一

1. $A\Delta B$

2. 2^m-2

3. {(1,1),(2,2),(1,2),(2,1),(3,3),(4,4),(5,5),(4,5),(5,4)}

4. 8, 9, 10, 11

6.

> - *连通图且所有顶点的度均为偶数;*
> - *存在包含所有顶点和边的闭迹;*
> - *能划分为边不相交的圈*

7. 偶数

8. 2个邻接顶点或1个顶点

9. 4

10. 生成通道

二

1. 自反、反对称、传递

2.

> 1. *不是偶图。因为不是所有圈的长度都为偶数。*
> 2. *不是平面图。可以收缩成K_5。*
> 3. *3。画出来的。*

3.

1. *不成立。*

$$A = 1,\ B = 1,\ 3,\ C = 3 \implies (A - B) \cup C = C,\ \ A - (B - C) = \varnothing$$

2. *不成立。*

$$A = 1,\ 3,\ B = 1,\ 3,\ C = 1,\ 3 \implies A \cup (B - C) = A,\ \ (A \cup B) - C = \varnothing$$

5. (2)不一定。R={(a,b), (c,a), (b,c)}

6. (1)能。$a \overset{\text{英}}{-} c \overset{\text{意}}{-} e \overset{\text{德}}{-} g \overset{\text{法}}{-} f \overset{\text{日}}{-} d \overset{\text{汉}}{-} b \overset{\text{英}}{-} a$

(2)(1)能。如：$K_{3,3}$。(2)不知道

7. $n_0 = n_2 + 1$

8. 有。因为当只有一个支且q=p-1时已经是连通图，再加一条边必定形成一个圈；不止一个支时，必定有圈。

三

1. 反证法：设$x \in A$ 且 $x \notin B$，那么对于B中元素y来说，必有$(x, y) \in A \times B$。因为$x \notin B$，所以不存在$(x, ?) \in B \times A$。 $\implies A \times B \neq B \times A \implies$ 矛 盾 $\implies$ 命 题 得 证

2. 任意一個整數a除以100產生的餘數不外乎為0，1，2，...，99。題目中的52個整數ai除以100則產生52個餘數ri(i=1，2，...，52)。

- 如果這52個餘數中有兩個餘數相等，即ri=rj(i≠j)，那麼一定有ai-aj能被100整除。即存在兩個數，它們的差能被100整除。
- 如果這52個餘數均不相等，我們現在對0，1，2，...，99這100個數來構造抽屜，將相加之和為100的兩個數放在同一個抽屜里。

構造出來的51個抽屜如下：{1，99}，{2，98}，{3，97}, ...，{49，51}，{0}，{50}由於有52個不同的餘數，根據鴿巢原理，必有兩個餘數來自同一個抽屜，這隻能從前49個抽屜中取出。而不論從哪個抽屜取出，同一個抽屜里的兩個餘數之和為100，那麼一定有產生這兩個餘數的兩個整數之和能被100整除。

4. (1)要证T是等价关系，只需证T具有自反、对称、传递性：

- 因为R自反，所以$\forall a \in R$，$(a, a) \in R$ 且 $(a, a) \in R \Rightarrow (a, a) \in T$，所以T自反；

- 若$\exists (a,b) \in R$ 且 $(b,a) \in R$ 那么 $(b,a) \in R$ 且 $(a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in T$，所以T对称；
- 若$\exists (a,b) \in R$ 且 $(b,a) \in R$ ， $(b,c) \in R$ 且 $(c,b) \in R$ ，因为R传递，所以 $(a,c) \in R$ 且 $(c,a) \in R \Rightarrow (a,c) \in T$，所以T传递

7. (1)非平凡树中最长路的两个端点就是两个度为1的顶点。

8. 反证法：若边数为7，则有$2 * 7 = \sum d(V_i) \geq 3n \Rightarrow n \leq \frac{14}{3}$，即顶点数不超过4个，但$K_4$的边数为6，矛盾。

9. 两条最长的路如果没有公共顶点，那不就不连通了。