文章编号:1009-6744(2015)06-0094-07

中图分类号: U268.6

文献标志码:A

# 双层集装箱列车装载问题多目标优化研究

郎茂祥\*1,周学松2,孙 岩1

(1. 北京交通大学 交通运输学院,北京100044; 2. 亚利桑那州立大学 可持续工程与建筑环境学院,坦佩 85281,美国)

摘 要: 为了提高双层集装箱列车的装载效率,保障双层集装箱列车的运行安全,建立了一种降低重车重心高和均衡车辆转向架负重差的双层集装箱列车装载问题多目标优化模型,并采用字典序规划法对多目标优化问题进行求解,即为存在矛盾的优化目标与约束条件设置不同的优先级.为了优化重车重心高,采用线性分式规划将相应的混合整数分式问题转化为一系列混合整数线性规划子问题进行求解.算例验证结果表明,研究所提出的多目标优化方法能够在保证列车集装箱装载量最大的条件下降低集装箱车的重车重心高,并减少其转向架负重差,具有重要的应用价值.

关键词: 铁路运输;双层集装箱运输;装载问题;多目标优化;字典序规划法 DOI:10.16097/j.cnki.1009-6744.2015.06.015

## Multi-objective Optimization for Double Stack Train Loading Problem

LANG Mao-xiang<sup>1</sup>, ZHOU Xue-song<sup>2</sup>, SUN Yan<sup>1</sup>

- (1. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;
- 2. School of Sustainable Engineering and the Built Environment, Arizona State University, Tempe AZ 85281, U. S.)

**Abstract:** To improve safety measures of loading containers on double-stack train and ensure its normal operation, this paper develops a multi-objective optimization model that focuses on a number of practical requirements including the center-of-gravity height of a loaded car and load balance considerations. A lexicographic goal programming approach is used to address different priorities for potentially conflicting objectives and constraints. To minimize the center-of-gravity height, a linear-fractional programming technique is adopted to transform the corresponding generalized mixed integer fractional problem into a sequence of mixed integer linear sub problems. The computational results of the experimental cases indicate that the proposed multi-objective optimization method can maximize the number of the TEUs loaded on the double stack train, and meanwhile lower the center-of-gravity height of the loaded cars and their weight differences, and performs superior application value.

**Key words:** railway transportation; double stack container transportation; loading problem; multi-objective optimization; lexicographic goal programming approach

#### 1 引 言

铁路双层集装箱运输是集装箱运输史上的一次革命,它已成为限界较大的国家铁路集装箱运

输的重要方式.较传统集装箱运输,双层集装箱运输极大地提高了铁路集装箱运输的经济效益和运输效率.美国、加拿大、澳大利亚等国都在积极开行

收稿日期:2015-07-01

修回日期:2015-09-02

基金项目:国家自然科学基金(71390332-3).

作者简介:郎茂祥(1969-),男,山东高唐人,博士,教授.

录用日期:2015-09-27

\*通信作者:mxlang@bjtu.edu.cn

双层集装箱列车.我国铁路从2001年开始进行双层集装箱运输的相关研究,研制了双层集装箱专用车,进行了双层集装箱列车线路运行试验,并于2004年4月开始在京沪间开行双层集装箱班列<sup>□</sup>.

双层装载使双层集装箱列车的重车重心和转向架负重差远大于采用单层装载的列车.双层集装箱列车的不同车辆采用不同的装载方案,其重车重心高和转向架负重差也各不相同.为了保障双层集装箱列车运行安全,在装载过程中,需特别重视双层集装箱车的重车重心高和转向架负重差.解决双层集装箱列车装载问题因而具有十分重要的现实意义.

目前,国内双层集装箱列车装载问题的研究较少.姚凤金和杨浩<sup>[2]</sup>建立了一种考虑运输效率和运输安全的双层集装箱配载多目标模型,设计了求解该问题的距离理想点算法,该研究采用加权求和法对目标函数进行处理,求解结果带有较强的主观性.赵鹏等<sup>[3]</sup>设计了一种基于综合适配度的多项式配载算法,但该研究只给出了算法流程,并未对算法的可行性进行证实.国外相关研究,如Jahren等<sup>[4]</sup>、Pacanovsky等<sup>[5]</sup>及Jahren等<sup>[6]</sup>,多侧重于求解双层集装箱装载问题的启发式算法的研究,未涉及优化模型的构建.此外,新的《铁路双层集装箱运输管理办法》已于2007年颁布,如何根据该规章的最新规定科学合理地制定双层集装箱列车装载方案,在确保安全的前提下,提高双层集装箱运输的效率和效益,是亟需研究的问题.

