

卫星受限环境下定位性能的优化

主流定位算法：

LS (最小二乘法) 通过最小化误差平方和来获得待估位置的最佳估计

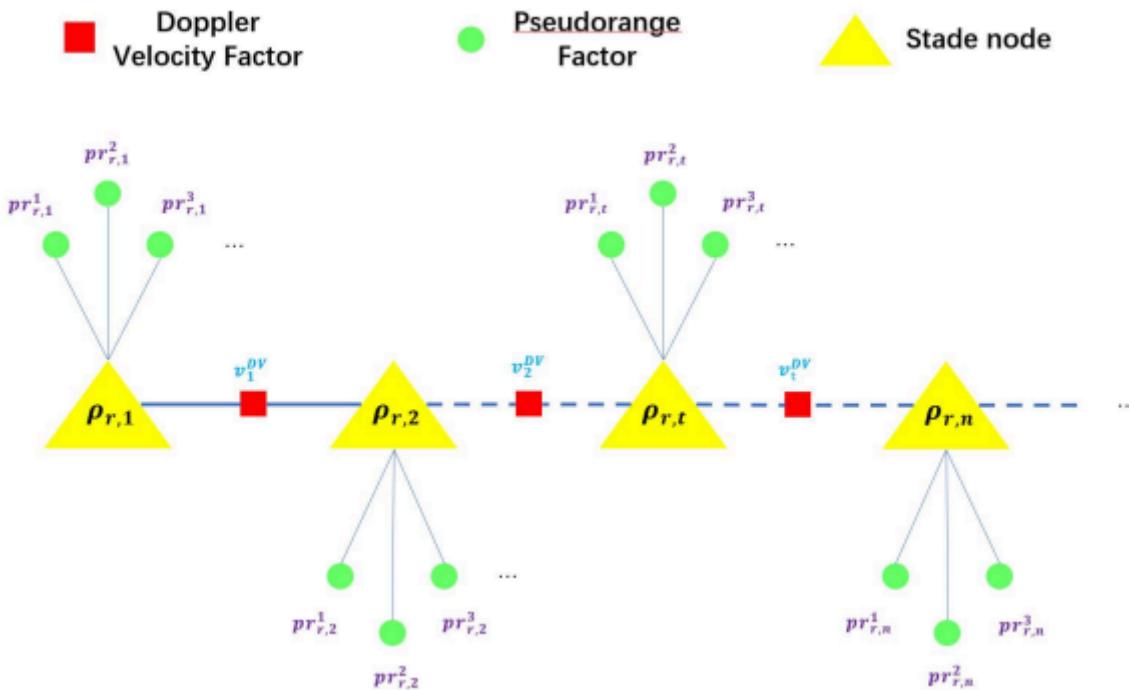
EKF (扩展卡尔曼滤波) 对伪距方程进行一阶泰勒展开，线性化后对待估参数进行估计。它解决了非线性问题，但其滤波具有

发散性，定位结果的准确性可能受到影响

FGO (因子图优化) 具有多次迭代、重新线性和充分利用历元间时间相关性的独特优势

因子图算法原理：

因子图模型：



绿色圆圈代表伪距因子，用于在测量过程中约束每个当前历元上的估计状态。红色正方形代表多普勒速度因子，用于连接两个相邻历元之间的估计状态作为过渡过程。黄色三角形代表每个历元中的状态节点，表示接收机的位置和时钟偏差。

原理：GNSS定位转化为最大后验估计

MAP[6]。其基本原理是在给定测量 z 和一些先验信息

的情况下，使状态变量 X 的后密度 $P(X|Z)$ 最大化。

首先，待优化估计的目标可以表示为： $\hat{X} = \arg \max_u P(x_{0:t} | z_{0:t}, u_{0:t})$

根据贝叶斯公式，在伪距测量值与多普勒信息无

关的情况下，上述表达式可以分解为：

$$\hat{X} = \arg \max_X \prod_{t,j} P(z_{t,j} | x_t) \prod_t P(x_t | x_{t-1}, u_{t-1})$$

