

设计动态规划算法解决下面的问题，要求写出递推方程，初始条件，算法伪代码和时间复杂度分析。

1. 给定一个整数数组，找到他的一个连续子数组，该子数组最少包含一个元素，且该子数组的和最大，输出这个和。输入数组规模为  $n$ ，要求复杂度不高于  $O(n)$ 。
2. 设你要爬  $n$  阶楼梯。每一次，你可以爬 1 个或者 2 个台阶。计算总共有多少种方法可以爬完？如： $n=3$ ，则有三种，分别是  $1+1+1, 1+2, 2+1$ 。
3. 给定一个长度为  $n$  的字符串，找到这个字符串最长的一个子串，要求该子串是回文的（即正读和反读都相同）。要求复杂度不高于  $O(n^2)$ 。
4. 给定一个  $m \times n$  的网格，网格中全是非负的整数。找出一条从该网格左上角到右下角的路径，使得路径上数字总和最小。每次只能向下或者向右移动一步。
5. 都说天上不会掉馅饼，但是有一天Tom正走在回家的小路上，忽然天上掉下大把大把的馅饼，而且都落在Tom身旁10m的范围内。馅饼如果掉在地上就当然不能吃了。所以Tom马上卸下身上的背包去接。但是由于小径两侧都不能站人，所以他只能在小径上接。假设Tom每秒钟只有在移动不超过1m的范围之内接住坠落的馅饼。现在给这条小径如图。  
为了使问题简化，假设在接下来的一段时间  $T$  里，馅饼都掉落在  $0-10$  这11个位置， $P(i,j)$  表示第  $i$  秒在  $j$  位置掉落的馅饼数量（ $1 \leq i \leq T, 0 \leq j \leq 10$ ）。开始时Tom站在5这个位置，因此在第一秒，他只能接到4,5,6这三个位置中其中一个位置上的馅饼。问Tom在  $T$  那么长的时间内，最多可以接到多少馅饼？（假设他的背包可以容纳无数多个馅饼）

