

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого Физико-механический институт Высшая
школа прикладной математики и вычислительной
физики

Отчёт
Курсовая работа
по дисциплине
«Математическая статистика»

Выполнил студент:
Басалаев Даниил Александрович
Сажин Даниил Дмитриевич
Асанов Дамир Русланович
Кромачёв Максим Александрович

группа:
5030102/10201

Проверил:
доцент Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург

1 Постановка задачи

Целью настоящей работы является анализ и визуализация характеристик распределения точек попадания лазера на экран с использованием методов математической статистики. Данные представляют собой набор координат точек, полученных в результате эксперимента с попаданием лазера на поверхность. Основной задачей является построение эллипса рассеивания, который отражает степень разброса точек попадания и позволяет визуализировать их распределение на экране. Это позволит более полно и наглядно представить характеристики распределения данных, что в свою очередь может привести к более глубокому пониманию процессов, лежащих в основе эксперимента, и оптимизации его параметров.

2 Теоретическое обоснование

2.1 Эллипсы рассеивания

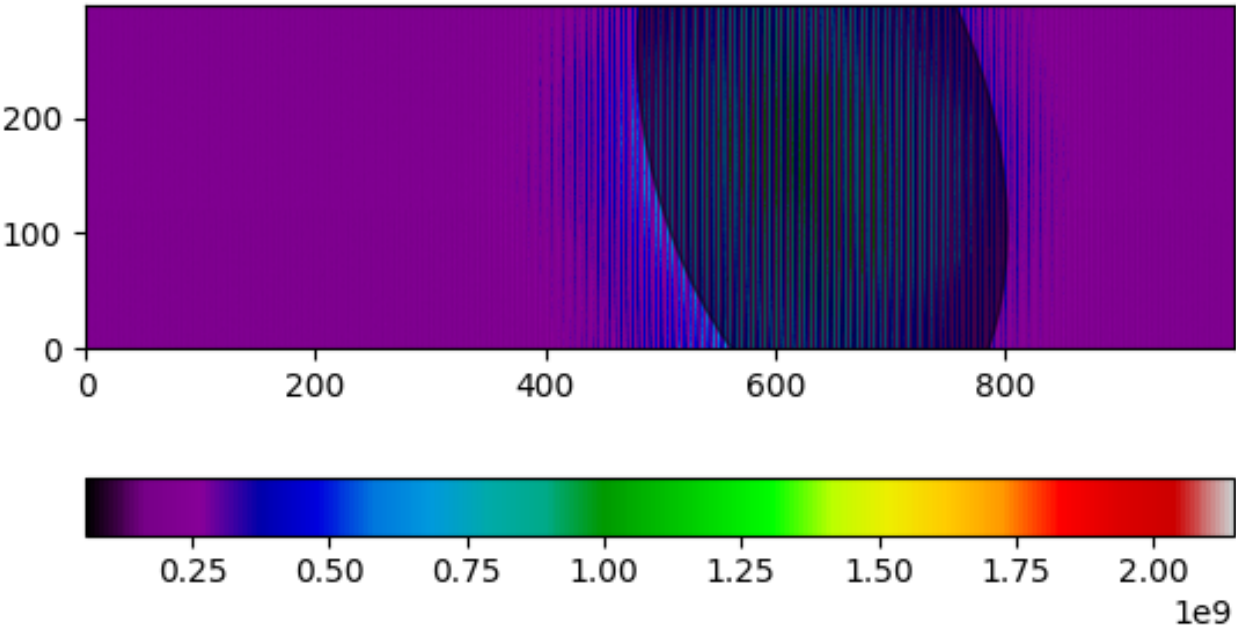
Уравнение проекции такого эллипса на плоскость xOy :

$$\frac{(x - \bar{x})^2}{\sigma_x^2} - 2\rho \frac{(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y} + \frac{(y - \bar{y})^2}{\sigma_y^2} = const \quad (1)$$

Уравнение эллипса 1 можно проанализировать обычными методами аналитической геометрии. Применяя их, убеждаемся, что центр эллипса 1 находится в точке с координатами (\bar{x}, \bar{y}) ; что касается направления осей симметрии эллипса, то они составляют с осью Ox углы, определяемые уравнением

$$tg(2\alpha) = \frac{2\rho\sigma_x\sigma_y}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \quad (2)$$

3 Графики



4 Выводы

При увеличении размера выборки наблюдается повышение точности оценок, что проявляется в уменьшении дисперсий коэффициентов корреляции. Этот эффект соответствует основным принципам центральной предельной теоремы и закона больших чисел. Увеличение коэффициента корреляции ρ сопровождается ростом средних значений коэффициентов Пирсона, Спирмена и квадратичного коэффициента корреляции вследствие прямой зависимости между ρ и другими коэффициентами корреляции.

Метод наименьших квадратов проявляет эффективность в условиях, когда данные не содержат значительных выбросов, в то время как метод наименьших модулей демонстрирует превосходство в случае наличия значительных возмущений. При выборе метода следует учитывать особенности данных: при наличии выбросов предпочтительнее использовать метод наименьших модулей из-за его устойчивости к выбросам.

5 GitHub

<https://github.com/11AgReS1SoR11/MatStat/tree/main/Kurs>