文章编号: 1000-6893(2010)09-1802-07

一种凸多边形区域的无人机覆盖航迹规划算法

陈海,王新民,焦裕松,李俨

(西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710072)

An Algorithm of Coverage Flight Path Planning for UAVs in Convex Polygon Areas

Chen Hai, Wang Xinmin, Jiao Yusong, Li Yan (College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi an 710072, China)

摘 要: 覆盖航迹规划技术对于提高无人机的侦察能力和目标搜索能力具有重要的意义。首先从能量、路程、时间角度、理论上证明了转弯过程比直线平飞过程的效率低。其次给出了凸多边形跨度和宽度的定义,并把凸多边形区域的覆盖航迹规划问题转化为求凸多边形宽度的问题。最后证明了凸多边形区域的宽度只可能出现于"点边式"跨度之中,并给出了一种高效的"点边式"宽度算法。无人机只需要沿着宽度出现时的支撑平线方向飞行,即可以取得最少的转弯次数。通过仿真分析,证明了所提出的算法能够有效解决无人机在凸多边形区域中的覆盖航迹规划问题。

关键词:无人机; 凸多边形区域;覆盖航迹规划; 跨度; 宽度中图分类号: V 279 文献标识码: A

Abstract: The coverage flight path planning is very important to enhance the UAV s abilities of reconnaissance and target searching. From the view points of energy, route length and duration, the turning motion is proved to be less efficient compared with the flat flying theoretically. The definitions of span and width for convex polygons are given, and the problem of coverage flight path planning in a convex polygon area is transformed to the width calculation of the convex polygon. A high performance vertex-edge algorithm to obtain the width of a convex polygon is given based on the theorem which proves that only vertex-edge pairs need to be considered in the computation of the width. If a UAV flies along the direction of parallel lines of support with the obtaining of width, the coverage path can get the least number of turns. Finally, a simulation is implemented and the result proves that the proposed algorithm can solve the problem of coverage flight path planning in a convex polygon efficiently.

Key words, unmanned aerial vehicles; convex polygon area; coverage flight path planning; span; width

无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV) 具有价格低廉、机体小、机动灵活、起飞不受限制、 无人员伤亡、空勤保障简单等优点,在现代战争中 正发挥着越来越重要的作用。

航迹规划(Flight Path Planning)技术作为任务规划的一部分,对于提高无人机的生存能力和执行任务能力,具有重要的意义。而一般情况下所指的航迹规划是"点对点"的航迹规划,定义为在一定的环境下,寻找飞行器从起始点到目标点满足某种性能指标,避开所有威胁源和障碍物的最优飞行路线[1]。而当需要获取某一区域的全面有用信息,或者需要在特定区域搜索目标时,就需要覆盖航迹规划(Coverage Flight Path Planning)技

术。覆盖航迹规划指在满足某种性能指标最优的前提下,避开威胁源和障碍物,规划出一条能够遍历探测区域的最优飞行路线^[2]。无人机覆盖航迹规划的应用领域主要包括安全监控、战场侦察、目标搜索、地形测绘、矿藏勘测等。

现阶段,国内外对"点对点"的航迹规划问题已经开展了广泛的研究,但对于覆盖航迹规划的研究却相对较少,主要的研究也集中在机器人领域^[3-5]。

无人机覆盖航迹规划与机器人覆盖路径规划(Coverage Path Planning)有一定的相似之处^[6],但也有所区别。主要的区别在于:①无人机不允许飞行过程中出现直角转弯、停止、侧移,甚至倒退等机动,而机器人则很容易实现上述机动;②无人机转弯时有最小转弯半径的限制,而机器人一

随着无人机高度、俯仰角、偏航角的变化而变化, 而机器人则不会出现这种情况。

以往针对无人机覆盖航迹规划算法的研究大多忽略了机器人与无人机的不同^[7-8],并且没有专门针对凸多边形这一基本区域进行研究,即使把复杂区域分解为简单的基本区域。也没有在基本区域中实现覆盖航迹的最优^[9-10]。

以无人机对一个凸多边形区域进行覆盖式搜索为研究背景,针对无人机与机器人覆盖路径规划过程的不同,给出了一种以转弯次数最少为优化准则的覆盖航迹规划方法,实现了凸多边形区域中覆盖航迹的最优。

