

系统仿真学报  
*Journal of System Simulation*  
ISSN 1004-731X, CN 11-3092/V

## 《系统仿真学报》网络首发论文

题目：基于改进人工势场法的多无人机三维编队路径规划  
作者：湛海云，陈华胄，刘强  
收稿日期：2018-05-02  
网络首发日期：2019-01-14  
引用格式：湛海云，陈华胄，刘强. 基于改进人工势场法的多无人机三维编队路径规划[J/OL]. 系统仿真学报.  
<http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.3092.v.20190111.0949.044.html>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

# 基于改进人工势场法的多无人机三维编队路径规划

湛海云<sup>1,2</sup>, 陈华胄<sup>2</sup>, 刘强<sup>2</sup>

(1. 西南石油大学(南充), 四川省南充市, 637001; 2. 西南石油大学电气信息学院, 四川省成都市, 610500)

**摘要：**针对传统人工势场法的障碍物附近目标不可达、存在局部极小点和振荡的问题对势场函数进行分析和改进，以保证目标点为势场的全局最小点。在动态势场中，引入是否陷入局部极小点的判断机制，并结合一种“沿目标方向 $90^\circ$ 移动”的方法来跳出局部极小点，实现多无人机编队的路径规划、协同避障和防碰撞。最后利用回归搜索法来对路径进一步优化。MATLAB 的仿真结果显示，此改进方法有效地弥补了传统人工势场法的不足，提高了人工势场法的实用性。

**关键词：**四旋翼无人机；编队飞行；人工势场法；局部极小点；路径优化

**中图分类号：**V249      **文献标识码：**A

**DOI:**

## Multi-UAV 3D Formation Path Planning Based on Improved Artificial Potential Field

CHEN Hai-yun<sup>1,2</sup>, CHEN Hua-zhou<sup>2</sup>, LIU Qiang<sup>2</sup>

(1. Southwest Petroleum University (Nanchong), Nanchong, 637001, China; 2. School of Electrical Engineering and Information, Southwest Petroleum University, Chengdu, 610500, China)

**Abstract:** To address the problems of traditional artificial potential field with GNRON (goal nonreachable with obstacles nearby), local minima and chattering, the potential field is improved to guarantee that the goal is global minimum. A mechanism of judging whether to fall into local minima is introduced into the dynamic potential field. Jumping out the local minima by using a method of “moving along the orientation of  $90^\circ$  of goal direction”. Consequently, the path planning of multi-UAV formation, synergistic obstacle avoidance and collision prevention are realized. Finally, the path is optimized by applying the regression search method. Simulation results show that the drawbacks of conventional artificial potential field are solved effectively, and the practicability of artificial potential field is enhanced conspicuously.

**Keywords:** Quadrotor; Flight Formation; Artificial Potential Field; Local Minima; Path Optimization

## 引言

无人机编队相比单无人机具有无可比拟的优势，比如可以扩大搜索范围、可靠性高、提高无人

机整体效率等。四旋翼无人机编队目前最主要的应用是编队飞行表演，多架无人机飞到一定高度，到达目标点，组合成各种图案。而无人机在飞行过程中，防撞避障一直是一个不可避免的问题。针对这个问题，国内外许多学者都做了研究，其中人工势场法因为算法简单、容易实现，得到了广泛运用。

人工势场法是一种虚拟力法，由 Khatib 在 1986 年提出<sup>[1]</sup>。其基本思想是构造一种虚拟势场，机器人在势场中受到目标点的引力，同时受到障碍物的排斥力，机器人在合力的作用下移动。但是传统人工势场法存在几个问题：障碍物附近目标不可达、机器人易陷入局部极小点、在障碍物附近容易产生



收稿日期：2018-05-02 修回日期：2018-12-05  
基金项目：南充市市校科技战略合作项目 (NC17SY4011)  
作者简介：湛海云（1967-），男，四川南充，硕士，硕士生导师，教授，研究方向为先进自动控制理论；陈华胄（1994-），男，四川凉山，硕士生，研究方向为控制理论与控制工程、四旋翼无人机飞行控制；刘强（1994-），男，四川南充，硕士生，研究方向为控制理论与控制工程。

