

平成 29 年 1 月 28 日

$$\mathbf{A} = \int d^4 r' \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t) \delta(t' - t - \frac{R}{c})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \int d^4 r' \frac{\nabla' \cdot (\mathbf{j}(\mathbf{r}', t') \delta(t' - t_R)) + \mathbf{j}(\mathbf{r}', t') \nabla \cdot \delta}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2)$$

ここで、

$$\nabla \cdot \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = -\nabla' \cdot \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (3)$$

を用いて部分積分をすることで、(2) 式の分子第 1 項を得る。式 (2) の  $\delta$  の微分の部分がキャンセルして、電流微分のみ生き残る。

$$\phi = \int d^4 r' \frac{\rho(\mathbf{r}', t') \delta(t' - t_R)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (4)$$

を  $t$  微分すると、分子には

$$\left( \frac{\partial \rho(\mathbf{r}', t')}{\partial t'} \right) \delta(t' - t_R) = (\nabla' \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}', t')) \delta(t' - t_R) \quad (5)$$

が残る。ここで、 $\delta$  関数に関する以下の公式を用いた。

$$\int \frac{\partial \delta(t' - t)}{\partial t} f(t') dt' = \int \delta(t' - t) \frac{\partial f}{\partial t'}(t') \quad (6)$$

これらの式から以下の Lorentz gauge の式を遅延ポテンシャルは満たしていることがわかる。

$$\nabla \cdot \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

なお、静電場の Coulomb gauge の確認に関しては、上の計算から  $\delta$  関数を除去してやれば、

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$$

を得ることが出来る。