因此,双层集装箱列车装载问题具有较大的研究空间.随着双层集装箱运输业务的不断推广,如何系统地解决该问题显得尤为紧迫.为了提高双层集装箱列车的装载效率,保障双层集装箱列车的运行安全,本文构建了双层集装箱列车装载问题的多目标优化模型,设计了基于字典序规划法和线性分式规划法的求解算法,并给出算例验证了模型与算法的可行性.

## 2 双层集装箱车装载的技术条件

《铁路双层集装箱运输管理办法》规定了双层 集装箱车装载的相关技术条件:

(1) 双层集装箱运输使用国际标准 20、40 ft

- 箱,主要技术参数如表1所示.20 ft箱高度不超过2591 mm,40 ft箱高度不超过2896 mm.
- (2) 双层集装箱运输仅限使用 X2K 和 X2H型 专用平车,主要技术参数如表 2 所示.
- (3)每车集装箱和货物总重不得超过78 t,重车重心高不得超过2 400 mm,集装箱和货物总重心横向位移不得超过100 mm,纵向位移应保证每个车辆转向架所承受的货物重量不得超过货车容许载重量的1/2,且两转向架承受重量之差不得大于10 t.
- (4) 双层运输时,下层限装2个高度相同的20 ft箱,上层限装1个40 ft箱(装载方案①).上层箱的总重不得超过下层箱.上下层集装箱使用专用锁具连接.
- (5) 单层运输时,可装2个20 ft箱(装载方案 ②)或1个40 ft箱(装载方案③).
  - (6) 2个20 ft箱的重量差不得超过10 t.

表 1 国际标准 20 ft、40 ft 箱主要技术参数 Table 1 Main parameters of ISO 20ft and 40ft container

箱 型	长度	宽度	高度	<b>贠重(t)</b>	自重(t)
	(mm)	(mm)	(mm)	心主(1)	
ISO 20 ft箱			2 591	30.48	2.24
	6 058	2 438	2 591	24	2.21
ISO 40 ft箱	12 192	2 438	2 896	30.48	3.88

表 2 双层集装箱专用车主要技术参数
Table 2 Main parameters of double-stack container
car

技术参数	数 值	技术参数	数 值
标记载重	78 t	车辆销距	15 666 mm
自 重	22 t	凹底长度	12 300 mm
轴 重	25 t	凹底宽度	2 600 mm
车辆长度	19 466 mm	承载面距轨面高	290 mm
车体长度	18 500 mm	空车重心高	650 mm
车体宽度	2 912 mm	运行速度	120 km/h

## 3 优化模型

## 3.1 问题描述

双层集装箱列车装载问题可描述为:给定一列双层集装箱列车,一组待装载且重量不同的20ft箱和40ft箱,确定每辆双层集装箱车的装载方案,使双层集装箱列车装载更多的集装箱(以

TEU数计),同时减少车辆的最大重车重心高及最大转向架负重差.据此,考虑3个优化目标:

- ① 提高双层集装箱列车TEU装载量;
- ② 降低双层集装箱车的重车重心高:
- ③ 减少双层集装箱车的转向架负重差,可通 过下层两个20 ft箱的总重差来反映.

为了提高双层集装箱运输的经济效益,目标 ① 被赋予最高优先级.由于重车重心高是关系到 双层集装箱列车安全运行的关键因素,目标②被赋予次高优先级.考虑到转向架负重差是影响双层集装箱列车安全运行的次要因素,目标③的优先级低于目标②.为了更好地描述车辆转向架负重差,本文在双层集装箱车上定义两个如图1所示的虚拟位置A和B,并规定A位置的20ft箱的重量不小于B位置的20ft箱的重量.