振荡。国内外许多学者都对传统人工势场法的不足之处提出了不同的改进方法,运用在地面机器人以及无人机二维编队上。

高溪钠、吴丽娟等首先利用目标点搜索算法确定每个机器人的最佳目标点,再改进势场函数,实现多机器人一致性编队<sup>[2]</sup>。朱毅等针对未知环境下的路径规划问题,提出“奔向目标行为”、“沿墙走行为”来逃离局部极小点<sup>[3]</sup>。徐飞在机器人陷入局部极小点后,提出设置中间目标的方法,使机器人跳出局部极小点<sup>[4]</sup>。上述文献都是针对地面机器人的移动,对于无人机,代冀阳等设计了一种分层势场法,引入回环力,实现了无人机的路径规划,并提出了一种路径评价机制,但是该方法的缺点是分层越多,规划速度越慢<sup>[5]</sup>。在解决局部极小点这个问题上,卢恩超等针对大型障碍物问题,提出一种边缘探测法,使无人机沿障碍物边缘行走,直至跳出隐患区<sup>[6]</sup>。罗乾又等设计了一种虚拟目标法来解决局部极小点问题,当传感器检测到机器人陷入局部极小点时,系统在原目标点周围产生一个虚拟目标,从而使无人机所受合力不为零<sup>[7]</sup>。Xing Yang、Wei Yang 等对势场函数做了优化,解决了局部极小点问题和障碍物附近目标不可达问题,并且提出一种回归搜索法对路径进一步全局优化<sup>[8]</sup>。L. Garc á-Delgado、A. Dzul 等对四旋翼无人机二维编队进行研究,利用产生期望力的简单势函数和嵌套饱和控制器将飞行器移动到目标位置,并通过稳定性分析得到选取编队增益的条件<sup>[9]</sup>。

目前国内外各学者对人工势场法的研究大多限于二维平面内的地面移动机器人,并且是在静态的势场中的单机器人的路径规划。本文针对 6 自由度的多架四旋翼无人机,将人工势场法扩展到三维空间。由于各无人机是移动的,它们产生的斥力场是动态变化的,所以本文设计的算法是在时间域中实时计算的。四旋翼无人机具有可垂直起降、悬停、飞行速度低、可做大角度机动转弯等特点,所以在避障过程中可以有效地机动。首先分析传统人工势场法出现局部极小点、障碍物附近目标不可达的原因,再在势场函数表达式上做改进,引入是否陷入局部极小点判断机制,当无人机陷入局部极小点后,结合一种“沿目标方向 90°移动”的方法来跳

出局部极小点。最后结合参考文献[7]提出的回归搜索法对路径进一步全局优化。

## 1 传统人工势场法模型

为了研究方便,这里将四旋翼无人机看作是一个球形刚体模型,将障碍物视作球体。编队中各无人机的目的是从起点到达各自的目标位置,形成编队图案。

假设系统中存在  $n$  架无人机,  $m$  个障碍物。第  $i$  架无人机当前位置  $\mathbf{P}_i(x_i, y_i, z_i)$ , 第  $j$  个障碍物位置为  $\mathbf{P}_{oj}(x_{oj}, y_{oj}, z_{oj})$ , 第  $i$  架无人机的目标位置为  $\mathbf{P}_{gi}(x_{gi}, y_{gi}, z_{gi})$ 。考虑第  $i$  架无人机与第  $j$  个障碍物的距离

$$l_{oj} = \|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{oj}\|_2 \quad (1)$$

第  $i$  架无人机与第  $k$  架无人机之间的距离

$$l_{ik} = \|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_k\|_2 \quad (2)$$

