



中国机械工程
China Mechanical Engineering(中国机械工程)
ISSN 1004-132X,CN 42-1294/TH

《中国机械工程》网络首发论文

题目: 基于螺旋样条的旋翼无人机区域轨迹规划
作者: 陈杰, 董伟, 盛鑫军, 朱向阳
收稿日期: 2017-11-09
网络首发日期: 2019-06-25
引用格式: 陈杰, 董伟, 盛鑫军, 朱向阳. 基于螺旋样条的旋翼无人机区域轨迹规划[J/OL]. 中国机械工程.
<http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1294.TH.20190625.0931.014.html>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

基于螺旋样条的旋翼无人机区域轨迹规划

陈杰 董伟 盛鑫军 朱向阳

上海交通大学机械系统与振动国家重点实验室,上海,200240

摘要：针对旋翼无人机在区域作业中的应用需求,提出一种螺旋样条区域轨迹生成方法,设计了给定区域的螺旋控制点生成方法,基于非均匀有理B样条拟合了轨迹。采用线性规划方法求解了以飞行时间最短为目标的规划问题,利用二阶泰勒展开法插值生成用于控制的轨迹序列。通过轨迹追踪实验可知,与传统折线区域轨迹规划方法对比,在相同的动力学约束及作业要求的前提下,该方法有效缩短了作业时间,提高了作业效率。

关键词：旋翼无人机;区域轨迹规划;非均匀有理B样条曲线;轨迹优化

中图分类号：TP29

DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2019.12.011

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Regional Trajectory Planning of Unmanned Aerial Vehicles Based on Spiral Spline

CHEN Jie DONG Wei SHENG Xinjun ZHU Xiangyang

State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, 200240

Abstract: A trajectory planning method was put forward based on spiral spline for the applications of unmanned aerial vehicles in regional operation. The method designed an algorithm to generate control points, and used NURBS for curve fitting. An optimization problem with the shortest flight time was solved by linear programming. The second-order Taylor expansion was used for curvilinear interpolation. Experiments were carried out on a platform with a trajectory tracking controller. From the experimental results it is shown that the method may effectively reduce flight time and improve efficiency, compared with traditional zigzag trajectory method under the same dynamic constraints and operation requirements.

Key words: unmanned aerial vehicle; regional trajectory planning; non-uniform rational B-spline (NURBS); trajectory optimization

0 引言

多旋翼无人机具有体积小、结构简单、能够垂直起降与悬停等特点,在民用航拍、工业巡检^[1]、农业作业^[2]、遥感测绘^[3]、公共安防、军事侦察^[4]等领域具有广阔的应用前景。将旋翼无人机应用于区域作业时,一种普遍的做法就是先提取作业区域的范围,规划无人机的飞行轨迹,之后,无人机按照规划的轨迹自动完成作业区域的巡检。相比于传统的人工检测和手动操控无人机完成作业任务,这种方式能极大提高效率。

无人机飞行轨迹规划的传统做法是,先在作业区域范围内生成一系列的航迹点,然后以Z字

形的折线连接生成覆盖区域的轨迹^[5-6]。这种方法简单高效,在植保喷洒农药作业、地理信息航拍等领域广泛应用。Z字形的轨迹规划方法生成的轨迹与无人机的动力学性能不相符,引起了飞行姿态的不平滑。CHEN等^[6]对每段直线进行速度规划来保证无人机加减速过程的姿态平滑,该方法需要无人机在拐点处频繁进行加速与减速,作业效率低,且频繁的加速与减速增加了无人机的能耗,缩短了无人机的续航时间。加工制造领域中,刀具的轨迹规划及优化已有成熟的基础,文献[7-8]将螺旋加工轨迹的方法用于型腔铣,在保证刀具磨损度的前提下,提高了加工效率。这种加工轨迹的规划方式也同样适用于无人机区域作业的轨迹规划。

除了折线型的直线连接,另外一种生成轨迹

的方法为样条拟合,通过控制样条拟合的阶数来保证曲线在连接点处连续的导数阶数,从而规划得到无人机姿态平滑变化的轨迹,这更符合旋翼无人机飞行特性。数控加工领域,样条拟合是一种较为常用的轨迹生成方法^[9-10],拟合的曲线通过约束速度、加速度,对加工过程的加减速进行规划,生成平滑的加工轨迹。在无人机的轨迹规划研究中,PHANG 等^[11]基于 B 样条拟合文字曲线,采用二次规划的方法迭代获得时间最优的轨迹,控制无人机完成给定文字的绘制。为了提高轨迹生成效率与实时性,董伟^[12]基于非均匀有理样条,采用线性规划的方法来求解最优飞行时间问题。上述研究中,无人机飞行轨迹的拟合多基于样条曲线,生成的轨迹为单参数的方程,便于进一步的轨迹优化与插补。

