Tópico

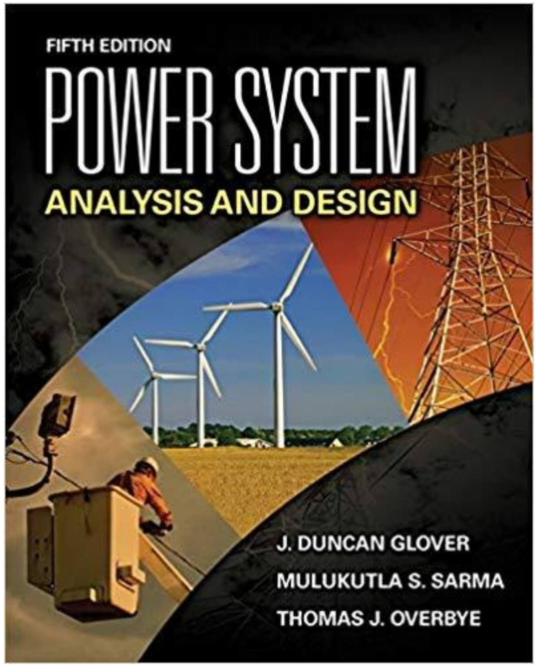
Power System Optimization: Power Flow

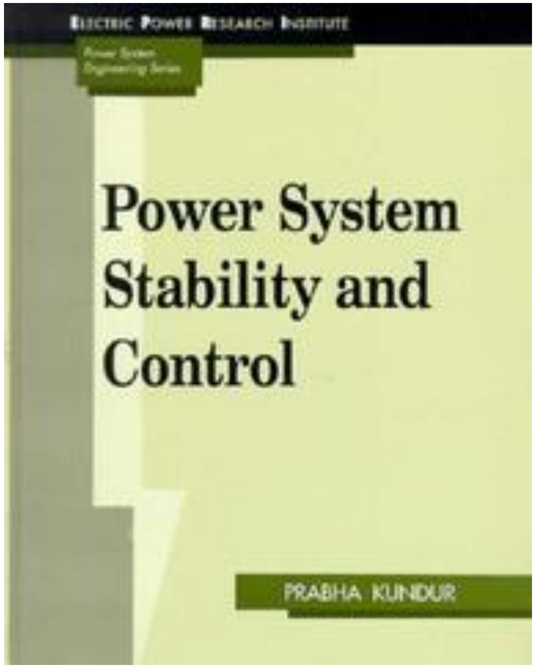
Mar 2019

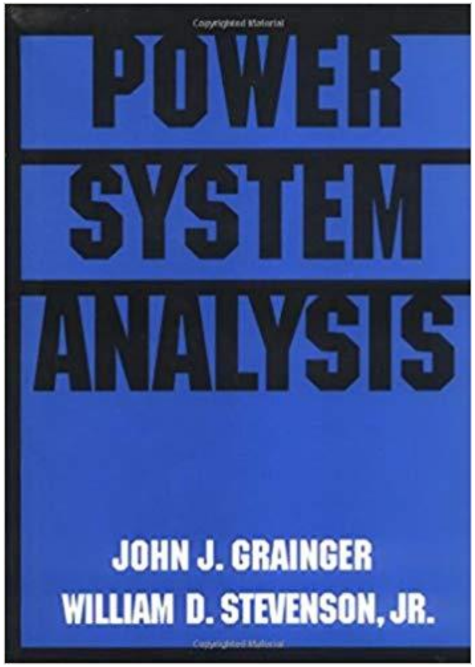
Autores:
Erik Alvarez
Jefferson Chávez

Universidade Estadual de Campinas
DSEE – **D**epartamento de **S**istemas de **E**nergia **E**létrica

Referencias







https://www.amazon.com/Power-System-Analysis-Design-Fifth/dp/1111425779
https://www.amazon.com/System-Stability-Control-Prabha-Kundur/dp/007035958X
https://www.amazon.com/Analysis-Grainger-Professor-Electrical-Engineering/dp/0070612935