将一个复杂的系统表示为多个简单因素的乘积。假定当误差满足高斯分布时，概率分布的负对数与误差函数成正比，最大后验

估计可以转化为非线性最小二乘问题

$$\hat{X} = \arg \min_X \sum_{t,i,j} \| e_{t,i,j} \|_{\Sigma_{t,i,j}}^2$$

上式中， $\Sigma_{t,i,j}$ 表示与误差高斯分布参数相关的协方差矩阵； $\| \cdot \|_{\Sigma}^2$ 表示马氏距离，可计算为：

$$|e|_{\Sigma}^2 = e^T \Sigma^{-1} e = \| \Sigma^{-1/2} e \|^2 \quad (4)$$

伪距因子计算方程：

$$\rho_{t,j} = r_{t,j} + (\delta_t - \delta_{t,j}^s) + I_{t,j} + T_{t,j} + \delta_{t,j}^{EK} + \varepsilon_{t,j} \quad (7)$$

多普勒速度因子：

$$v_t = h^D(x_t, x_{t+1}) + w_t^D \quad (17)$$

$$h^D(x_t, x_{t+1}) = \begin{bmatrix} (X_{t+1} - X_t) / \Delta t \\ (Y_{t+1} - Y_t) / \Delta t \\ (Z_{t+1} - Z_t) / \Delta t \end{bmatrix} \quad (18)$$

在这个框架中，具有上述节点和边的因子图的最小二乘解可以表示为：

$$\hat{\chi} = \arg \min_{\chi} \sum_{t,j} \| e_{t,j}^{\rho} \|_{\Sigma_{t,j}^{\rho}}^2 + \| e_t^D \|_{\Sigma_{t,j}^D}^2 \quad (20)$$

GNSS定位的实质就是找到使上述误差函数最小化的最优状态变量，满足最小二乘估计的阈值后得到估计的最优系统状态。

算法迭代流程：

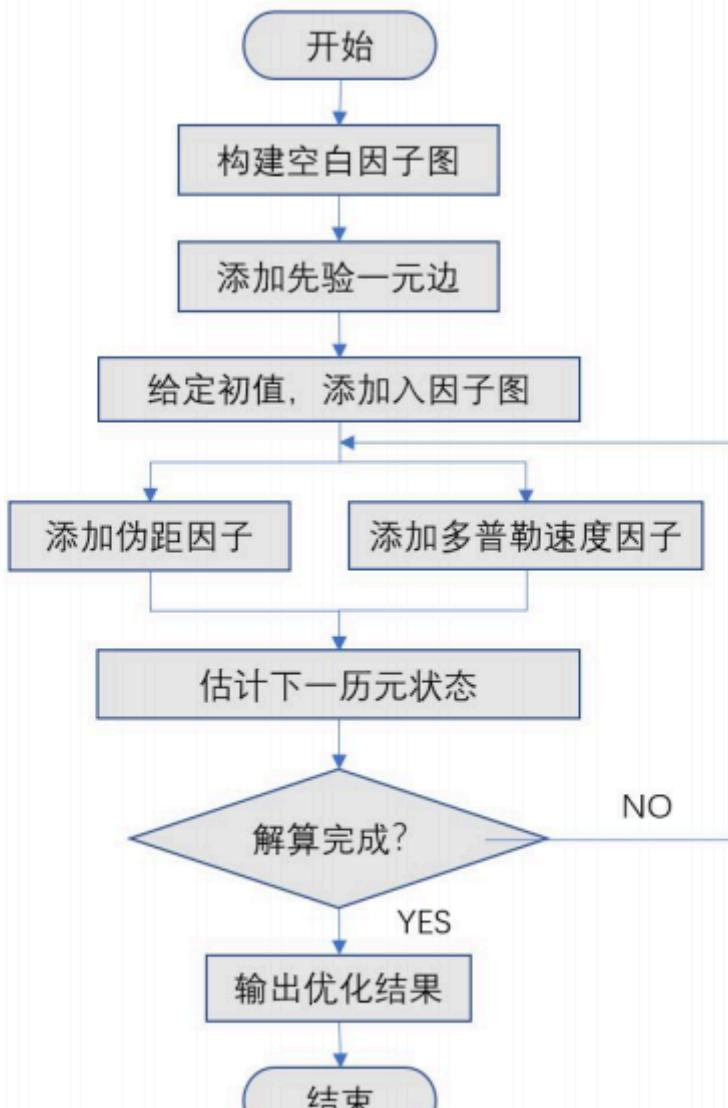


Figure 6. Factor Graph Algorithm Flow Chart

图 6. 因子图算法流程图

学科领域：数学方程求解计算，算法优化（因子图算法的时间复杂度未知，在本篇文献的参考文献中给出了对FGO算法优化的多种方法）