本文提出一种用于旋翼无人机区域作业的螺旋轨迹生成方法,基于非均匀有理 B 样条(non-uniform rational B-spline, NURBS)曲线拟合螺旋曲线,在曲线离散化后,采用时间最优的优化模型,将速度、加速度和跃度作为约束条件,求解最优飞行速度序列,并根据无人机的控制周期进行插补,基于轨迹追踪控制器实现螺旋轨迹的追踪控制。

1 区域螺旋轨迹的生成

假设无人机作业覆盖区域半径为 R ,图 1a 所示的作业区域中,区域的轮廓离散点集 $Q_0 = \{q_j \mid j = 0, 1, \dots, n\}$,其中, q_j 为点 j 的坐标,区域的中心点的坐标 $o = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^n q_j$ 。

为了使生成的轨迹能够覆盖整个作业区域,选择距离中心点最远的点,根据无人机作业覆盖区域得到螺旋线的圈数:

$$m = \lceil \frac{\|q_t - o\|}{2R\epsilon} \rceil \tag{1}$$

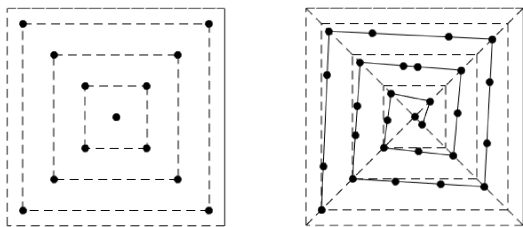
其中, q_t 为距中心点最远的轮廓点坐标;参数 ϵ 用来控制螺旋轨迹覆盖密集度, $\epsilon \in [0, 1]$; $\lceil \cdot \rceil$ 为取整函数。

轮廓线向中心方向偏置 σ (根据实际作业需求确定),得到第一层曲线。以第一层曲线为基准,以每两层向内偏置 $2R\epsilon$,生成 m 层轮廓曲线,如图 1b 所示。轮廓集表示为

$$Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_m\} \tag{2}$$

$$q_{i,j} = q_{1,j} + i(o - q_{1,j})/m \tag{3}$$

其中, Q 为由所有轮廓组成的总轮廓点集; Q_i 为 i 层轮廓组成的点集, $i = 1, 2, \dots, m$; j 为该层轮廓点数。



(a) 偏置轮廓线的生成 (b) 螺旋控制点的生成

图 1 螺旋曲线的控制点生成

Fig.1 Generation of spiral control points

中心点和所有的轮廓点将 m 层轮廓曲线分成 n 份。对每两层轮廓曲线进行计算,得到曲线在折线处的控制点集

$$D_0 = \{d_{i,j} \mid d_{i,j} = q_{i,j} + (j-1)(q_{i+1,j} - q_{i,j})/n\} \tag{4}$$

选定最外层的一个点为起点,按照顺时针或逆时针方向逐层向内将控制点集组成有序的点集序列:

$$D = \{d_I \mid I = 1, 2, \dots, mn\} \tag{5}$$

式中, d_I 为点 I 的坐标。

定义参数 δ 来控制折线处生成曲线的曲率。在点集序列 D 的每两个相邻控制点之间生成控制点,如图 1b 所示,得到曲线的控制点集 $P = \{p_i\}$, p_i 为控制点坐标。生成控制点方法如图 2 所示。

