Tópico

POWER SYSTEM OPTIMIZATION: POWER FLOW

Mar 2019

AUTORES:

ERIK ALVAREZ

JEFFERSON CHÁVEZ

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

DSEE – **D**epartamento de **S**istemas de **E**nergia **E**létrica

Notación

Ω_b	Conjunto de barras
Ω_l	Conjunto de circuitos
V_i	Magnitud de la tensión en la barra i
θ_i	Ángulo de fase en la barra i
g_i^{sh}	Conductancia shunt en la barra i
b_i^{sh}	Susceptancia shunt en la barra i
P_i^g	Potencia activa generada en la barra i
Q_i^g	Potencia reactiva generada en la barra i
P_i^d	Potencia activa demandada en la barra i
Q_i^d	Potencia reactiva demandada en la barra i
P_{ij}^{de}	Flujo de potencia activa que sale de la barra i en dirección a barra j en el circuito ij
Q_{ij}^{de}	Flujo de potencia reactiva que sale de la barra i en dirección a barra j en el circuito ij
P_{ij}^{pa}	Flujo de potencia activa que sale de la barra j en dirección a barra i en el circuito ij
Q_{ij}^{de}	Flujo de potencia reactiva que sale de la barra j en dirección a barra i en el circuito ij

g_{ij}	Conductancia serie en el circuito ij
b_{ij}	Conductancia serie en el circuito ij
b_{ij}^{shl}	Susceptancia shunt en el circuito ij
a_{ij}	Relación de transformación en el circuito ij
φ_{ij}	Ángulo de desfase en el circuito ij

Ecuaciones de Flujo de Carga AC (1/3) (Polar)

$$P_i^g - P_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij}^{pa} + g_i^{sh} V_i^2 = 0 \qquad \forall i \in \Omega_b$$

$$Q_i^g - Q_i^d - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{de} - \sum_{ij \in \Omega_l} Q_{ij}^{pa} + b_i^{sh} V_i^2 = 0 \qquad \forall i \in \Omega_b$$

$$P_{ij}^{de} = g_{ij} a_{ij}^2 V_i^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - a_{ij} V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \qquad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{de} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) a_{ij}^2 V_i^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \qquad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_{ij}^{pa} = g_{ij} V_i^2 - a_{ij} V_i V_j g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \qquad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{pa} = -(b_{ij} + b_{ij}^{shl}) V_i^2 + a_{ij} V_i V_j g_{ij} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + a_{ij} V_i V_j b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \qquad \forall ij \in \Omega_l$$

Ecuaciones de Flujo de Carga AC (2/3) (Polar)

- El sistema de ecuaciones algebraicas no lineales representa a operación en régimen permanente de un SEE.

- Si se conoce (como es asumido en el problema de Flujo de Carga):
  - Magnitud de la tensión de todos los generadores $\left(V_i^g\right)$
  - Generación de potencia activa de los generadores $\left(P_i^{g0}\right)$, a excepción del generador de referencia (***barra slack*** o ***swing***), para cerrar el balance de potencia
  - Ángulo de fase del generador de referencia $\left(\theta_1^0\right)$
- El número de ecuaciones es igual al numero de incógnitas, por lo que este sistema de ecuaciones tiene una única solución. (magnitudes de la tensión en torno a 1pu).

- Entonces, es posible calcular el punto de operación en régimen permanente de un SEE, resolviendo un problema PNL, minimizando a generación de la barra slack.

Ecuaciones de Flujo de Carga AC (3/3) (Polar)

$$\min_{g} \sum_{i\in\Omega_b|Tb_i=3} P_i^g$$

S.a.

$$P_i^g - P_i^d - \sum_{ij\in\Omega_l} P_{ij}^{de} - \sum_{ij\in\Omega_l} P_{ij}^{pa} + g_i^{sh}V_i^2 = 0 \qquad \forall i \in \Omega_b$$

$$Q_i^g - Q_i^d - \sum_{ij\in\Omega_l} Q_{ij}^{de} - \sum_{ij\in\Omega_l} Q_{ij}^{pa} + b_i^{sh}V_i^2 = 0 \qquad \forall i \in \Omega_b$$

