

# 编译原理第 6 次作业

102201113 吴晨昊

2025 年 3 月 31 日

## 1 练习 4.4.1: 文法转换

对下面的文法进行提取左公因子或消除左递归的操作。

### 1.1 文法 1: $S \rightarrow 0S1 \mid 01$

提取左公因子，因为两个产生式都有公共前缀“0”。

应用提取左公因子算法：将  $A \rightarrow \alpha\beta_1 \mid \alpha\beta_2 \mid \dots \mid \alpha\beta_n$  形式的文法改写为：

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \alpha A' \\ A' &\rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_n \end{aligned}$$

对于我们的文法， $\alpha = 0$ ， $\beta_1 = S1$ ， $\beta_2 = 1$ ，所以转换后的文法为：

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0S' \\ S' &\rightarrow S1 \mid 1 \end{aligned}$$

### 1.2 文法 2: $S \rightarrow S(S)S \mid \varepsilon$

这个文法存在左递归（ $S$  出现在右部的开头），需要消除左递归。

应用消除左递归算法：将  $S \rightarrow S\alpha \mid \beta$  形式的文法改写为：

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \beta S' \\ S' &\rightarrow \alpha S' \mid \varepsilon \end{aligned}$$

对于我们的文法， $\alpha = (S)S$ ， $\beta = \varepsilon$ ，因此转换后的文法为：

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \varepsilon S' \\ S' &\rightarrow (S)SS' \mid \varepsilon \end{aligned}$$

简化后：

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S' \\ S' &\rightarrow (S)SS' \mid \varepsilon \end{aligned}$$

### 1.3 文法 3: $S \rightarrow S + S \mid SS \mid (S) \mid S* \mid a$

这个文法存在多种形式的左递归，需要消除所有的左递归产生式。  
消除左递归后得到：

$$\begin{aligned} S &\rightarrow (S)S' \mid aS' \\ S' &\rightarrow +SS' \mid SS' \mid *S' \mid \varepsilon \end{aligned}$$

### 1.4 文法 4: 布尔表达式文法

原文法：

$$\begin{aligned} \text{bexpr} &\rightarrow \text{bexpr or bterm} \mid \text{bterm} \\ \text{bterm} &\rightarrow \text{bterm and bfactor} \mid \text{bfactor} \\ \text{bfactor} &\rightarrow \text{not bfactor} \mid (\text{bexpr}) \mid \text{true} \mid \text{false} \end{aligned}$$

消除左递归：

对 bexpr：

$$\begin{aligned} \text{bexpr} &\rightarrow \text{bterm bexpr}' \\ \text{bexpr}' &\rightarrow \text{or bterm bexpr}' \mid \varepsilon \end{aligned}$$

对 bterm：

$$\begin{aligned} \text{bterm} &\rightarrow \text{bfactor bterm}' \\ \text{bterm}' &\rightarrow \text{and bfactor bterm}' \mid \varepsilon \end{aligned}$$

bfactor 不包含左递归，保持不变。

最终消除左递归后的文法：

$$\begin{aligned} \text{bexpr} &\rightarrow \text{bterm bexpr}' \\ \text{bexpr}' &\rightarrow \text{or bterm bexpr}' \mid \varepsilon \\ \text{bterm} &\rightarrow \text{bfactor bterm}' \\ \text{bterm}' &\rightarrow \text{and bfactor bterm}' \mid \varepsilon \\ \text{bfactor} &\rightarrow \text{not bfactor} \mid (\text{bexpr}) \mid \text{true} \mid \text{false} \end{aligned}$$

## 2 练习 4.4.3: 计算 FIRST 和 FOLLOW 集合

计算以下文法的 FIRST 和 FOLLOW 集合：

$$S \rightarrow SS+ \mid SS* \mid a$$

### 2.1 计算 FIRST 集

FIRST 集的计算规则：

1. 如果  $X$  是终结符，则  $\text{FIRST}(X) = \{X\}$

2. 如果  $X$  是非终结符, 且有产生式  $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_k$ , 则将  $\text{FIRST}(Y_1) - \{\varepsilon\}$  加入到  $\text{FIRST}(X)$  中
3. 如果  $\varepsilon \in \text{FIRST}(Y_1)$ , 则将  $\text{FIRST}(Y_2) - \{\varepsilon\}$  加入到  $\text{FIRST}(X)$  中
4. 如果  $\varepsilon \in \text{FIRST}(Y_1), \text{FIRST}(Y_2), \dots, \text{FIRST}(Y_{k-1})$ , 则将  $\text{FIRST}(Y_k) - \{\varepsilon\}$  加入到  $\text{FIRST}(X)$  中
5. 如果  $\varepsilon \in \text{FIRST}(Y_i)$  对所有的  $i = 1, 2, \dots, k$  成立, 则将  $\varepsilon$  加入到  $\text{FIRST}(X)$  中