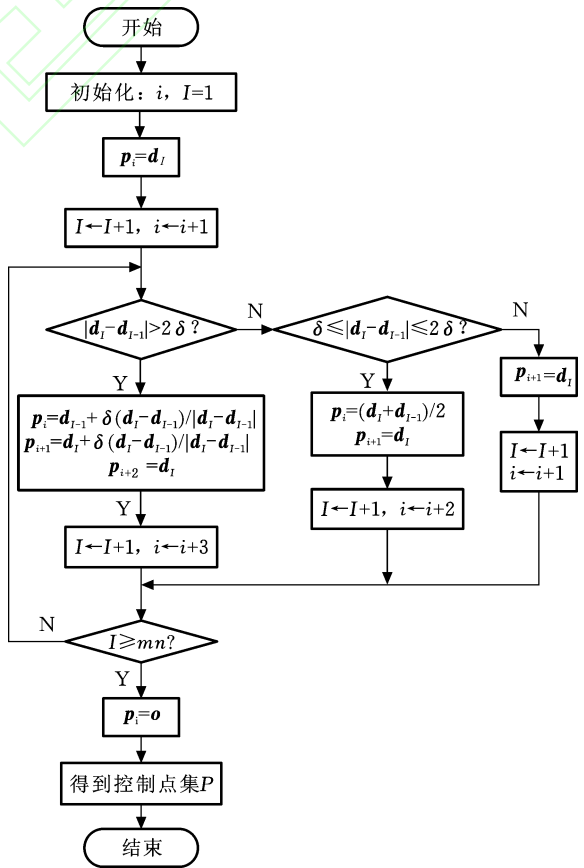


图 2 控制点生成流程图

Fig.2 Flow diagram of control points generation

本文采用 NURBS 曲线拟合无人机的飞行轨迹,得到轨迹相对于单个参数的函数,以便于进一步的轨迹优化。

一条 $k(k=0,1,2,\cdots)$ 阶的 NURBS 曲线定义如下^[11]:

$$C(u) = \frac{\sum_{j=0}^n w_j p_j N_{j,k}(u) / \sum_{j=0}^n w_j N_{j,k}(u)}{\sum_{j=0}^n p_j R_{j,k}(u)} \quad (6)$$

其中, w_j 为权因子; u 为曲线参数, $0 \leq u \leq 1$; $N_{j,k}(u)$ 为 NURBS 曲线的基函数,通过递推公式获得, $k=0$ 时

$$N_{j,0}(u) = \begin{cases} 0 & u \leq u_j \leq u_{j+1} \\ 1 & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

$k>0$ 时

$$N_{j,k}(u) = \frac{u - u_j}{u_{j+k} - u_j} N_{j,k-1}(u) + \frac{u_{j+k+1} - u}{u_{j+k+1} - u_{j+1}} N_{j+1,k-1}(u) \quad (8)$$

曲线的节点向量为

$$U = (u_0, u_1, \cdots, u_{n+k+1}) \quad (9)$$

对于 NURBS 开曲线,两端节点的重度度取 $k+1$,即 $u_0 = u_1 = \cdots = u_k = 0, u_{n+1} = u_{n+2} = \cdots = u_{n+k+1} = 1$ 。节点向量 U 根据哈特利-贾德方法^[11]确定。

这里令 $w_j = 1$,可以简化得到

$$C(u) = \sum_{j=0}^n N_{j,k}(u) p_j \quad (10)$$

为了得到无人机平滑飞行的轨迹,即保证无人机飞行过程中姿态的平滑变化,无人机姿态的变化率需要是可导的,其中,姿态对应于加速度,姿态的变化率对应于跃度,所以跃度是可导的,飞行曲线需 4 阶可导。本文采用 4 次 NURBS 曲线进行拟合。

根据得到的控制点集 P 、节点向量 U ,可获得拟合的螺旋曲线,图 3 所示为由 4 阶 NURBS 样条拟合控制点得到的螺旋样条曲线。

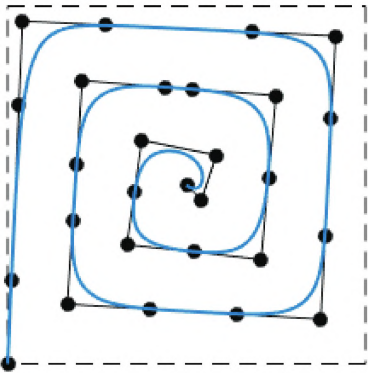


图 3 4 阶 NURBS 样条拟合的螺旋样条曲线
Fig.3 Fitting of spiral curve by 4-order NURBS

对于一般具有较为复杂凸边界的区域,通过提取边界轮廓的点集,应用以上轨迹生成算法,均可生成覆盖整个区域的螺旋作业轨迹,图 4 所示为不规则区域的螺旋轨迹。

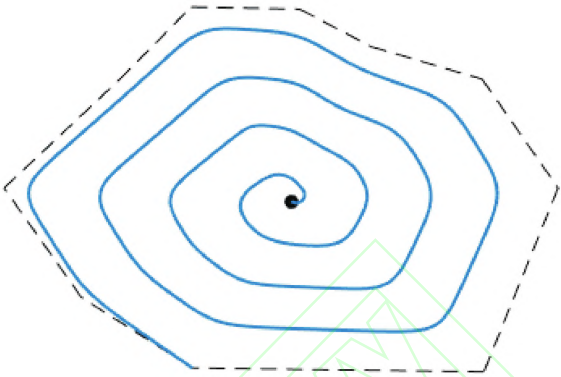


图 4 不规则区域螺旋轨迹生成
Fig.4 Trajectory generation on an irregular region

如图 5 所示,区域中心不在区域范围内的凹边界无法直接采用上述的算法生成轨迹。针对这种情况,将区域进行分割,得到 2 个凸边界组成的区域,分别对 2 个区域生成轨迹控制点,连接两个区域的控制点,然后进行样条拟合,就可得到连续的覆盖区域的双螺旋飞行轨迹。对于更加复杂的边界,同样可采用这种分割拟合的方法,生成多螺旋区域覆盖轨迹。