第  $i$  架无人机与其对应目标点距离

$$l_{gi} = \|\mathbf{P}_{gi} - \mathbf{P}_i\|_2 \quad (3)$$

构造人工势场:

$$\mathbf{U}_{rep1ij} = \begin{cases} \frac{1}{2}k_1\left(\frac{1}{l_{oj}} - \frac{1}{l_{\max}}\right)^2, & l_{oj} \leq l_{\max} \\ 0, & l_{oj} > l_{\max} \end{cases} \quad (4)$$

$$\mathbf{U}_{rep2ik} = \begin{cases} \frac{1}{2}k_2\left(\frac{1}{l_{ik}} - \frac{1}{l_{\max}}\right)^2, & l_{ik} \leq l_{\max} \\ 0, & l_{ik} > l_{\max} \end{cases} \quad (5)$$

$$\mathbf{U}_{att} = \frac{1}{2}\eta l_{gi}^2 \quad (6)$$

其中  $k_1$  为障碍物对无人机斥力增益系数;  $k_2$  为无人机对无人机斥力增益系数;  $\eta$  为目标点对无人机引力增益系数;  $\mathbf{U}_{rep1}$  为障碍物对无人机产生的斥力场;  $\mathbf{U}_{rep2}$  为其他无人机对目标无人机产生的斥力场;  $l_{\max}$  为人为设定的障碍物影响距离;  $\mathbf{U}_{att}$  为无人机对应目标点对其产生的引力场。所以第  $i$  架无人

机受合势场的作用：

$$U_i = U_{atti} + \sum_{j=1}^m U_{rep1ij} + \sum_{k=1}^n U_{rep2ik} \quad (7)$$

第  $i$  架无人机所受合力为势场函数的负梯度：

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{atti} &= -\mathbf{grad}(U_{atti}) = \eta l_{gi}^2 \\ \mathbf{F}_{repi} &= -\mathbf{grad} \left( \sum_{j=1}^m U_{rep1ij} + \sum_{k=1}^n U_{rep2ik} \right) \\ &= \sum_{j=1}^m k_1 \left( \frac{1}{l_{ojj}} - \frac{1}{l_{\max}} \right) + \sum_{k=1}^n k_2 \left( \frac{1}{l_{ik}} - \frac{1}{l_{\max}} \right) \\ \mathbf{F}_i &= \mathbf{F}_{atti} + \mathbf{F}_{repi} \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)中斥力计算需满足无人机与障碍物距离或无人机与无人机距离小于  $l_{\max}$ ，否则所受斥力为零。无人机在合力的作用下向目标点移动，并避开障碍。无人机受力分析如图 1 所示：

当目标附近存在障碍物时，无人机所受引力不断减小，而斥力不断增强，导致无人机无法到达目标；在无人机飞行过程中如果某一点所受斥力和引力大小相同，方向相反，则无人机就陷入了局部极小点；如果航迹上存在一个狭窄区域，四周都有障碍物，则无人机会发生震荡现象，导致无人机来回移动，不能继续前行。

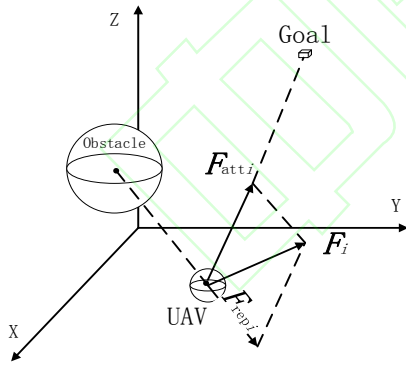


图 1 无人机在势场中受力分析  
Fig.1 Force analysis of UAV in potential field

## 2 改进势场函数

对斥力场函数进行改进，引入无人机与目标之间相对距离  $l_g$ ，将原来的势场函数乘以一个  $l_g^p$  ( $p$  是一个大于 0 的任意实数)，使得目标位置处斥力为 0，从而确保了目标点为整个势场的全局最小点，

让无人机能够顺利到达目标<sup>[11]</sup>。改进后的斥力函数为：

$$\begin{aligned} U_{rep1ij} &= \begin{cases} \frac{1}{2} k_1 \left( \frac{1}{l_{ojj}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^2 l_{gi}^p, & l_{ojj} \leq l_{\max} \\ 0, & l_{ojj} > l_{\max} \end{cases} \\ U_{rep2ik} &= \begin{cases} \frac{1}{2} k_2 \left( \frac{1}{l_{ik}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^2 l_{gi}^p, & l_{ik} \leq l_{\max} \\ 0, & l_{ik} > l_{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