Notaciones (1/2)

Forma rectangular

$$X = x + \boldsymbol{j}y$$

Forma polar

$$X = |X|\angle\theta$$

Relación

$$X = |X|\cos\theta + j|X|\sin\theta$$

Conjugación de complejos

$$X = x + \boldsymbol{j}y\ ;\ X^{*} = x - \boldsymbol{j}y$$

Valor absoluto

$$XX^{*} = |X^{2}|$$

Representación circular

$$|X|^{2} = (x + \boldsymbol{j}y)(x - \boldsymbol{j}y) = x^{2} + y^{2}$$

Notaciones (2/4)

Potencia activa:	p	Tensión:	$V = e + \boldsymbol{j}f = \lvert V\rvert e^{j\theta}$
Potencia reactiva:	q	Corriente:	$I = \mathrm{Re}\{I\} + \boldsymbol{j}\mathrm{Im}\{I\}$
Potencia:	$S = p + \boldsymbol{j}q$		
Potencia aparente:	$\lvert S\rvert = \sqrt{p^2 + q^2}$		$S = VI^*$
Factor de potencia	$\cos\varphi = \dfrac{p}{\lvert S\rvert}$		

Notaciones (3/4): Ecuaciones lineales

constantes

$$\boldsymbol{y = mx + b}$$

variables

$$\boldsymbol{Ax = b}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3$$

Características:

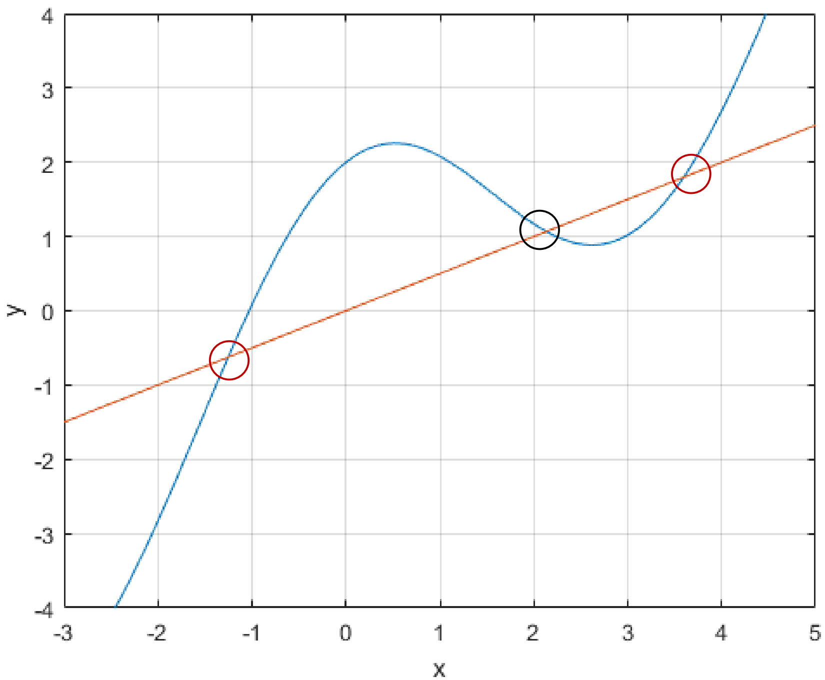
- Algoritmos robustos
- Determinar si la solución existe
- Y, si hay una única solución

Notaciones (4/4): Ecuaciones no lineales

Características:

- No se obtiene fácilmente una solución
- Método de Newton suele funcionar bien
- No se asegura la existencia de solución
- No se asegura que tenga solución única

$$g_1(x) = 0$$
$$g_2(x) = 0$$
$$g_3(x) = 0$$
$$\ldots$$
$$g_m(x) = 0$$



$$y = x + 2\cos(x)$$
$$y = \frac{x}{2}$$

$$y = 2.13333$$
$$x = 1.06666$$

Problemas de Optimización

Especificaciones:

- Función objetivo
- Restricciones (desigualdades)

De todas las posibles soluciones que satisfacen las restricciones, selecciona la optima solución (máxima o la mínima, por ejemplo: la menos costosa)

$$\min_{x} f(x)$$

$$g_1(x) \leq 0$$

$$g_2(x) \leq 0$$

$$\cdots$$

$$g_m(x) = 0$$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

Principal diferencia:

"*La función objetivo te ayuda a seleccionar la solución de tu preferencia*"

- Para modelar diversos problemas de optimización en sistemas de energía eléctrica (**SEE**), es necesario modelar su estado de operación en régimen permanente.
- Si las ecuaciones que representan el estado de operación en régimen permanente de un SEE, son ecuaciones algebraicas no lineales. Entonces, los problemas de optimización serán problemas de **PNL** o **PNLIM** dependiendo de las variables de decisión (continuas o enteras).
- Las ecuaciones que representar el estado de operación en régimen permanente de un SEE son conocidas como las ecuaciones del **Flujo de Carga** (*PF: Power Flow*).
- El PF es una herramienta indispensable para análisis de redes eléctricas en régimen permanente. Muy utilizado en la operación en tiempo real y la planificación de la expansión de los SEE.
- De los estudios del **PF**, es posible determinar:
  - Las perdidas de la red, el estado de líneas de transmisión, transformadores, generadores, reguladores de tensión y equipos de compensación reactiva.
- El objetivo del PF consiste en determinar el estado de operación en régimen permanente del SEE:
  - Magnitudes de tensión y ángulos de fase en todos las barras
  - Y sus derivados: flujo de potencia activa, reactiva y magnitudes de corriente, inyecciones de potencia activa y reactiva, etc.

PNL: Programación no lineal; PNLIM: Programación no lineal entera mixta

Principales ideas

Para resolver problemas de optimización no lineal, se tiene:

- Algoritmos: desafío muy grande; a veces irresoluble o no escalable.
- Factibilidad: Si, si el algoritmo converge.

Aproximar las ecuaciones (forma ***no lineal*** a ***lineal***)

- Algoritmos: son numéricamente estables; rápidos y escalables.
- Factibilidad: No se garantiza la factibilidad.

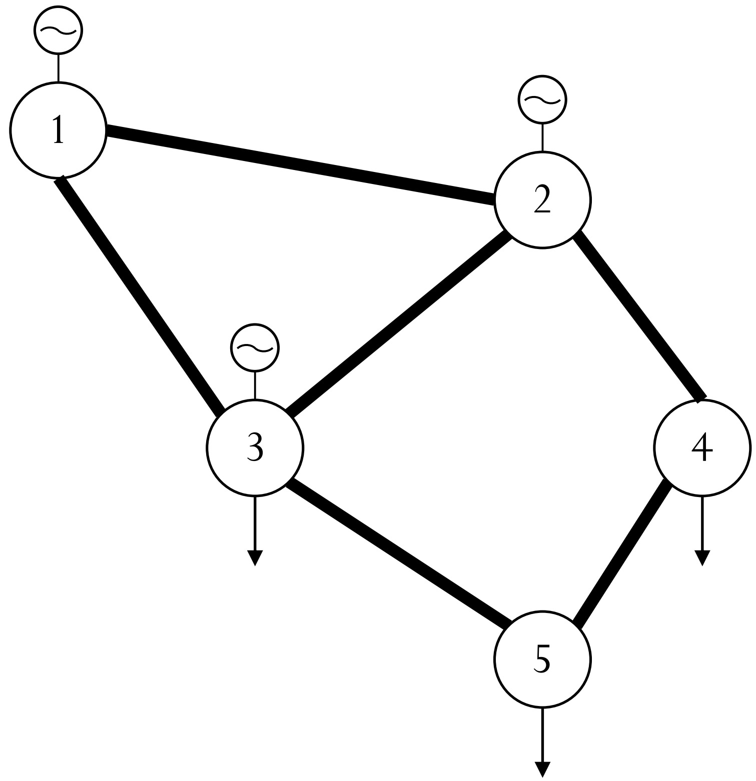
Convexificar las ecuaciones (Forma elegante de resolver un problema no lineal através de relajaciones convexas, sin aproximaciones e iteraciones)

- Algoritmos: son numéricamente estables; a veces lentos y difíciles de escalar.
- Factibilidad: Garantiza la factibilidad.