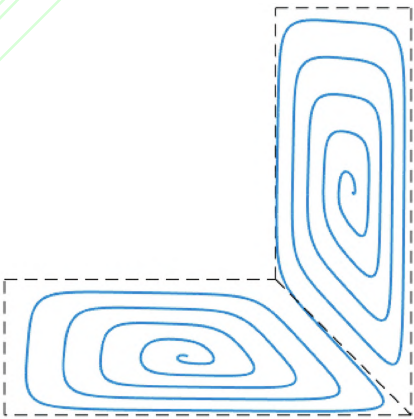


图 5 特殊区域分割多螺旋轨迹生成
Fig.5 Trajectory with multi-spiral curve for special region

2 轨迹规划

2.1 速度规划

得到生成的轨迹后需要进行速度规划。在无人机满足自身动力学性能的条件下以最短的时间完成作业任务,需要建立有速度约束、加速度约束及跃度约束,以最短的时间为目标的优化问题,完成轨迹的速度规划。

引用文献[10]的最优速度规划方法,将飞行时间最短问题等效为每点速度最大的优化问题,将曲

线离散化为 N 个区间,可以得到如下最优化问题:

$$\begin{aligned} \max \quad & M = \sum_{j=0}^N v^2(u_j) \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq v^2(u_j) \leq \min(v_{\max}^2, \tau) \\ & v^2(u_0) = v^2(u_N) = 0 \\ & -a_{\mu\max} \leq a_{\mu}(u_j) \leq a_{\mu\max} \\ & -j_{\mu\max} \leq j_{\mu}(u_j) \leq j_{\mu\max} \\ & \tau = 8\rho_j\epsilon_{\max}/T^2 \end{aligned}$$

(11)

式中, $v(u_j)$ 为轨迹离散点 u_j 的速度; $(\cdot)_{\mu}$ 表示向量在 μ 轴上的分量, $\mu \in \{x, y, z\}$; v_{\max} 为最大飞行速度约束; $a_{\mu\max}$ 为 μ 轴的最大飞行加速度约束; $j_{\mu\max}$ 为 μ 轴的最大跃度约束; τ 为轨迹追踪精度约束; ρ_j 为 u_j 处的曲率半径; ϵ_{\max} 为最大弓高误差约束; T 为插补周期。

令 $\beta = \|dC(u)/du\|$, $\gamma = v^2(u)/\beta^2$, 则加速度表示为

$$a(u) = \frac{dv(u)}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{du} \left(\frac{v(u)}{\beta} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{d\gamma(u)}{du}$$

进而通过差分以离散形式在 u_j 得到加速度

$$a(u_j) = \frac{\gamma(u_{j+1}) - \gamma(u_{j-1}))}{2(u_{j+1} - u_{j-1})}$$

对于 $A(u)$ 的 μ 轴分量

$$a(u_j)_{\mu} = C''_{\mu}(u_j)\gamma(u_j) + \frac{C'_{\mu}(u_j)(\gamma(u_{j+1}) - \gamma(u_{j-1})))}{2(u_{j+1} - u_{j-1})}$$

即

$$a_{\mu}(u_j) = C''_{\mu}(u_j)\gamma(u_j) + C'_{\mu}(u_j)\gamma'(u_j)/2$$

跃度可表示为

$$j_{\mu}(u_j) = a'_{\mu}(u_j) = C'''_{\mu}(u_j)\gamma(u_j) + 3C''_{\mu}(u_j)\gamma'(u_j)/2 + C'_{\mu}(u_j)\gamma''(u_j)\sqrt{\gamma(u_j)}/2$$

式中, $F'(u_j)$ 、 $F''(u_j)$ 、 $F'''(u_j)$ 分别为函数 $F(u_j)$ 对 u_j 的 1 阶导数、2 阶导数、3 阶导数。

以 $v^2(u_j)$ 为变量, 将式(11)的优化问题转换为一个线性规划问题, 确定轨迹的速度、加速度的边界约束, 利用最优理论求解得到最优速度序列。图 6 所示为图 3 中的矩形区域螺旋轨迹在速度约