对于给定的文法, 我们有:

$$S \rightarrow SS+$$

$$S \rightarrow SS*$$

$$S \rightarrow a$$

计算  $\text{FIRST}(S)$ :

- 由于  $S \rightarrow a$ ,  $a \in \text{FIRST}(S)$
- 对于  $S \rightarrow SS+$  和  $S \rightarrow SS*$ , 右部都以  $S$  开始, 这会导致递归调用, 但由于  $S$  不能推导出  $\varepsilon$ , 我们不需要考虑右部后续符号

所以,  $\text{FIRST}(S) = \{a\}$

## 2.2 计算 FOLLOW 集

FOLLOW 集的计算规则:

1. 如果  $S$  是开始符号, 则  $\$ \in \text{FOLLOW}(S)$
2. 如果有产生式  $A \rightarrow \alpha B \beta$ , 则将  $\text{FIRST}(\beta) - \{\varepsilon\}$  加入到  $\text{FOLLOW}(B)$  中
3. 如果有产生式  $A \rightarrow \alpha B$  或  $A \rightarrow \alpha B \beta$  且  $\varepsilon \in \text{FIRST}(\beta)$ , 则将  $\text{FOLLOW}(A)$  加入到  $\text{FOLLOW}(B)$  中

对于给定的文法, 我们有:

- $S$  是开始符号, 所以  $\$ \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow SS+$  看, 第一个  $S$  后面跟着  $S$ , 所以  $\text{FIRST}(S) \subset \text{FOLLOW}(S)$ , 即  $a \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow SS+$  看, 第二个  $S$  后面跟着  $+$ , 所以  $+\in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow SS*$  看, 第二个  $S$  后面跟着  $*$ , 所以  $* \in \text{FOLLOW}(S)$

所以,  $\text{FOLLOW}(S) = \{a, +, *, \$\}$

## 3 练习 4.4.4: 计算 FIRST 和 FOLLOW 集合

计算以下各个文法的 FIRST 和 FOLLOW 集合:

### 3.1 文法 1: $S \rightarrow 0S1 \mid 01$

#### 3.1.1 FIRST 集

计算 FIRST(S):

- 由于  $S \rightarrow 0S1$  和  $S \rightarrow 01$ , 所有产生式都以 0 开头

所以,  $\text{FIRST}(S) = \{0\}$

#### 3.1.2 FOLLOW 集

计算 FOLLOW(S):

- $S$  是开始符号, 所以  $\$ \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow 0S1$  看,  $S$  后面跟着 1, 所以  $1 \in \text{FOLLOW}(S)$

所以,  $\text{FOLLOW}(S) = \{1, \$\}$

### 3.2 文法 2: $S \rightarrow +SS \mid *SS \mid a$

#### 3.2.1 FIRST 集

计算 FIRST(S):

- 由于  $S \rightarrow +SS$ ,  $+$   $\in \text{FIRST}(S)$
- 由于  $S \rightarrow *SS$ ,  $*$   $\in \text{FIRST}(S)$
- 由于  $S \rightarrow a$ ,  $a \in \text{FIRST}(S)$

所以,  $\text{FIRST}(S) = \{+, *, a\}$

#### 3.2.2 FOLLOW 集

计算 FOLLOW(S):

- $S$  是开始符号, 所以  $\$ \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow +SS$  和  $S \rightarrow *SS$  看, 当  $S$  是第一个  $S$  时, 它后面跟着  $S$ , 所以  $\text{FIRST}(S) \subset \text{FOLLOW}(S)$

所以,  $\text{FOLLOW}(S) = \{+, *, a, \$\}$

### 3.3 文法 3: $S \rightarrow S(S)S \mid \varepsilon$

#### 3.3.1 FIRST 集

计算 FIRST(S):

- 由于  $S \rightarrow \varepsilon$ ,  $\varepsilon \in \text{FIRST}(S)$
- 由于  $S \rightarrow S(S)S$ , 产生式右部以  $S$  开头, 鉴于  $\varepsilon \in \text{FIRST}(S)$ , 我们需要考虑紧随其后的字符
- 如果  $S \Rightarrow \varepsilon$ , 则产生式  $S \rightarrow S(S)S$  可视为  $S \rightarrow (S)S$ , 所以  $( \in \text{FIRST}(S)$

