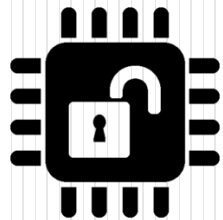
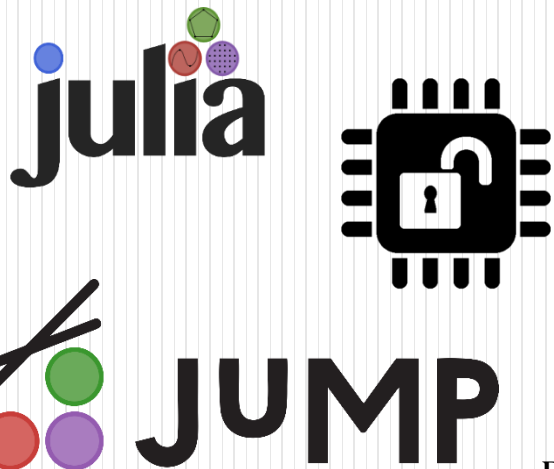


Tópico

FLUJO DE CARGA: BRANCH FLOW

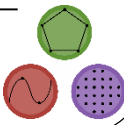
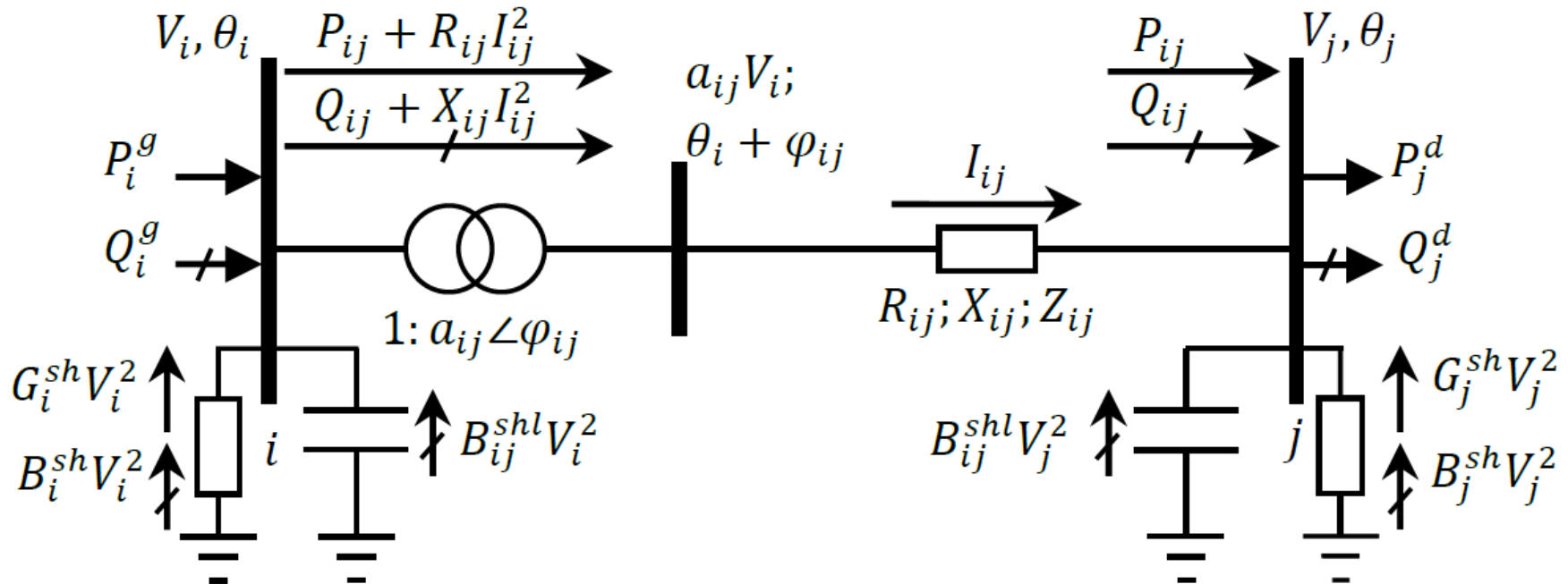
Mar 2019



AUTORES:
ERIK ALVAREZ
JEFFERSON CHÁVEZ

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
DSEE – Departamento de Sistemas de Energia Elétrica