$$P_{ij}^{de} = g_{ij}a_{ij}^2V_i^2 - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\cos(\theta_{ij}+\varphi_{ij}) - a_{ij}V_iV_jb_{ij}\sin(\theta_{ij}+\varphi_{ij}) \qquad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{de} = -(b_{ij}+b_{ij}^{shl})a_{ij}^2V_i^2 - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\sin(\theta_{ij}+\varphi_{ij}) + a_{ij}V_iV_jb_{ij}\cos(\theta_{ij}+\varphi_{ij}) \qquad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_{ij}^{pa} = g_{ij}V_i^2 - a_{ij}V_iV_jg_{ij}\cos(\theta_{ij}+\varphi_{ij}) + a_{ij}V_iV_jb_{ij}\sin(\theta_{ij}+\varphi_{ij}) \qquad \forall ij \in \Omega_l$$

$$Q_{ij}^{pa} = -(b_{ij}+b_{ij}^{shl})V_i^2 + a_{ij}V_iV_jg_{ij}\sin(\theta_{ij}+\varphi_{ij}) + a_{ij}V_iV_jb_{ij}\cos(\theta_{ij}+\varphi_{ij}) \qquad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_i^g = P_i^{g0}; \forall i \in \Omega_b|Tb_i = 2$$

$$V_i = V_i^g; \forall i \in \Omega_b|Tb_i = 2 \text{ o } Tb_i = 3$$

$$\theta_i = \theta_i^0; \forall i \in \Omega_b|Tb_i = 3$$

Ecuaciones de Flujo de Carga AC (1/) (Rectangular)

- Sea tensión en la barra i en coordenadas rectangulares:

$$V_i e^{\boldsymbol{j}\theta_i} = V_i \cos(\theta_i) + \boldsymbol{j}\, V_i \sin(\theta_i) = e_i + \boldsymbol{j} f_i$$

- Donde,

Ecuaciones de Flujo de Carga AC (1/) (Rectangular)

Objective function:

$$\min_{-} \sum_{i\in B} \left[a_i^g (P_i^g)^2 + b_i^g P_i^g + c_i^g + M(P_i^r + Q_i^r)\right] \quad (1.1)$$

Subject to:

Active power balance:

$$P_i^g + P_i^r - P_i^d - \sum_{ji\in L}[g_{ij}(e_j^2 + f_j^2) - t_{ij}g_{ij}(e_ie_j + f_if_j) + t_{ij}b_{ij}(e_if_j - e_jf_i)]$$
$$- \sum_{ij\in L}[t_{ij}^2 g_{ij}(e_i^2 + f_i^2) - t_{ij}g_{ij}(e_ie_j + f_if_j) + t_{ij}b_{ij}(e_if_j - e_jf_i)] = 0 \qquad \forall i \in \mathfrak{B} \quad (1.2)$$

Reactive power balance:

$$Q_i^g + Q_i^r - Q_i^d - \sum_{ji\in L}[-(b_{ij} + b_{ij}^{shl})(e_j^2 + f_j^2) - t_{ij}g_{ij}(e_if_j - e_jf_i) + t_{ij}b_{ij}(e_ie_j + f_if_j)]$$
$$- \sum_{ij\in L}[-t_{ij}^2(b_{ij} + b_{ij}^{shl})(e_i^2 + f_i^2) + t_{ij}g_{ij}(e_if_j - e_jf_i) + t_{ij}b_{ij}(e_ie_j + f_if_j)] + b_i^{sh}(e_i^2 + f_i^2) = 0 \qquad \forall i \in \mathfrak{B} \quad (1.3)$$

Voltage magnitude:

$$\underline{V}^2 \leq e_i^2 + f_i^2 \leq \overline{V}^2 \qquad \forall i \in \mathfrak{B} \quad (1.4)$$

Current magnitude:

$$0 \leq b_{ij}^{shl}(2b_{ij} + b_{ij}^{shl})(e_j^2 + f_j^2) - 2b_{ij}b_{ij}^{shl}(e_ie_j + f_if_j) + 2g_{ij}b_{ij}^{shl}(e_jf_i - e_if_j) + (g_{ij}^2 + b_{ij}^2)\left[(e_i - e_j)^2 + (f_i - f_j)^2\right] \leq \overline{I}_{ij}^2 \qquad \forall ij \in \mathfrak{L} \quad (1.5)$$