Relatório - Projeto Integrador
Sprint II

Estruturas de Informação

Realizado por :

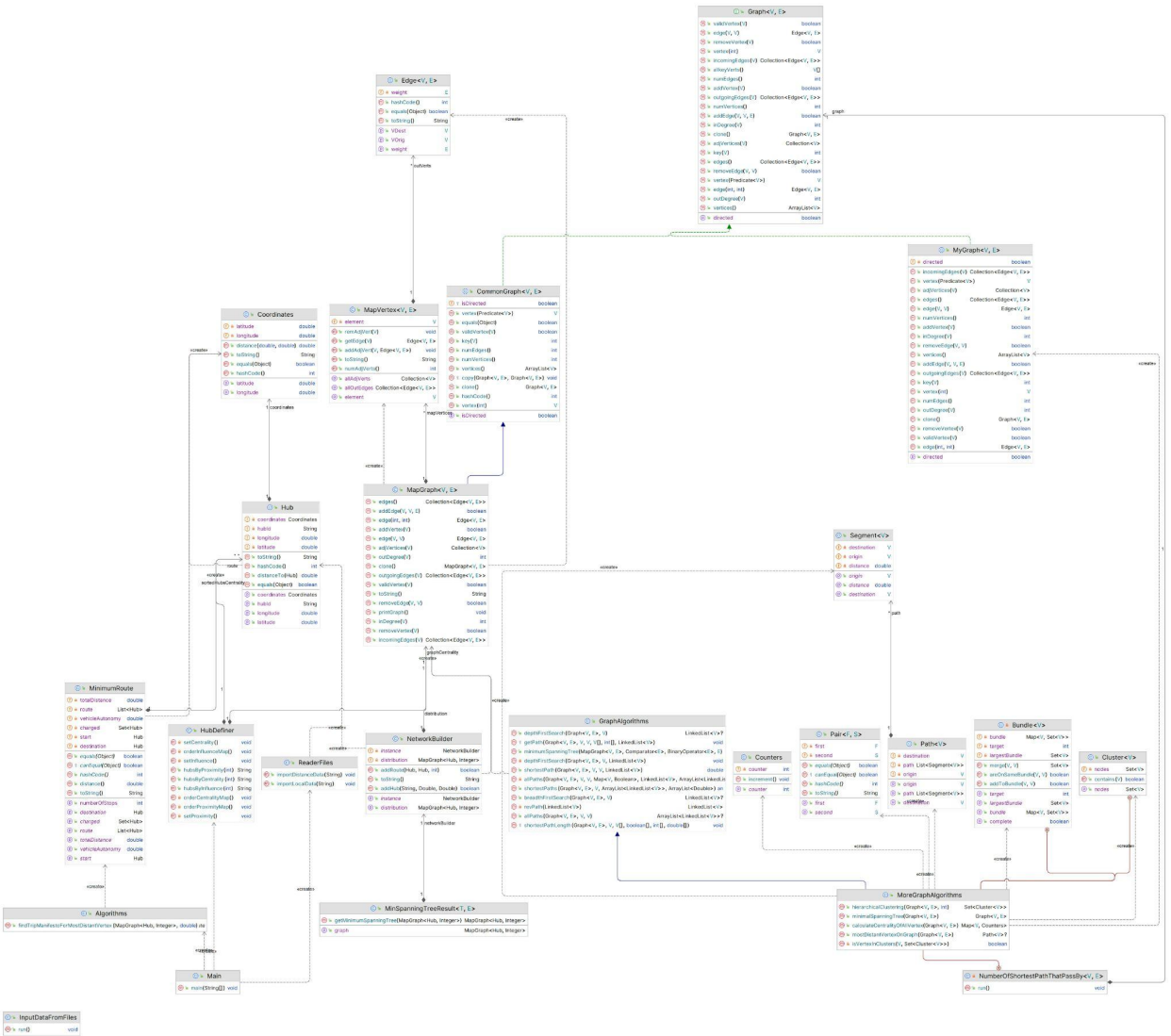
Lourenço Guimarães, 1220766
Diogo Ribeiro, 1220812
Francisco Silveira, 1220813
Rodrigo Brito, 1220842

Turma : 2DH G04 - 2023/2024

O enunciado do trabalho prático é composto por 4 exercícios, que foram distribuídos pelos 4 elementos do grupo da seguinte forma :

Diogo - exercícios 1;
Lourenço - exercícios 2;
Francisco - exercício 3;
Rodrigo - exercício 4.

Diagrama de classes :



Análise dos métodos implementados

Para a realização do projeto foram utilizadas diversas classes de implementação e manipulação de grafos, sendo que daremos maior destaque às classes ‘GraphAlgorithms’, ‘MapGraph’ e ‘MapVertex’.

