

## 第五章习题参考解答

5.1 表 5.2 中哪几个信号使用的是差分编码？

**解答**

明显的差分编码是 NRZI 和差分曼彻斯特。

广义的差分编码还包括 AMI 和伪三进制码。

5.2 从表 5.2 中的 NRZ-L 起，为每种编码设计生成算法。

**解答**

以 NRZ-L 和 NRZI 为例。

**NRZ-L:**

```
BEGIN
  DO
    get (databit)
    IF databit=0 THEN
      level =HIGH
    ELSE
      level = LOW
    ENDIF
    transmit (level)
  REPEAT UNTIL databit = NULL
END
```

**NRZI:**

```
BEGIN
  original-level = LOW
  DO
    get (databit)
    IF databit=1 THEN
      level = NOT original-level
    ELSE
      level=original-level
    ENDIF
    original-level = level
    transmit (level)
  REPEAT UNTIL databit = NULL
END
```

5.3 增强型不归零(E-NRZ)是一种改进后的不归零编码，有时用于高密度磁带记录。E-NRZ 编码的任务是将 NRZ-L 数据流分解成 7 比特字，并把其中第 2、3、6、7 个比特电平翻转，还为每个字增加一个校验比特。该校验比特的设置原则是要使整个 8 比特字中有奇数个 1。与 NRZ-L 相比，E-NRZ 有什么优点和缺点？