1 转弯过程的能量分析

大多数情况下,待覆盖区域为凸多边形区域,因此,本文主要对凸多边形区域的覆盖航迹规划问题进行研究。

为了使问题得到简化,作如下合理的假设:

- (1) 无人机不重复地对凸多边形区域进行 遍历。
- (2) 遍历采用扫描线方式,即无人机沿直线飞行,遇到边界后转向,然后沿反方向直线飞行,如此反复迂回,直到整个区域被覆盖³。
 - (3) 无人机视为一个质点。
- (4) 待覆盖区域中的地形高程相对于无人机的飞行高度变化不大, 地形的起伏可以忽略不计。

设无人机转弯过程中无侧滑,且发动机推力沿着飞行速度方向,在航迹坐标系 $S_k(O_kx_ky_kz_k)^{[1]}$ 内建立无人机质心动力学方程:

$$m \frac{\mathrm{d}\nu}{\mathrm{d}t} = T - D - G\sin \mu$$

$$m\nu \frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t} = L\cos \gamma - G\cos \mu$$

$$(m\nu\cos \mu) \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = L\sin \gamma$$
(1)

式中:m 为无人机的质量; ν 为飞行速度;T 为发动机推力;D 为阻力;G 为重力;L 为升力; μ 为航迹倾斜角; φ 为航迹方位角: γ 为航迹滚转角。

当无人机做正常转弯时,即无人机在水平面内做匀速圆周运动时,有 dv/dt=0,dt/dt=0,t=0。将法向惯性力形式改写为 $(mv\cos t) d\varphi/dt=mv^2/r$,其中 t=0,为转弯半径,则式(1)可简化为

$$T = D (2a)$$

$$L\cos \gamma = G$$
 (2b)

式(2a)表示保持飞行速度不变;式(2b)表示保持飞行高度不变;式(2c)则表示转弯半径不变 $^{[12]}$ 。于是,可得

$$r = \frac{mv^2}{L\sin\gamma} = \frac{v^2}{g} \cdot \frac{G}{L} \cdot \frac{1}{\sin\gamma} = \frac{v^2}{g\sqrt{n_z^2 - 1}}$$
(3)

式中: $n_z = L/G$ 为无人机的法向过载。由式(2b)可知, 正常转弯时法向过载 $n_z = 1/\cos \gamma$ 。

对于一个 U 型正常转弯, 其转弯时间为

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi v}{g \sqrt{n_z^2 - 1}} \tag{4}$$

由式(2b)可得

$$L = \frac{G}{\cos \gamma} \tag{5}$$

因为 $\cos \gamma \leq 1$, 所以 L > G。

这表明转弯所需的升力比直线平飞所需的升力大。由 $n_z = L/G = 1/\cos \gamma$ 得转弯时的升力系数为

$$C_L = \frac{n_z G}{\frac{1}{2} \rho_{V^2} S} = \frac{n_z G}{QS} \tag{6}$$

式中: ρ 为空气密度; S 为机翼面积; $Q = \rho v^2/2$ 为动压。

因此,转弯过程中无人机的阻力为

$$D = \frac{1}{2} \ell v^{2} C_{D} S = \frac{1}{2} \ell v^{2} S (C_{D_{0}} + K C_{L}^{2}) = \frac{1}{2} \ell v^{2} S \left[C_{D_{0}} + K \left(\frac{n_{z} G}{\frac{1}{2} \ell v^{2} S} \right)^{2} \right] = D_{0} + n_{z}^{2} D_{t}$$
 (7)

式中: C_D 为阻力系数; C_{D_0} 为零升阻力系数; K 为升致阻力因子; D_0 和 D_ℓ 分别为同样高度、速度下平飞时的零升阻力和升致阻力。

由式(7)可以看出,无人机在给定高度、速度下转弯时的阻力,比同样高度、速度下平飞时的阻力大。为了满足式(2a),必须增大发动机的推力,增加推力必然带来燃油经济性的降低。因此,从能量角度分析,转弯过程对于无人机来说是低效的。因此,在进行覆盖航迹规划时,应当尽量减少转弯次数。

