆荚时，第 1 棵豌豆荚发射的豌豆飞行到第 7 个格时与下一轮第 7 棵发射的豌豆相遇，同时打中僵尸。所以，第 7 粒和第 8 粒打中僵尸时是同一时间。

参赛对号#1149

当种植 8 棵豌豆荚时，第 2 棵豌豆荚发射的豌豆飞行的第 8 个格时与下一轮第 8 棵发射的豌豆相遇，第 1 棵豌豆荚发射的豌豆与下一轮第 7 棵豌豆荚发射的豌豆相遇。所以，第 2 棵与第 8 棵发射的豌豆同时打中僵尸，此时僵尸已被 8 粒豌豆击中， $\frac{1}{6}t$ 后第 1 棵与第 7 棵豌豆荚发射的豌豆同时打中僵尸，此时僵尸消失。见附录 A

根据以上步骤可以计算出产生僵尸的最小间隔见表（表 4.2.2）。

表 4.3.1 种植豌豆荚的个数与产生僵尸间隔

| 种 植 豌 豆 荚 的 个 数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-------------------------|------|---------------------|------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 产 生 僵 尸 的 最 小 间 隔 | $9t$ | $4t + \frac{2}{6}t$ | $3t$ | $2t + \frac{1}{6}t$ | $t + \frac{4}{6}t$ | $t + \frac{3}{6}t$ | $t + \frac{2}{6}t$ | $t + \frac{1}{6}t$ |

为了验证假设的平衡点是否存在，计算出第一个僵尸被打死所用的时间见表（表 4.3.3），

表 4.3.2 种植豌豆荚的个数与第一个被消灭僵尸的时间

| 种 植 豌 豆 荚 的 个 数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 第 一 个 僵 尸 被 消 灭 用 的 时 间 | $9t + \frac{2}{6}t$ | $5t + \frac{1}{6}t$ | $3t + \frac{2}{6}t$ | $2t + \frac{5}{6}t$ | $2t + \frac{1}{6}t$ | $t + \frac{5}{6}t$ | $t + \frac{3}{6}t$ | $t + \frac{2}{6}t$ |

通过对表 4.2 和表 4.3 进行比较可知，在种植相同数量的豌豆荚时，消灭达到平衡点时的僵尸所用的时间（ t_0 ）比消灭游戏开始第一个出现的僵尸所用的时间（ t'_0 ）小，假设的平衡点是存在的。

当种植 9 棵豌豆荚时，僵尸一出现就会吞噬豌豆荚，当经过一段时间第 9 棵豌豆荚就会被吞噬掉，与种植 8 棵豌豆荚的情况相同，通过对上表中产生僵尸的最小间隔进行比较可知种植 8 棵豌豆荚时产生的僵尸的间隔最小为 $\frac{7t}{6}$ ，而计算机永远不会赢。

4.4 问题 4 的求解：

由题目可知计算机永远不会赢，并且游戏紧张有趣。一开始所能够种植的向日葵和豌豆荚数量比较少，随着时间的增长产生阳光数的增加所能种植向日葵和豌豆荚的数目也在增加，打死僵尸的时间也将加快，因此僵尸产生的方案应该遵循先慢后快的原则。

当选取种植植物的数目时，因为种植 1 棵向日葵要 2 朵阳光，种植 1 棵豌豆荚要 4 朵阳光，所以种植向日葵的数目选取偶数时不会使得产生阳光的数目剩余，向日葵种植的数目应该越多越好，但是没有足够的空格种植豌豆荚时，消灭僵尸的时间会花费很久，因此还有保证种植一定数目的豌豆荚。

参赛对号#1149

情况 1：6 朵阳光种植 3 棵向日葵，阳光足够时再种植豌豆荚

表 4.4.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|-----|-----|---|---|---|---|---|---|
| 向日葵 | 向日葵 | 向日葵 | | | | | | |

当种植 3 棵向日葵时，经过僵尸走 4 格即 $12t$ 时产生 3 朵阳光，再经过 $12t$ 时才能再一次产生阳光足够种植 1 棵豌豆荚。这时僵尸能够走过 6 格的距离，无论向日葵种植在场地的最左边或者种植在靠近右边的几格阻止僵尸的步伐来获得足够的阳光种植豌豆荚，种植下的豌豆荚也没有足够的时间将僵尸消灭。