PNL: Programación no lineal; PNLIM: Programación no lineal entera mixta

Red eléctrica: Definición

Barras (nodes, buses)	N
• Demanda (sink)	$S_i^d \ \forall i \in N$
• Generación (source)	$S_i^g \ \forall i \in N$
Circuito (Branch, edges, power lines)	E
• Admintancia	$\boldsymbol{Y}_{ij} \ \forall (i,j) \in E$

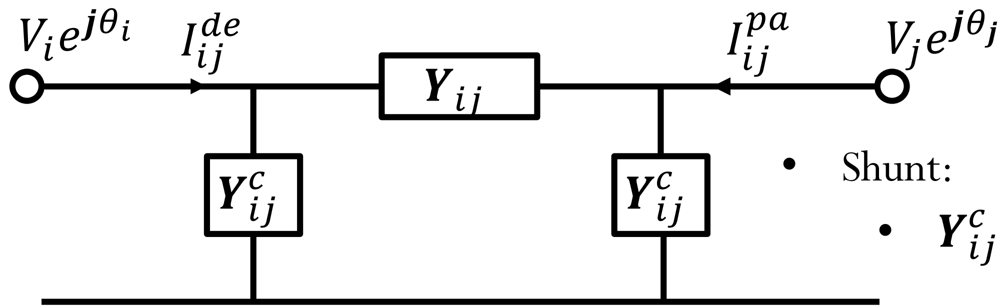


Recuerda:

$$S_i^d = p_i^d + \boldsymbol{j} q_i^d$$

$$S_i^g = p_i^g + \boldsymbol{j} q_i^g$$

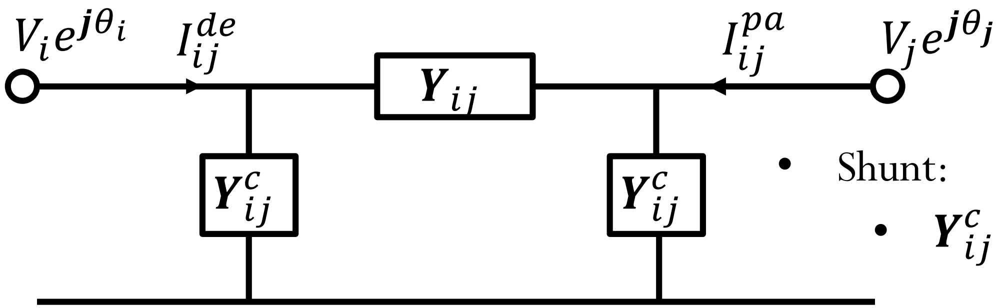
Línea de transmisión: Modelo “Pi” (1/2)



- Shunt:
  - $\boldsymbol{Y}_{ij}^{c} = g_{ij}^{shl} + \boldsymbol{j} b_{ij}^{shl}$

