

## 基于进化算法的多飞行器四维航迹规划方法

严江江, 丁明跃, 周成平

(华中科技大学图像识别与人工智能研究所, 图像信息处理与智能控制教育部重点实验室, 武汉 430074)



**摘要:** 鉴于目前的航迹规划方法都局限于二维或三维空间, 提出了一种基于进化算法的多飞行器四维航迹规划方法。该方法在三维航迹规划的基础上加入时间代价约束, 通过计算航迹节点在四维空间的坐标, 将到达目标的时间与航迹搜索结合起来, 使多个无人飞行器能够对目标进行同时打击并避免飞行器在飞行过程中的碰撞。仿真试验结果表明, 该方法可以快速有效地完成四维航迹规划, 获得满足要求的多飞行器飞行航迹。

**关键词:** 航迹规划; 进化算法; 四维空间; 多飞行器

**中图分类号:** V448.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-731X (2009) 04-1125-05

## 4D Route Planning for multi-UAV Based on Evolutionary Algorithm

YAN Jiang-jiang, DING Ming-yue, ZHOU Cheng-ping

(Institute for Pattern Recognition and Artificial Intelligence, State Education Commission Key Lab for Image Processing and Intelligent Control, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** In contrast to the most existing route planning that are suitable for two-dimensional or three-dimensional space, a new four-dimensional route planning for multi-UAV (Unmanned Air Vehicle) based on evolutionary algorithm was proposed. Based on the three-dimensional route planning, the restriction of time was considered, and the arrival time to the target in the process of route search was combined and multi-UAV was ensured to perform a synchronously strike target and avoid collision by computing the coordinates of route nodes in four-dimensional space. The experimental results demonstrate that the method can complete four-dimensional route planning efficiently and obtain desirable routes for multi-UAV flight.

**Key words:** route planning; evolutionary algorithm; four-dimensional space; multi-UAV

## 引言

飞行器航迹规划是指在综合考虑飞行器机动性能、突防概率、碰地概率和飞行时间等约束因素下, 寻找一条从起始点到目标点的最优或可行的飞行轨迹<sup>[1]</sup>。对于低空飞行器, 尤其对需要执行低空突防任务的亚声速低空飞行器如巡航导弹来说, 航迹规划能有效提高飞行器的生存概率和作战效能, 从而实施远程的精确打击<sup>[2]</sup>。对于有时间协同要求的多飞行器航迹规划, 尤其是要求同时攻击目标的情况, 时间因素需要充分地考虑, 这就要求不但要确定飞行器在飞行过程中的空间位置, 还需要确定在这个位置的时间。本文中的飞行器指定为巡航导弹。

进化算法的搜索过程是在一个解的“种群”中进行的, 种群中的个体可以分布在整个解空间中的各个部分, 只要能够维持合理的种群多样性, 就可能在算法结束时找到多个可行解, 因此基于进化计算的规划方法目前已成为一种重要的多航迹规划方法<sup>[3]</sup>。

通常的航迹规划方法都是在二维或三维空间求解, 主要针对单一飞行器规划航迹, 没有考虑同时为多个飞行器规划航迹, 即协同规划问题。本文在进化算法的基础上, 提出了一种多飞行器四维航迹规划方法。该方法将规划空