2 转弯过程的路程和时间分析

无人机的区域覆盖过程是在三维空间中进行 1. 其成像传感器的探测区域加图 1. 所示

?1994-2019 China Academic Journal Electronic Publishing House, Altrights reserved. http://www.cnki.net

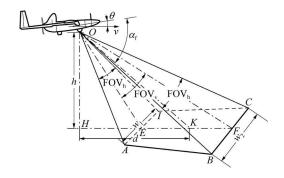


图 1 无人机成像传感器的探测区域

Fig 1 Camera footprint of a UAV

图 1 中 : H 为无人机在地面上的投影; h 为无 人机的飞行高度: FOV, 为垂直视场角(Vertical Field of View), OK 为 FOV, 的角平分线; FOVh 为水平视场角(Horizontal Field of View), OF和 OE 均为 FOV_h 的角平分线; θ 为俯仰角; α_f 为成 像传感器的安装角,即机体纵轴与 FOV, 角平分 线之间的夹角: d 为无人机成像传感器在地平面 上的投影同探测区域中心之间的距离; w1 为探测 区域的后边宽度; w2 为探测区域的前边宽度; 梯 形 AB CI 为成像传感器的探测区域。

无人机对区域的覆盖过程即是探测区域 ABCI 遍历整个待覆盖区域的过程。和机器人不 同,由于无人机处于三维空间之中,无人机的姿态 角、高度以及成像传感器的安装角均会对探测区 域产生影响。

由于无人机成像传感器在地面上的投影与探 测区域的中心不重合,因此无人机需要行进更多 的路程, 然后转弯, 才能不遗漏地对待覆盖区域进 行遍历,如图2所示。

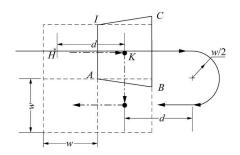


图 2 无人机 U 型转弯示意图 Fig 2 U-turn of a UAV

图 2 中: 实线为无人机飞行路线在地面坐标 系上的投影; 点划线为成像传感器探测区域中心 的移动路线: w 为正方形栅格地图中栅格的宽度, 即扫描宽度, 也等于探测区域的后边宽度 w1。

中,飞行路线的长度大于传感器探测路线的长度。 多做一次转弯机动, 就需要多飞行 $2d + (\pi/2 - 1)w$ 的距离。因此,减少转弯次数,就能够减小无人机 的总飞行路程,在相同飞行速度下,也能够相应缩 短无人机的总飞行时间。

从飞行路程和飞行时间的角度分析,转弯过 程也是低效的,在进行覆盖航迹规划时,应当尽量 减少转弯次数。因此,本文覆盖航迹规划的优化 准则为无人机的转弯次数最少。

覆盖航迹规划问题的转化

设待覆盖区域为凸多边形区域。用字母 V表 示。无人机覆盖过程中的总飞行路程 1all 可表示为

$$l_{\rm all} = l_{\rm in} + l_{\rm out} \tag{8}$$

式中: /in为无人机在待覆盖区域内的飞行路程: lout为无人机在待覆盖区域外的飞行路程。由于 无人机是不重复地对凸多边形区域 V 进行遍历, 因此有

$$l_{\rm in} = \sum_{k=1}^{n_{\rm turn}+1} l_{\rm in, k} = A_V/w \tag{9}$$

式中: $l_{\text{in},k}$ 为在待覆盖区域中飞行路线 k 的长度; Av 为待覆盖区域的面积: n_{turn} 为无人机的转弯次 数。由于

$$w = w_1 = \frac{2h \tan(FOV_h/2)}{\sin(\alpha_f - \theta - FOV_v/2)} \quad (10)$$

式中: af 、FOV v 和 FOV h 取决于无人机和成像传 感器的固有特性,可以认为是常数。因此, w 的大 小只与俯仰角 θ 和高度 h 有关。 θ 和 h 的变化,均 会对成像传感器的图像分辨率产生影响。为了保 证一定的图像分辨率,遍历过程中应尽量保持固 定的俯仰角 θ 和高度 h。因此,可以认为在遍历 过程中 w 为常数。