- GraphAlgorithms: Nesta classe encontram-se todos os métodos que permitem a pesquisa no grafo.

Comecemos pela análise do algoritmo breadhtFirstSearch, que realiza uma pesquisa em largura ao grafo, visitando todos os vértices e arestas uma vez,o que se traduz numa complexidade O(|V| + |E|), sendo |V| o número de vértices do grafo e |E| o número de arestas do mesmo.

```java
/**
 * Performs breadth-first search of a Graph starting in a Vertex
 *
 * @param g    Graph instance
 * @param vert information of the Vertex that will be the source of the search
 * @return qbfs a queue with the vertices of breadth-first search
 */
no usages  Francisco Silveira
public static <V, E> LinkedList<V> breadthFirstSearch(Graph<V, E> g, V vert) {
    if (!g.validVertex(vert)) {
        return null;
    }
    LinkedList<V> neighbors = new LinkedList();
    LinkedList<V> auxiliar = new LinkedList<>();
    auxiliar.add(vert);
    neighbors.add(vert);
    while (!auxiliar.isEmpty()) {
        vert = auxiliar.remove();
        for (V adj : g.adjVertices(vert)) {
            if (!neighbors.contains(adj)) {
                neighbors.add(adj);
                auxiliar.add(adj);
            }
        }
    }
    return neighbors;
}
```

Já o algoritmo dephtFirstSearch, realiza uma pesquisa em profundidade ao grafo, começando num vértice especificado. Apresenta por isso também uma complexidade do tipo O(|V| + |E|), sendo |V| o número de vértices do grafo e |E| o número de arestas do mesmo.

```java
private static <V, E> void depthFirstSearch(Graph<V, E> g, V vOrig, LinkedList<V> qdfs) {
    qdfs.add(vOrig);
    for (V adj : g.adjVertices(vOrig)) {
        if (!qdfs.contains(adj)) {
            depthFirstSearch(g, adj, qdfs);
        }
    }
}

/**
 * @param g    Graph instance
 * @param vert information of the Vertex that will be the source of the search
 * @return qdfs a queue with the vertices of depth-first search
 */
no usages  Francisco Silveira
public static <V, E> LinkedList<V> depthFirstSearch(Graph<V, E> g, V vert) {
    if (!g.validVertex(vert)) {
        return null;
    }
    LinkedList<V> path = new LinkedList<>();
    depthFirstSearch(g, vert, path);
    return path;

}
```

O algoritmo ‘allPaths’ retorna todos os caminhos entre um vértice fonte e um vértice destino passados por parâmetro, a complexidade deste metódo é exponencial, visto que no pior dos casos são gerados todos os caminhos possíveis do grafo.

```java
private static <V, E> boolean allPaths(Graph<V, E> g, V vOrig, V vDest, Map<V, Boolean> visited, LinkedList<V> path, ArrayList<LinkedList<V>> paths) {
    if (vDest.equals(vOrig)) {
        path.add(vDest);
        paths.add(path);
        return true;
    }
    visited.put(vDest, true);
    for (V adj : g.adjVertices(vDest)) {
        if (visited.get(adj) != null) {
            continue;
        }
        if (allPaths(g, vOrig, adj, new HashMap<>(visited), new LinkedList<>(path), paths)) {
            path.add(adj);
        }
    }
    return false;
}


/**
 * @param g     Graph instance
 * @param vOrig information of the Vertex origin
 * @param vDest information of the Vertex destination
 * @return paths ArrayList with all paths from voInf to vdInf
 */
1 usage   Francisco Silveira
public static <V, E> ArrayList<LinkedList<V>> allPaths(Graph<V, E> g, V vOrig, V vDest) {
    if (!g.validVertex(vOrig) || !g.validVertex(vDest)) {
        return null;
    }
    ArrayList<LinkedList<V>> paths = new ArrayList<>();
```

