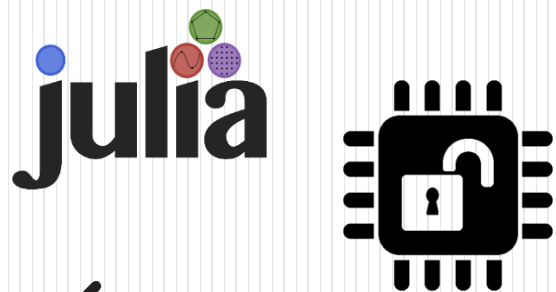


# Tópico

## OPTIMAL POWER FLOW (OPF)

Mar 2019



future  
energy



**AUTORES:**  
ERIK ALVAREZ  
JEFFERSON CHÁVEZ

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
DSEE – Departamento de Sistemas de Energia Elétrica





# Notación

$\Omega_b$  Conjunto de barras

$\Omega_l$  Conjunto de circuitos

$V_i$  Magnitud de la tensión en la barra  $i$

$\theta_i$  Ángulo de fase en la barra  $i$

$g_i^{sh}$  Conductancia shunt en la barra  $i$

$b_i^{sh}$  Susceptancia shunt en la barra  $i$

$P_i^g$  Potencia activa generada en la barra  $i$

$Q_i^g$  Potencia reactiva generada en la barra  $i$

$P_i^d$  Potencia activa demandada en la barra  $i$

$Q_i^d$  Potencia reactiva demandada en la barra  $i$

$P_{ij}^{de}$  Flujo de potencia activa que sale de la barra  $i$  en dirección a barra  $j$  en el circuito  $ij$

$Q_{ij}^{de}$  Flujo de potencia reactiva que sale de la barra  $i$  en dirección a barra  $j$  en el circuito  $ij$

$P_{ij}^{pa}$  Flujo de potencia activa que sale de la barra  $j$  en dirección a barra  $i$  en el circuito  $ij$

$Q_{ij}^{pa}$  Flujo de potencia reactiva que sale de la barra  $j$  en dirección a barra  $i$  en el circuito  $ij$

$g_{ij}$  Conductancia serie en el circuito  $ij$

$b_{ij}$  Susceptancia serie en el circuito  $ij$

$b_{ij}^{shl}$  Susceptancia shunt en el circuito  $ij$

$a_{ij}$  Relación de transformación en el circuito  $ij$

$\varphi_{ij}$  Ángulo de desfase en el circuito  $ij$

- Clasificación de variables:
  - Variables de Control  $u$ :
    - Potencia activa (PV)
    - Magnitud de tensión (PV)
    - Posición de tap en el trafo
    - Ángulo de fase, en un trafo de fase
    - Capacitor o reactor shunt
  - Variables de estado  $S$ :
    - Formulación rectangular
      - Parte real de la tensión compleja de todas las barras
      - Parte imaginaria de la tensión compleja de todas las barras
    - Formulación polar
      - Magnitud de la tensión en todas las barras
      - Ángulo de la tensión en todas las barras

- Límites operacionales:
  - Potencia de generación activa:  $\underline{P_i^g} \leq P_i^g \leq \overline{P_i^g}$
  - Tensión:  $\underline{V_i} \leq V_i \leq \overline{V_i}$
  - Ángulos:  $\underline{\theta_i} \leq \theta_i \leq \overline{\theta_i}$
  - Potencia de generación reactiva:  $\underline{Q_i^g} \leq Q_i^g \leq \overline{Q_i^g}$
  - Límites de posición de tap de trafos:  $\underline{a_{ij}} \leq a_{ij} \leq \overline{a_{ij}}$
  - Límites de ángulos de fase de trafos:  $\underline{\varphi_{ij}} \leq \varphi_{ij} \leq \overline{\varphi_{ij}}$
  - Límites de líneas de transmisión:  $P_{ij}^{de^2} + Q_{ij}^{de^2} \leq \overline{S_{ij}^2}$

# Ecuaciones de Flujo óptimo de Potencia AC (Polar)



$$\min_g \sum_{i \in \Omega_b} a_i P_i^{g^2} + b_i P_i^g + c_i$$

s.a.

$$P_i^g - P_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{pa} + g_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$Q_i^g - Q_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{pa} + b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$P_{ij}^{de} = g_{ij} a_{ij}^2 V_i^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - a_{ij} V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{de} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) a_{ij}^2 V_i^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_{ij}^{pa} = g_{ij} V_j^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{pa} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) V_j^2 + a_{ij} V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$\underline{V}_i \leq V_i \leq \overline{V}_i; \forall i \in \Omega_b$$

$$\underline{P}_i^g \leq P_i^g \leq \overline{P}_i^g; \quad \underline{Q}_i^g \leq Q_i^g \leq \overline{Q}_i^g \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$\underline{\theta}_i \leq \theta_i \leq \overline{\theta}_i, \theta_i = \theta_i^0; \forall i \in \Omega_b | T b_i = 3$$



# Ecuaciones de Flujo óptimo de Potencia AC (Rectangular)



$$\min_g \sum_{i \in \Omega_b} a_i P_i^{g^2} + b_i P_i^g + c_i$$

s.a.

$$P_i^g - P_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{pa} + g_i^{sh}(e_i^2 + f_i^2) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$Q_i^g - Q_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{pa} + b_i^{sh}(e_i^2 + f_i^2) = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$P_{ij}^{de} = g_{ij} a_{ij}^2 (e_i^2 + f_i^2) - a_{ij} g_{ij} (e_i e_j + f_i f_j) + a_{ij} b_{ij} (e_i f_j - e_j f_i) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{de} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) a_{ij}^2 (e_i^2 + f_i^2) + a_{ij} g_{ij} (e_i f_j - e_j f_i) + a_{ij} b_{ij} (e_i e_j + f_i f_j) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_{ij}^{pa} = g_{ij} (e_i^2 + f_i^2) - a_{ij} g_{ij} (e_i e_j + f_i f_j) - a_{ij} b_{ij} (e_i f_j - e_j f_i) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{pa} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) (e_i^2 + f_i^2) - a_{ij} g_{ij} (e_i f_j - e_j f_i) + a_{ij} b_{ij} (e_i e_j + f_i f_j) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_i^g = P_i^{g0}; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 2$$

$$\underline{V}_i^2 \leq (e_i^2 + f_i^2) \leq \overline{V}_i^2; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 2 \text{ o } Tb_i = 3$$

$$f_i = e_i \tan(\theta_i^0); \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 3$$

$$\min_g \sum_{i \in \Omega_b} a_i P_i^{g^2} + b_i P_i^g + c_i$$

S.a.

$$P_i^g - P_i^d + \sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$P_{ij}^{de} = -a_{ij} b_{ij} (\theta_i - \theta_j + \varphi_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$\underline{P}_i^g \leq P_i^g \leq \overline{P}_i^g; \forall i \in \Omega_b$$

$$\theta_i = \theta_i^0; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 3$$

$$\underline{\theta}_i \leq \theta_i \leq \overline{\theta}_i$$

$$\underline{P}_{ij} \leq P_{ij} \leq \overline{P}_{ij}, \forall ij \in \Omega_l$$



*“The new becomes old, and the old becomes new...a life cycle”*

спасибо 谢谢  
GRACIAS  
**THANK YOU**  
ありがとうございました MERCI  
DANKE धन्यवाद  
شُكراً OBRIGADO