文章编号: 1000-8152(2012)11-1403-10

### 未知复杂环境中的无人机平滑飞行路径规划

刘 伟1,2, 郑 征1, 蔡开元1

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191; 2. 第二炮兵工程大学 理学院, 陕西 西安 710025)

摘要: 针对无人机实时路径规划问题, 提出了一种基于双层决策的平滑路径规划方法, 以弥补现有方法在复杂飞行环境中对路径平滑性优化的不足, 增强路径的易跟踪性. 本文首先给出路径平滑性度量, 然后建模上、下层决策目标、威胁规避与无人机性能约束并引入变长规划时间, 进而设计基于双层决策的路径规划模型. 规划过程中通过嵌入启发式优化策略来进一步改善路径的全局与局部平滑度, 并提高路径搜索效率. 大量复杂场景中的仿真及与现有经典方法的对比结果表明: 该方法能够实时避开复杂危险区域, 规划适合飞行的、较短的平滑路径.

关键词: 无人机; 平滑路径规划; 双层决策中图分类号: TP273 文献标识码: A

# Smooth path planning for unmanned aerial vehicles in unknown complex environments

LIU Wei<sup>1,2</sup>, ZHENG Zheng<sup>1</sup>, CAI Kai-yuan<sup>1</sup>

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China; 2. School of Science, The Second Artillery Engineering University, Xi'an Shaanxi 710025, China)

**Abstract:** A smooth real-time path planning approach is proposed based on the bilevel programming (BLP) for unmanned aerial vehicles (UAVs) in complex environments, to improve the flight path smoothness which has not been achieved by most existing methods. Firstly we define the measure for the path smoothness, and then we build the model for the bi-level decision objectives, the model of obstacle avoidances and the model of performances of the UAV, and introduce a variable planning time interval. On this basis, we proceed to develop the path planning model based on the bi-level decision. In the process of the planning, we introduce heuristic optimal strategies to further improve the smoothness for the local path and the global path, and to raise the efficiency in path searching. Results from simulations of the proposed approach in complex scenarios are compared with those obtained from classical methods; the conclusions indicate that the proposed approach can successfully plan a shorter and smoother flight path in real-time when passing around a wide dangerous region.

Key words: unmanned aerial vehicles (UAVs); smooth path planning; bilevel programming (BLP)

#### 1 引言(Introduction)

在未知的复杂飞行环境中,路径规划方法需要根据无人机在线探测的威胁信息实时计算出安全可达的路径.然而,随着任务空间中威胁数量的大规模增加和飞行任务的扩展,如在布置了大量雷达和地空导弹的区域进行敌对环境侦察与监视、敌情勘探与预警等[1],除了可达性和安全性的基本要求外,实时规划的路径是否足够平滑、适航以满足具体任务需求也变得至关重要.对于搭载了敏感性探测器材或安全关键性设备的无人侦察机来说[1],为避开大面积危险区域而实施的频繁机动或急剧转弯所产生的强烈震动,一方面可能会导致机载设备失灵,另一方面也会对飞行性能、机械结构以及燃油消耗造成负面影响.因此,如何在复杂环境中实时计算平滑、易于跟踪的飞行路径给规划方法带来了新的挑战.

收稿日期: 2012-02-18; 收修改稿日期: 2012-05-02. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60904066).

国内外很多学者已经提出了多种方法解决实时路径规划问题<sup>[2-6]</sup>. 然而,这些方法或者致力于收敛性和威胁规避而忽略了平滑性,从而导致当威胁增多时所规划的路径难以跟踪<sup>[7-9]</sup>;或者在计算出非平滑路径后再进行光滑处理,额外的计算负载降低了方法的实时性<sup>[10-11]</sup>. 其中,基于图论的方法如Voronoi图法<sup>[7]</sup>和PRM方法<sup>[10]</sup>虽然成功给出优化路径,但面临复杂威胁时图形构造复杂度高,且多边形顶点导致路径极不平滑. 基于采样的路径规划方法如RRT<sup>[4,8]</sup>可以实时高效地计算可达路径,并已被广泛应用于机器人路径规划中,但其树节点产生的锯齿(顶点)破坏了路径的平滑性,而对路径的光滑性处理又降低了方法实时性. 较为新颖的方法如A<sub>2D</sub>方法<sup>[9]</sup>虽然能够快速提供全局收敛路径,但由于对无人机机动性能的忽略,所规划的路径在复杂环境中

存在大量曲折迂回. 笔者近期提出了基于反馈的合成规则推理规划方法(FBCRI)<sup>[12]</sup>以及基于行为协同与虚拟目标的规划方法(BCV)<sup>[13]</sup>, 均能够生成优化的可达路径, 但由于采用固定的参考航路点计算时间间隔, 规划结果依然需要无人机进行很多不必要的大角度机动. 此外, 一些文献也提出了面向平滑性的地面机器人路径规划方法<sup>[14-15]</sup>, 但考虑到更为复杂的威胁环境以及无人机不同的运动与动力学属性, 这些方法难以直接应用于飞行过程.

针对现有方法在复杂威胁环境中对飞行路径平滑性优化不足的问题,本文提出一种基于双层决策(bilevel programming, BLP)的实时平滑路径规划方法.规划模型将决策目标分为上、下两个层次:上层最小化无人机飞行方向偏离目标点的角度;下层最小化无人机到目标点的距离.在规划过程中,模型将威胁规避和无人机性能构建为约束,这既保证了路径的安全性,又能够通过在无人机有效机动范围内选择新航路点来增强路径的可跟踪性和局部平滑性.此外,偏航角速率和飞行时间作为上、下层决策变量又有利于方法仅在需要时计算新参考航路点,从而在总体上减少规划次数,优化飞行方向调整频率,增强路径的全局平滑性.大量仿真及与现有方法对比结果验证了在含有多个威胁源的复杂环境中,该方法可以规划出更为平滑的飞行路径.

#### 2 平滑性度量(Smoothness measurement)

路径平滑性可通过计算平均转弯角度来评价<sup>[12,14,16]</sup>,也可用路径曲率和曲率导数来表示<sup>[17]</sup>.综合这两种方式,本文定义全局和局部平滑度对飞行路径平滑性进行全面的定量化度量.