所以,  $\text{FIRST}(S) = \{\varepsilon, (\}$

### 3.3.2 FOLLOW 集

计算 FOLLOW(S):

- $S$  是开始符号, 所以  $\$ \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow S(S)S$  看:
  - 第一个  $S$  后面跟着  $($  ( $\in \text{FOLLOW}(S)$ )
  - 第二个  $S$  后面跟着  $)$  ( $\in \text{FOLLOW}(S)$ )

所以,  $\text{FOLLOW}(S) = \{\$, (, )\}$

## 3.4 文法 4: $S \rightarrow S + S \mid SS \mid (S) \mid S^* \mid a$

### 3.4.1 FIRST 集

计算 FIRST(S):

- 由于  $S \rightarrow a$ ,  $a \in \text{FIRST}(S)$
- 由于  $S \rightarrow (S)$ ,  $( \in \text{FIRST}(S)$
- 产生式  $S \rightarrow S + S$ ,  $S \rightarrow SS$  和  $S \rightarrow S^*$  都以  $S$  开头, 但  $S$  不能推导出  $\varepsilon$ , 所以不会引入新的 FIRST 集元素

所以,  $\text{FIRST}(S) = \{a, ( \}$

### 3.4.2 FOLLOW 集

计算 FOLLOW(S):

- $S$  是开始符号, 所以  $\$ \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow S + S$  看:
  - 第一个  $S$  后面跟着  $+$ , 所以  $+ \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow SS$  看:
  - 第一个  $S$  后面跟着  $S$ , 所以  $\text{FIRST}(S) \subset \text{FOLLOW}(S)$ , 即  $a, ( \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow (S)$  看,  $S$  后面跟着  $)$ , 所以  $) \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow S^*$  看,  $S$  后面跟着  $*$ , 所以  $* \in \text{FOLLOW}(S)$

所以,  $\text{FOLLOW}(S) = \{\$, +, a, (, ), *\}$

### 3.5 文法 5: $S \rightarrow (L) \mid a$ 和 $L \rightarrow L, S \mid S$

#### 3.5.1 FIRST 集

计算 FIRST(S):

- 由于  $S \rightarrow (L)$ ,  $( \in \text{FIRST}(S)$
- 由于  $S \rightarrow a$ ,  $a \in \text{FIRST}(S)$

所以,  $\text{FIRST}(S) = \{ (, a \}$

计算 FIRST(L):

- 由于  $L \rightarrow S$ ,  $\text{FIRST}(S) \subset \text{FIRST}(L)$ , 即  $(, a \in \text{FIRST}(L)$
- 产生式  $L \rightarrow L, S$  以  $L$  开头, 但  $L$  不能推导出  $\varepsilon$ , 所以不会引入新的 FIRST 集元素

所以,  $\text{FIRST}(L) = \{ (, a \}$

#### 3.5.2 FOLLOW 集

计算 FOLLOW(S):

- $S$  是开始符号, 所以  $\$ \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $L \rightarrow L, S$  看,  $S$  后面可能跟着  $\text{FOLLOW}(L)$  的元素, 所以  $\text{FOLLOW}(L) \subset \text{FOLLOW}(S)$

计算 FOLLOW(L):

- 从产生式  $S \rightarrow (L)$  看,  $L$  后面跟着  $)$ , 所以  $) \in \text{FOLLOW}(L)$
- 从产生式  $L \rightarrow L, S$  看,  $L$  后面跟着  $,$ , 所以  $,$   $\in \text{FOLLOW}(L)$

所以,  $\text{FOLLOW}(L) = \{ ), , \}$ , 进而  $\text{FOLLOW}(S) = \{ \$, ), , \}$

### 3.6 文法 6: $S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \varepsilon$

#### 3.6.1 FIRST 集

计算 FIRST(S):

- 由于  $S \rightarrow aSbS$ ,  $a \in \text{FIRST}(S)$
- 由于  $S \rightarrow bSaS$ ,  $b \in \text{FIRST}(S)$
- 由于  $S \rightarrow \varepsilon$ ,  $\varepsilon \in \text{FIRST}(S)$

所以,  $\text{FIRST}(S) = \{ a, b, \varepsilon \}$

#### 3.6.2 FOLLOW 集

计算 FOLLOW(S):

- $S$  是开始符号, 所以  $\$ \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow aSbS$  看:

- 第一个  $S$  后面跟着  $b$ , 所以  $b \in \text{FOLLOW}(S)$
- 从产生式  $S \rightarrow bSaS$  看:
  - 第一个  $S$  后面跟着  $a$ , 所以  $a \in \text{FOLLOW}(S)$

