

任意四边形形心计算的组合法探讨

陈小亮 田祖安 杨全虎

(重庆科技学院数理学院, 重庆 401331)

摘 要:任意四边形都可以分解为两个三角形的组合,基于组合法推导得到了任意四边形形心坐标计算的一般公式。结果可以应用于工程中广泛使用的梯形截面。

关键词:形心;四边形;组合法;梯形

均质物体的几何中心称为物体的形心^[1-3]。均质物体的质心和重心位置完全取决于物体的几何形状,而且质心和重心位置与形心重合。对于等厚薄板、薄壳和等截面杆件,质心和重心位置的计算主要归结为截面图形的形心位置计算,如何确定截面图形形心的位置在实践上有着重要意义。例如有的偏心轮应使其重心离开转动轴一定的距离,以便利用由于偏心而产生的离心力效果;有的高速转动轴应使其重心尽可能不偏离转动轴轴线,以避免产生动约束力。在静力学中,重心是重力的作用点。在动静法中,质心是惯性力系主矢的作用点。在动力学中,中心惯性主轴必须要通过质心。在材料力学中,杆件截面图形的形心与杆件的稳定性、弯曲和扭转变形的刚度和强度都密切相关。一般教材中只用表格形式列出了有一条边在 x 轴上的三角形和梯形的形心计算公式^[1-3],本文推导了任意四边形的形心计算公式。

1 任意三角形的形心

在平面直角坐标系中,设 $\triangle A_1A_2A_3$ 的三个顶点坐标分别为 $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$, $A_3(x_3, y_3)$, 则任意 $\triangle A_1A_2A_3$ 的形心 C 坐标 (x_C, y_C) 可由数学中的三角形重心计算公式给出:

$$x_C = (x_1 + x_2 + x_3)/3 \quad (1)$$

$$y_C = (y_1 + y_2 + y_3)/3 \quad (2)$$

2 任意四边形的形心计算

任意凸四边形 $A_1A_2A_3A_4$ 可分解为两个三角形 ($\triangle A_1A_2A_3$ 和 $\triangle A_1A_3A_4$), 利用组合法公式^[1-3]有:

$$x_C = \frac{S_1 x_{C1} + S_2 x_{C2}}{S_1 + S_2}, y_C = \frac{S_1 y_{C1} + S_2 y_{C2}}{S_1 + S_2} \quad (3)$$

其中 (x_C, y_C) 为凸四边形 $A_1A_2A_3A_4$ 的形心坐标。 (x_{C1}, y_{C1}) 和 (x_{C2}, y_{C2}) 分别是两个三角形 ($\triangle A_1A_2A_3$ 和 $\triangle A_1A_3A_4$) 的形心坐标。 S_1 和 S_2 分别是 $\triangle A_1A_2A_3$ 和 $\triangle A_1A_3A_4$ 的面积。