- Impedancia serie: $z_{ij} = r_{ij} + \boldsymbol{j} x_{ij}$
- Admitancia serie: $\boldsymbol{Y}_{ij} = \frac{1}{z_{ij}} = g_{ij} + \boldsymbol{j} b_{ij} = \frac{\boldsymbol{r_{ij}}}{\boldsymbol{r_{ij}^2 + x_{ij}^2}} - \boldsymbol{j}\frac{\boldsymbol{x_{ij}}}{\boldsymbol{r_{ij}^2 + x_{ij}^2}}$
- Calculo de corrientes:
  - $I_{ij}^{de} = \boldsymbol{Y}_{ij}\left(V_i e^{j\theta_i} - V_j e^{j\theta_j}\right) + \boldsymbol{j} b_{ij}^{shl} V_i e^{j\theta_i}$
  - $I_{ij}^{pa} = \boldsymbol{Y}_{ij}\left(V_j e^{j\theta_j} - V_i e^{j\theta_i}\right) + \boldsymbol{j} b_{ij}^{shl} V_j e^{j\theta_j}$
- Ecuación de flujo de potencia:
  - $\left(S_{ij}^{de}\right)^* = \left(V_i e^{j\theta_i}\right)^* I_{ij}^{de}$
  - $P_{ij}^{de} - \boldsymbol{j} Q_{ij}^{de} = \boldsymbol{Y}_{ij} V_i e^{-j\theta_i}\left(V_i e^{j\theta_i} - V_j e^{j\theta_j}\right) + \boldsymbol{j} b_{ij}^{shl} V_i^2$
- Separando parte real e imaginaria:
  - $P_{ij}^{de} = g_{ij} V_i^2 - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij}) - V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij})$
  - $Q_{ij}^{de} = -\left(b_{ij} + b_{ij}^{shl}\right) V_i^2 - V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij}) + V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij})$

Línea de transmisión: Modelo "Pi" (2/2)



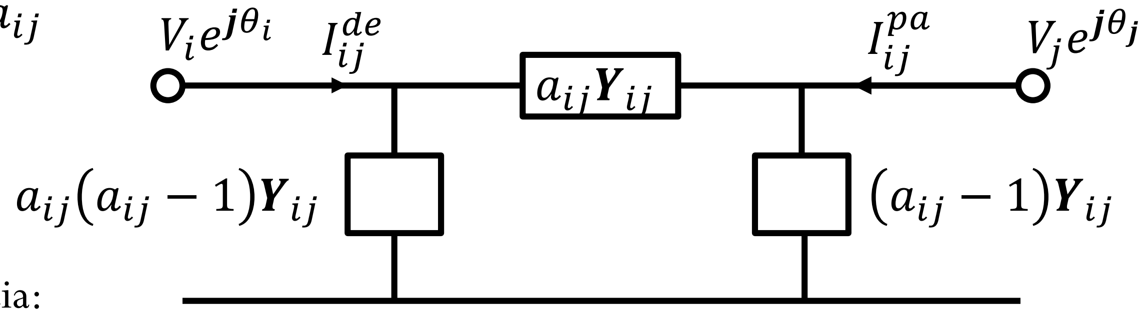
- Shunt:
  - $\boldsymbol{Y}_{ij}^{c} = g_{ij}^{shl} + \boldsymbol{j} b_{ij}^{shl}$

- Análogamente:
  - $P_{ij}^{pa} = g_{ij} V_j^2 - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij}) + V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij})$
  - $Q_{ij}^{pa} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) V_j^2 + V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij}) + V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij})$

- Perdidas de potencia:
  - $P_{ij}^{de} + P_{ij}^{pa} = g_{ij} [V_i^2 + V_j^2 - 2 V_i V_j \cos(\theta_{ij})]$
  - $Q_{ij}^{de} + Q_{ij}^{pa} = -b_{ij}^{shl} (V_i^2 + V_j^2) - b_{ij} [V_i^2 + V_j^2 - 2 V_i V_j \cos(\theta_{ij})]$