#### 2.1 全局平滑度(Global smoothness)

实时规划过程中每一次计算新航路点都可能导致飞行策略的改变.一般来说, 航路点越多路径越平滑, 但大量的参考航路点也可能带来过多不必要的飞行方向或偏航角速率调整, 从而降低路径的整体平滑性. 因此, 飞行路径的全局平滑程度一方面取决于每次转弯的角度或偏航角速率的变化, 另一方面还受到参考航路点总数的影响. 文献[12,14]通过定义无人机在参考航路点上飞行方向的变化均值, 刻画了路径的整体平滑程度. 但是, 考虑到飞行方向是一个连续变化过程, 这一定义在参考航路点较多时能够较为精确地衡量, 而较少时其评价结果则比较粗略. 本文通过统计偏航角速率的变化情况, 给出全局平滑性的度量.

**定义1** 全局平滑度由一次完整飞行过程中偏 航角速率的平均变化值来表示, 记为

$$GS = \frac{\sum\limits_{i=0}^{N} C_i}{N}, \qquad (1$$

其中: N表示总规划次数(参考航路点总数量),  $C_i$ 表示无人机从第i个参考航路点飞向第i+1个参考航路点时偏航角速率变化值的绝对值,  $GS(\geqslant 0)$ 越小,飞行路径的全局平滑性越好.

#### 2.2 局部平滑度(Local smoothness)

当规划的某段飞行路径需要无人机快速地大角度调整飞行方向时,无人机必须具有较强的机动能力.如果无人机即使以最大偏航角速率转弯都无法跟踪,则该局部路径段无法在实际飞行中采用.因此,飞行路径的局部平滑性极大地影响了其有效性.文献[12]计算了整个规划过程中的最大飞行方向变化值,文献[17]通过计算路径段的曲率来评价路径的局部平滑程度.本文结合两种思想,通过计算偏航角速率的变化情况对局部平滑性进行度量,既减小了仅在参考航路点上计算飞行方向变化而产生的误差,也避免了非圆弧路径在计算曲率时的复杂性.

**定义 2** 局部平滑度由一次完整飞行过程中偏航角速率的最大变化值来表示, 记为

$$LS = \max_{i=0}^{N} C_i. \tag{2}$$

LS给出了无人机从起始点飞向目标点的过程中飞行方向在单位时间内的最大调整程度.  $LS(\geq 0)$ 越小、飞行路径的局部平滑性越好.

## 3 基于BLP的路径规划方法(BLP based path planning method)

#### 3.1 问题分析(Problem analysis)

在无人机实时路径规划中, 机载探测设备在线探测周围的敌对威胁环境, 规划方法根据实时探测信息反复计算新航路点和航路点之间可跟踪的平滑飞行路径段, 指导无人机飞行. 假设飞行速率固定, 则无人机在任务空间 $G(G \subset \mathbb{R}^2)$ 中的飞行过程可以由如下离散化状态转移方程组描述:

$$\begin{cases} s_{k+1} = \chi(s_k, u_k), \\ s_0 = s_{\text{start}}, \\ s_N = s_{\text{target}}, \end{cases}$$
 (3)

其中:  $s_k = (w_k, \theta_k)$ 为无人机在第k个参考航路点上的状态向量,由位置坐标w和飞行方向 $\theta$ 组成, $w = (x, y) \in \mathbb{R}^2, \theta \in (-\pi, \pi]; u_k = (\omega_k, t_k) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ 为$ 无人机在第k个参考航路点上允许的输入向量,由偏航角速率 $\omega$ 和到下一个参考航路点之间的飞行时间t组成;  $\chi$ 为状态转移函数;  $s_{\text{start}} = (w_{\text{s}}, \theta_{\text{s}})$ 为无人机初始飞行状态,  $s_{\text{target}} = (w_{\text{t}}, \theta_{\text{t}})$ 为目标状态.

为了到达目标,规划方法首先必须保证所规划的路径以较短的长度(飞行距离)收敛到目标点;其次,规划的路径还应该是安全的,即无人机能够及时避开威胁区域;此外,针对含有大面积危险区域的复杂飞行环境,如果无人机在每次探测到新威胁时就调

整飞行方案,则大量威胁导致的频繁调整将大大降 低路径的可跟踪性和平滑性,此时规划方法必须充 分考虑无人机运动与动力学性能,缩小航向角的变 化率和变化范围,并尽可能减少不必要的机动,从而 增强全局与局部平滑性.

#### 3.2 方法框架(Method framework)

本文引入分层次决策与优化的思想,采用BLP模 型来描述复杂环境中的无人机实时路径规划问题, 并通过建模决策目标、威胁环境规避以及无人机性 能限制来计算平滑飞行路径. BLP最早由Bracken和 McGill在1973年提出[18], 并逐渐地广泛应用于经 济、军事及航空航天等领域[19]. 一般双层决策模 型表示如下:

$$\min_{x} F(x, y),$$

$$\min_{y} f(x, y),$$
s.t.  $g(x, y) \leq 0,$  (4)

其中:  $F, f: \mathbb{R}^{n_x+n_y} \to \mathbb{R}$ 分别为上层和下层决策目 标函数;  $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ ,  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ 分别为上层和下层决策变 量;  $g: \mathbb{R}^{n_x+n_y} \to \mathbb{R}$ 为双层决策问题约束条件.

针对无人机实时路径规划问题, BLP模型的 上、下层决策目标分别构建如下:

- 1) 最小化无人机在新航路点 $(w_{k+1})$ 的飞行方向  $(\theta_{k+1})$ 与新航路点到目标点 $(w_t)$ 连线之间的夹角  $\eta_{k+1}$ ,  $\mathbb{P}$ : min  $|\eta_{k+1}|$ ;
- 2) 最小化新航路点 $(w_{k+1})$ 与目标点 $(w_{\text{target}})$ 之 间的欧氏距离 $dis_{k+1}$ , 即:  $min dis_{k+1}$ .