O método ‘minimumSpanningTree’ computa a minimum spanning tree de um grafo recorrendo ao algoritmo ‘Prim’. Apresenta também complexidade do tipo O(|V| + |E|), sendo |V| o número de vértices do grafo e |E| o número de arestas do mesmo, devido a usar uma queue prioritária.

```java
public static <V, E> MapGraph<V, E> minimumSpanningTree(MapGraph<V, E> g, Comparator<E> ce, BinaryOperator<E> sum, E zero) {
    // Create a set to keep track of visited vertices
    Set<V> visitedVertices = new HashSet<>();

    // Create a priority queue to store edges based on their weights
    PriorityQueue<Edge<V, E>> edgeQueue = new PriorityQueue<>(Comparator.comparing(e -> e.getWeight(), ce));

    // Create a graph to represent the minimum spanning tree
    MapGraph<V, E> minimumSpanningTree = new MapGraph<>( directed: true);

    // Add an arbitrary vertex to start the process
    V startVertex = g.vertices().iterator().next();
    visitedVertices.add(startVertex);

    // Add all edges connected to the start vertex to the priority queue
    for (Edge<V, E> edge : g.outgoingEdges(startVertex)) {
        edgeQueue.add(edge);
    }

    // Continue adding edges until all vertices are visited
    while (visitedVertices.size() < g.numVertices()) {
        // Obtenha a aresta de peso mínimo da fila de prioridade
        Edge<V, E> minEdge = edgeQueue.poll();
        // Check if the priority queue is empty
        if (minEdge == null) {
            // The graph is not connected
            break;
        }
```

- **MapVertex:** Esta classe tem como objetivo representar um vértice no grafo. Cada instância desta classe armazena dados dos vértices, incluindo o elemento associado e as arestas que o conectam aos vértices adjacentes. A classe mantém uma coleção de vértices adjacentes, onde cada vértice adjacente é associado a uma aresta. Fornece métodos para adicionar e remover vértices adjacentes, bem como para recuperar informações sobre as arestas que conectam o vértice aos vértices adjacentes, contém métodos para obter o número total de vértices adjacentes, etc.

```
public class MapVertex<V, E> {

    3 usages
    final private V element;                            // Vertex information
    10 usages
    final private Map<V, Edge<V, E>> outVerts;    // Adjacent vertices

        Constructs a vertex with the specified element.
        Params: vert – The information associated with the vertex.
        Throws: RuntimeException – if the vertex information is null.

    1 usage   Diogo_1220812
    public MapVertex(V vert) {
        if (vert == null) throw new RuntimeException("Vertice information cannot be null!");
        element = vert;
        outVerts = new LinkedHashMap<>();
    }

        Gets the element associated with the vertex.
        Returns: The element associated with the vertex.

    6 usages   Diogo_1220812
    public V getElement() { return element; }

        Adds an adjacent vertex along with the connecting edge.
        Params: vAdj – The adjacent vertex to be added.
                edge – The connecting edge to the adjacent vertex.

    2 usages   Diogo_1220812
    public void addAdjVert(V vAdj, Edge<V, E> edge) { outVerts.put(vAdj, edge); }

        Removes an adjacent vertex.
        Params: vAdj – The adjacent vertex to be removed.
```

- **MapGraph:** A classe MapGraph representa um grafo usando uma lista de adjacências baseada em mapas, incluindo métodos específicos para manipular um grafo representado por vértices e arestas armazenados num LinkedHashMap. Abaixo estão os principais métodos da classe MapGraph.

```java
public static <V, E> MapGraph<V, E> minimumSpanningTree(MapGraph<V, E> g, Comparator<E> ce, BinaryOperator<E> sum, E zero) {
    // Create a set to keep track of visited vertices
    Set<V> visitedVertices = new HashSet<>();

    // Create a priority queue to store edges based on their weights
    PriorityQueue<Edge<V, E>> edgeQueue = new PriorityQueue<>(Comparator.comparing(e -> e.getWeight(), ce));

    // Create a graph to represent the minimum spanning tree
    MapGraph<V, E> minimumSpanningTree = new MapGraph<>( directed: true);

    // Add an arbitrary vertex to start the process
    V startVertex = g.vertices().iterator().next();
    visitedVertices.add(startVertex);

    // Add all edges connected to the start vertex to the priority queue
    for (Edge<V, E> edge : g.outgoingEdges(startVertex)) {
        edgeQueue.add(edge);
    }

    // Continue adding edges until all vertices are visited
    while (visitedVertices.size() < g.numVertices()) {
        // Obtenha a aresta de peso mínimo da fila de prioridade
        Edge<V, E> minEdge = edgeQueue.poll();
        // Check if the priority queue is empty
        if (minEdge == null) {
            // The graph is not connected
            break;
        }
```

Exercício 1: No exercício 1 pretende-se a construção da rede de distribuição a partir dos dados fornecidos nos ficheiros csv disponibilizados, o que se garante com a construção do grafo.

Para a construção deste, foram necessários, principalmente, os métodos addHub e addRoute.