此时斥力为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{repi} &= -\mathbf{grad} \left( \sum_{j=1}^m U_{rep1ij} + \sum_{k=1}^n U_{rep2ik} \right) \\ &= \mathbf{F}_{repi1} + \mathbf{F}_{repi2} \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{repi1} &= \sum_{j=1}^m k_1 \left( \frac{1}{l_{ojj}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^p l_{gi}^p \frac{1}{l_{ojj}^2} \frac{\partial l_{ojj}}{\partial \mathbf{P}_i} \\ &+ \sum_{k=1}^n k_2 \left( \frac{1}{l_{ik}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^p l_{gi}^p \frac{1}{l_{ik}^2} \frac{\partial l_{ik}}{\partial \mathbf{P}_i} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{F}_{repi1}\| &= \sum_{j=1}^m k_1 \left( \frac{1}{l_{ojj}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^p \frac{1}{l_{ojj}^2} l_{gi}^p \\ &+ \sum_{k=1}^n k_2 \left( \frac{1}{l_{ik}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^p \frac{1}{l_{ik}^2} l_{gi}^p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{repi2} &= -\frac{p}{2} \sum_{j=1}^m k_1 \left( \frac{1}{l_{ojj}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^2 l_{gi}^{p-1} \frac{\partial l_{gi}}{\partial \mathbf{P}_i} \\ &- \frac{p}{2} \sum_{k=1}^n k_2 \left( \frac{1}{l_{ik}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^2 l_{gi}^{p-1} \frac{\partial l_{gi}}{\partial \mathbf{P}_i} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{F}_{repi2}\| &= \frac{p}{2} \sum_{j=1}^m k_1 \left( \frac{1}{l_{ojj}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^2 l_{gi}^{p-1} \\ &+ \frac{p}{2} \sum_{k=1}^n k_2 \left( \frac{1}{l_{ik}} - \frac{1}{l_{\max}} \right)^2 l_{gi}^{p-1} \end{aligned}$$

式(11)和式(12)中， $\mathbf{F}_{repi1}$  和  $\mathbf{F}_{repi2}$  为  $\mathbf{F}_{repi}$  的两个分力， $\mathbf{F}_{repi1}$  指向飞行器， $\mathbf{F}_{repi2}$  指向目标点。引力场函数不做变化。

## 3 局部极小点判断与逃离

势场中局部极小点存在的原因有多种，主要有：1) 目标、障碍物、无人机在同一直线上，排

斥力刚好等于吸引力；2) 无人机陷入一个多障碍物围成的狭小空间内，所受吸引力与排斥力大小相等，方向相反；3) 目标附近存在障碍物。每架无人机在飞行过程中，不断记录自己的位置和方向，

假设第  $i$  架无人机当前位置为  $P_{ik}(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik})$ ，上

一时刻位置为  $P_{ik-1}(x_{ik-1}, y_{ik-1}, z_{ik-1})$ ，如果

$\|P_{ik} - P_{ik-1}\| < \varepsilon$  且  $\|P_{ik} - P_{gi}\| > \xi$ ，则判断无人机陷入

了局部极小点，并且局部极小点的位置是  $P_{ik-1}$ ；若

$\|P_{ik} - P_{gi}\| < \xi$ ，则判断为无人机已到达目标点。 $\varepsilon$ 、 $\xi$

是大于 0 的常数。

如果检测到某一架无人机陷入了局部极小点，则在该无人机指向目标点的方向的法平面上附加一个势场，势场方向选择随机，使其沿着与目标方向  $90^\circ$  的方向移动，跳出局部极小点。图 2 以存在局部极小点的第一种情形为例，其中  $F_{repi} = F_{atti}$ ，

即无人机受到的引力和斥力相等。其他存在局部极小点的情况，所使用的方法也一致。

附加势场函数为：

$$U_{add} = \begin{cases} s \frac{1}{\|P_i - P_{local}\|_2^2}, & \|P_i - P_{local}\|_2^2 \leq l_{amax} \\ 0, & \|P_i - P_{local}\|_2^2 > l_{amax} \end{cases} \quad (13)$$