Ω_b Conjunto de barras

Ω_l Conjunto de circuitos

V_i^{sqr} Magnitud de la tensión al cuadrado en la barra i

θ_i Ángulo de fase en la barra i

g_i^{sh} Conductancia shunt en la barra i

b_i^{sh} Susceptancia shunt en la barra i

P_i^g Potencia activa generada en la barra i

Q_i^g Potencia reactiva generada en la barra i

P_i^d Potencia activa demandada en la barra i

Q_i^d Potencia reactiva demandada en la barra i

P_{ij} Flujo de potencia activa en el circuito ij

Q_{ij} Flujo de potencia reactiva en el circuito ij

I_{ij}^{sqr} Magnitud de la corriente en el circuito ij

r_{ij} Resistencia serie del circuito ij

x_{ij} Reactancia serie del circuito ij

b_{ij}^{shl} Susceptancia shunt en el circuito ij

a_{ij} Relación de transformación en el circuito ij

φ_{ij} Ángulo de desfase en el circuito ij

g_{ij} Conductancia serie del circuito ij

b_{ij} Susceptancia serie del circuito ij

z_{ij}^2 Impedancia del circuito ij

- Del diagrama mostrado, se puede deducir las ecuaciones de balance de potencia:

$$P_i^g - P_i^d + \sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + r_{ij} I_{ij}^2) + g_i^{sh} V_i^2 = 0; \forall i \in \Omega_b \quad (1)$$

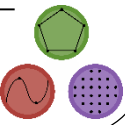
$$Q_i^g - Q_i^d + \sum_{ji \in \Omega_l} (Q_{ji} + b_{ji}^{shl} V_i^2) - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij} - b_{ij}^{shl} V_i^2 + x_{ij} I_{ij}^2) + b_i^{sh} V_i^2 = 0; \forall i \in \Omega_b \quad (2)$$

- Donde, $r_{ij} I_{ij}^2$ & $x_{ij} I_{ij}^2$ son las pérdidas de potencia activa y reactiva del circuito ij .
- La diferencia de tensiones en el circuito ij , es definido mediante la sgte. ecuación:

$$a_{ij} \vec{V}_i - \vec{V}_j = \vec{I}_{ij} (r_{ij} + j x_{ij}) \forall ij \in \Omega_l \quad (3)$$

- Donde \vec{I}_{ij} en el nodo j , puede ser calculado usando la siguiente ecuación:

$$\vec{I}_{ij} = \left(\frac{P_{ij} + Q_{ij}}{\vec{V}_j} \right)^* \forall ij \in \Omega_l \quad (4)$$



- Sustituyendo (4) en (3), se tiene:

$$(a_{ij}\vec{V}_i - \vec{V}_j)\vec{V}_j^* = (P_{ij} - jQ_{ij})(r_{ij} + jx_{ij}); \forall ij \in \Omega_l \quad (5)$$

- Si se considera que:

- $V_i e^{j(\theta_i + \varphi_{ij})} = V_i (\cos(\theta_i + \varphi_{ij}) + j \sin(\theta_i + \varphi_{ij}))$
- $V_j e^{j\theta_j} = V_j (\cos \theta_j + j \sin \theta_j)$
- $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$

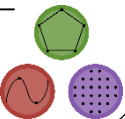
- Entonces (5) puede ser reescrita como sigue:

$$\begin{aligned} a_{ij}V_iV_j[\cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + j \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij})] - V_j^2 \\ = (P_{ij} - jQ_{ij})(r_{ij} + jx_{ij}); \forall ij \in \Omega_l \end{aligned} \quad (6)$$

- Separando en parte real e imaginaria se tiene:

$$a_{ij}V_iV_j \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) = V_j^2 + (r_{ij}P_{ij} + x_{ij}Q_{ij}); \forall ij \in \Omega_l \quad (7)$$

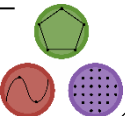
$$a_{ij}V_iV_j \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) = x_{ij}P_{ij} - r_{ij}Q_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (8)$$



- Sumando los cuadrados de (7) y (8), y aplicando la formula trigonométrica $(\sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}))^2 + (\cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}))^2 = 1$, se tiene:

$$[a_{ij}^2 V_i^2 - 2(r_{ij} P_{ij} + x_{ij} Q_{ij})] V_j^2 - z_{ij}^2 (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) - V_j^4 = 0; \forall ij \in \Omega_l \quad (9)$$

- Se nota que:
 - Se ha eliminado la diferencia angular entre las tensiones (θ_{ij})
 - Es un polinomio de cuarto grado que calcula la diferencia de las tensiones en el circuito ij
 - De esta forma, es posible obtener la magnitud de la tensión del ultimo nodo (V_j) en términos de la del nodo inicial (V_i) , el flujo de potencia activa (P_{ij}) , el flujo de potencia reactiva (Q_{ij}) .