Transformador en fase

- Relación de transformación: a_{ij}



- Calculo de corriente y potencia:
  - $I_{ij}^{de} = a_{ij}\boldsymbol{Y}_{ij}\left(a_{ij}V_i e^{\boldsymbol{j}\theta_i} - V_j e^{\boldsymbol{j}\theta_j}\right)$
  - $\left(S_{ij}^{de}\right)^* = \left(V_i e^{\boldsymbol{j}\theta_i}\right)^* I_{ij}^{de}$
  - $P_{ij}^{de} - \boldsymbol{j}Q_{ij}^{de} = a_{ij}\boldsymbol{Y}_{ij}V_i e^{-\boldsymbol{j}\theta_i}\left(a_{ij}V_i e^{\boldsymbol{j}\theta_i} - V_j e^{\boldsymbol{j}\theta_j}\right)$
- Separando parte real e imaginaria:
  - $P_{ij}^{de} = g_{ij}a_{ij}^2V_i^2 - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\cos(\theta_{ij}) - a_{ij}V_iV_jb_{ij}\sin(\theta_{ij})$
  - $Q_{ij}^{de} = -b_{ij}a_{ij}^2V_i^2 - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\sin(\theta_{ij}) + a_{ij}V_iV_jb_{ij}\cos(\theta_{ij})$
- Análogamente:
  - $P_{ij}^{pa} = g_{ij}V_j^2 - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\cos(\theta_{ij}) + a_{ij}V_iV_jb_{ij}\sin(\theta_{ij})$
  - $Q_{ij}^{pa} = -b_{ij}V_j^2 + a_{ij}V_iV_jg_{ij}\sin(\theta_{ij}) + a_{ij}V_iV_jb_{ij}\cos(\theta_{ij})$
- Perdidas de potencia:
  - $P_{ij}^{de} + P_{ij}^{pa} = g_{ij}\left[a_{ij}^2V_i^2 + V_j^2 - 2a_{ij}V_iV_j\cos(\theta_{ij})\right]$
  - $Q_{ij}^{de} + Q_{ij}^{pa} = -b_{ij}\left[a_{ij}^2V_i^2 + V_j^2 - 2a_{ij}V_iV_j\cos(\theta_{ij})\right]$

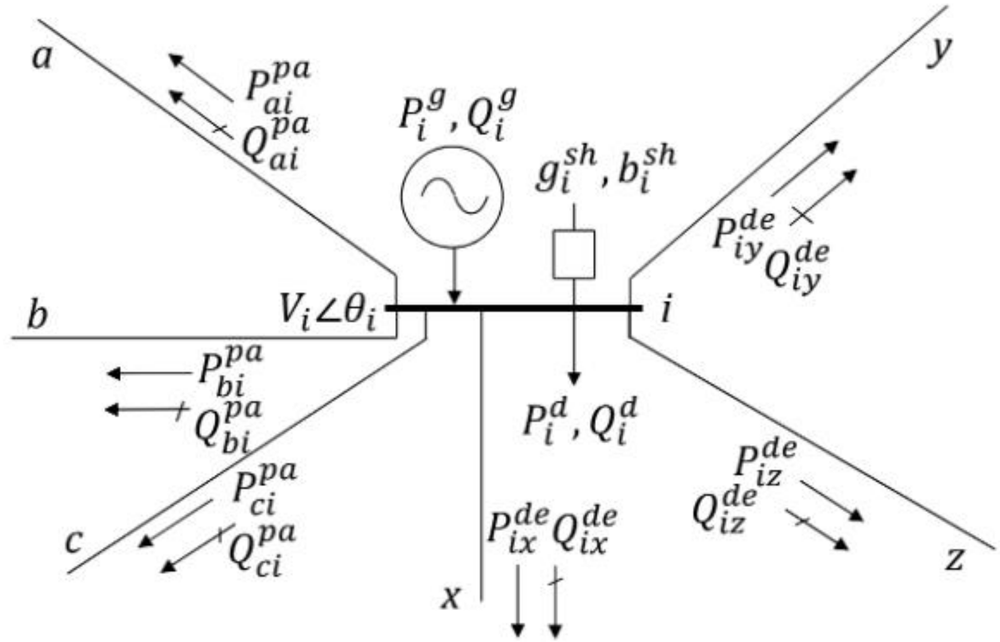
Transformador desfasadores (Phase Shifting Transformers)