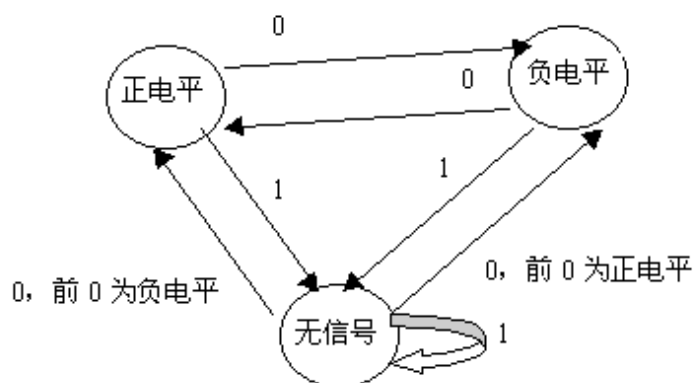
**解答**

优点：第一，减小了直流分量；第二，增强了同步能力；第三，具有一定的检错能力。

缺点：发送和接收时增加了信号处理的复杂性和时间开销。

5.4 设计一个代表伪三进制码的状态图。

解答



无信号即 0 电平。

5.5 考虑下面的信号编码技术，输入数据为二进制数据  $a_m$ ，其中  $m=1, 2, 3, \dots$ 。处理过程分两步，首先产生一个新的二进制数：

$$b_0 = 0$$

$$b_m = (a_m + b_{m-1}) \bmod 2$$

然后对它进行编码：

$$c_m = b_m - b_{m-1}$$

在接收端，原数据由以下算法恢复：

$$a_m = c_m \bmod 2$$

a. 证明接收到的  $a_m$  与发送的  $a_m$  相等。

b. 这是一种什么类型的编码？

解答

a. 证明：设发送的数据位为  $a_m$ ，接收到的数据位为  $a_m'$ ，

则有

$$a_m' = c_m \bmod 2 = (b_m - b_{m-1}) \bmod 2$$

$$= [(a_m + b_{m-1}) \bmod 2 - b_{m-1}] \bmod 2$$

1) 当  $b_{m-1} = 0$  时， $a_m' = (a_m \bmod 2) \bmod 2 = a_m$

2) 当  $b_{m-1} = 1$  时，

若  $a_m = 0$ ， $a_m' = [(0+1) \bmod 2 - 1] \bmod 2 = 0 = a_m$

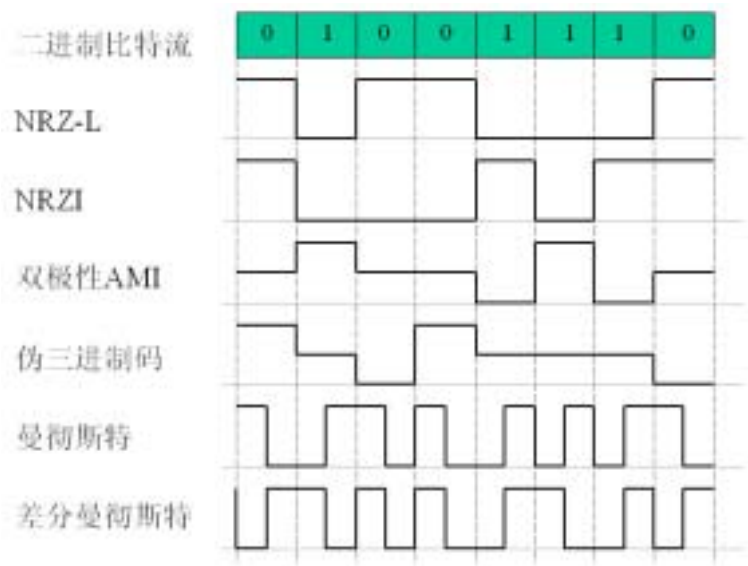
若  $a_m = 1$ ， $a_m' = [(1+1) \bmod 2 - 1] \bmod 2 = 1 = a_m$

$$\therefore a_m' = a_m$$

b. AMI 编码

5.6 画出表 5.2 中每种编码情况下，比特流 01001110 的波形图。假设对 NRZI 来说，前一个比特的信号电平是高；AMI 最近处理过的 1 比特具有负电平；伪三进制码最近的前一个 0 比特具有负电平。差分曼彻斯特前一个比特为高电平。

解答



5.7 图 5.23 中的波形图是用曼彻斯特编码后的二进制数据流。求一个比特周期的起始和终止时间，并写出其数据序列。

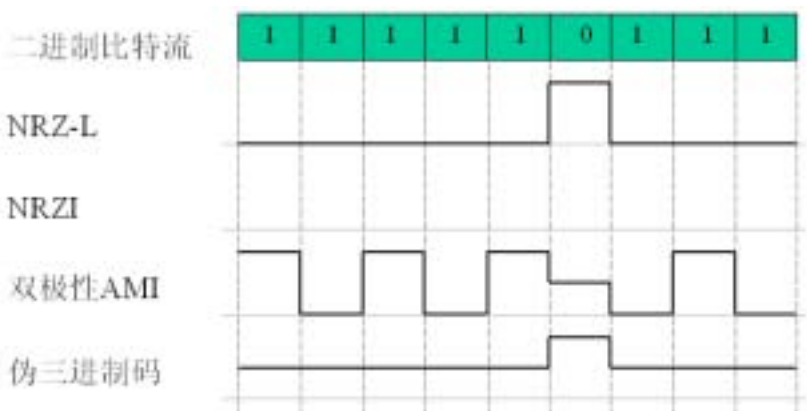
解答



5.8 假设一个二进制数据流是由一长串 1 后跟一个 0，然后再是一长串的 1 组成，其余假设同习题 5.6。画出该数据流使用以下几种编码方式时的波形图：

- a. NRZ-L
- b. 双极性 AMI
- c. 伪三进制编码

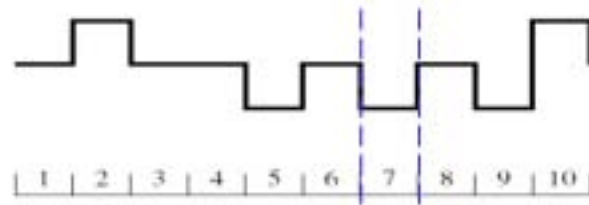
解答



5.9 代表二进制序列 0100101011 的双极性 AMI 波形经过一个噪声较大的信道。接收到波形如图 5.24 所示，该波形中有一处出现了差错。请指出差错出现的位置，并解释你为何这样选择。

**解答**

出现差错的位置是第 7 个比特处，因为 AMI 中 0 电平表示 0 比特，1 比特则由正负电平交替出现来表示。按照该编码规律，第 7 比特应为正电压，而图中为负电压，故知出错。



5.10 图 5.25 所示的 QAM 解调器对应于图 5.18 的 QAM 调制器。说明这种设置确实能够恢复信号  $d_1(t)$  和  $d_2(t)$ 。这两个信号结合后可以恢复为原始的输入信号。

**解答**

图 5.18 的 QAM 调制器发送的信号为  $s(t) = d_1(t)\cos\omega_c t + d_2(t)\sin\omega_c t$ ，其中  $\omega_c = 2\pi f_c$ 。

在 QAM 解调器上半部分，信号  $s(t)$  调制的载波为  $\cos\omega_c t$ ，已调信号为  $y_1(t) = s(t) \cos\omega_c t$ 。

