南京大学数学系试卷

2014/2015 学年第二学期 考试形式 闭卷 课程数学分析期中

院系________ 学号____________________姓名_______________

考试时间 2015.11.13 考试成绩_______________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一. 计算题(前二题每小题8分,第三题10分，后二题每题12分，共50分)

(1) 设$x = u\cos v,\ y = u\sin v,\ z = v$, 求$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

(2) 已知$f(x,y)$为二次连续可微函数，$F(t,x,y) = f(tx,ty)$, 求$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$.

(3) 计算$I = \int_C e^{\sqrt{x^2+y^2}}ds$, 其中$C$为由曲线$r = a,\ \theta = 0,\ \theta = \frac{\pi}{4}$ (($r,\ \theta$)为极坐标）所界的凸围线。

(4) 计算二重积分$\iint_D \exp(\frac{y-x}{y+x})dxdy$, 其中$D$为$y = x,\ y = 0,\ x + y = 1$所围区域。

(5) 求$\iint_\Omega xydxdy$, 其中Ω为$x^2 + y^2 = 4,\ x^2 + (y-2)^2 = 4$围成的区域在第一象限中的部分.

二. (10分) 讨论函数

$$u(x,y)=\begin{cases}\arcsin\frac{x^3}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

在$(0,0)$点是否可微？为什么？

三. (10分) 设$0<a<b$, 平面区域$\Omega=\{x^2+y^2\geq 1,\ ax\leq y\leq bx,\ x,\ y>0\}$. 讨论以下广义积分的敛散性：

$$\iint_\Omega \frac{dxdy}{x^p y^q}.$$

四. (10分) 设有界集合$\Omega\in R^n$. 若对于任意给定的$\epsilon>0$,存在有限个可求面积集合覆盖Ω，并且这些集合的面积之和小于$\epsilon>0$, 则Ω为零面积集合。

五. (10分) 设Ω为R^n中非空有界闭区域，$\{f_n\}$为一列定义在Ω上的非负单调递减函数列, 且对任意 n 及任意 $x_1,x_2\in\Omega$, 有 $|f_n(x_1)-f_n(x_2)|\leq|x_1-x_2|$。证明：存在唯一定义在$\Omega$上的非负连续函数$f$, 使得$\{f_n\}$ 在Ω上一致收敛于f.

六. (10分) (1). 设$u = u(x, y)$在D上可积，$f(u)$是u的连续函数，证明$f(u(x, y))$在D上可积。(6分）
(2). 如果$f(u)$仅仅是u的可积函数，$f(u(x, y))$是否一定在D上可积？(4分）

密
封
线
内
不
要
答
题