$$x_{C1} = (x_1 + x_2 + x_3)/3, y_{C1} = (y_1 + y_2 + y_3)/3 \quad (4)$$

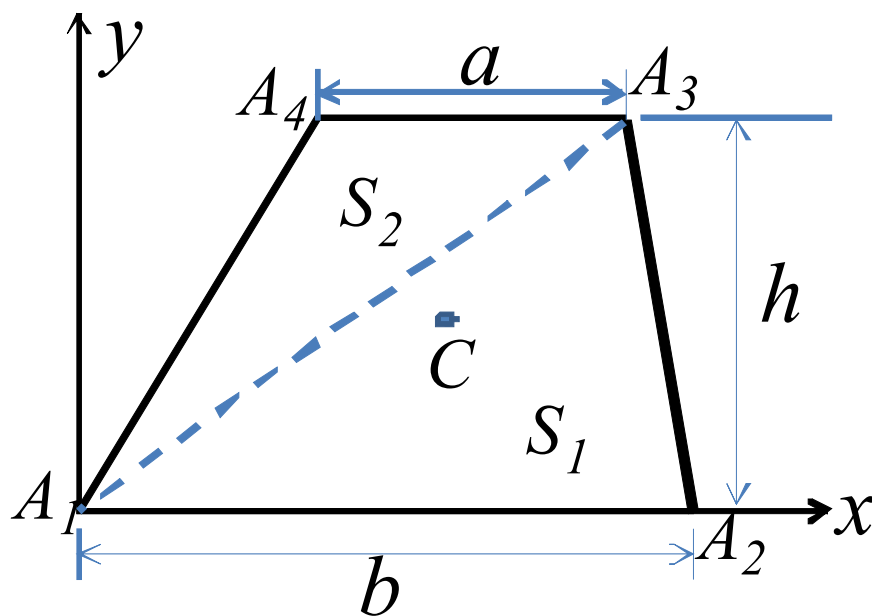


图 1 梯形的形心

$$x_{C2} = (x_1 + x_3 + x_4)/3, y_{C2} = (y_1 + y_3 + y_4)/3 \quad (5)$$

$$S_1 = \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_1 y_3 - x_2 y_1 - x_3 y_2| \quad (6)$$

$$S_2 = \frac{1}{2} |x_1 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_1 - x_1 y_4 - x_3 y_1 - x_4 y_3| \quad (7)$$

3 应用举例

如图 1 所示的梯形 $A_1A_2A_3A_4$, 顶点纵坐标: $y_1 = y_2 = 0, y_3 = y_4 = h$ 。代入公式(4)和(5)可得到: $y_{C1} = h/3, y_{C2} = 2h/3$ 。两个三角形 $\triangle A_1A_2A_3$ 和 $\triangle A_1A_3A_4$ 的面积分别为: $S_1 = bh/2, S_2 = ah/2$ 。代入公式(3)中可得到梯形 $A_1A_2A_3A_4$ 形心纵坐标为:

$$y_C = \frac{\frac{bh}{2} \cdot \frac{h}{3} + \frac{ah}{2} \cdot \frac{2h}{3}}{\frac{bh}{2} + \frac{ah}{2}} = \frac{h(2a+b)}{3(a+b)} \quad (8)$$

式(8)的结果与参考文献[1-3]中梯形形心坐标的列表结果完全一致。

设图 1 中顶点 A_4 的横坐标为 x_4 , 则有:

(转下页)

高地压深部矿井大采高工作面轨道顺槽二次加固与施工工艺

张立江

(淮南矿业集团潘一矿综采五队,安徽 淮南 232000)

摘 要:1252(3)工作面位于潘一矿东区西一(13-1)盘区上山以西,1262(3)工作面采空区以北,随着回采的推进,轨顺压力显现明显,尤其是回采至 G48 号退尺点之后,两帮位移量和底鼓量均明显突出,为解决轨顺压力问题,采用锚索锚杆、金属网、单体以及圆料等支护材料进行刷帮、挑顶支护,有效的解决了压力大、顶板差、制约生产及回风的问题。

关键词:工作面;轨顺;顶板;支护

1 工作面及轨顺地质概况

1.1 工作面概况

1252(3)工作面位于西一(13-1)盘区上山以西,1262(3)工作面采空区以北,东侧的 1231(3)正在掘进,1221(1)、1232(1)工作面正在回采;工作面可采走向长 1037m,倾斜长约 193m,13-1 煤层为黑色,以块状暗煤为主,夹亮镜煤条带,属半暗型煤。中间发育 1~5 层不稳定泥岩或炭质泥岩夹矸,一般发育 1 层夹矸,切眼附近煤层较薄,W1252-3# 孔附近煤层最厚(主要是与下伏 12 煤层合并所致)。煤厚 4.0~7.4m,平均厚 4.7m。煤层产状为 $130^{\circ}\sim 170^{\circ}\angle 1^{\circ}\sim 9^{\circ}$,煤层结构复杂。

