

《数学实验与实践》期末试题

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
签名						

一. (30 分) 计算下列问题:

(1) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$,

(2) 求隐函数 $\arctan \frac{y}{x} = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ 的导数,

(3) 求二重积分的精确解和数值解: $\iint_{x^2+y^2 \leq 1} \sin[\pi(x^2+y^2)] dx dy$.

二. (20 分) 求解下列线性代数问题:

(1)
$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 + 13x_5 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 11x_3 - 16x_4 + 21x_5 = 3 \\ 2x_1 - 7x_2 + 7x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 4 \\ 7x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 3x_4 + 10x_5 = 5 \\ 13x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 15x_5 = 6 \end{cases}$$

(2) 生成 10*10 服从参数为 5 的泊松分布随机矩阵 G. 求 G 的特征值、特征向量; 设 b 为你的学号十个数字构成的 10 维向量, 求解 $Gx=b$, 并说明结果是精确解还是近似解。

三. (20 分) 求解常微分方程:

(1) 解析解: $x''(t) + 2x'(t) + 3x(t) = e^{4t} \sin(5t + 6), x'(0) = 1, x(0) = 1$.

(2) 数值解:
$$\begin{cases} x' = -x^3 - y, & x(0) = 1, \\ y' = x - y^3, & y(0) = 0.5, \end{cases} \quad 0 < t < 30. \quad (\text{要求画出数值解的图像.})$$

四. (20 分) 设 M 为你的学号最后两位之和, 随机变量 X 的分布函数为:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{10+M}{100} \ln x, & 1 \leq x \leq e, \\ \frac{10+M}{100} + \frac{90-M}{100} \sin\left(\frac{x-e}{2}\right), & e < x \leq \pi + e. \end{cases}$$

(1) 编写生成服从该分布的随机数的 m 文件;

(2) 生成 10000 个服从该分布的随机数, 计算其平均值、中位数、方差、标准差、极差、偏度、峰度, 绘制其频率直方图, 带密度曲线的频率直方图和累计频率直方图.

五. (10 分) 下表给出水面直角坐标 (x, y) 处的水深 z (单位: 米), 这是在低潮时测得的. 如

果船的吃水深度为 5m, 试问在矩形区域 $75 < x < 200, -50 < y < 150$ 中行船应避免进入哪些区域?

x	129	140	108	88	185	195	105
y	7	141	28	147	22	137	85
z	4	8	6	8	6	8	8

x	157	107	77	145	162	162	117
y	-6	-81	3	45	-66	84	-38
z	9	9	8	8	9	4	9