

1. 等价, 理由如下:

- 首先往证,  $F^+ \subseteq G^+$ .
  - 由于  $A \rightarrow CD \in G$ , 所以有  $A \rightarrow C, A \rightarrow D$ , 进而有  $AC \rightarrow D$ , 从而  $G$  蕴含  $A \rightarrow C, AC \rightarrow D$ ;
  - 又由于  $E \rightarrow AH$ , 有  $E \rightarrow A, E \rightarrow H$ , 又  $A \rightarrow D \in G^+$ , 从而有  $E \rightarrow D$ , 故  $G$  蕴含  $E \rightarrow AD, E \rightarrow H$ .

综上两点, 有  $F^+ \subseteq G^+$ .

- 再证,  $G^+ \subseteq F^+$ .
  - 由于  $A \rightarrow C, A \rightarrow A$  且有  $AC \rightarrow D$ , 从而有  $AC \rightarrow D$ , 进而有  $A \rightarrow CD$ , 即  $F$  蕴含  $A \rightarrow CD$ .
  - 又由于  $E \rightarrow AD$ , 易有  $E \rightarrow A$ , 又  $E \rightarrow H$ , 从而有  $E \rightarrow AH$ , 即  $F$  蕴含  $E \rightarrow AH$ .

综上两点, 有  $G^+ \subseteq F^+$ .

综上所述, 可以有  $F^+ = G^+$ , 从而  $F$  和  $G$  等价.

2. (1) **3NF**. 由于候选键是  $XY$  和  $XZ$ , 从而对于  $X, Y$  和  $Z$  而言均为键属性, 不存在非键属性对候选键的传递依赖和部分函数依赖, 所以至少为 3NF; 又由于键属性  $Z$  对候选键  $XZ$  存在部分函数依赖, 故其不是 BCNF. 所以其为 3NF.

(2) **BCNF**.  $R$  的候选键为  $X$  和  $Y$ , 根据定义在函数依赖的左部均为候选键, 故其为 BCNF.

(3) **1NF**.  $R$  的候选键为  $WX$ , 又由于  $X \rightarrow Z, WX \rightarrow X$ , 所以存在  $WX \rightarrow Z$  这个部分函数依赖, 所以其为 1NF.

3. (1) 首先将函数依赖集  $F$  转化为对应的函数右部仅有 1 个属性的形式.

即  $F = \{E \rightarrow G, G \rightarrow E, F \rightarrow E, F \rightarrow G, H \rightarrow E, H \rightarrow G, FH \rightarrow E\}$ .

(2) 去掉左部冗余的属性, 由于  $FH \rightarrow E, F \rightarrow E$ , 从而  $FH \rightarrow E$  冗余化简后为  $F = \{E \rightarrow G, G \rightarrow E, F \rightarrow E, F \rightarrow G, H \rightarrow E, H \rightarrow G\}$ .

(3) 去掉冗余的函数依赖, 由于  $F \rightarrow E, E \rightarrow G$  可以得到  $F \rightarrow G$ , 从而后者冗余; 同理可以有  $H \rightarrow G$  冗余,

化简后的结果  $F = \{E \rightarrow G, G \rightarrow E, F \rightarrow E, H \rightarrow E\}$ .

故最终的结果为  $F = \{E \rightarrow G, G \rightarrow E, F \rightarrow E, H \rightarrow E\}$ .

4. 首先求得  $F_m = \{A \rightarrow D, E \rightarrow D, D \rightarrow B, BC \rightarrow D, CD \rightarrow A\}$ , 进而求得保持函数依赖的关系模式分解为  $\rho = \{AD, ED, BD, BCD, ACD\}$

5. (1) 根据 L 类的定义,  $B, E$  是 L 类属性, 且此处不存在 N 类属性. 又  $X_{BE}^+ = \{ABCDE\}$ , 从而  $\{BE\}$  是唯一候选键.

(2) 初始化后的结果如表 1 所示, 最终结果如表 6 所示, 可以看到没有任意一行中包含  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ , 故此处不是无损连接分解.

	A	B	C	D	E
AD	$a_1$	$b_{12}$	$b_{13}$	$a_4$	$a_5$
AB	$a_1$	$a_2$	$b_{23}$	$b_{24}$	$b_{25}$
BC	$b_{31}$	$a_2$	$a_3$	$b_{34}$	$b_{35}$
CDE	$b_{41}$	$b_{42}$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
AE	$a_1$	$b_{52}$	$b_{53}$	$b_{54}$	$a_5$

图 1: 初始化

	A	B	C	D	E
AD	$a_1$	$b_{12}$	$b_{13}$	$a_4$	$a_5$
AB	$a_1$	$a_2$	$b_{13}$	$b_{24}$	$b_{25}$
BC	$b_{31}$	$a_2$	$a_3$	$b_{34}$	$b_{35}$
CDE	$b_{41}$	$b_{42}$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
AE	$a_1$	$b_{52}$	$b_{13}$	$b_{54}$	$a_5$