如图1所示, 当无人机位于航路点 $w_k$ 且飞行方向 为 $\theta_k$ 时, BLP模型根据上述两层目标计算偏航角速 率 $\omega$ 和飞行时间t,从而唯一确定第k+1个航路点  $w_{k+1}$ 、在该点的飞行方向 $\theta_{k+1}$ 以及到该点的飞行路 径 $Tr_k$ . 上、下层决策目标表现出了一定的层次性和 从属关系: 上层决策目标用于保证路径的收敛性, 在 全局上得到一条优化的可行路径,其优先级高于下 层决策目标; 而下层决策目标体现了新航路点本身 尽可能接近目标的局部特性,处于从属地位并受到 上层的影响,又可以将自身的最优决策反馈给上层, 根据上、下层目标,模型将偏航角速率和两航路点 间的飞行时间分别作为上、下层决策变量进行决策, 共同构成了无人机状态转移输入u,以便于更好地适 应实际环境的变化和不同无人机性能的差异. 该处 理方法既有利于降低转弯的幅度,又能够减少规划 次数和转弯频率,增强路径的平滑性.

为了在决策过程中满足路径安全性需求并进一 步增强路径平滑性, BLP模型将威胁规避和无人机 相关性能限制构建为约束:

1) 威胁规避约束: 所规划的航路点不能位于威 胁区域, 且当前航路点到新航路点之间的飞行路径

也不能穿过威胁区域。

2) 无人机性能约束: 在有限的环境探测能力和 转弯能力下, 无人机进入威胁区域之前必须能够探 测到威胁, 且新参考航路点只能在无人机可行机动 范围内选择以防止路径无法跟踪.

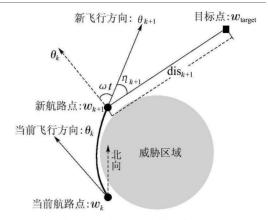


图 1 上层与下层决策目标

Fig. 1 Leader and follower decision objectives

图2给出了路径规划方法的总体结构与实施流 程, 其中基于BLP的路径规划模型是方法的核心. 根 据给定的无人机对象、初始和目标状态,规划模型 基于探测设备反馈的实时环境信息反复计算新航路 点并确定下一段飞行路径,直到到达目标.

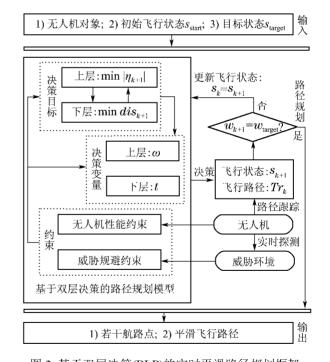


图 2 基于双层决策(BLP)的实时平滑路径规划框架 Fig. 2 Framework of bilevel programming based smooth path planning in real-time

#### 3.3 路径规划模型(Path planning model)

根据上述思想,本节分别构建决策目标、威胁规 避约束以及无人机性能约束的形式化描述, 并具体 给出基于BLP的实时路径规划模型.

#### 3.3.1 决策目标(Decision-making objectives)

偏航角速率 $\omega$ 和飞行时间t分别为上层决策变量和下层决策变量,根据上、下层决策目标函数唯一确定新航路点、无人机在新航路点的飞行方向及其飞向新航路点的路径. 当无人机位于某一航路点 $w_k$ 时,所有可能的决策构成了可以优化的参考航路点和路径空间,基于双层决策的实时路径规划模型就是要在该空间内按照需求计算决策值,从而得到优化的平滑飞行路径. 下面分别给出上、下层决策目标函数的具体数学表达形式.

**定义 3** 上层决策目标函数为 $F: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ , 其数学表达式如下:

$$F(\omega, t) = |\eta_{k+1}| = \begin{cases} |\theta_{k+1} - \arccos \frac{y_{t} - y_{k+1}}{\operatorname{dis}_{k+1}}|, \ x_{t} \geqslant x_{k+1}, \\ |\theta_{k+1} + \arccos \frac{y_{t} - y_{k+1}}{\operatorname{dis}_{k+1}}|, \ x_{t} < x_{k+1}, \end{cases}$$
(5)

其中:  $x_{k+1}$ 和 $y_{k+1}$ 分别为待决策航路点 $w_{k+1}$ 的东向和北向距离分量;  $x_t$ 和 $y_t$ 分别为目标点 $w_t$ 的东向和北向距离分量;  $dis_{k+1}$ 为 $w_{k+1}$ 到 $w_t$ 的欧式距离, 具体表达式见式(8). 显而易见,  $\theta_{k+1} = \theta_k + \omega t$ .

**定义 4** 下层决策目标函数为 $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ , 其数学表达式如下:

$$f(\omega, t) = \operatorname{dis}_{k+1} = ||w_{t} - w_{k+1}||.$$
 (6)

令 $w_{k+1} = \varphi(w_k, \theta_k, \omega, t)$ , 则当 $\omega = 0$ 时, 无人机不调整飞行方向; 否则, 无人机将根据新决策的偏航角速率继续飞行. 因此,  $\varphi$ 需要如下分情况计算:

$$\varphi(w_k, \theta_k, \omega, t) = [x_{k+1} \ y_{k+1}] = \begin{cases}
 \begin{bmatrix} vt \sin \theta_k \\ vt \cos \theta_k \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & \omega = 0, \\
 \begin{bmatrix} x_k + \frac{2v}{|\omega|} \sin \frac{|\omega t|}{2} \sin(\theta + \frac{\omega t}{2}) \\ y_k + \frac{2v}{|\omega|} \sin \frac{|\omega t|}{2} \cos(\theta + \frac{\omega t}{2}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, & \omega \neq 0,
\end{cases}$$
(7)

其中:  $x_{k+1}$ 和 $y_{k+1}$ 同式(5)中变量的含义; v为飞行速率

根据式(7),  $dis_{k+1}$ 可以进一步表示为

$$dis_{k+1} = || w_t - \varphi(w_k, \theta_k, \omega, t) || = \sqrt{(x_t - x_{k+1})^2 + (y_t - y_{k+1})^2}.$$
 (8)

综合上、下层决策目标函数, 当无人机以航向角  $\theta_k$ 位于 $w_k$ 时, 模型计算 $\omega$ 和t以确定 $w_{k+1}$ 和 $\theta_{k+1}$ . 在 不考虑飞行环境和无人机性能等外界和内部条件的 限制下,  $w_k$ 到 $w_{k+1}$ 之间的飞行路径表示为

$$Tr_k = \{w | w = \varphi\{w_k, \theta_k, \omega, t\}, \theta_k \in (-\pi, \pi]\}.$$
 (9)

#### 3.3.2 威胁规避(Obstacle avoidance)

本文的复杂敌对飞行环境中包含由大量敌方雷达或地空导弹覆盖范围组成的危险区域,规划模型需要构建避开这些危险区域的约束以保证飞行路径的安全性.基于威胁概率的危险区域描述方法<sup>[7,9,12–13,16]</sup>在路径规划应用中表现了很好的效果,可以较为精确的建立雷达与导弹威胁模型.本文采用这一方式对威胁建模.

