**算法设计与分析网络学习第六次课程学习指南**

**时间**：2020年3月12日(星期四)上午10:00（3-4节）

**课堂安排**： 10:00-11:00观看视频，做练习题和思考题（https://www.icourse163.org/course/HIT-356006）

11:00-11:45 强调知识点、答疑、讨论

(腾讯会议号码：922867648)

**学习内容**：动态规划的基本概念和矩阵链乘算法

**本次课程习题助教**：苏佳轩

**1. 授课视频**

算法设计与分析(基础篇) 4.1-4.2

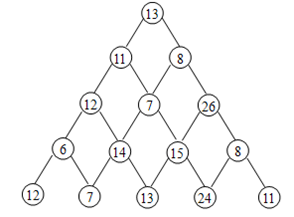
**2. 阅读**

算法导论(第三版) 第15.1节，第15.2节

**3. 练习题**

**3.1.** 满足递归式*F*(*n*)=*F*(*n*-1)+*F*(*n*-2)和初始值*F*(0)=*F*(1)=1的数列称为斐波那契数列。考虑如何计算该数列的第*n*项*F*(*n*)。（1）说明根据递归式直接完成计算，将有子问题重复求解；（2）说明该问题具有优化子结构；（3）写出求解*F*(*n*)的动态规划算法，并分析算法的时间复杂性。

**3.2.** 数字三角形问题：设有一个三角形的数塔，顶点为根结点，每个结点有一个整数值。从顶点出发，可以向左走或向右走，如图所示：



要求从根结点开始，请找出一条路径，使路径之和最大，只要输出路径的和。

要求：(1) 写出递推方程；(2)写出算法伪代码；(3) 分析算法的时间复杂度。

**3.3.** 给定一个*n*×*n*的矩阵 *A*，矩阵中的元素只取 0 或者 1。设计一个动态规划算法，求解得到 *A* 中元素全是 1 的子方阵使其阶数达到最大值。要求写出伪代码、递归方程并分析算法的时间复杂度。

**3.4.** 石子归并问题：在一个圆形操场的四周摆放着n堆石子，现要将石子有次序地合并成一堆。规定每次只能选择相邻的两堆石子合并成新的一堆，并将新一堆石子数记为该次合并的得分。试设计一个动态规划算法，计算出将n堆石子合并成一堆的最小得分和最大得分，要求列出递归方程，写出算法的伪代码并分析算法的计算复杂性。

**3.5.** 我们考虑将数轴上的*n*个点聚成*k*类的问题。

输入：*n*个从小到大的不同实数*x*1, *x*2, …, *xn*表示*n*个不同点，一个参数*k*≤*n*.

任务：将*n*个点划分成*k*个不相交的非空集合*S*1, …., *Sk*满足={*x*1, *x*2, …, *xn*}，*Si*中所有点在*Si*+1中所有点左边，1≤*i*<*k*，也就是说对于任意*x*∈*Si*, *z*∈*Si*+1, *y*<*z*.

目标：最小化,其中cost(*Si*)=(max(*Si*)-min(*Si*))2. max(*Si*)是*Si*中的最小元素，min(*Si*)是*Si*中的最大元素。

例如，如果*Si*={xj}，cost(*Si*)=0，如果*Si*={*xj*, *xj*+1, …, *xj+t*}, *xj*,<*xj*+1< …< *xj+t*，那么cost(*Si*)=(*xj+t*-*xj*)2.

**3.6.** 假设书架上一共有9本书，每本书各有一定的页数，分配3个人来进行阅读。为了便于管理，分配时，各书要求保持连续，比如第1、2、3本书分配给第1人，4、5分配给第二人，6，7，8，9分配给第3人，但不能1，4，2分配给第1人，3，5，6分配给第2人。即用两个隔板插入8个空隙中将9本书分成3部分，书不能换位。同时，分配时必须整本分配，同一本书不能拆成两部分分给两个人。为了公平起见，需要将工作量最大的那一部分最小化，请设计一个动态规划算法。用s1,...,sn表示各本书的页数。

（1）简明的写出问题的递推方程；

（2）描述算法伪代码；

（3）分析算法的时间复杂度。

**3.7.** 将一根木棒折成若干份，每折一次的代价是当前这段木棒的长度, 总代价是折这根木棒直到满足要求所需要的所有操作的代价。例如，将一根长度为10的木棒折成四段，长度分别为2, 2, 3, 3，如果先折成长度为2和8的两段，再将长度为8的折成长度为2和6的两段，最后将长度为6的折成长度为3的两段，这些操作的代价是10+8+6=24；如果先折成长度为4和6的两段，在分别将长度为4的折成长度为2的两段、长度为6的折成长度为3的两段，则这些操作的代价是10+4+6=20，比上一种方案更好一些。该问题的输入是木棒的长度L和一些整数c1,…,cn, 要求将木棒折成长度为c1, …, cn的n段且操作代价最小，请设计动态规划算法解决该问题。

**4. 思考题**

动态规划算法一定是多项式算法么？