间从二维和三维空间扩展到四维空间, 在三维航迹规划的基础上加入时间代价约束, 确保多发导弹在同时或极小的时间间隔内同时攻击目标。

## 1 问题的提出

实际作战中对于敌方有重要价值, 或者坚固的目标, 需要两发甚至多发导弹同时攻击目标才能完全摧毁。这就要求规划出来的航迹能够使不同的飞行器在攻击目标时同时到达或在一个规定的时间间隔  $\Delta t$  内陆续到达。在多航迹规划中, 飞行器之间的碰撞也是一个重要的问题, 在飞行过程中如果能知道各个飞行器在某一时刻各自的位置, 那么就能判断飞行器之间是否发生了碰撞, 从而采取相应的对策。通常的三维航迹规划方法<sup>[4,6]</sup>在搜索过程中, 地形信息得到了充分利用, 生成的航迹能够自动回避地形威胁, 但其只记录航迹三维空间  $(x, y, z)$  上的变化, 对于本文要解决的问题来说, 还需要考虑多个飞行器的攻击时间间隔  $\Delta t$ , 即规划的航迹不但要知道飞行器所在的三维空间节点, 还要知道飞行器在此三维空间节点的时间, 即航迹的四维空间节点  $(x, y, z, t)$ 。

## 1.1 三维航迹约束条件

国内外研究学者在三维航迹规划方面做了许多研究, 如动态规划法、神经网络法、启发式  $A^*$  搜索法<sup>[4,5]</sup>、模拟退火法、人工势场法、遗传算法<sup>[6]</sup>、粒子群算法<sup>[7]</sup>等。一般地, 一条满足要求的航迹必须: ①不超出飞行器的物理极

收稿日期: 2007-12-28

修回日期: 2008-03-25

**作者简介:** 严江江(1979-), 男, 湖北孝感人, 博士生, 研究方向为飞行器任务规划、模式识别与智能系统; 丁明跃(1961-), 男, 湖北麻城人, 教授, 博导, 研究方向为计算机视觉及应用; 周成平(1957-), 男, 湖北麻城人, 副教授, 研究方向为图像处理、计算机视觉、任务规划等。

限; ②不超过飞行器工作负荷; ③不违反具体任务参数要求。具体来说, 一般的三维航迹规划对结果航迹都要求有以下几个约束条件:

1) 最小步长: 它限制飞行器在开始改变飞行姿态前必须直飞的最短距离。远距离飞行器通常不希望迂回行进和频繁的转弯, 因为这将增加制导误差。

2) 最大拐弯角: 它限制了生成的航迹只能在小于或等于预先确定的最大拐弯角范围内转弯。

3) 航迹距离约束: 它限制了航迹的长度必须小于或等于一个预先设置的最大距离。它对应于有限的燃料供应或在某一固定时间内必须到达目标。

4) 固定的目标位置进入(接近)方向: 限制航迹从某一预先确定的角度接近目标位置。

5) 最大爬升/俯冲角: 这是飞行器自身的机动性能决定的, 它限制了航迹在垂直平面内上升下滑的最大角度。

6) 飞行高度限制: 在通过敌方防御区时, 需要在尽可能低的高度上飞行, 以减少被探测器发现或被地面防御系统摧毁的概率。但是飞得过低往往会使得与地面相撞的坠毁概率增加。飞行器离地高度被限定在一个范围内。

7) 威胁区约束: 在通过敌方威胁区时, 需要尽量远离威胁区域, 保持在威胁区域外飞行。

三维航迹规划方法将这些约束条件结合到搜索算法中, 使生成的航迹能够自动回避地形和敌方威胁区, 得到满意的结果。飞行器实际飞行过程是在一个飞行管道内的

运动。如图 1 所示, 两条虚线之间即为飞行器的可飞飞行管道, 小黑点表示的是航迹的每次机动(爬升/下滑/平飞)点。对于四维航迹规划来说, 航迹节点之间除了空间坐标不同外, 在时间上也是有先后顺序的, 如图 1 中的 A 节点和 B 节点, 分别用四维坐标来表示。