利用三角恒等式  $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$  和  $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$ ，得到

$$\begin{aligned} y_1(t) &= s(t) \cos\omega_c t \\ &= d_1(t)\cos^2\omega_c t + d_2(t)\sin\omega_c t \cos\omega_c t \\ &= (1/2)d_1(t) + (1/2)d_1(t) \cos 2\omega_c t + (1/2)d_2(t) \sin 2\omega_c t \end{aligned}$$

在 QAM 解调器下半部分，信号  $s(t)$  调制的载波为  $\sin\omega_c t$ ，已调信号为  $y_2(t) = s(t) \sin\omega_c t$ 。

利用三角恒等式  $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$  和  $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$ ，得到

$$\begin{aligned} y_2(t) &= s(t) \sin\omega_c t \\ &= d_1(t) \cos\omega_c t \sin\omega_c t + d_2(t)\sin^2\omega_c t \\ &= (1/2)d_1(t) \sin 2\omega_c t + (1/2)d_2(t) - (1/2)d_2(t) \cos 2\omega_c t \end{aligned}$$

在解调器上下两部分各有一个低通滤波器。 $y_1(t)$  和  $y_2(t)$  中凡具有高频变量  $2\omega_c$  的所有项都被低通滤波器滤除，得到：

$$y_1(t) = (1/2)d_1(t);$$

$$y_2(t) = (1/2)d_2(t)$$

由此证明了该 QAM 解调器的确能够恢复出  $d_1(t)$  和  $d_2(t)$ 。

5.11 一个正弦波可用于两种不同的信号传输机制中：(a)PSK 和(b)QPSK。信号元素的持续时间为  $10^{-5}$  s。如果接收到的信号形式如下：

$$s(t) = 0.005\sin(2\pi 106t + \theta) \text{ V}$$

并且假设在接收器处测得噪声功率为  $2.5 \times 10^{-8}$  W，试分别计算这两种情况下的归一化信噪比  $E_b/N_0$  (dB)。

**解答**

首先分析信号，信号载频 106Hz，或者说该正弦载波的周期为  $10^{-6}$  s (1μs)，而每个信号单元持续时间为  $10^{-5}$  s (10μs)。因此每个信号单元包含 10 个周期的正弦波。

设周期信号的平均功率为  $S$ ，对于正弦信号，则有

$$S = \frac{1}{T} \int_0^T |s(t)|^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T |A \sin(2\pi f_c t + \theta)|^2 dt = \frac{A^2}{2}$$

设该载波的一个信号单元为一个周期，即  $T = 10^{-5} \text{s}$ 。求出本题载波信号平均功率

$$S = \frac{1}{10^{-5}} \int_0^{10^{-5}} |0.005 \sin(2\pi 10^6 t + \theta)|^2 dt = \frac{0.005^2}{2} = 1.25 \times 10^{-5} \text{ W}$$

根据归一化信噪比

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N_0 R} \quad (\text{见教材 } P.74 \text{ 和 } P.114)$$

得知  $E_b = S / R$ 。

因此，对于 PSK 有  $R = 1 \text{ bit}/10 \mu\text{s} = 1 \times 10^5 \text{ bps}$ ，

$$E_b = \frac{S}{R} = \frac{1.25 \times 10^{-5}}{1 \times 10^5} = 1.25 \times 10^{-10}$$

由已知条件知  $N = 2.5 \times 10^{-8} \text{ W}$ ，并设  $r = 0$ ，由 PSK（同 ASK）的带宽公式  $B_T = (1+r) R$  得到  $B_T = R$ 。则推得  $N_0$  以及归一化信噪比  $E_b/N_0$

$$N_0 = \frac{N}{B_T} = \frac{N}{R} = \frac{2.5 \times 10^{-8}}{1 \times 10^5} = 2.5 \times 10^{-13}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = 10 \log \left( \frac{1.25 \times 10^{-10}}{2.5 \times 10^{-13}} \right) = 10 \log 500 = 27 \text{ dB}$$

对于 QPSK，有  $R = 2 \text{ bit}/10 \mu\text{s} = 2 \times 10^5 \text{ bps}$ ，

$$E_b = \frac{S}{R} = \frac{1.25 \times 10^{-5}}{2 \times 10^5} = 0.625 \times 10^{-10}$$

