主管领导审核签字

院系________ 学号________ 姓名________ 授课教师________

密 封 线

哈尔滨工业大学 2019-2020 学年 秋 季学期

概率论与数理统计期末考试 试 题

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷人								

（本试卷共有七道大题满分 70 分，其中填空题 15 分，选择题 15 分，其余大题 40 分）

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1．设 A, B 为随机事件，已知 $P(A)=0.5,\ P(B)=0.6,\ P(B|\bar{A})=0.6$，则 $P(A\cup B)=$ ______.

2. 设随机变量 X, Y 不相关，且 $EX=2,\ EY=1,\ DX=3$，则 $E\left[X(X+Y-2)\right]=$_______.

3. 设二维随机变量 $(X,Y)\sim N(2,-1;\ 1,\ 1;\ 0)$，则 $P(X+2Y<0)=$____________.

4. 设随机变量 $X\sim U\left[0,\ \right]$，$Y\sim N(2,\ 4)$，且 X 与 Y 独立，令 $Z=X+Y$，则根据切比雪夫不等式，有 $P(-4.5\le Z<9)\ge$____________.

5. 已知某金属的密度 $X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$，测量了 16 次，得样本均值 $\bar{x}=2.7$，样本标准差 $s=0.04$，则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是(__________,_________).

参考数值表：（保留小数点后两位）

$t_{0.05}(16)=1.746,\quad t_{0.025}(16)=2.120,\quad t_{0.05}(15)=1.753,\quad t_{0.025}(15)=2.132,\ \Phi(1.645)=0.950,\quad \Phi(1.96)=0.975$

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1. 设 A, B 为随机事件，则 $P(A)=P(B)$ 的充分必要条件是（ ）

（A） $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$. （B） $P(AB)=P(A)P(B)$.

（C） $P(A\bar{B})=P(\bar{A}B)$. （D） $P(AB)=P(\bar{A}\bar{B})$.

草 纸

（草纸内不得答题）

姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

2．如下四个函数，能作为某随机变量 X 的概率密度是（　　）

（A） $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1 \\ 0, & 其他\end{cases}$.　　（B） $f(x)=\mathrm{e}^{-|x|},\ x\in\mathbf{R}$.

（C） $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+x^2}, & x>0 \\ 0, & x\le 0\end{cases}$.　　（D） $f(x)=\begin{cases}1-\mathrm{e}^{-x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0\end{cases}$.

3. 设随机变量 $X \sim N(\mu,\ \sigma^2)$，其中 $\mu\neq 0$. 其分布函数为 $F(x)$，则对任意实数 x，下列结论成立的是（　　）

（A） $F(\mu+x)+F(\mu-x)=1$.　　（B） $F(x+\mu)+F(x-\mu)=1$.

（C） $F(\mu+x)=F(\mu-x)$.　　（D） $F(x+\mu)=F(x-\mu)$.

4. 设随机变量 X 在区间 $(0,\ 2)$ 上服从均匀分布，则 $Y=X^2$ 的概率密度为（　　）

（A） $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{8}y, & 0<y<4 \\ 0, & 其他\end{cases}$.　　（B） $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}, & 0<y<4 \\ 0, & 其他\end{cases}$.

（C） $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{3}{16}\sqrt{y}, & 0<y<4 \\ 0, & 其他\end{cases}$.　　（D） $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{4\sqrt{y}}, & 0<y<4 \\ 0, & 其他\end{cases}$.

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n\ (n\ge 2)$ 为来自总体 $N(\mu,1)$ 的简单随机样本，记 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，则下列结论中不正确的是（　　）

（A） $\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$ 服从 χ^2 分布.　　（B） $2(X_n-X_1)^2$ 服从 χ^2 分布.

（C） $\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ 服从 χ^2 分布.　　（D） $n(\overline{X}-\mu)^2$ 服从 χ^2 分布.

三、（8分）设 5 支枪中有 2 支未校正，3 支已校正。一射手用校正过的枪射击，中靶率为 0.9，用未校正过的枪射击，中靶率为 0.4。求（1）该射手任取 1 支枪射击，中靶的概率是多少?（2）若任取一支枪射击，结果未中靶，求该枪未校正的概率。

草　　纸

（草纸内不得答题）

姓名

学号

院系

密

封

线

四、（8 分）设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} x\mathrm{e}^{-y}, & 0<x<y \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求（1）$Z=X+Y$的概率密度$f_Z(z)$；（2）在$X=x$的条件下，Y的条件概率密度$f_{Y|X}(y|x)$.

草　纸

（草纸内不得答题）

姓名

学号

院系

密

封

线

五、(**8 分**)设随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}(x+y), & 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求(1) X 和 Y 的相关系数 ρ;(2)随机变量 $Z=3X-Y$ 的方差.

草　纸

(草纸内不得答题)

姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

六、（**12 分**）设总体X在区间$[0,\ \theta]$上服从均匀分布，其中$\theta>0$是未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是总体X的一个简单随机样本。（1）求θ的矩估计量和最大似然估计量；（2）上述两估计量是否是θ的无偏估计量，若不是，请修正为无偏估计量。（3）比较两个无偏估计量的有效性。

草　　纸

（草纸内不得答题）

姓名

学号

院系

密 封 线

七、（**4分**）设随机变量 X 服从泊松分布 $P(\lambda)$，先观察随机变量 X 的取值，然后进行 X 次重复独立试验，在每次试验中事件 A 发生的概率为 p $(0<p<1)$，以 Y 记这 X 次试验中 A 发生的次数，证明：Y 服从泊松分布 $P(\lambda p)$.

（提示：利用全概率公式）

草　纸

（草纸内不得答题）