其中  $P_{local}$  代表局部极小点的位置， $l_{amax}$  是附加势场最大影响距离， $s$  是一个大于零的常数。

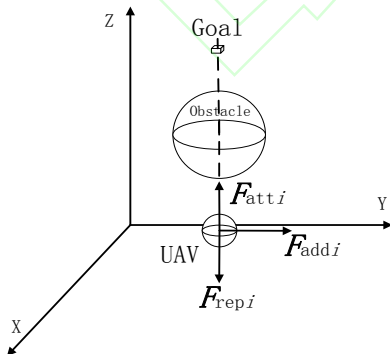


图 2 施加附加力逃离局部极小点

Fig.2 Applying additional force to escape the local minima

事实上，如果判断到无人机陷入局部极小点，则附加任意方向的力，都能使其暂时逃离局部极小点。选择附加力垂直于无人机指向目标的方向（即

目标方向的法平面上的任意方向）是因为这样更容易逃离局部极小点，如果附加力与引力或斥力方向相同或夹角较小，则无人机容易在局部极小点附近来回震荡。

## 4 路径优化

为了看起来更直观，我们在二维平面上分析路径优化问题。

众所周知，两点之间直线段最短，我们都希望无人机在从起始点到达目标过程中航迹最短、用时最少。而改进后的人工势场法虽然解决了障碍物附近目标不可达、局部极小点问题，但其规划出的航迹不是最优的。下面将介绍基于回归搜索法的路径优化方法。

如图 3 所示，在改进后的人工势场法规划出的路径上等距选取  $\{P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n\}$   $n$  个点，连接  $P_1$ 、 $P_2$ ，若线段  $\overline{P_1P_2}$  与障碍物安全距离  $l_0$  的范围无交点，则连接  $P_1$ 、 $P_3$ ，依次下去。若  $\overline{P_1P_i}$  与障碍物安全距离的范围无交点，且  $\overline{P_1P_{i+1}}$  与障碍物安全距离的范围存在交点，则选择  $\overline{P_1P_i}$  为优化后的路径线段。再从  $P_i$  出发，重复上述过程，直到到达目标点为止。本文研究是处在一个以时间变化为参考的动态势场中，在步长设置为常数的情况下，无人机的运动是匀速的， $\{P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n\}$  的选取实际上是根据无人机在等时间间隔下的不同坐标来确定的。

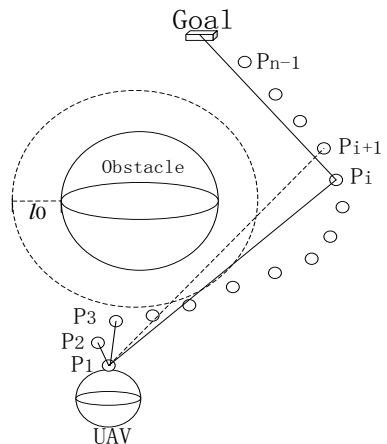


图 3 回归搜索法的路径优化

Fig.3 Path Optimization based on regression search

事实上， $\{P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n\}$  也可以选取在某个



合适距离范围内的随机点,即 $\overline{P_i P_{i+1}} \leq D$ ,该范围 $D$ 的值越小,选取的点越密集,路径优化更准确,但迭代次数越多,计算时间越长。利用该算法优化后的无障碍路径是全局最优的<sup>[7]</sup>。