**定义 5** 实时威胁概率是已探测到的威胁体对无人机威胁程度的定量化度量, 用P(w)表示 $^{[7]}$ 

$$P(w) = 1 - \prod_{i=1}^{M} \left\{ 1 - \left[ 1 - \text{Step}(d_i, R\{l, m, s\}, k_1) \right] \cdot \right.$$

$$Step(d_i, 0.1 \cdot R\{l, m, s\}, k_2) \cdot$$

$$Step(\arcsin \frac{h}{d_i}, \gamma, k_3) \right\}, \tag{10}$$

其中: w为无人机当前位置; M为无人机已探测到的威胁体总数量; i为已知威胁体编号;  $d_i$ 为无人机到第i个已知威胁体的直线距离; h为飞行高度;  $\gamma$ 为威胁体的最小覆盖角;  $R\{l,m,s\}$ 为威胁体作用范围,可以取long, medium和short3种值;  $k_i(i=1,2,3)$ 为 Step函数的柔性参数, Step函数定义为<sup>[7]</sup>

Step
$$(a, a_0, k) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{a - a_0}{\sqrt{k^2 + (a - a_0)^2}} \right)$$
. (11)

引入临界威胁概率 $\rho$ 来表示无人机可以保持安全状态的最小威胁概率,即当无人机受到的实时威胁概率小于 $\rho$ 时,无人机不会由于被敌方探测到或击落而导致飞行任务失败.因此,为了保证路径的安全性,任意参考航路点处的实时威胁概率必须满足

$$P(w) < \rho. \tag{12}$$

当前航路点到新航路点之间的飞行路径也不能 经过威胁区域

$$\forall w \in Tr_k, \ P(w) < \rho. \tag{13}$$

#### 3.3.3 无人机性能(UAV's performance)

无人机在飞行过程中需要实时探测周围环境, 其 探测能力可以通过定义探测范围来定量化表示.

定义 6 探测范围指无人机所搭载的机载探测设备能够覆盖到的范围,这里是以无人机当前位置为圆心的圆形区域,记为

 $S_w = \{w_d | ||w_d - w|| \leq R, \ w, w_d \in G\}, \quad (14)$  其中: w为无人机当前位置, R为无人机机载设备的探测半径.

为了保证所规划路径的可跟踪性,模型必须在规划新航路点和新飞行路径段时考虑无人机的转弯能力. 用 $\omega_{\max}$ (> 0)表示无人机最大偏航角速率,则决策变量 $\omega$ 必须满足

$$-\omega_{\text{max}} \leqslant \omega \leqslant \omega_{\text{max}}.$$
 (15)

这里规定当无人机航向角顺时针改变时 $\omega > 0$ ,航向角保持不变时 $\omega = 0$ .

考虑到无人机的有限探测范围, 所规划的新航路点不应该位于当前探测范围之外, 即 $w_{k+1}$ 必须满足  $||w_k - w_{k+1}|| \le R$ . 这是因为 $w_k$ 处的探测范围 $S_{w_k}$ 以外的任务空间是否存在威胁是未知的, 一次飞行更远的距离可能会导致无人机直接进入危险区域.

将无人机从 $w_k$ 到 $w_{k+1}$ 的飞行距离表示为 $d_k = vt$ ,则 $vt \le R$ .为了增强路径的平滑性,进一步限制两航路点之间的最大飞行距离以避免不必要的盘旋并缩短路径长度,引入缩减因子 $m \in (0,1]$ 使得 $vt \le mR \Rightarrow t \le mR/v$ .此外,无人机不应该停留在原来位置,则t > 0.因此,决策变量t必须满足约束

$$0 < t \leqslant \frac{mR}{v}.\tag{16}$$

进一步的,式(9)中给出的 $w_k$ 与 $w_{k+1}$ 之间的飞行路径 $Tr_k$ 实际上是无人机以任意可行偏航角速率飞行任意可行时间所经过的路径,即在实际飞行中构成 $Tr_k$ 的 $\omega$ 和t还要分别满足式(15)和式(16).

#### 3.3.4 BLP模型(BLP model)

基于BLP的无人机平滑路径规划模型构建如下:

$$\min |\eta_{k+1}|, \tag{17a}$$

$$\min \operatorname{dis}_{k+1}, \tag{17b}$$

s.t. 
$$-\omega_{\text{max}} \leqslant \omega \leqslant \omega_{\text{max}}$$
, (17c)

$$0 < t \leqslant mR/v, \tag{17d}$$

$$P(\varphi(w_k, \theta_k, \omega, t)) < \rho,$$
 (17e)

$$\forall w \in Tr_k, \ P(w) < \rho.$$
 (17f)

模型中 $|\eta_{k+1}|$ 和dis $_{k+1}$ 由式(5)-(8)给出. 上、下层决策目标在不同的情况下呈现出协作或矛盾的关系, 既保证了路径的收敛性, 又优化了飞行路径长度. 约束(17c)通过限制无人机的转弯能力来保证所规划路径的可跟踪性; 约束(17d)通过限制一次航路点规划的飞行时间来优化其平滑性; 约束(17e)-(17f)进一步保证了路径的安全性. 双层模型通过仅在需要时规划新航路点和到新航路点的可行安全路径来减小规划次数、转弯次数及转弯角度, 从而达到规划全局平滑和局部平滑路径的目的.

