

一、填空题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1. 设事件 A, B 满足 $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$ ，且 $P(A) = p$ ，则 $P(B) =$ _____.

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布列为

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	a	0	0.2
0	0.1	b	0.1
1	0	0.2	c

且 $P(XY \neq 0) = 0.4$ ， $P(Y \leq 0 | X \leq 0) = 2/3$ ，则 $(a, b, c) =$ _____.

3. 设随机变量 X 和 Y 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(2x+3y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

则 $E(XY) =$ _____.

4. 设二维随机变量 (X, Y) 服从正态分布 $N(\mu_1, \mu_2; \sigma_1^2, \sigma_2^2; \rho)$ ，其中 $\mu_1 = 1$ ， $\mu_2 = 2$ ，

$\sigma_1^2 = 2$ ， $\sigma_2^2 = 8$ ， $\rho = 0.2$ ，则 $X - 2Y$ 服从的分布为_____.

5. 某旅行社随机访问了 25 名游客，得知其平均消费额 $\bar{x} = 80$ 元，样本标准差 $s = 12$ 元，若已知旅行者消费额服从正态分布，则评价消费额 μ 的 95% 置信区间为_____.

$(t_{0.025}(24) = 2.0639, t_{0.025}(25) = 2.0595; t_{0.05}(25) = 1.7081)$

二、选择题（每小题 3 分，共 5 小题，满分 15 分）

1. 设 $0 < P(A) < 1$ ， $P(B) > 0$ ，且 $P(B|A) = P(B|\bar{A})$ ，则必有（ ）

(A) $P(A|B) = P(\bar{A}|B)$ ； (B) $P(A|B) \neq P(\bar{A}|B)$ ；

(C) $P(AB) = P(A)P(B)$ ； (D) $P(AB) \neq P(A)P(B)$.

2. 下列函数可作为连续型随机变量概率密度的是（ ）.

(A) $f(x) = \begin{cases} \sin x, & \pi \leq x \leq 3\pi/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ； (B) $g(x) = \begin{cases} -\sin x, & \pi \leq x \leq 3\pi/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ；

(C) $\varphi(x) = \begin{cases} \cos x, & \pi \leq x \leq 3\pi/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ； (D) $h(x) = \begin{cases} 1 - \cos x, & \pi \leq x \leq 3\pi/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$.

3. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，则随着 σ 的增大，概率 $P(|X - \mu| < \sigma)$ 将（ ）.

- (A) 单调增大; (B) 单调减少;
(C) 保持不变; (D) 增减不定.

4. 设随机变量 X 服从指数分布, $Y = \begin{cases} X, & 2 < X < 5 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 的分布函数 ().

- (A) 是连续函数; (B) 至少有两个间断点;
(C) 是阶梯函数; (D) 恰好有一个间断点.

5. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布, \bar{X} 和 S^2 分别为样本均值和样本方差, 下列不是无偏估计的是 ().

- (A) \bar{X} ; (B) $\frac{2}{3}\bar{X} - \frac{1}{3}S^2$; (C) $\frac{1}{2}\bar{X} + \frac{1}{2}S^2$; (D) $\frac{4}{3}\bar{X} - \frac{1}{3}S^2$.

三、(8 分) 甲袋中有 2 个白球 3 个黑球, 乙袋中有 3 个白球 2 个黑球, 从甲袋中取出一个放入乙袋, 再从乙袋中任取一个, 若放入乙袋的球和从乙袋中取出的球是同色的, 求放入乙袋的是黑球的概率.

四、(8 分) 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y; \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

求 (1) 在 $X = x$ 条件下, Y 的条件概率密度; (2) $Z = Y - X$ 的概率密度.

五、(8 分) 设随机变量 X 与 Y 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 24xy, & (x, y) \in G; \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 G 为坐标轴与直线 $x + y - 1 = 0$ 所围的三角形区域, 计算 $E(X)$, $D(X)$, 以及 X 与 Y 的相关系数 ρ .

六、(12 分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} 3e^{-3(x-\theta)}, & x > \theta; \\ 0, & x \leq \theta, \end{cases}$$

X_1, X_2, \dots, X_n 为来自此总体的样本, 求 (1) θ 的矩估计 $\hat{\theta}_1$ 与最大似然估计 $\hat{\theta}_2$; (2) 判断 $\hat{\theta}_1$ 与 $\hat{\theta}_2$ 是否为无偏估计, 如果不是请分别相应给出修正后的无偏估计; (3) 比较 (2) 中无偏估计的有效性.

七、(4 分) 某射手的射击命中率为 $\frac{3}{4}$ ，现对一目标连续射击，直到第二次命中为止，令 X 表示第二次为止所用的射击次数，求 X 的概率分布，并计算 X 的期望.