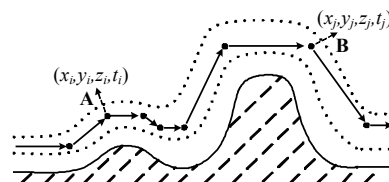


图 1 航迹的高度剖面显示

## 1.2 染色体结构和进化算子

对于每一条单个航迹, 采用一种变长实值染色体表示方法<sup>[3]</sup>, 每一个染色体代表一条航迹, 如图 2 所示。航迹的每一个节点除包含该航迹点的四维空间坐标  $(X_i, Y_i, Z_i, T_i)$  以外, 还包含一个状态变量  $b_i$ , 它记录如下信息: 1) 该节点是否可行, 即是否满足所有约束条件; 2) 连接该节点与下一节点之间的航迹段是否可行。当且仅当一条航迹的所有节点以及所有航迹段都可行时, 该航迹才是可行的。初始种群可以随机地生成, 即它们的节点数和节点的坐标都是随机的。所有航迹的第一个和最后一个节点的坐标是固定的, 分别代表飞行器的起始点和目标点。本文使用六种进化算子<sup>[3]</sup>, 如图 2 所示。

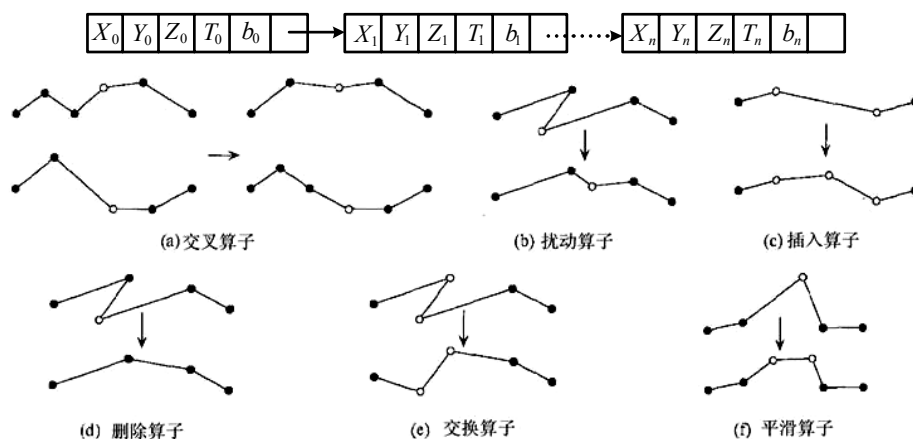


图 2 染色体结构和进化算子

交叉算子: 将两个父航迹个体随机地分割为两个部分, 然后将第一个父个体的第一部分与第二个父个体的第二部分组合, 将第一个父个体的第二部分与第二个父个体的第一部分组合生成两个新的子个体。两个父个体的节点数可以不同。

扰动算子: 随机地改变其中一个航迹节点的坐标。

插入算子: 在两个相邻的航迹节点中间随机地插入一个新的航迹节点。

删除算子: 随机地删除一个中间节点。

交换算子: 交换任意两个相邻中间节点的先后顺序。

平滑算子: 通过“切除尖角”将航迹平滑化。该算子随机选择一个航迹节点, 在与该航迹节点相连的两个航迹段上各插入一新的节点, 然后删除开始所选择的节点。

## 2 基于进化算法的多飞行器四维航迹规划

### 2.1 飞行器的时间维计算

现代军事武器中最有效率的武器之一巡航导弹在历次的战争中发挥了极其巨大的作用, 其通用性、灵活性、目

标选择性甚至效费比都远远高于其他类型的导弹。近些年来世界上每次局部战争几乎都是从巡航导弹攻击开始的。以下以美国“战斧”巡航导弹为例来讨论。“战斧”巡航导弹可以由空中、海上、或是陆地上发射, 其飞行弹道通常有四个阶段, 分别是发射段、前段、中段、末端、跃升俯冲攻击段。其中前段、中段、末端也称为巡航段。“战斧”巡航导弹发射段是一个近似抛物线的运动, 如图 3 所示。通常航迹规划算法都是从巡航段开始的, 发射段的飞行情况超出了本文的讨论范围。