QPSK 是多电平信号传输， $r = 0$  时的带宽公式为

$$B_T = \left( \frac{1+r}{b} \right) R = \left( \frac{1+0}{2} \right) R = \frac{R}{2}$$

因此推得  $N_0$  以及归一化信噪比分别为

$$N_0 = \frac{N}{B_T} = \frac{N}{R/2} = \frac{2.5 \times 10^{-8} \times 2}{2 \times 10^5} = 2.5 \times 10^{-13}$$

$$\frac{E_b}{N_0} = 10 \log \left( \frac{0.625 \times 10^{-10}}{2.5 \times 10^{-13}} \right) = 10 \log 250 = 24 \text{ dB}$$

由此可知在相同信道噪声条件下，PSK 的归一化信噪比比 QPSK 高 3dB，这和有些同学在 P.114 页的 QPSK 带宽的推导过程中发现的结论相同。但似乎与图 5.4 的比特差错率（误码率）与归一化信噪比的关系曲线相悖，但仔细一想，其实一点也不矛盾。的确，由于 QPSK 的归一化信噪比比 PSK 低 3dB，每个比特遭到损坏的几率也高一倍，也就是说，如果损伤 PSK 一个比特，就得损伤 QPSK 两个比特，误码率高出一倍。然而，QPSK 的速率比 PSK 快一倍，也就是说两者是在不同带宽效率下的不公平比较，因此，如果将速率降低到与 PSK 一样时，则归一化信噪比就与相同速率的 PSK 相同，误码率也与相同速率的 PSK 相同。也

就是，在相同带宽效率下，PSK 与 QPSK 的误码率与归一化信噪比的关系曲线相同。

5.12 使用表 5.2 中的数字编码技术，对于 QPSK 推导波特率 D 作为比特率 R 函数的表达式。

**解答**

QPSK 信号变化率（波特率）与数据率（比特率）的关系为  $D = \frac{R}{\log_2 L}$ 。

NRZ-L 和 NRZI 每个比特可选取两种电平之一或表现为两种变化状态之一，其编码效率为 1，数据率为 R。设 QPSK 每个信号单元有四种状态或者说表示 2 个比特，则调制率为

$$D = \frac{R}{\log_2 4} = \frac{R}{2}$$

伪三进制码和双极性 AMI 以及 B8ZS 与 HFB3 扰码都有三个电平，三个电平可以表示  $\log_2 3 = 1.58$  比特信息，但该三个电平仅代表了 1 个比特的两种状态，编码效率为  $1/1.58$ ，也就是说，对应每一个比特，信号平均变化 1.58 次，数据率为  $1.58R$ 。即

$$D = \frac{\log_2 3}{\log_2 4} R = 0.79R$$

曼彻斯特编码要区分是高电平跳变为低电平或低电平两种状态，每种状态都要涉及两个电平；差分曼彻斯特编码是在信号单元前沿判别有无跳变，信号中间也必有一次跳变，都分别涉及到两个电平。因此，曼彻斯特编码和差分曼彻斯特编码的编码效率为  $1/2$ 。也就是说每一比特，信号平均变化 2 次，数据率为  $2R$ 。

$$D = \frac{2R}{\log_2 4} = R$$

5.13 在分别使用 ASK、FSK、PSK 以及 QPSK 的情况下，要达到 1.0 的带宽效率，要求 SNR 的值为多大？假设要求的比特差错率为  $10^{-6}$ 。

**解答**

$$\text{由 } \frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} \frac{B_T}{R}$$

推得

$$\frac{S}{N} = \frac{E_b}{N_0} \frac{R}{B_T}$$

已知带宽效率  $R/B_T = 1.0$ ，根据  $BER = 10^{-6}$ ，查图 5.4，得到

**ASK / FSK:**  $SNR_{dB} = E_b/N_0 = 13.5dB$   $SNR = 22.39$

**PSK / QPSK:**  $SNR_{dB} = E_b/N_0 = 10.5dB$   $SNR = 11.22$

5.14 一个 NRZ-L 信号先通过一个  $r=0.5$  的滤波器，然后被调制到载波上，其数据率为 2400bps。分别计算在 ASK 和 FSK 情况下的带宽。假设对于 FSK 使用的两个频率分别为 50kHz 和 55kHz。

**解答**

已知数字(NRZ-L) 数据的模拟编码：调制和滤波。因此

$B_T$  取决于数据率  $R=2400$  bps 和滤波因子  $r = 0.5$

对于 FSK,  $B_T$  还取决于  $2\Delta F$ 。

$$\Delta F = f_2 - f_c = f_c - f_1, \quad 2\Delta F = (f_2 - f_c) + (f_c - f_1) = f_2 - f_1 = 55 - 50 = 5 \text{ KHz}$$

