主管领导审核签字

授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

哈尔滨工业大学 2020 学年秋季学期

《概率论与数理统计 C》试 题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

片纸鉴心 诚信不败

一、单项选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1. 设 A，B，C 为任意随机事件，且 $P(ABC)>0$，如果 $P(AB|C)=P(A|C)P(B|C)$，则 【　　】

（A）$P(C|AB)=P(C|A)$.　　（B）$P(C|AB)=P(C|B)$.

（C）$P(B|AC)=P(B|A)$.　　（D）$P(B|AC)=P(B|C)$.

2. 设 $f(x)$ 为某一随机变量 X 的概率密度，且 $f(1+x)=f(1-x)$，$\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=0.6$，则 $P(X<0)=$ 【　　】

（A）0.2.　（B）0.4.　（C）0.6.　（D）0.8.

3. 设二维随机变量 (X,Y) 在区域 $G=\{(x,y)|0<x<1,-x<y<x\}$ 上服从均匀分布，则关于 X 的边缘概率密度为【　　】

（A）$f_X(x)=\begin{cases}1, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$　　（B）$f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$

（C）$f_X(x)=\begin{cases}3x^2, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$　　（D）$f_X(x)=\begin{cases}4x^3, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$

4. 设二维随机变量 $(X,Y)\sim N(-1,-1;2,5;0)$，则 $E(XY^2)=$ 【　　】

（A）9.　（B）6.　（C）-6.　（D）-9.

5. 设随机变量 X，Y 相互独立，X 服从参数为 3 的泊松分布，Y 服从参数为 0.5 的指数分布，则 $D(3X-2Y)=$ 【　　】

（A）1.　（B）11.　（C）17.　（D）43.

草　　纸

（草纸内不得答题）

授课教师＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 院系＿＿＿＿

密 封

二、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1. 设 A，B，C 为随机事件，$P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}$，$P(AC)=0$，$P(AB)=P(BC)=\dfrac{1}{12}$，则 A，B，C 恰有一个发生的概率为 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi(1+x^2)}, & x>0,\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，则 $Y=\ln X$ 的概率密度

$f_Y(y)=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

3. 设随机变量 X 服从参数为0.5的几何分布，$Y\sim U(0,4)$，$E(XY)=5$，应用切比雪夫不等式估计 $P(|X-Y|<4)$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

4. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_5$ 是来自总体 $X\sim N(1,4)$ 的简单随机样本，$\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{4}X_i$，$T=\sum\limits_{i=1}^{4}(X_i-\overline{X})^2$， 则统计量 $\dfrac{12(X_5-\overline{X})^2}{5T}$ 服从 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_{16}$ 是来自总体 $X\sim N(\mu, 4)$ 的简单随机样本，样本均值 $\overline{x}=18$，则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

（注：可选用的部分数值 $\Phi(1.645)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$，$t_{0.05}(15)=1.7531$, $t_{0.025}(15)=2.1315$，$t_{0.05}(16)=1.7459$, $t_{0.025}(16)=2.1199$）

三、（满分 9 分） 设甲袋中装有 5 个红球， 4 个白球；乙袋中装有 4 个红球，5 个白球. 现在从甲袋中任取 2 个球放入乙袋，然后从乙袋中任取一个球.

（1）求从乙袋中取到白球的概率；

（2）若从乙袋中取到红球，求从甲袋中取到两个白球的概率.

四、（满分 9 分） 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}e^{-y}, & 0<x<y,\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

（1）求条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)$；

草 纸

（草纸内不得答题）

（2）求 $Z=\max\{X,Y\}$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

五、（满分 9 分） 设随机变量 X，Y 相互独立，$X\sim U(0\ ,\ 1)$，随机变量 Y 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{2y}{\pi^2}, & 0<y<\pi,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

（1）求 $Z=X+Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$；

（2）令 $U=\max\{X,Y\}$，$V=\min\{X,Y\}$，求 $E(U+V)$.

六、（满分 9 分） 设总体 X 的分布函数为

$$F(x\ ;\ \theta)=\begin{cases}1-\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\theta}}, & x>0,\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$$

其中 $\theta>0$ 为未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本.

（1） 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$ 和最大似然估计量 $\hat{\theta}_2$；

（2）上述两个估计 $\hat{\theta}_1$，$\hat{\theta}_2$ 是否为 θ 的无偏估计量，若不是请修正为无偏估计量；

（3）讨论 $\hat{\theta}_2$ 是否为 θ 的相合估计.

七、（满分 4 分） 设随机变量 X，Y 相互独立，X 的概率分布为 $P(X=0)=\dfrac{1}{4}$，$P(X=1)=\dfrac{1}{2}$，$P(X=2)=\dfrac{1}{4}$，

Y 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases}2y, & 0<y<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求 $Z=X+Y$ 的分布函数 $F_z(z)$.

院系＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 授课教师＿＿＿＿

密 封

草　纸

（草纸内不得答题）