- **addHub** : este método recebe por parâmetros um hubId, uma latitude e uma longitude e tem como principal objetivo a adição de um hub (vértice do grafo) à rede de distribuição, apresentando um ID, latitude e longitude. Apresenta uma **complexidade O(1)** por ser um método de inserção.

```java
/**
 * Adds a route to the distribution network between the specified origin and destination hubs
 * with the given distance.
 *
 * @param orig The origin hub.
 * @param dest The destination hub.
 * @param distance The distance between the origin and destination hubs.
 * @return `true` if the route is successfully added; `false` otherwise.
 */
4 usages   ± Diogo_1220812
public boolean addRoute(Hub orig, Hub dest, int distance) { return distribution.addEdge(orig, dest, distance); }
```

- **addRoute** : Neste método são passados por parâmetro dois objetos Hub e uma distância, sendo este responsável pela inserção da route(edge) entre dois hubs, sendo que a distância fornecida é o comprimento da route criada. A **complexidade é também O(1)**, por se tratar de um método de inserção.

```
/**
 * Adds a hub to the distribution network with the specified hubId, latitude, and longitude.
 *
 * @param hubId The unique identifier of the hub.
 * @param latitude The latitude of the hub's geographical coordinates.
 * @param longitude The longitude of the hub's geographical coordinates.
 * @return `true` if the hub is successfully added; `false` otherwise.
 */
8 usages   Diogo_1220812
public boolean addHub(String hubId, Double latitude, Double longitude){
    Hub vert = new Hub(hubId,latitude, longitude);
    return distribution.addVertex(vert);
}
```

Exercício 2:

```java
//----------------------------------------Centrality----------------------------------------
// Mapa que armazenará os resultados da centralidade para cada vértice
6 usages
private static Map<Hub, Integer> sortedHubsCentrality = new HashMap<>();

// Grafo utilizado para calcular a centralidade
no usages
private MapGraph<Hub, Integer> graphCentrality = NetworkBuilder.getInstance().getDistribution();

// Método principal que retorna uma representação formatada dos hubs mais centrais
no usages  Lourenço Mestre
public String hubsByCentrality(int n) {
    // Calcula e ordena a centralidade dos hubs
    setCentrality();
    orderCentralityMap();

    int i = 0;
    StringBuilder sb = new StringBuilder();

    // Adiciona cabeçalhos à representação formatada
    sb.append("| Local  |       Centralidade       |\n");
    sb.append("|--------|--------------------------|\n");

    // Adiciona os hubs mais centrais à representação formatada
    for (Hub vertex : sortedHubsCentrality.keySet()) {
        if (i < n) {
            sb.append(String.format("|%7s |", vertex.getHubId()));
            sb.append(String.format("%25s |", sortedHubsCentrality.get(vertex)));
            sb.append("\n");
        }
        i++;
    }
    return sb.toString();
}
```

O método **hubsByCentrality(int n)** é o ponto de entrada, responsável por calcular e exibir os top n hubs mais centrais em uma representação formatada. Ele invoca os métodos auxiliares **setCentrality()** e **orderCentralityMap()** para calcular a centralidade de cada hub e ordenar os resultados em ordem decrescente.

```java
// Método para ordenar o mapa de centralidade em ordem decrescente
1 usage  Lourenço Mestre
private void orderCentralityMap() {
    List<Map.Entry<Hub, Integer>> entries = new ArrayList<>(sortedHubsCentrality.entrySet());
    entries.sort(Map.Entry.comparingByValue(Comparator.reverseOrder()));
    sortedHubsCentrality = new LinkedHashMap<>();
    for (Map.Entry<Hub, Integer> entry : entries) {
        sortedHubsCentrality.put(entry.getKey(), entry.getValue());
    }
}
```

O método **orderCentralityMap()** é responsável por ordenar o mapa de centralidade (sortedHubsCentrality) com base nos valores de centralidade associados a cada hub. Ele utiliza uma lista temporária de entradas do mapa, realiza a ordenação dessa lista de acordo com os valores de centralidade em ordem decrescente e, por fim, reconstrói um novo mapa ordenado usando um LinkedHashMap. Essa ordenação permite que os hubs mais centrais sejam identificados e exibidos primeiro na representação formatada.

```java
//-----------------------------------------Influence-----------------------------------------------------

// Mapa para armazenar a influência de cada hub
7 usages
private static Map<Hub, Integer> sortedHubsInfluence = new HashMap<>();

// Grafo utilizado para calcular a influência
2 usages
private MapGraph<Hub, Integer> graphInfluence = NetworkBuilder.getInstance().getDistribution();

// Método principal que retorna uma representação formatada dos hubs mais influentes
1 usage   Lourenço Mestre
public String hubsByInfluence(int n) {

    // Calcula e ordena a influência dos hubs
    setInfluence();
    orderInfluenceMap();

    int i = 0;
    StringBuilder sb = new StringBuilder();

    // Adiciona cabeçalhos à representação formatada
    sb.append("| Local  |        Influencia        |\n");
    sb.append("|--------|--------------------------|\n");

    // Adiciona os hubs mais influentes à representação formatada
    for (Hub vertice : sortedHubsInfluence.keySet()) {
        if (i < n) {
            sb.append(String.format("|%7s |", vertice.getHubId()));
            sb.append(String.format("%25s |", sortedHubsInfluence.get(vertice)));
            sb.append("\n");
        }
        i++;
    }
    return sb.toString();
}
```