则带宽计算如下：

$$\text{ASK:} \quad B_T = (1+r) R = (1+0.5) \times 2400 = 3600 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned} \text{FSK:} \quad B_T &= 2\Delta F + (1+r) R = 5000 + (1+0.5) \times 2400 \\ &= 8600 \text{ Hz} \end{aligned}$$

5.15 假设电话线路信道经过均衡后允许带通数据在 600~ 3000Hz 的频率范围内传输。有效带宽 2400Hz。当  $r=1$  时，分别计算数据率为 2400bps 的 QPSK 和数据率为 4800bps 的 8 电平多值信号传输要求的带宽大小，电话线信道是否能满足它们的要求？

**解答**

$$\begin{aligned} \text{QPSK:} \quad B_T &= R (1+r) / \log_2 L = 2400 \times (1+1) / \log_2 4 = 2400 \text{ Hz} \\ &\text{能满足传输要求。} \end{aligned}$$

**8 电平数字信号：**

$$\begin{aligned} D &= R / \log_2 L = 4800 / \log_2 8 = 1600 \text{ baud} \\ B_T &= 0.5(1+r)D = 0.5 \times (1+1) \times 1600 = 1600 \text{ Hz} \\ &\text{能满足传输要求；} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{如果是 8PSK:} \quad B_T &= R (1+r) / \log_2 L = 4800 \times (1+1) / \log_2 8 = 3200 \text{ Hz} \\ &\text{不能满足传输要求。} \end{aligned}$$

5.16 为什么把数字数据编码成模拟信号来表示时，PCM 要比 DM 更受欢迎？

**解答**

DM 尽管编码效率高，节省数字信道带宽。但存在较大量化噪声，而且具有 PCM 编码所没有的波峰斜率过载噪声，信噪比比 PCM 低，而且修正这些误差使得其处理比 PCM 复杂。因此 PCM 要比 DM 更受欢迎。

5.17 调制解调器和编码解码器的功能是否正好相反？

**解答**

尽管调制和解码都是把数字量变换为模拟量，而编码和解调都是把模拟量变换成数字量。调制解调器和编码解码器的功能似乎正好相反，因此可将解调器当作编码器使用，或者将调制器当解码器使用。

其实不然，调制是把数字数据变换成模拟信号，它以数字数据作为键值，去调制周期性载波的频率、相位或者振幅；解码是根据数字信号重新生成连续变化的模拟量，数字信号序列所表示的量化值的大小控制模拟信号的幅度变化。解调是对已调信号进行滤波提取数字数据；而编码通常是按照采样定理定义的最小采样频率对模拟量进行采样，然后以某种量化级别，编码成二进制数字信号。

5.18 一个信号通过 10 比特 PCM 量化。计算其信号与量化噪声的比值。

**解答**

$$\begin{aligned} \text{信号量化噪声比 } SQNR &= 20 \lg 2^n + 1.76 = 6.02n + 1.76 \\ &= 6.02 \times 10 + 1.76 = 61.96 \text{ dB}。 \end{aligned}$$

SQNR 在教材上仍用符号 SNR 代表。实验中根据随机信号实测得到 10 比特 PCM 量化(1024 级量化电平)的信号量化噪声比为 56.4563 dB, 是利用公式  $SNR=10\lg(S/QN)$  得到的, 和教材上给出的理论公式有误差。或许教材上的公式有一个基准的信噪比

5.19 考虑这样一个声音信号, 它的频谱成分在 300~3000Hz 之间。假设使用每秒 7000 个样本的采样速率来生成 PCM 信号。

- 当  $S/N=30\text{dB}$  时, 需要多少个单位量化值?
- 所需的数据率是多少?