## 5 仿真验证

本文实验平台采用 MATLAB9.3。基于改进人工势场法的无人机编队主程序流程图如图 4 所示。

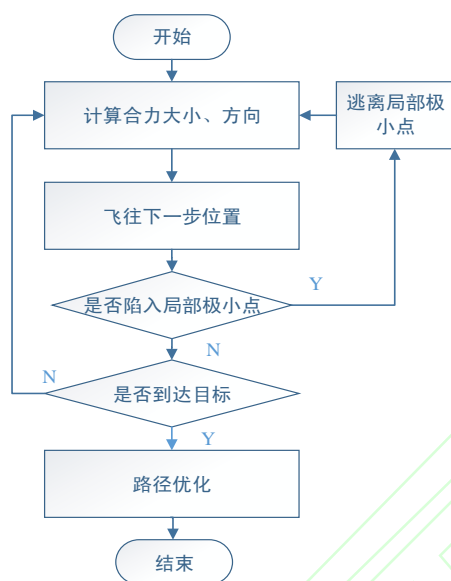


图 4 主程序流程图  
Fig.4 Flow chart of main program

以 5 架无人机为例,选取引力场增益系数 $\eta=20$ ,障碍物与无人机的斥力增益系数 $k_1=9$ ,无人机与无人机之间的斥力增益系数 $k_2=8$ ,取 $p=3$ ,障碍物最大影响距离 $l_{\max}=3$ ,无人机半径为 0.5,各障碍物大小不一。无人机的初始坐标、目标点坐标由人为设定,目标点坐标可以按要求排列成一定的图案。在实际运用中,无人机的坐标点、无人机之间距离由机载传感器和 GPS 测得,并使用相应算法获得准确位置坐标,这属于另一个研究课题,这里不做讨论。

首先采用传统人工势场法对无人机编队进行仿真。结果如图 5 所示,可以看到,当目标附近存在障碍物时,导致无人机受力为 0,从而陷入局部极小点,在局部极小点附近来回震荡。

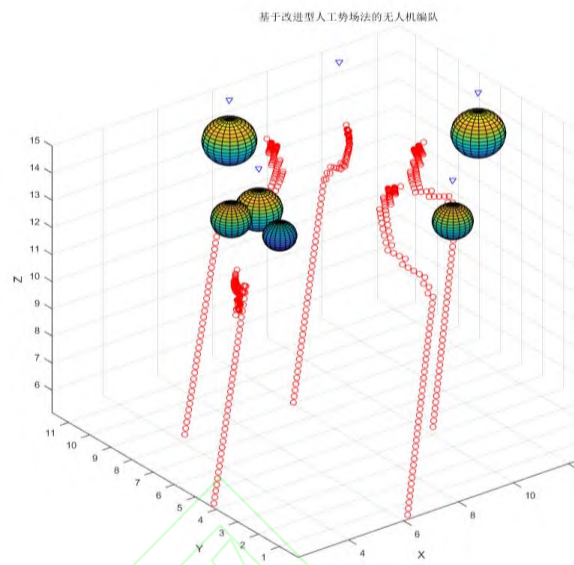


图 5 传统人工势场法  
Fig5. Traditional Artificial Potential Field

改进势场函数后,无人机从相同的起点出发,各自的目标点、障碍物的分布都不做变化,结果如图 6 所示。各无人机都规划出一条无障碍路径飞往目标点。但是可以看到蓝色的两条路径存在较大的震荡现象。