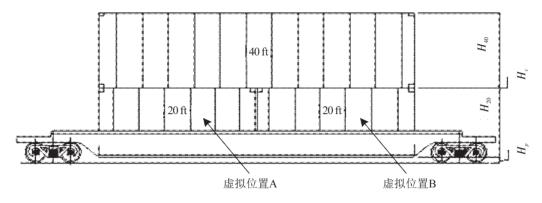


图1 双层集装车虚拟位置示意图

Fig. 1 Diagram of the virtual positions on the double-stack car

## 3.2 符号定义

/ ──20 ft 箱总数:

*I* ──40 ft箱总数;

K ——双层集装箱车总数;

 $W_{i}^{20}$  ——第 i 个 20 ft 箱 总重,  $i = 1, \dots, I$ ;

 $W_i^{40}$  ——第 i 个 40 ft 箱 总重,  $j=1,\dots,J$ ;

 $W_{car}$  ——双层集装箱车自重;

 $H_{\circ}$ ——双层集装箱车承载面距轨面高度;

 $H_c$  ——下层和上层集装箱之间的连接锁具的 高度(不包括嵌入集装箱角件部分);

H<sub>20</sub> ----20 ft 箱高度;

H40 ——40 ft 箱高度;

 $H_{cr}$  ——双层集装箱车空车重心高;

 $\bar{P}$  ——双层集装箱车载重;

 $\bar{H}$  ——双层集装箱车重车重心高的最大容许值:

 $\bar{W}_a$  ——下层装载 2 个 20 ft 箱时, 20 个 20 ft 箱 总重差的大容许值;

Z ——趋于无穷大的正数;

 $x_k^1$  ——0-1 变量, 若第 k 个双层集装箱车采用 装载方案 ①,  $x_k^1$ =1, 否则  $x_k^1$ =0;

 $x_k^2$  ——0-1 变量, 若第 k 个双层集装箱车采用 装载方案 ②,  $x_k^2$  =1, 否则  $x_k^2$  =0;

 $x_k^3$  ——0-1 变量, 若第 k 个双层集装箱车采用 装载方案 ③,  $x_k^3$  =1, 否则  $x_k^3$  =0;

 $x_k^4$  ——0-1 变量, 若第 k 个双层集装箱车为空车,  $x_k^4$  =1, 否则  $x_k^4$  =0;

 $y_{ik}$  ——0-1 变量,若第 i 个 20 ft 箱装载在第 k 个双层集装箱车上,  $y_{ik}$  =1,否则  $y_{ik}$  =0;

 $y_{ik}^{A}$  ——0-1 变量, 若第 i 个 20 ft 箱装载在第 k 个双层集装箱车的位置 A,  $y_{ik}^{A}$  =1, 否则  $y_{ik}^{A}$  =0;

 $y_{ik}^{B}$  ——0-1 变量, 若第 i 个 20 ft 箱装载在第 k 个双层集装箱车的位置 B,  $y_{ik}^{B}$  =1, 否则  $y_{ik}^{B}$  =0;

 $z_{ij}$  ——0-1 变量, 若第 j 个 40 ft 箱装载在第 k 个双层集装箱车上,  $z_{ii}$  =1, 否则  $z_{ii}$  =0.

## 3.3 目标函数

(1) 提高双层集装箱列车的集装箱装载量.

$$\max \sum_{k=1}^{K} \left( \sum_{i=1}^{J} y_{ik} + 2 \cdot \sum_{j=1}^{J} z_{jk} \right)$$
 (1)

式中  $\sum_{i=1}^{l} y_{ik}$  和  $\sum_{j=1}^{l} z_{jk}$  分别表示 20 ft 箱和 40 ft 箱在第 k 辆双层集装箱车上的装载量; 系数 2 将

40 ft 箱数  $\sum_{i=1}^{J} z_{ik}$  折算成相应的 TEU 数.

(2) 降低双层集装箱车的重车重心高.

$$\min\left(\max_{k=1}^{K} H_{k}\right) \tag{2}$$

式(2)将一组双层集装箱车中的最大重心高最小化.  $H_k$  为第 k 辆双层集装箱车的重心高,计算公式为

$$H_{k} = \frac{\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot (H_{p} + H_{20} + H_{c} + H_{40}/2) + \sum_{i=1}^{I} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) \cdot (H_{p} + H_{20}/2) + W_{car} \cdot H_{car} - \sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot (H_{20} + H_{c}) \cdot x_{k}^{3}}{\sum_{i=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) + \sum_{i=1}^{I} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) + W_{car}}$$
(3)

(3) 减小装载方案 ① 和 ② 的转向架负重差.