图 2:  $A \rightarrow C$ 

	A	B	C	D	E
AD	$a_1$	$b_{12}$	$b_{13}$	$a_4$	$a_5$
AB	$a_1$	$a_2$	$b_{13}$	$b_{24}$	$b_{25}$
BC	$b_{31}$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$b_{35}$
CDE	$b_{41}$	$b_{42}$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
AE	$a_1$	$b_{52}$	$b_{13}$	$b_{54}$	$a_5$

图 3:  $C \rightarrow D$ 

	A	B	C	D	E
AD	$a_1$	$b_{12}$	$b_{13}$	$a_4$	$a_5$
AB	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_{24}$	$b_{25}$
BC	$b_{31}$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$b_{35}$
CDE	$b_{41}$	$b_{42}$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
AE	$a_1$	$b_{52}$	$b_{13}$	$b_{54}$	$a_5$

图 4:  $B \rightarrow C$ 

	A	B	C	D	E
AD	$a_1$	$b_{12}$	$b_{13}$	$a_4$	$a_5$
AB	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_{24}$	$b_{25}$
BC	$b_{31}$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$b_{35}$
CDE	$b_{41}$	$b_{12}$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
AE	$a_1$	$b_{52}$	$b_{13}$	$b_{54}$	$a_5$

图 5:  $DE \rightarrow C$ 

	A	B	C	D	E
AD	$a_1$	$b_{12}$	$b_{13}$	$a_4$	$a_5$
AB	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_{24}$	$b_{25}$
BC	$b_{31}$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$b_{35}$
CDE	$b_{41}$	$b_{12}$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
AE	$a_1$	$b_{52}$	$b_{13}$	$b_{54}$	$a_5$

图 6:  $CE \rightarrow A$ 

(3) 由于  $BE$  是键, 且不存在任意一个依赖的左部是  $BE$ , 随机选择一个函数依赖即可开始算法.

- i. 对于  $A \rightarrow C$ ,  $A$  不是候选键, 所以我们可以拆分成两个关系  $(AC), (ABDE)$ . 则对于  $\langle \{AC\}, \{A \rightarrow C\} \rangle$ ,  $A$  是主键, 从而  $(AC)$  是 BCNF; 又  $\langle \{ABDE\}, \{A \rightarrow D, B \rightarrow D, DE \rightarrow A\} \rangle$ , 候选键为  $\{BE\}$ , 故需要继续拆分  $\{ABDE\}$ .
- ii. 对于  $A \rightarrow D$ ,  $A$  不是候选键, 所以我们可以将  $(ABDE)$  拆分成两个关系,  $(AD), (ABE)$ . 则对于  $\langle \{AD\}, \{A \rightarrow D\} \rangle$ , 候选键为  $A$ , 其为 BCNF; 又对  $\langle \{ABE\}, \emptyset \rangle$ , 其所有属性均为键属性, 故其为 BCNF, 算法结束.

最终拆分的结果为  $(AC), (AD), (ABE)$ .

6. (1) 因为  $\{\text{课程编号}, \text{章节编号}, \text{学期}, \text{年}\}^+ = U$  且  $\{\text{上课时间}, \text{教室}, \text{课程编号}, \text{章节编号}\}^+ = U$ , 故候选键为  $\{\text{课程编号}, \text{章节编号}, \text{学期}, \text{年}\}$  和  $\{\text{上课时间}, \text{教室}, \text{课程编号}, \text{章节编号}\}$ , 并选择  **$\{\text{上课时间}, \text{教室}, \text{课程编号}, \text{章节编号}\}$  为主键**.
- (2) 由于  $\{\text{课程编号}\} \rightarrow \{\text{学院}, \text{课时}, \text{等级}\}$  的左部不为候选键, 所以  $R$  不是 BCNF. 因此使用算法将其分解为 BCNF.

- i. 对于  $\{\text{课程编号}\} \rightarrow \{\text{学院, 课时, 等级}\}$ , 其左部不为候选键, 故将 R 拆分为 2 个关系  $\{\text{课程编号, 章节编号, 教师编号, 学期, 年, 上课时间, 教室, 学生数量}\}$  和  $\{\text{学院, 课时, 等级}\}$ . 并且对于两个关系, 其函数依赖的左部均为候选码 (第 2 个关系的函数依赖集为空集), 算法结束.

规范化后的结果为  $\{\text{课程编号, 章节编号, 教师编号, 学期, 年, 上课时间, 教室, 学生数量}\}$  和  $\{\text{学院, 课时, 等级}\}$