情况 2：6 朵阳光种植 2 棵向日葵，阳光足够时再种植豌豆荚

表 4.4.2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|-----|-----|---|---|---|---|---|---|
| | 向日葵 | 向日葵 | | | | | | |

当种植 2 棵向日葵时，经过 $12t$ 的时间后产生 2 朵阳光加上之前的 2 朵阳光可以种植一棵豌豆荚，再经过 $9t$ 豌豆荚才能将僵尸消灭，这时僵尸向前走了 3 格最少吃了 1 棵向日葵。这时的情况和种植 1 棵向日葵和 1 棵豌豆荚相同，但是多花费了 $21t$ 的时间。

情况 3：6 朵阳光种植 1 棵向日葵和 1 棵豌豆荚

表 4.4.3

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|---|---|---|---|-----|---|---|---|
| 向日葵 | | | | | 豌豆荚 | | | |

当种植 1 棵向日葵和 1 棵豌豆荚时，产生 1 朵阳光要 $12t_0$ 时间，经过 $24t_0$ 后，才能且只能种植 1 棵向日葵，此时有 2 棵向日葵，经过 $36t$ 后，产生 2 朵阳光。此时可以选择种植 1 棵向日葵或者暂时不种，经过 $36t$ 后种植豌豆荚。

表 4.4.4 先种植 1 棵向日葵

| 经过的时间 | 种植的向日葵数 | 种植的豌豆荚数 | 剩余的阳光数 |
|-------|---------|---------|--------|
| $36t$ | 3 | 1 | — |
| $48t$ | 4 | 1 | 1 |
| $60t$ | 4 | 2 | 1 |
| $72t$ | 4 | 3 | 1 |
| $84t$ | 4 | 4 | 1 |

表 4.4.5 暂时不种

| 经过的时间 | 种植的向日葵数 | 种植的豌豆荚数 | 剩余的阳光数 |
|-------|---------|---------|--------|
| $36t$ | 2 | 1 | 2 |
| $48t$ | 2 | 2 | — |
| $60t$ | 3 | 2 | — |
| $72t$ | 4 | 2 | 1 |
| $84t$ | 4 | 3 | 1 |

比较两种情况可知再花费相同的时间 $84t$ 时，优先选择种植向日葵，这样虽然一开

参赛对号#1149

始没有种植豌豆荚时紧张一点，但是经过一段相同的时间后会更加紧张有趣。

当游戏开始时，只能够种植 1 棵向日葵和 1 棵豌豆荚，但是随着时间的增加，产生的阳光数目也在增多，所能种植的向日葵和豌豆荚的数目也在增多，产生僵尸的速率也在加快，不同时间段产生僵尸的时间间隔见下表。

表 4.4.6 不同时间段僵尸出现的间隔

| 僵尸出现时不同的时间段 | 僵尸最小出现的间隔 |
|----------------|---------------------|
| $0 \sim 60t$ | $9t$ |
| $60t \sim 72t$ | $4t + \frac{2t}{6}$ |
| $72t \sim 84t$ | $3t$ |
| $84t$ after | $2t + \frac{t}{6}$ |

在场地中当种植 4 棵向日葵和 4 棵豌豆荚时占用 8 格，无论第 9 格种植向日葵还是豌豆荚，只能起到暂时阻止僵尸的作用，不能够及时的产生足够阳光种植向日葵或者豌豆荚，因此第 9 格种植植物起不到很大的作用。

综上可知，在不同的时间段僵尸出现的时间由慢到快逐渐增加，当向日葵产生阳光时若不能及时的采集阳光就没有足够的阳光种植植物，僵尸就会吃掉植物计算机获得胜利。

因此最近种植方案为种植 4 棵向日葵和 4 棵豌豆荚，在 $0 \sim 60t$ 僵尸产生的最小间隔为 $9t$ ， $60t \sim 72t$ 僵尸产生的最小间隔为 $4t + \frac{2t}{6}$ ， $72t \sim 84t$ 僵尸产生的最小间隔为 $3t$ ， $84t$ 后僵尸产生的最小间隔为 $2t + \frac{t}{6}$ 。