考虑到BLP模型中目标函数的非线性特征和约束形式的多样化,可以从双层决策模型解的定义<sup>[20]</sup>出发,结合基于网格的路径搜索思想<sup>[9-10]</sup>,通过离散化二维决策空间并在各个离散点上搜索满足目标和约束的最优或近似最优航路点,快速得到待决策的新参考航路点及下一阶段的飞行路径.

#### 3.3.5 复杂度分析(Complexity discussion)

在模型求解过程中,由于决策变量和模型约束的 离散化处理方法,所提出的BLP模型转化为近似线 性BLP模型,其求解算法已在大量文献中进行了研 究<sup>[19-20]</sup>. 根据决策空间的线性化特征及离散化过程参数对计算复杂度的影响,本文BLP模型求解的最大时间复杂度可以表示为

$$O(\frac{\omega_{\max}^2 t_{\max}^2}{m_1 m_f d}) = O(\frac{\omega_{\max}^2 m^2 R^2}{m_1 m_f d v^2}),$$
 (18)

其中:  $t_{\text{max}} = mR/v$ 为两航路点之间的最大飞行时间, $m_{\text{I}}$ 和 $m_{\text{f}}$ 分别为上层和下层决策变量的离散化步长,d为判断路径安全性时路径段上的采样间隔.  $m_{\text{I}}$ 和 $m_{\text{f}}$ 越小,模型求解的时间复杂度越高,但由于搜索空间被划分的网格更为密集,因而求解结果在飞行距离和平滑性上越接近最优. 同样,d越小,在搜索路径时其安全性越强,但同时也导致了更高的计算复杂度. 选择适当的离散化精度将有助于在求解复杂度和路径优化程度之间进行权衡,从而根据实际任务的需求选择合理的规划参数. 此外,无人机的机动性能和探测性能也直接影响了模型的求解效率,在同样的离散化精度下, $\omega_{\text{max}}$ 和R越大,搜索空间越大,算法复杂度越高.

#### 3.4 优化策略(Optimal strategies)

由于无人机性能的强约束和变长规划时间的引入,规划方法仅在需要时才在机动能力限制下重新计算飞行路径.考虑到实时路径规划问题中对于大量威胁的规避需求和到达目标点的飞行任务属性,在模型求解时引入平滑性优化策略既可以进一步优化路径的全局与局部平滑性,又可以提高规划效率.

- 1) 决策变量取值范围优化策略: 无人机从 $w_k$ 飞向 $w_{k+1}$ 时, 其飞行方向变化为 $\theta_{k+1}-\theta_k=\omega t$ . 如果  $\omega_{\max}$ 和mR/v足够大以至于 $\omega t \geq 2\pi$ , 则无人机可能 会飞回 $w_k$ , 这在实际飞行过程中是不合理的. 因此,可以对决策变量在规划时的取值范围进一步约束: 当 $\omega_{\max} \cdot mR/v \geq 2\pi$ 时,  $-2\pi < \omega t < 2\pi$ . 这一策略一方面减少了无人机在局部范围内盘旋的次数, 增强了路径的局部平滑性, 另一方面也缩减了决策空间, 有利于提高求解效率.
- 2) 适时重规划策略: 在存在大量威胁的任务空间中,已知威胁信息更新很快,为了避免频繁的重规划,模型应该仅在适当的时机重新计算路径. 当无人机从 $w_k$ 飞向 $w_{k+1}$ 时,模型根据实时信息首先判断当前跟踪的路径是否仍然安全,一旦 $P(w_{k+1}) \ge \rho$ 或 $Tr_k$ 穿过危险区域,模型立即放弃 $Tr_k$ 并从当前位置开始重新计算新的路径. 这一策略可以避免无人机在复杂环境中频繁机动,增强路径的全局平滑性.
- 3) 模型简化策略: 根据当前已知环境信息, 当 $w_k$ 与 $w_t$ 之间不存在危险区域且 $w_t \in S_{w_k}$ 时, 模型可以尝试通过遍历离散化的决策变量直接得到到达 $w_t$ 的路径. 此时非线性双层模型退化为线性模型. 这一策略可以极大减少规划次数, 节省计算时间, 所得到的局部路径段也将非常平滑.
  - 4) 模型退化策略: 根据当前已知环境信息, 当 $w_k$

与 $w_t$ 之间不存在危险区域且 $w_t \notin S_{w_k}$ 时,理论上允许无人机在探测范围内飞行最长时间,即m=1.此时下层最优解确定为R/v,双层模型退化为单层模型.这一策略简化了规划过程,通过减少规划次数和转弯次数同时优化了全局与局部平滑性.

#### 4 仿真实验(Simulations)

本节对所提出的基于BLP的平滑路径规划方法进行验证. 首先在包含多个威胁的复杂场景中进行多次仿真; 其次, 在典型复杂场景下与现有经典方法所生成路径进行对比, 所有方法均在Microsoft Visual Studio.Net软件环境中实现, 并运行于3.4 GHz CPU, 2 G内存的硬件环境.

### **4.1** 大量复杂场景仿真(Simulations in numerous complex scenarios)

在任务空间 $G = [0,200] \times [0,200]$  km内随机生成100个场景, 记为 $S_i (i=1,2,\cdots,100)$ , 每个场景均包含10个随机分布的不同探测能力的雷达,  $\rho = 0.1$ . 假设无人机性能参数为 $\omega_{\max} = \pi/60$  rad/s, R = 40 km, 以0.05 km/s的飞行速率等高飞行, m = 0.4, 起始点和目标点坐标为 $w_s = (20,20)$  km和 $w_t = (180,180)$  km, 起始飞行方向指向目标点( $\theta_s = \pi/4$ ).

为了保证场景对算法的验证效果, 随机生成威胁体时遵循规则: 1) 起始点和目标点均不在威胁区域内; 2) 起始点与目标点之间一定存在可行路径以防止由于问题本身无解而导致的规划失败; 3) 威胁体的位置尽量靠近起始点和目标点的连线以防止规划过程中很少遇到威胁而降低仿真验证的有效性.

图3-8分别给出了本文方法在100个场景中的仿真结果,包括全局与局部平滑度、规划次数、路径总长度、路径安全性以及计算时间等6个方面.

