

2015 A

- 一、求公式 $(r \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow \neg p)$ 的主合取范式和主析取范式。(10 分)
- 二、判定下列逻辑蕴涵和逻辑等价是否成立，其中 A, B, C, D 为任意命题。(10 分)
- 1) $(A \wedge B) \rightarrow C, \neg C \vee D, \neg D \Rightarrow \neg A \vee \neg B$
 - 2) $\neg A \rightarrow (\neg(C \wedge \neg D) \rightarrow B) \Leftrightarrow D \rightarrow (A \vee B)$
- 三、构造解释 I 使得下列谓词公式为真：(5 分)

$$\forall x (P(x) \rightarrow \exists y (P(y) \wedge Q(x, y)))$$

- 四、判定下列逻辑等价是否成立，其中 A, B, C 为任意命题公式。(10 分)

1) $\neg((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg C) \Leftrightarrow C \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$

- 五、在命题演算系统 PC 中证明：(20 分)

- (1) $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
- (2) $\vdash B \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (\neg A \rightarrow C))$
- (3) $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow (A \rightarrow \neg A))$
- (4) $\neg((A \rightarrow B) \rightarrow \neg(B \rightarrow A)), A \vdash B$

- 六、在 ND 中证明：(10 分)

- (1) $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C)$
- (2) $\vdash (B \rightarrow \neg C) \rightarrow (\neg A \rightarrow (B \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow C)))$

- 七、在 FC 中证明：(20 分)

- (1) $\vdash (\exists x A \rightarrow \forall x \neg B) \rightarrow \forall x (A \rightarrow \neg B)$
- (2) $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \neg \forall x (P(x) \rightarrow \neg R(x)) \vdash \exists x \neg (Q(x) \rightarrow \neg R(x))$

- 八、“大学里的学生不是本科生就是研究生，有的学生是高材生，John 不是研究生，但是高材生，则如果 John 是大学里的学生必是本科生。”

请将上述逻辑推理用谓词公式表示出来，并在 FC 中证明其推理的正确性。(15 分)

2016 A

- 一、求公式 $(p \rightarrow \neg r) \vee (\neg p \leftrightarrow q)$ 的主合取范式和主析取范式。(10 分)
- 二、分别用‘ \uparrow ’和‘ \downarrow ’等价表示公式 $(p \wedge q) \rightarrow (\neg q \wedge r)$ 。(10 分)
- 三、能否构造解释和指派使得公式 $A \rightarrow \forall v A$ 为假？请举例说明。(5 分)
- 四、判定下列逻辑蕴涵和逻辑等价是否成立。其中 A, B, C, D 为任意命题公式。(10 分)

- 1) $\neg(C \wedge D) \rightarrow (A \rightarrow B), A, \neg D \Rightarrow B$
- 2) $(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \Leftrightarrow \neg(A \rightarrow \neg B) \rightarrow C$

- 五、在命题演算系统 PC 中证明：(20 分)

- (1) $\vdash \neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
- (2) $\vdash ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg C)) \rightarrow (\neg B \rightarrow C)$
- (3) $\vdash (C \rightarrow \neg(A \rightarrow B)) \rightarrow ((C \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg C)$
- (4) $\vdash ((\neg A \rightarrow A) \rightarrow \neg B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg B)$

六、在 ND 中证明：(10 分)

- (1) $\vdash ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$
- (2) $\vdash (A \vee B) \wedge (A \vee C) \rightarrow A \vee (B \wedge C)$

2017 B

一、求公式 $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ 的主合取范式 and 主析取范式。(10 分)

二、用 \downarrow 等价表示公式 $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg r$ 。(10 分)

三、设 A, B 为 FC 中任意公式, 举例说明 $A \rightarrow B \vdash_{FC} \forall v A \rightarrow \forall v B$ 不一定成立。(5 分)

四、分别用 \uparrow 和 \downarrow 等价表示公式 $\neg(p \wedge \neg q) \wedge (q \wedge r)$ 。(10 分)

五、在命题逻辑演算系统 PC 中证明：(20 分)

- (1) $\vdash \neg C \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(\neg B \rightarrow C))$
- (2) $\vdash ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow A) \rightarrow A$
- (3) $\vdash (A \rightarrow (B \rightarrow \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow (A \rightarrow \neg B))$
- (4) $((\neg A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow D, \neg D \rightarrow \neg B, \neg A \vdash D$

六、在 ND 中证明：(10 分)

- (1) $\vdash (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \rightarrow (\neg A \vee C)$
- (2) $\vdash (\neg A \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)) \rightarrow A$

七、在 FC 中证明：(20 分)

- (1) $\vdash (\exists x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$
- (2) $\forall x (P(x) \rightarrow \neg(Q(y) \rightarrow \neg R(x))) \vdash \exists x P(x) \rightarrow Q(y)$

八、

只要是计算机系的本科生或者研究生, 就一定学过 C 语言和 Java 语言。

如果是学过 C 语言或者 C++ 语言的学生, 那么就一定会编程。

因此只要是计算机系的本科生, 就会编程。

将上面三句话分别用谓词公式表示出来, 并在 FC 中证明其推理的正确性。(15 分)