

第五章 贪心作业答案

2020 年 3 月 9 号

1. 输入：正整数集合 S ，正整数 W
输出： S 的子集合 S' ，其中元素之和不小于 W ，且 S' 是满足这个条件的子集中包含元素数量最少的。
 - (1) 给出贪心策略。
 - (2) 证明贪心选择性和优化子结构。
 - (3) 写出伪代码并分析算法复杂度。
2. 输入 n 个区间 $[a_i, b_i]$ ，其端点满足 $1 \leq a_i \leq i \leq b_i \leq n$ ，试设计一个贪心算法选出最少区间覆盖 $[1, n]$ 。
 - (1) 给出贪心策略。
 - (2) 证明贪心选择性和优化子结构。
 - (3) 写出伪代码并分析算法复杂度。
3. 给定两个实数数组 $A[1-n]$ 和 $B[1-n]$ 。问：如何为 A 中每个值，分配 B 中的一个值，使得总体平均绝对差值最小。即最小化公式： $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |A[i] - B_{\alpha(i)}|$ ，其中 $\alpha(i)$ 是为 $A[i]$ 分配的 B 数组中值的序号。
 - (1) 给出贪心策略。
 - (2) 证明贪心选择性和优化子结构。
 - (3) 写出伪代码并分析算法复杂度。
4. 一个 DNA 序列 X 是字符集 G, T, A, C 上的串，其上有大量信息冗余。设 x 是 X 的子串， x 及其冗余形式在 X 内在出现的起、止位置构成了一系列等长区间 $[p_1, q_1], \dots, [p_m, q_m]$ 。试设计一个贪心算法找出 $[p_1, q_1], \dots, [p_m, q_m]$ 中互不相交的区间的最大个数，即确定 x 的独立冗余度。
 - (1) 给出贪心策略。
 - (2) 证明贪心选择性和优化子结构。
 - (3) 写出伪代码并分析算法复杂度。
5. 给定两个大小为 n 的正整数集合 A 和 B 。对于 A 到 B 的一个一一映射 f ，不妨设 $f(a_i) = b_i (i = 1, \dots, n)$ ，则 f 的代价为 $\sum_{i=1}^n a_i^{b_i}$ 。试设计一个贪心算法，找出从 A 到 B 的代价最大的一一映射。
 - (1) 给出贪心策略。
 - (2) 证明贪心选择性和优化子结构。
 - (3) 写出伪代码并分析算法复杂度。