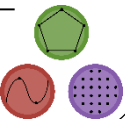
- Por ultimo, es posible representar (9) a través de dos ecuaciones de segundo grado, entonces se tiene:
- De (4), la magnitud del flujo de corriente es mostrado en:

$$I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^2} ; \forall ij \in \Omega_l \quad (10)$$

- Simplificando (9) a través de (10), se tiene:

$$a_{ij}^2 V_i^2 - 2(r_{ij}P_{ij} + x_{ij}Q_{ij}) - z_{ij}^2 I_{ij}^2 - V_j^2 = 0 ; \forall ij \in \Omega_l \quad (11)$$

- Entonces, se nota que:
 - Así como en (9), se ha eliminado la diferencia angular entre las tensiones (θ_{ij})
 - Es un polinomio de segundo grado que calcula la diferencia de las tensiones en el circuito ij
 - De esta forma, es posible obtener la magnitud de la tensión del ultimo nodo (V_j) en términos de la del nodo inicial (V_i), el flujo de potencia activa (P_{ij}), el flujo de potencia reactiva (Q_{ij}).



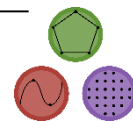
$$P_i^g - P_i^d + \sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + r_{ij} I_{ij}^2) + g_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$Q_i^g - Q_i^d + \sum_{ji \in \Omega_l} (Q_{ji} + b_{ji}^{shl} V_i^2) - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ji} - b_{ji}^{shl} V_i^2 + x_{ij} I_{ij}^2) + b_i^{sh} V_i^2 = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$a_{ij}^2 V_i^2 - 2(r_{ij} P_{ij} + x_{ij} Q_{ij}) - z_{ij}^2 I_{ij}^2 - V_j^2 = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$a_{ij} V_i V_j \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) = x_{ij} P_{ij} - r_{ij} Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$V_j^2 I_{ij}^2 = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l$$

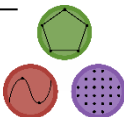




- Con las ecuaciones anteriores, es posible calcular el punto de operación en régimen permanente de un SEE.
- Se puede notar que en el **Branch Flow**, las magnitudes de las corrientes en los circuitos (I_{ij}) y de las tensiones en los nodos (V_i), aparecen solo en las formas (I_{ij}^2) y (V_i^2), respectivamente.
- Teniendo ello, es conveniente considerar las siguiente cambios en las variables:

$$I_{ij}^{sqr} = I_{ij}^2 \quad \& \quad V_i^{sqr} = V_i^2$$

- Donde:
 - $I_{ij}^{sqr} \geq 0$
 - $V_i^{sqr} \geq 0$





$$\min_g \sum_{i \in \Omega_b | Tb_i = 3} P_i^g$$

S.a.

$$P_i^g - P_i^d + \sum_{ji \in \Omega_l} P_{ji} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{ij} + r_{ij} I_{ij}^{sqr}) + g_i^{sh} V_i^{sqr} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$Q_i^g - Q_i^d + \sum_{ji \in \Omega_l} (Q_{ji} + b_{ji}^{shl} V_i^{sqr}) - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ji} - b_{ji}^{shl} V_i^{sqr} + x_{ij} I_{ij}^{sqr}) + b_i^{sh} V_i^{sqr} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b$$

$$a_{ij}^2 V_i^{sqr} - 2(r_{ij} P_{ij} + x_{ij} Q_{ij}) - z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} - V_j^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$a_{ij} \sqrt{V_i^{sqr}} \sqrt{V_j^{sqr}} \sin(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) = x_{ij} P_{ij} - r_{ij} Q_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l$$

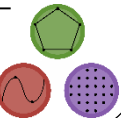
$$V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr} = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$I_{ij}^{sqr} \geq 0 ; V_i^{sqr} \geq 0 \quad \forall ij \in \Omega_l$$

$$P_i^g = P_i^{g0} ; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 2$$

$$V_i = V_i^g ; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 2 \circ Tb_i = 3$$

$$\theta_i = \theta_i^0 ; \forall i \in \Omega_b | Tb_i = 3$$





- El modelo resultante es de tipo NLP.
- El *Branch Flow Model*, es exacto.
- Se nota que, las ultimas dos restricciones de las ecuaciones del *Branch Flow* son *no lineales*, debido a que contienen términos cuadráticos, producto de variables y un termino trigonométrico.
- Implemente el modelo del *Branch Flow*. 😊