**解答**

- 根据量化噪声的信噪比公式, 有

$$30\text{dB}=6.02n+1.76$$

$$\text{则 } n=(30-1.76)/6.02=4.69 \text{ 比特}$$

取  $n=5$  比特, 有 32 个级别的量化值。

- 数据率  $R=5 \text{ 比特/样本} \times 7000 \text{ 样本/s}=35\text{kbps}$

5.20 试计算为防止斜率过载噪声所需的步长值  $\delta$ , 它是信号中最高频率成分的频率函数。假设所有的频率成分的振幅均为  $A$ 。

**解答**

为求防止斜率过载噪声所需的步长  $\delta$ , 假定输入信号为若干个正弦波的叠加, 采样输出产生的最大斜率为

$$\frac{\delta}{T_s} = \delta f_s$$

因采样频率  $f_s$  是信号中最高频率成分的频率  $f_\alpha$  的 2 倍, 设作为最高频率成分的输入正弦

波  $w(t)=A\sin 2\pi f_\alpha t=A\sin \omega_\alpha t$ , 则斜率为

$$\frac{dw(t)}{dt} = A\omega_\alpha \cos \omega_\alpha t$$

输入信号的最大斜率为  $A\omega_\alpha$ , 要想无斜率过载, 需要  $\delta f_s > A\omega_\alpha$ , 即

$$\delta > \frac{2\pi f_\alpha A}{f_s}$$

5.21 一个 PCM 编码器接收到的信号具有 10V 的满标电压, 并且使用均匀量化生成 8 比特码。最大归一量化电压为  $1-2^{-8}$ 。试求(a)归一化步长值。(b)实际步长值, 单位为伏特。(c)实际最大量化值, 单位为伏特。(d)归一化的分辨率。(e)实际分辨率。(f)百分分辨率。

**解答**

$$(a) (1-2^{-8})/255=0.99609375/255=0.00390625$$

$$(b) 10/256=0.0390625 \text{ V}$$

$$(c) 10/256 * (2^8-1) = 0.0390625*255=9.9609375\text{V}$$

不清楚分辨率准确的定义, 不知如下的结果究竟对否?

$$(d) 255 \text{ 个步长}$$



(e) 25.5 个量化级别/v

(f)  $1/256 = 0.390625\%$

5.22 图 5.26 所示的模拟波形进行增量调制，调制时的采样周期及步长值在图中以网格表示，并且图中还显示了第一个 DM 输出以及在这个周期中的阶梯函数。请画出其余的阶梯函数和 DM 输出，并指出存在斜率过载现象的区域。

**解答**

(略，直接在书上画出)

5.23 假设角度调制信号为

$$s(t) = 10\cos(10^8\pi t + 5\sin 2\pi 10^3 t)$$

请指出其最大相位偏移和最大频率偏移。

**解答**

信号  $s(t)$  的瞬时相位偏移为  $5\sin 2\pi 10^3 t$ ，最大相位偏移为 5。

信号  $s(t)$  的瞬时频率偏移为  $(5\sin 2\pi 10^3 t)' = 10^4\pi \cos 2\pi 10^3 t$ ，最大频率偏移为  $5 \times 10^3 \text{Hz}$ 。如写成  $10^4\pi \text{ rad/s}$ ，也算对。

5.24 假设角度调制后的信号为

$$s(t) = 10\cos(2\pi 10^6 t + 0.1\sin 10^3 \pi t)$$

a. 将  $s(t)$  表示成  $n_p = 10$  的相位调制。

b. 将  $s(t)$  表示成  $n_f = 10$  的频率调制

**解答**

(略)

5.25 假设  $m_1(t)$  和  $m_2(t)$  是报文信号， $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  是相应的已调信号，其载波频率为  $f_c$ 。

A. 试说明如果使用简单 AM 调制，那么  $m_1(t) + m_2(t)$  生成的已调信号等于  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  的线性组合。这就是 AM 有时称为线性调制的原因。

B. 试说明如果使用简单 PM 调制，那么  $m_1(t) + m_2(t)$  生成的已调信号不等于  $s_1(t)$  和  $s_2(t)$  的线性组合。这就是 PM 有时称为非线性调制的原因。

**解答**

A. 设  $m_1(t)$  和  $m_2(t)$  的已调信号分别为

$$s_1(t) = [1 + m_1(t)]\cos 2\pi f_c t, \quad s_2(t) = [1 + m_2(t)]\cos 2\pi f_c t$$

则  $m_1(t) + m_2(t)$  生成的已调信号

$$\begin{aligned} s(t) &= \{1 + [m_1(t) + m_2(t)]\}\cos 2\pi f_c t \\ &= [1 + m_1(t)]\cos 2\pi f_c t + [1 + m_2(t)]\cos 2\pi f_c t - \cos 2\pi f_c t \\ &= s_1(t) + s_2(t) - \cos 2\pi f_c t \end{aligned}$$

B. (略)