2016/2017 学年第二学期 数学分析 期中考试（闭卷）
考试时间 2017/04/15

班级 ________ 学号 ____________________ 姓名 ________________

题号	I	II	III	IV	V	VI	总分
得分							

I. （20分）计算题: 1). $\lim_{n\to\infty}\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{n^2+j^2}}$; 2). $\lim_{n\to\infty}\int_0^1 x^{n+\frac{1}{x}}dx$.

II. （10分）设$f, g \in C[0,1]$, $f(1-x) = f(x), g(x)+g(1-x) = 2, \forall x \in [0,1]$.
证明: $\int_0^1 fg = \int_0^1 f$.

III. （30分）判断积分的敛散性: 1). $\int_0^1 x^{\ln x} dx$;   2). $\int_0^\infty \sin(\sin x^2) dx$.

IV. （30分）判断数项级数的敛散性: 1). $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin n}{n}$; 2). $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt[n]{n}-1)$.

V. （10分）设$f:[a,b]\to\mathbb{R}$ 且$\forall x\in[a,b]$, $\lim_{t\to x}f(t)$都存在有限极限. 问：f 是否必Riemann可积？

VI. 选做题（**选且只能选一题**）

1).（5分）设$f \geq 0, \int_0^1 f = 1$. 证明: $\exists \zeta \in [0,1]$ s.t. $\int_0^1 \frac{f(x)dx}{|\zeta - x|} = \infty$.

2).（20分）设$f \in C([0,\infty[)$ 且$\int_0^\infty f^2 < \infty$. 令$\phi(x) = f(x) - 2e^{-x}\int_0^x e^t f(t)dt$.
证明: $\int_0^\infty f^2 = \int_0^\infty \phi^2$.

阁下选做第____题.