O método **hubsByInfluence(int n)** é a peça central do código e tem como objetivo fornecer uma representação formatada dos hubs mais influentes em um grafo. Primeiramente, ele chama os métodos **setInfluence()** e **orderInfluenceMap()** para calcular a influência de cada hub e ordenar esses hubs em ordem decrescente de influência. Em seguida, ele constrói uma string formatada usando um StringBuilder, incluindo cabeçalhos e informações sobre os hubs mais influentes, limitados pelo parâmetro n.

```java
// Método para ordenar o mapa de influência em ordem decrescente
1 usage  Lourenço Mestre
private void orderInfluenceMap() {
    List<Map.Entry<Hub, Integer>> entries = new ArrayList<>(sortedHubsInfluence.entrySet());
    entries.sort(Map.Entry.comparingByValue(Comparator.reverseOrder()));

    // Cria um novo mapa ordenado
    sortedHubsInfluence = new LinkedHashMap<>();
    for (Map.Entry<Hub, Integer> entry : entries) {
        sortedHubsInfluence.put(entry.getKey(), entry.getValue());
    }
}

// Método para calcular e armazenar a influência de cada hub no mapa
1 usage  Lourenço Mestre
private void setInfluence() {
    sortedHubsInfluence = new HashMap<>();
    for (Hub vertice : graphInfluence.vertices()) {
        // Armazena a influência de cada hub no mapa
        sortedHubsInfluence.put(vertice, graphInfluence.inDegree(vertice));
    }
}
```

O método **orderInfluenceMap()** é responsável por ordenar o mapa de influência (sortedHubsInfluence) com base nos valores associados aos hubs, que representam a influência. Ele utiliza uma lista temporária de entradas do mapa para realizar a ordenação e, em seguida, reconstrói um novo mapa ordenado usando um LinkedHashMap.

O método **setInfluence()** é encarregado de calcular e armazenar a influência de cada hub no mapa sortedHubsInfluence. Ele percorre os vértices do grafo (graphInfluence) e utiliza a função inDegree() para determinar a quantidade de arestas incidentes em cada hub, representando assim sua influência. Essas informações são então armazenadas no mapa para posterior utilização na geração da representação formatada dos hubs mais influentes.

```java
//----------------------------------------Proximity----------------------------------------------------

// Mapa que armazenará os resultados da proximidade para cada vértice
7 usages
private static Map<Hub, Integer> sortedHubsProximity = new HashMap<>();

// Grafo utilizado para calcular a proximidade
2 usages
private MapGraph<Hub, Integer> graphProximity = NetworkBuilder.getInstance().getDistribution();

// Método principal que retorna uma representação formatada dos hubs mais próximos
1 usage   Lourenço Mestre
public String hubsByProximity(int n) {
    // Calcula e ordena a proximidade dos hubs
    setProximity();
    orderProximityMap();

    int i = 0;
    StringBuilder sb = new StringBuilder();

    // Adiciona cabeçalhos à representação formatada
    sb.append("| Local  |    Proximidade           |\n");
    sb.append("|--------|--------------------------|\n");

    // Adiciona os hubs mais próximos à representação formatada
    for (Hub vertex : sortedHubsProximity.keySet()) {
        if (i < n) {
            sb.append(String.format("|%7s |", vertex.getHubId()));
            sb.append(String.format("%25s |", sortedHubsProximity.get(vertex)));
            sb.append("\n");
        }
        i++;
    }
    return sb.toString();
}
```

O método **hubsByProximity(int n)** é o ponto de entrada, responsável por calcular e exibir os top n hubs mais próximos em uma representação formatada. Ele invoca os métodos auxiliares **setProximity()** e **orderProximityMap()** para calcular a proximidade de cada hub e ordenar os resultados em ordem decrescente.

```java
// Método para ordenar o mapa de proximidade em ordem decrescente
1 usage  Lourenço Mestre
private void orderProximityMap() {
    List<Map.Entry<Hub, Integer>> entries = new ArrayList<>(sortedHubsProximity.entrySet());

    // Ordena a lista de entradas do mapa com base nos valores (proximidade) em ordem decrescente
    entries.sort(Map.Entry.comparingByValue(Comparator.reverseOrder()));

    // Cria um novo mapa ordenado
    sortedHubsProximity = new LinkedHashMap<>();
    for (Map.Entry<Hub, Integer> entry : entries) {
        // Preenche o novo mapa com os valores ordenados
        sortedHubsProximity.put(entry.getKey(), entry.getValue());
    }
}
```

