**算法设计与分析网络学习第十二次课程学习指南**

**时间**：2020年4月2日(星期四)上午10:00（3-4节）

**课堂安排**： 10:00-11:00观看视频，做练习题和思考题

（https://mooc.study.163.com/learn/1000005000?tid=1000005001#/learn/content）

11:00-11:45 强调知识点、答疑、讨论

(腾讯会议号码：289 362 014；密码：090108)

**学习内容**：拟阵

**本次课程习题助教**：苏佳轩

**1. 授课视频**

算法设计与分析(进阶篇) 4.2, 4.3

**2. 阅读**

算法导论(第三版) 16.4-16.5

**3. 练习题**

**3.1** 设有n个正整数，将它们连接成一排，组成一个最大的多位整数。

例如：n=3时，3个整数13，312，343，连成的最大整数为34331213。

又如：n=4时，4个整数7，13，4，246，连成的最大整数为7424613。

输入是n个正整数，输出是这n个正整数连成的最大多位整数，要求用贪心法求解该问题。答案要求包含以下内容：（1）证明问题具有贪心选择性；（2）证明问题具有优化子结构；（3）写出算法伪代码并分析算法的时间复杂度。

**3.2** 在一个操场上摆放着n堆石子，现要将石子有次序地合并成一堆。规定每次只能选择**任意**两堆石子合并成新的一堆，并将新一堆石子数记为该次合并的得分。试设计贪心算法，计算出将n堆石子合并成一堆的最小得分和最大得分，写出算法的伪代码并分析算法的计算复杂性。

**3.3** 利用贪心法设计算法求解下述问题：

输入：正整数集合S，正整数W

输出：S的子集合S’，其中元素之和不小于W，且S’是满足这个条件的子集合中包含元素数量最少的。

要求：(1) 阐明贪心思想 (2) 写出伪代码 (3) 证明算法正确性 (4) 分析算法时间复杂度

**3.4** 现有一块草坪，长为*m*米，宽为*n*米，要在横中心线上放置半径为*Ri*的喷水装置，每个喷水装置的效果都会让以它为中心的半径为实数*Ri*的圆被湿润，设有充足的喷水装置，并且一定能把草坪全部湿润，设计算法选择尽量少的喷水装置，把整个草坪的全部湿润。要求写出伪代码并分析算法正确性和复杂性。

**3.5** 设计贪心算法求解如下的最大生成树问题。

输入：无向连通图*G*=(*V*,*E*)，非负加权函数*w*:*E*→*R*+;

输出：各边权值之和达到最大值的生成树*T*=(*V*,*E’*)

1. 简述算法的贪心思想；
2. 叙述并证明问题的贪心选择性；
3. 叙述问题的优化子结构
4. 用伪代码表述算法并分析其时间复杂度

**3.6** 在黑板上写了n个正数组成的一个数列，进行如下操作：每一次擦去其中两个数a和b, 然后在数列中加入一个数a\*b+1，如此下去黑板上只剩下一个数。在所有按这种方法最后得到的树中，最大的数记为max，最小的数记为min，则该数列的极差M定义为M=max-min。对于给定数列，设计贪心算法计算出其极差M，要求分析算法的正确性，写出算法的伪代码并分析其复杂性。

**3.7** 要为将即将到来的哈尔滨世界博览会设计和生产*n*个不同的展品，每一个项目首先用CAD软件设计，然后送到外面加工厂加工，第*i*个展品的设计时间为*di*，加工时间为*fi*. 加工厂能力很强，可以同时加工*n*个展品，所以对于每件展品，只要设计结束就可以立刻开始加工。但是，只有一位设计师，所以需要确定产品设计的顺序，以最快时间完成所有*n*件展品的设计和加工。比如，完成了第一件展品的设计，可以将其交给加工厂，然后立刻开始第二件展品的加工。当完成第二件展品的设计时，可以将其交给加工厂而不需要考虑是否第一件展品已经加工完成。设计多项式贪心算法求解此问题，分析时间复杂度，并证明其正确性。

**3.8** 哈工大的机器人研究团队现有不同类型的登山机器人，这些登山机器人可以携带有限的能量登山。在登山过程中，登山机器人需要消耗一定能量，连续攀登的路程越长，其攀登的速度就越慢。在对m种不同类型的机器人进行性能测试时，已测定出机器人i连续攀登1，2，…，n米所用的时间分别为ti1, ti2, …, tin。现在要对这m个机器人进行综合性能测试，举行机器人接力连续攀登演习。攀登的总高度为s米。规定每个机器人攀登1次，每次至少攀登1米，最多攀登n米，而且每个机器人攀登的高度必须是整数，即只能在整米处接力。安排每个机器人攀登适当的高度，使完成接力攀登的总时间最短，完成下列问题。

例子：若有3个机器人，每个机器人连续攀登1,2,3米所用的时间如表中所示。每个机器人最多可以攀登3米，攀登的总高度为5米，则使完成接力攀登的总时间最短的安排方案为1号机器人攀登2米，2号机器人攀登2米，3号机器人攀登1米。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1米 | 2米 | 3米 |
| 1号 | 24 | 49 | 75 |
| 2号 | 23 | 48 | 75 |
| 3号 | 22 | 49 | 80 |

（1）证明该问题具有贪心选择性；

（2）证明该问题具有优化子结构；

（3）根据该贪心选择性和优化子结构用伪代码写出算法；

（4）分析算法的时间复杂度。

**4. 思考题**

最大化问题能用拟阵证明，最小化问题如何证明呢？