- I_{ij}^{de} Puede ser escrito en funciones de las tensiones terminales, de la misma forma que los transformadores en fase:
  - $I_{ij}^{de} = \boldsymbol{Y}_{ij}\left(V_i e^{\boldsymbol{j}\theta_i} - V_j e^{\boldsymbol{j}(\theta_j - \varphi_{ij})}\right) = \boldsymbol{Y}_{ij} e^{-\boldsymbol{j}\varphi_{ij}}\left(V_i e^{\boldsymbol{j}(\theta_i + \varphi_{ij})} - V_j e^{\boldsymbol{j}\theta_j}\right)$
- Ángulo introducido por el desfasador: φ_{ij}
- Calculo de potencia:
  - $\left(S_{ij}^{de}\right)^* = \left(V_i e^{\boldsymbol{j}\theta_i}\right)^* I_{ij}^{de}$
  - $P_{ij}^{de} - \boldsymbol{j}Q_{ij}^{de} = \boldsymbol{Y}_{ij} V_i e^{-\boldsymbol{j}(\theta_i + \varphi_{ij})}\left(V_i e^{\boldsymbol{j}(\theta_i + \varphi_{ij})} - V_j e^{\boldsymbol{j}\theta_j}\right)$
- Separando parte real e imaginaria:
  - $P_{ij}^{de} = g_{ij} V_i^2 - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
  - $Q_{ij}^{de} = -b_{ij} V_i^2 - V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
- Análogamente:
  - $P_{ij}^{pa} = g_{ij} V_j^2 - V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
  - $Q_{ij}^{pa} = -b_{ij} V_j^2 + V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
- Perdidas de potencia:
  - $P_{ij}^{de} + P_{ij}^{pa} = g_{ij}\left[V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})\right]$
  - $Q_{ij}^{de} + Q_{ij}^{pa} = -b_{ij}\left[V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})\right]$

Expresiones generales para los flujos

- $P_{ij}^{de} = g_{ij}a_{ij}^2V_i^2 - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
  $-a_{ij}V_iV_jb_{ij}\sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
- $Q_{ij}^{de} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl})a_{ij}^2V_i^2 - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
  $+a_{ij}V_iV_jb_{ij}\cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
- Para líneas de transmisión: $a_{ij} = 1$ y $\varphi_{ij} = 0$
- Para los transformadores en fase: $b_{ij}^{shl} = 0$ y $\varphi_{ij} = 0$
- Para los transformadores desfasadores: $b_{ij}^{shl} = 0$ y $a_{ij} = 0$
- $P_{ij}^{pa} = g_{ij}V_i^2 - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
  $+a_{ij}V_iV_jb_{ij}\sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
- $Q_{ij}^{pa} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl})V_i^2 + a_{ij}V_iV_jg_{ij}\sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
  $+a_{ij}V_iV_jb_{ij}\cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})$
- Perdidas de potencia:
  - $P_{ij}^{de} + P_{ij}^{pa} = g_{ij}[a_{ij}^2V_i^2 + V_j^2 - 2a_{ij}V_iV_j\cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})]$
  - $Q_{ij}^{de} + Q_{ij}^{pa} = -b_{ij}^{shl}(a_{ij}^2V_i^2 + V_j^2) - b_{ij}[a_{ij}^2V_i^2 + V_j^2 - 2a_{ij}V_iV_j\cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})]$

Ecuación de balance de potencia



$$P_i^g - P_i^d - \sum_{ij\in\Omega_l}\left[P_{ij}^{de}\right] - \sum_{ij\in\Omega_l}\left[P_{ij}^{pa}\right] + g_i^{sh}V_i^2 = 0 \qquad \forall i \in \Omega_b$$

$$Q_i^g - Q_i^d - \sum_{ij\in\Omega_l}\left[Q_{ij}^{de}\right] - \sum_{ij\in\Omega_l}\left[Q_{ij}^{pa}\right] + b_i^{sh}V_i^2 = 0 \qquad \forall i \in \Omega_b$$