$$\min \max_{k=1}^{K} \left[ \sum_{i=1}^{I} (y_{ik}^{A} \cdot W_{i}^{20}) - \sum_{i=1}^{I} (y_{ik}^{B} \cdot W_{i}^{20}) \right]$$
 (4

式(4)将所有按照装载方案 ① 和方案 ② 进行装载的双层集装箱车下层 2个 20 ft 箱的总重量的最大值最小化.  $\sum_{i=1}^{l} (y_{ik}^{A} \cdot W_{i}^{20})$  和  $\sum_{i=1}^{l} (y_{ik}^{B} \cdot W_{i}^{20})$  分别表示位于第 k个双层集装箱车车地板位置 A 和位置 B 的 20 ft 箱的重量.

### 3.4 约束条件

(1) 装载方案匹配约束.

$$x_k^1 + x_k^2 + x_k^3 + x_k^4 = 1, \quad \forall k = 1, \dots, K$$
 (5)

式(5)说明一辆双层集装箱车只能采用一种 装载方案或者不对其进行装载.

$$\sum_{i=1}^{T} y_{ik} - 2x_k^1 - 2x_k^2 = 0, \quad \forall k = 1, \dots, K$$
 (6)

式(6)说明如果一辆双层集装箱车采用装载方案①或方案②,必须有2个20ft箱装载于这辆车上,否则该车不能采用上述装载方案.

$$\sum_{k=1}^{L} y_{ik}^{A} - x_{k}^{1} - x_{k}^{2} = 0, \quad \forall k = 1, \dots, K$$
 (7)

$$\sum_{k=1}^{I} y_{ik}^{B} - x_{k}^{1} - x_{k}^{2} = 0, \quad \forall k = 1, \dots, K$$
 (8)

式(7)和式(8)说明如果一辆双层集装箱车采用装载方案①或方案②,必须有2个20ft箱分别装载于这辆车的位置A和位置B,否则该车不能采用上述装载方案.

$$\sum_{k=1}^{N} z_{jk} - x_k^1 - x_k^3 = 0, \quad \forall k = 1, \dots, K$$
 (9)

式(9)表示如果一辆双层集装箱车采用装载方案①或方案③,必须有一个40ft箱装载于这辆车上,否则该车不能采用上述装载方案.

$$y_{ik}^{A} + y_{ik}^{B} = y_{ik}$$
,  $\forall i = 1, \dots, I$ ,  $\forall k = 1, \dots, K$  (10)

式(10)表示一个20ft箱可以装载于一辆双层 集装箱车的位置A或位置B,也可不对其进行装 载.当  $y_{ik}$  =1 时:①  $y_{ik}^{A}$  =1,  $y_{ik}^{B}$  =0,此时,第 i 个 20 ft 箱装载在第 k 个双层集装箱车的位置A;②  $y_{ik}^{A}$  =0,  $y_{ik}^{B}$  =1,此时第 i 个 20 ft 箱装载在第 k 个双层集装箱车的位置B.当  $y_{ik}$  =0 时,  $y_{ik}^{A}$  =  $y_{ik}^{B}$  =0,表示该车未装载该 20 ft 箱.

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik} \leqslant 1, \quad \forall i = 1, \dots, I$$
 (11)

$$\sum_{k=1}^{K} z_{jk} \leq 1, \quad \forall j = 1, \dots, J$$
 (12)

式(11)和式(12)表示每个集装箱能且仅能采用一种装载方案装载于一辆双层集装箱车上或不对其进行装载.

(2) 车辆载重约束.

$$\sum_{i=1}^{J} (y_{ik} \cdot W_i^{20}) + \sum_{i=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_j^{40}) \leq \bar{P}, \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (13)$$

式(13)使装载于任一辆双层集装箱车上的所有集装箱的总重不超过车辆容许重量.

(3) 重车重心高约束.

$$H \leq \bar{H}, \quad \forall k = 1, \dots, K$$
 (14)

式(14)使任一辆双层集装箱车的重心高不超过其容许值.