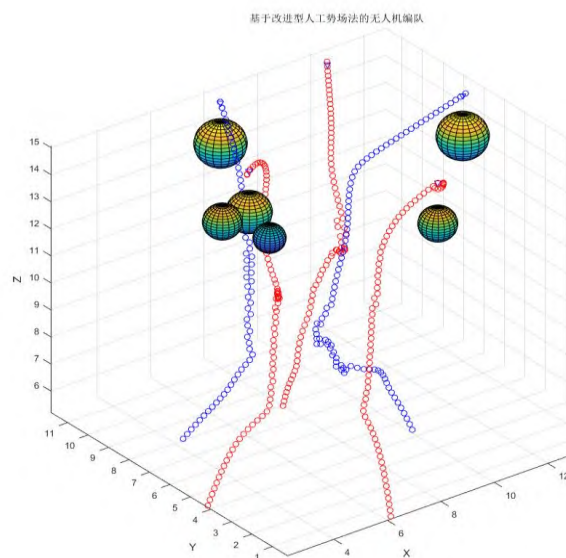


图 6 改进势场函数后的人工势场法  
Fig.6 APF of improved field functions

改进后的势场函数保证了目标点为全局势场最小点,但在无人机编队的动态势场中,还是存在局部极小点。

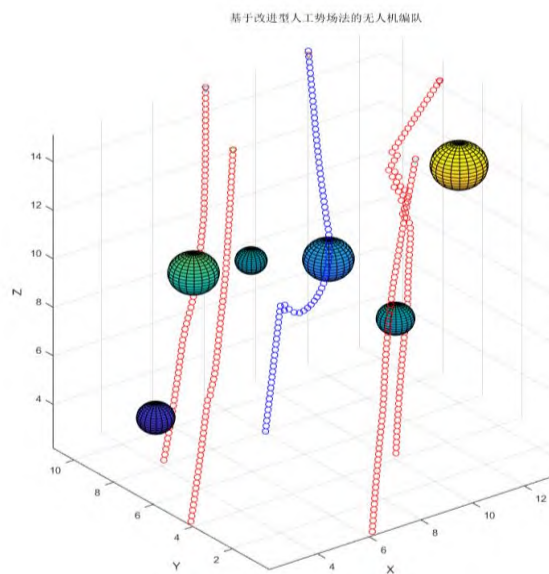


图7 极小点的判断与逃离  
Fig.7 Local minima's judgement and escape

引入局部极小点判断机制，并采用本文提出的“沿目标方向  $90^\circ$  移动”的方法来逃离局部极小点，仿真结果如图7所示。其中蓝色航迹为无人机陷入局部极小点后，沿目标方向的法平面逃离局部极小点，顺利到达目标。

人工势场法所规划的路径会存在交叉现象，由于人工势场法本身的特点，不同无人机不可能同时出现在同一坐标点，所以不同无人机是在不同的时刻通过路径交叉点的，不会发生碰撞。

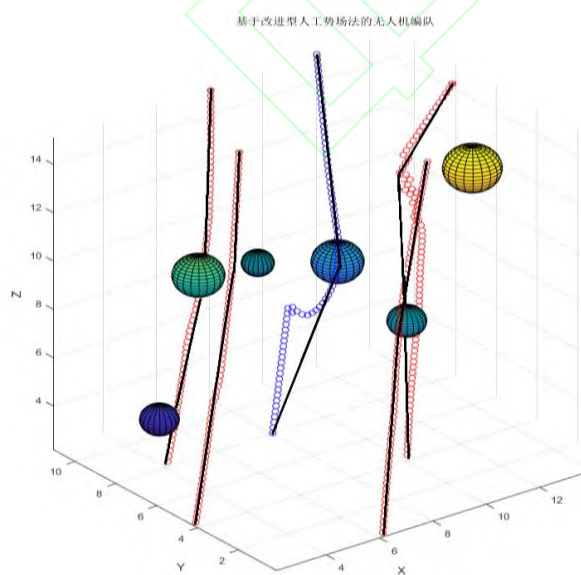


图8 基于回归搜索的路径优化法  
Fig.8 Path optimization based on regression search

无人机编队规划出各自的无障碍路径通往目标后，采用回归搜索进行路径优化，仿真结果如图8所示。黑色线段即优化后的路径。

## 6 结论

本文对传统人工势场法的势场函数做了改进，使其运用到无人机编队的三维空间，并在判断无人机陷入局部极小点后，提出了一种逃离局部极小点的方法，解决了局部极小点、目标不可达等问题。最后利用回归搜索对改进后的人工势场法规划出的路径做了全局优化。MATLAB 仿真结果显示，可以利用改进后的人工势场法实现无人机三维编队飞行，使无人机通过无障碍路径到达目标点。

由于无人机在逃离局部极小点时，会做出  $90^\circ$  大角度转弯的动作，所以该方法只适用于低速飞行的垂直起降低速飞行器，当然也同样适用于地面移动机器人的编队。本文对障碍物建立的模型都是理想化的球体，而现实中的障碍物是各种形状的，并且还有其他动态障碍物，但这并不影响该方法的实用性。无人机与无人机之间并不存在通信拓扑结构，所以今后的研究方向将着力于无人机之间的通信，增强编队系统的性能。

