平成 29 年 1 月 28 日

$$\boldsymbol{A} = \int d^4 r' \frac{\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r'}, t)\delta(t' - t - \frac{R}{c})}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r'}|} \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{A} = \int d^4 \boldsymbol{r'} \frac{\nabla' \cdot (\boldsymbol{j(r', t')}\delta(t' - t_R)) + \boldsymbol{j(r', t')}\nabla \cdot \delta}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r'}|} \tag{2}$$

ここで、

$$\nabla \cdot \frac{1}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r'}|} = -\nabla' \cdot \frac{1}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r'}|} \tag{3}$$

を用いて部分積分をすることで、(2) 式の分子第 1 項を得る。式 (2) の $\delta$ の微分の部分がキャンセルして、電流微分のみ生き残る。

$$\phi = \int d^4 r' \frac{\rho(r', t')\delta(t' - t_R)}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r'}|} \tag{4}$$

を $t$ 微分すると、分子には

$$(\frac{\partial \rho(r', t')}{\partial t'})\delta(t' - t_R) = (\nabla' \boldsymbol{j}(r', t'))\delta(t' - t_R) \tag{5}$$

が残る。ここで、$\delta$ 関数に関する以下の公式を用いた。

$$\int \frac{\partial \delta(t' - t)}{\partial t} f(t') dt' = \int \delta(t' - t) \frac{\partial f}{\partial t'}(t') \tag{6}$$

これらの式から以下の Lorentz gauge の式を遅延ポテンシャルは満たしていることがわかる。

$$\nabla \cdot \boldsymbol{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \tag{7}$$