(4)车辆转向架承重约束.

$$\sum_{i=1}^{I} (y_{ik}^{A} \cdot W_{i}^{20}) \ge \sum_{i=1}^{I} (y_{ik}^{B} \cdot W_{i}^{20}), \quad \forall k = 1, \dots, K$$
 (15)

式(15)使装载于双层集装箱车车地板位置A的20 ft箱的重量不小于位置B的20 ft箱的重量.

$$\sum_{i=1}^{I} (y_{ik}^{A} \cdot W_{i}^{20}) - \sum_{i=1}^{I} (y_{ik}^{B} \cdot W_{i}^{20}) \leq \bar{W}_{d}, \quad \forall k = 1, \dots, K$$
 (16)

式(16)使位于任一辆双层集装箱车下层的两个20 ft箱的重量差不超过最大容许值.

(5)决策变量取值约束.

$$x_k^1 \in \{0, 1\}, \quad \forall k = 1, \dots, K$$

$$x_{i}^{2} \in \{0, 1\}, \quad \forall k = 1, \dots, K$$

$$x_k^3 \in \{0, 1\}, \quad \forall k = 1, \dots, K$$

$$x_{k}^{4} \in \{0, 1\}, \quad \forall k = 1, \dots, K$$
 $y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad \forall i = 1, \dots, I; \quad k = 1, \dots, K$ 
 $y_{ik}^{A} \in \{0, 1\}, \quad \forall i = 1, \dots, I; \quad k = 1, \dots, K$ 
 $y_{ik}^{B} \in \{0, 1\}, \quad \forall i = 1, \dots, I; \quad k = 1, \dots, K$ 
 $z_{k} \in \{0, 1\}, \quad \forall i = 1, \dots, I; \quad k = 1, \dots, K$ 

## 4 求解算法

双层集装箱列车装载问题多目标优化模型具有3个优先级不同的优化目标,而且与重心高相关的目标函数及约束条件(式(2)、式(3)、式(14))均为非线性分式方程,因而难以利用整数线性规划技术进行求解.

为了将式(14)转化为决策变量的线性方程,首先将  $H_k$  的分母从等式的左边移到右边.但分子中的  $\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_j^{40}) \cdot (H_{20} + H_c) \cdot x_k^3$  仍为涉及变量  $x_k^3$  和  $z_{jk}$  的非线性方程.在3种装载方案中,装载方案②和方案③的重车重心高要远低于装载方案①的重车重心高.因此,只需考虑装载方案①重车重心高的约束,而忽略装载方案②和方案③重车重心高对解的影响.式(14)可转化为

$$\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot (H_{p} + H_{20} + H_{c} + H_{40}/2) +$$

$$\sum_{i=1}^{J} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) \cdot (H_{p} + H_{20}/2) + W_{car} \cdot H_{car} - Z \cdot (1 - x_{k}^{1}) \leq$$

$$\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot \bar{H} + \sum_{i=1}^{J} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) \cdot \bar{H} + W_{car} \cdot \bar{H}, \quad \forall k = 1, \dots, K$$

$$(17)$$

式 (17) 中 用 [-Z·(1-x<sub>k</sub>)] 代 替

 $\left[-\sum_{j=1}^{J}(z_{jk}\cdot W_{j}^{40})\cdot(H_{20}+H_{c})\cdot x_{k}^{3}\right]$ ,一方面,使得在采用装载方案② 和方案③ 时, $\left[-Z\cdot(1-x_{k}^{1})\right]$ 等于趋于无穷小的负数 $\left(-Z\right)$ ,式 $\left(14\right)$ 恒成立.另一方面,当采用装载方案① 时 $\left(x_{k}^{1}=1\right)$ , $\left[-Z\cdot(1-x_{k}^{1})\right]$ 等于0,使得装载方案① 的重车重心高不超过最大容许值  $\bar{H}$ .

## 4.1 字典序规划法

字典序规划法适于求解多目标且目标带有优先级的优化问题,在求解时能够保证较高优先级目标的最优值不变.双层集装箱列车装载问题包含3个目标函数,采用字典序规划法时,将按如下步骤对问题的3个优化目标进行处理和求解.

Step 1 求解子问题 P1,得到目标 ① 的最优值.

P1 目标函数: 
$$\max \sum_{k=1}^{K} (\sum_{i=1}^{J} y_{ik} + 2 \cdot \sum_{j=1}^{J} z_{jk})$$

约束条件:式(5)~式(13),式(15)~式(17) 决策变量取值约束

子问题P1是一类混合整数线性规划问题,可以利用标准数学规划软件,如GAMS,进行模型求解,得到双层集装箱列车的最大TEU装载量,用 $TEU_{max}$ 表示.