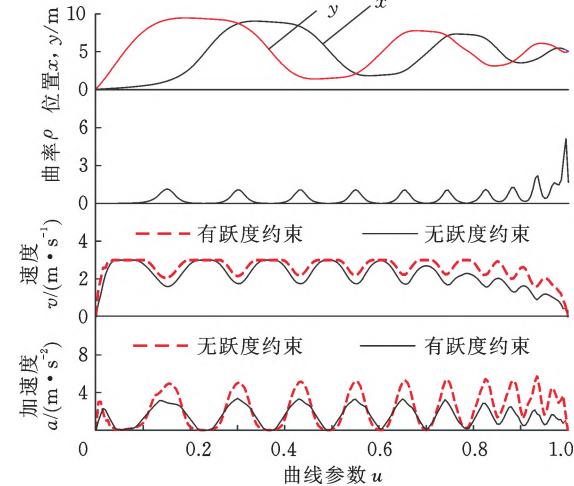


图 6 螺旋轨迹速度规划结果

Fig.6 Results of spiral trajectory planning

束为 3 m/s、加速度约束为 5 m/s²、跃度约束为 3 m/s³时的规划结果。轨迹的速度、加速度基本达到约束要求,且曲线曲率较大位置的速度较小,符合旋翼无人机的动力学特性。有跃度约束的情况下,无人机的加速度在约束范围内受到了一定的限制。

2.2 曲线插值

若需无人机完成生成轨迹飞行的任务,则需要将轨迹按控制周期向时域内映射,即需要对轨迹按照飞行器控制周期进行插值。综合考虑精度与计算量,本文采用二阶泰勒展开法^[12]进行插补参数计算。

曲线参数的时间函数记为 $u(t)$, t_i 为第 i 个控制周期的时刻, t_{i+1} 为第 $i+1$ 个控制周期的时刻,记 $u(t_i) = u_i$, $u(t_{i+1}) = u_{i+1}$, 对 u_{i+1} 进行二阶泰勒展开可得

$$u_{i+1} = u_i + T\dot{u}_i + T^2\ddot{u}_i/2$$
$$\dot{u}_i = \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=t_i} = \frac{v(u_i)}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}}$$
$$\ddot{u}_i = \frac{du}{dt} \left(\frac{v(u_i)}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}} \right) = - \frac{v^2(u_i)}{\left\| \frac{dC(u)}{du} \right\|_{u=u_i}^4} \frac{dC(u)}{du} \frac{d^2C(u)}{du^2}$$

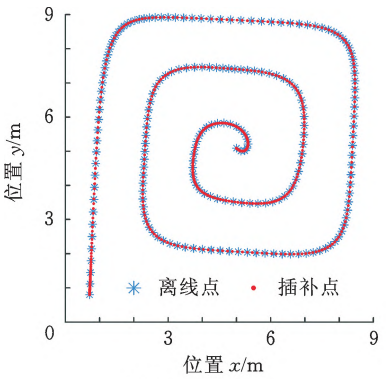
由于初始点的速度为 0, 无法计算得到下一个插值点, 因此需要给初始点一个小的速度。计算得到新的插值点 u_{i+1} 后, 基于每两个离散点之间速度的变化是线性的假设, 离线点之间的新插值点的速度由相邻两个离散点已知的速度, 通过线性拟合得到, 从而通过插值得到间隔为控制周期的位置序列与速度序列。图 7a 所示为曲线插值的结果, 由图 7b 可以看到, 在速度较小的位置, 插值的轨迹点更加密集。

3 轨迹追踪控制

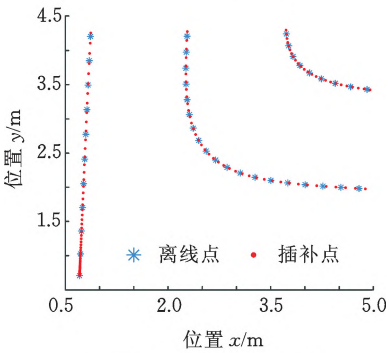
多旋翼无人飞行器的控制系统一般由 4 个级联的 PID 控制器组成, 包括位置环、速度环、姿态环和角速度环, 如图 8 所示, 通过设定目标位置实现位置闭环。