所以,  $\text{FOLLOW}(S) = \{\$, a, b\}$

### 3.7 文法 7: 布尔表达式文法

原文法:

$$\begin{aligned} \text{bexpr} &\rightarrow \text{bexpr or bterm} \mid \text{bterm} \\ \text{bterm} &\rightarrow \text{bterm and bfactor} \mid \text{bfactor} \\ \text{bfactor} &\rightarrow \text{not bfactor} \mid (\text{bexpr}) \mid \text{true} \mid \text{false} \end{aligned}$$

#### 3.7.1 FIRST 集

计算  $\text{FIRST}(\text{bfactor})$ :

- 由于  $\text{bfactor} \rightarrow \text{not bfactor}$ ,  $\text{not} \in \text{FIRST}(\text{bfactor})$
- 由于  $\text{bfactor} \rightarrow (\text{bexpr})$ ,  $( \in \text{FIRST}(\text{bfactor})$
- 由于  $\text{bfactor} \rightarrow \text{true}$ ,  $\text{true} \in \text{FIRST}(\text{bfactor})$
- 由于  $\text{bfactor} \rightarrow \text{false}$ ,  $\text{false} \in \text{FIRST}(\text{bfactor})$

所以,  $\text{FIRST}(\text{bfactor}) = \{\text{not}, (, \text{true}, \text{false}\}$

计算  $\text{FIRST}(\text{bterm})$ :

- 由于  $\text{bterm} \rightarrow \text{bfactor}$ ,  $\text{FIRST}(\text{bfactor}) \subset \text{FIRST}(\text{bterm})$
- 产生式  $\text{bterm} \rightarrow \text{bterm and bfactor}$  以  $\text{bterm}$  开头, 但  $\text{bterm}$  不能推导出  $\varepsilon$ , 所以不会引入新的 FIRST 集元素

所以,  $\text{FIRST}(\text{bterm}) = \{\text{not}, (, \text{true}, \text{false}\}$

计算  $\text{FIRST}(\text{bexpr})$ :

- 由于  $\text{bexpr} \rightarrow \text{bterm}$ ,  $\text{FIRST}(\text{bterm}) \subset \text{FIRST}(\text{bexpr})$
- 产生式  $\text{bexpr} \rightarrow \text{bexpr or bterm}$  以  $\text{bexpr}$  开头, 但  $\text{bexpr}$  不能推导出  $\varepsilon$ , 所以不会引入新的 FIRST 集元素

所以,  $\text{FIRST}(\text{bexpr}) = \{\text{not}, (, \text{true}, \text{false}\}$

#### 3.7.2 FOLLOW 集

计算  $\text{FOLLOW}(\text{bexpr})$ :

- $\text{bexpr}$  是开始符号, 所以  $\$ \in \text{FOLLOW}(\text{bexpr})$
- 从产生式  $\text{bfactor} \rightarrow (\text{bexpr})$  看,  $\text{bexpr}$  后面跟着  $)$ , 所以  $) \in \text{FOLLOW}(\text{bexpr})$

- 从产生式  $bexpr \rightarrow bexpr \text{ or } bterm \mid bterm$  看  $bexpr$  后面跟着  $or$ , 所以  $or \in FOLLOW(bexpr)$

计算  $FOLLOW(bterm)$ :

- 从产生式  $bexpr \rightarrow bexpr \text{ or } bterm$  看,  $bterm$  后面可能跟着  $FOLLOW(bexpr)$  的元素, 所以  $FOLLOW(bexpr) \subset FOLLOW(bterm)$
- 从产生式  $bexpr \rightarrow bterm$  看,  $bterm$  后面可能跟着  $FOLLOW(bexpr)$  的元素, 所以  $FOLLOW(bexpr) \subset FOLLOW(bterm)$

所以,  $FOLLOW(bexpr) = \{\$, ), or\}$ , 进而  $FOLLOW(bterm) = \{\$, ), or\}$

计算  $FOLLOW(bfactor)$ :

- 从产生式  $bterm \rightarrow bterm \text{ and } bfactor$  看,  $bfactor$  后面可能跟着  $FOLLOW(bterm)$  的元素, 所以  $FOLLOW(bterm) \subset FOLLOW(bfactor)$
- 从产生式  $bterm \rightarrow bterm \text{ and } bfactor$  看,  $bterm$  后面跟着  $and$ , 所以  $and \in FOLLOW(bterm)$

所以,  $FOLLOW(bterm) = \{\$, ), or, and\}$ , 进而  $FOLLOW(bfactor) = \{\$, ), or, and\}$