Step 2 在保证 TEU 装载量最大( $TEU_{max}$ )的条件下,求解子问题 P2,得到目标②的最优值.

如前所述,只考虑装载方案 ① 重车重心高对解的影响,并用  $[-Z\cdot(1-x_k^1)]$ 代替  $[-\sum_{j=1}^{J}(z_{jk}\cdot W_j^{40})\cdot(H_{20}+H_c)\cdot x_k^3]$ ,式(2)所示的非线性目标函数可转化为

$$\min \max_{k=1}^{K} \frac{\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot (H_{p} + H_{20} + H_{c} + H_{40}/2) + \sum_{i=1}^{I} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) \cdot (H_{p} + H_{20}/2) + W_{car} \cdot H_{car} - Z \cdot (1 - x_{k}^{1})}{\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) + \sum_{i=1}^{I} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) + W_{car}}$$

$$(18)$$

同时将求解P1得到的TEU最大装载量 $TEU_{max}$ 作为P2新增等式约束.

$$\sum_{k=1}^{K} (\sum_{i=1}^{J} y_{ik} + 2 \cdot \sum_{i=1}^{J} z_{jk}) = TEU_{\text{max}}$$
 (19)

从而得到子问题P2:

P2 目标函数:式(18)

约束条件:式(5)~式(13),式(15)~式(17), 式(19)

决策变量取值约束

求解 P2 可得所有双层集装箱车中最大重心高的最小值,用  $H_{\min}$  表示.P2 的求解结果将作为下一子问题的不等式约束.

$$\frac{\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot (H_{p} + H_{20} + H_{c} + H_{40}/2) + \sum_{i=1}^{I} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) \cdot (H_{p} + H_{20}/2) + W_{\text{car}} \cdot H_{\text{car}} - Z \cdot (1 - x_{k}^{1})}{\sum_{i=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) + \sum_{i=1}^{J} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) + W_{\text{car}}} \leq H_{\text{min}}, \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (20)$$

Step 3 解子问题P3得到目标③的最优值. P3 目标函数:

$$\min \max_{k=1}^{K} \left[ \sum_{i=1}^{I} (y_{ik}^{A_{\bullet}} W_{i}^{20}) - \sum_{i=1}^{I} (y_{ik}^{B_{\bullet}} W_{i}^{20}) \right]$$

约束条件:式(5)~式(13),式(15)~式(17), 式(19)~式(20)

决策变量取值约束

## 4.2 子问题 P2 的线性分式规划

P2是一种混合整数分式规划问题,采用线性分式规划,首先将其转化成一个非分式的非线性问题P4.在P4中,加入变量γ可将P2的目标函数转化成一个非分式的约束条件.

P4 目标函数:min γ

约束条件:式(5)~式(13),式(15)~式(17), 式(19)~式(20)

决策变量取值约束

在P4中,式(21)为

$$\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot (H_{p} + H_{20} + H_{c} + H_{40}/2) + \sum_{i=1}^{I} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) \cdot (H_{p} + H_{20}/2) + W_{car} \cdot H_{car} - Z \cdot (1 - x_{k}^{1}) \leq \sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot \gamma + \sum_{i=1}^{I} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) \cdot \gamma + W_{car} \cdot \gamma, \quad \forall k = 1, \dots, K$$

$$(21)$$

由于γ是一个变量,式(21)中的变量相乘使之成为一个非线性的不等式约束.为了消除式(21)中与γ相关的非线性,本文采用如下所示的二分算法将P4转化为一系列混合整数线性规划子问题P5.

Step 1 给定  $\gamma$  取值的区间 [l, u];

Step 2 以  $\gamma = (l + u)/2$  为初始值,对 P5 进行迭代求解;

Step 3 判断 P5 的可行性,若可行,则有  $u=\gamma$ ,否则  $l=\gamma$ .