由前一节的插值得到对应控制周期的位置序列, 将这些位置作为每个控制周期的目标位置, 在每个控制周期向无人机发送位置设定指令, 实现轨迹的追踪, 但采用这种追踪方式时, 无人机的轨迹追踪性能不佳, 故基于轨迹的速度序列, 加入速度前馈, 从而获得较好的轨迹追踪性能, 如图 9 所示。速度控制量可表示为

$$v = k_p e_p + v_{ff}$$



(a) 曲线插值结果



(b) 曲线插值局部示意图

图 7 螺旋曲线插值

Fig.7 Curvilinear interpolation of spiral trajectory

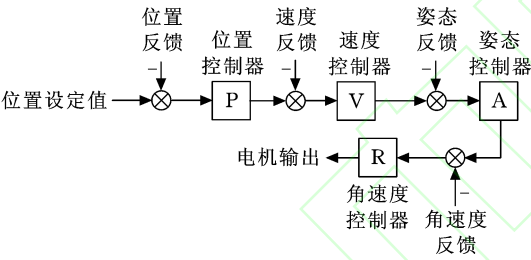


图 8 飞行控制器的级联控制框图

Fig.8 Cascade control block diagram of flight controller

式中, e_p 为位置误差; k_p 为位置追踪器比例系数; v_{ff} 为速度前馈。

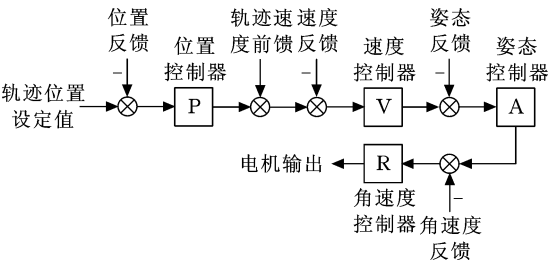


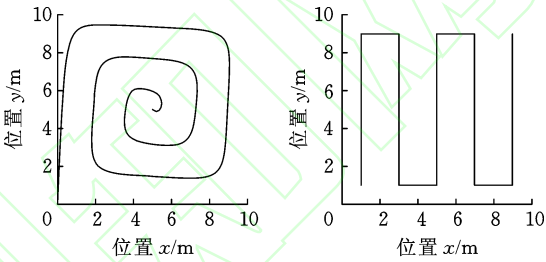
图 9 轨迹追踪控制框图

Fig.9 Control block diagram of trajectory tracking

本文基于开源飞行控制器 Pixhawk 搭建了飞行平台, 以实现基本飞行姿态的控制, 将 Raspberry Pi 2 作为上层控制器, 以实现轨迹追踪控制。

4 实验与结果

针对一块特定的 $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ 的矩形区域, 在相同的动力学约束以及作业覆盖要求的条件下, 分别采用本文的螺旋轨迹生成算法、折线型轨迹规划算法^[6]生成并规划轨迹。实际作业过程中, 会根据无人机的动力、作业需求等实际情况, 限制无人机飞行的最大速度、最大的飞行姿态倾角、最大的姿态角速度, 对应于无人机的速度、加速度以及跃度, 本文设定无人机的速度约束为 3 m/s , 加速度约束为 5 m/s^2 , 跃度约束为 3 m/s^3 , 无人机作业覆盖直径为 2 m 。两个算法生成的覆盖轨迹如图 10 所示。



(a) 螺旋轨迹规划 (b) 折线轨迹规划

图 10 $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ 的正方形区域轨迹规划

Fig.10 Trajectory planning of a square with $10\text{ m} \times 10\text{ m}$

Pixhawk 平台能实时记录飞行的位置、速度、姿态等无人机的状态信息并将其保存到 SD 卡。测试完成后, 读取记录的数据, 并画出无人机的位置、速度、姿态信息。图 11、图 12 所示为两种区域轨迹规划的实验结果。

在相同的动力学约束条件下, 两次实验过程中, 无人机的速度、姿态均在给定的约束范围内, 本文方法的作业时间 29.3 s 比折线型区域轨迹规划方法的作业时间 34.7 s 缩短了 15.5% , 有效地提高了区域飞行的效率。

5 结论

针对旋翼无人飞行器在区域作业中的应用需求, 提出了一种基于非均匀有理 B 样条拟合螺旋曲线的轨迹生成方法, 并针对特殊区域提出先分割区域, 再拟合的多螺旋轨迹生成方法。根据旋翼无人机的动力学特性, 基于速度、加速度、跃度约束条件进行轨迹规划, 获得了无人机在最短时间完成作业轨迹的位置速度序列, 采用二阶泰勒展开法进行曲线的插值, 得到用于控制的轨迹序列, 设计了轨迹追踪控制器, 基于开源飞行平台完