图 3 发射段

“战斧”巡航导弹在攻击目标的最后时刻, 为加大对目标的攻击破坏效果, 通常采用跃升再俯冲攻击的形式。如图 4 所示, 巡航导弹的飞行速度很快, 在巡航段以亚音速匀速飞行, 在俯冲攻击段可能以超音速加速攻击, 因此在计算航迹四维空间位置时, 需要考虑俯冲攻击段巡航导弹的速度变化。在本文中, 设巡航导弹的巡航速度为  $V$ , 那么在俯冲攻击段的速度定义为:

$$V' = kV, k > 1 \quad (1)$$

对于巡航导弹的巡航段, 航迹节点的时间值用下式计算:

$$T_j = T_i + S / V \quad (2)$$

其中  $T_i$  为巡航导弹在经过某个节点的时间值,  $T_j$  为巡航导弹经过后一个节点的时间值,  $S$  为巡航导弹在这两个节点之间的飞行距离。

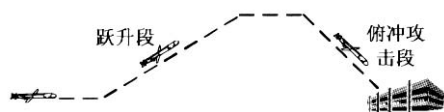


图 4 跃升俯冲攻击段

从前面的分析可以看出, 为了使多发巡航导弹同时到达目标, 那么无论巡航导弹的起始点在哪里, 只要调整巡航导弹通过起始点的时间, 就可以控制多发巡航导弹同时到达目标。但在实际应用中, 航迹规划的起始点位置通常是固定的, 巡航导弹从发射段到起始点的时间也是确定的, 在一次战术级巡航导弹攻击任务中, 为了作战统一指挥的需要, 巡航导弹要求在同时发射, 最低要求也是多个发射器在一定的时间间隔内发射完毕, 那么巡航导弹通过起始点的时间或者说巡航导弹的发射时间变动进行调节的范围就很小。

如图 5 所示, 设三发导弹的起始点时间分别为  $T_1$ 、 $T_2$  和  $T_3$ , 到达目标的时间分别为  $T_1'$ 、 $T_2'$  和  $T_3'$ 。那么对于本

文问题, 必须满足如下表达式:

$$|T_1 - T_2| \leq \Delta t, |T_1 - T_3| \leq \Delta t, |T_2 - T_3| \leq \Delta t \quad (3)$$

$$|T_1' - T_2'| \leq \Delta T', |T_1' - T_3'| \leq \Delta T', |T_2' - T_3'| \leq \Delta T' \quad (4)$$

其中  $\Delta t$  为要求的最大起始点时间间隔,  $\Delta T'$  为要求的到达目标的最大时间间隔。设导弹的起始点时间为  $T_i$ , 那么到达目标的时间可以用下式来计算:

$$T_i' = T_i + S_i / V + S_i' / kV \quad (5)$$

其中  $T_i$ 、 $S_i$ 、 $S_i'$  分别为第  $i$  个飞行器的起始点时间, 巡航段航迹长度, 加速俯冲段航迹长度。

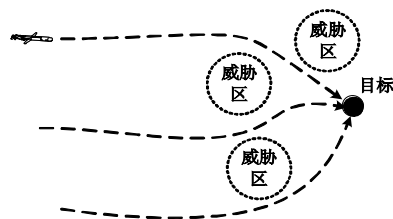


图 5 多发导弹同时攻击目标

## 2.2 代价函数设计

对于存在解的解空间中, 一般存在无限条可行航迹, 因此, 我们需要通过设计代价函数来进行最优航迹的确定。由于飞行器航迹规划中约束条件的特殊性, 往往需要综合考虑飞行器的机动性能、地形高程、障碍威胁以及飞行任务等多种因素, 要设计一种能包含所有这些因素的代价函数是困难的。与其他优化问题不同的是, 航迹规划并不存在经典数学上的代价函数<sup>[2]</sup>, 而仅需根据实际需要来设计一个可接受的、同时又较为合理的代价函数。对于  $n$  个飞行器的航迹规划来说, 飞行器之间的碰撞也是一个重要的问题, 本文使用一个安全距离代价  $\Delta L$  作为避免飞行器之间发生碰撞的约束因子。方法是从飞行器起始点开始用一个时间增量对航迹进行采样, 计算出每条航迹上当前时刻节点的坐标, 通过坐标就可以计算出在当前时刻各个飞行器之间的距离, 将这个距离作为代价因子加入到代价函数中。 $\Delta L$  的计算公式如下:

$$\Delta L = \begin{cases} [\min\{L_{i1}, L_{i2}, \dots, L_{ij}\}]^{-1}, & L_{ij} \leq D_{safe} \\ 0, & L_{ij} > D_{safe} \end{cases} \quad (6)$$

