2017-2 期中试题

一、基本计算题（每题 6 分，共 60 分）

1. 设直线 l 过点 $M_0(1,2,0)$，且平行于平面 $\pi: x-2y+z-4=0$，又与直线

$l_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ 相交, 求此直线的方程.

2. 求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6, \\ z=x^2+y^2 \end{cases}$ 在点 $(1,1,2)$ 处的切矢量、法平面方程.

3. 求空间曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=a^2, \\ x^2+y^2=ax \end{cases}$ $(a>0)$ 分别在 xOy 面和 zOx 面的投影曲线方程.

4. 已知 $z(x,y)=\int_0^1 \mathrm{e}^{t^2}\left|x+y^2-t\right|\mathrm{d}t$，其中 $0<x+y^2<1$，求 z_{xy}.

5. 设二元函数 $z=f(x,y)$ 满足方程 $F(x+z,xy)=0$，且 $f(x,y)$，$F(s,t)$ 均具有连续的一阶偏导数，且 $f_2F_1+yf_2F_2-xf_1F_2\neq 0$，求 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}$.

6. 求 $I=\int_0^1 dy\int_y^1 x^2\cos(xy)dx$.

7. 求 $I=\iint\limits_D (2x+3y-1)^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D:|x|+|y|\le 1$.

8. 设 $f(x,y)$ 连续，$f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(x,y)dxdy$，$D$ 是由 $y=0, y=x^2$ 和 $x=1$ 所围区域，求 $f(x,y)$.

9. 求 $I=\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2)dv$，其中 Ω 是由平面曲线 $\begin{cases} y^2=2z \\ x=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周所得的旋转曲面与平面 $z=8$ 所围成的区域.

10. 求 $I=\iiint\limits_\Omega z^2\mathrm{d}v$，其中 $\Omega: 0\le z\le\sqrt{a^2-x^2-y^2}$，$a>0$.

二、综合计算题（每题 8 分，共 40 分）

11. 设函数 $u=f(x\sin y)$，其中 $f(t)$ 具有连续的二阶导数，矢量 $\boldsymbol{n}=\{3,4\}$，且 $f'(0)=5$，求 $\dfrac{\partial u}{\partial \boldsymbol{n}}$，$\dfrac{\partial^2 u}{\partial \boldsymbol{n}\partial x}(0,0)$.

12. 在平面曲线 $x^2+2y^2-2x=88$ 上求一点，使函数 $f(x,y)=3x^2+y^2$ 在该点处沿方向

$\boldsymbol{n}=\{3,4\}$ 的方向导数最大.

13．求由抛物线 $y^2=ax$ 与圆 $x^2+y^2=2ax\ (a>0)$ 所围的包含一段 x 轴的区域 D 的面积 S.

14. 求 $I=\iint\limits_D \left|x^2+y^2-1\right|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 是矩形区域：$|x|\le 2, |y|\le 2$.

15. 设二元函数 $f(x,y)$ 在原点 $(0,0)$ 处存在二阶偏导数 $f_{xx}(0,0)$ 和 $f_{yy}(0,0)$. 判断下列的结论是否正确, 如果正确, 请给出理由；如果不正确, 给出反例.

（1） $f_x(x,0)$ 在原点 $(0,0)$ 处关于 x 连续.

（2）二元函数 $f(x,y)$ 在原点 $(0,0)$ 处连续.