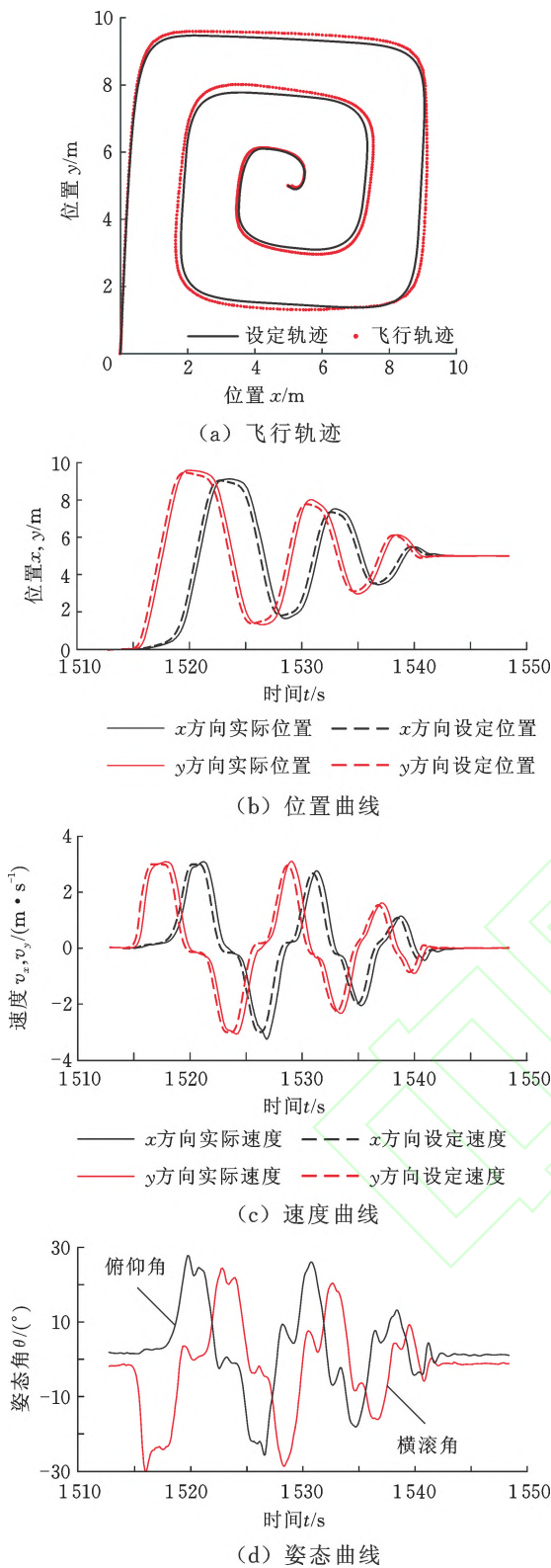


图 11 螺旋轨迹规划实验结果

Fig.11 Flight test result of spiral trajectory

相比较于传统折线区域轨迹规划方法,螺旋成了飞行对比实验。轨迹规划方法能够在保证无人机飞行姿态平滑且完成相同作业任务的前提下,提高无人机区域作业的效率,缩短作业时间。