1) 全局平滑度: 由图3数据可知在100个场景中路径的全局平滑度 $GS \in [0.0003, 0.0051]$  rad/s,均值为0.0016 rad/s,所有结果均远远小于 $\omega_{\max} = \pi/60 = 0.0524$  rad/s.全局平滑性较为不理想的路径如在 $S_{11}$ , $S_{14}$ , $S_{64}$ 和 $S_{80}$ 中,规划方法为了规避威胁而进行的多次大角度转弯损害了路径的全局平滑性,但这些机动都是为了保证路径的安全性而实施的.图9(a)和图9(b)分别给出了场景 $S_{11}$ 和 $S_{80}$ 中的路径(粗实线曲线),显而易见即使存在多次大幅度机动,路径的全局平滑性依然较好.

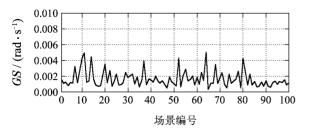


图 3 全局平滑度

Fig. 3 Global smoothness in 100 scenarios

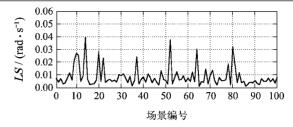


图 4 局部平滑度

Fig. 4 Local smoothness in 100 scenarios

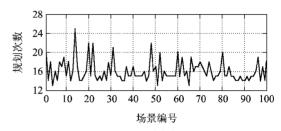


图 5 规划次数 Fig. 5 Planning times in 100 scenarios

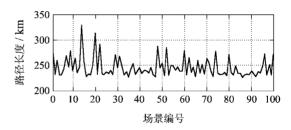


图 6 飞行路径总长度 Fig. 6 Flight distance in 100 scenarios

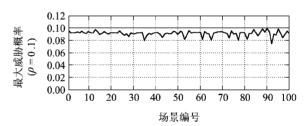


图 7 最大威胁概率

Fig. 7 Peak risk in 100 scenarios

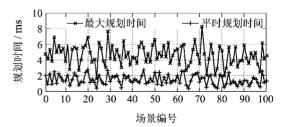


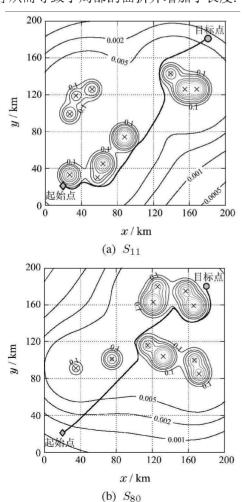
图 8 单个航路点规划时间

Fig. 8 Computational time to generate a waypoint

2) 局部平滑度: 由图4数据可知在100个场景中路径的局部平滑度 $LS \in [0.0010, 0.0393]$  rad/s, 均值为0.0083 rad/s, 所有结果值均远小于 $\omega_{\text{max}}$ , 即路径对于无人机的最大机动要求远低于无人机的实际机动能力, 从而尽可能的保证了每次转弯平滑性. 在包含较大范围陷阱的场景如 $S_{80}$ 和 $S_{14}$ 中路径的局部平滑度较为不理想, 分别如图9(b)和9(c)所示, 规划方法通过少数几次较大的机动来规避危险区域并避免其

余路径段的曲折,即通过牺牲局部利益来优化整体 利益,此时路径其余部分的平滑性依然较好.

- 3) 规划次数: 每一次规划新航路点都增加了计算负载. 从图5可以看出100个大型场景中的规划次数介于13到25之间, 规划方法仅需要进行较少的规划就可以得到一条到达目标点的安全路径. 其中最不理想的情况发生在场景 $S_{14}$ 中, 如图9(c)所示, 该场景在目标点附近存在多个威胁体且构成了一个大型陷阱, 规划模型不得不多次计算来逃离该陷阱. 根据定义1, N与GS成反比, 而本文方法规划次数虽然较小, 但即使是在N=13的 $S_4$ ,  $S_{51}$ , 和 $S_{65}$ 场景中, GS分别为0.0008, 0.0007和0.0003 rad/s, 均远小于 $\omega_{\max}$ , 即路径在全局上依然非常平滑.
- 4) 飞行路径总长度: 100个场景中所规划路径的总长度位于区间[226.3,328.9] km, 平均长度为245.1 km, 如图6所示. 考虑到 $w_s$ 与 $w_t$ 之间的直线距离为226.3 km, 可知规划方法在包含多个威胁的复杂环境中依然能规划出较短的飞行路径. 长度最大的路径出现在 $S_{14}$ (328.9 km)和 $S_{20}$ (312.4 km)中,分别如图9(c)和9(d)所示, 无人机均不得不飞行较大的距离以避开威胁区域. 例如在 $S_{20}$ 中, 到达点A时由于没有探测到更远处的威胁, 方法规划出路径 $\widehat{AB}$ , 而到达点B时由于获取了更多环境信息, 路径不得不绕行从而导致了局部的曲折并增加了长度.



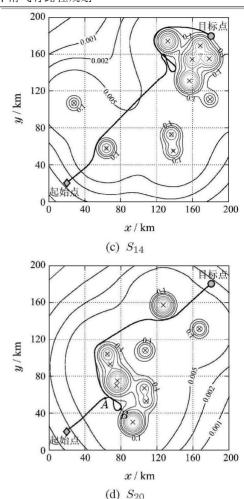


图 9 不同场景中规划的飞行路径 Fig. 9 Flight paths in different scenarios

- 5) 路径安全性: 由图7可知所有飞行路径上的最大威胁概率均小于临界威胁概率ρ(= 0.1), 即无人机在跟踪平滑路径的过程中始终保持安全状态. 进一步的, 100次仿真中最大威胁概率平均值为0.0909, 可知所规划的路径较好的远离了危险区域.
- 6) 规划时间: 图8给出了各个场景中规划单个航路点所需要的最大计算时间和平均计算时间(即求解BLP模型的最大时间与平均时间), 可见在100个场景中规划一个航路点所需的最大时间为8.26 ms (S<sub>72</sub>), 该规划时间非常短且远远小于任意两个航路点之间的最短飞行时间(5 s). 进一步的, 100个场景中的最大规划时间区间为[1.63, 8.76] ms, 平均规划时间区间为[0.69, 2.76] ms. 因此, 所提出的路径规划算法在规划平滑路径的基础上还具有较高的规划效率, 即总能够在需要重新规划时及时地提供新的参考航路点和飞行路径段.