式中  $L_{ij}$  为第  $i$  个飞行器和第  $j$  个飞行器在某同一时刻所处位置之间的距离, ( $j=1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, n$ ),  $D_{safe}$  为规定的安全距离, 即在同一时刻飞行器之间的距离在  $D_{safe}$  以内就认为可能发生了碰撞。对于每条单个航迹, 其代价函数计算如下:

$$f(x_j) = \left( \sum_{i=1}^7 \lambda_i C_i \right) + \alpha \Delta L + \beta \Delta T \quad (7)$$

总代价函数定义为:

$$f(\Psi) = \sum_{i=1}^n f(y_i) \quad (8)$$

其中  $x_j$  代表第  $j$  条航迹,  $f(y_i)$  代表第  $i$  个飞行器的最优代价航迹,  $\Psi$  代表所有飞行器最优代价航迹的集合。  $C_i (i=1, 2, \dots, 7)$

分别代表单条航迹的最小航迹长度代价, 最大转弯角代价, 目标进入方向代价, 最大爬升/俯冲角代价, 最长航迹长度代价, 飞行高度代价, 距离威胁区代价,  $\lambda_i (i=1,2,\dots,7)$  分别为其代价系数。 $\Delta L$  为飞行器之间的安全距离代价,  $\alpha$  为其代价系数, 在距离目标点 5km 范围内, 不再计算  $\Delta L$ 。 $\Delta T$  为多个飞行器同时到达目标代价,  $\beta$  为其代价系数。 $\Delta T$  计算如下:

$$\Delta T = \max(|T_1 - T_1|, |T_1 - T_2|, \dots, |T_1 - T_j|) \quad (9)$$

( $j=1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,n$ ), 其中  $T_i$  和  $T_j$  分别表示第  $i$  个飞行器和第  $j$  个飞行器到达目标的时间。

为了侧重攻击目标的同时性和防止飞行器之间的碰撞, 可分别将其代价系数设得高一些。对于多飞行器四维航迹规划来说, 多个飞行器到达目标的时间间隔  $\Delta T$  被限制在一定的时间范围内, 要求满足下式:

$$0 \leq \Delta T \leq \Delta T_{MAX} \quad (10)$$

如果  $\Delta T_{MAX}$  取的过大, 就失去了同时打击目标的意义, 如果取的过小, 在存在解的情况下, 为找到满足条件的航迹可能会大大延长搜索出可行航迹的时间。

### 2.3 算法流程

算法的具体步骤如下:

- 1) 对每个飞行器随机生成大小为  $P$  的子种群;
- 2) 对每个子种群进行进化迭代;
- 3) 按(7)式和(8)式评价所有的个体航迹;
- 4) 按一定的概率选择进化算子;
- 5) 根据算子选取多个个体航迹;
- 6) 将所选算子对所选个体进行操作;
- 7) 将新的子个体加入到其父个体所在的子种群中;
- 8) 对新的子个体按(7)式和(8)式进行评价;
- 9) 从扩展后的子种群中删除最差的个体, 使其恢复到原来的规模;
- 10) 如果没有达到给定迭代次数, 转第 4 步。否则, 转第 11 步;
- 11) 从每个子种群中选出最好个体作为所求航迹, 进化过程结束。