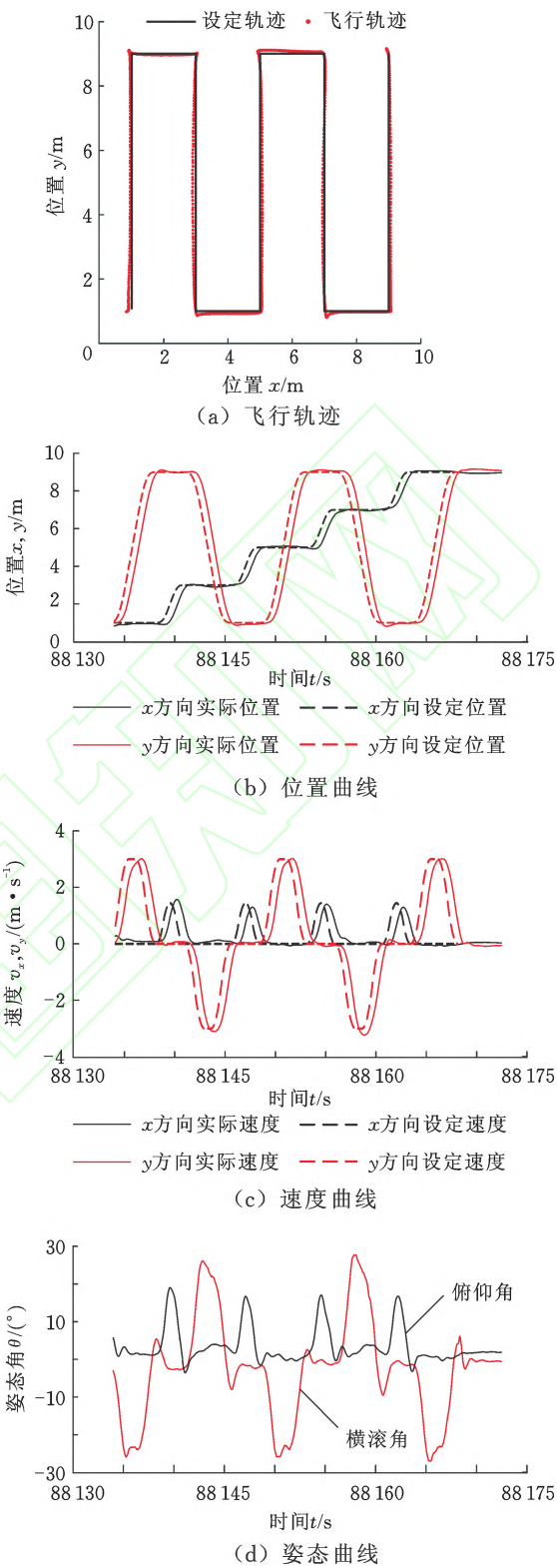


图 12 折线轨迹规划实验结果

Fig.12 Flight test result of zigzag trajectory

参考文献:

[1] CHEN J, WU J, CHEN G, et al. Design and Development of a Multi-rotor Unmanned Aerial Vehicle System for Bridge Inspection [M] // Intelligent

- Robotics and Applications. Berlin: Springer, 2016.
- [2] 吴小伟, 茹煜, 周宏平. 无人机喷洒技术的研究[J]. 农机化研究, 2010, 32(7):224-228.
WU Xiaowei, RU Yu, ZHOU Hongping. Reaserch on Unmanned Aerial Vehicle Spraying Tchnique[J]. Journal of Agricultural Mechanization Research, 2010, 32(7): 224-228.
- [3] 汪沛, 罗锡文, 周志艳, 等. 基于微小型无人机的遥感信息获取关键技术综述[J]. 农业工程学报, 2014, 30(18): 1-12.
WANG Pei, LUO Xiwen, ZHOU Zhiyan, et al. Key Technology for Remote Sensing Information Acquisition Based on Micro UAV[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2014, 30(18):1-12.
- [4] 曲东才. 微型无人机军事应用、研究进展及关键技术[J]. 航空科学技术, 2004(2):24-27.
QU Dongcai. Military Application and Development and Key Technologies of MAV[J]. Aeronautical Science and Technology, 2004(2):24-27.
- [5] 徐博, 陈立平, 谭戡, 等. 基于无人机航向的不规则区域作业航线规划算法与验证[J]. 农业工程学报, 2015,31(23): 173-178.
XU Bo, CHEN Liping, TAN Yu, et al. Route Planning Algorithm and Verification Based on UAV Operation Path Angle in Irregular Area[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2015,31(23):173-178.
- [6] CHEN G, WANG R, DONG W, et al. A Trajectory Planning and Control System for Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle in Field Inspection Missions [C]//International Conference on Intelligent Robotics and Applications. Berlin: Springer, 2017: 551-562.
- [7] BIETERMAN M B, SANDSTROM D R. A Curvilinear Tool-path Method for Pocket Machining[J]. Journal of Manufacturing Science & Engineering, 2003, 125(4): 149-158.
- [8] HELD M , SPIELBERGER C . A Smooth Spiral Tool Path for High Speed Machining of 2D Pockets [J]. Computer Aided Design, 2009, 41(7): 539-550.
- [9] 毛征宇, 刘中坚. 一种三次均匀 B 样条曲线的轨迹规划方法[J]. 中国机械工程, 2010,21(21):2569-2572.
MAO Zhengyu, LIU Zhongjian. A Trajectory Planning Method for Cubic Uniform B-spline Curve[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(21):2569-2572.
- [10] 叶伯生, 杨叔子. CNC 系统中三次 B-样条曲线的高速插补方法研究[J]. 中国机械工程, 1998, 9(3):42-43.
YE Bosheng, YANG Shuzi. A High Speed Interpolation Algorithm for a Third-order B-spline Curve in CNC Systems[J]. China Mechanical Engineering, 1998, 9(3): 42-43.
- [11] PHANG S K, LAI S, WANG F, et al. Systems Design and Implementation with Jerk-optimized Trajectory Generation for UAV Calligraphy[J]. Mechatronics, 2015, 30: 65-75.
- [12] 董伟. 四旋翼飞行机器人高性能轨迹生成与抗扰追踪控制技术研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2015.
DONG Wei. On Trajectory Generation and Disturbance Rejection Control of the Quadrotors[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2015.

(编辑 张 洋)

作者简介:陈 杰,男,1992 年生,硕士研究生。研究方向为多传感器融及自主飞行。发表论文 3 篇。E-mail: chenjiesjtu@126.com。盛鑫军(通信作者),男,1978 年生,副研究员。研究方向为生机电一体化、机器人学、微电子封装装备。E-mail: xjsheng@sjtu.edu.cn。