对于一特定的待覆盖区域, A_V 也为常数。因 此。lin为常数。无人机的总飞行路程只与 lout有 关。lout可表示为

$$l_{\text{out}} = l_{\text{turn}} n_{\text{turn}} \tag{11}$$

式中: /шm 为无人机转弯时在凸多边形区域外的飞 行路程,由无人机和成像传感器的特性决定,可以 认为是一个常数。由此可知,无人机的总飞行路 程只与转弯次数有关,转弯次数 n_{um} 越多,无人机 总的飞行路程就越长。

ntum 可表示为

由图。2.可以看出,无人机在 U 型转弯过程

式中: D_s 为凸多边形区域延某个方向上的跨度; $\begin{bmatrix} x \\ \end{bmatrix}$ 为向上取整符号。

在此,给出凸多边形的跨度和宽度的定义。

定义 1 在平面上做两条相距足够远的平行线。当平行线逐渐向其中心靠拢与凸多边形相交时即刻停止,两平行线之间的距离就定义为凸多边形的跨度 D_s 。 所有跨度中的最小值称为凸多边形的宽度 W,该平行线称为支撑平行线(Parallel Lines of Support),如图 3 所示。一个凸多边形可能有若干个跨度,但只有一个宽度。

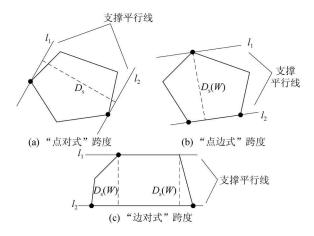


图 3 凸多边形的跨度和宽度

Fig. 3 Spans and widths of convex polygons

凸多边形的跨度分为3种情况:"点对式"(图 3(a)),"点边式"(图 3(b))和"边对式"(图 3(c))^[13]。"点对式"即支撑平行线与凸多边形的两个顶点相交;"点边式"即支撑平行线与凸多边形的两个顶点相交;"点边式"即支撑平行线与凸多边形的两条平行边相交。"边对式"即支撑平行线与凸多边形的两条平行边相交。"边对式"可以认为是"点边式"的特例,只是支撑平行线中的一条与凸多边形中的两个顶点同时相交,这两个顶点与对应支撑平行线间的距离相等。图 3(b)和图 3(c)中的跨度为凸多边形的最小跨度,因此也是凸多边形的宽度。

由以上的分析可知,求凸多边形区域中的最短飞行路程,就转化为求凸多边形的最小跨度(即宽度)问题。如果无人机沿宽度出现时支撑平行线的方向飞行,则可以获得最少的转弯次数,也即能够取得最短的飞行路程。

4 基于"点边式"算法的凸多边形宽度计算

定理 1 凸多边形的宽度只可能出现于"点边式"跨度之中("边对式"认为是"点边式"的一个特例》[13],且一条边只对应一条跨度。1 Floatronic

证明 如图 4 所示, L 和 L 为支撑平行线, 凸多边形 V 介于它们之间, 其中, A'、B'和 C'为凸 多边形的顶点, 此时凸多边形的跨度为"点对式", 即 C'和 F'间的距离 D_{SL} 。

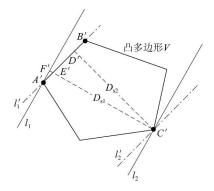


图 4 凸多边形的两种跨度

Fig 4 Two kinds of convex polygon span

由凸多边形跨度的定义可知,此时凸多边形 V 中除了与支撑平行线 L 和 L 相交的两点(图 4 中为点 $A^{'}$ 和点 $C^{'}$)外,其余所有点都在两支撑平行线之间。

把支撑平行线 L 和 L 绕点 A' 和点 C' 进行旋转(旋转方向任意,图 4 中为顺时针方向),直到其中一条平行线与凸多边形的一条边(图 4 中为边A'B')重合为止,得到支撑平行线 L 和 L 。此时 V 的跨度为"点边式",与一条边重合的支撑平行线只有一对,因此,一条边只对应了一条跨度。