## 3 仿真结果

本文实验在 PIV3.0GHz 微机 WindowsXP 的操作系统下运行, 使用 Visual C++6.0 编程环境。实验使用了 120km\*120km 范围大小的地形高程图, 威胁数据使用模拟生成的栅格数据, 地图分辨率 100m\*100m。

### 3.1 同时到达目标实验

实验中的相关参数值设定为:

- 1) 飞行器的最大路径距离为起始点和目标点之间直线距离的 1.5 倍;
- 2) 所有进化算子以相同概率选取, 即概率均为 1/6;
- 3) 最短直线距离为 4km, 安全距离  $D_{safe}=3\text{km}$ ;
- 4) 最大拐弯角和最大爬升/俯冲角分别为  $60^\circ$  和  $30^\circ$ ;

5) 初始子种群大小为 100;

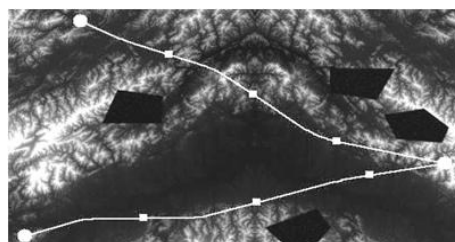
6) 代价系数  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_7 = 1$ ,  $\alpha = 100$ ,  $\beta = 10$ ;

7) 最后加速俯冲段距离 3km,  $k = 1.5$ ;

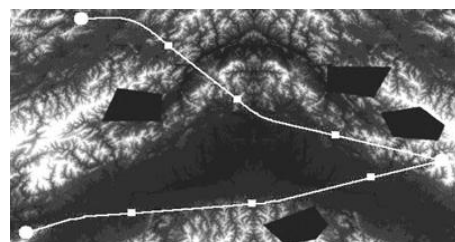
8) 导弹巡航速度为音速的 0.8 倍;

9) 起始点时间间隔设定为  $\Delta t = 0$  秒, 即飞行器起始点时间相同。到达目标点时间间隔要求  $\Delta T_{MAX} = 5$  秒;

图 6 给出了部分试验结果。图 6(a)为进化代数为 100 的结果航迹, 图 6(b)为进化代数为 1000 的结果航迹。航迹两端白色圆点分别为起始点和目标点, 白色矩形小方块为导航点, 多边形为威胁区。图 6(a)和图 6(b)的规划环境、航迹起始点、目标点均相同。



(a) 进化 100 代



(b) 进化 1000 代

图 6 不同进化代数的规划结果

表 1 规划结果

进化代数	规划成功	$\Delta T$ (秒)	总航迹代价
100	否	25.8	570.4
300	否	6.45	305.9
1000	是	3.55	284.9

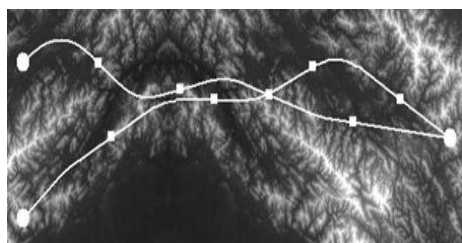
表 1 给出了部分实验结果数据, 当进化代数分别为 100 和 300 时, 生成的航迹到达目标的时间间隔  $\Delta T$  并不满足公式(10), 规划失败。当进化代数为 1000 时, 生成的航迹满足各项约束条件, 并且到达目标的时间间隔  $\Delta T$  小于  $\Delta T_{MAX}$ , 规划成功。由于航迹代价中  $\Delta T$  所占的权重较大, 因此规划结果中总航迹代价也基本上与  $\Delta T$  的变化相适应。在代价函数中, 安全距离代价  $\Delta L$  的代价系数  $\alpha$  设置的非常高, 因此图 6 中规划出来的两条航迹在同一时刻的距离都在安全距离之外, 表现在图上两条航迹就离的较开。

