



数学实验与实践

数学问题的非传统解法

主要内容

- ❖ 模糊逻辑与模糊推理
- ❖ 神经网络及其在数据拟合中的应用
- ❖ 遗传算法及其在最优化问题中的应用

1. 模糊逻辑与模糊推理

1.1 经典集合论和模糊集

1.2 隶属度与模糊化

1.3 模糊推理系统建立

1.4 模糊规则与模糊推理

1.1 经典集合论及其 MATLAB 求解

- 集合论是现代数学的基础
- 集合：一些事物的全体，而其中每一个事物均称为集合中的一个元素。
- 可枚举集合：该集合中的所有元素均可以一列出的集合

集合表示举例

```
>> A=[1 2 3 4 5 6 7 9 3 4 11]
```

% 数字构成的集合，可以有重复元素

```
>> B={1 2 3 4 5 6 7 9 3 4 11}
```

% 上述集合的单元数组表示方法，二者等价

```
>> C={'ssa','jsjhs','张三','hello'}
```

% 字符串集合，可以为人名等

MATLAB 下的集合运算函数

运算名称	MATLAB 语句	数学记号
并集运算	<code>A=union(B,C)</code>	$A = B \cup C$
差集运算	<code>A=setdiff(B,C)</code>	$A = B \setminus C$
交集运算	<code>A=intersect(B,C)</code>	$A = B \cap C$
异或运算	<code>A=setxor(B,C)</code>	$A = (B \cup C) \setminus (B \cap C)$
唯一运算	<code>A=unique(B)</code>	
属于判定	<code>key=ismember(a,B)</code>	$\text{key} = a \in B$

【例1】已知

$$A = \{1, 4, 5, 8, 7, 3\}$$
$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$
$$C = \{1, 7, 4, 2, 7, 9, 8\}$$

对这些集合进行各种运算，并验证

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

```
>> A=[1 4 5 8 7 3]; B=[2 4 6 8 10]; C=[1 7 4 2 7 9 8]; %集合定义  
D=unique(C) % 求解唯一运算
```

```
E=union(A,B)
```

```
F=intersect(A,B)
```

验证交换律

```
>> G=setdiff(intersect(union(A,B),C),union(intersect(A,C),intersect(B,C)))
```

ismember () 函数

```
>> ismember(A,B)
```

```
>> A(ismember(A,B))
```


【例2】

$A = \{ 'skhsak', 'ssd', 'ssfa' \}$

$B = \{ 'sdsd', 'ssd', 'sssf' \}$

$C = \{ 'jsg', 'sjjfs', 'ssd' \}$

试验证结合律

$$(A \cap B) \cup (C \cap B) = (A \cup C) \cap B$$

```
>> A={'skhsak','ssd','ssfa'};
```

```
B={'sdsd','ssd','sssf'};
```

```
C={'jsg','sjjfs','ssd'};
```

并集:

```
>> F=union(A,B)
```

交集:

```
>> D=intersect(A,B)
```

验证结合律:

```
>> E=setdiff(union(intersect(A,B),...  
    intersect(C,B)),...  
    intersect(union(A,C),B))
```

模糊集合

- 经典集合:

一个事物 a 要么就属于集合 A , 要么就不属于集合 A

- 美国控制论专家 Lotfi A Zadeh 教授, 1965年指出, 当问题的复杂性增加时, 精确的描述将失去意义, 而有意义的描述将失去精度。

Precision and Significance in the Real World

A 1500 kg mass
is approaching
your head at
45.3 m/sec.



Precision

LOOK
OUT!!



Significance

1.2 隶属度与模糊化

■ 钟形隶属度函数

数学函数：

$$f(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}}$$

MATLAB 求解函数：

$$y = \text{gbellmf}(x, [a, b, c])$$

【例3】 绘制出不同参数组合下的钟形隶属度函数曲线。

```
x=[0:0.05:10]';  
y=[];a0=1:5;b=2;c=3;      % a 取不同参数画图  
for a=a0, y=[y gbellmf(x,[a,b,c])];end  
y1=[];a=1;b0=1:4;c=3;     % b 取不同参数画图  
for b=b0, y1=[y1 gbellmf(x,[a,b,c])];end  
y2=[];a=2;b0=2;c0=1:4;    % c 取不同参数画图  
for c=c0, y2=[y2 gbellmf(x,[a,b,c])];end  
plot(x,y);figure; plot(x,y1) ;figure; plot(x,y2)
```

Gauss 隶属度函数

数学函数：

$$f(x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

MATLAB 求解函数：

$$y = \text{gaussmf}(x, [\text{sig}, c])$$

【例5】 绘制不同参数下 Gauss 隶属度

```
x=[0:0.05:10]';  
y=[];c0=1:4;s=3;      % c 取不同参数画图  
for c=c0,  
    y=[y gaussmf(x,[s,c])];  
end  
y1=[];c=5;sig0=1:4;   % sig 取不同参数画图  
for sig=sig0,  
    y1=[y1 gaussmf(x,[sig,c])];  
end  
plot(x,y);figure; plot(x,y1)
```


Sigmoid 型隶属度函数

数学函数：

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$

MATLAB 求解函数：

$$y = \text{sigmf}(x, [a, c])$$

【例6】 绘制 Sigmoid 隶属度函数

```
x=[0:0.05:10]'; y=[]; c0=1:4;a=3; % c 取不同参数画图
for c=c0, y=[y sigmf(x, [a, c])]; end
y1=[]; c=5; a0=1:2:7;      % a 取不同参数画图
for a=a0,
y1=[y1 sigmf(x, [a, c])];
end;
plot(x, y); figure; plot(x, y1)
```

隶属度函数的图形编辑界面

- 用界面编辑隶属度函数

mfedit 命令

- 修改隶属度参数
- 添加隶属度函数

1.3 模糊推理系统建立

建立新模糊推理系统：

```
fis=newfis(name)
```

添加新变量：

```
fis=addvar(fis,'input',iname, $v_i$ )  
% 可以定义一个输入变量 iname  
fis=addvar(fis,'output',oname, $v_o$ )  
% 可以定义一个输入变量 oname
```

1.4 模糊规则与模糊推理

- 模糊化
- 模糊规则

```
if ip1 为 “很小”  
    and ip2 为 “很大”,  
    then op=“很大”
```

- 解模糊