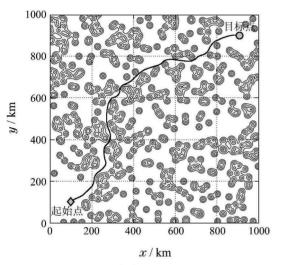
## **4.2** 高度复杂场景仿真(Simulations in highly complex scenarios)

在大型任务空间 $G = [0,1000] \times [0,1000]$  km中, 分别生成500和1000个威胁源(地面雷达)进行仿真,

 $w_{\rm s} = (100, 100) \, \text{km}, \, w_{\rm t} = (900, 900) \, \text{km}, \, 其他参数$ 不变. 仿真结果如表1所示.

表1 高度复杂环境中的规划结果 Table 1 Planning results in highly complex scenarios containing 500/1000 radars

500个威胁源	1000个威胁源
0.0009	0.0010
0.0031	0.0031
39	31
1310.1	1190.4
0.0930	0.0945
	0.0009 0.0031 39 1310.1



(a) 500个威胁源(雷达)

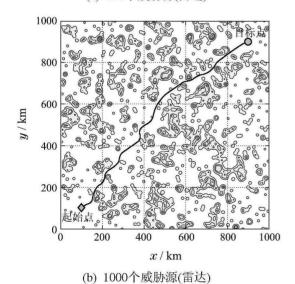


图 10 包含500/1000个雷达的复杂环境中的飞行路径 Fig. 10 Flight paths in highly complex scenarios containing

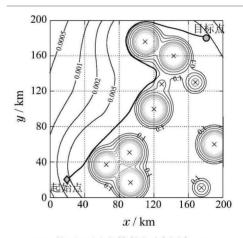
500/1000 radars

由表1可知在包含大面积危险区域的高度复杂飞 行环境中,本文方法所规划的路径仍具有很好的全 局平滑度和局部平滑度,且仅需要规划较少的次数 就可以实时计算出平滑、安全的飞行路径. 两场景 中的路径如图10所示.

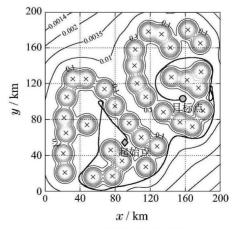
#### 4.3 方法对比(Comparisons of different methods)

为了进一步验证本文方法在平滑性方面的优势, 选取已在很多文献中采用的两个包含大面积威胁 区域和多重陷阱的典型复杂场景[2,9,12-13], 分别记 为 $S_A(10$ 个威胁源)和 $S_B(35$ 个威胁源), 在其中与两 种现有方法比较,包括取得广泛应用的基于RRT的 路径规划方法<sup>[8]</sup>和基于边界跟踪思想的A<sub>2D</sub>路径规 划方法[9]. 仿真参数与4.1节相同. 鉴于标准RRT方法 的随机思想和对路径平滑性的忽略,在其中引入微 分约束条件下的平滑性策略[4],并将其运行2000次, 取定量规划结果的平均值及一个典型飞行路径.

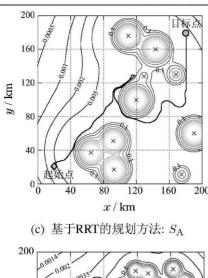
图11给出3种方法在两个场景中的飞行路径. 其 中: BLP方法较为平滑地避开了大面积危险区域和 各处陷阱; 而RRT方法和 $A_{2D}$ 方法则需要较多的机 动,因而路径比较曲折. 在 $S_A$ 中,RRT方法首先进 入左侧陷阱然后掉头从右侧绕行到达目标,  $A_{2D}$ 方 法也在左侧陷阱中往返多次才绕开威胁. 在 $S_{\rm B}$ 中,  $A_{\rm 2D}$ 方法则更是在陷阱中盘旋很多次才得以脱离. 直观上看本文方法所规划的路径在全局和局部均具 有更好的平滑性.

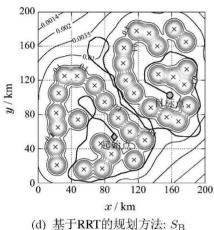


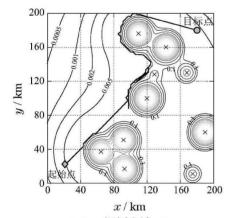
(a) 基于双层决策的规划方法: SA

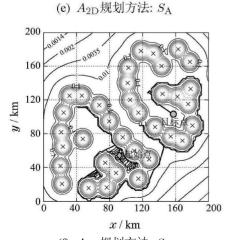


(b) 基于双层决策的规划方法: SB









(f)  $A_{\mathrm{2D}}$ 规划方法:  $S_{\mathrm{B}}$ 图 11 不同方法规划的飞行路径

Fig. 11 Flight paths generated by different methods

表2进一步给出了定量仿真结果,可知BLP方法 所规划的路径除了较优的全局与局部平滑度之外, 还具有更小的规划次数和飞行距离. 特别地,  $A_{2D}$ 和 RRT方法所规划的路径出现了最大威胁概率大于 $\rho$ = 0.1的情况, 这是因为实时路径规划只能根据已知 威胁区域来规划安全路径, 但是由于这两种方法步 长参数的选择, 以及尚未探测到的未知威胁源的存 在, 使得路径上各点的真实威胁概率可能超出临界 威胁概率.