过点 C'做关于直线 I_1' 的垂线 C'D',C'D'即为凸多边形 V 在支撑平行线 I_1' 和 I_2' 下的跨度 $(D_{\cdot 2})$ 。因为 $\angle C'D'E'$ 为直角,所以有|C'D'| < |CE'| < |CF'|,即"点边式"的跨度小于"点对式"的跨度。以上结论适合于任意凸多边形的跨度。

由此可知, 凸多边形中"点对式"的跨度大于利用"点对式"其中一点构成的"点边式"的跨度, 因此可以认为凸多边形的宽度只可能出现于"点边式"跨度之中。"边对式"跨度可以认为是"点边式"跨度的一个特例, 由它计算得到两个相等的跨度。

证毕。

定理 2 无人机在凸多边形区域中的最少转 弯次数飞行方向必与凸多边形的一条边平行。

证明 由定理 1 可知, 凸多边形的宽度只可能出现于"点边式"跨度之中, 即凸多边形宽度出现时, 支撑平行线必与一条边重合, 而无人机沿宽度出现时支撑平行线的方向飞行才能获得最少的转弯次数, 因此定理 2 成立。

Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

基于以上思想,提出一种计算凸多边形宽度的"点边式"算法,算法的基本思路如下:首先,计算凸多边形某条边上除了该边上两个顶点外所有顶点与该边的距离;其次,找出这些距离中的最大值,即为对应边上的跨度;接下来,依次计算每条边上对应的跨度;最后,找出所有边对应跨度的最小值,即为凸多边形的宽度。

根据以上思路、"点边式"宽度算法描述如下。 输入 凸多边形 V 的逆时针顶点序列 $\{v_1, v_2, ..., v_{n+1}\}$,其中 n 为凸多边形的顶点数。顶点 $v_i(i \in [1, n+1])$ 的坐标用 $\{x_i, y_i\}$ 表示,并且有 $\{x_{n+1}, y_{n+1}\} = \{x_1, y_1\}$ 。

输出 凸多边形的宽度 W 及对应的边 l_w 和 顶点 v_w (即顶点 v_w 到边 l_w 的距离即为凸多边形的宽度)。

步骤 1 i←1。

步骤 2 *j*←1。

步骤 3 如果 $j \neq i$ 且 $j \neq i+1$ (即不用计算边 $v_i v_{i+1}$ 上 2 个端点 v_i 和 v_{i+1} 与 $v_i v_{i+1}$ 的距离),则按式(13)计算顶点 v_j 与边 $v_i v_{i+1}$ 的距离平方:

$$distance_{ij}^2 =$$

$$\frac{\left[(y_{i+1} - y_i)x_j - (x_{i+1} - x_i)y_j + x_{i+1}y_i - x_iy_{i+1} \right]^2}{(y_{i+1} - y_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2}$$

(13)

步骤 4 如果 j=n 则跳转至步骤 5, 否则 $j \leftarrow j+1$ 跳转至步骤 3。

步骤 5 找出与边 v_iv_{i+1} 对应的 n-2 个距离 平方 distance²_{ij}中的最大值 max_distance²_i (即为边 v_iv_{i+1} 上对应的跨度平方),及其对应的顶点序号 max_index_i。

步骤 6 如果 i=n 则跳转至步骤 7,否则 $i\leftarrow i+1$ 跳转至步骤 2。

步骤 7 找出所有边对应的跨度平方 $\max_{distance_i^2}$ 中的最小值并开方即可得到凸多边形的宽度 W,此时的边和顶点即为宽度所对应的边 l_W 和顶点 v_W 。

定理 3 "点边式"宽度算法能够正确给出凸多边形的宽度,且其算法的时间复杂性为 $O(n^2)$ 。

证明 由定理 1 可知, 凸多边形的宽度只可能出现于"点边式"跨度之中,"点边式"算法的步骤 1~步骤 5 是计算所有边上的跨度, 而步骤 7 能够找出这些跨度中的最小值, 因此, 根据凸多边形宽度的定义, 该算法能够正确给出凸多边形的宽度。