O método **orderProximityMap()** está encarregue de ordenar o mapa de proximidade (sortedHubsProximity) com base nos valores de proximidade associados a cada hub. Ele utiliza uma lista temporária de entradas do mapa, realiza a ordenação dessa lista de acordo com os valores de proximidade em ordem decrescente e, por fim, reconstrói um novo mapa ordenado usando um LinkedHashMap.

```
1 usage  Lourenço Mestre
private void setProximity() {
    // Inicializa o mapa que armazenará os resultados da proximidade para cada vértice
    sortedHubsProximity = new HashMap<>();

    // Itera sobre todos os vértices no grafo de proximidade
    for (Hub vertex : graphProximity.vertices()) {
        int distance = 0; // Inicializa a soma das distâncias
        int count = 0;    // Inicializa a contagem de arestas de entrada

        // Itera sobre todas as arestas de entrada para o vértice atual
        for (Edge edge : graphProximity.incomingEdges(vertex)) {
            // Obtém o peso da aresta (presumindo que o peso seja um número real, como int)
            int edgeWeight = (int) edge.getWeight();

            // Adiciona o peso da aresta à soma das distâncias
            distance += edgeWeight;

            // Incrementa a contagem de arestas de entrada
            count++;
        }

        // Calcula a média ponderada da proximidade para o vértice atual
        // Se a contagem for zero, define a média como zero para evitar divisão por zero
        int avg = (count == 0) ? 0 : (distance / count);

        // Armazena o resultado no mapa, associando o vértice à média de proximidade
        sortedHubsProximity.put(vertex, avg);
    }
}
```

O método **setProximity()** é responsável por calcular a proximidade de cada hub no grafo. Ele itera sobre todos os vértices no grafo de proximidade, somando os pesos das arestas de entrada para cada vértice e calculando a média ponderada. O resultado é armazenado no mapa sortedHubsProximity, associando cada hub à sua média de proximidade. Este método utiliza uma abordagem ponderada, considerando os pesos das arestas, para fornecer uma medida mais refinada da proximidade dos hubs no contexto do grafo.

A complexidade total do método **hubsByInfluence** é dominada pelo custo da ordenação dos valores de influência, resultando em uma complexidade aproximada de O(m log m) onde m é o número de hubs no grafo. Se n for significativamente menor que m, a complexidade pode ser aproximadamente considerada como O(n). A complexidade é igual para os métodos **hubsByProximity** e **hubsByCentrality.**

Exercício 3:

```java
public MinimumRoute findTripManifestoForMostDistantVertex(MapGraph<Hub, Integer> graph, double vehicleAutonomy) {
    Path<Hub> path = MoreGraphAlgorithms.mostDistantVertexOnGraph(graph);
    double autonomyLeft = vehicleAutonomy;
    double distance = 0;
    Hub lastHub = null;
    if (path != null && path.getPath() != null && !path.getPath().isEmpty()) {
        lastHub = path.getPath().get(0).getOrigin();
    }

    Set<Hub> chargingStops = new HashSet<>();
    List<Hub> route = new LinkedList<>();
    route.add(lastHub);

    ESINF.Structure.Auxiliary.Segment<Hub> v = null;
    if (path != null && path.getPath() != null && !path.getPath().isEmpty()) {
        v = path.getPath().remove( index: 0);
    }

    if (v != null) {
        autonomyLeft -= v.getDistance();
    }

    if (v != null) {
        distance += v.getDistance();
    }
```

```
    if (path != null && path.getPath() != null) {
        for (ESINF.Structure.Auxiliary.Segment<Hub> hubSegment : path.getPath()) {

            if (hubSegment.getDistance() > autonomyLeft) {
                chargingStops.add(lastHub);
                autonomyLeft = vehicleAutonomy;
            }
            autonomyLeft -= hubSegment.getDistance();
            distance += hubSegment.getDistance();
            route.add(hubSegment.getOrigin());
            lastHub = hubSegment.getDestination();
        }
        ESINF.Structure.Auxiliary.Segment<Hub> last = path.getPath().get(path.getPath().size() - 1);
        route.add(last.getDestination());
    }
    if (path != null) {
        return new MinimumRoute(path.getOrigin(), path.getDestination(), vehicleAutonomy, route, chargingStops, distance);
    }
    return null;
}
```

findTripManifestoForMostDistanteVertex:

Este método rastreia a autonomia restante, a distância total percorrida e os pontos de carregamento ao longo do caminho.
Utiliza também a classe MoreGraphAlgoritms para calcular o caminho mais distante no grafo (graph)

O resultado é armazenado na variável path, que é do tipo Path<Hub> e representa o caminho do vértice mais distante encontrado
Itera também sobre os segmentos do caminho, calculando a distância percorrida e atualizando a autonomia restante.