P5目标函数:min t

约束条件:式(5)~式(13),式(15)~式(17), 式(19),式(22) 决策变量取值约束

在 P5 中, $\gamma$  为已知参数.在式(21)基础上增加一个变量 t 用于检验对于给定  $\gamma$  的 P5 的可行性(式(22)).根据双层集装箱装载问题的特点,可取 l=650 mm (空车重心高)和 u=2400 mm (重车重心高最大容许值)作为二分算法的初始值.

$$\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot (H_{p} + H_{20} + H_{c} + H_{40}/2) +$$

$$\sum_{i=1}^{J} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) \cdot (H_{p} + H_{20}/2) + W_{car} \cdot H_{car} - Z \cdot (1 - x_{k}^{1}) \leq$$

$$\sum_{j=1}^{J} (z_{jk} \cdot W_{j}^{40}) \cdot \gamma + \sum_{i=1}^{J} (y_{ik} \cdot W_{i}^{20}) \cdot \gamma + W_{car} \cdot \gamma + t, \forall k = 1, \dots, K$$
(22)

对于给定的 $\gamma$ ,如果P5的最优解 $t^*$ 满足 $t^* \leq 0$ ,该问题是可行的,否则该问题不可行.在P5中,所有的约束条件均是线性方程.

Step 4 判断是否满足迭代终止条件  $u-l \le \varepsilon$ .

## 5 算例分析

为了验证模型和算法的可行性,本文设计了两个算例:

- ① 将 5 个 40 ft 集装箱和 12 个 20 ft 集装箱装载在 5 辆双层集装箱车上:
- ② 将12个40 ft集装箱和12个20 ft集装箱装载在10辆双层集装箱车上.

利用数学规划软件 GAMS 实现字典目标规划 法对双层集装箱列车装载问题多目标优化的求解,计算结果如表3所示.表3中, Wd<sub>max</sub>表示下层2个20ft箱的总重差的最大值.

表3 字典序规划法求解结果

Table 3 Computational results of the lexicographic goal programming approach

	算例1			算例2		
	TEUs	$H_{\scriptscriptstyle ext{max}}$	$Wd_{\scriptscriptstyle \mathrm{max}}$	TEUs	$H_{\scriptscriptstyle  m max}$	$Wd_{\scriptscriptstyle{\mathrm{max}}}$
Step 1	20	_	_	40	_	_
Step 2	20	2 226.4	_	40	2 182.5	_
Step 3	20	2 226.4	3.71	40	2 182.5	3.59

在字典序规划法中,采用COINCBC对迭代混合整数线性规划问题P5进行求解,得到最大重车

重心高的最优解.以算例 ① 为例,其求解过程如图 2所示,迭代终止精度为1 mm.

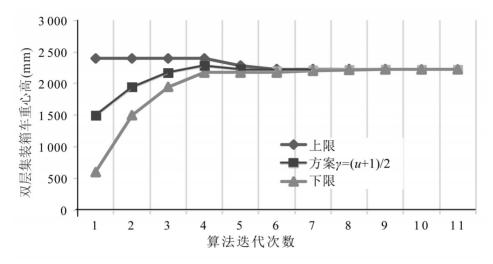


图 2 二分算法迭代过程

Fig. 2 Iteration process of the bisection algorithm

通过上述计算可知,本文构建的优化模型和设计的求解方法可以根据决策者对优化目标优先级的排序,在保证具有较高优先级的目标达到最优化的条件下,不断优化优先级较低的目标,以求得双层集装箱列车装载多目标优化问题的最优解.一方面,优化模型的构建,可以为系统地测试不同求解方法的求解精度和效率提供参考依据.另一方面,与求解双层集装箱列车装载多目标优化问题既有方法等方法相比,采用字典序规划法使得问题的求解更加符合决策者对双层集装箱列车装载经济性和安全性的不同需求和重视程度.

采用字典序规划法和线性分式规划法求解双 层集装箱列车装载多目标优化问题时,求得的最 优解与实际最优解之间的误差仅存在于图2所示 的二分算法迭代过程中,误差大小是已知的、可控 的.因此,用该求解方法求得的最优解可作为一种 基准,来衡量后续研究中采用启发式算法等方法 求得的双层集装箱列车装载多目标优化问题解的 精度及求解效率.

#### 6 研究结论

本文提出了一种考虑列车运行安全的双层集 装箱列车装载问题多目标优化模型,设计了一种3 阶段字典序规划法来处理权重不同的3个优化目 标.由于重心高的优化子问题是一类广义混合整数 线性分式规划问题,本研究对该问题进行了模型 重建,采用线性分式规划技术对其求解,最后给出 算例验证了上述方法的可行性.

