

离散数学

陈建文

December 25, 2018

第一章 集合

习题1.1 (课本第8页第3题).
写出方程

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

的根构成的集合。

第二章 综合题

习题2.1. 珍珠四颗，有真有假，不能用眼鉴别。真珍珠重量相同且为 p ，假珍珠重量也相同且为 q ， $p > q$ 。用秤（不是天平）仅称三次，称出真假，应该怎样做？

第一章 集合

习题1.1 (课本第8页第3题).
写出方程

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

的根构成的集合。

证明. $\{-1\}$

□

第二章 综合题

习题2.1. 珍珠四颗，有真有假，不能用眼鉴别。真珍珠重量相同且为 p ，假珍珠重量也相同且为 q ， $p > q$ 。用秤（不是天平）仅称三次，称出真假，应该怎样做？

解. 设四颗珍珠分别为 p_1, p_2, p_3, p_4 ，其重量分别为 x_1, x_2, x_3, x_4 。第一次将 p_1 和 p_2 放在一起称，设得到的重量为 a ；第二次将 p_1 和 p_3 放在一起称，设得到的重量为 b ；第三次将 p_2, p_3 和 p_4 放在一起称，设得到的重量为 c 。于是可以得到

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1 + x_3 = b \\ x_2 + x_3 + x_4 = c \end{cases} \quad (2.1)$$

令 $y_1 = \frac{x_1 - q}{p - q}$ ， $y_2 = \frac{x_2 - q}{p - q}$ ， $y_3 = \frac{x_3 - q}{p - q}$ ， $y_4 = \frac{x_4 - q}{p - q}$ ，可以得到

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = \frac{a - 2q}{p - q} \\ y_1 + y_3 = \frac{b - 2q}{p - q} \\ y_2 + y_3 + y_4 = \frac{c - 3q}{p - q} \end{cases} \quad (2.2)$$

以上三个式子相加，可得

$$2(y_1 + y_2 + y_3) + y_4 = \frac{a - 2q}{p - q} + \frac{b - 2q}{p - q} + \frac{c - 3q}{p - q} \quad (2.3)$$

根据上式右端为偶数或奇数，可得 y_4 为0或1。带入方程组(2.2)可得 y_1, y_2, y_3 的值为0或1，从而相应的可以判断 x_1, x_2, x_3, x_4 的值为 p 或 q 。□