"点边式"算法中的基本操作是步骤 3 中计算式(13),该公式需要进行。8.次加减法和 8.次乘除

法。步骤 3 在整个算法中需要循环 n(n-2)次,因此,算法的基本操作总共需要进行 16n(n-2)次四则运算。因此,算法的时间复杂性为 $O(n^2)$ 。

证毕。

"点边式"算法步骤 3 中计算距离平方的目的是找到除顶点 v_i 和 v_{i+1} 外的其余顶点与边 v_iv_{i+1} 的距离的最大值。因此,没有必要计算真实的距离值,只需要计算出距离的近似值即可。在计算边 v_iv_{i+1} 上 n-2 个顶点的距离平方时,式(13)的分母都相同,因此,式(13)可简化为

此时算法的基本操作总共需要进行 9n(n-2) 次四则运算和 n(n-2) 次绝对值运算。在算法的最后,根据找到的凸多边形宽度对应的顶点和边,再计算一次宽度即可。

5 仿真分析

由以上分析可知,对于待覆盖区域为凸多边形的覆盖航迹规划问题,找到凸多边形宽度出现时的支撑平行线方向,然后采用扫描线方式对凸区域进行遍历,即可使规划航迹达到最少的转弯次数。

图 5 所示为一待覆盖的凸多边形区域, 其顶点的逆时针排列(v_1 , v_2 , v_3 , v_4 , v_5 , v_8), 对应的坐标为

$$V =$$

{ (14 548 8, 1 765 8), (21 496 2, 3 438 3), (29 481 3, 20 218 5), (24 199 2, 29 983 5), (21 107 1, 28 849 2), (5 577 0, 17 003 1)} ×10² m

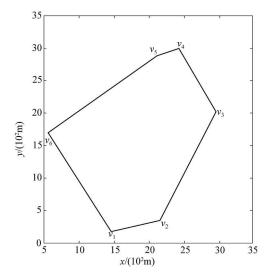


图 5 待覆盖的凸多边形区域

Fig. 5 Uncovered convex polygon area

经过计算得到凸多边形 1/ 的宽度对应的边

为 v_2v_3 , 顶点为 v_6 。因此, 无人机应当沿着直线 v_2v_3 的方向飞行, 才能取得最少的转弯次数。

为了便于分析与作图,利用式(15)对凸多边 形区域进行坐标变换:

$$x' = (x-a)\cos \omega + (y-b)\sin \omega$$

$$y' = -(x-a)\sin \omega + (y-b)\cos \omega$$
(15)

式中: (a, b)为新坐标系原点 O'在原坐标系 Oxy中的坐标值; ω 为新坐标系 O'x'轴与原坐标系 Oxy 轴之间的夹角。一般选取无人机的初始飞行方向为新坐标系 O'x' 轴的正方向,而坐标原点的选取比较随意,一般只要保证凸多边形区域在新坐标系的第一象限即可。

经过坐标变换后, 待覆盖凸多边形区域的坐 标可表示为

$$V' =$$

{ (4 000 0, 5 5547), (8. 495 5, 0),

(27. 078 7, 0), (33. 626 6, 8. 965 6), $(31. 273 7, 11. 270 2), (13. 903 8, 20. 203 3) \times 10^{2} \text{ m}$

本仿真实例中,应用正方形栅格法建立待覆盖区域的环境模型,如果一个栅格单元中包含有部分待覆盖区域,则认为该栅格单元是需要进行覆盖的;无人机的转弯过程选取正常转弯过程;覆盖方式选取扫描线方式,扫描宽度 $w=2\times10^2$ m。最终得到凸多边形区域的覆盖航迹规划结果如图 6 所示。

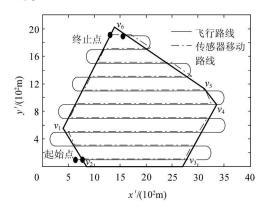


图 6 凸多边形区域的覆盖规划航迹

Fig 6 Coverage flight path in convex polygon area

图 6 中, 点划线表示传感器探测区域中心的移动路线, 实线表示无人机的飞行路线在地面上的投影。由图 6 可以看出, 转弯过程中无人机的飞行路线和传感器的探测路线不重合, 飞行路线的长度大于传感器移动路线的长度。

6 结 论

进行了研究。按照所提方法能够找到凸多边形宽度出现时支撑平行线的方向,如果无人机沿该方向采用扫描线方式对区域进行覆盖,则可以获得最少的转弯次数,也即能够取得最短的飞行路程。