1.2 工作面顶板概况

伪顶主要由砂质泥岩和 1~2 层炭质泥岩组成,全工作面发育,在掘进及邻面回采过程中,易掉落,厚 0.2~1.7m,均厚 0.8m;直接顶主要是砂质泥岩、13-2 煤层和泥岩组成的复合顶板,其中砂质泥岩在轨顺侧 G76 退尺点到收作线附近相变为粉细砂岩互层,13-2 煤层在运顺侧靠近 W1252-2# 孔附近与 13-1 煤层间距最小为 2.4m,轨顺侧 G66 退尺点到收作线附近尖灭,厚 0~11.3m,均厚 6.5m。老顶为细砂岩,全工作面发育,致密坚硬,厚 2.7~9.8m,均厚 7.1m。

1.3 工作面轨顺概况

轨顺走向长 1037m,共有瓦斯抽采钻场 16 个,地质勘探孔 4 个,其中 G60 至 G90 为 U 型棚支护段,其余区段均为锚联网支护。

2 工作面轨顺二次加固方案与施工

2.1 轨顺顶板和两帮压力状况

2.1.1 数据观测。在工作面轨顺每隔 50 米在顶板安装两块压力表和一块离层仪,做到每周观测一次矿压数据,并结合巷顶及两帮移近量填入矿压观测牌板。月底将数据录入成电子版分析成果。(以 2016 年 10 月数据为例)(图 1)。

根据测站实测得出轨顺变形量及变形速度曲线如图 2 所示。

从巷道变形量曲线图上我们可以看出:随着工作面的临近,变形量累计增加,距工作面 60m 时,变形量突增,说明从此刻开始为强烈影响区,巷道顶板下沉 800mm 左右,两帮移近 1000mm 左右,当工作面临近测站时,顶底移近 1600mm,两帮移近 2100mm。轨顺巷道变形量较大,两帮变形量比顶底变形量要大,工作面超前 60m 范围内应加强支护。

2.1.2 现场实际情况。1252(3)轨顺在回采前期压力显现不明显,至 2016 年 10 月回采至 G48 号退尺点之后一直到工作面回采结束,轨顺压力明显显现出来,两帮位移量和底鼓量均明显突出,表现为:一是底鼓区域大,动态变化明显,在工作面出口 60 米范围内尤为明显,需要每天安排人员进行维护;二是 G65 号退尺点至 G90 号退尺点区域内顶板破碎,易出现漏顶现象,在支护打锚时不能成孔,造成局部地点不能使用锚索支护,顶板压力大,表现为原巷道支护锚杆锚索常常断裂,且在 G82 号退尺点附近出现过一次离层;三是两帮位移量大,前期只有局部地点明显,在后期随着回采推进,位移区域也一直跟随向前移动,在 U 型棚支护区段,开始是上方位移将 U 型棚 U 型(转下页)

$x_1=0, x_2=b, x_3=x_4+a$ 。代入公式(4)和(5)可得到: $x_{C1}=(a+b+x_4)/3$, $x_{C2}=(a+2x_4)/3$ 。代入公式(3)中可得到梯形 $A_1A_2A_3A_4$ 形心的横坐标为:

$$x_C = \frac{a^2 + b^2 + ab + 2ax_4 + bx_4}{3(a+b)} \quad (9)$$

4 结论

任意凸四边形的形心坐标可表示为式(3)-(7)所示的代数形式,这比积分形式的形心定义公式更简便。对于任意凹四边形,式(6)-(7)中某个三角形的面积应该用负面积值,需要具体问题具体分析。

参考文献

- [1]武清玺,徐鉴.理论力学[M].北京:高等教育出版社,2013.
- [2]蒋平,王维.工程力学基础(1)理论力学[M].北京:高等教育出版社,2008.

[3]北京科技大学,东北大学.工程力学(静力学)[M].北京:高等教育出版社,2015.

项目:重庆科技学院研究生教育教学改革研究一般项目(编号:YJG2014Y008)。