1. $x,\ y,\ z\in\mathbb{Q},\ \sqrt{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z},\quad xyz=$_______.
提示：两边平方，严谨证明稍麻烦，得到结果应该很简单。
参考答案：$\frac{3}{4}$

2. $f(x)>=0,\ [f(x+1)]^2+[f(x)]^2=73(x\in\mathbb{R})$. 当 $x\in[0,1)$ 时，$f(x)=10-|13x-4|,\ \ f(\frac{2021}{13})=$_______.
注：题目疑似有误。例如 $f(\frac{4}{13})=10, f(\frac{17}{13})=?$

3. $y=\frac{4\sin\theta\cos\theta+3}{\sin\theta+\cos\theta}(-\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{3\pi}{4})$, 则 y 的最小值为_______。
提示：分子分母都大于 0，$y^2=\frac{(4\sin\theta\cos\theta+3)^2}{(\sin\theta+\cos\theta)^2}=\frac{(2\sin(2\theta)+3)^2}{1+\sin(2\theta)}$, 令 $t=1+\sin(2\theta)$.
参考答案：$2\sqrt{2}$

4. $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_3=-13,\ a_7=3.\ S_n=\sum_{i=1}^{n}a_n$, 则 $(S_n)_{min}=$ _______.
提示：这题很简单。
参考答案：-66

5. $w=\cos\frac{\pi}{5}+i\sin\frac{\pi}{5}$, 则以 w,w^3,w^7,w^9 为解的方程为_______.
提示：了解复数的三角表示，$w^5=1,\ w^7=w^2,\ w^9=w^4.\ w,\ w^2,\ w^3,\ w^4,\ 1$ 为方程 $z^5=1$ 的五个根。
参考答案：$z^4+z^3+z^2+z+1=0$

6. A,B 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上两点，O 是原点，$OA\perp OB$, 则 $|AB|_{min}=$_______.
提示：$a>0,\ b>0,\ \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}<=\frac{a+b}{2}$, 当且仅当 $a=b$ 时取等号。
参考答案：$\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

7. 双曲线 Γ: $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$, 过右焦点作一条长度为 $4\sqrt{3}$ 的弦 AB, A,B 位于右支上。将双曲线 Γ 绕其右准线旋转 90°, 则弦 AB 形成的曲面面积为_______.
提示：利用双曲线右支上的点到右焦点与右准线距离之比为离心率以及圆台的侧面积计算公式。

参考答案：8π

8. 三种方法求 $x(x+1)(x+2)(x+3)$ 最小值。
提示：$x(x+1)(x+2)(x+3) = x(x+3)(x+1)(x+2) = (x^2+3x)(x^2+3x+2) = (x^2+3x+1-1)(x^2+3x+1+1) = (x^2+3x+1)^2-1$
参考答案：-1

9. $0 < a < b$, 证 $\frac{\ln b - \ln a}{b-a} > \frac{2a}{a^2+b^2}$.
提示: 容易证明 $\ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$, 故 $\ln b - \ln a = \ln(\frac{b}{a}) \geq 1 - \frac{1}{\frac{b}{a}} = \frac{b-a}{b}$