提出的凸多边形覆盖航迹规划算法是更复杂 区域覆盖航迹规划算法的基础。比如,对于更一 般的非多边形凸区域,可以把该区域近似逼近成 凸多边形区域,再应用所提算法对其进行覆盖航 迹规划;对于一个凹区域,可以采取的方法是:首 先把凹区域逼近成凹多边形区域, 再把凹多边形 区域划分为若干个凸多边形子区域, 然后按照所 提算法,依次对凸多边形子区域进行覆盖航迹规 划,最后连接各子区域的规划航迹即为整个区域 的航迹:对于更复杂的、含有障碍物或威胁源的凹 区域,可以采取的方法是:首先把障碍物或威胁源 以及凹区域逼近成多边形区域, 然后把该区域划 分为不含有障碍物和威胁源的若干凸子区域。再 按照所提算法,依次对凸多边形子区域进行覆盖 航迹规划,最后连接各子区域的规划航迹即为整 个区域的航迹。

当地形高程变化较大时, 地形的起伏将不能忽略, 需要进行三维覆盖航迹规划, 即在本文研究工作的基础上对算法进行改进, 加入飞行高度等约束条件。

参 考 文 献

- [1] Bortoff S A. Path planning for UAVs[C] // The Proceedings of the American Control Conference. 2000: 364-368.
- [2] Agarwal A, Lim M H, Er M J, et al. ACO for a new TSP in region coverage [C] // IEEE/ RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. 2005; 1717-1722
- [3] Choest H. Coverage for robotics—a survey of recent results [J]. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 2001, 31(1/2/3/4): 113-126.
- [4] Gabriely Y, Rimon E. Spanning-tree based coverage of continuous areas by a mobile robot[C] // Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2001; 1927-1933.
- [5] A car E U, Choset H, Rizzi A A, et al. M orse decompositions for coverage tasks [J]. The International Journal of Robotics Research, 2002, 21(4): 331-344.
- [6] Jones P, Vachtsevanos G, Tang L. Multi-unmanned aerial vehicle coverage planner for area surveillance missions [R]. AIAA-2007-6453, 2007.
- [7] Agarwal A, Hiot L M, Nghia N T, et al. Parallel region coverage using multiple UAVs[C] //2006 IEEE Aerospace

- [8] Maza I, Ollero A. Multiple UAV cooperative searching operation using polygon area decomposition and efficient coverage algorithms [C] //7th International Symposium on Distributed Autonomous Robotics Systems. 2004; 211-220.
- [9] Huang W H. Optimal line-sweep-based decompositions for coverage algorithms [C] //Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2001; 27-32.
- [10] Choset H. Coverage of known spaces: the boustrophedon cellular decomposition [J]. Autonomous Robots, 2000. 9 (3): 247-253.
- [11] 吴森堂, 费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.

Wu Sentang, Fei Yuhua. Flight control system[M]. Beijing Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2005. (in Chinese)

[12] 方振平. 飞机飞行动力学[M]. 北京: 北京航空航天大学 出版社, 2005.

> Fang Zhenping. Flight dynamics of aircraft[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2005. (in Chinese)

[13] Pirzadeh H. Computational geometry with the rotating calipers[D]. Montreal: School of Computer Science, McGill University, 1999.

作者简介:

陈海(1981—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 无人机覆盖 航迹规划、自主控制等。

Tel: 029-88431303

E-m ail: chenhai@mail. nw pu. edu. cn

王新民(1951—) 男,硕士,教授,博士生导师。主要研究方向: 无人机航迹规划、先进控制理论等。

Tel; 029-88431356

E-m ail: wxmin@nwpu.edu.cn

焦裕松(1962—) 男, 硕士, 研究员。主要研究方向: 路径规划、 飞行器控制等。

Tel; 029-88431303

E-mail: jiaoys@neias. cn

李俨(1973—) 男, 博士, 副教授。主要研究方向: 无人机路径规划、自主控制等。

Tel: 029-88431303

E-m ail: liyan@nw pu. edu. cn

(编辑: 孔琪颖)