表 2 3种方法规划结果对比

Table 2 Planning results generated by three methods

	场景	BLP	RRT	$A_{\mathrm{2D}}$
全局平滑度/(rad·s <sup>-1</sup> )	$S_{ m A} \ S_{ m B}$	0.0024 0.0054	0.0040 0.0097	0.0065 0.0124
局部平滑度/(rad·s <sup>-1</sup> )	$S_{ m A} \ S_{ m B}$	0.0194 0.0429	0.0648 0.0765	0.0524 0.0654
规划次数	$S_{ m A} \ S_{ m B}$	25 50	117 240	276 1801
飞行路径总长度/km	$S_{ m A} \ S_{ m B}$	321.5 572.6	489.1 959.2	968.2 5048.1
最大威胁概率	$S_{ m A} \ S_{ m B}$	0.0919 0.0931	0.1014 0.0914	0.1090 0.1032

#### 5 结论(Conclusions)

本文针对复杂环境中的无人机实时路径规划问题,提出一种基于双层决策的平滑路径规划方法,有效地改善了飞行路径的全局与局部平滑度,增强了在包含大量威胁的任务空间中所规划路径的实际可执行性.方法采用BLP模型将飞向目标的需求、威胁规避约束以及无人机的必要属性构建为直观的数学形式,并通过引入变长规划时间来减少规划次数,降低路径对无人机机动性能的要求.大量仿真结果以及与现有方法的对比表明该方法在规划全局与局部平滑的安全路径上更具有优势,且飞行路径更短,规划次数更少.进一步的研究包括增加更多类型的固定威胁(如建筑物、山脉等)和移动威胁(如移动雷达、敌方飞行器等)到任务空间中并建立三维环境模型,设计无人机编队的平滑路径规划方法.

#### 参考文献(References):

- WEATHERINGTON D. Unmanned aerial vehicles roadmap: 2002-2027, A809414 [R]. Washington, DC: Office of the Secretary of Defense, 2002.
- [2] GU D W, POSTLETHWAITE I, KIM Y. A comprehensive study on flight path selection algorithms [C] //IEE Seminar on Target Tracking: Algorithms and Applications. Birmingham: IET, 2006, 3: 77 - 90.
- [3] 王维平, 刘娟. 无人飞行器航迹规划方法综述 [J]. 飞行力学, 2010, 28(2): 6-10.

- (WANG Weiping, LIU Juan. Introduction to unmanned air vehicle route planning methods [J]. Flight Dynamic, 2010, 28(2): 6 – 10.)
- [4] LAVALLE S M. Planning algorithms [M]. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2006: 185 - 309.
- [5] 任佳, 高晓光, 张艳. 移动威胁情况下的无人机路径规划 [J]. 控制 理论与应用, 2010, 27(5): 641 - 647. (REN Jia, GAO Xiaoguang, ZHANG Yan. Path planning based on model predictive control algorithm under moving threat [J]. Control *Theory & Applications*, 2010, 27(5): 641 – 647.)
- [6] 姚远, 周兴社, 张凯龙, 等. 基于稀疏A\*搜索和改进人工势场的无 人机动态航迹规划 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(7): 953 - 959. (YAO Yuan, ZHOU Xingshe, ZHANG Kaolong, et al. Dynamic trajectory planning for unmanned aerial vehicle based on sparse A\* search and improved artificial potential field [J]. Control Theory & Applications, 2010, 27(7): 953 - 959.)
- [7] GU D W, KAMAL W, POSTLETHWAITE I. A UAV waypoint generator [C] //The AIAA 1st Intelligent Systems Technical Conference. Chicago: AIAA, 2004, 9: 1 - 6.
- [8] LAVALLE S M, KUFFNER J J. Randomized kinodynamic planning [J]. The International Journal of Robotics Research, 2001, 20(5): 378 - 400.
- [9] KIM Y, GU D W, POSTLETHWAITE I. Real-time path planning with limited information for autonomous unmanned air vehicles [J]. Automatica, 2008, 44(3): 696 - 712.
- [10] BAUMANN M, LÉONARD S, CROFT E A, et al. Path planning for improved visibility using a probabilistic road map [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2010, 26(1): 195 - 200.
- [11] 曾佳, 申功璋. 一种无人机平滑飞行航迹规划方法 [J]. 系统仿真 学报, 2008, 20(1): 470 - 473. (ZENG Jia, SHEN Gongzhang. A method of smooth trajectory planning for UAV [J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(1): 470 -
- [12] ZHENG Z, WU S J, LIU W, et al. A feedback based CRI approach to fuzzy reasoning [J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(1): 1241 -1255.
- [13] 武善杰,郑征,蔡开元.基于行为协同和虚拟目标相结合的无人机 实时航路规划 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(1): 131 - 136.

- (WU Shanjie, ZHENG Zheng, CAI Kaiyuan. Real-time path planning for unmanned aerial vehicles using behavior coordination and virtual goal [J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(1): 131 - 136.)
- [14] SUZUKI Y, SIMON T, SATOSHI K. Smooth path planning with pedestrian avoidance for wheeled robots [J]. Journal of Robotics and Mechatronics, 2010, 22(1): 21 - 27.
- [15] CHOI J W, RENWICK E C, GABRIEL H E. Smooth path generation based on bézier curves for autonomous vehicles [C] //World Congress on Engineering and Computer Science. San Francisco, USA: International Association of Engineers, 2009, 10: 668 – 673.
- [16] LIU W, ZHENG Z, ZHAO L M, et al. Smooth path planning in online mode for unmanned air vehicles [C] //Proceedings of the 2011 the 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. Beijing: IEEE, 2011, 6: 2599 - 2604.
- [17] KANAYAMA Y J, HARTMAN B I. Smooth local-path planning for autonomous vehicles [J]. The International Journal of Robotics Research, 1997, 16(3): 263 - 284.
- [18] BRACHEN J, MCGILL J T. Mathematical programs with optimization problems in the constraints [J]. Operations Research, 1973, 21(1): 27 - 44.
- [19] BARD J.F. Practical Bilevel Optimization: Algorithms and Applications [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [20] 王广民, 万仲平, 王先甲. 二(双)层规划综述 [J]. 数学进展, 2007, 36(5): 513 - 529. (WANG Guangmin, WAN Zhongping, WANG Xianjia. Bibliography on bilevel programming [J]. Advances in Mathematics, 2007, 36(5): 513 - 529.

#### 作者简介:

刘 伟 (1981-), 男, 博士研究生, 讲师, 研究方向为路径规划、 智能决策, E-mail: weil@asee.buaa.edu.cn;

征 (1980-), 男, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为智能决 策、软件缺陷定位、机器学习, E-mail: zhengz@buaa.edu.cn;

蔡开元 (1965-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为可靠飞行 控制、软件可靠性与测试、软件控制论, E-mail: kycai@buaa.edu.cn.