

算法设计与分析作业 04

正心 44

Prof. Hong Gao

TA: 郭环宇

发布日期: 2019/04/10

截止日期: 2019/04/17

作业提交 PDF 版本, 作业命名格式为学号 _ 姓名 _xx 次作业 _ 第 X 版本 ().pdf, 代码单独提交任一编程语言文件 (*.c *.cpp *.h *.cs *.java *....), 与作业一起打包并命名为学号 _ 姓名 _XX 次作业 _ 第 X 版本 ().xxx 发送至邮箱 DBLB_2019algorithm@163.com

Exercise 1. (9)

给定带权有向图 $G = (V, E)$, V 是顶点集合, E 是边集合, E 中每条边的权是非负整数。另外, 选定 V 中的一个顶点做为源节点。现在要计算从源到所有其他各顶点的最短路长度, 这里路的长度是指路上各边权之和, 这个问题通常称为单源最短路径问题。

- 设计一个贪心算法求解单源最短路径问题 (伪代码)。分析算法复杂性。
- 证明单源最短路径问题具有优化子结构
- 证明单源最短路径问题的贪心选择性 (局部最优 == 全局最优)

Exercise 2. (12)

考虑用最少的硬币数找 n 分钱的问题, 假设每个硬币的面值都是整数。

- 请给出一个贪心算法, 使得所换硬币的面值包括一角、五分、二角五分和一分的。证明给出的算法可以产生最优解
- 假设可换硬币的面值是 c 的幂, 也就是 $c^0, c^1, c^2, \dots, c^k$, 其中 $c > 1, k \geq 1$ 证明贪心算法总可以产生一个最优解
- 请给出一组使贪心算法不能产生最优解的硬币单位集合。所给的集合中应包括一分, 确保对任意 n 值都有解
- 请给出一种 $O(nk)$ 时间的算法, 它能对任意 k 种不同单位的硬币集合进行找换, 假设其中一种硬币单位是一分

Exercise 3. (6)

(编程实现) 饼干分配

假设你是一位家长, 你想要给你的孩子们一些饼干, 你只能给一个孩子最多一块饼干。每个孩子 i 有一个贪婪因子 g_i , g_i 表示可以将这个满足孩子 i 的最小饼干尺寸。每一块饼干 j 有各自的大小 s_j , 如果 $s_j \geq g_i$ 时, 我们可以将饼干 j 分配给孩子 i , 孩子 i 会被满足。目标是最大化得到满足的孩子的数量并输出满足孩子的数量。

Example 1:

Input: 第一行贪婪因子, 第二行饼干大小

1 2 3

1 1

Output:

1

Example 2:

Input:

1 2

1 2 3

Output:

2

Exercise 4. (10)

根据等级分糖果

N 个孩子站成一排，给每个人设定一个权重（已知）。按照如下的规则分配糖果：

(1) 每个孩子至少分得一颗糖果

(2) 权重较高的孩子，会比他的邻居获得更多的糖果。

总共最少需要多少颗糖果？

a. 编程实现

b. 分析给出算法的时间空间复杂度

Example 1:

Input: [1,0,2]

Output: 5

Example 2:

Input: [1,2,2]

Output: 4