Quando a autonomia restante não é suficiente para cobrir a distância até o próximo hub, adiciona o hub atual aos pontos de carregamento e reinicia a autonomia. Constrói um objeto **MinimumRoute** com base nas informações obtidas.

Este método apresenta uma **complexidade de O(V^2),** onde V é o número de vértices no grafo. Isto ocorre devido à chamada do método mostDistantVertexOnGraph dentro do loop que itera sobre todos os vértices no grafo. A complexidade é quadrática em relação ao número de vértices.

```java
public static <V, E> Path<V> mostDistantVertexOnGraph(Graph<V, E> graph) {
    double distance = Double.MIN_VALUE;
    Pair<V, V> pair = null;
    LinkedList<V> shortestPath = null;

    Map<V, Set<V>> hitMap = new HashMap<>();


    for (V v1 : graph.vertices()) {
        if (!hitMap.containsKey(v1)) {
            hitMap.put(v1, new HashSet<>());
        }
        for (V v2 : graph.vertices()) {
            if (v1.equals(v2)) continue;
            if (hitMap.get(v1).contains(v2)) continue;
            LinkedList<V> path = new LinkedList<>();
            double delta = shortestPath(graph, v1, v2, path);
            if (delta > distance) {
                distance = delta;
                pair = new Pair<>(v1, v2);
                shortestPath = path;
            }
            if (!hitMap.containsKey(v2)) {
                hitMap.put(v2, new HashSet<>());
            }
            hitMap.get(v2).add(v1);
            hitMap.get(v1).add(v2);
        }
    }
```

```java
V start = null;
List<ESINF.Structure.Auxiliary.Segment<V>> segments = new LinkedList<>();

if (shortestPath != null) {
    for (V v : shortestPath) {
        if (start == null) {
            start = v;
            continue;
        }
        segments.add(new ESINF.Structure.Auxiliary.Segment<>(start, v, (Integer) graph.edge(start, v).getWeight()));
        start = v;
    }
}
if (pair != null) {
    return new Path<>(pair.getFirst(), pair.getSecond(), segments);
} else {
    return null;
}
}
```

mostDistanteVertexOnGraph:

Este método tem o objetivo de encontrar o par de vértices no grafo que maximiza a distância entre eles, utilizando o algoritmo de menor caminho para calcular as distâncias.O uso do hitMap evita cálculos redundantes para pares de vértices já encontrados. O resultado é retornado como uma instância de **Path**.
Este método tem uma **complexidade de O(V^3)**, onde V é o número de vértices no grafo. Isso ocorre porque ele realiza um loop duplo sobre todos os vértices, calculando os caminhos mais curtos entre pares de vértices. O cálculo dos caminhos mais curtos, por sua vez, tem uma **complexidade de O(V)** no pior caso. Assim, a complexidade geral é cúbica em relação ao número de vértices.

Exercício 4:

```
package ESINF.US04;

import ...

6 usages  SobreRodasPlays
public class MinSpanningTreeResult<T, E> {
    1 usage
    NetworkBuilder networkBuilder = NetworkBuilder.getInstance();

    SobreRodasPlays
    public MapGraph<Hub, Integer> getGraph() { return networkBuilder.getDistribution(); }

    1 usage  SobreRodasPlays
    public static MapGraph<Hub, Integer> getMinimumSpanningTree(MapGraph<Hub, Integer> graph) {
        if (graph == null) {
            return null;
        } else {
            return minimumSpanningTree(graph, Integer::compare, Integer::sum, zero: 0);
        }
    }
```

A classe MinSpanningTreeResult é destinada a trabalhar com árvores de spanning mínimas em um grafo. Vamos explicar cada método da classe, incluindo a explicação do método minimumSpanningTree.