下一步的研究将把集装箱的目的地及集装箱 列车的开行方案考虑到建模中去,以提高集装箱 中转站的作业效率.同时,集装箱装载的优先级也 应在优化过程当中予以考虑,以更好地满足客户 需求.

#### 参考文献:

- [1] 董建民. 双层集装箱运输——铁路集装箱运输发展的 里程碑[J]. 铁道货运, 2004(5):8-11. [DONG J M. Double-deck container transportation: milestone of the railway container development[J]. Railway Freight Transportation, 2004 (5): 8-11.]
- [2] 姚凤金,杨浩. 基于多目标的双层集装箱配载研究[J]. 物流技术,2006,3(3):87-90. [YAO F J, YANG H. Study on matching of multi-object-based double-layer container[J]. Logistics Technology, 2006, 3(3):87-90.]
- [3] 赵鹏, 杨浩, 姚凤金. 双层集装箱运输车辆的配载算法[J]. 北京交通大学学报, 2005, 29(3): 81-83. [ZHAO P, YANG H, YAO F J. An algorithm for double-container vehicle matching[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2005, 29(3): 81-83.]
- [4] Jahren C T, Rolle S S. A computerized assignment algorithm for loading intermodal containers to double—stack rail cars[R]. Container Traffic, 1994.

下转第106页

性的开行方案优化模型,并设计了基于拉格朗日启发式的求解算法.主要结论如下:

- (1) 对于只有一条路径的高速线路,当 $\Gamma$ 取值较大时,客流波动对列车开行对数影响较大.
- (2) 鲁棒优化容易实施,鲁棒解能较好地平衡客流需求波动与开行方案计划.
- (3) 开行方案的鲁棒优化问题是 NP-hard 问题,商业软件 Cplex 在 1 h 无法获得最优解甚至可行解,而拉格朗日启发式算法在有效时间内获得了高质量的解.

高速路网比高速线路更为复杂,将本文的方法推广到路网上是下一步研究的重点内容;鲁棒性解的确定,尚在经验阶段,缺乏相关理论的研究,还需进一步深化研究.

### 参考文献:

- [1] Park B H, Seo Y I, Hong S P, et al. Column generation approach to line planning with various halting patterns application to the korean high speed railway[J]. Asia– Pacific Journal of Operational Research, 2013, 30(4): 1– 19.
- [2] 牛永涛. 成网条件下客运专线列车开行方案编制理论

- 与方法研究[D]. 北京:北京交通大学,2010. [NIU Y T. Theory and method of train line planning of networked passenger dedicated lines[D]. Beijing: Beijing jiaotong university, 2010.]
- [3] 史峰,周文梁,陈彦,等. 基于弹性需求的旅客列车开 行方案优化研究[J]. 铁道学报,2008,30(3):1-6. [SHI F, ZHOU W L, CHEN Y, et al. Optimization study on passenger train plans with elastic demands[J]. Journal of the China Railway Society, 2008, 30(3):1-6.]
- [4] 汪波,杨浩,张志华. 基于周期运行图的京津城际铁路列车开行方案研究[J]. 铁道学报,2007,29(2):8-13. [WANG B, YANG H, ZHANG Z H. The research on the train operation plan of the Beijing-Tianjing intercity railway based on periodic train diagrams [J]. Journal of the China Railway Society, 2007, 29(2):8-13.]
- [5] Chungmok L, Kyungsik L, Sungsoo P. Benders decomposition approach for the robust network design problem with flow bifurcations [J]. Networks, 2013, 62 (1): 1–16.
- [6] Chungmok L, Kyungsik L, Kyungchul P, et al. Technical note branch and price and cut approach to the robust network design problem without flow bifurcations[J]. Operations Research, 2012, 60(3): 604-610.
- [7] Peres S D, Almeida D D, Guyon O, et al. A Lagrangian heuristic framework for a real-life integrated planning problem of railway transportation resources[J]. Transportation Research Part B, 2015, 74(2): 138-150.

## 上接第100页

- [5] Pacanovsky D L, Jahren C T, Palmer R N, et al. A decision support system to load containers to double– stack rail cars[J]. Civil Engineering Systems, 1995, 11 (4): 247–261.
- [6] Jahren C T, Rolle S S, Spurgeon L E, et al. Automatic assignment algorithms for loading double-stack railcars[J]. Transportation research record, 1995 (1511): 10–18.