### 3.2 防撞实验

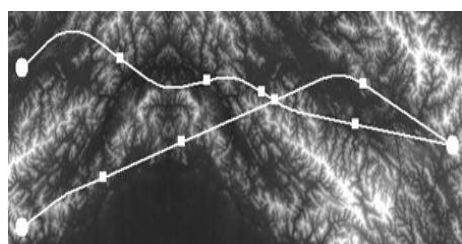
对于使用时间维和安全距离计算来防止飞行器的碰撞情况, 由于飞行器在三维空间中发生碰撞的概率极低, 为了让飞行器能进行防撞实验, 将飞行器起始点和目标点的位置在地图上对称放置, 为让规划快速收敛, 到达目标点时间间隔要求延长为  $\Delta T_{MAX} = 30$  秒。其他条件都相同。如



果式(6)计算的安全距离代价不记入航迹代价, 那么规划出来的航迹如图 7(a)所示, 程序中检测到有多次两个飞行器之间的距离在  $D_{safe}$  之内。如果安全距离代价记入航迹代价, 则规划出来的航迹如图 7(b)所示。由于安全距离代价  $\Delta L$  的代价系数  $\alpha$  设置的相当高, 程序中检测在图(b)的两条航迹中两个飞行器在飞行过程中始终保持在安全距离以外飞行。



(a) 安全距离代价不记入航迹代价



(b) 安全距离代价不记入航迹代价

图 7 飞行器避免碰撞试验结果

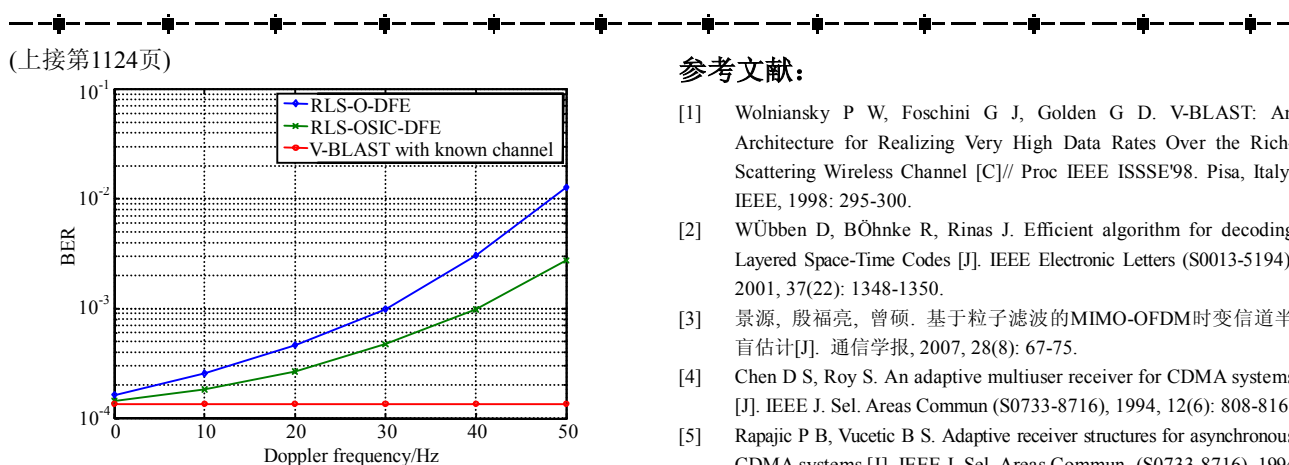


图 5 RLS-OSIC-DFE 和 RLS-O-DFE 随多普勒频移变化时, 误码率变化曲线

## 5 结论

本文对空分复用 MIMO 系统的基于 RLS 按序判决反馈检测算法进行了分析, 针对基于 RLS-O-DFE 检测性能下降的问题提出了基于迭代最小二乘按序串行干扰消除的判决反馈检测算法。与基于 RLS-O-DFE 算法相比, RLS-OSIC-DFE 算法将已检测出信号作为干扰进行消除从而在计算下一检测序列时减少了排序复杂度, 同时, 将消除干扰后的接收信号作为判决反馈均衡器中新的参数进行计算, 在总体略微增加系统复杂度的情况下, 提高了系统检测性能。性能分析与仿真结果证明了所提算法的有效性。

