2018-2 期中试题

一、基本计算题（每题 6 分，共 60 分）

1. 求微分方程 $yy''+(y')^2=0$ 满足初始条件 $y(0)=1, y'(0)=\dfrac{1}{2}$ 的特解.

2. 设 $y=e^x(C_1\sin 2x+C_2\cos 2x)$ 为某二阶常系数齐次微分方程的通解，求此微分方程.

3. 已知点 $A(3,-3,1)$ 与点 $B(3,-2,2)$. 若 $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AB}$，求矢量 $\overrightarrow{OM}$ 的方向余弦.

4. 判断直线 $L_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-4}{3}$ 与直线 $L_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-6}{5}$ 是否共面.

5. 讨论二重极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy^2}{x+y}$. 若极限存在求其值，若不存在说明理由.

6. 已知平面曲线由方程 $x^2+y^3+\ln(x+y)-3=0$ 确定，求点 $x=2, y=-1$ 处的法线方程.

7. 设 $\varphi(u,v)$ 有连续偏导数，方程 $\varphi(cx-az, cy-bz)=0$ 确定隐函数 $z=z(x,y)$.证明 $az_x+bz_y=c$.

8. 计算 $I=\int_0^2 dy\int_0^2 \max\{xy,1\}dx$.

9. 计算 $I=\iint\limits_D \cos(x^2+y^2)dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 4, |x|\ge|y|\}$（由 $x^2+y^2=4$ 和 $y^2=x^2$ 围成的包含 x 轴的区域）.

10. 计算 $I=\iiint\limits_V \sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$，其中区域 V 由曲面 $z=0, z=4-x^2-y^2$ 围成.

二、综合计算题（每题 8 分，共 40 分）

11. 求解微分方程 $y''-3y'+2y=e^{2x}+e^{3x}$.

12. 求函数 $u=2x+y^2z$ 在点 $(1,-1,-1)$ 沿椭球面 $x^2+2y^2+3z^2=6$ 的外法线方向的方向导数.

13. 求函数 $u=x+3z$ 在曲线 $\begin{cases} x+2y-3z=2 \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$ 上的最大值与最小值.

14 求积分 $I=\iiint\limits_V x^2dxdydz$，其中区域 $V: x^2+y^2+z^2\le 2z$.

15 设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^3}{x^2+y^2},(x,y)\neq(0,0),\\ 0, \qquad (x,y)=(0,0).\end{cases}$

（1）证明 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 可微；（2） 求 $z_{xy}(0,0)$.