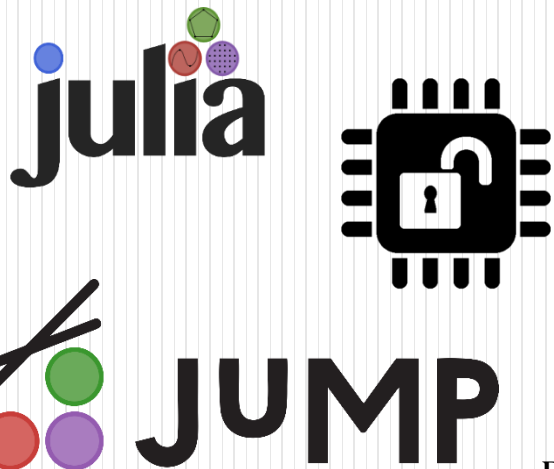


Tópico

FLUJO DE CARGA AC: FORMULACIÓN

Mar 2019



AUTORES:
ERIK ALVAREZ
JEFFERSON CHÁVEZ

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
DSEE – Departamento de Sistemas de Energia Elétrica





Notación

Ω_b Conjunto de barras

Ω_l Conjunto de circuitos

V_i Magnitud de la tensión en la barra i

θ_i Ángulo de fase en la barra i

g_i^{sh} Conductancia shunt en la barra i

b_i^{sh} Susceptancia shunt en la barra i

P_i^g Potencia activa generada en la barra i

Q_i^g Potencia reactiva generada en la barra i

P_i^d Potencia activa demandada en la barra i

Q_i^d Potencia reactiva demandada en la barra i

P_{ij}^{de} Flujo de potencia activa que sale de la barra i en dirección a barra j en el circuito ij

Q_{ij}^{de} Flujo de potencia reactiva que sale de la barra i en dirección a barra j en el circuito ij

P_{ij}^{pa} Flujo de potencia activa que sale de la barra j en dirección a barra i en el circuito ij

Q_{ij}^{pa} Flujo de potencia reactiva que sale de la barra j en dirección a barra i en el circuito ij

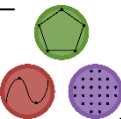
g_{ij} Conductancia serie en el circuito ij

b_{ij} Susceptancia serie en el circuito ij

b_{ij}^{shl} Susceptancia shunt en el circuito ij

a_{ij} Relación de transformación en el circuito ij

φ_{ij} Ángulo de desfase en el circuito ij



$$P_i^g - P_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{pa} + g_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

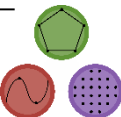
$$Q_i^g - Q_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{pa} + b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$P_{ij}^{de} = g_{ij} a_{ij}^2 V_i^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - a_{ij} V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

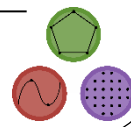
$$Q_{ij}^{de} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) a_{ij}^2 V_i^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_{ij}^{pa} = g_{ij} V_j^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{pa} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) V_j^2 + a_{ij} V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$



- El sistema de ecuaciones algebraicas no lineales representa a operación en régimen permanente de un SEE.
- Si se conoce (como es asumido en el problema de Flujo de Carga):
 - Magnitud de la tensión de todos los generadores (V_i^g)
 - Generación de potencia activa de los generadores (P_i^{g0}), a excepción del generador de referencia (**barra slack** o **swing**), para cerrar el balance de potencia
 - Ángulo de fase del generador de referencia (θ_1^0)
- El número de ecuaciones es igual al numero de incógnitas, por lo que este sistema de ecuaciones tiene una única solución. (magnitudes de la tensión en torno a 1pu).
- Entonces, es posible calcular el punto de operación en régimen permanente de un SEE, resolviendo un problema PNL, minimizando a generación de la barra slack.



Ecuaciones de Flujo de Carga AC (3/3) (Polar)

$$\min_g \sum_{i \in \Omega_b | Tb_i=3} P_i^g$$

S.a.

$$P_i^g - P_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{pa} + g_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$Q_i^g - Q_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{pa} + b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$P_{ij}^{de} = g_{ij} a_{ij}^2 V_i^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - a_{ij} V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{de} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) a_{ij}^2 V_i^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

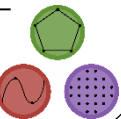
$$P_{ij}^{pa} = g_{ij} V_j^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{pa} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) V_j^2 + a_{ij} V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_i^g = P_i^{g0}; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 2$$

$$V_i = V_i^g; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 2 \text{ o } Tb_i = 3$$

$$\theta_i = \theta_i^0; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 3$$





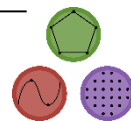
Ecuaciones de Flujo de Carga AC (1/2) (Rectangular)

- Sea tensión en la barra i en coordenadas rectangulares:

$$V_i e^{j\theta_i} = V_i \cos(\theta_i) + j V_i \sin(\theta_i) = e_i + j f_i$$

- Donde, $e_i = V_i \cos(\theta_i)$ & $f_i = V_i \sin(\theta_i)$ son las componentes real e imaginaria de la tensión en la barra i en pu.
- Entonces se puede mostrar que:
 - $V_i^2 = e_i^2 + f_i^2$
 - $V_j^2 = e_j^2 + f_j^2$
 - $V_i V_j \cos(\theta_{ij}) = e_i e_j + f_i f_j$
 - $V_i V_j \sin(\theta_{ij}) = -(e_i f_j - e_j f_i)$

Asumiendo, por simplicidad que: $\varphi_{ij} = 0$





Ecuaciones de Flujo de Carga AC (2/2) (Rectangular)

$$\min_g \sum_{i \in \Omega_b | Tb_i=3} P_i^g$$

S.a.

$$P_i^g - P_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{pa} + g_i^{sh}(e_i^2 + f_i^2) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$Q_i^g - Q_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{pa} + b_i^{sh}(e_i^2 + f_i^2) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$P_{ij}^{de} = g_{ij}a_{ij}^2(e_i^2 + f_i^2) - a_{ij}g_{ij}(e_ie_j + f_if_j) + a_{ij}b_{ij}(e_if_j - e_jf_i) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{de} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl})a_{ij}^2(e_i^2 + f_i^2) + a_{ij}g_{ij}(e_if_j - e_jf_i) + a_{ij}b_{ij}(e_ie_j + f_if_j) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_{ij}^{pa} = g_{ij}(e_i^2 + f_i^2) - a_{ij}g_{ij}(e_ie_j + f_if_j) - a_{ij}b_{ij}(e_if_j - e_jf_i) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{pa} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl})(e_i^2 + f_i^2) - a_{ij}g_{ij}(e_if_j - e_jf_i) + a_{ij}b_{ij}(e_ie_j + f_if_j) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_i^g = P_i^{g0}; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 2$$

$$(e_i^2 + f_i^2) = (V_i^g)^2; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 2 \circ Tb_i = 3$$

$$f_i = e_i \tan(\theta_i^0); \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 3$$

