

授课教师

姓名

学号

院系

主管 领导 审核 签字

哈尔滨工业大学 2016 学年 秋 季学期

试 题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

片纸鉴心 诚信不败

密

封

线

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1. 设事件 A, B 满足 $P(B|A) = \frac{1}{5}, P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{2}{5}, P(A) = \frac{1}{3}$, 则 $P(B) =$ _____.
2. 设随机变量 $X \sim U(-1,1)$, 则 $Y = e^X$ 的概率密度 $f_Y(y) =$ _____.
3. 设随机变量 X, Y 的相关系数为 0.5, 若 $Z = X - 0.4$, 则 Y 与 Z 的相关系数为_____.
4. 设一批零件的长度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ, σ^2 均未知, 现从中随机抽取 16 个零件, 测得样本均值为 20(cm), 样本标准差为 1(cm), 则 μ 的置信度为 0.90 的置信置信区间为_____.
5. 设随机变量 X, Y 的联合概率密度函数 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 $D(2X - Y) =$ _____.

可选用的部分数值: $t_{0.025}(16) = 2.1199, t_{0.05}(15) = 1.7531,$
 $t_{0.025}(14) = 2.1448, t_{0.05}(14) = 1.7613,$
 $\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.645) = 0.95.$

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1. 设随机变量 X 和 Y 独立, 且均服从正态分布 $N(0,1)$, 则下面错误的是
- (A) $Cov(X + Y, X - Y) = 0.$

(B) $(X + Y)^2 / (X - Y)^2$ 服从 F 分布.

(C) $X + Y$ 和 $(X - Y)^2$ 独立.

(D) $(X + Y)^2 + (X - Y)^2$ 服从 $\chi^2(1)$ 分布 . 【 】
2. 设为连续型随机变量, 方差存在, 则对任意常数 C 和 ε , 必有
- (A) $P(|X - C| \geq \varepsilon) \geq 1 - DX / \varepsilon^2.$

(B) $P(|X - C| \geq \varepsilon) \leq E|X - C|^2 / \varepsilon^2.$

(C) $P(|X - C| \geq \varepsilon) \geq 1 - E|X - C|^2 / \varepsilon^2 .$

(D) $P(|X - C| \geq \varepsilon) \leq DX / \varepsilon^2.$ 【 】

草 纸

（草纸内不得答题）

密

封

线

3. 下列函数可作为随机变量的概率密度函数的是

(A) $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, x \in R.$ (B) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}.$

(C) $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(x), x \in R.$ (D) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}, x \in R.$ 【 】

4. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的样本, \bar{X} 为样本均值, 则 $E\bar{X}^2 =$

(A) $\frac{\lambda}{n}.$ (B) $\lambda^2.$

(C) $\frac{\lambda}{n} + \lambda^2.$ (D) $\frac{\lambda^2}{n} + \lambda.$ 【 】

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 其中 \bar{X} 为样本均值, S^2 为样本方差,

S^{*2} 为样本的二阶中心矩, 则

(A) $\sqrt{n}(X_n - \mu) / \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} (X_i - \mu)^2} \sim t(n-1).$ (B) $\frac{\bar{X} - \mu}{S^*} \sqrt{n-1} \sim t(n-1).$

(C) $(\frac{n}{2} - 1) \sum_{i=1}^2 X_i^2 / \sum_{i=3}^n X_i^2 \sim F(2, n-2).$ (D) $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \sim t(n-1).$ 【 】

三、(9 分) 假设有两箱同种零件, 第一箱内装 50 件, 其中有 10 件一等品; 第二箱内装 30 件, 其中有 18 件一等品。

现从两箱中任挑一箱, 然后从该箱中先后取出两个零件 (不放回), 试求 (1) 先取出的零件是一等品的概率;

(2) 在先取出的零件是一等品的条件下, 第二次取出的仍然是一等品的概率.

草 纸

(草纸内不得答题)

.....密.....封.....线.....

四、（9 分）设总体 X 服从区间 $[1, \theta]$ 上的均匀分布， $\theta > 1$ ， X_1, X_2, \cdots, X_n 是总体 X 的样本. （1）求统计量 $X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 的概率密度函数；（2）求 $X_{(n)}$ 的期望和方差.

草 纸

（草纸内不得答题）

.....密.....封.....线.....

五、（9 分）设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} xe^{-y}, & 0<x<y, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求（1） $M=\max(X,Y)$ 的概率密度；（2） $Z=\max(X,Y)+\min(X,Y)$ 的概率密度；（3） $P(X+Y<1)$.

草 纸

（草纸内不得答题）

.....密.....封.....线.....

六、(9分) 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \lambda^2xe^{-\lambda x}, & x>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，其中参数 $\lambda(\lambda>0)$ 未知， $X_1,X_2,...X_n$ 是来自总体

X 的简单随机样本. (1) 求参数 λ 的矩估计量；(2) 求参数 λ 的最大似然估计量.

七、(4分)设某商场在任意的 $[t_0,t_0+t](t>0)$ 的时间间隔内顾客人数 $N(t)$ 服从参数为 λt 的泊松分布，求 (1) 相邻到来的两位顾客之间的等待时间 X 的分布 (分布函数或者概率密度)；(2) 已经一个小时没有顾客的情况下，接下来的一个小时仍然没有顾客光临的概率？

草 纸

(草纸内不得答题)