## 4 结论

本文提出了一种基于进化算法的多飞行器四维航迹规划方法, 该方法在通常的三维航迹规划的基础上, 通过时间维的计算, 将到达目标的时间与航迹搜索结合了起来。该方法同时利用时间维和安全距离的计算来避免飞行器之间的碰撞。实验结果表明, 该方法能够有效地完成四维航迹规划, 获得满足要求的多条航迹。

## 参考文献:

- [1] 闵昌万, 袁建平. 军用飞行器航迹规划综述[J]. 飞行力学, 1998, 16(4): 14-19.
- [2] 周其忠, 闫利, 关世义, 等. 一种针对运动目标的快速航迹规划方法[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(5): 987-989.
- [3] 郑昌文, 李磊, 徐帆江, 等. 基于进化计算的无人飞行器多航迹规划[J]. 宇航学报, 2005, 26(2): 223-227.
- [4] 李春华, 郑昌文, 周成平, 等. 一种三维航迹快速搜索方法[J]. 宇航学报, 2002, 23(3): 13-17.
- [5] Szczerba R J, Galkowski P, Glickstein I S, et al. Robust algorithm for real-time route planning [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System (S0018-9251), 2000, 36(3): 869-878.
- [6] Yi M, Ding M Y, Zhou C P. 3D route planning using genetic algorithm. International Symposium on Multi-spectral Image Processing [C]// Proceedings of the SPIE, 1998. USA: SPIE, 1998, 3545: 92-95.
- [7] 唐强, 王建元, 朱志强, 等. 基于粒子群优化的三维突防航迹规划仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(9): 2033-2036.

## 参考文献:

- [1] Wolniansky P W, Foschini G J, Golden G D. V-BLAST: An Architecture for Realizing Very High Data Rates Over the Rich-Scattering Wireless Channel [C]// Proc IEEE ISSSE'98. Pisa, Italy: IEEE, 1998: 295-300.
- [2] WÜbben D, BÖhnke R, Rinas J. Efficient algorithm for decoding Layered Space-Time Codes [J]. IEEE Electronic Letters (S0013-5194), 2001, 37(22): 1348-1350.
- [3] 景源, 殷福亮, 曾硕. 基于粒子滤波的MIMO-OFDM时变信道半盲估计[J]. 通信学报, 2007, 28(8): 67-75.
- [4] Chen D S, Roy S. An adaptive multiuser receiver for CDMA systems [J]. IEEE J. Sel. Areas Commun (S0733-8716), 1994, 12(6): 808-816.
- [5] Rapajic P B, Vucetic B S. Adaptive receiver structures for asynchronous CDMA systems [J]. IEEE J. Sel. Areas Commun (S0733-8716), 1994, 12(5): 685-697.
- [6] 郭业才. 基于统计特性均衡准则的线性符号判决反馈盲均衡算法[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(11): 2413-2416. (Ye-cai G. Blind Linear Sign Decision Feedback Equalizer Based on Statistical Equalization Criterion [J]. Journal System Simulation (S1004-731X), 2007, 19(11): 2413-2416.)
- [7] Zha W, Blostein S D. Modified decorrelating decision-feedback detection of BLAST space-time system [C]// IEEE ICC, Helsinki, Finland, 2002. USA: IEEE, 2002: 335-339.
- [8] Choi J, Yu H, Lee Y H. Adaptive MIMO Decision Feedback Equalization for Receivers with Time-Varying Channels [J]. IEEE transactions on signal processing (S1053-587X), 2005, 53(11): 4295-4303.
- [9] Golub G H, Loan C F V. Matrix Computations [M]. Third ed. USA: Johns Hopkins Univ. Press, 1996.
- [10] Haykin S. Adaptive Filter Theory [M]. Third ed. NJ, USA: Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1996.