## 参考文献

- [1] 王新民, 王晓燕, 肖堃. 无人机编队飞行技术[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2015.9, 70-83  
Wang Xinmin, Wang Xiaoyan, Xiao Kun. Formation Flight Technology of UAV[M]. Northwestern Polytechnic University Press, Xi'an, 2015.9, 70-83
- [2] 高溪钠, 吴丽娟, 李玮 玮,等. 多机器人编队的人工势场法控制[J]. 辽宁科技大学学报, 2014, 37(4):381-386.  
Xina G , Lijuan W U , Weiwei L I , et al. Formation control of multi robots with artificial potential field method[J]. Journal of University of Science and Technology Liaoning, 2014, 37(4):381-386
- [3] 朱毅, 张涛, 宋靖雁. 未知环境下势场法路径规划的局部极小问题研究[J]. 自动化学报, 2010, 36(8):1122-1130.  
Yi G, Tao Z, Jingyan S. Study on the Local Minima Problem of Path Planning Using Potential Field Method in Unknown Environments[J]. ACTA AUTOMATICA SINICA, 2010, 36(8):1122-1130
- [4] 徐飞. 基于改进人工势场法的机器人避障及路径规划研

- 究[J]. 计算机科学, 2016, 43(12):293-296.
- Fei X. Research on Robot Obstacle Avoidance and Path Planning Based on Improved Artificial Potential Field Method[J]. Computer Science, 2016, 43(12):293-296.
- [5] 代冀阳, 王村松, 殷林飞,等. 飞行器分层势场路径规划算法[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(11):1505-1510.
- Jiyang D, Cunsong W, Linfei Y. Hierarchical potential field algorithm of path planning for aircraft[J]. Control Theory & Applications, 2016, 43(12):293-296
- [6] 卢恩超, 张邓澜, 宁雅男,等. 改进人工势场法的机器人路径规划[J]. 西北大学学报:自然科学版, 2012, 42(5):735-738.
- Enchao L, Denglan Z, Ya'nan N. Path planning for Robot based on improved artificial potential field method[J]. Journal of Northwest University (Natural Science Edition), 2012, 42(5):735-738
- [7] 罗乾又, 张华, 王姮,等. 改进人工势场法在机器人路径规划中的应用[J]. 计算机工程与设计, 2011, 32(4):1411-1413.
- Qianyou L, Hua Z, Heng W. Application of improved artificial potential field approach in local path planning for mobile robot[J]. Computer Engineering and Design, 2011, 32(4):1411-1413
- [8] Yang X, Yang W, Zhang H, et al. A new method for robot path planning based artificial potential field[C]// Industrial Electronics and Applications (2158-2297). IEEE, 2016:1294-12949.
- [9] García-Delgado L, Dzul A, Santibáñez V, et al. Quad-rotors formation based on potential functions with obstacle avoidance[J]. Control Theory & Applications Iet (1751-8652), 2012, 6(12):1787-1802.
- [10] 江杰, 任恒靓. 基于改进人工势场法的移动机器人路径规划的研究[J]. 自动化应用, 2017(8):80-83.
- Jie J, Hengliang R. Research on Path Planning of Mobile Robot Based on Improved Artificial Potential Field Method[J]. Automation Application, 2017(8):80-83
- [11] Rizqi A A A, Cahyadi A I, Adji T B. Path planning and formation control via potential function for UAV Quadrotor[C]// International Conference on Advanced Robotics and Intelligent Systems (978-1-4799-5846-7). IEEE, 2014:165-170.
- [12] Sun F, Han S. A flight path planning method based on improved artificial potential field[C]// International Conference on Computer, Information and Telecommunication Systems (978-1-5090-0690-8). IEEE, 2016:1-5.
- [13] Liu Z, Jiang T. Route planning based on improved artificial potential field method[C]// Asia-Pacific Conference on Intelligent Robot Systems (978-1-5090-6793-0). 2017:196-199.
- [14] 孙景亮, 刘春生, 史浩明. 基于动态势场法的最优一致性避障算法研究[J]. 飞行力学, 2015, 33(4):376-380.
- Jing-Liang S, Chun-Sheng L, Hao-Ming S. Optimal consensus algorithm for obstacle avoidance based on dynamic potential field[J]. Flight Dynamics, 2015.
- [15] 郭泉鹏. 基于改进人工势场法的机器人路径规划算法研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2017. 26-42
- Xiaopeng G. Research on Improved Artificial Potential Field Path Planning Algorithm [D]. Harbin Institute of Technology, 2017. 26-42