getGraph e **getMinimumSpanningTree:**

O método getGraph() na classe MinSpanningTreeResult tem a finalidade de retornar o grafo associado à instância dessa classe. O método getMinimumSpanningTree na mesma classe tem como objetivo calcular a árvore de abrangência mínima (MST) para um grafo dado.

```
public static void printMinimumSpanningTree(MapGraph<Hub, Integer> minimumSpanning) {
    if (minimumSpanning == null) {
        System.out.println("The minimum spanning tree is null. Make sure you initialize it correctly.");
    } else {
        System.out.println("Minimum Spanning Tree:");
        System.out.printf("%-10s%-20s%s%n", "Origin", "--(Distance(m))--", "Destination");

        for (Edge<Hub, Integer> edge : minimumSpanning.edges()) {
            Hub vOrig = edge.getVOrig();
            Hub vDest = edge.getVDest();
            String hubOrigin = vOrig.getHubId();
            String hubDestination = vDest.getHubId();
            Integer weight = edge.getWeight();

            System.out.printf("%-10s%-20s%s%n", hubOrigin, "--(" + weight + ")--", hubDestination);
        }

    }

}
```

```
2 usages   SobreRodasPlays
public static int calculateTotalDistance(MapGraph<Hub, Integer> minimumSpanning) {
    int totalDistance = 0;

    if (minimumSpanning != null) {
        for (Edge<Hub, Integer> edge : minimumSpanning.edges()) {
            totalDistance += edge.getWeight();
        }
    }

    return totalDistance;
}
```

printMinimumSpanningTree e **calculateTotalDistance:**

O penúltimo método da classe MinSpanningTreeResult é o printMinimumSpanningTree. Este método imprime na saída padrão a representação visual da árvore de abrangência mínima. Se a árvore fornecida (minimumSpanning) for null, imprime uma mensagem indicando que a árvore é nula. Caso contrário, imprime as arestas da árvore no formato "Origem --(Distância(m))-- Destino". Por último temos o método calculateTotalDistance. Este método calcula e retorna a distância total da árvore de abrangência mínima. Se a árvore fornecida

(minimumSpanning) for null, retorna 0 indicando que a distância total é zero. Caso contrário, soma os pesos de todas as arestas na árvore para obter a distância total.

Complexidade dos métodos da classe MinSpanningTreeResult:
getGraph(): O(1)
getMinimumSpanningTree: Geralmente O(E + V * log(V)) dependendo da implementação específica do algoritmo de Prim.
printMinimumSpanningTree: O(E)
calculateTotalDistance: O(E)

```
public static <V, E> MapGraph<V, E> minimumSpanningTree(MapGraph<V, E> g, Comparator<E> ce, BinaryOperator<E> sum, E zero) {
    Set<V> visitedVertices = new HashSet<>();

    PriorityQueue<Edge<V, E>> edgeQueue = new PriorityQueue<>(Comparator.comparing(e -> e.getWeight(), ce));

    MapGraph<V, E> minimumSpanningTree = new MapGraph<>( directed: true);

    V startVertex = g.vertices().iterator().next();
    visitedVertices.add(startVertex);

    for (Edge<V, E> edge : g.outgoingEdges(startVertex)) {
        edgeQueue.add(edge);
    }

    while (visitedVertices.size() < g.numVertices()) {
        Edge<V, E> minEdge = edgeQueue.poll();
        if (minEdge == null) {
            break;
        }

        V destVertex = minEdge.getVDest();

        if (!visitedVertices.contains(destVertex)) {
            visitedVertices.add(destVertex);

            minimumSpanningTree.addEdge(minEdge.getVOrig(), destVertex, minEdge.getWeight());

            for (Edge<V, E> edge : g.outgoingEdges(destVertex)) {
                edgeQueue.add(edge);
            }
        }
    }
    return minimumSpanningTree;
}
```

minimumSpanningTree:

Este método é fundamental para a classe MinSpanningTreeResult, apesar de estar presente na classe GraphAlgorithms, pois é responsável por calcular a árvore de abrangência mínima utilizada nos métodos relacionados a essa classe, como getMinimumSpanningTree e outros. Ele representa uma implementação eficiente do algoritmo de Prim para encontrar uma árvore de abrangência mínima em um grafo ponderado não direcionado. Falando agora do metodo propriamente dito, este inicia as estruturas de dados, adiciona o startVertex aos vértices visitados e insere todas as arestas conectadas a startVertex na fila de prioridade. Executa um loop até que todos os vértices sejam visitados: Obtém a aresta de menor peso (minEdge) da fila de prioridade. Verifica se a fila de prioridade está vazia. Se sim, o grafo não está conectado e o loop é interrompido. Obtém o vértice de destino (destVertex) da aresta. Verifica se o vértice de destino já foi visitado. Se não, adiciona o vértice aos visitados, adiciona a aresta à árvore de abrangência mínima e insere todas as arestas conectadas ao vértice de destino na fila de prioridade. Por último retorna o grafo representando a árvore de abrangência mínima.

A complexidade geral do método minimumSpanningTree é aproximadamente O(E + V * log(V)) em termos de tempo e O(V + E) em termos de espaço. Esta complexidade faz do algoritmo de Prim uma escolha eficiente para encontrar árvores de abrangência mínima em grafos ponderados não direcionados.