5 灵敏度分析

对豌豆荚被僵尸吞噬不能累加的情况分析，豌豆荚被僵尸吞噬两口后僵尸被消灭，当下一个僵尸被吞噬时仍然需要三口才能被吞噬掉。

发射第 9 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_1 = 0$

发射第 8 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_2 = t$

发射第 7 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_3 = 2t$

发射第 6 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_4 = \frac{t}{6} + 3t$

发射第 5 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_5 = \frac{t}{6} + 4t$

发射第 4 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_6 = \frac{t}{6} + 5t$

发射第 3 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_7 = \frac{2t}{6} + 6t$

参赛对号#1149

发射第 2 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_8 = \frac{2t}{6} + 7t$

发射第 1 个豌豆击中僵尸的时间为 $T'_9 = \frac{2t}{6} + 8t$

第 1 个豌豆飞行时僵尸在第 4 个格，所以豌豆飞行的时间为 $T_{10} = \frac{3}{6}t$

僵尸产生的最小间隔为 $t_0 = T'_9 + T'_{10} = \frac{5}{6}t + 8t$ 。

因为 $\frac{5}{6}t + 8t < 9t$ ，所以游戏开始时僵尸出现的速率大于被消灭的速率，僵尸死亡的地点会向左推移直至达到平衡状态。

6 模型评价与推广

6.1 模型的优点：

- (1) 采用的数学模型有成熟的理论基础，可信度较高。
- (2) 本文通过利用数学工具，严格地对模型求解，具有科学性。
- (3) 本文建立的模型与实际紧密联系，充分考虑了游戏中可能的多种情况，从而使得模型更贴近实际，通用性更强。
- (4) 为了更好的分析游戏，我们在模型 I 的前提条件下，对模型 II、模型 III 进行。

6.2 模型的缺点：

- (1) 模型复杂因素较多，不能对其进行全面的考虑，计算出产生僵尸的情况与实际游戏中有一定的偏差；
- (2) 算法上，不易用软件直接求解，计算步骤繁琐；
- (3) 逆推过称中忽略了子弹飞行 1 格中击中僵尸的地点。

6.3 模型的推广：

人机游戏中有一定的随机因素：

- (1) 趣味性高。对游戏开发人员而言，让玩家感觉既有难度且趣味性又达到恰当的平衡，所以一般对游戏的设置都是建立在趣味性的基础上。
- (2) 易学性。游戏是面向社会的，游戏开发人员要尽量多的吸引玩家玩该游戏是获得盈利的最主要手段。所以要考虑到所定的规则不仅能使广大观众接受，还要能吸引更多的人来玩该游戏，带来更多的收入。
- (3) 界面友好性。设计者既要像导演，规划家的行为，又要加入一定的随机因素，使玩家觉得不是简单重复。这样玩游戏的人数越来越多。

7 参考文献

- 【1】 钱春林主编《线性代数》高等教育出版社
- 【2】 钱小军主编《数量方法》高等教育出版社 1999.8
- 【3】 吴振奎、王文全 主编 《运筹学》，中国人民大学出版社，2004
- 【4】 吴建国主编《数学建模案例精编》中国水利水电出版社 2005.5
- 【5】 姜启源、谢金星、叶俊 主编 《数学模型》高等教育出版社，2003

参赛对号#1149

8 附录

附录 A 种植 8 棵豌豆荚时，打中僵尸的个数与僵尸被打中的时间

| | | | | | | | | | |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----|------------------|------------------|------------------|
| 打中僵尸的豌豆个数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 僵尸被击中的时间 | $\frac{1}{6}t$ | $\frac{2}{6}t$ | $\frac{3}{6}t$ | $\frac{4}{6}t$ | $\frac{5}{6}t$ | t | $t+\frac{1}{6}t$ | $t+\frac{1}{6}t$ | $t+\frac{2}{6}t$ |

数学中国提供 (www.madio.net)